

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$.

Câu 2 (1,0 điểm)

- 1) Tính môđun của số phức $z = \frac{3-i}{2+i} - (1+3i)^2$.
- 2) Giải bất phương trình $4^x > 2^{x+1} + 3$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2 \ln x}{x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d .

Câu 5 (1,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $1 + 2\cos 2x = \sin 2x$.
- 2) Vòng chung kết Euro 2016 có 24 đội bóng tham dự, trong đó có các đội Anh, Pháp, Đức, Italia và Tây Ban Nha. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 2 đội bóng để đá trận khai mạc. Tính xác suất để ít nhất một trong 5 đội bóng kể trên được đá trận khai mạc.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của SA . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BDM) .

Câu 7 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^4 + 6y^2 - x^2 - 7x - 3 = 2(x+3)\sqrt{x+3} \\ (4x-1)(y^2 + \sqrt[3]{3x+5}) = 4x^2 + 3x + 8 \end{cases}$$

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $H(-3;1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên BD . Điểm $M\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ là trung điểm cạnh BC , phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ADH là $d: 4x + y + 13 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

Câu 9 (1,0 điểm) Cho $x \geq y \geq z \geq 0$ và không có hai số nào đồng thời bằng 0. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = \sqrt{\frac{x^2+z^2}{y^2+z^2}} + \sqrt{\frac{y^2+z^2}{x^2+z^2}} + \sqrt{\frac{z^2+xy}{x^2+y^2}}$.

.....Hết.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

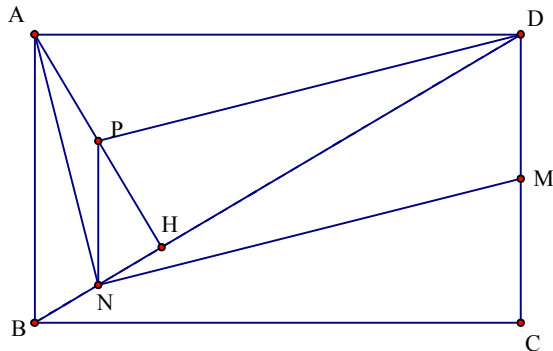
Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$	1,00
		TXĐ: $\mathbb{R}$. $y' = -4x^3 + 4x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$	0,25
		Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$	0,25
		Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$	
		Điểm cực đại $(\pm 1; 4)$, điểm cực tiểu $(0; 3)$	0,25
		$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$. Lập được bảng biến thiên	
		Vẽ đúng đồ thị	0,25
1	2	Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ (1)	1,00
		Viết lại phương trình dưới dạng $-x^4 + 2x^2 + 3 = m + 3$	0,25
		Số nghiệm của pt (1) là số giao điểm của đt $y = m + 3$ và (C)	
		$3 < m + 3 < 4 \Leftrightarrow 0 < m < 1$, pt (1) có 4 nghiệm	0,25
		$\begin{cases} m + 3 = 4 \\ m + 3 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m < 0 \end{cases}$, pt (1) có 2 nghiệm	0,25
		$m + 3 > 4 \Leftrightarrow m > 1$, pt (1) vô nghiệm	0,25
		$m + 3 = 3 \Leftrightarrow m = 0$, pt (1) có 3 nghiệm	
		Kết luận	
2	1	Tính môđun của số phức $z = \frac{3-i}{2+i} - (1+3i)^2$.	0,50
		$z = \frac{(3-i)(2-i)}{5} - (1+6i+9i^2) = \frac{5-5i}{5} - 1-6i+9 = 9-7i$	0,25
		$\Rightarrow z = \sqrt{130}$	0,25
2	2	Giải bất phương trình $4^x > 2^{x+1} + 3$	0,50
		Đặt $t = 2^x, t > 0$ ta được $t^2 - 2t - 3 > 0 \Leftrightarrow t > 3$ (TM), $t < -1$ (Loại)	0,25
		$t > 3 \Rightarrow 2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$. Vậy $S = (\log_2 3; +\infty)$	0,25
3		Tính tích phân $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2 \ln x}{x} dx$	1,00
		Đặt $t = 1 + \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. $t(1) = 1, t(e) = 2$	0,25
		$\Rightarrow \int_1^e \frac{(1+\ln x)^2 \ln x}{x} dx = \int_1^2 t^2 (t-1) dt$	0,25
		$= \int_1^2 (t^3 - t^2) dt = \left(\frac{1}{4} t^4 - \frac{1}{3} t^3 \right) \Big _1^2$	0,25
		$= \frac{17}{12}$	0,25

4		Cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d	1,00
		d có vtcp $\vec{u} = (2;2;-1)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d nhận $\vec{u} = (2;2;-1)$ làm vtp.	0,25
		Pt mp(P) là $2(x-1) + 2(y-0) - (z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 3 = 0$	0,25
		d có pt tham số $x = 1 + 2t, y = -1 + 2t, z = -t$ thế vào (P) ta được $2(1 + 2t) + 2(-1 + 2t) - (-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$. Vậy d cắt (P) tại điểm $I\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$	0,25
		Điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d khi và chỉ khi I là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$	0,25
5	1	Giải phương trình $1 + 2\cos 2x = \sin 2x$.	0,5
		Pt $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)^2 + 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$ $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(3\cos x + \sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \\ 3\cos x + \sin x = 0 \end{cases}$	0,25
		$\cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ $3\cos x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -3 \Leftrightarrow x = \arctan(-3) + k\pi$ Vậy pt có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan(-3) + k\pi$	0,25
5	2	Vòng chung kết Euro 2016 có 24 đội bóng tham dự, trong đó có các đội Anh, Pháp, Đức, Italia và Tây Ban Nha. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 2 đội bóng để đá trận khai mạc. Tính xác suất để ít nhất một trong 5 đội bóng kể trên được đá trận khai mạc.	0,5
		Chọn 2 đội bóng từ 24 đội bóng có C_{24}^2 cách Gọi A là biến cố 2 đội bóng được chọn có ít nhất một trong 5 đội bóng đã cho. Khi đó $\bar{A}$ là biến cố 2 đội bóng được chọn không có 5 đội bóng kể trên. $n(\bar{A}) = C_{19}^2$	0,25
		Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{19}^2}{C_{24}^2} = \frac{35}{92}$	0,25

6	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi M là trung điểm của SA. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BDM).	1,00
	Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ $\triangle ADH$ vuông tại $A \Rightarrow HD = \sqrt{HA^2 + AD^2} \Rightarrow HD = 2a$ Góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SDH} \Rightarrow \widehat{SDH} = 60^\circ$. Trong tam giác SHD có $\tan 60^\circ = \frac{SH}{HD} \Rightarrow SH = 2a\sqrt{3}$ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} 2a \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a\sqrt{3} = 4a^3$ AC cắt BD tại O là trung điểm của $AC \Rightarrow d(C; (BDM)) = d(A; (BDM))$. Gọi N là trung điểm của $HA \Rightarrow MN \parallel SH \Rightarrow MN \perp (ABCD)$ và $AB = \frac{4}{3} NB$ $\Rightarrow d(A; (BDM)) = \frac{4}{3} d(N; (BDM))$ Kẻ $NK \perp BD \Rightarrow BD \perp (MKN)$ và $NK = \frac{3\sqrt{21}}{14} a$ Kẻ $NE \parallel MK \Rightarrow NE \perp (BDM)$. Trong tam giác vuông MNK ta có: $\frac{1}{NE^2} = \frac{1}{NK^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{37}{27a^2} \Rightarrow NE = \frac{3a\sqrt{111}}{37}$ $\Rightarrow d_{(C; (BDM))} = \frac{4}{3} NE = \frac{4a\sqrt{111}}{37}$	0,25 0,25 0,25 0,25

7	Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^4 + 6y^2 - x^2 - 7x - 3 = 2(x+3)\sqrt{x+3} & (1) \\ (4x-1)(y^2 + \sqrt[3]{3x+5}) = 4x^2 + 3x + 8 & (2) \end{cases}$	1,00
	ĐK: $x \geq -3$ Pt (1) $\Leftrightarrow y^4 + 6y^2 = x^2 + 7x + 3 + 2x\sqrt{x+3} + 6\sqrt{x+3}$ $\Leftrightarrow (y^2)^2 + 6y^2 = (x + \sqrt{x+3})^2 + 6(x + \sqrt{x+3})$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t^2 + 6t, t \geq -3$ $f'(t) = 2(t+3) > 0, \forall t > -3 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $[-3; +\infty)$ $y^2 \geq 0, x + \sqrt{x+3} \geq -3 \Rightarrow f(y^2) = f(x + \sqrt{x+3}) \Leftrightarrow y^2 = x + \sqrt{x+3}$	0,25
	Thế vào pt (2) ta được $(4x-1)(\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{3x+5}) = 4x+8$ $\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{3x+5} - \frac{4x+8}{4x-1} = 0, x \geq -3, x \neq \frac{1}{4}$ Xét $g(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt[3]{3x+5} - \frac{4x+8}{4x-1}, x \geq -3, x \neq \frac{1}{4}$. Ta có $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{(3x+5)^2}} + \frac{36}{(4x-1)^2} > 0, \forall x > -3, x \neq \frac{1}{4}, x \neq -\frac{5}{3}$ Suy ra $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-3; \frac{1}{4})$ và $(\frac{1}{4}; +\infty)$	0,25
	Mặt khác $g(-2) = g(1) = 0$ nên $g(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm là -2 và 1 $x = -2 \Rightarrow y^2 = -1$ (Loại). $x = 1 \Rightarrow y^2 = 3 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{3}$ Vậy hệ có 2 nghiệm là $(1; \pm\sqrt{3})$.	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $H(-3;1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm $M(\frac{1}{2}; 2)$ là trung điểm cạnh BC, phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ADH là $d: 4x + y + 13 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.	1,00
	Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BH và AH $\Rightarrow NP$ song song và bằng $\frac{1}{2} AB$. Ta có $AB \perp AD$ $\Rightarrow NP \perp AD$, kết hợp với $AP \perp ND$ suy ra P là trực tâm của tam giác $AND \Rightarrow DP \perp AN$. $MNPD$ là hình bình hành $\Rightarrow MN \parallel DP, DP \perp AN$ $\Rightarrow MN \perp AN$	0,25



		MN qua M , vuông góc với AN có pt $x - 4y + \frac{15}{2} = 0$. Tọa độ N thỏa mãn hệ pt $\begin{cases} 4x + y + 13 = 0 \\ x - 4y + \frac{15}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow N\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$	0,25
		$\Rightarrow B(-4; 1)$. BD có pt $y - 1 = 0$, AH có pt $x + 3 = 0 \Rightarrow A(-3; -1)$	0,25
		BC đi qua B và nhận $\overrightarrow{AB} = (-1; 2)$ làm vtpt có pt $-x + 2y - 6 = 0$	0,25
9		Tìm min của biểu thức $P = \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{y^2 + z^2}} + \sqrt{\frac{y^2 + z^2}{x^2 + z^2}} + \sqrt{\frac{z^2 + xy}{x^2 + y^2}}$	1,00
		Xét hàm $f(t) = \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}}$; $t \geq 1$, dễ thấy $f(t)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$. Do $x \geq y \geq z \Rightarrow y > 0$ và dễ có được $\frac{x^2 + z^2}{y^2 + z^2} \geq \frac{x}{y} \geq 1$. Suy ra $f\left(\frac{x^2 + z^2}{y^2 + z^2}\right) \geq f\left(\frac{x}{y}\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{y^2 + z^2}} + \sqrt{\frac{y^2 + z^2}{x^2 + z^2}} \geq \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$	0,25
		Vậy $P \geq \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{xy}{x^2 + y^2}}$ (1) Đặt $t = \sqrt{\frac{x}{y}}$ ($t \geq 1$), ta được $P \geq t + \frac{1}{t} + \frac{t}{\sqrt{t^4 + 1}}$.	0,25
		Xét hàm $g(t) = t + \frac{1}{t} + \frac{t}{\sqrt{t^4 + 1}}$, $t \geq 1$, ta có $g'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} + \frac{1 - t^4}{(t^4 + 1)\sqrt{t^4 + 1}} = (t^2 - 1) \left[\frac{1}{t^2} - \frac{t^2 + 1}{(t^4 + 1)\sqrt{t^4 + 1}} \right]$	0,25
		Với $t \geq 1$ thì dễ thấy ngay $g'(t) \geq 0$ và $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$, suy ra hàm $g(t)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$. Suy ra $g(t) \geq g(1) = 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow P \geq 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}$. Đẳng thức xảy ra khi $x = y; z = 0$. Vậy $\min P = 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}$.	0,25