

(Thời gian làm bài 60 phút, không kể thời gian phát đề)

Phân I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

- Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2} + 4\sqrt{2-x}$ là
- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $[2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 2.** Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(3; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 3)$.
- Câu 3.** Để hai đồ thị hàm số $y = -x^2 - 4x$ và $y = x^2 - m$ có hai điểm chung thì
- A. $m \geq -2$. B. $m > -2$. C. $m \leq -2$. D. $m < -2$.
- Câu 4.** Phương trình $(m-2)x^2 - 2x - 1 = 0$ có nghiệm khi
- A. $m \geq -1$. B. $m \leq -1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.
- Câu 5.** Phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 6.** Cho tam giác ABC đều, cạnh bằng a , nội tiếp đường tròn tâm O . Khi đó $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$ bằng
- A. $\frac{a^2}{6}$. B. $-\frac{a^2}{6}$. C. $\frac{a^2}{2\sqrt{3}}$. D. $-\frac{a^2}{2\sqrt{3}}$.
- Câu 7.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 3)$. Tọa độ tâm I của hình bình hành là
- A. $(1; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(-1; -1)$.
- Câu 8.** Cho $\sin x = \frac{3}{5}$, $90^\circ < x < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $P = \tan x \cdot \cos^2 x$ bằng
- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{25}{12}$. C. $-\frac{25}{12}$. D. $-\frac{12}{25}$.

Phân II. Tự luận (8,0 điểm)

- Câu 1. (1,5 điểm)** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt sao cho $x_1(x_2 - 2x_1) + x_2(x_1 - 2x_2) + 14 = 0$.

- Câu 2. (2,5 điểm)** Giải các phương trình sau

a. $(3x-8)|11-3x| = 3x^2 - 17x + 24$.

b. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-1} + 22 = 3x + 2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$.

- Câu 3. (1,5 điểm)** Cho hình thang cân $ABCD$, biết $CD = 3AB = 3a$ và $ADC = 45^\circ$. AH vuông góc với CD tại H . Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AH} \cdot (2\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{CD})$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH}$.

- Câu 4. (1,5 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 1)$, $B(0; 4)$, $C(-4; 2)$.

- b. Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC}$. Tìm k để tam giác ACM cân tại M .
b. Tìm điểm D thuộc trục Oy sao cho góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AD} bằng 45° .

- Câu 5. (1,0 điểm)** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 8x + 15) - m + 2017 = 0$ có nghiệm thỏa mãn $x^2 + 6x + 6 \leq 0$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....
Chữ ký của giám thị 1..... Chữ ký của giám thị 2.....

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
A	B	B	C	B	A	D	D

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt sao cho: $x_1(x_2 - 2x_1) + x_2(x_1 - 2x_2) + 14 = 0$.

Có: $\Delta = 4m - 7$. 0,25

Để pt có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4m - 7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$. 0,25

Khi đó áp dụng định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$$
 0,25

Có: $x_1(x_2 - 2x_1) + x_2(x_1 - 2x_2) + 14 = 0$ 0,25

$$\Leftrightarrow 2x_1x_2 - 2(x_1^2 + x_2^2) + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x_1x_2 - (x_1 + x_2)^2 + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(m^2 + 2) - (2m + 1)^2 + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 - 4m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(\text{tm}) \\ m = -6(\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm. 0,25

Câu 2. (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

A. $(3x-8)|11-3x|=3x^2-17x+24$.

B. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-1} + 22 = 3x + 2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$.

A. TH1: $11-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{11}{3}$ 0,25

Khi đó pt $\Leftrightarrow (3x-8)(11-3x)=3x^2-17x+24$

$$\Leftrightarrow -9x^2 + 57x - 88 = 3x^2 - 17x + 24 \Leftrightarrow 6x^2 - 37x + 56 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3}(\text{tm}) \\ x = \frac{7}{2}(\text{tm}) \end{cases}$$
0,25

TH2: $11-3x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{11}{3}$ 0,25

Khi đó pt $\Leftrightarrow (3x-8)(3x-11)=3x^2-17x+24$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 57x + 88 = 3x^2 - 17x + 24 \Leftrightarrow 3x^2 - 20x + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3}(\text{ktm}) \\ x = 4(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy pt có nghiệm: $x = 4; x = \frac{8}{3}; x = \frac{7}{2}$. 0,25

B. Đkxđ: $x \geq 1$. 0,25

Đặt: $t = \sqrt{2x-1} + \sqrt{x-1} (t \geq 0)$ 0,25

$$\Leftrightarrow t^2 = 3x - 2 + 2\sqrt{2x^2 - 3x + 1} \Leftrightarrow t^2 + 2 = 3x + 2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

$$\text{pt} \Leftrightarrow t + 22 = t^2 + 2 \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5(\text{tm}) \\ t = -4(\text{ktm}) \end{cases}$$
0,25

$$\text{Có: } t = 5 \Leftrightarrow 3x + 2\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 27 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 27 - 3x$$
0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 27 - 3x \geq 0 \\ 8x^2 - 12x + 4 = 729 - 162x + 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x^2 - 150x + 725 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x = 5 \Leftrightarrow x = 5 \text{ (tm)} \\ x = 145 \end{cases}$$

0,5

Câu 3. (1,5 điểm) Cho hình thang cân $ABCD$, biết $CD = 3AB = 3a$ và $ADC = 45^\circ$. AH vuông góc với CD tại H . Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AH} \cdot (2\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{CD})$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH}$.

Có: $AD = a\sqrt{2}$; $AH = DH = a$; $DAH = 45^\circ$

0,25

Có: $\overrightarrow{AH} \cdot (2\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AD}$

0,25

$$= 2AH \cdot AD \cdot \cos DAH = 2a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 2a^2$$

0,25

Có: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}) \cdot (\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AH}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC}$

0,25

$$= AH^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC}$$

0,25

$$= AH^2 - AB \cdot HC \cdot \cos 0^\circ = a^2 - a \cdot 2a = -a^2$$

0,25

Câu 4. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;1)$, $B(0;4)$, $C(-4;2)$.

A. Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC}$. Tìm k để tam giác ACM cân tại M .

B. Tìm điểm D thuộc Oy sao cho góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AD} bằng 45° .

A. Gọi $M(a;b)$

Có: $\overrightarrow{BM}(a; b-4)$, $\overrightarrow{BC}(-4; -2)$

Mà $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4k \\ b-4 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4k \\ b = 4-2k \end{cases} \Rightarrow M(-4k; 4-2k)$

0,25

Có $\overrightarrow{MA}(1+4k; 2k-3)$, $\overrightarrow{MC}(4k-4; 2k-2)$

Để tam giác ACM cân tại M thì $MA = MC$

$$\Leftrightarrow MA^2 = MC^2 \Leftrightarrow (1+4k)^2 + (2k-3)^2 = (4k-4)^2 + (2k-2)^2$$

0,25

$$\Leftrightarrow 20k^2 - 4k + 10 = 20k^2 - 40k + 20 \Leftrightarrow k = \frac{5}{18}.$$

0,25

B. Gọi $D(0; m)$. Có: $\overrightarrow{AB}(-1; 3)$, $\overrightarrow{AD}(-1; m-1)$

Có: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{1+3m-3}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{1+(m-1)^2}}$

0,25

$$\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{3m-2}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{m^2 - 2m + 2}} \Leftrightarrow 3m-2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 - 2m + 2}$$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 \geq 0 \\ 9m^2 - 12m + 4 = 5m^2 - 10m + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2}{3} \\ 2m^2 - m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2}{3} \\ m = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy $D\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

0,25

Câu 5. (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình

$$(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 8x + 15) - m + 2017 = 0$$
 có nghiệm thỏa mãn $x^2 + 6x + 6 \leq 0$.

$$(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 8x + 15) - m + 2017 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 6x + 9 - 2x - 6)(x^2 + 6x + 9 + 2x + 6) - m + 2017 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 6x + 9)^2 - 4(x+3)^2 - m + 2017 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^4 - 4(x+3)^2 - m + 2017 = 0 \quad (*)$$

0,25

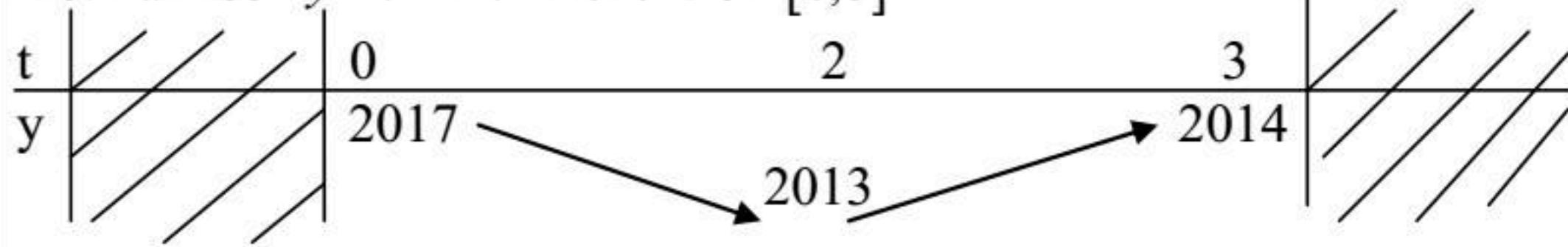
Có: $x^2 + 6x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 \leq 3 \Leftrightarrow (x+3)^2 \leq 3$

Đặt $t = (x+3)^2 \quad (0 \leq t \leq 3)$

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow t^2 - 4t - m + 2017 = 0$

0,25

Xét hàm số $y = t^2 - 4t + 2017$ trên $[0; 3]$



0,25

Từ BBT ta thấy để pt có nghiệm $x^2 + 6x + 6 \leq 0$ thì $m \in [2013; 2017]$

0,25