

A - PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos x} + \cot x$.

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $(-\infty; 1]$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $[-1; 1] \setminus \{0\}$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{\tan 2x}{1 - \tan x}$ có tập xác định là

- A. \mathbb{R} . B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4. Cho các hàm số

$$(1) \quad y = \sin 3x. \quad (2) \quad y = \frac{\tan x + 3}{\cos^2 x + 2}. \quad (3) \quad y = \frac{2 \cos x - 1}{\sin^2 x + 1}.$$

$$(4) \quad y = \sqrt{1 - \sin x}. \quad (5) \quad y = \sqrt{\frac{2 \cos x + 3}{\sin x + 1}}.$$

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số có tập xác định là \mathbb{R}

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{2021 - \sin x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$. Tim tất cả các giá trị của m để tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

- A. $m > 0$. B. $0 < m < 1$. C. $m \neq -1$. D. $-1 < m < 1$.

Câu 6. Trong các hàm số lượng giác $y = \cos x; y = \sin x; y = \tan x; y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số đồng biến

trên khoảng $\left(\frac{2021\pi}{2}; \frac{2023\pi}{2} \right)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. Cho hàm số $y = \cos 2x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$ và nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$ và đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 8. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \sin x - \cos x$. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

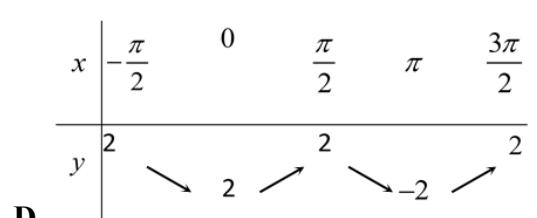
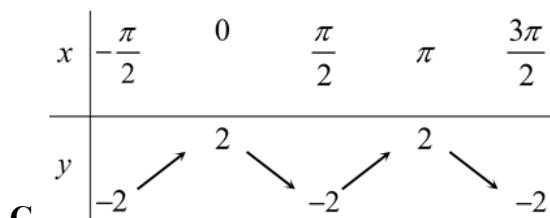
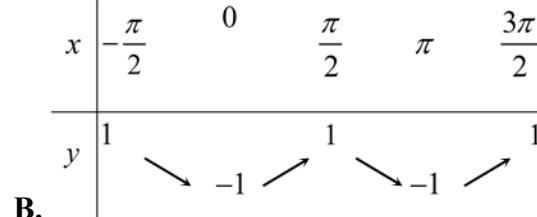
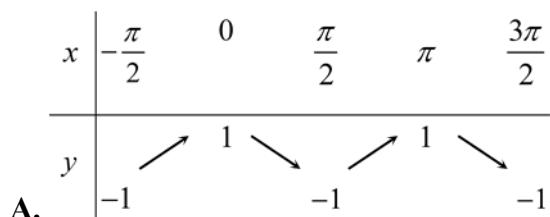
A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$.

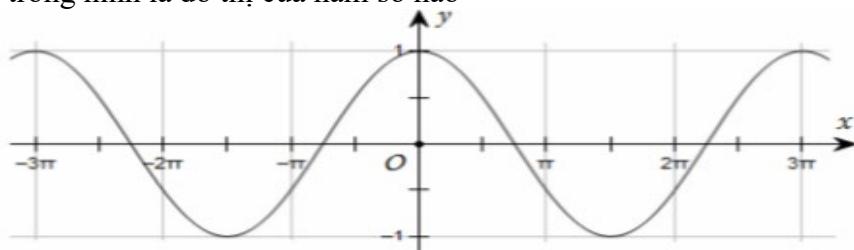
C. Hàm số đã cho có tập giá trị $[-1; 1]$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$.

Câu 9. Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là:



Câu 10. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào



A. $y = \cos \frac{3x}{2}$

B. $y = \cos \frac{2x}{3}$

C. $y = \sin \frac{2x}{3}$

D. $y = \sin \frac{3x}{2}$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$ và hàm số $g(x) = \tan 2x$, chọn mệnh đề đúng:

A. $f(x)$ là hàm số chẵn và $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số lẻ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số lẻ.

D. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số chẵn.

Câu 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin|x|$

B. $y = x^2 \sin x$

C. $y = \frac{x}{\cos x}$

D. $y = x + \sin x$

Câu 13. Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ?

