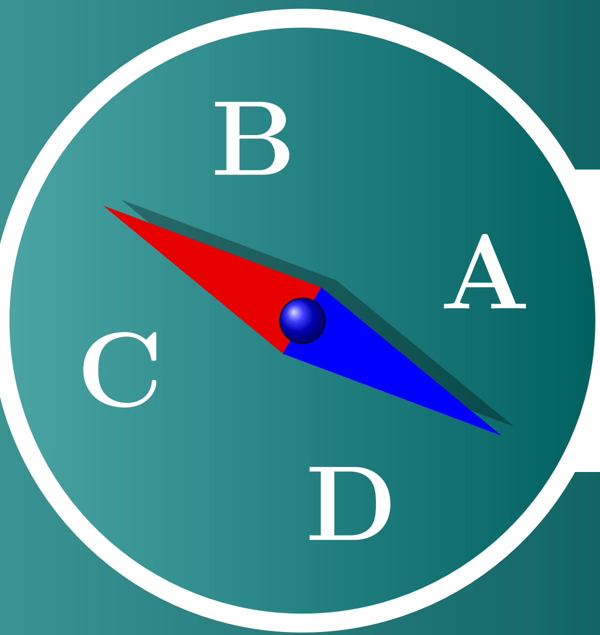
NHÓM THEME LATEX AND RELATED TOPICS



TUYỂN TẬP

ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT

NĂM HỌC 2021 – 2022

MỤC LỤC

ĐỀ SỐ 1

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 101

Câu 1. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 8. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ a^3. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $3a^3$. Ⓓ $2a^3$.

Câu 3. Nếu $\int_{-1}^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Câu 4. Cho $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $f(x) = -\sin x$. Ⓑ $f(x) = -\cos x$. Ⓒ $f(x) = \sin x$. Ⓓ $f(x) = \cos x$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(0;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

Ⓐ $\sqrt{6}$. Ⓑ 12. Ⓒ $2\sqrt{6}$. Ⓓ 3.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

Ⓐ $(0;2;-3)$. Ⓑ $(1;0;-3)$. Ⓒ $(1;2;0)$. Ⓓ $(1;0;0)$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 15. Ⓒ 10. Ⓓ 30.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

Ⓐ $q = \frac{1}{2}$. Ⓑ $q = 2$. Ⓒ $q = -2$. Ⓓ $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 4π. Ⓑ 2π. Ⓒ 3π. Ⓓ 6π.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $y = -2$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

Ⓐ $(9;+\infty)$. Ⓑ $(25;+\infty)$. Ⓒ $(31;+\infty)$. Ⓓ $(24;+\infty)$.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

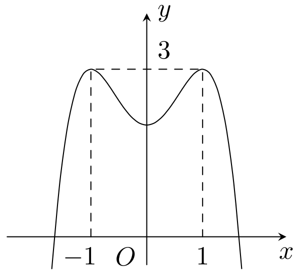
Ⓐ $y = x^4 - 2x^2$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x$. Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓓ $y = x^3 - 3x$.

Câu 14. Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

Ⓐ 25. Ⓑ $\sqrt{7}$. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 3.



Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

Ⓐ $(5; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $(4; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 4)$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

Ⓐ $-2\log a$. Ⓑ $2\log a$. Ⓒ $-4\log a$. Ⓓ $8\log a$.

Câu 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

Ⓐ 1320. Ⓑ 36. Ⓒ 220. Ⓓ 1728.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

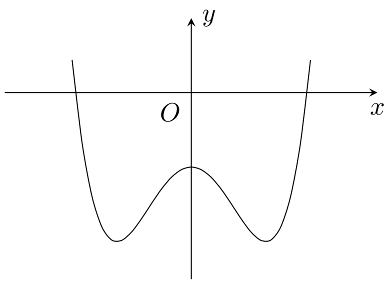
Ⓐ $z = 0$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x + y + z = 0$. Ⓓ $y = 0$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

Ⓐ $x = \frac{1}{3}$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 0.



Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Ⓒ $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Câu 24. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 4.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; 7)$. Ⓑ $(-2; 7)$. Ⓒ $(2; -7)$. Ⓓ $(-7; 2)$.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $5 + i$. Ⓑ $3 + 2i$. Ⓒ $1 + 4i$. Ⓓ $3 + 4i$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - x^2 + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x^2 + C$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

Ⓐ $y' = -x^{-4}$. Ⓑ $y' = \dfrac{-1}{2}x^{-2}$. Ⓒ $y' = -\dfrac{1}{3}x^{-4}$. Ⓓ $y' = -3x^{-4}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

Ⓐ -12. Ⓑ 10. Ⓒ 15. Ⓓ -2.

Câu 31. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6 - x)(x + 2)]$?

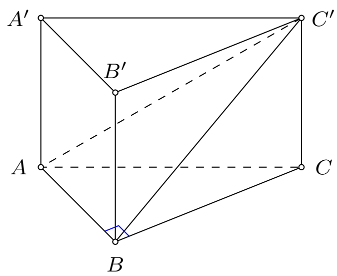
Ⓐ 7. Ⓑ 8. Ⓒ 9. Ⓓ Vô số.

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1z_2$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 5. Ⓒ -7. Ⓓ -5.

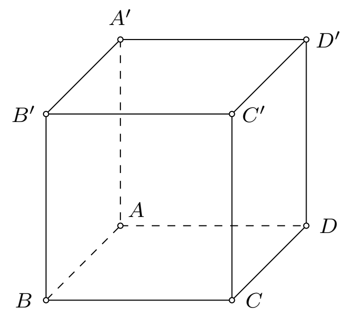
Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

Ⓐ $30°$. Ⓑ $45°$. Ⓒ $90°$. Ⓓ $60°$.



Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

Ⓐ a. Ⓑ $\sqrt{2}a$. Ⓒ $2a$. Ⓓ $3a$.



Câu 35. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \tan 2x + C$. Ⓑ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\cot 2x + C$.

Ⓒ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \frac{1}{2}\tan 2x + C$. Ⓓ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\tan 2x + C$.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = x^4 - x^2$. Ⓑ $y = x^3 - x$. Ⓒ $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. Ⓓ $y = x^3 + x$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $2x - y + 3z + 9 = 0$. Ⓑ $2x + y + 3z - 3 = 0$.

Ⓒ $2x + y + 3z + 3 = 0$. Ⓓ $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\dfrac{4}{7}$. Ⓑ $\dfrac{2}{5}$. Ⓒ $\dfrac{3}{5}$. Ⓓ $\dfrac{3}{7}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a.2^b - 18) < 0$?

Ⓐ 72. Ⓑ 73. Ⓒ 71. Ⓓ 74.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\max\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{13}{3}$. Ⓑ 4. Ⓒ $-\dfrac{14}{3}$. Ⓓ 1.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(3) - G(0) + a$ $(a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng?

Ⓐ 15. Ⓑ 12. Ⓒ 18. Ⓓ 5.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

Ⓐ $2y + z = 0$. Ⓑ $2y - z = 0$. Ⓒ $y + z = 0$. Ⓓ $y - z = 0$.

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ 64π. Ⓑ 256π. Ⓒ 192π. Ⓓ 96π.

Câu 44. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_5 a^2} \le 25^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

Ⓐ $\dfrac{125}{2}$. Ⓑ 80. Ⓒ 60. Ⓓ 20.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2\,|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{55}}{32}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{55}}{16}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{55}}{24}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{55}}{8}$.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ a^3. Ⓒ $12\sqrt{2}a^3$. Ⓓ $4\sqrt{2}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln(f(x))$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln\dfrac{43}{8}$	$\nearrow$	$\ln 6$	$\searrow$	$\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(5;6)$. Ⓑ $(4;5)$. Ⓒ $(2;3)$. Ⓓ $(3;4)$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \overline{z}|$ và $|(z-4)(\overline{z} - 4i)| = |z+4|^2$?

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ 39. Ⓑ $12\sqrt{3}$. Ⓒ 18. Ⓓ $28\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 12. Ⓓ 11.

ĐỀ SỐ **2**

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 102

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x^2 + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - x^2 + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

Ⓐ $y' = -x^{-4}$. Ⓑ $y' = -3x^{-4}$. Ⓒ $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$. Ⓓ $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Ⓐ $y = -x^3 + 3x$. Ⓑ $y = x^3 - 3x$. Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

Ⓐ $x = 0$. Ⓑ $x + y + z = 0$. Ⓒ $z = 0$. Ⓓ $y = 0$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y = -2$. Ⓑ $x = -2$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0; +\infty)$. Ⓑ $(1; +\infty)$. Ⓒ $(-1; 0)$. Ⓓ $(0; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 2$.

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; -7)$. Ⓑ $(-7; 2)$. Ⓒ $(2; 7)$. Ⓓ $(-2; 7)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

Ⓐ $\frac{1}{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ -2. Ⓓ $-\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $3 + 4i$. Ⓑ $1 + 4i$. Ⓒ $z = 5 + i$. Ⓓ $3 + 2i$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

Ⓐ $-4 \log a$. Ⓑ $8 \log a$. Ⓒ $2 \log a$. Ⓓ $-2 \log a$.

Câu 12. Cho $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $f(x) = -\sin x$. Ⓑ $f(x) = \cos x$. Ⓒ $f(x) = \sin x$. Ⓓ $f(x) = -\cos x$.

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 3π. Ⓑ 4π. Ⓒ 2π. Ⓓ 6π.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 10. Ⓒ 2. Ⓓ 30.

Câu 15. Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

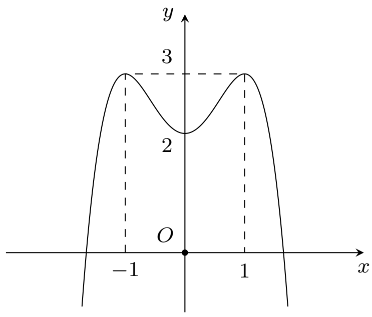
Ⓐ $\sqrt{7}$. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 25.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

Ⓐ $x = \frac{1}{3}$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.



Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x + 1) > 2$ là

Ⓐ $(24; +\infty)$. Ⓑ $(9; +\infty)$. Ⓒ $(25; +\infty)$. Ⓓ $(31; +\infty)$.

Câu 19. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\displaystyle\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x$ bằng

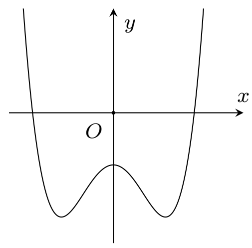
Ⓐ 2. Ⓑ 6. Ⓒ 4. Ⓓ 8.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

Ⓐ $(-\infty; 4)$. Ⓑ $(4; +\infty)$. Ⓒ $(5; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.



Câu 22. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

Ⓐ 1728. Ⓑ 220. Ⓒ 1320. Ⓓ 36.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

Ⓐ $(1;0;-3)$. Ⓑ $(1;0;0)$. Ⓒ $(1;2;0)$. Ⓓ $(0;2;-3)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

Ⓐ 3. Ⓑ $\sqrt{6}$. Ⓒ $2\sqrt{6}$. Ⓓ 12.

Câu 25. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=3$ và $IM=4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ a^3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t. \end{cases}$ Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

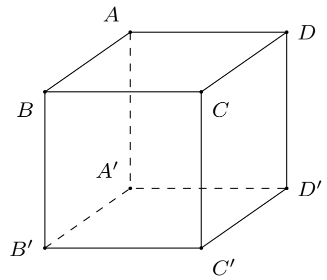
Ⓐ $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$. Ⓑ $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. Ⓒ $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. Ⓓ $\overrightarrow{u_3}=(1;2;3)$.

Câu 28. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=-3$ thì $\displaystyle\int_{5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 5.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $BC=2a$ và $AA'=3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

Ⓐ $2a$. Ⓑ $\sqrt{2}a$. Ⓒ $3a$. Ⓓ a.



Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=x^4-x^2$. Ⓑ $y=x^3+x$. Ⓒ $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. Ⓓ $y=x^3-x$.

Câu 31. Giá trị trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 10. Ⓒ -1. Ⓓ -12.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $2x-y+3z+9=0$. Ⓑ $2x+y+3z-3=0$.
Ⓒ $2x+y+3z+3=0$. Ⓓ $2x-y+3z-9=0$.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\dfrac{2}{5}$. Ⓑ $\dfrac{4}{7}$. Ⓒ $\dfrac{3}{7}$. Ⓓ $\dfrac{3}{5}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.
Ⓑ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.
Ⓒ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
Ⓓ $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$. Khi đó $z_1+z_2+z_1.z_2$ bằng

Ⓐ -5. Ⓑ -7. Ⓒ 7. Ⓓ 5.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=1-\dfrac{1}{\cos^2 2x}\cdot$ Khẳng định nào dưới đây đúng?

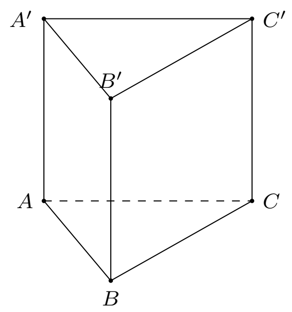
Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.
Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\tan 2x+C$.
Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\tan 2x+C$.
Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log\left[(6-x)(x+2)\right]$?

Ⓐ 7. Ⓑ 8. Ⓒ Vô số. Ⓓ 9.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

Ⓐ 90°. Ⓑ 60°. Ⓒ 30°. Ⓓ 45°.



Câu 39. Cho hàm số $f(x)=mx^4+2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)$ thì $\max\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ -1. Ⓒ 4. Ⓓ 0.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b-1)(a.2^b-5)<0$?

Ⓐ 20. Ⓑ 21. Ⓒ 22. Ⓓ 19.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x=F(5)-G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=5$. Khi $S=20$ thì a bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 15. Ⓒ 25. Ⓓ 20.

Câu 42. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{8}a^3$. Ⓑ $\dfrac{3}{8}a^3$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ 16π. Ⓑ 12π. Ⓒ 4π. Ⓓ 48π.

Câu 44. Xét các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2}\geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x-3y$ bằng

Ⓐ $\dfrac{121}{4}$. Ⓑ $\dfrac{39}{4}$. Ⓒ 24. Ⓓ 39.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. Ⓑ $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \overline{z}|$ và $|(z+2)(\overline{z} + 2i)| = |z - 2i|^2$?

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là

Ⓐ $2x - z = 0$. Ⓑ $2x + z = 0$. Ⓒ $x - z = 0$. Ⓓ $x + z = 0$.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 10$	$\nearrow$	$\ln 42$	$\searrow$	$\ln 37$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(38;39)$. Ⓑ $(25;26)$. Ⓒ $(28;29)$. Ⓓ $(35;36)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ $6\sqrt{2}$. Ⓑ 14. Ⓒ 8. Ⓓ $9\sqrt{2}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + 2ax^2 + 8x|$ có đúng ba điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 6. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

ĐỀ SỐ 3

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 103

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Ⓐ $y = x^3 - 3x$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x$. Ⓒ $y = x^2 - 2x$. Ⓓ $y = -x^2 + 2x$.

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 5. Ⓒ 9. Ⓓ 6.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2 - i)(1 + i)$ bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ -1. Ⓓ -3.

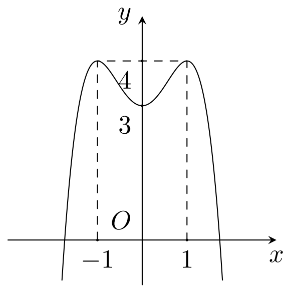
Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$. Ⓑ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x+1} + C$.

Ⓒ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{x+1} + C$. Ⓓ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ -1. Ⓓ 3.



Câu 6. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a < c < b$. Ⓑ $a < b < c$. Ⓒ $b < a < c$. Ⓓ $c < a < b$.

Câu 7. Nếu $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -7. Ⓑ -3. Ⓒ 4. Ⓓ 7.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

Ⓐ 120. Ⓑ 5. Ⓒ 3125. Ⓓ 1.

Câu 10. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 11. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

Ⓐ $1 - \log a$. Ⓑ $2 + \log a$. Ⓒ $2 - \log a$. Ⓓ $1 + \log a$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 11. Ⓑ 10. Ⓒ 15. Ⓓ 30.

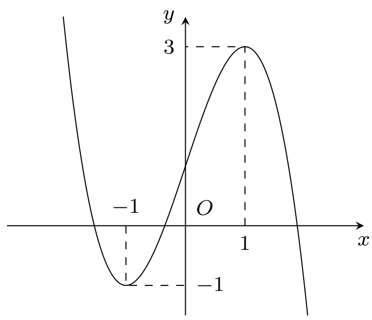
Câu 14. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Ⓐ $f_2(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$. Ⓑ $f_1(x) = -\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Ⓒ $f_4(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$. Ⓓ $f_3(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ

Ⓐ $(1; -1)$. Ⓑ $(3; 1)$. Ⓒ $(1; 3)$. Ⓓ $(-1; -1)$.



Câu 16. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$?

Ⓐ $z_2 = 3 + 4i$. Ⓑ $z_1 = 5 - 4i$. Ⓒ $z_3 = 1 - 5i$. Ⓓ $z_4 = 1 + 4i$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n $(n \geq 2)$ bằng

Ⓐ 3.2^{n-1}. Ⓑ 3.2^{n+2}. Ⓒ 3.2^{n}. Ⓓ 3.2^{n+1}.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-4; 2; -6)$. Ⓑ $(4; -2; 6)$. Ⓒ $(2; -1; 3)$. Ⓓ $(-2; 1; -3)$.

Câu 19. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

Ⓐ $\frac{2}{3}$. Ⓑ 3. Ⓒ $\frac{3}{2}$. Ⓓ $\frac{1}{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

Ⓐ $Q(2; 1; 1)$. Ⓑ $M(1; 2; 3)$. Ⓒ $P(2; 1; -1)$. Ⓓ $N(1; -2; 3)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

Ⓐ $z = 0$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $y = 0$. Ⓓ $x + y = 0$.

Câu 22. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $OM \leq R$. Ⓑ $OM > R$. Ⓒ $OM = R$. Ⓓ $OM < R$.

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; -7)$. Ⓑ $(2; 7)$. Ⓒ $(7; 2)$. Ⓓ $(-2; -7)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = 0$ là

Ⓐ $x = \dfrac{3}{4}$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = \dfrac{1}{2}$. Ⓓ $x = \dfrac{2}{3}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là

Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 1)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $y = -1$. Ⓒ $y = -2$. Ⓓ $x = -2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-2; -6; 3)$. Ⓑ $(-4; -8; 4)$. Ⓒ $(-2; -10; -3)$. Ⓓ $(-2; -10; 3)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

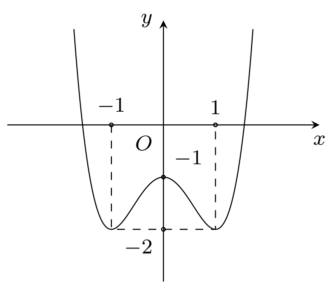
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0; 3)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $(-1; 0)$. Ⓓ $(-\infty; -1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

Ⓐ 1. Ⓑ 6. Ⓒ 7. Ⓓ 5.



Câu 30. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

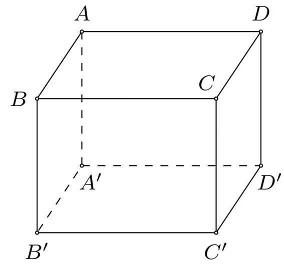
Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}e^{x} + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Câu 31. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ $8i$. Ⓒ $-8i$. Ⓓ -6.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $\frac{\sqrt{6}}{3}$. Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

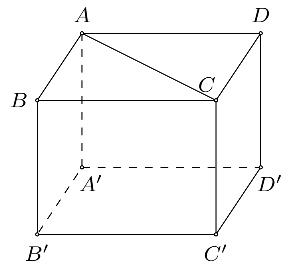
Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2x+3=0$ là

Ⓐ $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$.
Ⓑ $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.
Ⓒ $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.
Ⓓ $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 34. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

Ⓐ $3\log_a b$. Ⓑ $\log_a b$. Ⓒ $-3\log_a b$. Ⓓ $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



Ⓐ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. Ⓑ $\frac{3}{2}$. Ⓒ $3\sqrt{2}$. Ⓓ 3.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;+\infty)$. Ⓑ $(1;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;-1)$. Ⓓ $(-\infty;1)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t. \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t. \end{cases}$

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\frac{11}{21}$. Ⓑ $\frac{8}{21}$. Ⓒ $\frac{13}{21}$. Ⓓ $\frac{10}{21}$.

Câu 39. Biết $F(x)$; $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4)-G(0)+a(a>0).$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$; $y=G(x)$; $x=0$; $x=4$. Khi $S=8$ thì a bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 4. Ⓒ 12. Ⓓ 2.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=ax^4+2(a+4)x^2-1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)$ thì $\min\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

Ⓐ -17. Ⓑ -16. Ⓒ -1. Ⓓ 3.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(4^b-1\right)\left(a.3^b-10\right)<0$?

Ⓐ 182. Ⓑ 179. Ⓒ 180. Ⓓ 181.

Câu 42. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ 144π. Ⓑ 108π. Ⓒ 48π. Ⓓ 96π.

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	$\ln 30$ ↗	$\ln 35$ ↘	$\ln 3$ ↗	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(33;35)$. Ⓑ $(37;40)$. Ⓒ $(29;32)$. Ⓓ $(24;26)$.

Câu 44. Xét tất cả số thực x,y sao cho $27^{5-y^2}\geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-4x+8y$ bằng

Ⓐ -15. Ⓑ 25. Ⓒ -5. Ⓓ -20.

Câu 45. Cho các số phức z_1,z_2,z_3 thỏa mãn $2|z_1|=2|z_2|=|z_3|=2$ và $\left(z_1+z_2\right)z_3=3z_1z_2$. Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1,z_2,z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{5\sqrt{7}}{8}$. Ⓑ $\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$. Ⓒ $\dfrac{5\sqrt{7}}{24}$. Ⓓ $\dfrac{5\sqrt{7}}{32}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

Ⓐ $2y-z=0$. Ⓑ $2y+z=0$. Ⓒ $y-z=0$. Ⓓ $y+z=0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2|=|z-\bar{z}|$ và $|(z-2)(\bar{z}-2i)|=|z+2i|^2$?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Câu 48. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA'=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $24a^3$. Ⓑ $\dfrac{8}{3}a^3$. Ⓒ $8a^3$. Ⓓ $\dfrac{8}{9}a^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y=|x^4+ax^2-8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 11. Ⓓ 10.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M,N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox,Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ $12\sqrt{3}$. Ⓑ 18. Ⓒ $28\sqrt{3}$. Ⓓ 39.

ĐỀ SỐ 4

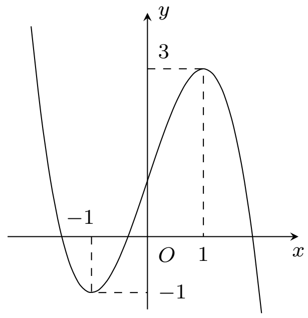
ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 104

Câu 1. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$?

