SỞ GDĐT NINH BÌNH | **ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021**

MÔN TOÁN

(Đề thi gồm có 50 câu, 06 trang) | *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên thí sinh: ....

Số báo danh:..

Mã đề thi 001

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2^x = \frac{1}{8}$ là

A. $x = \frac{1}{4}$. **B**. $x = -4$. **C**. $x = \frac{1}{3}$. **D**. $x = -3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$. **B**. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$. **D**. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Câu 3. Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ có bao nhiêu cực trị?

A. 0. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 1.

Câu 4. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

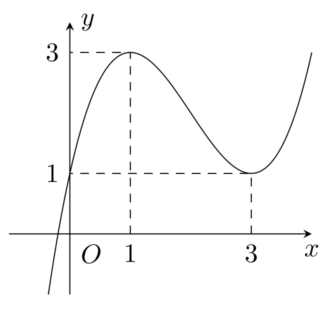
A. $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$. **B**. $4^{\frac{x}{y}} = \frac{4^x}{4^y}$. **C**. $(5^x)^y = (5^y)^x$. **D**. $(2 \cdot 7)^x = 2^x \cdot 7^x$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B**. $\frac{a^3}{4}$. **C**. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D**. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 6.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

C. $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

D. $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$.

Câu 7. Hàm số $y = 2^{2x}$ có đạo hàm là

A. $y' = 2^{2x}\ln 2$. **B**. $y' = 2x2^{2x-1}$. **C**. $y' = 2^{2x+1}\ln 2$. **D**. $y' = 2^{2x-1}$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. **B**. $y = \frac{x-1}{x+1}$. **C**. $y = \frac{x+5}{-x-1}$. **D**. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Câu 9. Cho hình trụ có chiều cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. 20π. **B**. 40π. **C**. 160π . **D**. 80π.

Câu 10. Cho hình lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài đường cao bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $6a^3$. **B**. $3a^3$. **C**. $2a^3$. **D**. a^3.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) \leq 1$ là

A. $(1;4]$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $(0;4]$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 13. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là

A. $S = \pi r^2$. **B.** $S = 4\pi r^2$. **C.** $S = \dfrac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S = \dfrac{3}{4}\pi r^2$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$ là

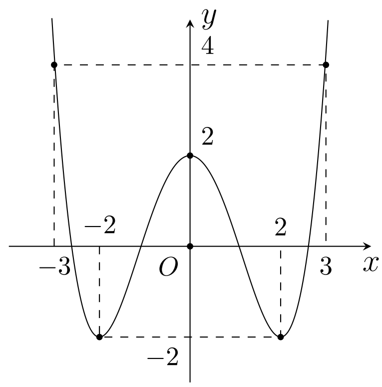
A. $3\mathrm{e}^{3x} + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{3\ln 3} + C$.

C. $F(x) = \mathrm{e}^{3x} + C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$.

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.



Câu 16. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$. Tính tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;2]$.

A. $M + m = \dfrac{1}{5}$. **B.** $M + m = -\dfrac{1}{5}$. **C.** $M + m = -\dfrac{4}{5}$. **D.** $M + m = -1$.

Câu 17. Hãy tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$

A. $\mathscr{D} = (-1;3)$. **B.** $\mathscr{D} = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

C. $\mathscr{D} = (-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D} = [-1;3]$.

Câu 18. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 3a + 5b$. **B.** $x = a^5 b^3$. **C.** $x = a^5 + b^3$. **D.** $x = 5a + 3b$.

Câu 19. Một hình nón có thể tích $V = \dfrac{32\pi\sqrt{5}}{3}$ và bán kính đáy hình nón bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $24\pi\sqrt{5}$. **B.** 48π. **C.** 24π. **D.** $12\pi\sqrt{5}$.

Câu 20. Cho $I = \int \frac{x}{1+\sqrt{x+1}}\,\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì $I = \int f(t)\,\mathrm{d}t$, trong đó $f(t)$ bằng

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$. **B**. $f(t) = t^2 - t$. **C**. $f(t) = t - 1$. **D**. $f(t) = t^2 + t$.

Câu 21. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m = -5$. **B**. $m = -3$. **C**. $m = -6$. **D**. $m = -4$.

Câu 22. Cho khối trụ có đường cao gấp đôi bán kính đáy. Một mặt phẳng qua trục của khối trụ cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho tính theo a bằng

A. $4\pi a^3$. **B**. $\frac{16}{3}\pi a^3$. **C**. $16\pi a^3$. **D**. $\frac{32}{3}\pi a^3$.

Câu 23. Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B, biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

A. 0. **B**. -5. **C**. -1. **D**. -2.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $16\sqrt{2}a^3$. **B**. $2\sqrt{2}a^3$. **C**. $8a^3$. **D**. a^3.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $4a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $24\sqrt{3}a^3$. **B**. $16\sqrt{3}a^3$. **C**. $4\sqrt{3}a^3$. **D**. $48\sqrt{3}a^3$.

Câu 26. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$. Tính giá trị của T.

A. $T = \log_2 3$. **B**. $T = 5$. **C**. $T = \log_2 6$. **D**. $T = 1$.

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$ là

A. 3. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 0.

Câu 28. Cho bất phương trình $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x < 0$. Với phép đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, $t > 0$, bất phương trình trở thành

A. $12t^2 - 35t + 18 > 0$. **B**. $12t^2 - 35t + 18 < 0$.

C. $18t^2 - 35t + 12 < 0$. **D**. $18t^2 - 35t + 12 > 0$.

Câu 29. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình trụ thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB bằng

A. $8\pi a^2$. **B**. $4\pi a^2$. **C**. $2\pi a^2$. **D**. $\frac{2\pi a^2}{3}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{5}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30°. **B**. 90°. **C**. 60° . **D**. 45°.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(2x+3)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B**. 3. **C**. 0. **D**. 2.