A. $y = 4 \sin 3x$.

B. $y = \tan x - \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

D. $y = 3 \tan x$.

Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung là

A. $y = \sqrt{\sin 2x + 2}$.

B. $y = \frac{1}{\cos x}$.

C. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

D. $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 15. Tích các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m^2 - 3)\cos 10x + \sin 2021x$ là hàm số lẻ.

A. 3.

B. -3.

C. -2021.

D. 2021.

Câu 16. Hàm số có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ là

A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $y = \frac{1}{\sin^{2021} x}$.

C. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \sqrt{2 - \sin 2022x}$.

Câu 17. Chu kỳ của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. π .

B. 2π .

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. 3π .

Câu 18. Trong các hàm số sau hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ π ?

A. $y = \sin 2x$.

B. $y = \tan 2x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot \frac{x}{2}$.

Câu 19. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 20. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \sin 2x - 5$

A. $\max y = 3, \min y = -5$.

B. $\max y = -2, \min y = -8$.

C. $\max y = 2, \min y = -5$.

D. $\max y = 8, \min y = 2$.

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + 3$.

A. $\max y = 5, \min y = 2$.

B. $\max y = 4, \min y = 1$.

C. $\max y = 5, \min y = 1.$

D. $\max y = 3, \min y = 1.$

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2 \sin x + 3}.$

A. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 1.$

B. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 0.$

C. $\max y = \sqrt{5}, \min y = \sqrt{3}$

D. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 3.$

Câu 23. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12} \right) + 4.$

A. $\max y = 7.$

B. $\max y = 1.$

C. $\max y = 3.$

D. $\max y = 4.$

Câu 24. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x.$ Tính $P = 2M - m^2.$

A. $P = 3.$

B. $P = 2.$

C. $P = 1.$

D. $P = 4.$

Câu 25. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos 2x.$ Khi đó $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $M + m = -\frac{7}{8}.$

B. $M + m = -\frac{8}{7}.$

C. $M + m = \frac{7}{8}.$

D. $M + m = \frac{8}{7}.$

Câu 26. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - \sqrt{2 \cos^2 x + 1}$

A. $\max y = 1, \min y = 1 - \sqrt{3}$

B. $\max y = 3, \min y = 1 - \sqrt{3}$

C. $\max y = 2, \min y = 1 - \sqrt{3}$

D. $\max y = 0, \min y = 1 - \sqrt{3}$

Câu 27. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{4}{1 + 2 \sin^2 x}$

A. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 4$

B. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 3$

C. $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 2$

D. $\min y = \frac{1}{2}, \max y = 4$

Câu 28. Nghiệm của phương trình $\sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$ là

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin 2021x - m = 0$ vô nghiệm.

A.
$$\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}.$$

B. $-1 \leq m \leq 1.$

C.
$$\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}.$$

D. $-1 < m < 1.$

Câu 30. Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ có họ nghiệm là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31. Giải phương trình $\cot(3x - 30^\circ) = \cot(x + 60^\circ)$ ta được nghiệm là

A. $x = 45^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = 90^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = 30^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = 60^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 32. Số vị trí biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x \cdot \tan x = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 6.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 33. Số nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cot 2x$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình $\sin(x + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng

A. 180° .

B. 540° .

C. 450° .

D. 90° .

Câu 35. Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ bằng

A. $\frac{5\pi}{3}$.

B. 3π .

C. $\frac{10\pi}{3}$.

D. $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình: $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 37. Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin^2 x - 2 \sin x = 0$ là

A. $x = k2\pi$.

B. $x = k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 38. Nghiệm của phương trình $\sin x \cos x \cos 2x = 0$ là

A. $x = k\pi$.

B. $x = k\frac{\pi}{4}$.

C. $x = k\frac{\pi}{8}$.

D. $x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 39. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ của phương trình $(2 \sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 40. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $\frac{5\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{12}$.

Câu 41. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\tan x + 3 = 0$.

B. $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

C. $\sin x + 3 = 0$.

D. $3 \sin x - 2 = 0$.

Câu 42. Cho phương trình $(2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \tan x + 2 \sin x) = 3 - 4 \cos^2 x$. Gọi T là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của phương trình trên. Tính tổng các phần tử của T .

- A. $\frac{875}{3}\pi$. B. $\frac{570}{3}\pi$. C. $\frac{880}{3}\pi$. D. $\frac{1150}{3}\pi$.