Ⓐ $z_1 = 5 - 4i$. Ⓑ $z_4 = 1 + 4i$. Ⓒ $z_3 = 1 - 5i$. Ⓓ $z_2 = 3 + 4i$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

Ⓐ $(1; 3)$. Ⓑ $(3; 1)$. Ⓒ $(-1; -1)$. Ⓓ $(1; -1)$.



Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2 - i)(1 + i)$ bằng

Ⓐ -3. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ -1.

Câu 4. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\displaystyle\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ -3. Ⓒ -7. Ⓓ 4.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 30. Ⓑ 10. Ⓒ 15. Ⓓ 11.

Câu 6. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

Ⓐ $\frac{2}{3}$. Ⓑ $\frac{3}{2}$. Ⓒ 3. Ⓓ $\frac{1}{3}$.

Câu 7. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(100a)$ bằng

Ⓐ $2 - \log a$. Ⓑ $2 + \log a$. Ⓒ $1 - \log a$. Ⓓ $1 + \log a$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Ⓐ $y = x^3 - 3x$. Ⓑ $y = x^2 - 2x$. Ⓒ $y = -x^3 + 3x$. Ⓓ $y = -x^2 + 2x$.

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

Ⓐ $y = 0$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x + y = 0$. Ⓓ $z = 0$.

Câu 11. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

Ⓐ $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Ⓑ $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. Ⓒ $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. Ⓓ $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(0; 3)$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(-1; 0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

Ⓐ $P(2; 1; -1)$. Ⓑ $M(1; 2; 3)$. Ⓒ $Q(2; 1; 1)$. Ⓓ $N(1; -2; 3)$.

Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; -7)$. Ⓑ $(-2; -7)$. Ⓒ $(7; 2)$. Ⓓ $(2; 7)$.

Câu 15. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $OM < R$. Ⓑ $OM = R$. Ⓒ $OM > R$. Ⓓ $OM \leq R$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. Ⓑ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{x+1} + C$. Ⓓ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x+1} + C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Véc-tơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-2; -10; 3)$. Ⓑ $(-2; -6; 3)$. Ⓒ $(-4; -8; 4)$. Ⓓ $(-2; -10; -3)$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát $u_n (n \geq 2)$ bằng

Ⓐ 3.2^n. Ⓑ 3.2^{n+2}. Ⓒ 3.2^{n+1}. Ⓓ 3.2^{n-1}.

Câu 19. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a < b < c$. Ⓑ $a < c < b$. Ⓒ $c < a < b$. Ⓓ $b < a < c$.

Câu 20. Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 21. Nếu $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\displaystyle\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x$ bằng

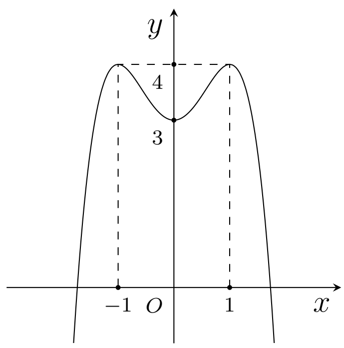
Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ 9. Ⓓ 8.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 1)$. Ⓓ $(1; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ -1. Ⓓ 1.



Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0$ là

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=\dfrac{3}{4}$. Ⓒ $x=\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

Ⓐ $y=-1$. Ⓑ $y=-2$. Ⓒ $x=-2$. Ⓓ $x=-1$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-2;1;-3)$. Ⓑ $(-4;2;-6)$. Ⓒ $(4;-2;6)$. Ⓓ $(2;-1;3)$.

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?

Ⓐ 3125. Ⓑ 1. Ⓒ 120. Ⓓ 5.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

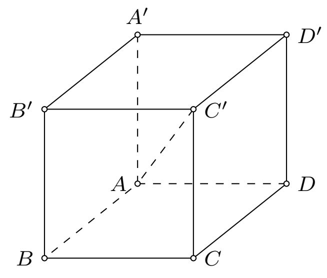
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



Câu 30. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\dfrac{11}{21}$. Ⓑ $\dfrac{13}{21}$. Ⓒ $\dfrac{10}{21}$. Ⓓ $\dfrac{8}{21}$.

Câu 31. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{1}{b^3}$ bằng

Ⓐ $\log_a b$. Ⓑ $-3\log_a b$. Ⓒ $\dfrac{1}{3}\log_a b$. Ⓓ $3\log_a b$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=1+\mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x} + C$.
Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + 2\mathrm{e}^{2x} + C$.
Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \mathrm{e}^{2x} + C$.
Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ $-8i$. Ⓒ $8i$. Ⓓ -6.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

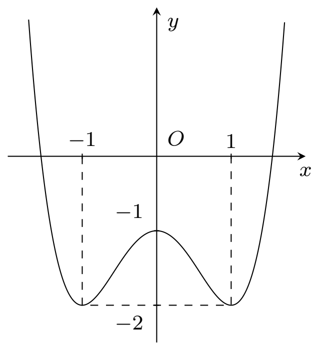
Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $(-1; +\infty)$. Ⓓ $(1; +\infty)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là

Ⓐ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.
Ⓑ $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
Ⓒ $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
Ⓓ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ 5. Ⓓ 1.

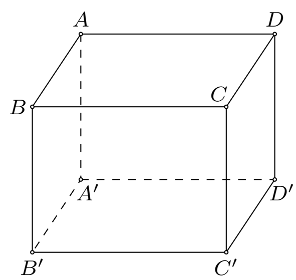


Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

Ⓐ 3. Ⓑ $3\sqrt{2}$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3}{2}$.



Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(3^b - 3\right)\left(a.2^b - 16\right) < 0$?

Ⓐ 34. Ⓑ 32. Ⓒ 31. Ⓓ 33.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

Ⓐ -9. Ⓑ 4. Ⓒ 1. Ⓓ -8.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2) -$

$G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=2$. Khi $S=6$ thì a bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 6. Ⓒ 3. Ⓓ 8.

Câu 42. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1|=2|z_2|=|z_3|=2$ và $\left(z_1+z_2\right)z_3=2z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. Ⓑ $\dfrac{3}{8}$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA'=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{8}{9}a^3$. Ⓑ $8a^3$. Ⓒ $\dfrac{8}{3}a^3$. Ⓓ $24a^3$.

Câu 44. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ $\dfrac{16\pi}{3}$. Ⓑ $\dfrac{64\pi}{3}$. Ⓒ 64π. Ⓓ 48π.

Câu 45. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-6x-8y$ bằng

Ⓐ -21. Ⓑ -6. Ⓒ -25. Ⓓ 39.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 12$	$\nearrow$	$\ln \frac{196}{16}$	$\searrow$	$\ln 12$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(7;8)$. Ⓑ $(6;7)$. Ⓒ $(8;9)$. Ⓓ $(10;11)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

Ⓐ $x+z=0$. Ⓑ $x-z=0$. Ⓒ $2x+z=0$. Ⓓ $2x-z=0$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z^2|=2|z-\overline{z}|$ và $|(z+4)(\overline{z}+4i)|=|z-4i|^2$?

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|x^4-mx^2-64x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

Ⓐ 23. Ⓑ 12. Ⓒ 24. Ⓓ 11.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;4;2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ $9\sqrt{2}$. Ⓑ 14. Ⓒ $6\sqrt{2}$. Ⓓ 8.

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MINH HỌA

Câu 1. Mô-đun của số phức $z = 3 - i$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ $\sqrt{10}$. Ⓓ 1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 81. Ⓒ 9. Ⓓ 6.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

Ⓐ Điểm $P(-1; -1)$. Ⓑ Điểm $N(-1; -2)$.
Ⓒ Điểm $M(-1; 0)$. Ⓓ Điểm $Q(-1; 1)$.

Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $V = \dfrac{1}{3}\pi r^3$. Ⓑ $V = 2\pi r^3$. Ⓒ $V = 4\pi r^3$. Ⓓ $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$.
Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

Ⓐ $\left(\log_2 6; +\infty\right)$. Ⓑ $(-\infty; 3)$. Ⓒ $(3; +\infty)$. Ⓓ $\left(-\infty; \log_2 6\right)$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy là $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho là

Ⓐ 42. Ⓑ 126. Ⓒ 14. Ⓓ 56.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

Ⓐ $\mathbb{R}$. Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(2; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4) = 3$ là

Ⓐ $x = 5$. Ⓑ $x = 4$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 12$.

Câu 11. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_2^5 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\displaystyle\int_2^5 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ -5. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng

Ⓐ $6 - 2i$. Ⓑ $6 - 4i$. Ⓒ $3 - 4i$. Ⓓ $-6 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

Ⓐ $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. Ⓑ $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$.
Ⓒ $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. Ⓓ $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

Ⓐ $(3; 4; -3)$. Ⓑ $(-1; 2; -3)$. Ⓒ $(-1; 2; -1)$. Ⓓ $(1; -2; 1)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ -3. Ⓓ -2.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = -2$.

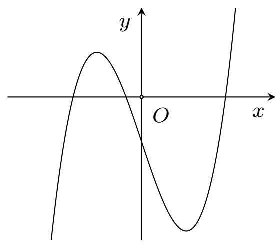
Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \dfrac{a}{2}$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. Ⓑ $\log_2 a + 1$. Ⓒ $\log_2 a - 1$. Ⓓ $\log_2 a - 2$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Ⓑ $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Ⓒ $y = x^3 - 3x - 1$. Ⓓ $y = x^2 + x - 1$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

Ⓐ Điểm $Q(2; 2; 3)$. Ⓑ Điểm $N(2; -2; -3)$.

Ⓒ Điểm $M(1; 2; -3)$. Ⓓ Điểm $P(1; 2; 3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\mathrm{P}_n = n!$. Ⓑ $\mathrm{P}_n = n - 1$. Ⓒ $\mathrm{P}_n = (n-1)!$. Ⓓ $\mathrm{P}_n = n$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $V = \dfrac{1}{3}Bh$. Ⓑ $V = \dfrac{4}{3}Bh$. Ⓒ $V = 6Bh$. Ⓓ $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

Ⓐ $y' = \dfrac{1}{x \ln 2}$. Ⓑ $y' = \dfrac{\ln 2}{x}$. Ⓒ $y' = \dfrac{1}{x}$. Ⓓ $y' = \dfrac{1}{2x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; -2)$. Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $(-2; 0)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $S_{\text{xq}} = 4\pi r\ell$. Ⓑ $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. Ⓒ $S_{\text{xq}} = 3\pi r\ell$. Ⓓ $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 3. Ⓒ 18. Ⓓ 2.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

Ⓐ 11. Ⓑ 3. Ⓒ $\frac{7}{4}$. Ⓓ 28.

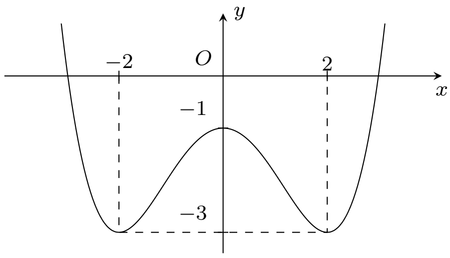
Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \cos x + C$. Ⓑ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \sin x + C$.

Ⓒ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \cos x + C$. Ⓓ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a,\ b,\ c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 0. Ⓑ -1. Ⓒ -3. Ⓓ 2.



Câu 29. Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

Ⓐ $x = 5$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x = 4$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

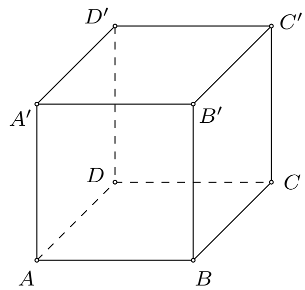
Ⓐ $y = -x^3 - x$. Ⓑ $y = -x^4 - x^2$. Ⓒ $y = -x^3 + x$. Ⓓ $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 31. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a = 4b^3$. Ⓑ $a = 3b + 4$. Ⓒ $a = 3b + 2$. Ⓓ $a = \frac{4}{b^3}$.

Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

Ⓐ $90°$. Ⓑ $30°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $60°$.



Câu 33. Nếu $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 20. Ⓑ 10. Ⓒ 18. Ⓓ 12.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

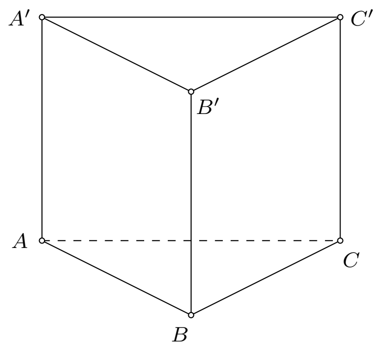
Ⓐ $2x - 5y + 3z - 38 = 0$. Ⓑ $2x + 4y - z + 19 = 0$.

Ⓒ $2x + 4y - z - 19 = 0$. Ⓓ $2x + 4y - z + 11 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\overline{z} = 5 + 2i$. Phần ảo của z bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 2. Ⓒ -5. Ⓓ -2.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



Ⓐ $2\sqrt{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ $4\sqrt{2}$. Ⓓ 4.

Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

Ⓐ $\dfrac{7}{40}$. Ⓑ $\dfrac{21}{40}$. Ⓒ $\dfrac{3}{10}$. Ⓓ $\dfrac{2}{15}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-2}{-4} = \dfrac{z+3}{1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{9}$. Ⓓ $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$?

Ⓐ 22. Ⓑ 25. Ⓒ 23. Ⓓ 24.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\big(f(x)\big) = 0$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 6.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

Ⓐ -3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 7.

Câu 42. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. Ⓑ $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. Ⓒ $16a^3$. Ⓓ $\dfrac{16}{3}a^3$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \dfrac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\dfrac{1}{8}$. Xét các số phức z_1, $z_2 \in S$ thoả mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

Ⓐ 16. Ⓑ 20. Ⓒ 10. Ⓓ 32.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -2, -1 và 1. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{500}{81}$. Ⓑ $\dfrac{36}{5}$. Ⓒ $\dfrac{2932}{405}$. Ⓓ $\dfrac{2948}{405}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-4}{4} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z-3}{-7}$. Ⓑ $\dfrac{x+4}{4} = \dfrac{y+3}{3} = \dfrac{z-3}{1}$.

Ⓒ $\dfrac{x+4}{-4} = \dfrac{y+3}{3} = \dfrac{z-3}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x+8}{4} = \dfrac{y+6}{3} = \dfrac{z-10}{-7}$.

Câu 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích khối nón đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. Ⓑ $4\sqrt{6}\pi a^3$. Ⓒ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Ⓓ $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12; 12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \le 3^{b-a} + 65$?

Ⓐ 4. Ⓑ 6. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

Ⓐ 29. Ⓑ 33. Ⓒ 55. Ⓓ 28.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 10x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

Ⓐ 16. Ⓑ 9. Ⓒ 15. Ⓓ 10.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

1.A	2.B	3.D	4.C	5.B	6.C	7.C	8.C	9.B	10.A
11.C	12.D	13.D	14.C	15.B	16.C	17.B	18.C	19.D	20.B
21.A	22.B	23.C	24.C	25.C	26.B	27.A	28.D	29.D	30.C
31.A	32.B	33.B	34.D	35.C	36.D	37.D	38.D	39.B	40.B
41.D	42.D	43.B	44.C	45.B	46.D	47.D	48.D	49.B	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

1.D	2.B	3.B	4.A	5.D	6.D	7.C	8.A	9.B	10.D
11.C	12.C	13.B	14.B	15.B	16.A	17.C	18.A	19.B	20.B
21.D	22.B	23.C	24.C	25.C	26.B	27.C	28.A	29.C	30.B
31.A	32.D	33.C	34.C	35.D	36.D	37.A	38.D	39.C	40.B
41.A	42.D	43.A	44.C	45.A	46.A	47.A	48.D	49.A	50.D

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

1.B	2.A	3.B	4.D	5.D	6.C	7.B	8.D	9.A	10.C
11.B	12.B	13.B	14.D	15.D	16.B	17.A	18.C	19.D	20.C
21.A	22.B	23.B	24.B	25.C	26.D	27.D	28.C	29.C	30.C
31.D	32.A	33.D	34.A	35.A	36.C	37.B	38.A	39.D	40.A
41.D	42.A	43.A	44.A	45.B	46.D	47.D	48.A	49.B	50.A

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

1.A	2.C	3.B	4.B	5.B	6.D	7.B	8.C	9.B	10.D
11.C	12.D	13.A	14.D	15.C	16.A	17.A	18.D	19.D	20.C
21.D	22.D	23.A	24.A	25.C	26.D	27.C	28.C	29.A	30.A
31.D	32.D	33.D	34.A	35.D	36.A	37.C	38.C	39.D	40.D
41.C	42.A	43.C	44.C	45.A	46.B	47.C	48.A	49.C	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

1.C	2.A	3.C	4.D	5.C	6.C	7.A	8.C	9.C	10.B
11.C	12.B	13.C	14.C	15.A	16.A	17.C	18.C	19.C	20.A
21.D	22.A	23.D	24.B	25.A	26.A	27.A	28.B	29.B	30.A
31.A	32.A	33.B	34.B	35.A	36.D	37.B	38.D	39.D	40.B
41.B	42.B	43.D	44.C	45.D	46.D	47.D	48.D	49.D	50.D

LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 1

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 101

Câu 1. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 8. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

(A) Ta có $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^2 2\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cdot 4 + 4 = 6.$

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ a^3. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $3a^3$. Ⓓ $2a^3$.

(B) Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 3. Nếu $\int_{-1}^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

(D) Áp dụng tính chất $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$.

Suy ra $\int_5^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{-1}^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -(-3) = 3.$

Câu 4. Cho $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $f(x) = -\sin x$. Ⓑ $f(x) = -\cos x$. Ⓒ $f(x) = \sin x$. Ⓓ $f(x) = \cos x$.

(C) Ta có $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(0;+\infty)$.

(B) Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

Ⓐ $\sqrt{6}$. Ⓑ 12. Ⓒ $2\sqrt{6}$. Ⓓ 3.

(C) Ta có bán kính của (S) là $\sqrt{6}$ nên đường kính của (S) bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

Ⓐ $(0;2;-3)$. Ⓑ $(1;0;-3)$. Ⓒ $(1;2;0)$. Ⓓ $(1;0;0)$.

(C) Hình chiếu của điểm $A(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(a;b;0)$ nên hình chiếu của điểm $A(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(1;2;0)$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) 2. (B) 15. (C) 10. (D) 30.

(C) Ta có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{1}{3} \cdot 10.3 = 10$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

(A) $q = \dfrac{1}{2}$. (B) $q = 2$. (C) $q = -2$. (D) $q = -\dfrac{1}{2}$.

(B) Ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.
Vậy $q = 2$.

Câu 10. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 4π. (B) 2π. (C) 3π. (D) 6π.

(A) Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi.r.h = 2\pi.2.1 = 4\pi$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x = -2$. (B) $x = 1$. (C) $y = 1$. (D) $y = -2$.

(C) Do $\lim\limits_{x\to\infty} y = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

(A) $(9; +\infty)$. (B) $(25; +\infty)$. (C) $(31; +\infty)$. (D) $(24; +\infty)$.

(D) Ta có $\log_5(x+1) > 2 \Leftrightarrow x+1 > 5^2 \Leftrightarrow x+1 > 25 \Leftrightarrow x > 24$.
Vậy tập nghiệp của bất phương trình là $(24; +\infty)$.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

(A) $y = x^4 - 2x^2$. (B) $y = -x^3 + 3x$. (C) $y = -x^4 + 2x^2$. (D) $y = x^3 - 3x$.

(D) Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên loại $y = x^4 - 2x^2$ và $y = -x^3 + 3x$.
Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên loại $y = -x^4 + 2x^2$. Chọn $y = x^3 - 3x$.

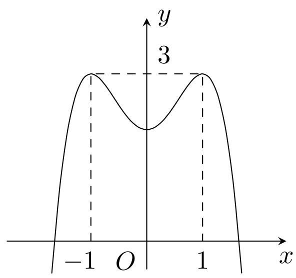
Câu 14. Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

(A) 25. (B) $\sqrt{7}$. (C) 5. (D) 7.

(C)

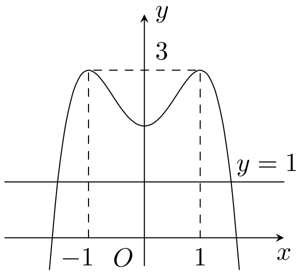
Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.



(B)

Kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm phân biệt.



Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

Ⓐ $(5; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $(4; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 4)$.

Ⓒ Điều kiện $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D} = (4; +\infty)$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

Ⓐ $-2\log a$. Ⓑ $2\log a$. Ⓒ $-4\log a$. Ⓓ $8\log a$.

Ⓑ Ta có $4\log\sqrt{a} = 4\log a^{\frac{1}{2}} = 4.\frac{1}{2}\log a = 2\log a$.

Câu 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

Ⓐ 1320. Ⓑ 36. Ⓒ 220. Ⓓ 1728.

Ⓒ Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $\mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

Ⓓ Dựa vào BBT, ta có điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

Ⓐ $z = 0$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x + y + z = 0$. Ⓓ $y = 0$.

Ⓑ Mặt phẳng (Oyz) nhận $\vec{i} = (1; 0; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ có phương trình là $x = 0$.

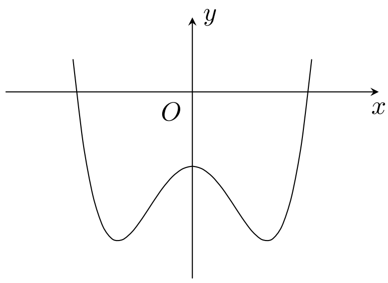
Câu 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

Ⓐ $x = \dfrac{1}{3}$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

Ⓐ Ta có $3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x + 1 = 2 - x \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 0.



Ⓑ Dựa vào đồ thị ta suy ra số điểm cực trị của hàm số đã là 3.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Ⓒ $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Ⓒ Từ phương trình đường thẳng d ta thấy véc-tơ $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Câu 24. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 4.

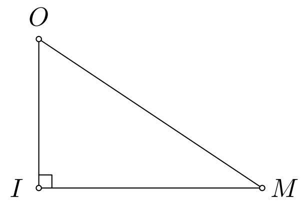
Ⓒ

Xét tam giác OIM vuông tại I, ta có

$$OM^2 = OI^2 + IM^2 \Leftrightarrow OM^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Leftrightarrow OM = 5.$$

Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có đường sinh là cạnh huyền OM.

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là 5.



Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; 7)$. Ⓑ $(-2; 7)$. Ⓒ $(2; -7)$. Ⓓ $(-7; 2)$.

Ⓒ Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là $(2; -7)$.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $5 + i$. Ⓑ $3 + 2i$. Ⓒ $1 + 4i$. Ⓓ $3 + 4i$.

Ⓑ Ta có $z_1 + z_2 = 2 + 3i + 1 - i = 3 + 2i$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - x^2 + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x^2 + C$.

Ⓐ Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(e^x + 2x\right)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

Ⓐ $y' = -x^{-4}$. Ⓑ $y' = \dfrac{-1}{2}x^{-2}$. Ⓒ $y' = -\dfrac{1}{3}x^{-4}$. Ⓓ $y' = -3x^{-4}$.

Ⓓ Ta có $y = x^{-3} \Rightarrow y' = -3x^{-4}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Ⓓ Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -1)$.