Câu 32. Trong không gian cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 6. Điểm M di động trong không gian sao cho tam giác MAB có diện tích bằng 12 và hình chiếu vuông góc của M lên AB nằm trong đoạn AB. Quỹ tích các điểm M tạo thành một phần của mặt tròn xoay. Diện tích phần mặt tròn xoay đó bằng

A. 48π. **B**. $24\pi\sqrt{2}$. **C**. 36π. **D**. 80π.

Câu 33. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\frac{4}{3}} x = \log_3 y = \log_2(2x-3y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\dfrac{9}{4}$. **B**. $\log_3 \dfrac{3}{2}$. **C**. $\log_2 \dfrac{2}{3}$. **D**. $\dfrac{4}{9}$.

Câu 34. Cho bất phương trình $\log_2^2(2x) - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

A. $m \in \left(-\dfrac{3}{4};0\right)$. **B**. $m \in \left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **C**. $m \in (0;+\infty)$. **D**. $m \in (-\infty;0)$.

Câu 35. Tìm tất cả giá trị của m sao cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên các khoảng xác định?

A. $m \geq 2$. **B**. $m < 2$. **C**. $m \leq 2$. **D**. $m > 2$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

A. 4. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 1.

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A với $AC = a$. Biết hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác $B'CC'$. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(ABB'A')$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a}{4}$. **B**. $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$. **C**. $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D**. $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 38. Khi xây nhà, cô Ngọc cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 6\ \mathrm{m}^3$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp ba lần chiều rộng, đáy và nắp và các mặt xung quanh đều được đổ bê tông, cốt thép. Phần nắp bể để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\dfrac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Biết rằng chi phí cho $1\ \mathrm{m}^2$ bê tông cốt thép là 1.000.000 đ. Tính chi phí thấp nhất mà cô Ngọc phải trả khi xây bể (làm tròn đến hàng trăm nghìn)?

A. 12.600.000 đ. **B**. 21.000.000 đ. **C**. 20.900.000 đ. **D**. 21.900.000 đ.

Câu 39. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính diện tích của tam giác SBC.

A. $S_{SBC} = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$. **B**. $S_{SBC} = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **C**. $S_{SBC} = \dfrac{a^2}{3}$. **D**. $S_{SBC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{3}$.

Câu 40. Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2-m+1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi

A. $m = 1$. **B**. $m = -1$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 2$. **D**. $m = 2$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B**. 4. **C**. 3. **D**. 2.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau.

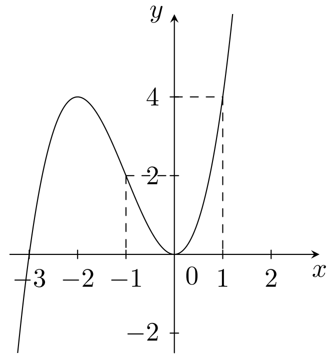
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$2 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow 2$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B**. 1. **C**. 0. **D**. 3.

Câu 43.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{3x^2 - 3} = \sqrt{m - x^3}$ có hai nghiệm thực phân biệt.



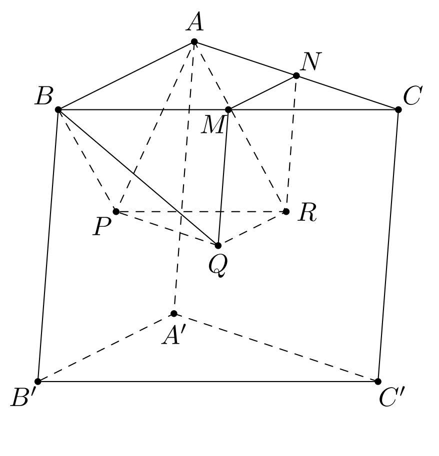
A. $-1 \leq m \leq 1$. **B**. $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$. **D**. $m \geq 1$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 8.

A. 5. **B**. 4. **C**. 3. **D**. 2.

Câu 45. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 12 và chiều cao bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CB, CA và P, Q, R lần lượt là tâm các hình bình hành $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CAA'C'$. Thể tích của khối đa diện $PQRABMN$ bằng



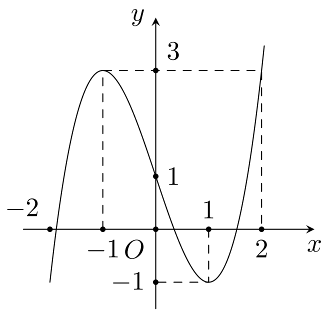
A. 42. **B**. 14. **C**. 18. **D**. 21.

Câu 46.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để phương trình

$$\log_2^3(f(x)+1) - \log_{\sqrt{2}}^2(f(x)+1) + (2m-8)\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{f(x)+1} + 2m = 0$$

có nghiệm $x \in (-1; 1)$?



A. 7. **B**. 5. **C**. vô số. **D**. 6.

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thoả mãn điều kiện $\log_{2020}(x+y^2) + \log_{2021}(y^2+y+64) \geq \log_4(x-y)$

A. 301. **B**. 302. **C**. 602. **D**. 2.

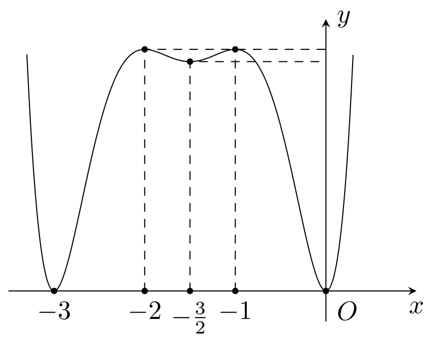
Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$. Cho điểm $M(a; b)$ sao cho có đúng hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua M, đồng thời hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau. Biết điểm M luôn thuộc một đường tròn cố định, bán kính của đường tròn đó là

A. 2. **B**. 4. **C**. 1. **D**. $\sqrt{2}$.

Câu 49.

Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = f(x^2+3x+1)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\dfrac{1}{4}; 0\right)$. **B**. $(2; 3)$. **C**. $(0; 1)$. **D**. $(3; +\infty)$.