Câu 43. Cho phương trình $(\sin x + 1)(\sin 2x - m \sin x) = m \cos^2 x$. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $S = (0; 1)$. B. $S = \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 44. Họ nghiệm của phương trình $\tan^2 x - (\sqrt{3} + 1)\tan x + \sqrt{3} = 0$ là:

- | | |
|--|--|
| <p>A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> | <p>B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> |
| <p>C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> | <p>D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> |

Câu 45. Họ nghiệm của phương trình $3\cos^2 3x - 7\cos 3x + 2 = 0$ là:

- | | |
|--|--|
| <p>A. $\pm \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi$.</p> | <p>B. $\pm \frac{1}{3}\arccos\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi$.</p> |
| <p>C. $\pm \frac{1}{3}\arccos\left(\frac{1}{3}\right) + k\frac{2\pi}{3}$.</p> | <p>D. $\pm \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi$.</p> |

Câu 46. Họ nghiệm của phương trình lượng giác: $\cos^2 2x + 5\sin x \cdot \cos x - 2 = 0$ là:

- | | |
|---|---|
| <p>A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> | <p>B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> |
| <p>C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> | <p>D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$</p> |

Câu 47. Nghiệm dương bé nhất của phương trình: $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2}$. B. $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = \frac{3\pi}{2}$. D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 48. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2}$. B. $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = \frac{\pi}{4}$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 49. Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình $\sin^2 4x + 3\sin 4x \cos 4x - 4\cos^2 4x = 0$ có bao nhiêu nghiệm:

- A. 4 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Câu 50. Phương trình $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ có bao nhiêu nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 51. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 52. Số nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2$ trên $[0, 2\pi]$ là

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 53. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2\sin x$ trên đường tròn lượng giác là:

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 54. Số giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $2\sin x + m\cos x = 1 - m$ có nghiệm là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Câu 55. Phương trình $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$ có các họ nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{7} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{7} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 56. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = \sqrt{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 57. Điều kiện của tham số thực m để phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} - m\cos x$ vô nghiệm là:

- A. $-2 < m < 0$. B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$. D. $-2 \leq m \leq 0$.

Câu 58. Cho phương trình $2\sin^2 x - \sin 2x - 5\cos^2 x - 1 = 0$. Khi đặt $t = \tan x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 - t - 6 = 0$. B. $t^2 - t - 3 = 0$. C. $t^2 - 2t - 6 = 0$. D. $t^2 - t - 6 = 0$.

Câu 59. Cho phương trình $2\sin^2 x + \sin 2x + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình vô nghiệm.

- B. Phương trình có nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

- C. Phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

- D. Số vị trí biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác là 4.

Câu 60. Phương trình $\sin^2 x + 2\sin 2x + 2m\cos^2 x = 0$ có nghiệm khi

- A. $m \geq 2$. B. $m \leq 2$. C. $m \geq 4$. D. $m \leq 4$.

B – PHẦN TRẮC NGHIỆM HÌNH HỌC

Câu 1. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. Có đúng một phép tịnh tiến biến d thành d' .
- B. Có vô số phép tịnh tiến biến d thành d' .
- C. Phép tịnh tiến theo véc tơ \vec{v} có giá vuông góc với đường thẳng d biến d thành d' .
- D. Cả ba khẳng định trên đều đúng.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Ảnh của điểm D qua phép tịnh tiến theo véc-tor \overrightarrow{AB} là:

- A. B .
- B. C .
- C. D .
- D. A .

Câu 3. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- C. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.
- D. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

Câu 4. Cho P, Q cố định. Phép tịnh tiến T biến điểm M bất kỳ thành M_2 sao cho $\overrightarrow{MM_2} = 2\overrightarrow{PQ}$.

- A. T chính là phép tịnh tiến theo vectơ \overrightarrow{PQ} .
- B. T chính là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{MM_2}$.
- C. T chính là phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{PQ}$.
- D. T chính là phép tịnh tiến theo vectơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{v} = (2; -1)$ và điểm $M(-3; 2)$. Tìm tọa độ ảnh M' của điểm M qua phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} .

- A. $M'(5; 3)$.
- B. $M'(1; -1)$.
- C. $M'(-1; 1)$.
- D. $M'(1; 1)$.

Câu 6. Phép tịnh tiến biến gốc tọa độ O thành điểm $A(1; 2)$ sẽ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

- A. $A'(2; 4)$.
- B. $A'(-1; -2)$.
- C. $A'(4; 2)$.
- D. $A'(3; 3)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; -1)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho điểm A là ảnh của điểm B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}(2; -1)$.