Suy ra mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 1)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_{(ABC)} = (2; 4; 2)$.

Ta chọn VTCP là $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

Ⓐ -12. Ⓑ 10. Ⓒ 15. Ⓓ -2.

Ⓒ Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$, ta có
$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 8; f(-1) = 15; f(2) = -12$.

Suy ra $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = 15$.

Câu 31. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6 - x)(x + 2)]$?

Ⓐ 7. Ⓑ 8. Ⓒ 9. Ⓓ Vô số.

Ⓐ Điều kiện $(6 - x)(x + 2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$ suy ra $\mathscr{D} = (-2; 6)$.
Vậy có 7 số nguyên x thuộc tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 5. Ⓒ -7. Ⓓ -5.

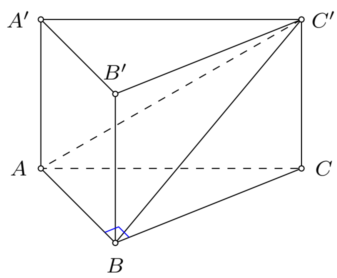
Ⓑ Ta có z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$.

Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases}$.

Do đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2 = -1 + 6 = 5$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

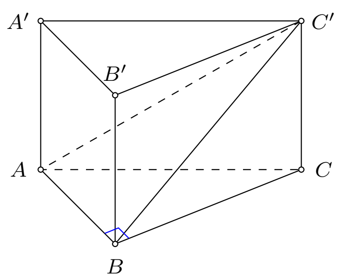
Ⓐ $30°$. Ⓑ $45°$. Ⓒ $90°$. Ⓓ $60°$.



Ⓑ

Ta có $\begin{cases} AB \perp BC, AB \perp BB' \\ BC, BB' \subset (BCC'B') \\ BC \cap BB' = B \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCC'B')$.

Mà $BC' \subset (BCC'B') \Rightarrow AB \perp BC'$.



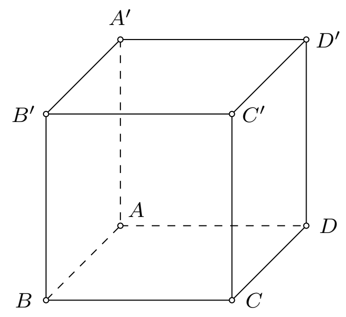
Lại có $\begin{cases} (ABC') \cap (ABC) = AB \\ BC' \subset (ABC'), BC' \perp AB \\ BC \subset (ABC), BC \perp AB \end{cases}$, suy ra $\big((ABC'), (ABC)\big) = (BC', BC) = \widehat{C'BC}$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = 1 = CC'$.

Do đó $\triangle BCC'$ vuông cân tại C nên $\widehat{C'BC} = 45°$.

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

Ⓐ a. Ⓑ $\sqrt{2}a$. Ⓒ $2a$. Ⓓ $3a$.



Ⓓ Ta có $BD \subset (ABCD)$ và $A'C' /\!/ (ABCD)$.
Suy ra $\mathrm{d}(BD, A'C') = \mathrm{d}(A'C', (ABCD)) = \mathrm{d}(A', (ABCD)) = AA' = 3a$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \tan 2x + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\cot 2x + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \frac{1}{2}\tan 2x + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\tan 2x + C$.

Ⓒ

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 2x}\right)\mathrm{d}x = x - \frac{1}{2}\tan 2x + C.$$

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = x^4 - x^2$. Ⓑ $y = x^3 - x$. Ⓒ $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. Ⓓ $y = x^3 + x$.

Ⓓ Xét hàm số $y = x^3 + x$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 + 1$ nên $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
Vậy hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $2x - y + 3z + 9 = 0$. Ⓑ $2x + y + 3z - 3 = 0$.

Ⓒ $2x + y + 3z + 3 = 0$. Ⓓ $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Ⓓ Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.
Theo giả thiết $(Q) /\!/ (P)$ nên $(Q)\colon 2x - y + 3z + m = 0\,(m \neq 5)$.
Mà (Q) qua A nên $2.0 - (-3) + 3.2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$.
Vậy mặt phẳng $(Q)\colon 2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\dfrac{4}{7}$. Ⓑ $\dfrac{2}{5}$. Ⓒ $\dfrac{3}{5}$. Ⓓ $\dfrac{3}{7}$.

Ⓓ Gọi số tự nhiên chọn được theo yêu cầu có dạng $\overline{ab}$, ta có

- Với $a = 4 \Rightarrow b \in \{5; 6; 7; 8; 9\}$.
- Với $a = 5 \Rightarrow b \in \{6; 7; 8; 9\}$.

Suy ra có 9 số thỏa mãn yêu cầu.
Vậy xác suất chọn được số theo yêu cầu đề bài là $P = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a.2^b - 18) < 0$?

Ⓐ 72. Ⓑ 73. Ⓒ 71. Ⓓ 74.

Ⓑ

- **Trường hợp 1.** Với $3^b - 3 > 0 \Leftrightarrow b > 1$.
  Khi đó $a.2^b - 18 < 0 \Rightarrow 2^b < \frac{18}{a}$.
  Suy ra 3 giá trị nguyên b có thể là $b \in \{2; 3; 4\}$.
  Do đó $2^4 < \frac{18}{a} \leq 2^5 \Rightarrow \frac{9}{16} \leq a < \frac{9}{8} \Rightarrow a = 1$.
- **Trường hợp 2.** Với $3^b - 3 < 0 \Leftrightarrow b < 1$.
  Khi đó $a.2^b - 18 > 0 \Rightarrow 2^b > \frac{18}{a}$.
  Suy ra 3 giá trị nguyên b có thể là $b \in \{-2; -1; 0\}$.
  Do đó $2^{-3} \leq \frac{18}{a} < 2^{-2} \Rightarrow 72 < a \leq 144$.
  Số giá trị nguyên dương của a trong trường hợp này là $144 - 73 + 1 = 72$.
  Vậy có tổng cộng $1 + 72 = 73$ giá trị a thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\max\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{13}{3}$. Ⓑ 4. Ⓒ $-\dfrac{14}{3}$. Ⓓ 1.

Ⓑ Ta có $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ nên $f'(x) = 4(m-1)x^3 - 4mx = 4x\left[(m-1)x^2 - m\right]$. Do đó

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (m-1)x^2 - m = 0. \qquad (*) \end{array}\right.$$

Điều kiện cần để $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(2)$ là phương trình $(*)$ có nghiệm $x = 2$

Tương đương $4(m-1) - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$.
Khi đó $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - \frac{16}{3}x$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0;3] \\ x = 2 \in [0;3] \\ x = -2 \notin [0;3]. \end{array}\right.$

Ta có $f(0) = 1; f(3) = 4; f(2) = -\frac{13}{3}$.
Vậy $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(2) = -\frac{13}{3}$ và $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 4$ khi $x = 3$.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(3) - G(0) + a$ $(a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng?

Ⓐ 15. Ⓑ 12. Ⓒ 18. Ⓓ 5.

Ⓓ Giả thiết $F(x)$, $G(x)$ đều là nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có

$$F(x) = G(x) + C \Rightarrow F(0) = G(0) + C.$$

Ta có $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_0^3 = F(3) - F(0) = F(3) - (G(0) + C) = F(3) - G(0) - C$.

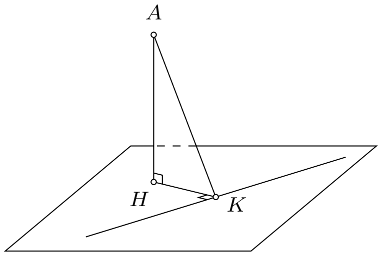
Theo giả thiết $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(3) - G(0) + a$ nên $C = -a$.
Suy ra $F(x) = G(x) - a \Leftrightarrow F(x) - G(x) = -a$.
Ta có $S = \displaystyle\int_0^3 |F(x) - G(x)|\,\mathrm{d}x = \int_0^3 |-a|\,\mathrm{d}x = ax\Big|_0^3 = 3a$.
Mà $S = 15$ nên ta có $a = 5$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

Ⓐ $2y + z = 0$. Ⓑ $2y - z = 0$. Ⓒ $y + z = 0$. Ⓓ $y - z = 0$.

Ⓓ

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; -2)$ lên trục Ox.
Ta có $K(1; 0; 0), \overrightarrow{AK} = (0; -2; 2)$.
Gọi H là điểm chiếu của A lên mặt phẳng (P).
Ta có $\mathrm{d}(A, (P)) = AH \leq AK = 2\sqrt{2}$.
Suy ra $\max \mathrm{d}(A, (P)) = 2\sqrt{2}$, đạt được khi $H \equiv K(1; 0; 0)$.
Khi đó mặt phẳng (P) qua $O(0; 0; 0)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK} = (0; -2; 2)$.



Nên phương trình mặt phẳng (P) là

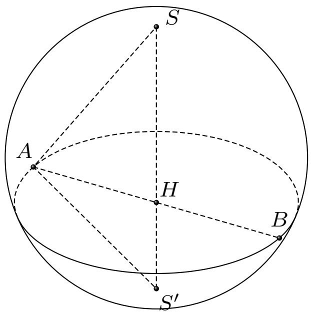
$$0.(x - 1) - 2(y - 0) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y - z = 0.$$

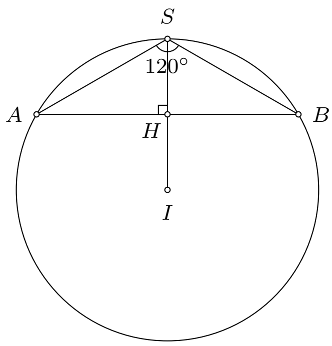
Vậy $(P)\colon y - z = 0$.

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ 64π. Ⓑ 256π. Ⓒ 192π. Ⓓ 96π.

Ⓑ





Gọi S là đỉnh của hình nón và gọi I là tâm mặt cầu.
Gọi đường kính đường tròn đáy của hình nón là AB; H là trung điểm của AB.
Ta có $\widehat{ASH} = \frac{1}{2}\widehat{ASB} = 60^\circ\cdot$

Vì $\begin{cases} AI = AS \\ \widehat{ASI} = 60^\circ \end{cases}$ nên $\triangle AIS$ là tam giác đều.

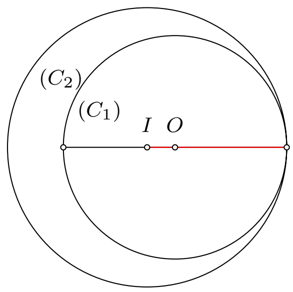
Suy ra $AI = R = 2SH = 8$.
Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 256\pi$.

Câu 44. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x-\log_5 a^2} \leq 25^{40-y^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

Ⓐ $\dfrac{125}{2}$. Ⓑ 80. Ⓒ 60. Ⓓ 20.

Ⓒ

Do a dương nên $a^{4x-\log_5 a^2} \leq 25^{40-y^2} \Leftrightarrow a^{4x-2\log_5 a} \leq 5^{2(40-y^2)}$. (1)
Đặt $\log_5 a = t$ thì $a = 5^t$.
Tacó



$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 5^{t(4x-2t)} \leq 5^{2(40-y^2)} \\ &\Leftrightarrow 2tx - t^2 \leq 40 - y^2 \\ &\Leftrightarrow t^2 - 2tx + 40 - y^2 \geq 0. \quad (2) \end{aligned}$$

(1) đúng với mọi số thực dương a khi và chỉ khi (2) đúng với mọi số thực t khi và chỉ khi $\Delta' = x^2 + y^2 - 40 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 40$.

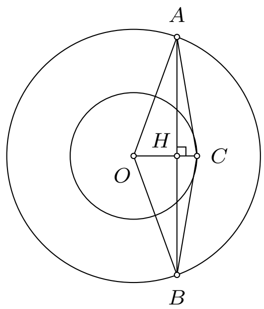
Theo bất đẳng thức Bunhia - Cốpxki, ta có
$$(x-3y)^2 \le 10(x^2+y^2) \le 10.40 = 400.$$
Suy ra $x - 3y \le 20$.
Khi đó $P = x^2 + y^2 + x - 3y \le 40 + 20 = 60$.
Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x^2+y^2 = 40 \\ x = \dfrac{y}{-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$.
Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 60.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1+z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{55}}{32}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{55}}{16}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{55}}{24}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{55}}{8}$.

🔑 Ⓑ

Ta có



$$\begin{aligned} 8(z_1+z_2)z_3 = 3z_1z_2 &\Leftrightarrow \frac{8}{z_2} + \frac{8}{z_1} = \frac{3}{z_3} \\ &\Leftrightarrow \frac{8\overline{z}_2}{z_2\overline{z}_2} + \frac{8\overline{z}_1}{z_1\overline{z}_1} = \frac{3\overline{z}_3}{z_3\overline{z}_3} \\ &\Leftrightarrow \frac{8\overline{z}_2}{|z_2|^2} + \frac{8\overline{z}_1}{|z_1|^2} = \frac{3\overline{z}_3}{|z_3|^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{8\overline{z}_2}{4} + \frac{8\overline{z}_1}{4} = \frac{3\overline{z}_3}{1} \\ &\Leftrightarrow \overline{z}_2 + \overline{z}_1 = \frac{3\overline{z}_3}{2}. \qquad (1) \end{aligned}$$

Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm biểu diễn của $\overline{z}_1$, $\overline{z}_2$, $\overline{z}_3$.

Suy ra A', B', C' lần lượt đối xứng với A, B, C qua trục Ox.
Do đó $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'}$.

- Ta có (1) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD}$, trong đó $OA' = OB' = 2OC' = 2$, $\overrightarrow{OD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC'}$.
  Suy ra tứ giác $OA'DB'$ là hình thoi có $OA' = OB' = 2$, $OD = \frac{3}{2}$ và $C' \in OD$; $OC' = 1$.
- Ta có $DC' = \frac{1}{2} \Rightarrow IC' = ID - DC' = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
  Do đó $IC' = \frac{1}{3}ID \Rightarrow S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{\triangle OA'B'}$.

$$S_{\triangle OA'B'} = 2S_{\triangle OA'I} = OI.\sqrt{OA'^2 - OI^2} = \frac{3}{4}\cdot\sqrt{4 - \frac{9}{16}} = \frac{3\sqrt{55}}{16}.$$

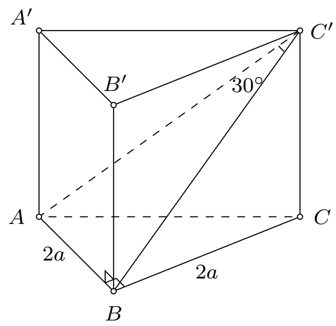
Vậy $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'} = \frac{\sqrt{55}}{16}$.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ a^3. Ⓒ $12\sqrt{2}a^3$. Ⓓ $4\sqrt{2}a^3$.

🔑 Ⓓ

Ta có $BA \perp BC$ và $BA \perp AA' \Rightarrow BA \perp (ACC'A')$.
Suy ra góc $(BC', (AC'A')) = (BC', C'A) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.
Tam giác ABC' vuông tại A, có $AC' = AB.\cot \widehat{AC'B} = 2a\sqrt{3}$.
Tam giác CAC' vuông tại C, có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$.
Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = \frac{1}{2}AB.AC.CC' = 4a^3\sqrt{2}\cdot$



Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln(f(x))$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln\dfrac{43}{8}$	$\nearrow$	$\ln 6$	$\searrow$	$\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(5;6)$. Ⓑ $(4;5)$. Ⓒ $(2;3)$. Ⓓ $(3;4)$.

Ⓓ Ta có $g(x) = \ln(f(x)) \Leftrightarrow f(x) = \mathrm{e}^{g(x)}$.
Từ bảng biến thiên ta được

$$g(x_1) = \ln\frac{43}{8} \Rightarrow f(x_1) = \frac{43}{8}\cdot$$
$$g(x_2) = \ln 6 \Rightarrow f(x_2) = 6.$$
$$g(x_3) = \ln 2 \Rightarrow f(x_3) = 2.$$

Ta có $f'(x) - g'(x) = g'(x).\mathrm{e}^{g(x)} - g'(x) = g'(x)\left[\mathrm{e}^{g(x)} - 1\right]$.

$$f'(x) - g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g'(x) = 0. \\ \mathrm{e}^{g(x)} - 1 = 0 \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g'(x) = 0. \\ g(x) = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow x \in \{x_1, x_2, x_3\}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là.

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)|\,\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} |f'(x) - g'(x)|\,\mathrm{d}x + \int_{x_2}^{x_3} |f'(x) - g'(x)|\,\mathrm{d}x \\ &= \left|\int_{x_1}^{x_2} [f'(x) - g'(x)]\,\mathrm{d}x\right| + \left|\int_{x_2}^{x_3} [f'(x) - g'(x)]\,\mathrm{d}x\right| \\ &= |[f(x) - g(x)]|_{x_1}^{x_2}| + |[f(x) - g(x)]|_{x_2}^{x_3}| \\ &= |[f(x_2) - g(x_2)] - [f(x_1) - g(x_1)]| + |\,[f(x_3) - g(x_3)] - [f(x_2) - g(x_2)] \\ &= \left|(6 - \ln 6) - \left(\frac{43}{8} - \ln\frac{43}{8}\right)\right| + |(2 - \ln 2) - (6 - \ln 6)| \approx 3,42 \in (3;4). \end{aligned}$$

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \overline{z}|$ và $|(z-4)(\overline{z} - 4i)| = |z + 4|^2$?

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Ⓓ Ta có $\overline{z} - 4i = \overline{z + 4i} \Rightarrow |\overline{z} - 4i| = |\overline{z + 4i}| = |z + 4i|$.
Do đó

$$\begin{aligned}|(z-4)(\overline{z}-4i)|=|z+4i|^2 &\Leftrightarrow |z-4|.|\overline{z}-4i|=|z+4i|^2\\ &\Leftrightarrow |z-4|.|z+4i|=|z+4i|^2.\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z+4i|=0\\ |z-4|=|z+4i|.\end{array}\right.\end{aligned}$$

- Xét (1) : $|z+4i|=0 \Leftrightarrow z+4i=0 \Leftrightarrow z=-4i \Rightarrow \overline{z}=4i$.
  Khi đó $\begin{cases}z^2=-16 \Rightarrow \left|z^2\right|=16\\ |z-\overline{z}|=|-8i|=8\end{cases}$.
  Suy ra $|z^2|=2|z-\overline{z}|$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).
- Xét (2) : $|z-4|=|z+4i|$.
  Giả sử $z=a+bi$, với a, $b\in\mathbb{R}$.
  Ta có (2) $\Leftrightarrow (a-4)^2+b^2=a^2+(b+4)^2 \Leftrightarrow b=-a$.
  Hay $z=a-ai \Rightarrow z^2=-2a^2i \Rightarrow |z^2|=2a^2$.
  Mặt khác $z-\overline{z}=-2ai$.
  Suy ra $|z-\overline{z}|=2|a|$.
  Khi đó $|z^2|=2|z-\overline{z}| \Leftrightarrow 2a^2=4|a| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\ a=\pm 2\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}z=0\\ z=2-2i\\ z=-2+2i\end{array}\right.$.

Vậy có 4 số phức $z=0$, $z=2-2i$, $z=-2+2i$, $z=-4i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ 39. Ⓑ $12\sqrt{3}$. Ⓒ 18. Ⓓ $28\sqrt{3}$.

Ⓑ Đặt $M(a;0;0)$ và $N(0;0;b)$.
Nhận xét: (S) tiếp xúc (Oxz) mà $MN\subset(Oxz)$ tiếp xúc (S).
Suy ra MN tiếp xúc (S) tại tiếp điểm của (S) và $(Oxz) \Rightarrow A(1;0;9)$.

$$\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(a-1;0;-9)\\ \overrightarrow{AN}=(-1;0;b-9)\end{cases} \Rightarrow \frac{a-1}{-1}=\frac{-9}{b-9} \Rightarrow (a-1)(b-9)=9.$$

Khi đó $OIMN$ có $\triangle OMN$ vuông tại O, $(IMN)\perp(OMN)$ (do $IA\subset(IMN)$, $IA\perp(OMN)$).
Suy ra Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $OIMN$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$ bằng $\frac{13}{2}$.
Suy ra $\frac{1}{2}\cdot 3.MN=\frac{IM.IN.MN}{4.\frac{13}{2}} \Leftrightarrow IM.IN=39$. (1)

Mà $IM=\sqrt{(a-1)^2+3^2+9^2}=\sqrt{(a-1)^2+90}$.

$IN=\sqrt{1^2+3^2+(b-9)^2}=\sqrt{10+\dfrac{81}{(a-1)^2}}$.

Thay vào (1) ta được: $\left[(a-1)^2+90\right]\left[10+\frac{81}{(a-1)^2}\right]=1521 \Leftrightarrow (a-1)^2=27$.

Ta có $\begin{cases}AM=\sqrt{(a-1)^2+81}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\\ AN=\sqrt{1+(b-9)^2}=\sqrt{1+3}=2\end{cases}$, suy ra $AM.AN=12\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|x^4-2mx^2+64x|$ có đúng ba điểm cực trị?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 12. Ⓓ 11.

Ⓒ Xét hàm số $g(x)=x^4-2mx^2+64x$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=+\infty$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 - 2mx + 64 = 0. \end{array}\right.$$

Suy ra phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm đơn phân biệt.
Do đó hàm số $y = |g(x)|$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị.
Ta có $g'(x) = 4x^3 - 4mx + 64$.
Do đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow m = x^2 + \frac{16}{x}$ (vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$).
Xét hàm số $h(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.
Ta có $h'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2}$.
Do đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 12$.
Vậy có 12 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 2

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 102

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x^2 + C$.
Ⓑ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - x^2 + C$.
Ⓒ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.
Ⓓ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$.

🔑 Ⓓ Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

Ⓐ $y' = -x^{-4}$.
Ⓑ $y' = -3x^{-4}$.
Ⓒ $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$.
Ⓓ $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.

🔑 Ⓑ Ta có $y' = -3x^{-4}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Ⓐ $y = -x^3 + 3x$.
Ⓑ $y = x^3 - 3x$.
Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2$.
Ⓓ $y = x^4 - 2x^2$.

🔑 Ⓑ Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

Ⓐ $x = 0$.
Ⓑ $x + y + z = 0$.
Ⓒ $z = 0$.
Ⓓ $y = 0$.

🔑 Ⓐ Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y = -2$.
Ⓑ $x = -2$.
Ⓒ $x = 1$.
Ⓓ $y = 1$.

🔑 Ⓓ Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{2x+4} = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{2x+4} = 1$.
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0; +\infty)$.
Ⓑ $(1; +\infty)$.
Ⓒ $(-1; 0)$.
Ⓓ $(0; 1)$.

🔑 Ⓓ Từ bảng biến thiên, ta có hàm nghịch biến trên $(0; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = -2$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 2$.

Ⓒ Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; -7)$. Ⓑ $(-7; 2)$. Ⓒ $(2; 7)$. Ⓓ $(-2; 7)$.

Ⓐ Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là $(2; -7)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

Ⓐ $\frac{1}{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ -2. Ⓓ $-\frac{1}{2}$.

Ⓑ Công bội của cấp số nhân là $q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{2}{1} = 2$.