Câu 50. Cho tứ giác lồi có 4 đỉnh nằm trên đồ thị hàm số $y = \ln x$, với hoành độ các đỉnh là các số nguyên dương liên tiếp. Biết diện tích của tứ giác đó là $\ln \dfrac{21}{20}$, khi đó hoành độ của đỉnh nằm thứ ba từ trái sang là

A. 5. **B**. 11. **C**. 9. **D**. 7.

——— HẾT ———

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 001

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2^x = \dfrac{1}{8}$ là

A. $x = \dfrac{1}{4}$. B. $x = -4$. C. $x = \dfrac{1}{3}$. D. $x = -3$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $2^x = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -3$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 + 6x - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Lời giải.

Có $y' = -x^2 + x + 6 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Vì $a = -1 < 0 \Rightarrow y' > 0\ \forall x \in (-2; 3)$. Do đó hàm số đồng biến trên $(-2; 3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ có bao nhiêu cực trị?

A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

$y' = 4x^3 + 2x = 2x(2x^2 + 1)$. y' chỉ đổi dấu khi qua $x = 0$. Vậy hàm số đã cho có 1 cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$. B. $4^{\frac{x}{y}} = \dfrac{4^x}{4^y}$. C. $(5^x)^y = (5^y)^x$. D. $(2 \cdot 7)^x = 2^x \cdot 7^x$.

Lời giải.

Vì $\dfrac{4^x}{4^y} = 4^{x-y}$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. B. $\dfrac{a^3}{4}$. C. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

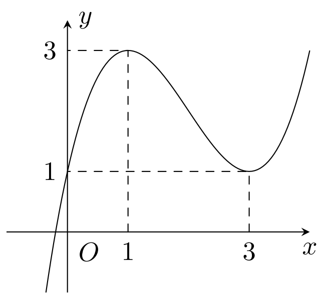
Lời giải.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 6.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
B. $y = \dfrac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$.
C. $y = -\dfrac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$.
D. $y = \dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;3)$ nên chỉ có hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Hàm số $y = 2^{2x}$ có đạo hàm là

A $y' = 2^{2x} \ln 2$. **B** $y' = 2x2^{2x-1}$. **C** $y' = 2^{2x+1} \ln 2$. **D** $y' = 2^{2x-1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x)' \cdot 2^{2x} \ln 2 = 2^{2x+1} \ln 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$. **B** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. **C** $y = \dfrac{x+5}{-x-1}$. **D** $y = \dfrac{x-2}{2x-1}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$.

Ta có $y' = \dfrac{-7}{(x-3)^2} < 0$ nên hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho hình trụ có chiều cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A 20π. **B** 40π. **C** 160π . **D** 80π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình trụ là $8\pi \cdot 5 = 40\pi$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho hình lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài đường cao bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A $6a^3$. **B** $3a^3$. **C** $2a^3$. **D** a^3.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 (x-1) \leq 1$ là

A $(1;4]$. **B** $(-\infty;4)$. **C** $(-\infty;4]$. **D** $(0;4]$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương $0 < x - 1 \leq 3 \Leftrightarrow 1 < x \leq 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	-4 ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 3. (C) 4. **D** 2.

Lời giải.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án (D) □

Câu 13. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là

(A) $S = \pi r^2$. **B** $S = 4\pi r^2$. (C) $S = \dfrac{4}{3}\pi r^3$. (D) $S = \dfrac{3}{4}\pi r^2$.

Lời giải.

$S = 4\pi r^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$ là

(A) $3\mathrm{e}^{3x} + C$. (B) $F(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{3\ln 3} + C$.

(C) $F(x) = \mathrm{e}^{3x} + C$. **D** $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$.

Lời giải.

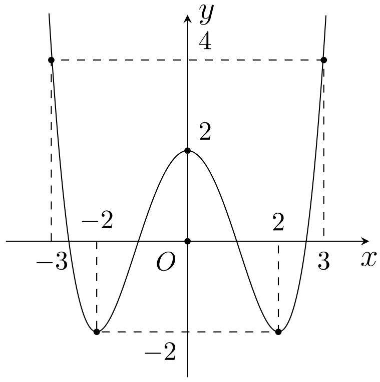
$\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{3x}}{3} + C$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A 4. (B) 5. (C) 2. (D) 3.



Lời giải.

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{3}$.

Từ đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = \dfrac{5}{3}$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt. Do đó phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có 4 nghiệm.

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$. Tính tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;2]$.

(A) $M + m = \dfrac{1}{5}$. (B) $M + m = -\dfrac{1}{5}$. **C** $M + m = -\dfrac{4}{5}$. (D) $M + m = -1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $y' = \dfrac{3}{(2x+1)^2} > 0, \forall x \in [0;2]$ nên hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ đồng biến trên đoạn $[0;2]$.

Bởi vậy $M = \max\limits_{[0;2]} y = y(2) = \dfrac{1}{5}$, $m = \min\limits_{[0;2]} y = y(0) = -1$. Do đó $M + m = \dfrac{1}{5} + (-1) = -\dfrac{4}{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Hãy tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \ln\left(x^2 - 2x - 3\right)$

A $\mathscr{D} = (-1; 3)$.

B $\mathscr{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C $\mathscr{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

D $\mathscr{D} = [-1; 3]$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $x = 3a + 5b$. **B** $x = a^5b^3$. **C** $x = a^5 + b^3$. **D** $x = 5a + 3b$.

Lời giải.

$\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2(a^5b^3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Một hình nón có thể tích $V = \dfrac{32\pi\sqrt{5}}{3}$ và bán kính đáy hình nón bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A $24\pi\sqrt{5}$. **B** 48π. **C** 24π. **D** $12\pi\sqrt{5}$.

Lời giải.

Chiều cao của hình nón là $h = \dfrac{3V}{4^2\pi} = 2\sqrt{5}$.Suy ra độ dài đường sinh là $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = 6$. Do đó diện tích xung quanh là $\pi r\ell = 24\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho $I = \displaystyle\int \dfrac{x}{1 + \sqrt{x+1}}\,\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì $I = \displaystyle\int f(t)\,\mathrm{d}t$, trong đó $f(t)$ bằng

A $f(t) = 2t^2 - 2t$. **B** $f(t) = t^2 - t$. **C** $f(t) = t - 1$. **D** $f(t) = t^2 + t$.

Lời giải.

Ta có $t^2 = x + 1$ nên $2t\,\mathrm{d}t = x\,\mathrm{d}x$. Suy ra

$$I = \int \frac{x\left(\sqrt{x+1} - 1\right)}{\left(\sqrt{x+1} + 1\right)\left(\sqrt{x+1} - 1\right)\,\mathrm{d}x} = \int \left(\sqrt{x+1} - 1\right)\,\mathrm{d}x = \int \left(2t^2 - 2t\right)\,\mathrm{d}t.$$

Chọn đáp án A □

Câu 21. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$. Trên $[-1; 1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A $m = -5$. **B** $m = -3$. **C** $m = -6$. **D** $m = -4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 6x$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 1 \in [-1; 1]. \end{array}\right.$

Mặt khác $y(-1) = -m - 5$, $y(0) = -m$, $y(1) = -m - 1$.

Suy ra hàm số có giá trị nhỏ nhất là $-m - 5$ tại $x = -1$.

Theo giả thiết suy ra $-m - 5 = -1 \Leftrightarrow m = -4$.

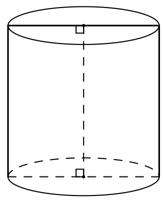
Chọn đáp án D □

Câu 22. Cho khối trụ có đường cao gấp đôi bán kính đáy. Một mặt phẳng qua trục của khối trụ cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho tính theo a bằng

(A) $4\pi a^3$. (B) $\dfrac{16}{3}\pi a^3$. (C) $16\pi a^3$. (D) $\dfrac{32}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Giả sử bán kính đáy của hình trụ là r thì chiều cao là $2r$. Suy ra diện tích của thiết diện là $4r^2 = 16a^2$ hay $r = 2a$. Vậy thể tích khối trụ là $2 \cdot 2a \cdot (2a)^2\pi = 16\pi a^3$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 23. Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B, biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

(A) 0. (B) -5. (C) -1. (D) -2.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + x^2 + 2x - 3 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Vì điểm B có hoành độ âm nên $x_B = -1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

(A) $16\sqrt{2}a^3$. (B) $2\sqrt{2}a^3$. (C) $8a^3$. (D) a^3.

Lời giải.

Giả sử độ dài cạnh hình lập phương là x, khi đó $AC = x\sqrt{2}$ và $S_{ACC'A'} = x^2\sqrt{2}$. Suy ra $x = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích khối lập phương là $\left(a\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $4a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $24\sqrt{3}a^3$. (B) $16\sqrt{3}a^3$. (C) $4\sqrt{3}a^3$. (D) $48\sqrt{3}a^3$.

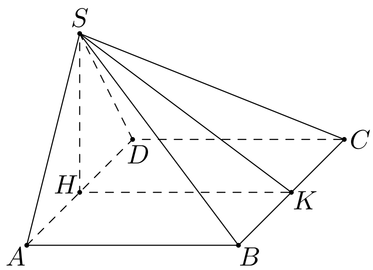
Lời giải.

Gọi H, K là trung điểm của AD, BC lần lượt. Khi đó $AH \perp (ABCD)$, suy ra $BC \perp (SKH)$, do đó

$$\widehat{SKH} = ((SB), (ABC)) = 30°.$$

Có $SH = \dfrac{AD\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a$, suy ra $HK = SH \cot 30° = 6a$. Vậy

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot AD \cdot HK = 16\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 26. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$. Tính giá trị của T.

(A) $T = \log_2 3$. (B) $T = 5$. **C** $T = \log_2 6$. (D) $T = 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$(2^x - 2)(2^x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \log_2 3. \end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $1 + \log_2 3 = \log_2 6$. **Cách khác:** Đặt $t = 2^x$, sử dụng định lí Viète, ta có $2^T = 6$ hay $T = \log_2 6$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x - 1) = 1$ là

(A) 3. **B** 1. (C) 2. (D) 0.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} x > 1 \\ \log_2(x(x-1)) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 28. Cho bất phương trình $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x < 0$. Với phép đặt $t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$, $t > 0$, bất phương trình trở thành

(A) $12t^2 - 35t + 18 > 0$. (B) $12t^2 - 35t + 18 < 0$.

C $18t^2 - 35t + 12 < 0$. (D) $18t^2 - 35t + 12 > 0$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương $12 - 35\left(\dfrac{2}{3}\right)^x + 18\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x} < 0$. Do đó nếu đặt $t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$, bất phương trình trở thành $18t^2 - 35t + 12 < 0$.

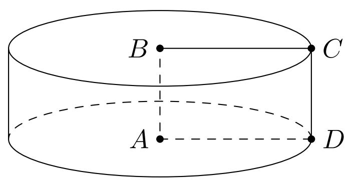
Chọn đáp án (C) □

Câu 29. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình trụ thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB bằng

(A) $8\pi a^2$. **B** $4\pi a^2$. (C) $2\pi a^2$. (D) $\dfrac{2\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$. Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là $2\pi \cdot 2a \cdot a = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án (B) □

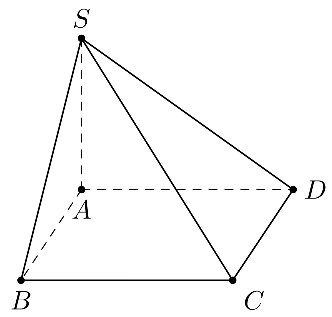
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{5}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $60°$. **D** $45°$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $(SD, (ABCD)) = (SD, AD) = \widehat{SDA}$. Ta có

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a \Rightarrow \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = 1$$
$$\Rightarrow \widehat{SDA} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án D □

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(2x+3)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A 1. B 3. C 0. D 2.

Lời giải.

Nhận thấy rằng $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua $x = 0$ và $x = -\dfrac{3}{2}$. Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Trong không gian cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 6. Điểm M di động trong không gian sao cho tam giác MAB có diện tích bằng 12 và hình chiếu vuông góc của M lên AB nằm trong đoạn AB. Quỹ tích các điểm M tạo thành một phần của mặt tròn xoay. Diện tích phần mặt tròn xoay đó bằng

A 48π. B $24\pi\sqrt{2}$. C 36π. D 80π.

Lời giải.

Tập hợp các điểm M là phần hình trụ không kể hai đáy với bán kính đáy là $r = \dfrac{2S_{MAB}}{AB} = 4$. Do đó diện tích của mặt tròn xoay này là $2\pi r \cdot 6 = 48\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 33. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\frac{4}{3}} x = \log_3 y = \log_2 (2x - 3y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A $\dfrac{9}{4}$. B $\log_3 \dfrac{3}{2}$. C $\log_2 \dfrac{2}{3}$. D $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải.

Đặt $\log_{\frac{4}{3}} x = \log_3 y = \log_2 (2x - 3y) = t$.

Suy ra $\begin{cases} x = \left(\dfrac{4}{3}\right)^t \\ y = 3^t \\ 2x - 3y = 2^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot \left(\dfrac{4}{3}\right)^t - 3 \cdot 3^t = 2^t \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^t - 3 \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^t - 1 = 0.$ (1)

Đặt $\left(\dfrac{2}{3}\right)^t = a$, $(a > 0)$.

Khi đó phương trình (1) trở thành $2a - \dfrac{3}{a} - 1 = 0 \Leftrightarrow 2a^2 - a - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = -1 & \text{(loại)} \\ a = \dfrac{3}{2} & \text{(thỏa mãn).} \end{array}\right.$

Do đó $\dfrac{x}{y} = \left(\dfrac{4}{9}\right)^t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{2t} = a^2 = \dfrac{9}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Cho bất phương trình $\log_2^2(2x) - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

A $m \in \left(-\dfrac{3}{4};0\right)$. **B** $m \in \left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **C** $m \in (0;+\infty)$. **D** $m \in (-\infty;0)$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$, do $x \in \left(\sqrt{2};+\infty\right)$ nên $t > \dfrac{1}{2}$. Khi đó, bất phương trình tương đương

$$(t+1)^2 - 2(m+1)t - 2 < 0 \Leftrightarrow t^2 - 2mt - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{t^2-1}{2t} < m.$$

Yêu cầu bài toán trở thành bất phương trình trên có nghiệm $t > \dfrac{1}{2}$. Đặt $f(t) = \dfrac{t^2-1}{2t}$. Ta có

$$f'(t) = \left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2t}\right)' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2t^2} > 0,\ \forall t > \frac{1}{2}.$$

Do đó yêu cầu bài toán tương đương

$$m > \min_{\left[\frac{1}{2};+\infty\right)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 35. Tìm tất cả giá trị của m sao cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên các khoảng xác định?

A $m \geq 2$. **B** $m < 2$. **C** $m \leq 2$. **D** $m > 2$.

Lời giải.

$y' = \dfrac{2-m}{(x+2)^2}$. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định khi $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{m - \dfrac{1}{x^2}}{1 - \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{x^2}} = m \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = m$.

Để hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Suy ra $mx^2 - 1 = 0$ có 1 nghiệm bằng 1 hoặc bằng 2. Khi đó $\left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ 4m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{1}{4}. \end{array}\right.$

Với $m = 1 \Rightarrow y = \dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2} = \dfrac{x+1}{x-2} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 2$.

Với $m = \dfrac{1}{4} \Rightarrow y = \dfrac{\dfrac{1}{4}x^2 - 1}{x^2-3x+2} = \dfrac{x+2}{4(x-1)} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn bài.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A với $AC = a$. Biết hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Mặt phẳng

$(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác $B'CC'$. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(ABB'A')$.

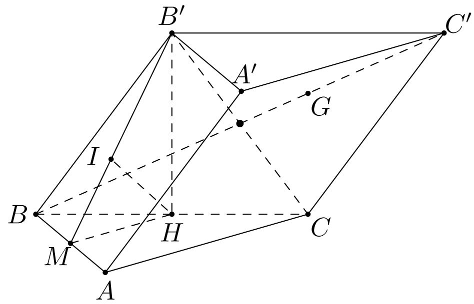
(A) $\dfrac{3\sqrt{3}a}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó $HM \perp AB$, suy ra $AB \perp (AHM)$, do đó

$$\widehat{B'MH} = ((ABB'A'), (ABC)) = 60°.$$

Gọi I là hình chiếu của H trên $B'M$. Khi đó $HI \perp AB$ nên $HI \perp (ABB'A')$. Ta có



$$\begin{aligned} \mathrm{d}(G,(ABB'A')) &= \frac{2}{3}\mathrm{d}(C',(ABB'A')) = \frac{2}{3}\mathrm{d}(C,(ABB'A')) \\ &= \frac{4}{3}\mathrm{d}(H,(ABB'A')) = \frac{4}{3}HI. \end{aligned}$$

Xét tam giác vuông $B'HM$, ta có $MH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a}{2}$, $B'H = HM\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy

$$\mathrm{d}(G,(ABB'A')) = \frac{4HI}{3} = \frac{4HM \cdot HB'}{3\sqrt{HM^2 + HB'^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

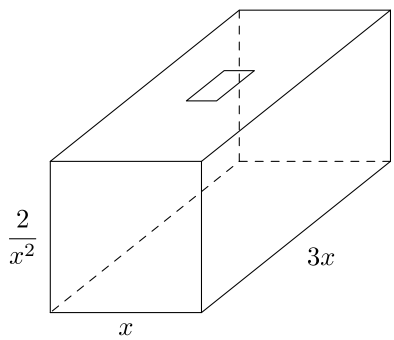
Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Khi xây nhà, cô Ngọc cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 6\ \mathrm{m}^3$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp ba lần chiều rộng, đáy và nắp và các mặt xung quanh đều được đổ bê tông, cốt thép. Phần nắp bể để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\dfrac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Biết rằng chi phí cho $1\ \mathrm{m}^2$ bê tông cốt thép là 1.000.000 đ. Tính chi phí thấp nhất mà cô Ngọc phải trả khi xây bể (làm tròn đến hàng trăm nghìn)?

(A) 12.600.000 đ. **B** 21.000.000 đ. (C) 20.900.000 đ. (D) 21.900.000 đ.

Lời giải.

Gọi x m, $3x$ m lần lượt là chiều rộng, chiều dài của bể. Khi đó chiều cao bể là $\dfrac{6}{3x^2} = \dfrac{2}{x^2}$ m. Khi đó tổng diện tích các mặt bể được làm bê tông là



$$\begin{aligned} &2x \cdot \frac{2}{x^2} + 2 \cdot 3x \cdot \frac{2}{x^2} + 2x \cdot 3x - x \cdot 3x \cdot \frac{2}{9} \\ =&\frac{16x^2}{3} + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \geq 3\sqrt[3]{\frac{16x^2}{3} \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} = 8\sqrt[3]{18}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\dfrac{16x^2}{3} = \dfrac{8}{x}$ hay $x = \sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$.

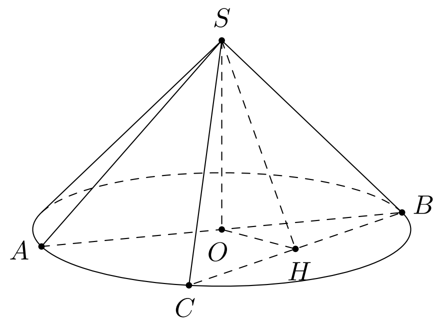
Vậy số tiền ít nhất mà cô Ngọc cần bỏ ra là $8\sqrt{18} \cdot 10^6 \approx 21.000.000$ đ.

Chọn đáp án (B) □

Câu 39. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính diện tích của tam giác SBC.

A $S_{SBC} = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$. **B** $S_{SBC} = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **C** $S_{SBC} = \dfrac{a^2}{3}$. **D** $S_{SBC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{3}$.

Lời giải.



Giả sử thiết diện là tam giác SAB, khi đó $AB = a\sqrt{2}$ nên hình nón có bán kính $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Gọi H là hình chiếu của O trên BC. Khi đó $BC \perp (SOH)$ nên

$$\widehat{SHO} = ((SBC),(ABC)) = 60^\circ.$$

Suy ra $OH = SO\cot 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$, do đó

$$BC = 2BH = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Lại có $SH = \dfrac{SO}{\sin 60^\circ} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ nên $S_{SBC} = \dfrac{1}{2} \cdot BC \cdot SH = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 40. Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi

A $m = 1$. **B** $m = -1$.

C $m = 1$ hoặc $m = 2$. **D** $m = 2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$ và $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án D □

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 1. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Xét $g(x) = f(x^2 - 2x)$. Ta có $g'(x) = (x^2 - 2x)' \cdot f'(x^2 - 2x) = 2(x-1)f'(x^2 - 2x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \text{ (vô nghiệm)} \\ (x^2 - 2x - 1)^2 = 0, \text{ vì } x = 1 \text{ là nghiệm kép của phương trình } f'(x) = 0. \\ x^2 - 2x = 3 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \text{ (nghiệm kép)} \\ x = 1 - \sqrt{2} \text{ (nghiệm kép)} \\ x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $g'(x)$ của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$

x	$-\infty$		-1		$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		3		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(x^2-2x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án A ☐

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	2

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A 2. B 1. C 0. D 3.

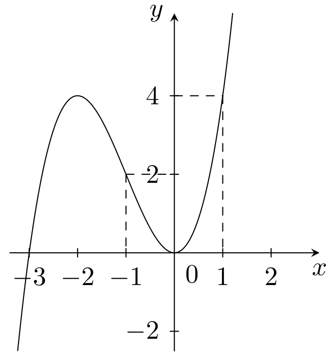
Lời giải.

- Tiệm cận đứng: $x = -1 < 0 \Rightarrow -\dfrac{c}{b} < 0 \Rightarrow bc > 0$.
- Tiệm cận ngang: $y = 2 > 0 \Rightarrow \dfrac{a}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0$.
- $x = 0$ tính được $y = \dfrac{1}{c} > 2 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow a > 0$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 43.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{3x^2 - 3} = \sqrt{m - x^3}$ có hai nghiệm thực phân biệt.



A $-1 \leq m \leq 1$.

B $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right.$.

C $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$.

D $m \geq 1$.

Lời giải.

Ta có: $\sqrt{3x^2 - 3} = \sqrt{m - x^3} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ 3x^2 - 3 = m - x^3 \end{cases}$

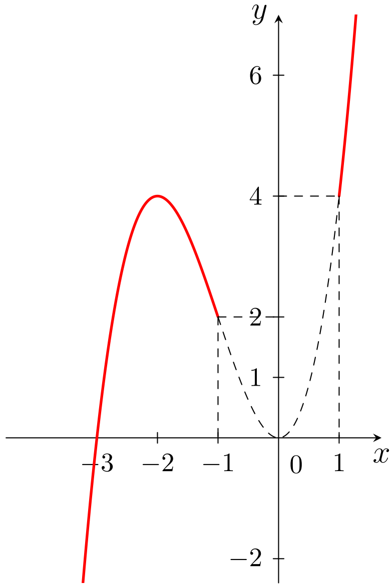
$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{array}\right. \\ x^3 + 3x^2 = m + 3 \end{cases}$

Từ đó ta xét hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Đồ thị của nó chính là phần nét liền.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d : y = m + 3$ cắt đồ thị "nét liền" tại 2 điểm phân biệt.

Suy ra: $2 \leq m + 3 \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.



Chọn đáp án A □

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 8.

A 5. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x)$, ta có bảng biến thiên

x	-2	-1	1	2	3
y	7 ↘	2 ↘	-2	↗ -1	↗ 2

Đặt $u = f(f(x))$, từ bảng biến thiên ta thấy $u \in [-2; 7]$. Suy ra $g(u) = |u + m + 1|$, $u \in [-2; 7]$. Do đó

$$\max_{[-2;7]} g(u) = \max\{|m - 1|, |m + 8|\}.$$

TH1. $\max\limits_{[-2;7]} g(u) = |m - 1|$. Suy ra

$$\begin{cases} |m - 1| = 8 \\ |m - 1| \geq |m + 8| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 9 \\ m = -7 \end{array}\right. \\ |m - 1| \geq |m + 8| \end{cases} \Rightarrow m = -7.$$

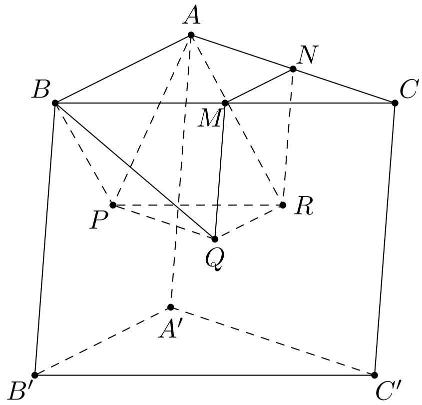
TH2. $\max\limits_{[-2;7]} g(u) = |m+8|$. Suy ra

$$\begin{cases} |m+8| = 8 \\ |m-1| \le |m+8| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -16 \end{array}\right. \\ |m-1| \le |m+8| \end{cases} \Rightarrow m = 0.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

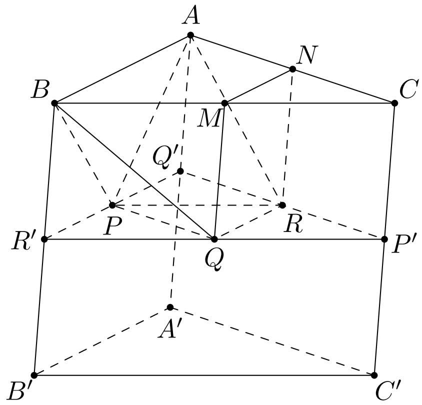
Câu 45. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 12 và chiều cao bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CB, CA và P, Q, R lần lượt là tâm các hình bình hành $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CAA'C'$. Thể tích của khối đa diện $PQRABMN$ bằng



(A) 42. (B) 14. (C) 18. (D) 21.

Lời giải.

Gọi P', Q', R' lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (PQR) với các cạnh CC', AA', BB'. Khi đó P', Q', R' tương ứng là trung điểm của các cạnh này, đồng thời P, Q, R là trung điểm các cạnh $Q'R'$, $R'P'$, $P'Q'$ lần lượt. Đặt $V = V_{ABC.Q'R'P'}$. Ta có



- $V_{B.R'PQ} = V_{A.Q'PR} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{4} V = \dfrac{V}{12}$;
- $V_{CMN.P'QR} = \dfrac{V}{4}$

nên

$$V_{PQQRABMN} = V - 2 \cdot \frac{V}{12} - \frac{V}{4} = \frac{7V}{12} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 21.$$

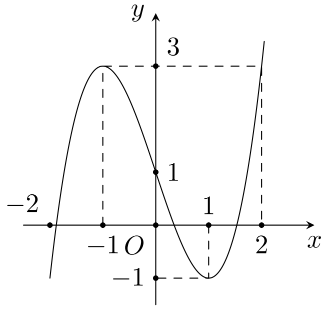
Chọn đáp án D □

Câu 46.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để phương trình

$$\log_2^3(f(x)+1) - \log_{\sqrt{2}}^2(f(x)+1) + (2m-8)\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{f(x)+1} + 2m = 0$$

có nghiệm $x \in (-1; 1)$?



A 7. **B** 5. **C** vô số. **D** 6.

Lời giải.

Đặt $t = log_2(f(x)+1)$, phương trình trở thành

$$t^3 - 4t^2 - (m-4)t + 2m = 0 \Leftrightarrow (t-2)\left(t^2 - 2t - m\right) = 0$$

Do $x \in (-1; 1)$ nên $t \in (-\infty; 2)$. Do đó yêu cầu bài toán trở thành, phương trình $t^2 - 2t = m$có nghiệm trên khoảng $(-\infty; 2)$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2
$t^2 - 2t$	$+\infty$ ↘	-1	↗ 0

Dựa vào bảng biến thiên ta được $m \geq -1$. Từ đó có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.
Chọn đáp án A □

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thoả mãn điều kiện $\log_{2020}(x+y^2) + \log_{2021}(y^2+y+64) \geq \log_4(x-y)$

A 301. **B** 302. **C** 602. **D** 2.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \log_{2020}(x+y^2) + \log_{2021}(y^2+y+64) - \log_4(x-y)$ (coi y là tham số). Điều kiện xác định của $f(y)$ là

$$\begin{cases} x + y^2 > 0 \\ y^2 + y + 64 > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$$

Do x, y nguyên nên $x > y \geq -y^2$. Cũng vì x, y nguyên nên ta chỉ cần xét $f(y)$ trên nửa khoảng $[y+1, +\infty)$. Ta có

$$f'(x) = \frac{1}{(x+y^2)\ln 2020} - \frac{1}{(x-y)\ln 4} < 0,\ \forall x \geq y+1.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$y+1$	$y+64$
y'	$-$	
y	↘	$f(y+64)$

Yêu cầu bài toán trở thành

$$\begin{aligned}
f(y+64)<0 &\Leftrightarrow \log_{2020}\left(y^2+y+64\right)+\log_{2021}\left(y^2+y+64\right)<\log_4 64\\
&\Leftrightarrow \log_{2021}\left(y^2+y+64\right)\left(\log_{2020}2021+1\right)<3\\
&\Leftrightarrow y^2+y+64-2021^{\frac{3}{\log_{2020}2021+1}}<0\\
&\Rightarrow -301{,}76<y<300,76.
\end{aligned}$$

Mà y nguyên nên $y\in\{-301,-300,\ldots,299,300\}$. Vậy có 602 giá tị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án C □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$. Cho điểm $M(a;b)$ sao cho có đúng hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua M, đồng thời hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau. Biết điểm M luôn thuộc một đường tròn cố định, bán kính của đường tròn đó là

A 2. B 4. C 1. D $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử điểm $A\left(t;\dfrac{t^2+1}{t}\right)$ $(t\neq 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$ nên phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại A là

$$y=\frac{t^2-1}{t}(x-t)+\frac{t^2+1}{t}.$$

Tiếp tuyến trên đi qua M khi và chỉ khi

$$b=\frac{t^2-1}{t}(a-t)+\frac{t^2+1}{t}\Leftrightarrow (a-b)t^2+2t-a=0. \qquad (*)$$

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 khác 0 thỏa mãn $f'(t_1)f'(t_2)=-1$ hay

$$\begin{cases} a\neq b\\ a\neq 0\\ \Delta'=1+a(a-b)>0\\ \dfrac{t_1^2-1}{t_1}\cdot\dfrac{t_2^2-1}{t_2}=-1.\end{cases}$$

Theo định lí Viète, ta có $t_1+t_2=\dfrac{2}{b-a}$, $t_1t_2=\dfrac{a}{b-a}$. Suy ra

$$\begin{aligned}
\frac{t_2^2-1}{t_2}=-17 &\Leftrightarrow 2t_1^2t_2^2-\left(t_1^2+t_2^2\right)+1=0\\
&\Leftrightarrow \frac{2a^2}{(a-b)^2}+\frac{2a}{b-a}-\frac{4}{(a-b)^2}+1=0\\
&\Leftrightarrow 2a^2+2a(b-a)-4+(a-b)^2=0\\
&\Leftrightarrow a^2+b^2=4.
\end{aligned}$$

Do $a\neq 0$ nên từ $a^2+b^2=4$, ta suy ra $|b|<2$, do đó

$$a^2+1\geq 2|a|>|ab|\geq ab.$$

Như vậy tập hợp các điểm $M(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là

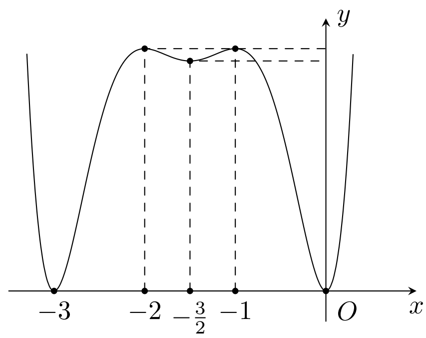
$$\begin{cases} a^2+b^2=4 \\ a \neq b \\ a \neq 0 \end{cases}$$

tức là đường tròn tâm O, bán kính 2 trừ bỏ đi các điểm $B(0,2)$, $C(0;-2)$, $D\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ và $E\left(-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Chọn đáp án A $\square$

Câu 49.

Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=f\left(x^2+3x+1\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A $\left(-\dfrac{1}{4};0\right)$. **B** $(2;3)$. **C** $(0;1)$. **D** $(3;+\infty)$.

Lời giải.

Chú ý $t^2+3t+1 \geq -\dfrac{5}{4}$ và ta chỉ cần xét $x-1 \geq -\dfrac{5}{4}$, do đó có thể đặt $x-1=t^2+3t+1$. Ta có

$$g'(t)=(2t+3)f'\left(t^2+3t+1\right).$$

Suy ra với $t>-\dfrac{3}{2}$ thì $g'(t)$ và $f'\left(t^2+3t+1\right)$ cùng dấu. Ta có bảng biến thiên của t^2+3t+1

t	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		-1		0		$+\infty$
t^2+3t+1	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{5}{4}$	$\nearrow$	-1	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy $g'(t)<0$ khi $-1<t<0$, suy ra $f'\left(t^2+3t+1\right)<0$ khi $-1<t<0$ nên $f'(x-1)<0$ khi $-1<x-1<0$ hay $(f(x-1))'<0$ khi $0<x<1$.

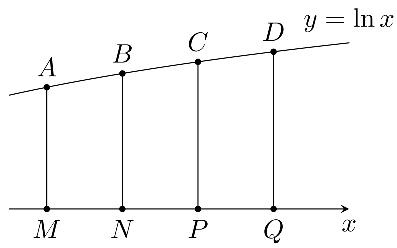
Chọn đáp án C $\square$

Câu 50. Cho tứ giác lồi có 4 đỉnh nằm trên đồ thị hàm số $y=\ln x$, với hoành độ các đỉnh là các số nguyên dương liên tiếp. Biết diện tích của tứ giác đó là $\ln\dfrac{21}{20}$, khi đó hoành độ của đỉnh nằm thứ ba từ trái sang là

A 5. **B** 11. **C** 9. **D** 7.

Lời giải.

Gọi $A(a, \ln a)$, $B(a+1, \ln(a+1))$, $C(a+2, \ln(a+2))$, $D(a+3, \ln(a+3))$.



$$
\begin{aligned}
S_{ABCD} &= S_{ABNM} + S_{BCPN} + S_{CDQP} - S_{ADQM} \\
&= \frac{\ln a + \ln(a+1)}{2} + \frac{\ln(n+1) + \ln(n+2)}{2} \\
&\quad + \frac{\ln(n+2) + \ln(n+3)}{2} - \frac{3(\ln a + \ln(a+3))}{2} \\
&= \ln \frac{(a+1)(a+2)}{a(a+3)}.
\end{aligned}
$$

Do đó, theo giả thiết, ta có

$$\ln \frac{(a+1)(a+2)}{a(a+3)} = \ln \frac{21}{20} \Rightarrow \frac{(a+1)(a+2)}{a(a+3)} = \frac{21}{20} \Rightarrow a = 5.$$

Vậy hoành độ điểm nằm thứ ba từ trái sang (điểm C) là $5 + 2 = 7$.

Chọn đáp án D □

HẾT