- A. $B(-1; 0)$.
- B. $B(5; -2)$.
- C. $B(1; -2)$.
- D. $B(1; 0)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho $x' = x - 2$ và $y' = y + 4$. Tọa độ của \vec{v} là

- A. $\vec{v} = (-2; 4)$.
- B. $\vec{v} = (4; -2)$.
- C. $\vec{v} = (-2; -4)$.
- D. $\vec{v} = (2; 4)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(2; -3)$, $B(1; 0)$. Phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (4; -3)$ biến điểm A , B tương ứng thành A' , B' khi đó, độ dài đoạn thẳng $A'B'$ bằng

- A. $A'B' = \sqrt{10}$.
- B. $A'B' = 10$.
- C. $A'B' = \sqrt{13}$.
- D. $A'B' = \sqrt{5}$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho phép biến hình f xác định như sau: Với mỗi $M(x; y)$, ta có $M' = f(M)$ sao cho $M'(x'; y')$ thỏa mãn $x' = x$, $y' = ax + by$, với a, b là các hằng số. Khi đó a và b nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây thì f trở thành phép biến hình đồng nhất?

- A. $a = b = 1$
- B. $a = 0; b = 1$
- C. $a = 1; b = 2$
- D. $a = b = 0$

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{v} = (-3; 2)$ và đường thẳng $\Delta: x - 3y + 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến theo vec-tor \vec{v} .

- A. $\Delta': 3x - y + 15 = 0$.
- B. $\Delta': 3x + y + 5 = 0$.
- C. $\Delta': x - 3y - 15 = 0$.
- D. $\Delta': x - 3y + 15 = 0$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $x + 2y - 1 = 0$ và vecto

$\vec{v} = (2; m)$. Để phép tịnh tiến theo \vec{v} biến đường thẳng d thành chính nó, ta phải chọn m là số:

- A. 2 B. -1 C. 1 D. 3

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo \vec{v} biến đường thẳng d thành chính nó thì \vec{v} phải là vectơ nào trong các vectơ sau đây?

- A. $\vec{v} = (2; 4)$. B. $\vec{v} = (2; 1)$. C. $\vec{v} = (-1; 2)$. D. $\vec{v} = (2; -4)$

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-3; 1)$ biến parabol (P) : $y = -x^2 + 1$ thành parabol (P') có phương trình là:

- A. $y = -x^2 - 6x + 5$ B. $y = -x^2 + 6x - 5$ C. $y = x^2 + 6x + 6$ D. $y = -x^2 - 6x - 7$

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) : $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; 2)$ biến đường tròn (C) thành đường tròn có phương trình nào sau đây?

- A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$. B. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$. D. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 4$.

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến vectơ \vec{v} là đường tròn nào?

- A. $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$. B. $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$.
C. $(C'): (x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$. D. $(C'): x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường tròn (C) : $(x+m)^2 + (y-2)^2 = 5$ và $(C'): x^2 + y^2 + 2(m-2)y - 6x + 12 + m^2 = 0$. Vectơ \vec{v} nào dưới đây là vectơ của phép tịnh tiến biến (C) thành $(C')?$

- A. $\vec{v} = (2; 1)$. B. $\vec{v} = (-2; 1)$. C. $\vec{v} = (-1; 2)$. D. $\vec{v} = (2; -1)$.

Câu 18. Cho hình bình hành ABCD, M là một điểm thay đổi trên cạnh AB. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{BC} biến điểm M thành điểm M' thì:

- A. Điểm M' trùng với điểm M B. Điểm M' nằm trên cạnh BC
C. Điểm M' là trung điểm cạnh CD D. Điểm M' nằm trên cạnh DC

Câu 19. Cho hình vuông tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α , $0 \leq \alpha < 2\pi$, biến hình vuông trên thành chính nó?