Câu 10. Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $3 + 4i$. Ⓑ $1 + 4i$. Ⓒ $z = 5 + i$. Ⓓ $3 + 2i$.

Ⓓ Ta có $z_1 + z_2 = 2 + 3i + 1 - i = 3 + 2i$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

Ⓐ $-4\log a$. Ⓑ $8\log a$. Ⓒ $2\log a$. Ⓓ $-2\log a$.

Ⓒ Ta có $4\log\sqrt{a} = 4\log a^{\frac{1}{2}} = 2\log a$.

Câu 12. Cho $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $f(x) = -\sin x$. Ⓑ $f(x) = \cos x$. Ⓒ $f(x) = \sin x$. Ⓓ $f(x) = -\cos x$.

Ⓒ Ta có $f(x) = (-\cos x + C)' = \sin x$.

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 3π. Ⓑ 4π. Ⓒ 2π. Ⓓ 6π.

Ⓑ Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rl = 4\pi$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 10. Ⓒ 2. Ⓓ 30.

Ⓑ $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}hB = \dfrac{1}{3} \cdot 3.10 = 10$.

Câu 15. Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

Ⓐ $\sqrt{7}$. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 25.

Ⓑ Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

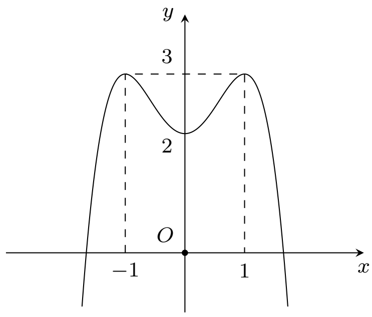
Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

Ⓐ $x = \frac{1}{3}$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

🔑 (A) Ta có $3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.



🔑 (C) Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ bằng với số giao điểm của đường thẳng $(d): y = 1$ và đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$.
Dựa vào hình vẽ, ta thấy (d) và (C) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nên phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

(A) $(24; +\infty)$. (B) $(9; +\infty)$. (C) $(25; +\infty)$. (D) $(31; +\infty)$.

🔑 (A) Ta có $\log_5(x+1) > 2 \Leftrightarrow x+1 > 5^2 \Leftrightarrow x > 24$.
Vậy tập hợp nghiệm của bất phương trình là $S = (24; +\infty)$.

Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. (B) 6. (C) 4. (D) 8.

🔑 (B)

$$\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^2 2\mathrm{d}x = 2 + 4 = 6.$$

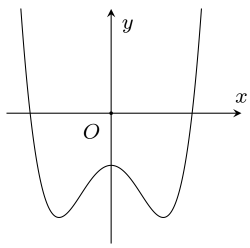
Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

(A) $(-\infty; 4)$. (B) $(4; +\infty)$. (C) $(5; +\infty)$. (D) $(-\infty; +\infty)$.

🔑 (B) ĐKXĐ $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.
Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là $(4; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



🔑 (D) Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 22. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

(A) 1728. (B) 220. (C) 1320. (D) 36.

🔑 (B) Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $\mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(1; 0; -3)$. (B) $(1; 0; 0)$. (C) $(1; 2; 0)$. (D) $(0; 2; -3)$.

🔑 (C) Hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của

(S) bằng

Ⓐ 3. Ⓑ $\sqrt{6}$. Ⓒ $2\sqrt{6}$. Ⓓ 12.

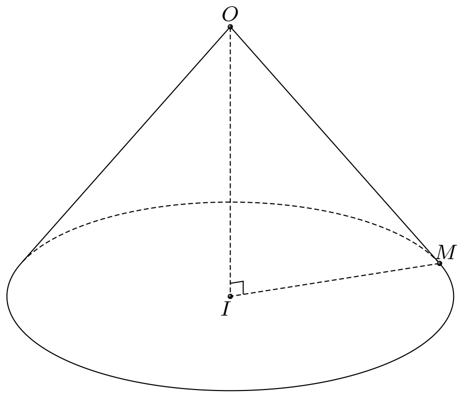
Ⓒ Đường kính của (S) bằng $2R = 2\sqrt{6}$.

Câu 25. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Ⓒ

Hình nón có chiều cao $h = OI = 3$, bán kính đáy $r = IM = 4$ nên độ dài đường sinh là $\ell = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.



Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ a^3.

Ⓑ Ta có thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t. \end{cases}$ Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u_4} = (2; 1; 1)$. Ⓑ $\vec{u_1} = (2; 1; -1)$. Ⓒ $\vec{u_3} = (1; -2; 3)$. Ⓓ $\vec{u_3} = (1; 2; 3)$.

Ⓒ Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u_3} = (1; -2; 3)$.

Câu 28. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\displaystyle\int_{5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

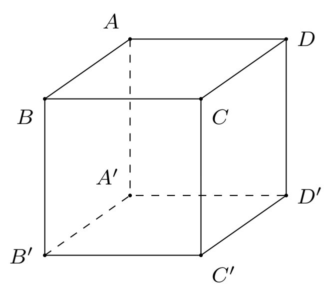
Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 5.

Ⓐ Ta có

$$\int_{5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = 3.$$

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

Ⓐ $2a$. Ⓑ $\sqrt{2}a$. Ⓒ $3a$. Ⓓ a.



Ⓒ Ta có $\mathrm{d}(BD, A'C') = \mathrm{d}\big(BD, (A'B'C'D')\big) = \mathrm{d}\big(B, (A'B'C'D')\big) = BB' = 3a$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = x^4 - x^2$. Ⓑ $y = x^3 + x$. Ⓒ $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. Ⓓ $y = x^3 - x$.

Ⓑ Nhận thấy hàm số $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Giá trị trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 10. Ⓒ -1. Ⓓ -12.

Ⓐ Ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9;$$
$$\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right. \\ x \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow x = -1;$$
$$f(-2) = 8, f(-1) = 15, f(2) = -12.$$

Vậy $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = 15$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $2x - y + 3z + 9 = 0$. Ⓑ $2x + y + 3z - 3 = 0$.
Ⓒ $2x + y + 3z + 3 = 0$. Ⓓ $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Ⓓ Vì mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng này nhận véc-tơ $\vec{n}_P = (2; -1; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến và do mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ nên có phương trình là

$$2(x - 0) - (y + 3) + 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0.$$

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\dfrac{2}{5}$. Ⓑ $\dfrac{4}{7}$. Ⓒ $\dfrac{3}{7}$. Ⓓ $\dfrac{3}{5}$.

Ⓒ Số cách chọn một số thuộc đoạn $[40; 60]$ có 21 cách chọn nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 21$.
Gọi A là biến cố : "Chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục".
Tìm $n(A)$.

- Trường hợp 1. Trên đoạn $[40; 49]$ gồm các số $\{45; 46; \ldots; 49\}$ nên có 5 cách chọn.
- Trường hợp 2. Trên đoạn $[50; 59]$ gồm các số $\{56; 57; \ldots; 59\}$ nên có 4 cách chọn.

Suy ra $n(A) = 4 + 5 = 9$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{9}{21} = \dfrac{3}{7}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$.
Ⓒ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

Ⓒ Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2; 4; 2) = 2\vec{u}$, $\vec{u} = (1; 2; 1)$.
Đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên đường thẳng nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương và do đường thẳng đi qua $A(1; 2; -1)$ nên phương trình đường thẳng là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$. Khi đó $z_1+z_2+z_1.z_2$ bằng

Ⓐ -5. Ⓑ -7. Ⓒ 7. Ⓓ 5.

Ⓓ Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} z_1+z_2=\dfrac{-b}{a}=-1 \\ z_1.z_2=\dfrac{c}{a}=6. \end{cases}$

Vậy $z_1+z_2+z_1.z_2=\left(z_1+z_2\right)+\left(z_1.z_2\right)=-1+6=5$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=1-\dfrac{1}{\cos^2 2x}\cdot$ Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\tan 2x+C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\tan 2x+C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C$.

Ⓓ Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{1}{\cos^2 2x}\right)\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C.$$

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log\left[(6-x)(x+2)\right]$?

Ⓐ 7. Ⓑ 8. Ⓒ Vô số. Ⓓ 9.

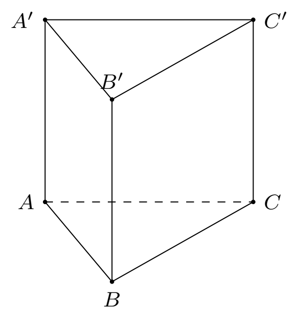
Ⓐ Điều kiện xác định: $(6-x)(x+2)>0\Leftrightarrow -2<x<6$.

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$.

Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log\left[(6-x)(x+2)\right]$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

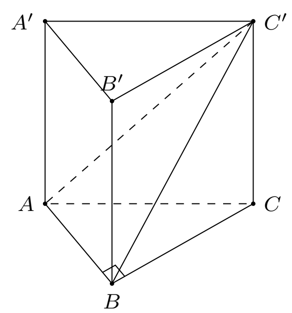
Ⓐ 90°. Ⓑ 60°. Ⓒ 30°. Ⓓ 45°.



Ⓓ

Ta có $\begin{cases} AB\perp CC'(\text{do}CC'\perp(ABC)) \\ AB\perp BC \end{cases}\Rightarrow AB\perp C'B$.

Do đó $\begin{cases} (C'AB)\cap(ABC)=AB \\ C'B\perp AB \\ CB\perp AB. \end{cases}$



$\Rightarrow \big((C'AB);(ABC)\big)=(C'B;BC)=\widehat{C'BC}$.

$\triangle ABC$ vuông tại B nên $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$.

Xét $\triangle C'BC$ vuông có $\tan\widehat{C'BC}=\dfrac{C'C}{BC}=\dfrac{1}{1}=1\Rightarrow\widehat{C'BC}=45^\circ$.

Vậy $\big((C'AB);(ABC)\big)=45^\circ$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=mx^4+2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;2]}f(x)=f(1)$ thì $\max\limits_{[0;2]}f(x)$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ -1. Ⓒ 4. Ⓓ 0.

Ⓒ Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 4(m-1)x$.

- Với $m = 0$ thì $f(x) = -2x^2$ là hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.
  Khi đó $\min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2)$ (không thỏa yêu cầu bài toán).
- Với $m \neq 0$ thì hàm số $y = f(x)$ có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng và luôn có một điểm cực trị $x = 0$.
  Khi đó, từ yêu cầu bài toán ta suy ra $\begin{cases} m > 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4m + 4(m-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$.
  Do đó $f'(x) = 2x^3 - 2x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin (0;2) \\ x = 0 \notin (0;2) \\ x = 1 \in (0;2). \end{array}\right.$
  Ta có $f(0) = 0$, $f(2) = 4$, $f(1) = -\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 4$ tại $x = 2$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b - 1)(a.2^b - 5) < 0$?

Ⓐ 20. Ⓑ 21. Ⓒ 22. Ⓓ 19.

Ⓑ Ta có $(5^b - 1)(a.2^b - 5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^b - 1 = 0 \\ a.2^b - 5 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = \log_2 \dfrac{5}{a}. \end{array}\right.$

- **TH1:** $\log_2 \dfrac{5}{a} < b < 0$.
  Khi đó để tồn tại đúng hai giá trị của b thì $b \in \{-2; -1\}$.
  Do đó $-3 \leq \log_2 \dfrac{5}{a} < -2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{8} \leq \dfrac{5}{a} < \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 20 < a \leq 40$.
  Mà $a \in \mathbb{N}^*$ nên $a \in \{21; 22; \ldots; 40\}$.
- **TH2:** $0 < b < \log_2 \dfrac{5}{a}$.
  Khi đó để tồn tại đúng hai giá trị của b thì $b \in \{1; 2\}$.
  Do đó $2 < \log_2 \dfrac{5}{a} \leq 3 \Leftrightarrow 4 < \dfrac{5}{a} \leq 8 \Leftrightarrow \dfrac{5}{8} \leq a < \dfrac{5}{4}$.
  Mà $a \in \mathbb{N}^*$ nên $a = 1$.

Vậy có 21 số nguyên dương a thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = F(5) - G(0) + a$ $(a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 15. Ⓒ 25. Ⓓ 20.

Ⓐ Đặt $G(x) = F(x) + C$ (với C là hằng số).

Ta có $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = F(5) - F(0) = F(5) - \big(G(0) - C\big) = F(5) - G(0) + C$.

Suy ra $C = a$.

Do đó

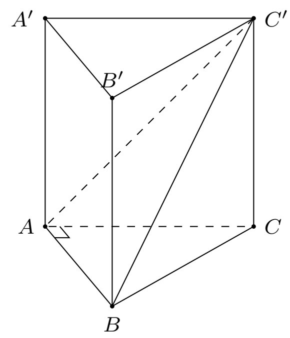
$$S = \int_0^5 |F(x) - G(x)|\,\mathrm{d}x = \int_0^5 |a|\,\mathrm{d}x = \int_0^5 a\,\mathrm{d}x = 5a.$$

Theo giả thiết $S = 20 \Leftrightarrow 5a = 20 \Leftrightarrow a = 4$.

Câu 42. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{8}a^3$. Ⓑ $\dfrac{3}{8}a^3$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Ⓓ



Diện tích đáy là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB^2 = \dfrac{a^2}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A')$.

Suy ra $\left(BC', (ACC'A')\right) = (BC', AC') = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.

Khi đó $AC' = AC.\cot 30^\circ = a\sqrt{3}$.

$\Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

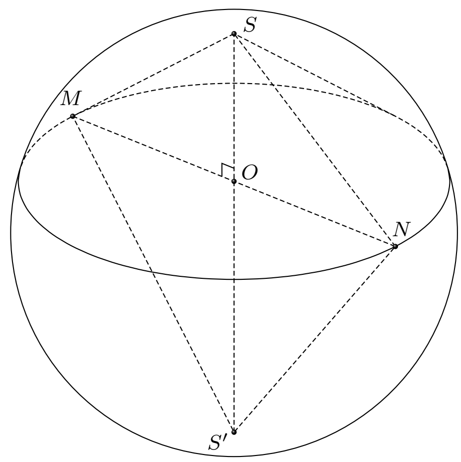
Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là

$$V = S_{ABC}.AA' = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a^3.$$

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ 16π. Ⓑ 12π. Ⓒ 4π. Ⓓ 48π.

Ⓐ



Xét $\triangle SMO$ vuông có

$$\tan \widehat{MSO} = \frac{OM}{OS} \Rightarrow OM = OS.\tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

Kẻ đường kính SS' của mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

Tam giác SMS' vuông tại M có $MO \perp SS'$.

Suy ra $OM^2 = OS.OS' \Leftrightarrow OS' = \dfrac{OM^2}{OS} = \dfrac{(\sqrt{3})^2}{1} = 3$.

Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là

$$R = \frac{OS + OS'}{2} = \frac{1+3}{2} = 2.$$

Vậy diện tích của (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.2^2 = 16\pi$.

Câu 44. Xét các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2} \geq a^{4x - \log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y$ bằng

Ⓐ $\dfrac{121}{4}$. Ⓑ $\dfrac{39}{4}$. Ⓒ 24. Ⓓ 39.

Ⓒ Ta có

$$49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2} \Leftrightarrow \log_7\left(49^{9-y^2}\right) \geq \log_7\left(a^{4x-\log_7 a^2}\right)$$
$$\Leftrightarrow (9-y^2).\log_7(49) \geq (4x - \log_7 a^2).\log_7 a.$$

Do đó ta được $2.(9-y^2) \geq 2.(2x - \log_7 a).\log_7 a$. (1)

Đặt $t = \log_7 a$ thì (1) trở thành $t^2 - 2x.t + 9 - y^2 \geq 0$. (2)

Khi đó (1) đúng với mọi $a > 0 \Leftrightarrow$ (2) đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = x^2 - 9 + y^2 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9.$$

Mặt khác $(4x-3y)^2 \leq (16+9).(x^2+y^2) = 225 \Rightarrow 4x - 3y \leq 15$.

Suy ra $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y \leq 9 + 15 = 24$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-3} > 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{12}{5}; y = -\dfrac{9}{5}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 24.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1+z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. Ⓑ $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$.

Ⓐ Ta có $3z_1z_2 = 4z_3(z_1+z_2)$, suy ra $|3z_1z_2| = |4z_3(z_1+z_2)| \Leftrightarrow |z_1+z_2| = 3$.
Mặt khác
$$|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right) \Leftrightarrow 9 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(2^2+2^2\right)$$
$$\Leftrightarrow |z_1-z_2| = \sqrt{7} = AB.$$
Lại có $3z_1z_2 = 4z_3.(z_1+z_2) \Leftrightarrow z_1.(3z_2-4z_3) = 4z_2z_3$.
Suy ra
$$\begin{aligned}|z_1|.|3z_2-4z_3| = |4z_2z_3| &\Leftrightarrow |3z_2-4z_3| = 4\\ &\Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OC}\right| = 4\\ &\Leftrightarrow 9.OB^2 + 16.OC^2 - 24.OB.OC.\cos\widehat{BOC} = 16\\ &\Leftrightarrow \cos\widehat{BOC} = \frac{3}{4}.\end{aligned}$$
Áp dụng định lí cosin cho $\triangle BOC$ ta có
$$BC = \sqrt{OB^2+OC^2-2.OB.OC.\cos\widehat{BOC}} = \sqrt{4+1-4.\frac{3}{4}} = \sqrt{2}.$$
Tương tự ta tính được $AC = \sqrt{2}$.
Do đó nửa chu vi của $\triangle ABC$ là $p = \dfrac{AB+AC+BC}{2} = \dfrac{\sqrt{7}+2\sqrt{2}}{2}$.
Vậy $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p.(p-AB).(p-AC).(p-BC)} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z-\overline{z}|$ và $|(z+2)(\overline{z}+2i)| = |z-2i|^2$?

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Ⓐ Gọi $z = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.
Ta có $|z^2| = |z-\overline{z}| \Leftrightarrow a^2+b^2 = 2|b|$. (*)
Mặt khác $|(z+2)(\overline{z}+2i)| = |z-2i|^2 \Leftrightarrow |z+2|.|\overline{z}+2i| = |z-2i|^2$
$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow |z+2|.|\overline{z-2i}| = |z-2i|^2\\ &\Leftrightarrow |z+2|.|z-2i| = |z-2i|^2\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z-2i| = 0\\ |z+2| = |z-2i|.\end{array}\right.\end{aligned}$$
Với $|z-2i| = 0 \Leftrightarrow z = 2i$, ta có $a = 0$, $b = 2$ (thoả mãn $(*)$).
Với $|z+2| = |z-2i|$, ta có $(a+2)^2+b^2 = a^2+(b-2)^2 \Leftrightarrow a = -b$, thay vào (*) ta được:
$$b^2+b^2 = 2|b| \Leftrightarrow b^2 = |b| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b=0\\ b=1\\ b=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}z=0\\ z=-1+i\\ z=1-i.\end{array}\right.$$
Vậy có tất cả 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là

Ⓐ $2x-z=0$. Ⓑ $2x+z=0$. Ⓒ $x-z=0$. Ⓓ $x+z=0$.

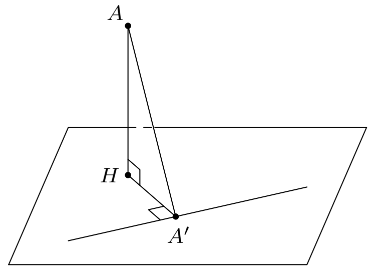
Ⓐ

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên (P) và A' là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy

$$\Rightarrow A'(0;1;0).$$

Khi đó khoảng cách từ A đến (P) là đoạn thẳng $AH \leq AA'$.
Độ dài đoạn thẳng AH dài nhất khi H và A' trùng nhau.
Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ làm véctơ pháp tuyến.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P): $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ là

$$2(x-0)+0(y-1)+(-1)(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x-z=0.$$



Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 10$	$\nearrow$	$\ln 42$	$\searrow$	$\ln 37$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(38;39)$. Ⓑ $(25;26)$. Ⓒ $(28;29)$. Ⓓ $(35;36)$.

D Ta có $g(x) = \ln f(x) \Rightarrow g'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy $g(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $f(x) = \mathrm{e}^{g(x)} > 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Phương trình $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow g'(x).f(x) = g'(x) \Leftrightarrow g'(x).\left[f(x)-1\right] = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3. \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là:

$$S = \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)|\,\mathrm{d}x = \left|\int_{x_1}^{x_2}\left(f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)}\right)\mathrm{d}x\right| + \left|\int_{x_2}^{x_3}\left(f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)}\right)\mathrm{d}x\right|$$

$$\overset{t=f(x)}{=} \left|\int_{10}^{42}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t\right| + \left|\int_{42}^{37}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t\right|$$

$$\approx 35,438 \in (35;36).$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ $6\sqrt{2}$. Ⓑ 14. Ⓒ 8. Ⓓ $9\sqrt{2}$.

A **<u>Cách 1</u>:**

Ta có $\mathrm{d}\big(I,(Oxy)\big) = 2$ nên mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(4;1;0)$ do $MN \subset (Oxy)$.

Gọi $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$ ta có $\overrightarrow{AM} = (m-4;-1;0)$ và $\overrightarrow{AN} = (-4;n-1;0)$.

Do $A \in MN$ nên $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases} m-4 = -4k \\ -1 = k(n-1) \end{cases} \Rightarrow (m-4)(n-1) = 4 \Leftrightarrow m = \dfrac{4n}{n-1}$, $n-1 \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn OI: $4x + y + 2z - \dfrac{21}{2} = 0$.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn OM: $x = \dfrac{m}{2}\cdot$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn ON: $y = \dfrac{n}{2}\cdot$

Do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là $J\left(\dfrac{m}{2};\dfrac{n}{2};\dfrac{-n^2+6n-21}{4n-4}\right)$.

Theo giả thuyết cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}$ nên $OJ = \dfrac{7}{2}$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow OJ^2 = \frac{49}{4}\\
&\Leftrightarrow \frac{4n^2}{(n-1)^2} + \frac{n^2}{4} + \frac{\left(n^2-6n+21\right)^2}{16(n-1)^2} = \frac{49}{4}\\
&\Leftrightarrow n^4 - 4n^3 - 10n^2 + 28n + 49 = 0\\
&\Leftrightarrow n = 1 \pm 2\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

Vì $n > 0$ nên chọn $n = 1 + 2\sqrt{2}$, suy ra $m = 4 + \sqrt{2}$.

Khi đó $AM.AN = 6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Dễ thấy mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(1;4;0)$ do $MN \subset (Oxy)$.

Gọi $M(m;0;0)$; $N(0;n;0)$ ta có $\overrightarrow{AM} = (m-4;-1;0)$ và $\overrightarrow{AN} = (-4;n-1;0)$.

Do $A \in MN$ nên $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases} m-4=-4k\\ -1 = k(n-1)\end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{n} + \dfrac{4}{m} = 1.$

Gọi J là trung điểm $MN \Rightarrow J\left(\dfrac{m}{2};\dfrac{n}{2};0\right)$ và $I(4;1;2)$ thuộc đường thẳng Δ vuông góc với (Oxy) tại điểm J. Phương trình Δ là $\begin{cases} x = \dfrac{m}{2}\\ y = \dfrac{n}{2}\\ z = t.\end{cases}$

Suy ra tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là điểm $K\left(\dfrac{m}{2};\dfrac{n}{2};t\right)$.

