

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh ?

- A. C_{10}^2 . B. A_{10}^2 . C. 10^2 . D. 2^{10} .

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 12. D. -6.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 4: Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 6: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

Câu 8: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

Câu 9: Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. B. $\frac{1}{3}\log_2 a$. C. $3 + \log_2 a$. D. $3\log_2 a$.

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

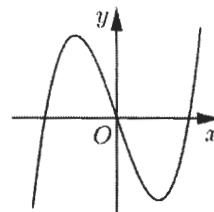
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.



Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

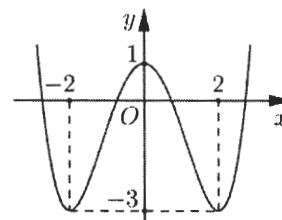
Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 17: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 3. B. 2.
C. 1. D. 4.



Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 19: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A. $\bar{z} = -2 + i$. B. $\bar{z} = -2 - i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. -2.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây ?

- A. $Q(1; 2)$. B. $P(-1; 2)$. C. $N(1; -2)$. D. $M(-1; -2)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -1)$. B. $(2; -4; 1)$. C. $(2; 4; 1)$. D. $(-2; -4; -1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

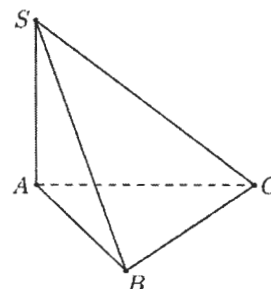
- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(1; 2; -1)$. B. $M(-1; -2; 1)$. C. $N(2; 3; -1)$. D. $Q(-2; -3; 1)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .



Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 2. B. -23. C. -22. D. -7.

Câu 29: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $a + 2b = 2$. B. $4a + 2b = 1$. C. $4ab = 1$. D. $2a + 4b = 1$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 32: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Câu 33: Xét $\int_0^2 xe^{x^2} dx$, nếu đặt $u = x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ bằng

- A. $2 \int_0^2 e^u du$. B. $2 \int_0^4 e^u du$. C. $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$. D. $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$.

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây ?

- A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.
C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

- A. 4. B. $4i$. C. -1. D. $-i$.

Câu 36: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 10.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

- A. $3x + y - z - 7 = 0$. B. $x + 4y - 2z + 6 = 0$.
C. $x + 4y - 2z - 6 = 0$. D. $3x + y - z + 7 = 0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

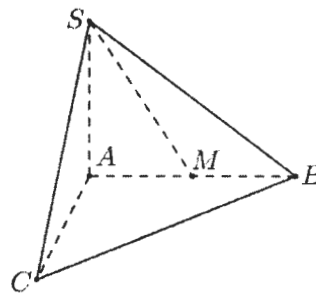
- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 39: Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.
C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.



Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 42: Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

- A. 202. B. 203. C. 206. D. 207.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		1
			$-\infty$		

Trong các số a , b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 44: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\pi} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{1042}{225}$. B. $\frac{208}{225}$. C. $\frac{242}{225}$. D. $\frac{149}{225}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2	0	2	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = 1$ là

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 47: Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^x = b^y = \sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây ?

- A. $(1; 2)$. B. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. C. $[3; 4)$. D. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m

sao cho $\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S là

- A. 6. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng

- A. 27. B. 30. C. 18. D. 36.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.

----- HẾT -----



BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	B	C	C	D	A	C	C	D	D	D	A	B	C	D	D	C	B	B	D	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	C	D	A	B	C	D	D	A	B	C	D	D	A	A	B	C	D	C	C	D	B	B	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

A. C_{10}^2 .

B. A_{10}^2 .

C. 10^2 .

D. 2^{10} .

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 học sinh từ nhóm gồm 10 học sinh là tổ hợp chập 2 của 10: C_{10}^2 (cách).

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$; $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6.

B. 3.

C. 12.

D. -6.

Lời giải

Chọn A

Cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n-1)d$;

(Với u_1 là số hạng đầu và d là công sai).

Suy ra có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 9 = 3 + d \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy công sai của cấp số cộng đã cho bằng 6.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 4$.

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 12.

C. 36.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.3.4 = 4.$

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $16\pi.$

B. $48\pi.$

C. $36\pi.$

D. $4\pi.$

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}.\pi.r^2.h = \frac{1}{3}.\pi.16.3 = 16\pi.$

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}.$

B. $8\pi.$

C. $16\pi.$

D. $4\pi.$

Lời giải

Chọn C

$S = 4\pi R^2 = 16\pi$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1).$

B. $(0; 1).$

C. $(-1; 0).$

D. $(-\infty; 0).$

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Với a là hai số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a.$

B. $\frac{1}{3}\log_2 a.$

C. $3 + \log_2 a.$

D. $3\log_2 a.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(a^3) = 3\log_2 a.$

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl.$

B. $\pi rl.$

C. $\frac{1}{3}\pi rl.$

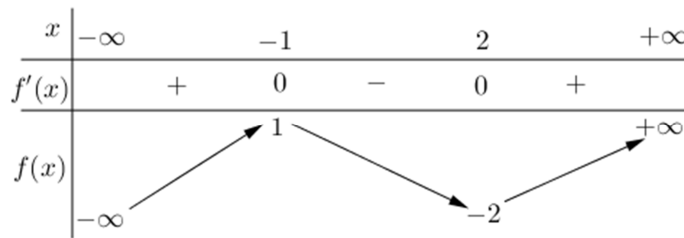
D. $2\pi rl.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rl.$

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

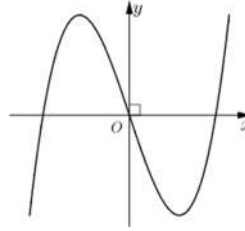
Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

A. $(10; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $[10; +\infty)$.

D. $(-\infty; 10)$.

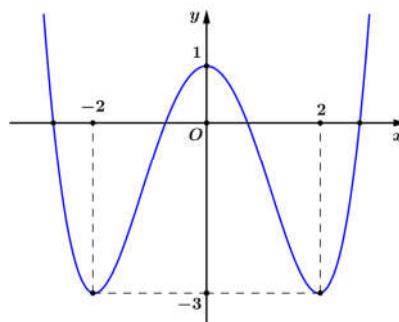
Lời giải

Chọn C

$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[10; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là



A. 3.

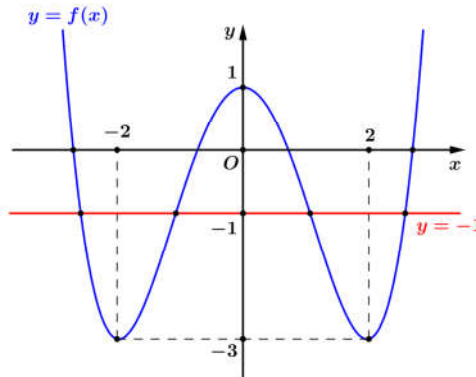
B. 2.

C. 1.
Lời giải

D. 4.

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$ (hình vẽ).



Dựa vào đồ thị ta thấy có 4 giao điểm.
Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.
Lời giải

D. 8.

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.4 = 8$.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

A. $\bar{z} = -2 + i$.

B. $\bar{z} = -2 - i$.

C. $\bar{z} = 2 - i$.
Lời giải

D. $\bar{z} = 2 + i$.

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là $\bar{z} = 2 - i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 4.
Lời giải

D. -2.

Chọn B

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 4i$.

Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng 3.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1; 2)$.

B. $P(-1; 2)$.

C. $N(1; -2)$.

D. $M(-1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm $P(-1; 2)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$.

B. $(2; 1; 0)$.

C. $(0; 1; -1)$.

D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2; 1; -1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2; 0; -1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2; 4; -1)$.

B. $(2; -4; 1)$.

C. $(2; 4; 1)$.

D. $(-2; -4; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2; -4; 1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3(2; 3; 2)$.

B. $\vec{n}_1(2; 3; 0)$.

C. $\vec{n}_2(2; 3; 1)$.

D. $\vec{n}_4(2; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2(2; 3; 1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

A. $P(1; 2; -1)$.

B. $M(-1; -2; 1)$.

C. $N(2; 3; -1)$.

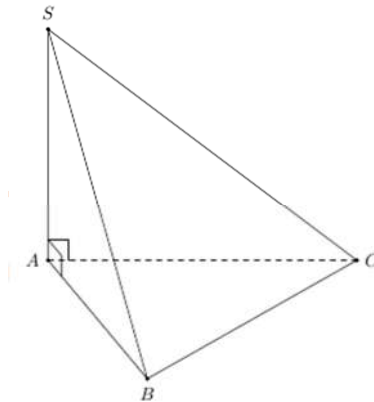
D. $Q(-2; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(1; 2; -1)$ vào phương trình đường thẳng d thấy thỏa mãn nên đường thẳng d đi qua điểm $P(1; 2; -1)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left. \begin{array}{l} SB \cap (ABC) = B \\ SA \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AB \text{ là hình chiếu của } SB \text{ trên mặt phẳng } (ABC)$

$$\Rightarrow \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBA}$$

Do tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = (2a)^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SAB vuông tại A , có $SA = AB = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 2.

B. -23.

C. -22.

D. -7.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 20x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}.$$

Xét hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ có: $f(-1) = -7; f(0) = 2; f(2) = -22$.

$$\text{Vậy } \min_{x \in [-1; 2]} f(x) = -22.$$

Câu 29. Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $a + 2b = 2$.

B. $4a + 2b = 1$.

C. $4ab = 1$.

D. $2a + 4b = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3 \Leftrightarrow \log_3(3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1.$$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'(x)$		+	0	-	0	+	
$y(x)$	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0 \Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 3) > 0 \Leftrightarrow 3^x > 1 \text{ (vì } 3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow x > 0.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

A. $5\pi a^2$.

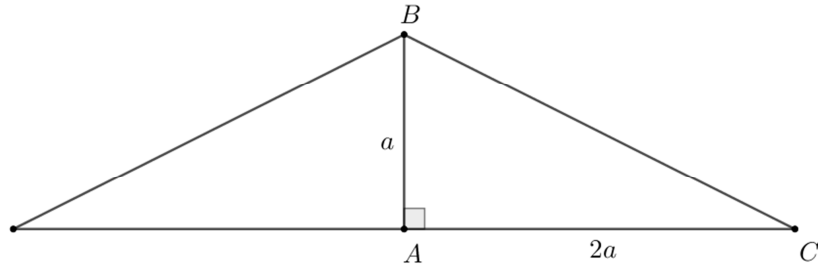
B. $\sqrt{5}\pi a^2$.

C. $2\sqrt{5}\pi a^2$.

D. $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$

Diện tích xung quanh hình nón cần tìm là $S = \pi \cdot AC \cdot BC = \pi \cdot 2a \cdot a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 33. Xét $\int_0^2 xe^{x^2} dx$, nếu đặt $u = x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ bằng

A. $2 \int_0^2 e^u du$.

B. $2 \int_0^4 e^u du$.

C. $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$.

D. $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Leftrightarrow x dx = \frac{du}{2}$.

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 0$, khi $x = 2 \Rightarrow u = 4$.

Do đó $\int_0^2 xe^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$.

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

A. 4.

B. $4i$.

C. -1.

D. $-i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1 z_2 = (3 - i)(-1 + i) = -2 + 4i$.

Suy ra phần ảo của $z_1 z_2$ bằng 4.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 1 = -4 \Leftrightarrow (z - 1)^2 = 4i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z - 1 = -2i \\ z - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - 2i \\ z = 1 + 2i \end{cases}$.

Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm nên $z_0 = 1 - 2i \Rightarrow z_0 + i = 1 - 2i + i = 1 - i$.

Suy ra: $|z_0 + i| = |1 - i| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là
- A.** $3x + y - z - 7 = 0$. **B.** $x + 4y - 2z + 6 = 0$.
C. $x + 4y - 2z - 6 = 0$. **D.** $3x + y - z + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(1;4;-2)$ là một véc tơ chỉ phương.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ nhận véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;4;-2)$ của Δ là véc tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng phải tìm là:

$$1.(x-2) + 4(y-1) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - 2z - 6 = 0.$$

- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN} = (2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án A, B và C .

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

- Câu 39.** Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A , 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C , ngồi và hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{20}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh thành hàng ngang, không gian mẫu có số phần tử là: $6!$.

Gọi M là biến cố "học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B ".

Xét các trường hợp:

Trường hợp 1. Học sinh lớp C ngồi đầu dãy

+ Chọn vị trí cho học sinh lớp C có 2 cách.

+ Chọn 1 học sinh lớp B ngồi cạnh học sinh lớp C có 2 cách.

+ Hoán vị các học sinh còn lại cho nhau có $4!$ cách.

Trường hợp này thu được: $2.2.4! = 96$ cách.

Trường hợp 2. Học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B , ta gộp thành 1 nhóm, khi đó:

+ Hoán vị 4 phần tử gồm 3 học sinh lớp A và nhóm gồm học sinh lớp B và lớp C có: $4!$ cách.

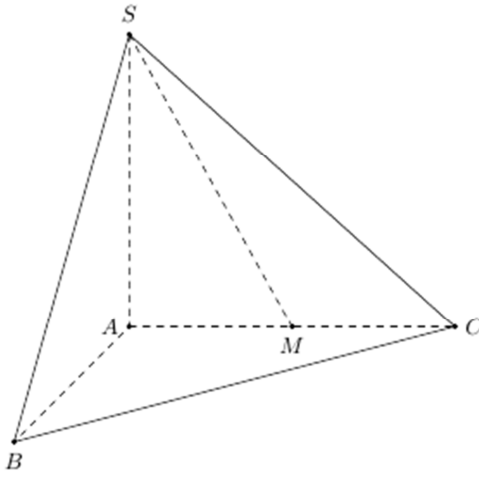
+ Hoán vị hai học sinh lớp B cho nhau có: $2!$ cách.

Trường hợp này thu được: $4!.2! = 48$ cách.

Như vậy số phần tử của biến cố M là: $48 + 96 = 144$.

$$\text{Xác suất của biến cố } M \text{ là } P(M) = \frac{144}{6!} = \frac{1}{5}.$$

- Câu 40.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (hình minh họa). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



A. $\frac{2a}{3}$.

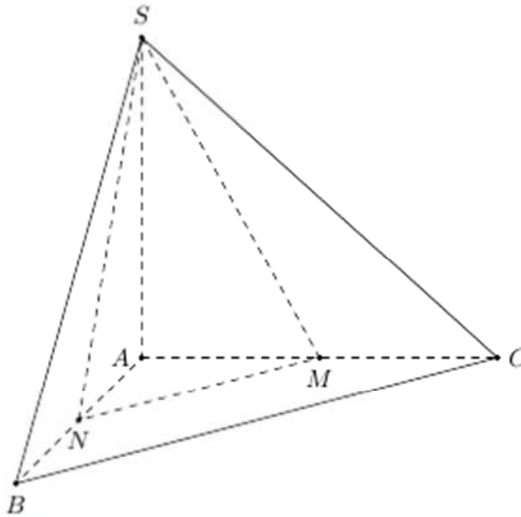
B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của AC , ta có: $MN \parallel BC$ nên ta được $BC \parallel (SMN)$.

Do đó $d(BC, SM) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = h$.

Tứ diện $A.SMN$ vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$

Vậy $d(BC, SM) = \frac{2a}{3}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

- Câu 42.** Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A. 202.

B. 203.

C. 206.

D. 207.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra ta có $\frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}} > 0,3$

$$\Leftrightarrow 1 + 49e^{-0,015n} < \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,015n} < \frac{7}{147}$$

$$\Leftrightarrow -0,015n < \ln \frac{7}{147}$$

$$\Leftrightarrow n > -\frac{1}{0,015} \ln \frac{7}{147} \approx 202,97.$$

Vậy ít nhất 203 lần quảng cáo.

- Câu 43.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

$$\text{Từ bảng biến thiên ta có: } \begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}.$$

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2), ta được: } -\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1.$$

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

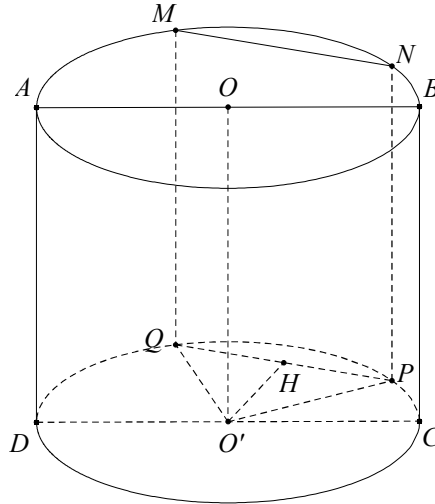
B. $150\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Lấy 2 điểm M, N lần lượt nằm trên đường tròn tâm O sao cho $MN = 6a$.

Từ M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với trục OO' , cắt đường tròn tâm O' tại Q, P .

Thiết diện ta thu được là hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng $6a$.

Gọi H là trung điểm của PQ . Suy ra $OH \perp PQ$.

Vì $OO' \parallel (MNPQ)$ nên ta có $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H$.

Từ giả thiết, ta có $O'H = 3a$. Do đó $\Delta O'HP$ là tam giác vuông cân tại H .

Suy ra bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $O'P = \sqrt{O'H^2 + HP^2} = 3a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là: $V = 6a \cdot \pi \cdot (3a\sqrt{2})^2 = 108\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^\pi f(x) dx$ bằng

A. $\frac{1042}{225}$.

B. $\frac{208}{225}$.

C. $\frac{242}{225}$.

D. $\frac{149}{225}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \cos x \cos^2 2x dx = \int \cos x (1 - 2\sin^2 x)^2 dx$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

$\Rightarrow f(x) = \int (1 - 2t^2)^2 dt = \int (1 - 4t^2 + 4t^4) dt = t - \frac{4}{3}t^3 + \frac{4}{5}t^5 + C = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C$.

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x = \sin x \left(1 - \frac{4}{3}\sin^2 x + \frac{4}{5}\sin^4 x \right)$.

$= \sin x \left[1 - \frac{4}{3}(1 - \cos^2 x) + \frac{4}{5}(1 - \cos^2 x)^2 \right]$.

Ta có $\int_0^\pi f(x) dx = \int_0^\pi \sin x \left[1 - \frac{4}{3}(1 - \cos^2 x) + \frac{4}{5}(1 - \cos^2 x)^2 \right] dx$.

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \pi \Rightarrow t = -1$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } \int_0^{\pi} f(x) dx &= \int_{-1}^1 \left[1 - \frac{4}{3}(1-t^2) + \frac{4}{5}(1-t^2)^2 \right] dt = \int_{-1}^1 \left(\frac{7}{15} - \frac{4}{15}t^2 + \frac{4}{5}t^4 \right) dt \\ &= \left(\frac{7}{15}t - \frac{4}{45}t^3 + \frac{4}{5}t^5 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{242}{225}. \end{aligned}$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			2		0		2		
	$-\infty$								$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = 1$ là

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sin x, x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$

Khi đó phương trình $f(\sin x) = 1$ trở thành $f(t) = 1, \forall t \in [-1; 1]$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(t) = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = a \in (-1; 0) \\ t = b \in (0; 1) \end{cases}$.

Trường hợp 1: $t = a \in (-1; 0)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (-1; 0)$ thì phương trình $\sin x = t$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\pi < x_1 < x_2 < 2\pi$.

Trường hợp 2: $t = b \in (0; 1)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (0; 1)$ thì phương trình có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn

$$0 < x_3 < x_4 < \pi; 2\pi < x_5 < \frac{5\pi}{2};$$

Hiển nhiên cả 5 nghiệm trong 2 trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Câu 47. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^x = b^y = \sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

B. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$.

C. $[3; 4)$.

D. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \log_a b$. Vì $a, b > 1$ nên $t > 0$.

$$\text{Ta có: } a^x = \sqrt{ab} \Rightarrow x = \log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2}(1 + t).$$

$$b^y = \sqrt{ab} \Rightarrow y = \log_b \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_b a) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{t}\right).$$

$$\text{Vậy } P = x + 2y = \frac{1}{2}(1+t) + 1 + \frac{1}{t} = \frac{3}{2} + \frac{t}{2} + \frac{1}{t} \geq \frac{3}{2} + \sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \frac{t}{2} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{2}}.$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ bằng $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$ thuộc nửa khoảng $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho

$$\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ liên tục trên $[0;1]$

Khi $m = 1$ hàm số là hàm hằng nên $\max_{[0;1]} f(x) = \min_{[0;1]} f(x) = 1$

Khi $m \neq 1$ hàm số đơn điệu trên đoạn $[0;1]$ nên

$$+ \text{ Khi } f(0); f(1) \text{ cùng dấu thì } \max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = |f(0)| + |f(1)| = |m| + \left| \frac{m+1}{2} \right|.$$

$$+ \text{ Khi } f(0); f(1) \text{ trái dấu thì } \min_{[0;1]} |f(x)| = 0, \max_{[0;1]} |f(x)| = \max \{|f(0)|; |f(1)|\} = \max \left\{ |m|; \left| \frac{m+1}{2} \right| \right\}.$$

$$\text{TH1: } f(0) \cdot f(1) \geq 0 \Leftrightarrow m(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases}.$$

$$\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2 \Leftrightarrow |m| + \left| \frac{m+1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{TH2: } f(0) \cdot f(1) < 0 \Leftrightarrow m(m+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 0$$

$$\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2 \Rightarrow \begin{cases} |m| = 2 \\ \left| \frac{m+1}{2} \right| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = -5 \\ m = 3 \end{cases} \text{ (không thỏa mãn).}$$

Số phần tử của S là 2.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng

A. 27.

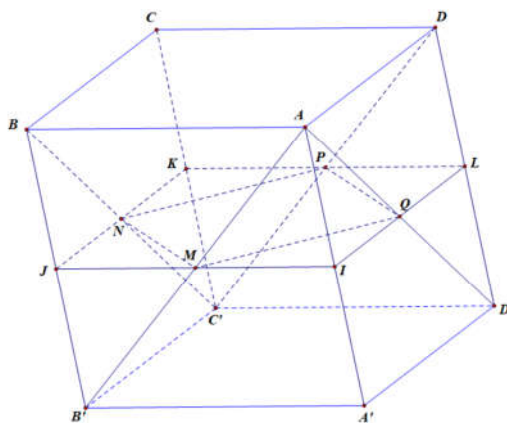
B. 30.

C. 18.

D. 36.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 9 \cdot 8 = 72$.

Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB', CC', DD' suy ra $V_{ABCD.IJKL} = 36$.

Do hình chóp $A.MIQ$ đồng dạng với hình chóp $A.B'A'D'$ theo tỉ số $\frac{1}{2}$ nên

$$V_{A.MIQ} = \frac{1}{8} V_{A.B'A'D'} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot \frac{9}{2} = \frac{3}{2}.$$

$$V_{ABCD.MNPQ} = V_{ABCD.IJKL} - 4V_{A.MIQ} = 36 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 30.$$

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$\text{Đặt } t = \log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2) \Rightarrow \begin{cases} x+y = 3^t \\ x^2+y^2 = 4^t \end{cases} (1).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$9^t = (x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2) = 4^t \Rightarrow \frac{9^t}{4^t} \leq 2 \Rightarrow t \leq \log_{\frac{9}{4}} 2$$

Như vậy,

$$x^2+y^2 = 4^t \Rightarrow x^2 \leq 4^t \leq 4^{\log_{\frac{9}{4}} 2} \approx 1,89 \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$$

$$\text{➤ Trường hợp 1: } x=0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t \\ y^2 = 4^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ y=1 \end{cases}.$$

$$\text{➤ Trường hợp 2: } x=1 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t - 1 \\ y^2 = 4^t - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ y=0 \end{cases}.$$

$$\text{➤ Trường hợp 3: } x=-1 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t + 1 \\ y^2 + 1 = 4^t \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ y = 3^t + 1 \geq 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 5 \text{ mâu thuẫn với}$$

$$x^2 + y^2 \leq 4^{\log_{\frac{9}{4}} \sqrt{2}} \text{ suy ra loại } x=-1.$$

Vậy có hai giá trị $x \in \{0; 1\}$

Cách 2:

$$\text{Đặt } t = \log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2) \Rightarrow \begin{cases} x+y=3^t \\ x^2+y^2=4^t \end{cases} (1).$$

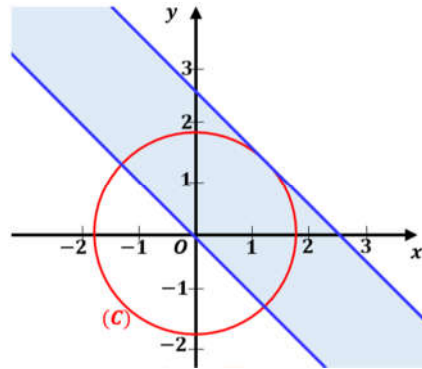
Suy ra x, y là tọa độ của điểm M với M thuộc đường thẳng $d: x+y=3^t$ và đường tròn $(C): x^2+y^2=4^t$.

Để tồn tại y tức tồn tại M nên $d, (C)$ có điểm chung, suy ra $d(O, d) \leq R$ trong đó

$$O(0;0), R=2^t \text{ nên } \frac{|-3^t|}{\sqrt{2}} \leq 2^t \Leftrightarrow t \leq \log_3 \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } (1) \Rightarrow \begin{cases} 0 < x+y \leq 3^{\log_3 \frac{\sqrt{2}}{2}} \\ x^2+y^2 \leq 4^{\log_3 \frac{\sqrt{2}}{2}} \end{cases}.$$

Minh họa quỹ tích điểm M như hình vẽ sau



Ta thấy có 3 giá trị $x \in \mathbb{Z}$ có thể thỏa mãn là $x = -1; x = 0; x = 1$.

Thử lại:

$$\text{➤ Trường hợp 1: } x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=3^t \\ y^2=4^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ y=1 \end{cases}.$$

$$\text{➤ Trường hợp 2: } x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=3^t-1 \\ y^2=4^t-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ y=0 \end{cases}.$$

$$\text{➤ Trường hợp 3: } x=-1 \Rightarrow \begin{cases} y=3^t+1 \\ y^2+1=4^t \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ y=3^t+1 \geq 2 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2 \geq 5 \text{ mâu thuẫn với}$$

$$x^2+y^2 \leq 4^{\log_3 \frac{\sqrt{2}}{2}} \text{ suy ra loại } x=-1.$$

----- HẾT -----