- A. Một B. Hai C. Ba D. Bốn

Câu 20. Phép quay $Q_{(O; \varphi)}$ biến điểm M thành M' . Khi đó:

- A. $\vec{OM} = \vec{OM}'$ và $(OM, OM') = \varphi$ B. $OM = OM'$ và $(OM, OM') = \varphi$
C. $\vec{OM} = \vec{OM}'$ và $M \hat{O} M' = \varphi$ D. $OM = OM'$ và $M \hat{O} M' = \varphi$

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O; \frac{\pi}{2})}$

- A. $A'(0; -3)$; B. $A'(0; 3)$; C. $A'(-3; 0)$; D. $A'(2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O; -\frac{\pi}{2})}$

- A. $A'(-3; 0)$; B. $A'(3; 0)$; C. $A'(0; -3)$; D. $A'(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

Câu 23. Cho tam giác đều ABC hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành điểm C:

- A. $\varphi = 30^\circ$ B. $\varphi = 90^\circ$ C. $\varphi = -120^\circ$ D. $\varphi = -60^\circ$ hoặc $\varphi = 60^\circ$

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm M(2; 0) và điểm N(0; 2). Phép quay tâm O biến điểm M thành điểm N, khi đó góc quay của nó là:

- A. $\varphi = 30^\circ$ B. $\varphi = 30^\circ$ hoặc $\varphi = 45^\circ$ C. $\varphi = 90^\circ$ D. $\varphi = 90^\circ$ hoặc $\varphi = 270^\circ$

Câu 25. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- B. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- C. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
- D. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.

Câu 26. Trong mặt phẳng Oxy, qua phép quay $Q(O, -90^\circ)$, $M'(3; -2)$ là ảnh của điểm:

- A. $M(-3; -2)$. B. $M(-3; 2)$. C. $M(2; 3)$. D. $M(-2; -3)$.

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $B(-3; 6)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho B là ảnh của E qua phép quay tâm O góc quay 90° .

- A. $E(-6; -3)$. B. $E(-3; -6)$. C. $E(6; 3)$. D. $E(3; 6)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình

- A. $x - y + 3 = 0$. B. $x + y + 3 = 0$. C. $x + y + 5 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.

Câu 29. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O góc 90° .

- A. $2x - y + 6 = 0$. B. $2x - y - 6 = 0$. C. $2x + y + 6 = 0$. D. $2x + y - 6 = 0$.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y = x$. Tìm ảnh của d qua phép quay tâm O, góc quay 90° .

- A. $d': y = 2x$. B. $d': y = -x$. C. $d': y = -2x$. D. $d': y = x$.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$. Ảnh của (C) qua phép quay tâm O, góc quay 90° là?

- A. $x^2 + (y - 2)^2 = \sqrt{3}$. B. $x^2 + (y - 2)^2 = 3$.
 C. $x^2 + (y - 2)^2 = 9$. D. $x^2 + (y + 2)^2 = 3$.

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$. Ảnh của (C) qua phép quay tâm O, góc quay 90° là?

- A. $x^2 + (y - 3)^2 = 4$. B. $x^2 + (y + 3)^2 = 4$.
 C. $x^2 + y^2 + 6y - 6 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 6x - 5 = 0$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm M(2; 1). Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (2; 3)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. (1; 3) B. (2; 0) C. (0; 2) D. (4; 4)

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; 2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. $3x + 3y - 2 = 0$ B. $x - y + 2 = 0$ C. $x + y + 2 = 0$ D. $x + y - 3 = 0$

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho 3 điểm $I(4; -2)$, $M(-3; 5)$, $M'(1; 1)$. Phép vị tự V tâm I tỉ số k, biến điểm M thành M' . Khi đó giá trị của k là:

- A. $-\frac{7}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $-\frac{3}{7}$ D. $\frac{3}{7}$

Câu 36. Cho tam giác ABC và A', B', C' lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Gọi O, G, H lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm và trực tâm của tam giác ABC. Lúc đó phép biến hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' là:

- A. $V_{(O; -\frac{1}{2})}$ B. $V_{(G; -\frac{1}{2})}$ C. $V_{(H; -\frac{1}{3})}$ D. $V_{(H; \frac{1}{3})}$

Câu 37. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(-2; 4)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-3; 4)$ B. $(-4; -8)$ C. $(4; -8)$ D. $(4; 8)$

Câu 38. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + y + 3 = 0$ B. $2x + y - 6 = 0$ C. $4x - 2y - 3 = 0$ D. $4x + 2y - 5 = 0$

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + 2y = 0$ B. $2x + 2y - 4 = 0$ C. $x + y + 4 = 0$ D. $x + y - 4 = 0$

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$ B. $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$
C. $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$ D. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$ B. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$
C. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$ D. $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 16$

Câu 42. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho:

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM'}$ B. $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM'}$ C. $\overrightarrow{OM} = -k \overrightarrow{OM'}$ D. $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$

Câu 43. Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì:

- A. $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$ và $M'N' = -kMN$ B. $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$ và $M'N' = |k|MN$
C. $\overrightarrow{M'N'} = |k| \overrightarrow{MN}$ và $M'N' = kMN$ D. $\overrightarrow{M'N'} \parallel \overrightarrow{MN}$ và $M'N' = \frac{1}{2} MN$

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy. Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$ và $x - 2y + 4 = 0$, điểm $I(2; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2 khi đó giá trị của k là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 45. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O (với O là gốc tọa độ) tỉ số $k=2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$.