Theo giả thiết ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{1}{n}+\dfrac{4}{m}=1\\ OK = \dfrac{7}{2}\\ IK = \dfrac{7}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{n}+\dfrac{4}{m}=1\\ \dfrac{m^2}{4}+\dfrac{n^2}{4}+t^2 = \dfrac{49}{4}\\ \left(\dfrac{m}{2}-4\right)^2 + \left(\dfrac{n}{2}-1\right)^2 + (t-2)^2 = \dfrac{49}{4}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{4n}{n-1}\\ 4m+n+4t-21=0\\ \dfrac{m^2}{4}+\dfrac{n^2}{4}+t^2=\dfrac{49}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{4n}{b-1}\\ t = \dfrac{n^2-6n+21}{4(n-1)}\\ \dfrac{m^2}{4}+\dfrac{n^2}{4}+t^2=\dfrac{49}{4}\cdot\end{cases}$$

Suy ra $\dfrac{n^2}{4} + \dfrac{4n^2}{(n-1)^2} + \dfrac{\left(n^2-6n+21\right)^2}{16(n-1)^2} = \dfrac{49}{4}$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 64\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^2 + \left(n-5+\frac{16}{n-1}\right)^2 = 196$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 64 + \frac{128}{n-1} + \frac{64}{(n-1)^2} + (n-5)^2 + 32(n-5).\frac{1}{n-1} + \frac{256}{(n-1)^2} = 196$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 - 10n + 25 + \frac{320}{(n-1)^2} + 32(n-5+4).\frac{1}{n-1} = 132 \Leftrightarrow (n-1)^2 + \frac{64}{(n-1)^2} = 16$$

$$\Leftrightarrow \left[(n-1)^2 - 8\right]^2 = 0 \Leftrightarrow (n-1)^2 = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 1 - 2\sqrt{2} \\ n = 1 + 2\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Với $n = 1 - 2\sqrt{2}$ ta được $m = 4 - \sqrt{2} \Rightarrow AM.AN = 6\sqrt{2}$.

Với $n = 1 + 2\sqrt{2}$ ta được $m = 4 + \sqrt{2} \Rightarrow AM.AN = 6\sqrt{2}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + 2ax^2 + 8x|$ có đúng ba điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 6. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

Ⓓ Xét hàm số $f(x) = x^4 + 2ax^2 + 8x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 + 4ax + 8$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4ax + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -x^2 - \dfrac{2}{x}$.

(do $x = 0$ không thỏa mãn $f'(x) = 0$ nên $x \neq 0$).

Xét hàm số $g(x) = -x^2 - \dfrac{2}{x}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có $g'(x) = -2x + \dfrac{2}{x^2}$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	||	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗		$+\infty$ || $-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

Dễ thấy phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm đơn $x = 0$ nên

yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ phương trình $a = g(x)$ có một nghiệm đơn duy nhất

$\Leftrightarrow a \geq -3$.

Do a nguyên âm nên $a \in \{-3; -2; -1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 3

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 103

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Ⓐ $y = x^3 - 3x$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x$. Ⓒ $y = x^2 - 2x$. Ⓓ $y = -x^2 + 2x$.

Ⓑ Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy:

- Đây là hàm số dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a \neq 0)$.
- Có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ suy ra $a < 0$.

Vậy hàm số thỏa mãn là $y = -x^3 + 3x$.

Câu 2. Nếu $\displaystyle\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\displaystyle\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 5. Ⓒ 9. Ⓓ 6.

Ⓐ Ta có $\displaystyle\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^3 2\mathrm{d}x = \frac{1}{3} \cdot 6 + 6 = 8$.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2 - i)(1 + i)$ bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ -1. Ⓓ -3.

Ⓑ Ta có $z = (2 - i)(1 + i) = 3 + i$. Vậy phần ảo của số phức z là 1.

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

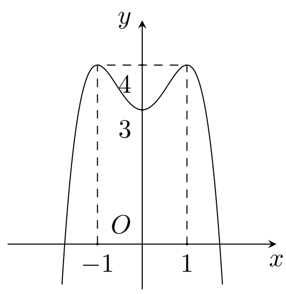
Ⓐ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$. Ⓑ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x+1} + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{x+1} + C$. Ⓓ $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Ⓓ Ta có $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ -1. Ⓓ 3.



Ⓓ Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực tiểu bằng 3.

Câu 6. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a < c < b$. Ⓑ $a < b < c$. Ⓒ $b < a < c$. Ⓓ $c < a < b$.

Ⓒ Ta có $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}$, $c = 3^{\sqrt{6}}$ và $\begin{cases} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} \\ 3 > 1 \end{cases} \Rightarrow b < a < c$.

Câu 7. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -7. Ⓑ -3. Ⓒ 4. Ⓓ 7.

Ⓑ Ta có $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 2 - 5 = -3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Ⓓ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

Ⓐ 120. Ⓑ 5. Ⓒ 3125. Ⓓ 1.

Ⓐ Số các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là $5! = 120$.

Câu 10. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ $\frac{2}{3}a^3$.

Ⓒ Thể tích của khối nón đã cho bằng $V = \dfrac{1}{3} \cdot 3a^2.2a = 2a^3$.

Câu 11. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Ⓑ

$$2^{x^2+1} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

Ⓐ $1 - \log a$. Ⓑ $2 + \log a$. Ⓒ $2 - \log a$. Ⓓ $1 + \log a$.

Ⓑ Ta có $\log(100a) = \log(100) + \log a = 2 + \log a$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 11. Ⓑ 10. Ⓒ 15. Ⓓ 30.

Ⓑ Ta có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot S.h = \dfrac{1}{3} \cdot 6.5 = 10$.

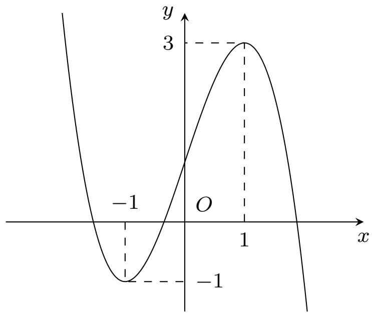
Câu 14. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Ⓐ $f_2(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$. Ⓑ $f_1(x) = -\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Ⓒ $f_4(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$. Ⓓ $f_3(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

(D) Ta có $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$ suy ra $F(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ



(A) $(1; -1)$. (B) $(3; 1)$. (C) $(1; 3)$. (D) $(-1; -1)$.

(D) Dựa vào đồ thị, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(-1; -1)$.

Câu 16. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$?

(A) $z_2 = 3 + 4i$. (B) $z_1 = 5 - 4i$. (C) $z_3 = 1 - 5i$. (D) $z_4 = 1 + 4i$.

(B) Số phức có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$ là $z_1 = 5 - 4i$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n $(n \geq 2)$ bằng

(A) 3.2^{n-1}. (B) 3.2^{n+2}. (C) 3.2^{n}. (D) 3.2^{n+1}.

(A) Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$ có số hạng tổng quát $u_n = 3.2^{n-1}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-4; 2; -6)$. (B) $(4; -2; 6)$. (C) $(2; -1; 3)$. (D) $(-2; 1; -3)$.

(C) Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm là $(2; -1; 3)$.

Câu 19. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$. (B) 3. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

(D) Gọi diện tích đáy và chiều cao tương ứng của khối chóp và khối lăng trụ là B và h.

Ta có $\begin{cases} V_1 = \frac{1}{3}Bh \\ V_2 = Bh \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $Q(2; 1; 1)$. (B) $M(1; 2; 3)$. (C) $P(2; 1; -1)$. (D) $N(1; -2; 3)$.

(C) Đường thẳng d đi qua điểm $P(2; 1; -1)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

(A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x + y = 0$.

(A) Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$.

Câu 22. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $OM \leq R$. (B) $OM > R$. (C) $OM = R$. (D) $OM < R$.

(B) Khẳng định đúng là $OM > R$.

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

(A) $(2; -7)$. (B) $(2; 7)$. (C) $(7; 2)$. (D) $(-2; -7)$.

(B) Điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là $(2; 7)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = 0$ là

(A) $x = \dfrac{3}{4}$. (B) $x = 1$. (C) $x = \dfrac{1}{2}$. (D) $x = \dfrac{2}{3}$.

(B) Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{2}$.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là

(A) $(2; +\infty)$. (B) $(-\infty; +\infty)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-\infty; 1)$.

(C) Hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

(A) $x = -1$. (B) $y = -1$. (C) $y = -2$. (D) $x = -2$.

(D) Ta thấy: $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

(A) $(-2; -6; 3)$. (B) $(-4; -8; 4)$. (C) $(-2; -10; -3)$. (D) $(-2; -10; 3)$.

(D) Ta có: $\vec{u} = (1; -4; 0)$; $3\vec{v} = (-3; -6; 3)$.

Suy ra $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

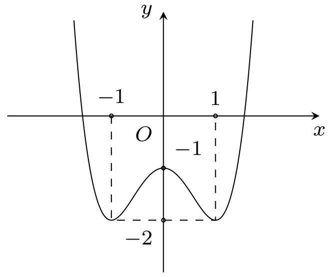
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; 3)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-1; 0)$. (D) $(-\infty; -1)$.

(C) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

Ⓐ 1. Ⓑ 6. Ⓒ 7. Ⓓ 5.



Ⓒ Số nghiệm phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Suy ra phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1. \end{array}\right.$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.
Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x} + C$.

Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Ⓒ Ta có $\displaystyle\int \left(1 + \mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Câu 31. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

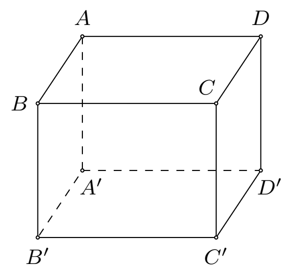
Ⓐ 6. Ⓑ $8i$. Ⓒ $-8i$. Ⓓ -6.

Ⓓ Theo định lý Viét ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1.z_2 = 5. \end{cases}$

Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 4 - 10 = -6$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

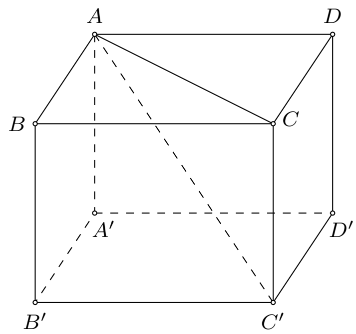
Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $\frac{\sqrt{6}}{3}$. Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Ⓐ

Gọi độ dài cạnh hình lập phương là $a > 0$.
Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = a\sqrt{3}$.
Do $CC' \perp (ABCD)$ nên $\widehat{\left(AC'; (ABCD)\right)} = \widehat{(AC'; AC)} = \widehat{CAC'}$.
Trong $\triangle ACC'$ vuông tại C ta có

$$\sin\widehat{CAC'} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2x + 3 = 0$ là

Ⓐ $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$.

Ⓑ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

Ⓒ $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$.

Ⓓ $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Ⓓ Bán kính mặt cầu là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng đã cho nên
$$R=\frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}}=\frac{6}{3}=2.$$
Vậy phương trình của mặt cầu là $4(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

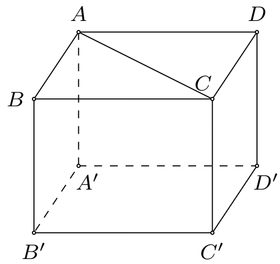
Câu 34. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\frac{1}{b^3}$ bằng

Ⓐ $3\log_a b$. Ⓑ $\log_a b$. Ⓒ $-3\log_a b$. Ⓓ $\frac{1}{3}\log_a b$.

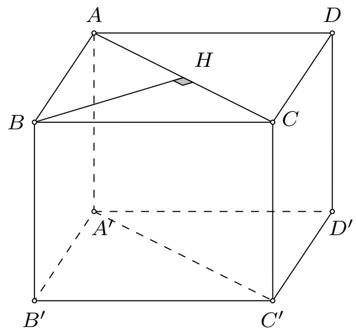
Ⓐ Ta có $\log_{\frac{1}{a}}\frac{1}{b^3}=-\log_a b^{-3}=3\log_a b$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

Ⓐ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. Ⓑ $\frac{3}{2}$. Ⓒ $3\sqrt{2}$. Ⓓ 3.



Ⓐ
Gọi H là trung điểm của AC.
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BH\perp(ACC'A')$.
Suy ra $\mathrm{d}\big(B;(ACC'A')\big)=BH=\frac{1}{2}AC$.
Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh 3 nên $AC=3\sqrt{2}$.
Vậy $\mathrm{d}\big(B;(ACC'A')\big)=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.



Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;+\infty)$. Ⓑ $(1;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;-1)$. Ⓓ $(-\infty;1)$.

Ⓒ Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t.\end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t.\end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t.\end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t.\end{cases}$

Ⓑ Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Do d vuông góc với (P) nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\frac{11}{21}$. Ⓑ $\frac{8}{21}$. Ⓒ $\frac{13}{21}$. Ⓓ $\frac{10}{21}$.

Ⓐ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 21$.

Gọi A là biến cố: "chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục". Khi đó $A = \{34; 35; 36; 37; 38; 39; 45; 46; 47; 48; 49\} \Rightarrow n(A) = 11$.

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{21}$.

Câu 39. Biết $F(x)$; $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + a(a > 0).$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$; $y = G(x)$; $x = 0$; $x = 4$. Khi $S = 8$ thì a bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 4. Ⓒ 12. Ⓓ 2.

Ⓓ Đặt $F(x) = G(x) + c$.

Từ giả thiết suy ra $S = \displaystyle\int_0^4 |F(x) - G(x)|\, dx = 8 \Rightarrow |F(x) - G(x)| = 2$ hay $|c| = 2$.

Ta có $\displaystyle\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + a \Leftrightarrow F(4) - F(0) = F(4) - G(0) + a \Leftrightarrow -G(0) - c = -G(0) + a \Leftrightarrow$ $a = -c \Rightarrow a = \pm 2$.

Mà $a > 0 \Rightarrow a = 2$

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a + 4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

Ⓐ -17. Ⓑ -16. Ⓒ -1. Ⓓ 3.

Ⓐ Từ giả thiết ta có $f'(1) = 0 \Rightarrow 4a + 4(a + 4) = 0 \Leftrightarrow a = -2$ và $f(x) = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

Ta có $f(0) = -1,\ f(1) = 1,\ f(2) = -17$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2) = -17$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(4^b - 1\right)\left(a.3^b - 10\right) < 0$?

Ⓐ 182. Ⓑ 179. Ⓒ 180. Ⓓ 181.

Ⓓ Theo đề bài $a \in \mathbb{Z}$; $a \geq 1$ và $b \in \mathbb{Z}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} 4^b - 1 < 0 \\ a3^b - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ b > \log_3 \dfrac{10}{a}. \end{cases}$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{-2; -1\}$.

Do đó $-2 > \log_3 \dfrac{10}{a} \geq -3 \Leftrightarrow 270 \geq a > 90$ nên $a \in \{91; 92; ...; 270\} \cdot$ Suy ra có 180 giá trị của a thoả mãn trường hợp 1.

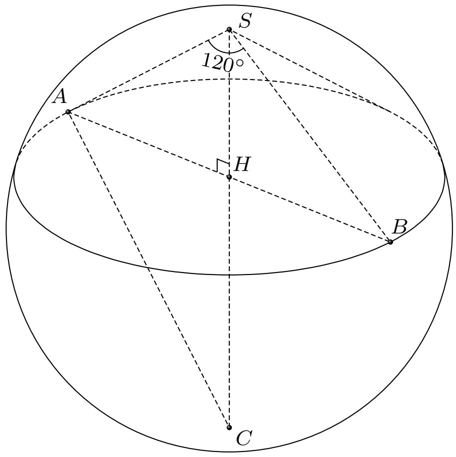
Trường hợp 2: $\begin{cases} 4^b - 1 > 0 \\ a3^b - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b < \log_3 \dfrac{10}{a}. \end{cases}$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{1; 2\}$.
Do đó $3 \geq \log_3 \dfrac{10}{a} > 2 \Leftrightarrow \dfrac{10}{9} > a \geq \dfrac{10}{27}$ nên $a = 1$.
Suy ra có 1 giá trị của a thoả mãn trường hợp 2.
Vậy có $180 + 1 = 181$ giá trị của a thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ 144π. Ⓑ 108π. Ⓒ 48π. Ⓓ 96π.

Ⓐ
Gọi H là tâm đáy, AB là đường kính của đáy hình nón và SC là đường kính của mặt cầu (S). Khi đó $SH = 3$ và $\widehat{ASC} = 60^\circ$.
$SA = \dfrac{SH}{\cos 60^\circ} = 6$ (đvđd).
$SA^2 = SH.SC \Leftrightarrow 6^2 = 3.SC \Leftrightarrow SC = 12$.
Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 6$ nên diện tích của (S) là $S = 4\pi.6^2 = 144\pi$ (đvdt).



Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	$\ln 30$ ↗	$\ln 35$ ↘	$\ln 3$ ↗	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(33; 35)$. Ⓑ $(37; 40)$. Ⓒ $(29; 32)$. Ⓓ $(24; 26)$.

Ⓐ Từ bảng biến thiên hàm số $g(x) = \ln f(x)$ ta có $\ln f(x) \geq \ln 3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) \geq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.
Ta có $g'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.
Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị là $A\big(x_1; \ln 30\big)$, $B\big(x_2; \ln 35\big)$, $C\big(x_3; \ln 3\big)$ nên $f'\big(x_1\big) = f'\big(x_2\big) = f'\big(x_3\big) = 0$ và $f\big(x_1\big) = 30$, $f\big(x_2\big) = 35$, $f\big(x_3\big) = 3$.
Do $y = f'(x)$ là hàm số bậc 3 nên phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3.
Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $g'(x)$ ta có

$$f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 (\text{vô nghiệm}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3. \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là:

$$S = \int_{x_1}^{x_3} |g'(x) - f'(x)|\,\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_3} \left|\frac{f'(x)}{f(x)} - f'(x)\right| \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_3} \left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)} - 1\right)\right| \mathrm{d}x$$
$$= \int_{x_1}^{x_2} \left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)} - 1\right)\right| \mathrm{d}x + \int_{x_2}^{x_3} \left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)} - 1\right)\right| \mathrm{d}x.$$

+ Tính $I_1 = \displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)} - 1\right)\right| \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} f'(x).\left(1 - \frac{1}{f(x)}\right) \mathrm{d}x$ (do $f'(x) \geq 0, \forall x \in \big(x_1; x_2\big)$)
Đặt $t = f(x) \Rightarrow \mathrm{d}t = f'(x)\mathrm{d}x$.

Đổi cận:
$x = x_1 \Rightarrow t = f\left(x_1\right) = 30$.
$x = x_2 \Rightarrow t = f\left(x_2\right) = 35$.
Suy ra $I_1 = \displaystyle\int_{30}^{35} \left(1 - \frac{1}{t}\right) \mathrm{d}t = \left(t - \ln|t|\right)\Big|_{30}^{35} = 35 - \ln 35 - 30 + \ln 30 = 5 + \ln \frac{6}{7}$.
$+$ Tính $I_2 = \displaystyle\int_{x_2}^{x_3} \left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)} - 1\right)\right| \mathrm{d}x = -\int_{x_2}^{x_3} f'(x).\left(1 - \frac{1}{f(x)}\right) \mathrm{d}x$ (do $f'(x) \le 0$).
Đặt $t = f(x) \Rightarrow \mathrm{d}t = f'(x)\mathrm{d}x$.
Đổi cận:
$x = x_2 \Rightarrow t = f\left(x_2\right) = 35$.
$x = x_3 \Rightarrow t = f\left(x_3\right) = 3$.
Suy ra $I_2 = -\displaystyle\int_{35}^{3} \left(1 - \frac{1}{t}\right) \mathrm{d}t = -\left(t - \ln|t|\right)\Big|_{35}^{3} = -(3 - \ln 3 - 35 + \ln 35) = 32 - \ln \frac{35}{3}$.
Vậy $S = 5 + \ln \dfrac{6}{7} + \left(32 - \ln \dfrac{35}{3}\right) = 37 + \ln \dfrac{18}{245} \approx 34,39 \in (33; 35)$.

Câu 44. Xét tất cả số thực x, y sao cho $27^{5-y^2} \ge a^{6x - \log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y$ bằng

Ⓐ -15. Ⓑ 25. Ⓒ -5. Ⓓ -20.

Ⓐ Giả sử x, y thỏa $27^{5-y^2} \ge a^{6x - \log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a.
Ta có $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 8y - P = 0$.
Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn tâm $I(2; -4)$ và bán kính
$$R_1 = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + P} = \sqrt{20 + P}$$
Mặt khác, $27^{5-y^2} \ge a^{6x - \log_3 a^3} \Leftrightarrow \left(5 - y^2\right).3 \ge \left(6x - \log_3 a^3\right) \log_3 a$.
Suy ra, $27^{5-y^2} \ge a^{6x - \log_3 a^3} \Leftrightarrow \left(5 - y^2\right).3 \ge \left(6x - 3\log_3 a\right) \log_3 a$.
Đặt $t = \log_3 a, t \in \mathbb{R}$.
Suy ra $\left(5 - y^2\right).3 \ge (6x - 3t)t \Leftrightarrow -3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \le 0$.
Theo đề bài ta có $27^{5-y^2} \ge a^{6x - \log_3 a^3}$ đúng với mọi số thực dương a nên $-3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \le 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.
Do đó $\begin{cases} -3 < 0 \\ (3x)^2 + 3\left(-15 + 3y^2\right) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9x^2 + 9y^2 - 45 \le 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \le 5$.
Suy ra tập hợp các điểm $M(x; y)$ là hình tròn tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.
Vậy để tồn tại cặp $(x; y)$ thì đường tròn $\left(I; R_1\right)$ và hình tròn $\left(O; \sqrt{5}\right)$ phải có điểm chung.
Do đó $IO \le R_1 + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2^2 + (-4)^2} \le \sqrt{20 + P} + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5} \le \sqrt{20 + P} \Leftrightarrow P \ge -15$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -15.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $\left(z_1 + z_2\right) z_3 = 3z_1 z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{5\sqrt{7}}{8}$. Ⓑ $\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$. Ⓒ $\dfrac{5\sqrt{7}}{24}$. Ⓓ $\dfrac{5\sqrt{7}}{32}$.

Ⓑ Không mất tính tổng quát, giả sử $z_3 = 2$.
Khi đó $\left(z_1 + z_2\right) z_3 = 3z_1 z_2$ trở thành $2\left(z_1 + z_2\right) = 3z_1 z_2$ suy ra $\dfrac{1}{z_1} + \dfrac{1}{z_2} = \dfrac{3}{2}$.
Đặt $\dfrac{1}{z_1} = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \dfrac{1}{z_2} = \left(\dfrac{3}{2} - x\right) - yi$.
Ta có $z_3 = 2$ và $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ nên $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{1}{z_1}\right| = \left|\dfrac{1}{z_2}\right| = 1$.

Suy ra $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ \left(\frac{3}{2}-x\right)^2+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ \left[\begin{array}{l} y=\frac{\sqrt{7}}{4} \\ y=-\frac{\sqrt{7}}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}-x=\frac{3}{4} \\ \left[\begin{array}{l} -y=-\frac{\sqrt{7}}{4} \\ -y=+\frac{\sqrt{7}}{4} \end{array}\right. \end{cases}.$

Do đó $z_1=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i; z_1=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$.

Nên tọa độ các điểm là $A\left(\frac{3}{4};\frac{\sqrt{7}}{4}\right); B\left(\frac{3}{4};-\frac{\sqrt{7}}{4}\right); C(2;0)$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.\mathrm{d}(C;AB)=\frac{1}{2}\cdot 2.\frac{\sqrt{7}}{4}\cdot\left(2-\frac{3}{4}\right)=\frac{5\sqrt{7}}{16}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

Ⓐ $2y-z=0$. Ⓑ $2y+z=0$. Ⓒ $y-z=0$. Ⓓ $y+z=0$.

Ⓓ Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;2)$ lên trục Ox là $M(1;0;0)$.
Khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất nên mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$ nên $0.(x-1)+2(y-0)+2(z-0)=0\Leftrightarrow y+z=0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2|=|z-\bar{z}|$ và $|(z-2)(\bar{z}-2i)|=|z+2i|^2$?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Ⓓ
$$\begin{aligned} |(z-2)(\bar{z}-2i)|=|z+2i|^2 &\Leftrightarrow |z-2||\bar{z}-2i|=|z+2i||\bar{z}-2i| \\ &\Leftrightarrow |\bar{z}-2i|.(|z-2|-|z+2i|) \end{aligned}.$$

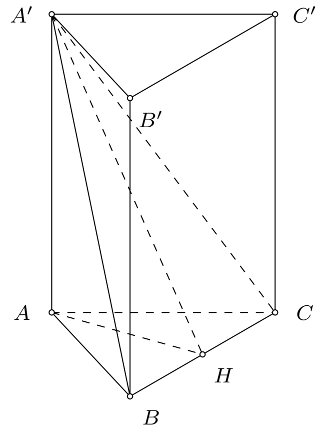
Trường hợp 1: $|\bar{z}-2i|=0\Leftrightarrow\bar{z}=2i\Leftrightarrow z=-2i$.
Trường hợp 2: $|z-2|-|z+2i|=0\Leftrightarrow|z-2|=|z+2i|=0$.
Đặt $z=x+yi$ ta có $z-2=x-2+yi$ và $z+2i=x+(y+2)i$.
Khi đó: $|z-2|=|z+2i|\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2=x^2+(y+2)^2$
$$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2=x^2+y^2+4y+4$$
$$\Leftrightarrow -4x=4y\Leftrightarrow x=-y$$
Lại có: $|z^2|=|z-\bar{z}|\Leftrightarrow x^2+y^2=2|y|\Leftrightarrow 2y^2=2|y|\Leftrightarrow 2|y|.(|y|-1)=0$.
$\Leftrightarrow y=0$ hoặc $y=\pm1$
Do đó ta có các số $z\in\{0;1-i;-1+i;-2i\}$ thỏa mãn.
Vậy có 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA'=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $24a^3$. Ⓑ $\frac{8}{3}a^3$. Ⓒ $8a^3$. Ⓓ $\frac{8}{9}a^3$.

Ⓐ

Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp BC$.
$AH \perp BC$ và $AA' \perp BC$ suy ra $BC \perp \left(AA'H\right) \Rightarrow A'H \perp BC$.
Suy ra góc giữa $\left(A'BC\right)$ và (ABC) là $\widehat{A'HA} \Rightarrow \widehat{A'HA} = 30°$.
$\Delta A'AH$ vuông tại A có
$\tan \widehat{A'HA} = \dfrac{AA'}{AH} \Rightarrow \tan 30° = \dfrac{2a}{AH} \Leftrightarrow AH = \dfrac{2a}{\tan 30°} = 2a\sqrt{3}$.
ΔABC vuông cân tại A nên $BC = 2AH = 4a\sqrt{3}$.
$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AH.BC = \dfrac{1}{2}2a\sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3} = 12a^2$.
Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $24a^3$.



Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + ax^2 - 8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 11. Ⓓ 10.

Ⓑ Xét $g(x) = x^4 + ax^2 - 8x$.
$g'(x) = 4x^3 + 2ax - 8$.
Xét $g'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 2ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \dfrac{2x^3 - 4}{x} = 2x^2 - \dfrac{4}{x} = h(x)$ (do $x = 0$ không là nghiệm).

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 + ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \dfrac{x^3 - 8}{x} = x^2 - \dfrac{8}{x} = k(x). \end{array}\right.$$

$h'(x) = 4x + \dfrac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
$k'(x) = 2x + \dfrac{8}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-4}$.

x	$-\infty$		$\sqrt[3]{-4}$		-1		0		$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(-\sqrt[3]{-4})$	↘	6	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘	$k(-\sqrt[3]{-4})$	↗	9	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

Để hàm số $y = |g(x)|$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow -a \leq 6 \Leftrightarrow a \geq -6$.
Mà a là số nguyên âm nên $a \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ $12\sqrt{3}$. Ⓑ 18. Ⓒ $28\sqrt{3}$. Ⓓ 39.

Ⓐ Do $I(9;3;1)$ nên $\mathrm{d}\left(I, (Oxz)\right) = 3 = R$.
Suy ra (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz).

Gọi $M(a;0;0) \in Ox$, $N(0;0;b) \in Oz$. Đường MN tiếp xúc với (S) tại A nên A là hình chiếu của I lên (Oxz). Suy ra $A(9;0;1)$.

Gọi K là trung điểm MN. Khi đó, $K\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{b}{2}\right)$.

Gọi H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$. Theo giả thuyết, ta suy ra $OH = \frac{13}{2}$.

Suy ra $HK \perp MN$.

Gọi T là trung điểm, ta có $OM \Rightarrow \left.\begin{matrix} OM \perp KT \\ OM \perp HT \end{matrix}\right\} \Rightarrow OM \perp (KHT) \Rightarrow OM \perp HK \Rightarrow HK \perp (OMN)$.

Mà $IA \perp (OMN)$ nên $HK//IA$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = (0;3;0)$, $\overrightarrow{KH} = \left(x_H - \dfrac{a}{2}; y_H - 0; z_H - \dfrac{b}{2}\right)$.

Do $\overrightarrow{AI}$ cùng phương $\overrightarrow{KH}$ nên $\begin{cases} x_H = \dfrac{a}{2} \\ y_H = c (c \neq 0) \\ z_H = \dfrac{b}{2}. \end{cases}$

Suy ra $H\left(\dfrac{a}{2};c;\dfrac{b}{2}\right)$.

Từ $OH = \dfrac{13}{2}$ suy ra $\dfrac{a^2}{4} + c^2 + \dfrac{b^2}{4} = \dfrac{169}{4}$ (1)

Mặt khác, $HI = OH = \dfrac{13}{2} \Rightarrow \left(\dfrac{a}{2} - 9\right)^2 + (c-3)^2 + \left(\dfrac{b}{2} - 1\right)^2 = \dfrac{169}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{a^2}{4} + c^2 + \dfrac{b^2}{4} = \left(\dfrac{a}{2} - 9\right)^2 + (c-3)^2 + \left(\dfrac{b}{2} - 1\right)^2$. Do đó, $9a + b + 6c = 91$ (3)

Mặt khác, $AM = (a-9;0;-1)$, $AN = (-9;0;b-1)$.

A, M, N thẳng hàng $\Rightarrow \dfrac{a-9}{-9} = \dfrac{-1}{b-1} \Leftrightarrow (a-2)(b-1) = 9$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow ab - a - 9b + 9 = 9 \\ &\Leftrightarrow ab - a - 9b = 0 \\ &\Leftrightarrow a(b-1) = ab \\ &\Leftrightarrow a = \dfrac{9b}{b-1} \end{aligned}$$

Từ (3) suy ra $9 \cdot \dfrac{9b}{b-1} + b + 6c = 91 \dfrac{81b}{b-1} + b + 6c$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \dfrac{b^2 + 80b}{b-1} + 6c = 91 \\ &\Leftrightarrow 6c = 91 - \dfrac{b^2 + 80b}{b-1} = \dfrac{-b^2 + 11b - 91}{b-1} \\ &\Leftrightarrow c = \dfrac{-b^2 + 11b - 91}{6(b-1)} \end{aligned}$$

Ta có $a^2+4c^2+b^2=169$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{9b}{b-1}\right)^2+4\left(\frac{-b^2+11b-91}{6(b-1)}\right)^2+b^2=169$$

$$\Leftrightarrow 9.81b^2+\left(b^4+121b^2+8281-22b^3+182b^2-2002b\right)+9b^2(b-1)^2=169.9.(b-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 729b^2+b^4+121b^2+8281-22b^3+182b^2-2002b+9b^4-18b^3+9b^2$$
$$=1521b^2-3042b+1521$$

$$\Leftrightarrow 10b^4-40b^3-480b^2+1040b+6760=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1+3\sqrt{3}\Rightarrow a=\dfrac{9\left(1+3\sqrt{3}\right)}{3\sqrt{3}}=9+\sqrt{3} \\ b=1-3\sqrt{3}\Rightarrow a=\dfrac{9\left(1-3\sqrt{3}\right)}{-3\sqrt{3}}=9-\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

- Trường hợp: $a=9+\sqrt{3}; b=1+3\sqrt{3}$. Khi đó, $\overrightarrow{AM}=\left(\sqrt{3};0;-1\right)\Rightarrow AM=2$.
  $\overrightarrow{AN}=\left(-9;0;3\sqrt{3}\right)\Rightarrow AN=\sqrt{108}$.
  Do đó, $AM.AN=2.\sqrt{108}=12\sqrt{3}$.
- Trường hợp 2: $a=9-\sqrt{3}; b=1-3\sqrt{3}$.
  Khi đó, $\overrightarrow{AM}=\left(-\sqrt{3};0;-1\right)\Rightarrow AM=2$.
  $\overrightarrow{AN}=\left(-9;0;-3\sqrt{3}\right)\Rightarrow AN=\sqrt{108}$.
  Do đó, $AM.AN=2.\sqrt{108}=12\sqrt{3}$.

LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 4
ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MÃ ĐỀ 104

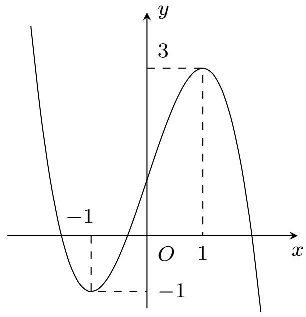
Câu 1. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$?

(A) $z_1 = 5 - 4i$. (B) $z_4 = 1 + 4i$. (C) $z_3 = 1 - 5i$. (D) $z_2 = 3 + 4i$.

(A) Số phức $w = 1 - 4i$ có phần ảo bằng -4.
Trong các số phức đã cho, số phức $z_1 = 5 - 4i$ cũng có phần ảo bằng -4.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

(A) $(1; 3)$. (B) $(3; 1)$. (C) $(-1; -1)$. (D) $(1; -1)$.



(C) Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$, ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-1; -1)$.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2 - i)(1 + i)$ bằng

(A) -3. (B) 1. (C) 3. (D) -1.

(B) Ta có $z = (2 - i)(1 + i) = 3 + i$.
Vậy phần ảo của số phức z bằng 1.

Câu 4. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\displaystyle\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) -3. (C) -7. (D) 4.

(B) Ta có $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 2 + (-5) = -3$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) 30. (B) 10. (C) 15. (D) 11.

(B) Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 5.6 = 10$.

Câu 6. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{3}{2}$. (C) 3. (D) $\frac{1}{3}$.

(D) Gọi đường cao, diện tích đáy lần lượt là h, B.
Khi đó áp dụng công thức thể tích khối chóp, khối lăng trụ ta được $V_1 = \frac{1}{3}B.h$ và $V_2 = B.h$.
Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}B.h}{B.h} = \frac{1}{3}$.

Câu 7. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(100a)$ bằng

(A) $2 - \log a$. (B) $2 + \log a$. (C) $1 - \log a$. (D) $1 + \log a$.

(B) Với $a > 0$, ta có

$$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a.$$

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Ⓐ $y = x^3 - 3x$. Ⓑ $y = x^2 - 2x$. Ⓒ $y = -x^3 + 3x$. Ⓓ $y = -x^2 + 2x$.

Ⓒ Dựa vào bảng biến thiên trên, ta nhận thấy đây là hàm số bậc ba có dạng $y = ax^3+bx^2+cx+d$ với $a \neq 0$.

Mà $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3 + bx^2 + cx + d\right) = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Do đó có duy nhất hàm số $y = -x^3 + 3x$ thoả mãn.

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Ⓑ Ta có $2^{x^2+1} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

Ⓐ $y = 0$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x + y = 0$. Ⓓ $z = 0$.

Ⓓ Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$.

Câu 11. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

Ⓐ $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Ⓑ $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. Ⓒ $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. Ⓓ $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Ⓒ Ta có $\displaystyle\int -\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \cot x + C$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(0; 3)$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(-1; 0)$.

Ⓓ Ta có đồ thị tăng trên khoảng $(-1; 0)$, nên đó là đáp án đúng.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

Ⓐ $P(2; 1; -1)$. Ⓑ $M(1; 2; 3)$. Ⓒ $Q(2; 1; 1)$. Ⓓ $N(1; -2; 3)$.

Ⓐ Thay tọa độ điểm $P(2; 1; -1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-1+1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{0}{3} = 0$ (thỏa mãn).

Thay tọa độ điểm $M(1; 2; 3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{1-2}{1} = \frac{2-1}{-2} = \frac{3+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{4}{3}$ (vô lí).

Thay tọa độ điểm $Q(2; 1; 1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{1+1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{2}{3}$ (vô lí).

Thay tọa độ điểm $N(1; -2; 3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{1-2}{1} = \frac{-2-1}{-2} = \frac{3+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{-3}{-2} = \frac{4}{3}$ (vô lí).
Vậy điểm $P(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng (d).

Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

Ⓐ $(2;-7)$. Ⓑ $(-2;-7)$. Ⓒ $(7;2)$. Ⓓ $(2;7)$.

Ⓓ Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là $(2;7)$.

Câu 15. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $OM < R$. Ⓑ $OM = R$. Ⓒ $OM > R$. Ⓓ $OM \leq R$.

Ⓒ M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R) \Leftrightarrow OM > R$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. Ⓑ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$.

Ⓒ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{x+1} + C$. Ⓓ $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x+1} + C$.

Ⓐ

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C.$$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;-4;0)$ và $\vec{v} = (-1;-2;1)$. Véc-tơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-2;-10;3)$. Ⓑ $(-2;-6;3)$. Ⓒ $(-4;-8;4)$. Ⓓ $(-2;-10;-3)$.

Ⓐ Ta có $3\vec{v} = (-3;-6;3)$.
Do đó $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2;-10;3)$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát $u_n (n \geq 2)$ bằng

Ⓐ 3.2^n. Ⓑ 3.2^{n+2}. Ⓒ 3.2^{n+1}. Ⓓ 3.2^{n-1}.

Ⓓ Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = 3.2^{n-1}$.

Câu 19. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a < b < c$. Ⓑ $a < c < b$. Ⓒ $c < a < b$. Ⓓ $b < a < c$.

Ⓓ Ta có $2 < \sqrt{5} < \sqrt{6}$ mà cơ số $3 > 1$ nên $3^2 < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$ hay $b < a < c$.

Câu 20. Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ $\frac{2}{3}a^3$.

Ⓒ Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3} \cdot 3a^2.2a = 2a^3$.

Câu 21. Nếu $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ 9. Ⓓ 8.

Ⓓ Ta có $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2\right] \mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^3 2\,\mathrm{d}x = 2 + 6 = 8$.

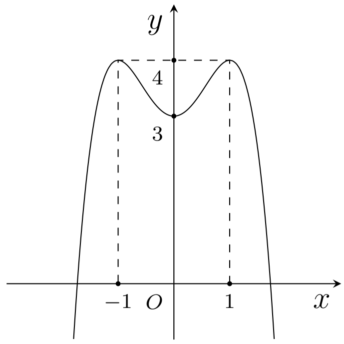
Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;1)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

Ⓓ Điều kiện $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D} = (1;+\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ -1. Ⓓ 1.



Ⓐ Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta dễ dàng thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = \dfrac{3}{4}$. Ⓒ $x = \dfrac{2}{3}$. Ⓓ $x = \dfrac{1}{2}$.

Ⓐ Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x > \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Vậy nghiệm phương trình đã cho là $x = 1$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

Ⓐ $y = -1$. Ⓑ $y = -2$. Ⓒ $x = -2$. Ⓓ $x = -1$.

Ⓒ Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x) = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x) = +\infty$, suy ra đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-2; 1; -3)$. Ⓑ $(-4; 2; -6)$. Ⓒ $(4; -2; 6)$. Ⓓ $(2; -1; 3)$.

Ⓓ Mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; 3)$.

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?

Ⓐ 3125. Ⓑ 1. Ⓒ 120. Ⓓ 5.

Ⓒ Số các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là hoán vị của 5 phần tử nên có $5! = 120$ (số).

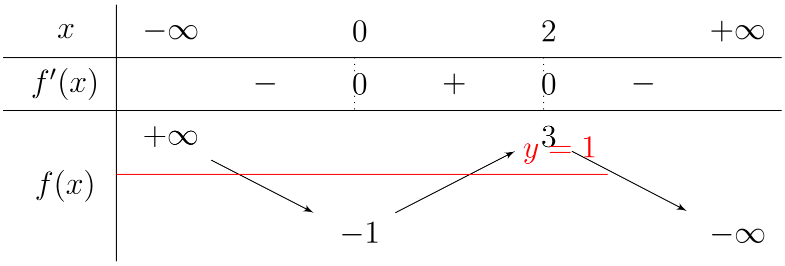
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

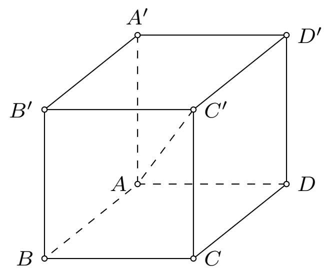
Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Ⓒ Ta vẽ đường thẳng $y = 1$.



Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 giao điểm.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Ⓐ

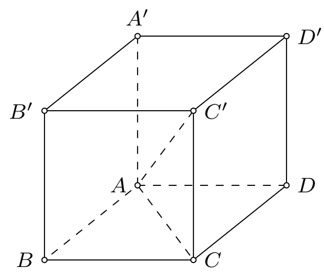
Hình chiếu của đường thẳng AC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AC suy ra $\left(CA', (ABCD)\right) = (CA, CA') = \widehat{CAC'}$.

Gọi cạnh hình lập phương bằng 1, suy ra $AC = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông CAC' vuông tại C ta có

$AC' = \sqrt{CC'^2 + AC'^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + 1} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\sin\left(CA', (ABCD)\right) = \sin \widehat{CAC'} = \dfrac{CC'}{AC'} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



Câu 30. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

Ⓐ $\dfrac{11}{21}$. Ⓑ $\dfrac{13}{21}$. Ⓒ $\dfrac{10}{21}$. Ⓓ $\dfrac{8}{21}$.

Ⓐ Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$, nên ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 50 - 30 + 1 = 21$.

Gọi A "Biến cố để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục".

Trường hợp 1: Chữ số hàng chục là 3, có 6 cách chọn số tự nhiên thỏa đề là $\{34, 35, 36, 37, 38, 39\}$.

Trường hợp 2: Chữ số hàng chục là 4, có 5 cách chọn số tự nhiên thỏa đề là $\{45, 46, 47, 48, 49\}$.

Suy ra $n(A) = 6 + 5 = 11$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{11}{21}$.

Câu 31. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \dfrac{1}{b^3}$ bằng

Ⓐ $\log_a b$. Ⓑ $-3\log_a b$. Ⓒ $\dfrac{1}{3}\log_a b$. Ⓓ $3\log_a b$.

Ⓓ Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \dfrac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3\log_a b$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x} + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + 2\mathrm{e}^{2x} + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \mathrm{e}^{2x} + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Ⓓ Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(1+\mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ $-8i$. Ⓒ $8i$. Ⓓ -6.

Ⓓ Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ nên ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -\dfrac{b}{a} = 2 \\ z_1.z_2 = \dfrac{c}{a} = 5. \end{cases}$

Ta có $z_1^2 + z_2^2 = \left(z_1 + z_2\right)^2 - 2z_1z_2 = 2^2 - 2.5 = -6$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $(-1; +\infty)$. Ⓓ $(1; +\infty)$.

Ⓐ Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$.
Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

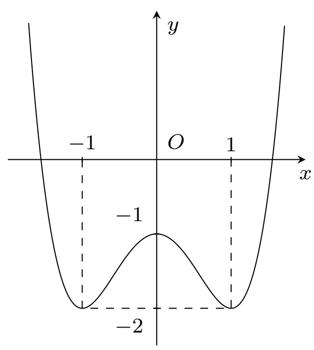
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là

Ⓐ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.
Ⓑ $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
Ⓒ $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
Ⓓ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Ⓓ Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính $R = \dfrac{|1 - 2.2 + 2.3 + 3|}{\sqrt{1+4+4}} = 2$.
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ 5. Ⓓ 1.



Ⓐ Ta có yêu cầu bài toán tương đương với $\left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1. \end{array}\right.$

Do $m \in [-2; 5]$ và m nguyên nên có 7 giá trị m cần tìm là -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

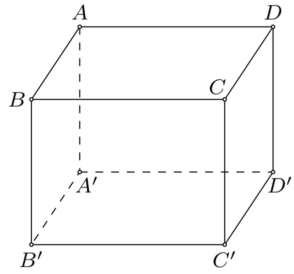
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Ⓒ Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2; -3; -1)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

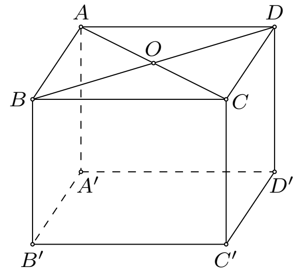
Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



Ⓐ 3. Ⓑ $3\sqrt{2}$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3}{2}$.

Ⓒ

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow BD \perp AC$ tại O.
Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AA' \perp (ABCD)$.
Suy ra $AA' \perp BD$.
Do đó, $BO \perp (ACC'A')$ tại O.
Suy ra $\mathrm{d}\big(B;(ACC'A')\big) = BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.



Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right)<0$?

Ⓐ 34. Ⓑ 32. Ⓒ 31. Ⓓ 33.

Ⓓ **Trường hợp** 1: $a=1 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(2^b-16\right)<0$.
Nếu $b \le 1$ hoặc $b \ge 4$ không thỏa mãn bất phương trình và $b \in \{2;3\}$ thỏa mãn.
Vậy $a=1$ thỏa mãn.
Trường hợp 2: $a=2 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(2.2^b-16\right)<0 \Leftrightarrow \left(3^b-3\right)\left(2^{b+1}-16\right)<0$.
Nếu $b \le 1$ hoặc $b \ge 3$ không thỏa mãn bất phương trình và $b=2$ thỏa mãn.
Vậy $a=2$ không thỏa mãn.
Trường hợp 3: $a=3 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(3.2^b-16\right)<0$.
Nếu $b \le 1$ hoặc $b \ge 3$ không thỏa mãn bất phương trình và $b=2$ thỏa mãn.
Vậy $a=3$ không thỏa mãn.
Trường hợp 4: $a>3$.
Ta cần tìm a để bất phương trình $\left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right)<0$ có 2 nghiệm b.
Nếu $b \ge 3 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right) \ge 24.(3.8-16)>0$ không thỏa mãn bất phương trình.
Nếu $b=2 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right) \ge 6(4.4-16) \ge 0$ không thỏa mãn bất phương trình.
Nếu $b=1$ không thỏa mãn.
Nếu $b<1 \Rightarrow \left(3^b-3\right)<0$. Bất phương trình tương đương $a.2^b-16>0$.
Hay $a>\dfrac{16}{2^b}$ có hai nghiệm b suy ra $33 \le a \le 64$.
Kết hợp lại suy ra có tất cả 33 số nguyên dương a thỏa mãn.

Cách 2:

Xét $\left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right)=0$. Do $a \in \mathbb{N}^*$ nên $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=\log_2 \dfrac{16}{a}. \end{array}\right.$

Trường hợp 1: $\log_2 \dfrac{16}{a}>1 \Leftrightarrow a<8$.

Bất phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên $b \Leftrightarrow 3<\log_2 \dfrac{16}{a} \le 4 \Leftrightarrow 1 \le a<2 \Rightarrow a=1$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $\log_2 \dfrac{16}{a}<1 \Leftrightarrow a>8$.

Bất phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên b khi và chỉ khi

$$-2 \le \log_2 \frac{16}{a} < -14 \Leftrightarrow 32 < a \le 64$$

Suy ra có 32 giá trị a.
Vậy có 33 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

Ⓐ -9. Ⓑ 4. Ⓒ 1. Ⓓ -8.

D Xét hàm $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4(a+3)x^3 - 4ax$.
Hàm số đạt GTLN tại $x = 2$ và liên tục trên đoạn $[0;3]$.
Do đó $f'(2) = 0 \Leftrightarrow 32(a+3) - 8a = 0 \Leftrightarrow a = -4$.
Với $a = -4$ ta có $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$ với $x \in [0;3]$.

$f'(x) = -4x^3 + 16x$ Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 2 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -2 \text{ (loại)}. \end{array}\right.$

Khi đó $f(0) = 1,\ f(2) = 17,\ f(3) = -8$.
Suy ra $\max\limits_{[0;3]} f(x) = f(2) = 17$ (thỏa mãn giả thiết).
Vậy $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(3) = -8$.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2) - G(0) + a$ $(a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 2$. Khi $S = 6$ thì a bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 6. Ⓒ 3. Ⓓ 8.

C Ta có $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có $\forall x \in \mathbb{R}$: $F(x) = G(x) + C$ (với C là hằng số).
Do đó $F(0) = G(0) + C \quad (1)$.

$$\begin{aligned} \text{Lại có} \quad & \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2) - F(0) \\ & \Leftrightarrow F(2) - G(0) + a = F(2) - F(0) \\ & \Leftrightarrow F(0) = G(0) - a \qquad (2). \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra $C = -a$.
Khi đó $F(x) = G(x) - a$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |F(x) - G(x)| = a$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 2$ là

$$S = \int_0^2 |F(x) - G(x)|\,\mathrm{d}x = \int_0^2 a.\mathrm{d}x = 2a = 6 \Rightarrow a = 3.$$

Câu 42. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $\left(z_1 + z_2\right)z_3 = 2z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

Ⓐ $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. Ⓑ $\dfrac{3}{8}$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}$.

A

- Từ giả thiết ta được $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_3| = 2$.

◇ Theo giả thiết $(z_1+z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Rightarrow |z_1+z_2|\,|z_3| = 2\,|z_1|\,|z_2| \Rightarrow |z_1+z_2| = 1$.

◇ Từ đẳng thức $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right) \Rightarrow |z_1-z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{3}$.

Theo giả thuyết

$$\begin{aligned}
&(z_1+z_2)z_3 = 2z_1z_2\\
\Leftrightarrow\ &(z_1-z_2)z_3 = 2(z_1-z_3)z_2\\
\Leftrightarrow\ &|z_1-z_2|\,|z_3| = 2\,|z_1-z_3|\,|z_2|\\
\Rightarrow\ &|z_1-z_3| = \sqrt{3}\\
\Rightarrow\ &AC = \sqrt{3}.
\end{aligned}$$

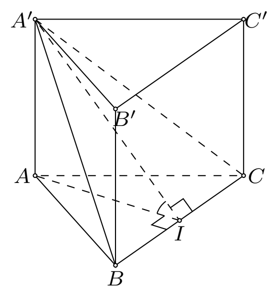
$$\begin{aligned}
&(z_1+z_2)z_3 = 2z_1z_2\\
\Leftrightarrow\ &(z_3-z_2)z_1 = (z_1-z_3)z_2\\
\Leftrightarrow\ &|z_3-z_2|\,|z_1| = |z_1-z_3|\,|z_2|\\
\Leftrightarrow\ &|z_3-z_2| = \sqrt{3}\\
\Leftrightarrow\ &AC = \sqrt{3}.
\end{aligned}$$

Suy ra tam giác ABC đều cạnh $\sqrt{3}$. Suy ra $S_{\Delta ABC} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{8}{9}a^3$. Ⓑ $8a^3$. Ⓒ $\dfrac{8}{3}a^3$. Ⓓ $24a^3$.

🔑 Ⓒ



Gọi I là trung điểm của BC.

Ta có ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$ và $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA' \perp BC$

suy ra $BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa $A'I$ và AI, mà tam giác $AA'I$ vuông tại A nên ta có $\widehat{AIA'}$ là góc nhọn.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $\widehat{AIA'} = 60°$.

Trong tam giác vuông $AA'I$, ta có $AI = \dfrac{AA'}{\tan 60°} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Ta có ABC là tam giác vuông cân tại A nên

$BC = 2AI = \dfrac{4a}{\sqrt{3}}$, $AB = AC = \dfrac{BC}{\sqrt{2}} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là

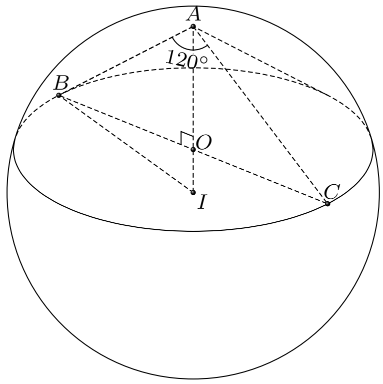
$V = AA'.S_{\Delta ABC} = AA'.\dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{1}{2}\cdot 2a.\left(\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \dfrac{8a^3}{3}$.

Câu 44. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

Ⓐ $\dfrac{16\pi}{3}$. Ⓑ $\dfrac{64\pi}{3}$. Ⓒ 64π. Ⓓ 48π.

🔑 Ⓒ

Gọi hình nón đỉnh A, đường kính đáy hình nón là BC.
Gọi I là tâm mặt cầu (S).
Ta có $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AI \perp BC$ tại O nên $\widehat{BAI} = 60^\circ$ suy ra $\triangle IAB$ đều.
Tam giác IAB đều và $OB \perp IA$ tại O suy ra OB là đường trung tuyến của ΔIAB.
Mà $OA = 2$ suy ra $AI = 2OA = 4$.
Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi AI^2 = 64\pi$.



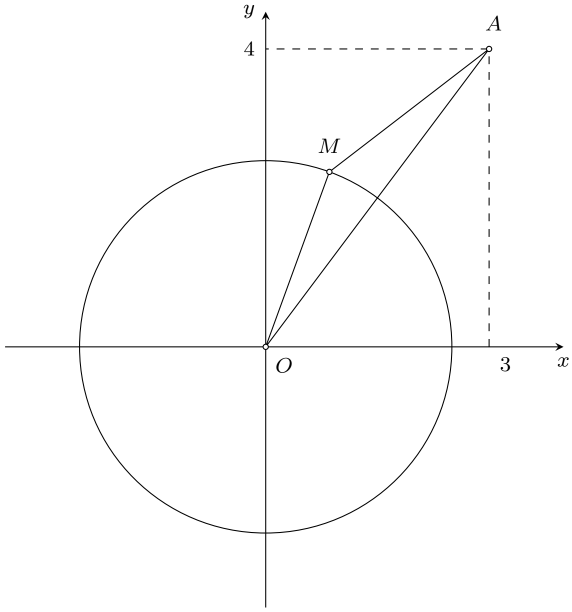
Câu 45. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 6x - 8y$ bằng

Ⓐ -21. Ⓑ -6. Ⓒ -25. Ⓓ 39.

Ⓐ
Ta có

$$8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}, \forall a > 0$$
$$\Leftrightarrow 3\left(9 - y^2\right) \geq \left(6x - 3\log_2 a\right)\log_2 a, \forall a > 0$$
$$\Leftrightarrow \log_2^2 a - 2x\log_2 a + 9 - y^2 \geq 0, \forall a > 0$$
$$\Leftrightarrow \Delta' = x^2 + y^2 - 9 \leq 0.$$

Gọi $M(x; y)$ thuộc hình tròn (C) tâm O, bán kính $R = 3$.
Gọi $A(3; 4)$, ta có $OA = 5 > R$. Do đó A nằm ngoài hình tròn (C).
Khi đó
$P = (x-3)^2 + (y-4)^2 - 25 = MA^2 - 25 \geq (OA - R)^2 - 25 = -21$.
Vậy $\min P = -21$ khi O, M, A theo thứ tự thẳng hàng.



Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$\ln 12$ ↗	$\ln \frac{196}{16}$ ↘	$\ln 12$ ↗	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(7; 8)$. Ⓑ $(6; 7)$. Ⓒ $(8; 9)$. Ⓓ $(10; 11)$.

Ⓑ Từ BBT của $g(x)$ ta có $\ln f(x) \geq \ln 4 \Leftrightarrow f(x) \geq 4;\ \forall x \in \mathbb{R}$.
Ta có $g'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.
Xét phương trình $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0\ (*) \\ f(x) = 1\ (**). \end{array}\right.$
Do $f(x) \geq 4;\ \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra phương trình $(**)$ vô nghiệm.

Từ đó suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3. \end{array}\right.$

Mặt khác $f'(x)-g'(x)=f'(x).\left[1-\dfrac{1}{f(x)}\right]$.

Ta có bảng xét dấu

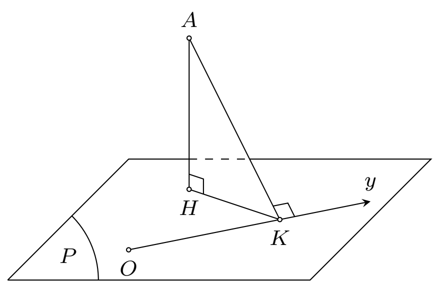
x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)-g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\begin{aligned} \text{Vậy} S=\int_{x_1}^{x_3}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x &= \int_{x_1}^{x_2}\left[f'(x)-g'(x)\right]\mathrm{d}x-\int_{x_2}^{x_3}\left[f'(x)-g'(x)\right]\mathrm{d}x \\ &= \left[f(x)-g(x)\right]\Big|_{x_1}^{x_2}-\left[f(x)-g(x)\right]\Big|_{x_2}^{x_3} \\ &= 2f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)-f\left(x_3\right)-2\ln f\left(x_2\right)+\ln f\left(x_1\right)+\ln f\left(x_3\right) \\ &= 2.\frac{199}{16}-12-4-2\ln\frac{199}{16}+\ln 12+\ln 4\approx 7{,}704\in(7;8). \end{aligned}$$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

(A) $x+z=0$. (B) $x-z=0$. (C) $2x+z=0$. (D) $2x-z=0$.

(C)



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và trục Oy.
Ta có $\mathrm{d}\big(A,(P)\big)=AH\le AK$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H\equiv K(0;1;0)$.
Khi đó (P) đi qua $K(0;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}=(-2;0;-1)=-(2;0;1)$ nên có phương trình là $2x+z=0$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|z^2\right|=2\left|z-\overline{z}\right|$ và $\left|(z+4)(\overline{z}+4i)\right|=\left|z-4i\right|^2$?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

(A) Gọi $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có $\left|z^2\right|=2\left|z-\overline{z}\right|\Leftrightarrow a^2+b^2=4\left|b\right|\quad(1)$.

$$\begin{aligned} \left|(z+4)(\overline{z}+4i)\right|=\left|z-4i\right|^2 &\Leftrightarrow \left|z+4\right|.\left|\overline{z}+4i\right|=\left|z-4i\right|^2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(a+4)^2+b^2}.\sqrt{a^2+(b-4)^2}=a^2+(b-4)^2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b-4)^2}.\left(\sqrt{(a+4)^2+b^2}-\sqrt{a^2+(b-4)^2}\right)=0. \end{aligned}$$

- Trường hợp 1: $\sqrt{a^2+(b-4)^2}=0\Leftrightarrow\begin{cases} a=0 \\ b=4 \end{cases}$ thỏa (1).

  Vậy $z=4i$.

- Trường hợp 2: $\sqrt{(a+4)^2+b^2}-\sqrt{a^2+(b-4)^2}=0\Leftrightarrow a=-b$.

  Thay vào ta được $(1):\ 2b^2-4\left|b\right|=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \left|b\right|=0 \\ \left|b\right|=2. \end{array}\right.$

Với $|b|=0 \Leftrightarrow b=0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=0 \end{cases} \Rightarrow z=0.$

Với $|b|=2 \Leftrightarrow b=\pm 2 \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=-2 \end{cases} \vee \begin{cases} b=-2 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow z=-2+2i \vee z=2-2i.$

Kết luận có 4 số phức z.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|x^4-mx^2-64x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

Ⓐ 23. Ⓑ 12. Ⓒ 24. Ⓓ 11.

Ⓒ Xét hàm số $g(x)=x^4-mx^2-64x$; $g'(x)=4x^3-2mx-64$; có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$.

$g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3-mx-64=0 \end{array}\right. \Rightarrow g(x)=0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số $y=|g(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $y=g(x)$ có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow g'(x)$ đổi dấu đúng 1 lần (*).

Nhận xét nếu $x=0 \Rightarrow g'(0)=-64<0 \Rightarrow g(x)$ không có cực trị (hay $x=0$ không thỏa mãn).

Nên $g'(x)=0 \Leftrightarrow m=2x^2-\dfrac{32}{x}\cdot$ Đặt $h(x)=2x^2-\dfrac{32}{x}\cdot$

Có $h'(x)=4x+\dfrac{32}{x^2}=\dfrac{4\left(x^3+8\right)}{x^2}$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Bảng biến thiên

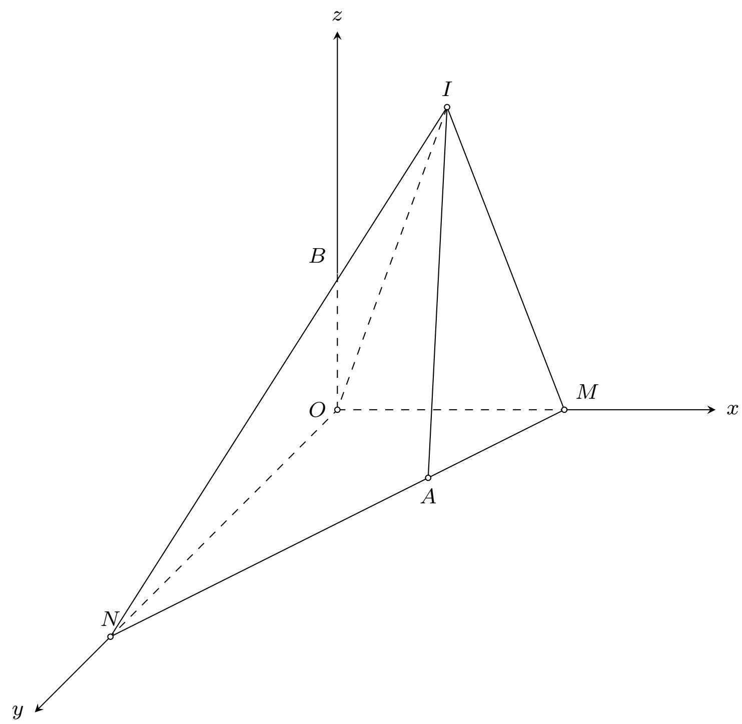
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	24	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $(*) \Leftrightarrow m \le 24$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương suy ra $m \in \{1;2;3;...;24\}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;4;2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

Ⓐ $9\sqrt{2}$. Ⓑ 14. Ⓒ $6\sqrt{2}$. Ⓓ 8.



Gọi $M(a;0;0) \in Ox, N(0;b;0) \in Oy$.
Ta có $\mathrm{d}\big(I;(Oxy)\big) = 2 = R$ nên (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(1;4;0)$ và MN cũng đi qua A.
Lại có $\overrightarrow{AM} = (a-1;-4;0)$, $\overrightarrow{AN} = (-1;b-4;0)$ và 3 điểm A, M, N thẳng hàng nên ta được $\dfrac{a-1}{-1} = \dfrac{-4}{b-4} \Leftrightarrow (a-1)(b-4) = 4$. (1)

Tứ diện $OIMN$ có $IA \perp (OMN)$ và $\triangle OMN$ vuông tại O nên nếu gọi J là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ thì $J \in (IMN)$.
Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$.
Ta có $S_{\triangle IMN} = \dfrac{IM.IN.MN}{4r}$ (với $r = \frac{7}{2}$ bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$).

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{1}{2}IA.MN = \frac{IM.IN.MN}{4\cdot\dfrac{7}{2}}\\
&\Leftrightarrow IM.IN = 7IA \Leftrightarrow IM.IN = 14\\
&\Leftrightarrow \left[(a-1)^2+20\right].\left[(b-4)^2+5\right] = 196. \qquad (2)
\end{aligned}$$

Đặt $\begin{cases} m = a-1 \\ n = b-4. \end{cases}$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} m.n = 4 \\ \left(m^2+20\right)\left(n^2+5\right) = 196 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \dfrac{4}{m} & (3) \\ \left(m^2+20\right)\left(\dfrac{16}{m^2}+5\right) = 196. & (4) \end{cases}$

Từ (4) ta được $\left(m^2+20\right).\left(16+5m^2\right) = 196m^2$

$$\Leftrightarrow 5m^4 - 80m^2 + 320 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2\sqrt{2} \\ m = -2\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = \sqrt{2} \\ n = -\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a = 1+2\sqrt{2}, b = 4+\sqrt{2} \\ a = 1-2\sqrt{2}, b = 4-\sqrt{2}. \end{array}\right.$
Vậy $AM.AN = 6\sqrt{2}$.

LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 5

ĐỀ THI THPT QG MÔN TOÁN 2022 - MINH HỌA

Câu 1. Mô-đun của số phức $z = 3 - i$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ $\sqrt{10}$. Ⓓ 1.

Ⓒ Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 81. Ⓒ 9. Ⓓ 6.

Ⓐ Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

Ⓐ Điểm $P(-1;-1)$. Ⓑ Điểm $N(-1;-2)$.
Ⓒ Điểm $M(-1;0)$. Ⓓ Điểm $Q(-1;1)$.

Ⓒ Vì $(-1)^4 + (-1)^2 - 2 = 0$ nên điểm $M(-1;0)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$.

Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $V = \dfrac{1}{3}\pi r^3$. Ⓑ $V = 2\pi r^3$. Ⓒ $V = 4\pi r^3$. Ⓓ $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Ⓓ Thể tích của khối cầu bán kính r là $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$.
Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$.

Ⓒ Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int x^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Ⓒ Dựa vào bảng xét dấu ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

Ⓐ $(\log_2 6;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;3)$. Ⓒ $(3;+\infty)$. Ⓓ $(-\infty;\log_2 6)$.

Ⓐ Ta có $2^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_2 6$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy là $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho là

Ⓐ 42. Ⓑ 126. Ⓒ 14. Ⓓ 56.

Ⓒ Áp dụng công thức thể tích của hình chóp ta có $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3} \cdot 7.6 = 14$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

Ⓐ $\mathbb{R}$. Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(2; +\infty)$.

Ⓒ Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4) = 3$ là

Ⓐ $x = 5$. Ⓑ $x = 4$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 12$.

Ⓑ Ta có $\log_2(x+4) = 3 \Leftrightarrow x + 4 = 2^3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 11. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_2^5 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\displaystyle\int_2^5 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ -5. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Ⓒ Ta có

$$\int_2^5 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^5 g(x)\,\mathrm{d}x = 3 - 2 = 1.$$

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng

Ⓐ $6 - 2i$. Ⓑ $6 - 4i$. Ⓒ $3 - 4i$. Ⓓ $-6 + 4i$.

Ⓑ Ta có $2z = 2(3-2i) = 6 - 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

Ⓐ $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. Ⓑ $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$.
Ⓒ $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. Ⓓ $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Ⓒ Mặt phẳng $(P)\colon 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

Ⓐ $(3; 4; -3)$. Ⓑ $(-1; 2; -3)$. Ⓒ $(-1; 2; -1)$. Ⓓ $(1; -2; 1)$.

Ⓒ Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 2; -1)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ -3. Ⓓ -2.

Ⓐ Vì $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z = 2 + 3i$.
Vậy phần thực của z bằng 2.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = -2$.

Ⓐ Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có

- $\displaystyle\lim_{x \to 2^+} \dfrac{3x+2}{x-2} = +\infty$.
- $\displaystyle\lim_{x \to 2^-} \dfrac{3x+2}{x-2} = -\infty$.

Vậy $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x-2}$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \dfrac{a}{2}$ bằng

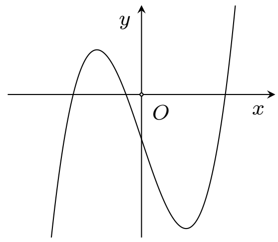
(A) $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. (B) $\log_2 a + 1$. (C) $\log_2 a - 1$. (D) $\log_2 a - 2$.

(C) Với $a > 0$, ta có $\log_2 \dfrac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

(A) $y = x^4 - 2x^2 - 1$. (B) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

(C) $y = x^3 - 3x - 1$. (D) $y = x^2 + x - 1$.



(C) Dựa vào hình vẽ, suy ra đồ thị trong hình là của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$. Đối chiếu các đáp án, suy ra hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) Điểm $Q(2; 2; 3)$. (B) Điểm $N(2; -2; -3)$.

(C) Điểm $M(1; 2; -3)$. (D) Điểm $P(1; 2; 3)$.

(C) Đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm $M(1; 2; -3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{P}_n = n!$. (B) $\mathrm{P}_n = n - 1$. (C) $\mathrm{P}_n = (n-1)!$. (D) $\mathrm{P}_n = n$.

(A) Với n là số nguyên dương, số các hoán vị của n phần tử là $\mathrm{P}_n = n!$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V = \dfrac{1}{3}Bh$. (B) $V = \dfrac{4}{3}Bh$. (C) $V = 6Bh$. (D) $V = Bh$.

(D) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

(A) $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$. (B) $y' = \dfrac{\ln 2}{x}$. (C) $y' = \dfrac{1}{x}$. (D) $y' = \dfrac{1}{2x}$.

(A) Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(0; 2)$. (D) $(-2; 0)$.

D Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $S_{\text{xq}} = 4\pi r\ell$. B $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. C $S_{\text{xq}} = 3\pi r\ell$. D $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

B Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ là $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$.

Câu 25. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\displaystyle\int_2^5 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 6. B 3. C 18. D 2.

A Ta có $\displaystyle\int_2^5 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3.\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3.2 = 6$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A 11. B 3. C $\dfrac{7}{4}$. D 28.

A Với cấp số cộng đã cho, ta có $u_2 = u_1 + d = 7 + 4 = 11$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

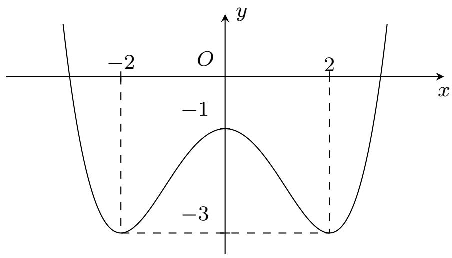
A $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \cos x + C$. B $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \sin x + C$.

C $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \cos x + C$. D $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

A Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (1 + \sin x)\,\mathrm{d}x = \int 1\,\mathrm{d}x + \int \sin x\,\mathrm{d}x = x - \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a,\ b,\ c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 0. B -1. C -3. D 2.



B Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1.

Câu 29. Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A $x = 5$. B $x = 2$. C $x = 1$. D $x = 4$.

B Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[1;5]$.

Ta có $y' = 1 - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{x^2 - 4}{x^2}$.

Vậy $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \in (1;5) \\ x = -2 \notin (1;5). \end{array}\right.$

Ta có $y(1) = 5$, $y(5) = \dfrac{29}{5}$, $y(2) = 4$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4 đạt được khi $x = 2$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = -x^3 - x$. B $y = -x^4 - x^2$. C $y = -x^3 + x$. D $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

A Xét hàm số $y = -x^3 - x$, tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 - 1 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -x^3 - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a = 4b^3$. Ⓑ $a = 3b + 4$. Ⓒ $a = 3b + 2$. Ⓓ $a = \dfrac{4}{b^3}$.

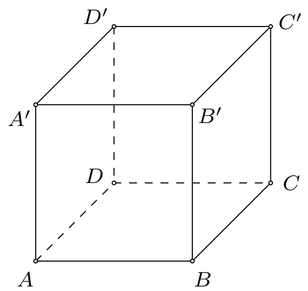
Ⓐ Điều kiện $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 a - 3\log_2 b = 2 &\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 4 \\ &\Leftrightarrow a = 4b^3. \end{aligned}$$

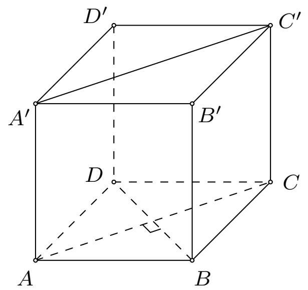
Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

Ⓐ 90°. Ⓑ 30°. Ⓒ 45°. Ⓓ 60°.



Ⓐ

Ta có $A'C' // AC$ nên $(A'C', BD) = (AC, BD)$.
Mà $AC \perp BD$ suy ra $(A'C', BD) = (AC, BD) = 90^\circ$.



Câu 33. Nếu $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\displaystyle\int_1^3 [f(x) + 2x]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 20. Ⓑ 10. Ⓒ 18. Ⓓ 12.

Ⓑ Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^3 [f(x) + 2x]\,\mathrm{d}x &= \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^3 2x\,\mathrm{d}x \\ &= 2 + x^2\Big|_1^3 = 2 + (9 - 1) \\ &= 2 + 8 = 10. \end{aligned}$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

Ⓐ $2x - 5y + 3z - 38 = 0$. Ⓑ $2x + 4y - z + 19 = 0$.

Ⓒ $2x + 4y - z - 19 = 0$. Ⓓ $2x + 4y - z + 11 = 0$.

Ⓑ Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 4; -1)$.
Do $(\alpha) \perp d$ nên (α) nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do đó (α) đi qua $M(2; -5; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{u} = (2; 4; -1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là

$$\begin{aligned} & 2.(x-2)+4.(y+5)-(z-3)=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x+4y-z+19=0. \end{aligned}$$

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\overline{z}=5+2i$. Phần ảo của z bằng

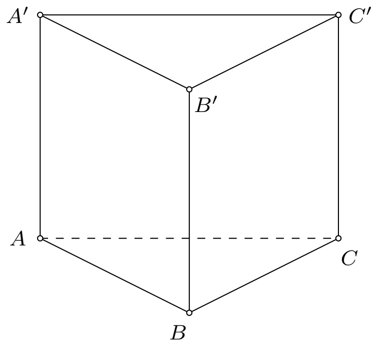
Ⓐ 5. Ⓑ 2. Ⓒ -5. Ⓓ -2.

Ⓐ Ta có $\overline{z}=\dfrac{5+2i}{i}=2-5i$.

Suy ra $z=2+5i$. Vậy phần ảo của z bằng 5.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

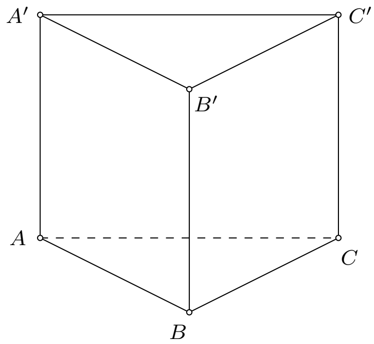
Ⓐ $2\sqrt{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ $4\sqrt{2}$. Ⓓ 4.



Ⓓ

Ta có $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC\perp(ABB'A')$.

Khi đó $\mathrm{d}(C,(ABB'A'))=BC=4$.



Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

Ⓐ $\dfrac{7}{40}$. Ⓑ $\dfrac{21}{40}$. Ⓒ $\dfrac{3}{10}$. Ⓓ $\dfrac{2}{15}$.

Ⓑ Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp chứa 16 quả cầu. Do đó $n(\Omega)=\mathrm{C}_{16}^2$.

Số cách lấy hai quả có màu khác nhau là $\mathrm{C}_7^1\mathrm{C}_9^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{\mathrm{C}_7^1\mathrm{C}_9^1}{\mathrm{C}_{16}^2}=\dfrac{21}{40}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{9}$. Ⓓ $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.

Ⓓ Đường thẳng cần xác định song song với đường thẳng BC nên nhận $\vec{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy, đường thẳng đi qua điểm $A(2;-2;3)$ và nhận $\vec{BC}=(2;-4;1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$?

Ⓐ 22. Ⓑ 25. Ⓒ 23. Ⓓ 24.

🔑 Ⓓ Điều kiện $\begin{cases} 2 - \log(4x) \geq 0 \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log(4x) \leq 2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \leq 10^2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 25 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 25.$

Ta có

$$\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4^x - 5.2^{x+2} + 64 = 0 \\ \sqrt{2 - \log(4x)} = 0 \\ \begin{cases} 4^x - 5.2^{x+2} + 64 > 0 \\ \sqrt{2 - \log(4x)} > 0. \end{cases} \end{array}\right.$$

- Với $4^x - 5.2^{x+2} + 64 = 0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 20.2^x + 64 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 16 \\ 2^x = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4(\text{nhận}) \\ x = 2(\text{nhận}). \end{array}\right.$
- Với $\sqrt{2 - \log(4x)} = 0 \Leftrightarrow 2 - \log(4x) = 0 \Leftrightarrow \log(4x) = 2 \Leftrightarrow 4x = 10^2 \Leftrightarrow x = 25(\text{nhận})$.
- Với $\begin{cases} 4^x - 5.2^{x+2} + 64 > 0 \\ \sqrt{2 - \log(4x)} > 0. \end{cases} \quad (1)$

  Ta có

  $$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \left(2^x\right)^2 - 20.2^x + 64 > 0 \\ 2 - \log(4x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2^x < 4 \\ 2^x > 16 \end{array}\right. \\ \log(4x) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < 2 \\ x > 4 \end{array}\right. \\ x < 25 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 2 \\ 4 < x < 25. \end{array}\right.$$

  Theo điều kiện thì tập nghiệm của hệ (1) là $(0; 2) \cup (4; 25)$.

Kết hợp với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$ là $S = [4; 25] \cup (0; 2]$.

Vậy có 24 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f(x)\right) = 0$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 6.

🔑 Ⓑ Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$f'\left(f(x)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = -1 \\ f(x) = 2. \end{array}\right.$$

- Với $f(x) = -1$, dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt là x_1, x_2, x_3 với $x_1 < -1 < x_2 < 2 < x_3$.
- Với $f(x) = 2$, dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 1 nghiệm duy nhất x_4 với $x_4 > x_3$.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình là $f'\left(f(x)\right) = 0$ là 4.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

Ⓐ -3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 7.

🔑 Ⓑ Ta có

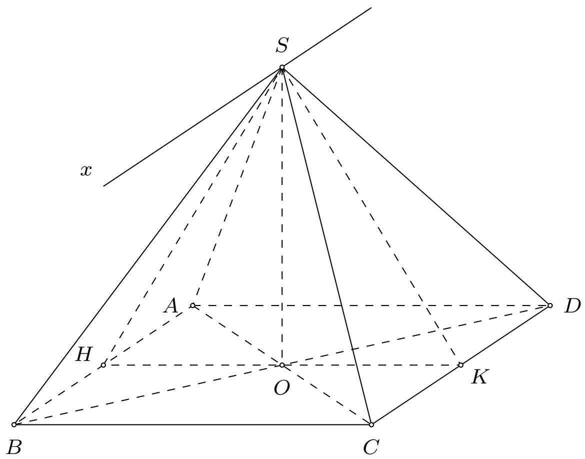
- $f(x) = \int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(12x^2 + 2\right)\mathrm{d}x = 4x^3 + 2x + C_1$.
  Mà $f(1) = 3 \Rightarrow C_1 = -3$. Do đó $f(x) = 4x^3 + 2x - 3$.
- $F(x) = \int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(4x^3 + 2x - 3\right)\mathrm{d}x = x^4 + x^2 - 3x + C_2$.
  Mà $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$. Do đó $F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$.
  Vậy $F(1) = 1$.

Câu 42. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. Ⓑ $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. Ⓒ $16a^3$. Ⓓ $\dfrac{16}{3}a^3$.

🔑 Ⓑ

Vì $AB // CD \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$, với $Sx // AB // CD$.
Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD.
Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên các tam giác SAB, SCD cân tại S.
Do đó $SH \perp AB$, $SK \perp CD$.
Suy ra $SH \perp Sx$, $SK \perp Sx$.
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là góc tạo bởi hai đường thẳng SH và SK.
Suy ra $\widehat{HSK} = 90°$.
Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là b. Ta có



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 16a^2 = 2b^2 \Leftrightarrow b = 2a\sqrt{2}.$$

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O$ là trung điểm của HK.

Xét $\triangle SHK$ vuông tại S, ta có $SO = \dfrac{HK}{2} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

Ⓐ 5. Ⓑ 6. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

🔑 Ⓓ Ta có: $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0\,(*)$ thì $\Delta' = m^2 - 8m + 12$.

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 6 \\ m < 2 \end{array}\right.$. Khi đó phương trình $(*)$ có 2 nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 và theo yêu cầu bài toán

$$|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = z_2 \text{ (không thỏa mãn)} \\ z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn).} \end{array}\right.$$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 6$. Phương trình $(*)$ khi đó có 2 nghiệm $z_{1,2} = m \pm i\sqrt{|\Delta'|}$ luôn thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Nên $m \in \{3; 4; 5\}$.
Vậy các giá trị m thỏa mãn là $m \in \{0; 3; 4; 5\}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \dfrac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\dfrac{1}{8}\cdot$ Xét các số phức $z_1,\, z_2 \in S$ thoả mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

Ⓐ 16. Ⓑ 20. Ⓒ 10. Ⓓ 32.

Ⓒ Đặt $z = a + bi,\ (a,\, b \in \mathbb{R})$. Theo bài ra ta có

$$w = \frac{1}{|z| - z} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2} - (a+bi)} = \frac{\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) + bi}{\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2 + b^2}\cdot$$

Do w có phần thực bằng $\dfrac{1}{8}$ nên

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{a^2+b^2} - a}{\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2 + b^2} = \frac{1}{8} &\Leftrightarrow 8\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) = \left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2 + b^2\\
&\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) = a^2 + b^2 - a\sqrt{a^2+b^2}\\
&\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) = \sqrt{a^2+b^2}\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)\\
&\Leftrightarrow \left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)\left(\sqrt{a^2+b^2} - 4\right) = 0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{a^2+b^2} - a = 0\\ \sqrt{a^2+b^2} - 4 = 0.\end{array}\right. \quad (*)
\end{aligned}$$

Ta có w tồn tại nên $|z| - z \neq 0$ hay $b \neq 0$, suy ra $\sqrt{a^2+b^2} - a > 0$.
Do đó, ta có $(*) \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} - 4 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16$.
Giả sử $z_1 = x_1 + y_1 i,\ z_2 = x_2 + y_2 i,\ (x_1,\, y_1,\, x_2,\, y_2 \in \mathbb{R})$.
Do $z_1,\, z_2 \in S$ nên $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = 16$.
Mặt khác, $|z_1 - z_2| = 2 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \Rightarrow (y_1 - y_2)^2 \le 4 \Leftrightarrow |y_1 - y_2| \le 2$.
Ta có

$$\begin{aligned}
P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2 &= \left[x_1^2 + (y_1 - 5)^2\right] - \left[x_2^2 + (y_2 - 5)^2\right]\\
&= \left[x_1^2 + y_1^2 - 10y_1 + 25\right] - \left[x_2^2 + y_2^2 - 10y_2 + 25\right]\\
&= 10(y_2 - y_1).
\end{aligned}$$

Do $y_2 - y_1 \le |y_1 - y_2| = 2$ nên $P = 10(y_2 - y_1) \le 20$.
Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2,\ y_2 - y_1 = 2$.
Vậy giá trị lớn nhất của P là 20.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a,\, b,\, c,\, d \in \mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -2, -1 và 1. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{500}{81}\cdot$ Ⓑ $\dfrac{36}{5}\cdot$ Ⓒ $\dfrac{2932}{405}\cdot$ Ⓓ $\dfrac{2948}{405}\cdot$

Ⓓ Ta có $f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c = 12(x+2)(x+1)(x-1) = 12(x^3 + 2x^2 - x - 2)$.

Suy ra $\begin{cases} 3a = 24\\ 2b = -12\\ c = -24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8\\ b = -6\\ c = -24.\end{cases}$

Vậy $f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x + d$.
Từ phép chia đa thức $f(x)$ cho $f'(x)$ ta có

$$f(x) = f'(x)\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{6}\right) - 7x^2 - 16x + d + 4.$$

Vì $g(x)$ là hàm bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của $y = f(x)$ nên $g(x) = -7x^2 - 16x + d + 4$.
Vậy diện tích cần tính là $S = \displaystyle\int_{-2}^{1} |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{1} \left|3x^4 + 8x^3 + x^2 - 8x - 4\right|\,\mathrm{d}x = \frac{2984}{405}\cdot$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.
Ⓑ $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
Ⓒ $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
Ⓓ $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Ⓓ Lấy điểm $B(0;0;b)$ thuộc trục Oz. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(-4;-3;3)$, $B(0;0;b)$ và song song với mặt phẳng (P).
Đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(4;3;b-3)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_P=(1;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Vì Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P$.
Ta có
$$\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow 4+3+b-3=0\Leftrightarrow b=-4.$$
Đường thẳng Δ qua $A(-4;-3;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;3;-7)$ làm véc-tơ chỉ phương nên Δ có phương trình là
$$\frac{x+4}{4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{-7}.$$
Ta thấy phương trình $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$ cũng là một phương trình chính tắc của Δ.

***)Thử lại.**

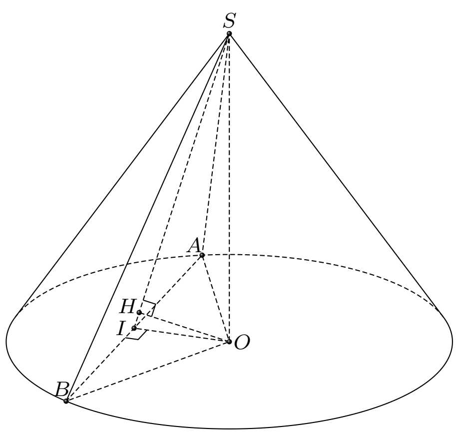
- Đường thẳng Δ và trục Oz có chung điểm $B(0;0;-7)$ và Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}(4;3;-7)$ không cùng phương với véc-tơ chỉ phương $\vec{k}(0;0;1)$ của trục Oz nên Δ cắt trục Oz tại $B(0;0;-7)$.
- Vì $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P$ và điểm $A(-4;-3;3)$ thuộc Δ nhưng không thuộc mặt phẳng (P) nên Δ song song với (P).

Vậy $\Delta\colon\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích khối nón đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.
Ⓑ $4\sqrt{6}\pi a^3$.
Ⓒ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.
Ⓓ $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Ⓓ



Gọi I là trung điểm AB, dựng OH vuông góc với SI tại H.
Ta có $\begin{cases}AB\perp OI\\AB\perp SO\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SOI)\Rightarrow AB\perp OH.$
Mà $SI\perp OH$, suy ra $OH\perp(SAB)\Rightarrow OH=2a$.
Ta có $IB=\dfrac{AB}{2}=2a$, $OB=2\sqrt{3}$, $IO=\sqrt{OB^2-IB^2}=2\sqrt{2}a$.
Vì $\triangle SOI$ vuông tại O, có OH là đường cao, nên
$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OI^2}+\dfrac{1}{OS^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{OS^2}=\dfrac{1}{4a^2}-\dfrac{1}{8a^2}=\dfrac{1}{8a^2}\Leftrightarrow OS=2\sqrt{2}a.$

Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\cdot SO.S_{\text{đáy}}=\dfrac{1}{3}\cdot2\sqrt{2}a.12\pi a^2=8\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b\in(-12;12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b}\le3^{b-a}+65$?

Ⓐ 4.
Ⓑ 6.
Ⓒ 5.
Ⓓ 7.

Ⓓ Bất phương trình đã cho tương đương với

$$3^{b-a} - 4^{a^2+b} + 65 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3^a} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65.\left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \geq 0.$$

Xét hàm số $f(b) = \frac{1}{3^a} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65.\left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2}$, ta có

$$f'(b) = \frac{1}{3^a} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^b . \ln\frac{3}{4} + 65.\left(\frac{1}{4}\right)^b . \ln\frac{1}{4} < 0, \ \forall b \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(b)$ nghịch biến trên khoảng $(-12; 12)$ (1).

Ta có $f(3-a^2) = \dfrac{3^{3-a^2-a}+1}{4^{3-a^2}} > 0$ và $f(4-a^2) = \dfrac{3^{4-a-a^2}-191}{4^{4-a^2}}$.

Với mọi $a \in \mathbb{Z}$ thì $a^2 + a \geq 0 \Rightarrow 4 - a - a^2 \leq 4$. Suy ra $f(4-a^2) \leq \dfrac{3^4 - 191}{4^{4-a^2}} < 0$.

Vì vậy $3 - a^2$ là nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương đã cho (2).

Từ (1) và (2), để bất phương trình có ít nhất 4 nghiệm nguyên thì $3 - a^2 \geq -8 \Leftrightarrow a^2 \leq 12$.

Vậy tập tất cả số nguyên a thỏa mãn bài toán là $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

Ⓐ 29. Ⓑ 33. Ⓒ 55. Ⓓ 28.

Ⓓ Mặt cầu (S) có tâm $I(4; -3; -6)$ và bán kính $R = 5\sqrt{2}$.

Vì $M \in Ox$ nên $M(m; 0; 0)$ với $m \in \mathbb{Z}$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến kẻ từ M đến (S).

Do hai tiếp tuyến đi qua M và cùng vuông góc với d nên (P) đi qua M và (P) vuông góc với d.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 4; -1)$ và $(P) \perp d$ nên $\vec{u}$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Khi đó (P) có phương trình là $2(x-m) + 4y - z = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z - 2m = 0$.

- Nếu M nằm bên trong mặt cầu (S) thì từ M không có tiếp tuyến với (S).
- Nếu $M \in (S)$ thì (P) tiếp xúc với (S) tại M, tức là $\vec{IM}$ cùng phương với $\vec{u}$ (không xảy ra).
- Nếu M nằm ngoài mặt cầu (S), suy ra

$$IM > R \Leftrightarrow IM^2 > R^2 \Leftrightarrow (m-4)^2 + 9 + 36 > 50 \Leftrightarrow (m-4)^2 > 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 4 + \sqrt{5} \\ m < 4 - \sqrt{5}. \end{array}\right. \quad (1)$$

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) nên

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}\big(I; (P)\big) < R \Leftrightarrow \frac{|8 - 12 + 6 - 2m|}{\sqrt{21}} < 5\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow\ &|2 - 2m| < 5\sqrt{42} \Leftrightarrow -5\sqrt{42} < 2 - 2m < 5\sqrt{42} \\ \Leftrightarrow\ &\frac{2 - 5\sqrt{42}}{2} < m < \frac{2 + 5\sqrt{42}}{2}. \ (2) \end{aligned}$$

Từ (1), (2) và m là số nguyên nên $m \in \{-15; -14; \ldots; 0; 1; 7; 8; \ldots; 17\}$.

Vậy có 28 giá trị của m thỏa mãn bài.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 10x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

Ⓐ 16. Ⓑ 9. Ⓒ 15. Ⓓ 10.

Ⓓ Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -10. \end{array}\right.$

Khi đó $y' = [f(x^4 - 8x^2 = m)]' = (4x^3 - 16x).f'(x^4 - 8x^2 + m)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (4x^3 - 16x).f'(x^4 - 8x^2 + m) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x^4 - 8x^2 + m = 0 \\ x^4 - 8x^2 + m = -10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \\ x = 2 & \\ x = -2 & \\ x^4 - 8x^2 = -m & (1) \\ x^4 - 8x^2 = -10 - m. & (2) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $y = x^4 - 8x^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-16	$\nearrow$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có 9 điểm cực trị thì $f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0$ phải có 6 nghiệm đơn (hoặc bội lẻ) phân biệt và bao nhiêu nghiệm bội chẵn cũng được. Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = x^4 - 8x^2$, suy ra rằng phương trình (2) phải có 4 nghiệm phân biệt, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt hoặc (1) có ba nghiệm, trong đó có nghiệm $x = 0$. Do đó

$$\begin{cases} -m \geq 0 \\ -16 < -10 - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ -10 < m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow -10 < m \leq 0.$$

Do đó $m \in \{-9; -8; -7; \ldots; -1; 0\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.