C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.

C - PHẦN TỰ LUẬN ĐẠI SỐ

Bài 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

1) $y = \frac{\cot x}{\cos 2x - 1}$

2) $y = \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 + \sin x}}$

3) $y = \cot(x + \frac{\pi}{3})$

Bài 2:

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số: $y = \cos 2x$.

b) Dựa vào đồ thị hãy xác định chu kỳ tuần hoàn của hàm số và tìm các giá trị của x để $y > 0$.

c) Dựa vào đồ thị hãy tìm các giá trị của x để $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau:

1) $y = 3\sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 1$

2) $y = 3 - 2\sqrt{1 + \cos 2x}$

3) $y = \cos 2x - \sin x + 3$

Bài 4 : Giải các phương trình sau:

1) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

2) $\cos 2x + \sin(2x - 120^\circ) = 0$

3) $2 \tan x - 3 \cot x - 2 = 0$

4) $\frac{3}{\cos^2 x} - 4 \tan x - 2 = 0$

5) $\cos 2x + \sin^2 x - 2 \cos x + 1 = 0$

6) $\sin 3x \cos 5x = \cos x \sin 7x$

7) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$

8) $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{1}{8}$

Bài 5: Giải các phương trình sau:

1) $3 \sin 2x - \sqrt{3} \cos 6x = 1 + 4 \sin^3 2x$

2) $\cos 7x \cos 5x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 - \sin 7x \sin 5x$

3) $\sqrt{3} \sin 4x - \cos 4x = \sin x - \sqrt{3} \cos x$

4) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$

5) $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2$

6) $4 \sin^3 x + 3 \sin^2 x \cos x = \sin x + \cos^3 x$

7) $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \tan x + \cot x$

8) $9 \sin x + 6 \cos x - 3 \sin 2x + \cos 2x = 8$

9) $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

10) $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$

Bài 6: Tìm nghiệm:

1) $x \in (0; \pi)$ của phương trình: $\sin x + \sin 3x = \cos 2x + \cos 4x$

2) $x \in \left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình: $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2 \sin x$

3) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình : $\frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 8 \cos 2x$

4) $x \in (0; 2\pi)$ của phương trình : $5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2 \sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$

Bài 7*: Tìm m để phương trình : $(2 \sin x - 1)(2 \cos 2x + 2 \sin x + m) = 3 - 4 \cos^2 x$ có đúng 2 nghiệm $x \in [0; \pi]$.

D - PHẦN TỰ LUẬN HÌNH HỌC.

Bài 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(-2;1), đường thẳng d: $2x + y + 5 = 0$ và đường tròn (C) : $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$.

Tìm ảnh của A, d, (C) qua phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 3)$.

Bài 2: Cho 2 đường thẳng d: $2x - 3y + 5 = 0$ và d': $2x - 3y - 1 = 0$.

a) Hỏi có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d' ? Xác định phép tịnh tiến biến d thành d' sao cho độ dài véc tơ tịnh tiến là nhỏ nhất.

b) Phép tịnh tiến theo véc tơ \vec{v} cùng phương với trục Ox biến d thành d'. Tìm ảnh của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc tơ \vec{v} .

Bài 3 : Cho 2 đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ và (C') : $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$. Hãy xác định các phép dời hình biến (C) thành (C').

Bài 4 : Cho đường thẳng d : $x + 2y - 5 = 0$, A(1 ; 1), B(-4 ; 2). Tìm điểm M thuộc đường thẳng d sao cho : MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 : Cho tam giác ABC nhọn. Dựng về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABB' và ACC'. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của B'C và BC'. Chứng minh tam giác AIJ đều.

Bài 6 : Cho đường tròn tâm O bán kính R ngoại tiếp tam giác ABC, điểm A cố định và 2 điểm B, C di động sao cho BC = 2d không đổi ($d < R$). Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC.