



ĐỀ THAM KHẢO SỐ 3
(Đề thi có 06 trang)

Câu 1: Có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ 8 điểm phân biệt cho trước mà không có ba điểm nào thẳng hàng?

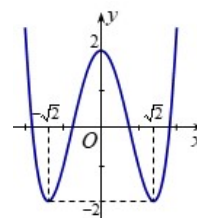
- A. $8!$. B. C_8^3 . C. A_8^3 . D. $3!$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5$ và $u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân bằng

- A. 5. B. -5. C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng?

- A. $(\sqrt{2}; +\infty)$.
B. $(-2; 2)$.
C. $(0; 2)$.
D. $(-\infty; 0)$.



Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.
B. 2.
C. 1.
D. 0.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				6		

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches the boundaries of the domain $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$:

- As $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow +\infty$.
- As $x \rightarrow 0^-$, $y \rightarrow -2$.
- As $x \rightarrow 2^+$, $y \rightarrow +\infty$.
- As $x \rightarrow +\infty$, $y \rightarrow -\infty$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-1}{3x+1}$ là đường thẳng

- A. $x = 0$. B. $y = 0$. C. $y = -\frac{1}{3}$. D. $x = -\frac{1}{3}$.

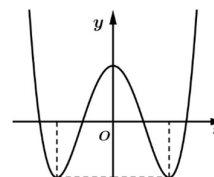
Câu 7: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x}{x+1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số bậc 4 (như hình vẽ) và trục hoành bằng:

- A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 1.



Câu 9: Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b$, $a \neq 1$, $\log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$.

- A. $T = -\frac{2}{5}$. B. $T = \frac{2}{5}$. C. $T = \frac{2}{3}$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log(x^2 + 1)$ là

A. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 10}$.

B. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

C. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 10}$.

D. $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2 + 1) \log e}$.

Câu 11: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[6]{x}$ (với $x > 0$)

A. $x^{\frac{15}{2}}$.

B. $x^{\frac{4}{7}}$.

C. $x^{\frac{3}{5}}$.

D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 12: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng

A. -1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. -2 .

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = 8$ là

A. $x = 0$.

B. $x = 6$.

C. $x = -6$.

D. $x = 3$.

Câu 14: Tìm họ các nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$.

A. $F(x) = \ln|x|$.

B. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + C$.

C. $F(x) = \ln|x| + C$.

D. $F(x) = \ln x + C$.

Câu 15: Hàm số $F(x) = x^3 + \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \cos x$.

B. $f(x) = 3x^2 + \cos x$.

C. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \cos x$.

D. $f(x) = 3x^2 - \cos x$.

Câu 16: Cho $\int_2^7 f(x) dx = 10$, $\int_2^4 f(x) dx = 6$, tính $\int_4^7 f(x) dx$.

A. 16 .

B. -4 .

C. 60 .

D. 4 .

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. 4 .

B. 61 .

C. $\frac{61}{3}$.

D. $\frac{61}{9}$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $\bar{w} = -4 - 5i$.

B. $\bar{w} = -5i$.

C. $\bar{w} = 4 + 5i$.

D. $\bar{w} = 4 + 5i$.

Câu 19: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = -3 - 3i$.

B. $w = 3 + 7i$.

C. $w = -7 - 7i$.

D. $w = 7 - 3i$.

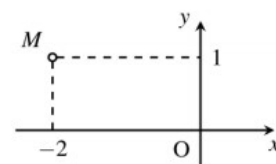
Câu 20: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $-3 - 4i$.

B. $-2 + i$.

C. $1 - 2i$.

D. $-1 + 2i$.



Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và cạnh bên $SB = \frac{3a}{2}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

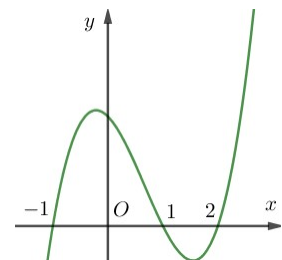
A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

- Câu 22:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 3a$, $AC = 5a$, cạnh bên $AA' = 6a$. Tính thể tích khối lăng trụ bằng
 A. $36a^3$. B. $45a^3$. C. $12a^3$. D. $9a^3$.
- Câu 23:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.
 A. $S_{tp} = 10\pi$. B. $S_{tp} = 2\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 4\pi$.
- Câu 24:** Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .
 A. $V = 2\pi$. B. $V = 5\pi$. C. $V = 9\pi$. D. $V = 3\pi$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , với $A(-1; 3; 4)$, $B(8; 0; 6)$, $C(2; 3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của trọng tâm G của tam giác ABC trên mặt phẳng (Oxz) là
 A. $N(3; 2; 4)$. B. $Q(0; 0; 4)$. C. $P(3; 0; 0)$. D. $M(3; 0; 4)$.
- Câu 26:** Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là
 A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 4 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 9 = 0$.
- Câu 27:** Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây không thuộc mặt phẳng (α) .
 A. $Q(0; 4; 2)$. B. $M(0; 3; -6)$. C. $N(2; 2; -4)$. D. $P(-2; -2; 4)$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) là
 A. $\vec{u} = (-1; -1; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (1; -1; -1)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.
- Câu 29:** Một hộp chứa 10 thẻ được đánh số 1, 2, ..., 10. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ rút được là một số chẵn.
 A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.
- Câu 30:** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?
 A. $y = \log_{2-\sqrt{2}} x$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = \log x$. D. $y = \log_{\sqrt{\frac{2022}{2021}}} x$.
- Câu 31:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Gọi $M; m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khi đó $M + m$ bằng
 A. $f(1) + f(-1)$.
 B. $f(1) + f(2)$.
 C. $f(-1) + f(2)$.
 D. $f(0) + f(2)$.
- Câu 32:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 1) \leq 3$ là
 A. 7. B. 6. C. 4. D. 2.



Câu 33: Biết rằng $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx = 26$. Khi đó giá trị $\int_0^3 g(3x)dx$ là

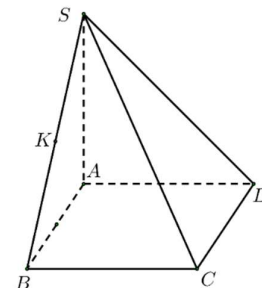
- A. $-\frac{16}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{17}{3}$. D. $-\frac{17}{3}$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn: $(2-i)z - 2 = 2 + 3i$. Môđun của số phức $z' = 1 + zi$ là

- A. $P = \sqrt{2}$. B. $P = \sqrt{3}$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

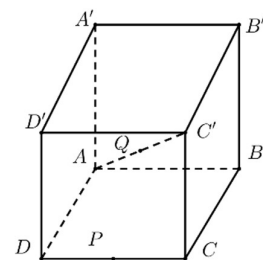
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 6\sqrt{2}$, góc giữa SB và mặt phẳng $ABCD$ bằng 45° . Gọi K là trung điểm của SB , tính khoảng cách từ K đến mặt phẳng (SAC) .

- A. 6.
B. 3.
C. $6\sqrt{2}$.
D. $3\sqrt{2}$.



Câu 36: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 6. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của CD, AC' (Tham khảo hình vẽ minh họa). Tính thể tích khối tứ diện $APQD'$.

- A. 18.
B. 24.
C. 36.
D. 12.



Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 6y + z + 15 = 0$, $A(1;2;-3)$ và $B(3;0;1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I có tọa độ nguyên, đi qua ba điểm O, A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P)

- A. $x^2 + (y - 11)^2 + (z - 7)^2 = 170$. B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 6$.
C. $(x - 4)^2 + (y + 9)^2 + (z + 7)^2 = 146$. D. $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 + (z + 4)^2 = 41$.

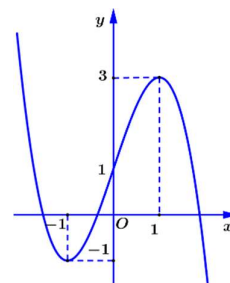
Câu 38: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+8}{5}$,

$d_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2021 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với (P) , cắt d_1 và d_2 tại hai điểm M, N sao cho $MN = \sqrt{14}$.

- A. $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-2}{-2}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\Delta: \frac{x-5}{1} = \frac{y-8}{5} = \frac{z-1}{4}$. D. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-4}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Số giá trị nguyên dương của tham số m để

bất phương trình $m - \cos x < f(\cos x)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là



A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = 2021^{-x}$ qua đường thẳng $x - y = 0$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ là nghiệm của bất phương trình $f(a^2) \geq f(3 - 2a - b^2)$?

A. 25.

B. 9.

C. 10.

D. Vô số.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x^2 - 1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$. Xét các hàm số $g(x), h(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g(x)$ là hàm số chẵn, $h(x)$ là hàm số lẻ đồng thời $g(x) + h(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $\int_{-1}^2 g(x) dx$ bằng

A. $\frac{65}{24}$.

B. $\frac{53}{24}$.

C. $\frac{17}{6}$.

D. $\frac{17}{3}$.

Câu 42: Cho số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{Z}, y > 0$) thỏa mãn $3|z| - |3z - 4| = 2$ và $|z|^2 = 3(z + \bar{z}) + 7$. Khi đó tổng $2x + y$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Điểm M thay đổi trên cạnh CD , H là hình chiếu vuông góc của S trên BM . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABH$ theo a .

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{9}$.

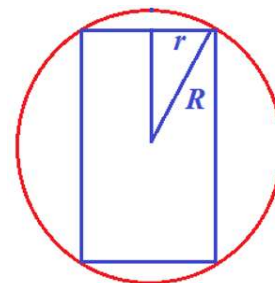
Câu 44: Tính thể tích của khối vật thể được tạo thành từ một khối cầu bán kính $10cm$, bị đục đi một ống với bán kính $3cm$ dọc theo một đường kính của khối cầu ban đầu. Để kết quả chính xác đến một chữ số thập phân.

A. $3636,0cm^3$.

B. $3636,1cm^3$.

C. $3636,2cm^3$.

D. $3636,3cm^3$.

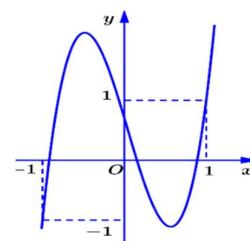


Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}$. Xét điểm M thuộc đường thẳng d có hoành độ âm sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MD, ME đến mặt cầu (S) sao cho IM luôn cắt DE và $\widehat{DME} = 120^\circ$ (I là tâm mặt cầu (S) ; D, E là các tiếp điểm). Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình

A. $\Delta: \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \\ z = 2 + t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = -7 \\ y = 7 \\ z = 3 + t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(|x^3 - f(x)|)$ là

- A. 8.
B. 11.
C. 6
D. 5.

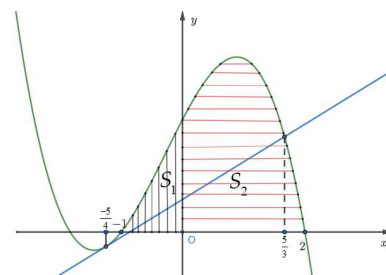


Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $x^3 - x^2 - 3^m x = x^2 \log_3(4x - 3) - 3^m \log_3(12x - 9)$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của tập S bằng

- A. 45. B. 43. C. 0. D. -2.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $f(x) = \frac{-1}{2}x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt trong đó hai điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1, x = 2$. Đường thẳng d tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -\frac{5}{4}$ cắt đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = \frac{5}{3}$. Gọi S_1, S_2 là các diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) trục hoành, và trục tung (như hình vẽ bên dưới). Khi tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản) thì $b - 3a$ bằng

- A. 131.
B. 271.
C. 53.
D. 65.



Câu 49: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2 - 7 + 2 \sin \alpha - 2i \cos \alpha| = 1, \alpha \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 - \overline{z_1} z_2|$ thuộc khoảng nào sau đây

- A. $(10; 12)$ B. $(3; 5)$ C. $(7; 9)$ D. $(9; 11)$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 9, (S_2): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{36}{25}$. Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc cả hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Biết giá trị lớn nhất của khoảng cách từ A đến (P) là $a + b\sqrt{5}$. Khi đó giá trị của $a + b$ bằng

- A. 2. B. $\frac{50}{9}$. C. $\frac{25}{9}$. D. -1.

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 3

(Đề thi có 06 trang)

Câu 1: Có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ 8 điểm phân biệt cho trước mà không có ba điểm nào thẳng hàng?

A. $8!$.

B. C_8^3 .

C. A_8^3 .

D. $3!$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi một tam giác được tạo thành bởi 3 điểm phân biệt nên đáp án cần chọn là B.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5$ và $u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 5.

B. -5 .

C. $\frac{1}{5}$.

D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2 = u_1 q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{5}$.

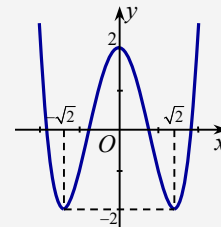
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng?

A. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 0)$.



Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị nhận thấy: Trên khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$ thì đồ thị hàm số “đi lên” với chiều từ trái qua phải. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$		0	
		-2	6	$-\infty$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án B.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1) = (x+2)(x-1)(x+1)^2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}. \text{ Tại } x = -1 \text{ dấu của } f'(x) \text{ không đổi nên chọn đáp án B.}$$

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-1}{3x+1}$ là đường thẳng

- A. $x = 0$. B. $y = 0$. C. $y = -\frac{1}{3}$. D. $x = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$+) \text{ Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3} \right\}.$$

$$+) \text{ Ta có } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^+} y = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^+} \frac{-1}{3x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^-} y = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^-} \frac{-1}{3x+1} = +\infty.$$

Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = -\frac{1}{3}$.

Câu 7: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x}{x+1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

Lời giải

Chọn C

Tính đạo hàm của các hàm số ở 4 phương án, ta có:

$$\text{A. } y = \frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1.$$

$$\text{B. } y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1.$$

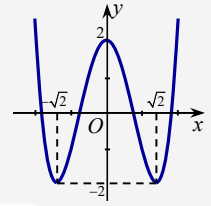
$$\text{C. } y = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1.$$

$$\text{D. } y = \frac{2x}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1.$$

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số bậc 4 (như hình vẽ) và trục hoành bằng:

- A. 3. B. 4.
C. 2. D. 1.

Lời giải



Chọn B

Câu 9: Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính

$$T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}.$$

- A. $T = -\frac{2}{5}$. B. $T = \frac{2}{5}$. C. $T = \frac{2}{3}$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_a b = 2 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} T &= \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{b} + \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{a} = \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \frac{\sqrt{a}}{b}} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{\sqrt{a}}{b}} \\ &= \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{b}} b} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{a}} b} = \frac{1}{\frac{3}{2} \log_b a - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \log_a b} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \cdot 2} = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log(x^2 + 1)$ là

- A. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 10}$. B. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.
C. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 10}$. D. $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2 + 1) \log e}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 10}.$$

Câu 11: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[6]{x}$ (với $x > 0$), ta được

- A. $x^{\frac{15}{2}}$. B. $x^{\frac{4}{7}}$. C. $x^{\frac{3}{5}}$. D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Với } x > 0 \text{ thì } P = x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{5}{3}}.$$

Câu 12: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng

- A. -1 . B. 2 . C. 3 . D. -2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$. Vậy tích các nghiệm của phương trình là $x_1 x_2 = -2$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = 8$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 6$. C. $x = -6$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x-3} = 8 \Leftrightarrow 2^{x-3} = 2^3 \Leftrightarrow x - 3 = 3 \Leftrightarrow x = 6$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = \ln|x|$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{x^2} + C$.
C. $\int f(x)dx = \ln|x| + C$. D. $\int f(x)dx = \ln x + C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số ta có $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 15: Hàm số $F(x) = x^3 + \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \cos x$. B. $f(x) = 3x^2 + \cos x$.
C. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \cos x$. D. $f(x) = 3x^2 - \cos x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x) = 3x^2 + \cos x$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 7]$ và thỏa $\int_2^7 f(x)dx = 10, \int_2^4 f(x)dx = 6$. Tính $\int_4^7 f(x)dx$.

- A. 16 . B. -4 . C. 60 . D. 4 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_2^7 f(x)dx = \int_2^4 f(x)dx + \int_4^7 f(x)dx$.

Suy ra $\int_4^7 f(x)dx = \int_2^7 f(x)dx - \int_2^4 f(x)dx = 10 - 6 = 4$.

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. 4.

B. 61.

C. $\frac{61}{3}$.

D. $\frac{61}{9}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_1^2 (x+3)^2 dx = \left. \frac{(x+3)^3}{3} \right|_1^2 = \frac{5^3}{3} - \frac{4^3}{3} = \frac{61}{3}.$$

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $\bar{w} = -4 - 5i$.

B. $\bar{w} = -5i$.

C. $\bar{w} = 4 + 5i$.

D. $\bar{w} = 4 - 5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = z_1 + z_2 = 4 - 5i \Rightarrow \bar{w} = 4 + 5i$.

Câu 19: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = -3 - 3i$.

B. $w = 3 + 7i$.

C. $w = -7 - 7i$.

D. $w = 7 - 3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i$

Câu 20: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $-3 - 4i$.

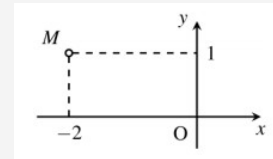
B. $-2 + i$.

C. $1 - 2i$.

D. $-1 + 2i$.

Lời giải

Chọn B



Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và cạnh bên $SB = \frac{3a}{2}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

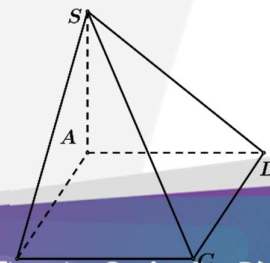
Theo giả thiết $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$ nên $\widehat{BCD} = 60^\circ$; $\triangle BCD$

đều suy ra $BD = a$, $CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AC = 2CO = a\sqrt{3}$.

Chiều cao $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = a\sqrt{2}$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$



Câu 22: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 3a$, $AC = 5a$, cạnh bên $A'A = 6a$. Tính thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $36a^3$. B. $45a^3$.
C. $12a^3$. D. $9a^3$.

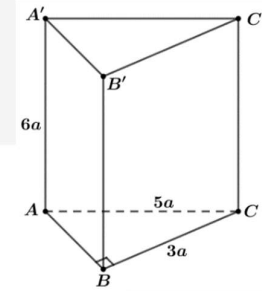
Lời giải

Chọn A

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 4a$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}.3a.4a = 6a^2.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'A = 36a^3.$$



Câu 23: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 10\pi$. B. $S_{tp} = 2\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 4\pi$.

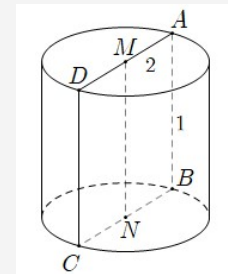
Lời giải

Chọn D

Gọi l và r lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của hình trụ.

$$\text{Ta có: } r = \frac{AD}{2} = 1, l = AB = 1.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ là } S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 4\pi.$$



Câu 24: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. $V = 2\pi$. B. $V = 5\pi$. C. $V = 9\pi$. D. $V = 3\pi$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét tam giác vuông } ABC \text{ ta có } AC = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 3.$$

Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

$$V = \frac{1}{3}\pi AB^2.AC = 3\pi.$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , với $A(-1;3;4)$, $B(8;0;6)$, $C(2;3;2)$. Hình chiếu vuông góc của trọng tâm G của tam giác ABC trên mặt phẳng (Oxz) là

- A. $N(3;2;4)$. B. $Q(0;0;4)$. C. $P(3;0;0)$. D. $M(3;0;4)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ trọng tâm của ABC là $G(3;2;4)$.

Vậy hình chiếu của $G(3;2;4)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $M(3;0;4)$.

Câu 26: Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(0; -2; 0)$ là hình chiếu của I trên trục Oy

Mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ tiếp xúc với trục Oy có bán kính là

$$R = d(I, Oy) = MI = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

Vậy phương trình của mặt cầu cần tìm là $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Hay $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 4 = 0$.

Câu 27: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $Q(0; 4; 2)$. B. $M(0; 3; -6)$. C. $N(2; 2; -4)$. D. $P(-2; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) khi đó ta có $\vec{n} = [\overrightarrow{OM}, \vec{i}]$. Với

$$\overrightarrow{OM} = (1; -1; 2), \vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow \vec{n} = (0; 2; 1).$$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 2; 1)$ là $2y + z = 0$.

Do $2 \cdot 4 + 2 \neq 0$ nên điểm $Q(0; 4; 2)$ không thuộc mặt phẳng (α) .

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{u} = (-1; -1; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (1; -1; -1)$. D. $\vec{u} = (-1; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có một véc tơ chỉ phương là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Đối chiếu đáp án loại các phương án A, B và D do ba véc tơ này không cùng phương với $\vec{n}$.

Chọn phương án C do $\vec{u} = (-1; -1; 1)$ cùng phương với $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Câu 29: Một hộp chứa 10 thẻ được đánh số 1, 2, ..., 10. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ rút được là một số chẵn.

A. $\frac{7}{9}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố: "Rút ngẫu nhiên 2 thẻ mà tích 2 số ghi trên thẻ là một số chẵn".

$$\text{Ta có } n(\overline{A}) = C_5^2 \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{9}.$$

Câu 30: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{2-\sqrt{2}} x$.

B. $y = \log_3 x$.

C. $y = \log x$.

D. $y = \log_{\sqrt{\frac{2022}{2021}}} x$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A, $a = 2 - \sqrt{2} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Xét đáp án B, $a = 3 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Xét đáp án C, $a = 10 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Xét đáp án D, $a = \sqrt{\frac{2022}{2021}} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

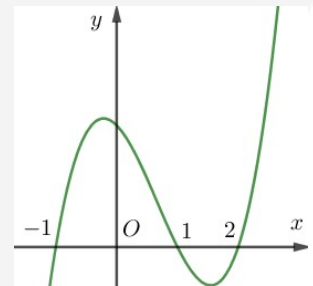
Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Gọi M ; m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khi đó $M + m$ bằng

A. $f(1) + f(-1)$.

B. $f(1) + f(2)$.

C. $f(-1) + f(2)$.

D. $f(0) + f(2)$.



Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

$$\text{Mặt khác } \int_{-1}^1 f'(x) dx > - \int_1^2 f'(x) dx \Rightarrow f(-1) < f(2)$$

Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 2]$ là $f(1)$.

giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 2]$ là $f(-1)$.

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	$f(-1)$	$f(1)$	$f(2)$	$+\infty$

Câu 32: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 1) \leq 3$ là

- A. 7. B. 6. C. 4. D. 2.
Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - 1) \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 \leq 8 \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện, suy ra tập nghiệm của bất phương trình là } S = [-3; -1) \cup (1; 3].$$

$$\text{Vậy các nghiệm nguyên của bất phương trình là } x \in \{\pm 2; \pm 3\}.$$

Câu 33: Biết rằng $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx = 26$. Khi đó có giá trị $\int_0^3 g(3x)dx$ là

- A. $-\frac{16}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{17}{3}$. D. $-\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx = 2.37 + 3 \int_0^9 g(x)dx = 26 \Rightarrow \int_0^9 g(x)dx = -\frac{48}{3}$$

$$\int_0^3 g(3x)dx = \frac{1}{3} \int_0^9 g(t)dt = \frac{1}{3} \int_0^9 g(x)dx = \frac{-48}{3} = -16$$

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn: $(2 - i)z - 2 = 2 + 3i$. Môđun của số phức $z' = 1 + zi$ là

- A. $P = \sqrt{2}$. B. $P = \sqrt{3}$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (2 - i)z - 2 = 2 + 3i \Leftrightarrow z = \frac{4 + 3i}{2 - i}$$

$$\text{Suy ra } z' = 1 + zi = 1 + \frac{4i - 3}{2 - i} = \frac{-1 + 3i}{2 - i} = -1 + i \Rightarrow |z'| = \sqrt{2}.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 6\sqrt{2}$, góc giữa SB và mặt phẳng $ABCD$ bằng 45° . Gọi K là trung điểm của SB . Tính khoảng cách từ K đến mặt phẳng (SAC) .

- A. 6 B. 3
C. $6\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

Lời giải

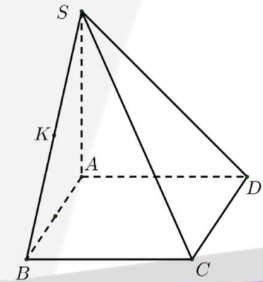
Chọn B

$$+) (SB, (ABCD)) = SBA = 45^\circ \Rightarrow AB = SA = 6\sqrt{2}$$

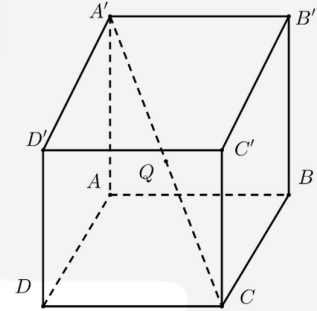
$$+) \frac{d(B, (SAC))}{d(K, (SAC))} = \frac{BS}{KS} = 2 \Rightarrow d(K, (SAC)) = \frac{1}{2} d(B, (SAC))$$

$$+) BO \perp AC, BO \perp SA \Rightarrow BO \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BO$$

$$\Rightarrow d(K, (SAC)) = \frac{1}{2} BO = \frac{1}{4} BD = 3$$



Câu 36: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 6. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của CD, AC' (Tham khảo hình vẽ minh họa). Tính thể tích khối tứ diện $APQD'$.



- A. 18 B. 24
C. 36 D. 12

Lời giải

Chọn A

+) Dễ thấy BD' đi qua Q, xét tứ diện $D'ABP$ ta có:

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = 18 \Rightarrow V_{D'ABP} = \frac{1}{3} \cdot DD' \cdot S_{ABP} = 36$$

+) Xét chóp $D'.ABP$ có Q là trung điểm của BD'

$$\text{Nên } V_{D'APQ} = \frac{1}{2} V_{D'ABP} = 18$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 6y + z + 15 = 0$, $A(1;2;-3)$ và $B(3;0;1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I có tọa độ nguyên, đi qua ba điểm O, A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P)

- A. $x^2 + (y-11)^2 + (z-7)^2 = 170$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$.
C. $(x-4)^2 + (y+9)^2 + (z+7)^2 = 146$. D. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 41$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;2;-3), \overrightarrow{OB} = (3;0;1), [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (2;-10;-6)$ và trung điểm của AB là $M(2;1;-1)$.

Dễ thấy $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ nên tam giác AOB vuông tại O . Do đó tâm I của mặt cầu nằm trên đường thẳng Δ đi qua trung điểm của AB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+1}{-3}, I(2+t, 1-5t, -1-3t).$$

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $d_{I/(P)} = OI$

$$\Leftrightarrow \frac{|2(2+t) - 6(1-5t) + (-1-3t) + 15|}{\sqrt{2^2 + 6^2 + 1^2}} = \sqrt{(2+t)^2 + (1-5t)^2 + (-1-3t)^2}$$

$$\Leftrightarrow 594t^2 - 696t + 102 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{17}{99} \end{cases}$$

Do tâm I có tọa độ nguyên nên $t = 1$ và $I(3; -4; -4)$.

Phương trình mặt cầu là $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 41$.

Câu 38: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+8}{5}$,

$d_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2021 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với (P) , cắt d_1 và d_2 tại hai điểm M, N sao cho $MN = \sqrt{14}$.

A. $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-2}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x-5}{1} = \frac{y-8}{5} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi tọa độ $M(7-2a; -1+3a; -8+5a)$, $N(-4+5b; 5-3b; 2+b)$ với $(a, b \in \mathbb{R})$.

Khi đó $\overrightarrow{MN} = (2a+5b-11; 6-3a-3b; 10-5a+b)$. (*)

Do đường thẳng Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_P = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2a+5b-11) - (6-3a-3b) + (10-5a+b) = 0 \Leftrightarrow 2a+14b-18=0 \Leftrightarrow a=9-7b.$$

Thay lại vào (*) ta có $\overrightarrow{MN} = (7-9b; 18b-21; 36b-35)$.

$$MN = \sqrt{14} \Leftrightarrow (7-9b)^2 + (18b-21)^2 + (36b-35)^2 = 14$$

$$\Leftrightarrow 1701(b^2 - 2b + 1) = 0 \Leftrightarrow b = 1.$$

Từ đó ta có $N(1; 2; 3)$; $\overrightarrow{MN} = (-2; -3; 1)$ nên ta có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Số giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $m - \cos x < f(\cos x)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Bài giải

Chọn C

$$\text{Ta có } m - \cos x < f(\cos x) \Leftrightarrow m < f(\cos x) + \cos x \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow t \in (0; 1]$$

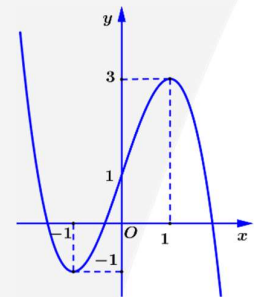
$$\text{Khi đó (1) trở thành } m < f(t) + t = g(t), \forall t \in (0; 1]$$

Xét $g(t) = f(t) + t$ trên $[0; 1]$

$$\Rightarrow g'(t) = f'(t) + 1 > 0, \forall t \in [0; 1] \Rightarrow \min_{t \in [0; 1]} g(t) = g(0) = 1$$

$$\text{Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow m \leq 1$$

Vậy có đúng 1 giá trị nguyên dương của tham số m .



- Câu 40:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = 2021^{-x}$ qua đường thẳng $x - y = 0$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ là nghiệm của bất phương trình $f(a^2) \geq f(3 - 2a - b^2)$?
- A. 25. B. 9. C. 10. D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có: $y = 2021^{-x} = \left(\frac{1}{2021}\right)^x$.

Vì đồ thị của hai hàm số $y = a^x$, $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. Do đó, áp dụng với $a = \frac{1}{2021}$, suy ra: $y = f(x) = \log_{\frac{1}{2021}} x$.

+ Do đó, bất phương trình $f(x^2) \geq f(3 - y^2 - 2x)$ tương đương

$$\log_{\frac{1}{2021}} x^2 \geq \log_{\frac{1}{2021}} (3 - y^2 - 2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 0 \\ x^2 \leq 3 - y^2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ (x+1)^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

Suy ra: $\begin{cases} x \neq 0 \\ (x+1)^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -3 \leq x \leq 1 \end{cases}$. $\forall x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1; 1\}$.

- Với $x \in \{-3; 1\}$, suy ra: $y^2 \leq 0, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = 0$. Do đó trong trường hợp này có 2 cặp $(x; y)$.
 - Với $x = -2$, suy ra: $y^2 \leq 3, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-1; 0; 1\}$. Do đó trong trường hợp này có 3 cặp $(x; y)$.
 - Với $x = -1$, suy ra: $y^2 \leq 4, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Do đó trong trường hợp này có 5 cặp $(x; y)$.
- Vậy có 10 cặp (x, y) thỏa mãn YCBT.

- Câu 41:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x^2 - 1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$. Xét các hàm số $g(x), h(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g(x)$ là hàm số chẵn, $h(x)$ là hàm số lẻ đồng thời $g(x) + h(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $\int_{-1}^2 g(x) dx$ bằng

- A. $\frac{65}{24}$. B. $\frac{53}{24}$. C. $\frac{17}{6}$. D. $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét giả thiết $g(x) + h(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ (1) suy ra $g(-x) + h(-x) = f(-x), \forall x \in \mathbb{R}$ hay $g(x) - h(x) = f(-x), \forall x \in \mathbb{R}$ (2). (do $g(x)$ là hàm số chẵn, $h(x)$ là hàm số lẻ)

Từ (1) & (2) $\Rightarrow g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$ và $h(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$. Thử lại $g(x), h(x)$ thỏa mãn.

Khi đó $\int_{-1}^2 g(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(-x) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^2 (x^3 - 2x) dx + \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(-x) d(-x)$
 $= \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \int_{-2}^1 f(t) dt = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \int_{-2}^{-1} (2t^2 - 1) dt + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (t^3 - 2t) dt = \frac{53}{24}$

Câu 42: Cho số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{Z}, y > 0$) thỏa mãn $|z + 1| = 2|z - 2i - 1|$ và $|z|^2 = 3(z + \bar{z}) + 7$.

Khi đó tổng $2x + y$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} |z|^2 = 3(z + \bar{z}) + 7 \\ 3|z| - |3z - 4| = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 6x + 7 \\ 3\sqrt{x^2 + y^2} - 2 = \sqrt{(3x - 4)^2 + 9y^2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 6x + 7 \\ 3\sqrt{6x + 7} - 2 = \sqrt{9(x^2 + y^2) - 24x + 16} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 6x + 7 \\ 3\sqrt{6x + 7} - 2 = \sqrt{30x + 79} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 6x + 7 \\ 3\sqrt{6x + 7} - 2 = \sqrt{5(6x + 7) + 44} (*) \end{cases} \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt{6x + 7} \geq 0$, khi đó phương trình (*) trở thành

$$3t - 2 = \sqrt{5t^2 + 44} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq \frac{2}{3} \\ 9t^2 - 12t + 4 = 5t^2 + 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq \frac{2}{3} \\ 4t^2 - 12t - 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t = 5 \\ t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 5.$$

Từ đó ta có $\sqrt{6x + 7} = 5 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 4$ do $y > 0$.

Vậy $2x + y = 10$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Điểm M thay đổi trên cạnh CD , H là hình chiếu vuông góc của S trên BM . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABH$ theo a .

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Do } \begin{cases} BH \perp SH \\ BH \perp SA \end{cases} \Rightarrow BH \perp (SAH) \Rightarrow BH \perp AH,$$

nên H thuộc đường tròn đường kính AB .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh AB .

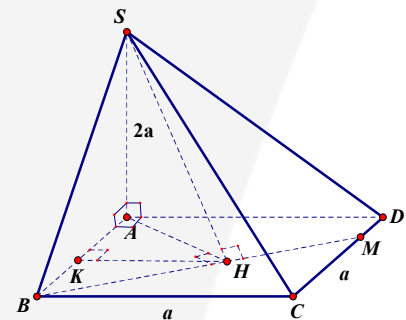
$$\Rightarrow V_{S.ABH} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABH} = \frac{1}{3} 2a \cdot S_{\triangle ABH} = \frac{2a^2 \cdot HK}{6} = \frac{a^2 \cdot HK}{3}.$$

Do đó để thể tích lớn nhất thì HK lớn nhất. HK lớn nhất

khi H là điểm chính giữa cung $\widehat{AB}$, tức là H trùng với tâm hình vuông $ABCD$ hay M

trùng với D . Khi đó $HK = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{a^3}{6}.$$



Câu 44: Tính thể tích của khối vật thể được tạo thành từ một khối cầu bán kính 10cm , bị đục đi một ống với bán kính 3cm dọc theo một đường kính của khối cầu ban đầu.
Để kết quả chính xác đến một chữ số thập phân.

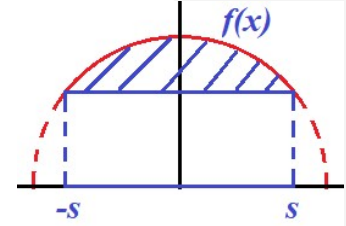
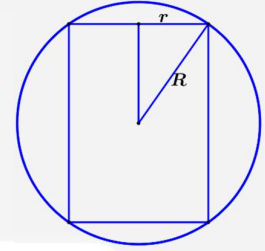
- A. $3636,0\text{cm}^3$. B. $3636,1\text{cm}^3$.
C. $3636,2\text{cm}^3$. D. $3636,3\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Dễ thấy khối vật thể trong đề bài là một khối tròn xoay, được tạo thành khi xoay phần hình phẳng được giới hạn bởi phần đường gạch chéo trong hình dưới đây một vòng quanh trục Ox .

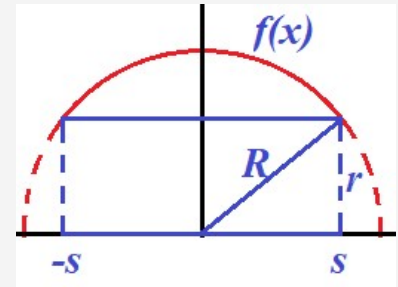


Phần đường cong nằm trên được cho bởi công thức $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, (-s \leq x \leq s)$ với $s = \sqrt{R^2 - r^2}$

Thể tích của khối vật thể đã cho

$$V = V_1 - V_{tr} = \int_{-s}^s \pi(\sqrt{R^2 - x^2})^2 dx - 2s\pi r^2.$$

$$\text{Cụ thể } V_1 = \int_{-s}^s \pi(\sqrt{R^2 - x^2})^2 dx = 2s\pi R^2 - \frac{2}{3}\pi s^3.$$



$$\text{Vậy } V = 2s\pi R^2 - 2s\pi r^2 - \frac{2}{3}\pi s^3 = \frac{4}{3}\pi s^3 \text{ (chú ý } s = \sqrt{R^2 - r^2} \text{)}$$

$$\text{Với } r = 3(\text{cm}); R = 10(\text{cm}), \text{ ta có } V = 3636,2(\text{cm}^3).$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } V = V_{\text{cầu}} - V_{\text{trụ}} - 2V_{\text{chòm cầu}}$$

$$\text{Trong đó } V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4000\pi}{3}$$

$$\text{Khối trụ có } r = 3; h = 2\sqrt{R^2 - r^2} = 2\sqrt{91} \Rightarrow V_{\text{trụ}} = \pi r^2 \cdot h = 18\pi\sqrt{91}$$

$$\text{Chòm cầu có } h_1 = R - \sqrt{R^2 - r^2} = 10 - \sqrt{91} \Rightarrow V_{\text{chòm cầu}} = \pi h_1^2 \left(R - \frac{h_1}{3} \right) \approx 2,089\pi$$

$$\text{Vậy } V = V_{\text{cầu}} - V_{\text{trụ}} - 2V_{\text{chòm cầu}} = 3636,2(\text{cm}^3).$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}$. Xét điểm M thuộc đường thẳng d có hoành độ âm sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MD, ME đến mặt cầu (S) sao cho IM luôn cắt DE và $\widehat{DME} = 120^\circ$ (I là tâm mặt cầu (S) ; D, E là các tiếp điểm). Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\Delta: \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 1+t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \\ z = 2+t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = -7 \\ y = 7 \\ z = 3+t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \\ z = -1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;4)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Điểm $M \in d$, nên $M(1 - 3t; 3 + 2t; 1 + t)$,

(Điều kiện: $1 - 3t < 0 \Rightarrow t > \frac{1}{3}$).

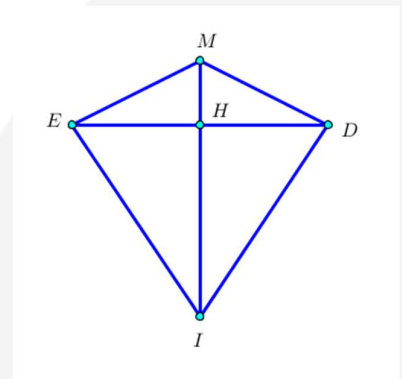
Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE .

Theo tính chất tiếp tuyến: $MD = ME$ và $ID = IE = R$ nên $IM \perp DE$ tại H .

Vì $\widehat{DMI} = \widehat{EMI} = 60^\circ \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{ID}{IM} \Rightarrow IM = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} = 6$

$\Rightarrow IM = 6 \Leftrightarrow (-1 - 3t)^2 + (2t + 2)^2 + (t - 3)^2 = 36$

$\Leftrightarrow 14t^2 + 8t - 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (t/m) \\ t = -\frac{11}{7} & (l) \end{cases} \Rightarrow M(-2; 5; 2) \text{ và đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

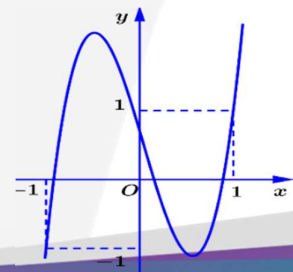


Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(|x^3 - f(x)|)$ là

- A. 8. B. 11.
C. 6 D. 5.

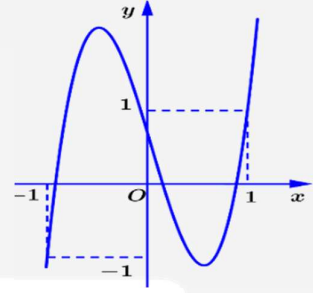
Lời giải

Chọn C



Ta có $g'(x) = (3x^2 - f'(x)) \cdot \frac{x^3 - f(x)}{|x^3 - f(x)|} f'(|x^3 - f(x)|)$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - f'(x) = 0 & (1) \\ x^3 - f(x) = 0 & (2) \\ f'(|x^3 - f(x)|) = 0 & (3) \end{cases}$$



Xét $g(x) = x^3 - f(x)$ là hàm số bậc 3 và $g(-1) = g(1) = 0$

+) Phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt

+) Vì (1) là phương trình bậc 2: $g'(x) = 0 \Rightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình $f'(x) = 0 \Rightarrow a < 0 < b$

$$\Rightarrow (3) \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 - f(x)| = a(vn) \\ |x^3 - f(x)| = b < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x^3 - b \\ f(x) = x^3 + b \end{cases}$$

Trong đó $y = x^3 \pm b$ là các đồ thị tịnh tiến từ đồ thị $y = x^3$ theo Oy một đoạn nhỏ hơn 1.

$\Rightarrow (3)$ có 6 nghiệm.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = +\infty \Rightarrow$ hàm số $g(x) = f(|x^3 - f(x)|)$ có 6 điểm cực tiểu.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $x^3 - x^2 - 3^m x = x^2 \log_3(4x - 3) - 3^m \log_3(12x - 9)$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. 45.

B. 43.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > \frac{3}{4}$.

Phương trình đã cho có dạng: $[\log_3(12x - 9) - x](x^2 - 3^m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(12x - 9) - x = 0 \\ x^2 - 3^m = 0 \end{cases}$.

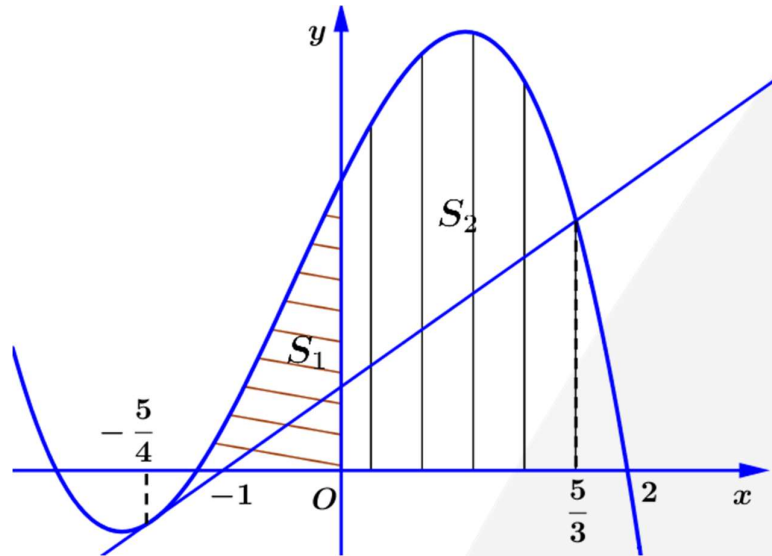
Xét phương trình $\log_3(12x - 9) - x = 0 \Rightarrow x = 1; x = 3$, do đó để có đúng ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 3^m = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3^m$ có một nghiệm duy nhất $x > \frac{3}{4}; x \neq 1$ và $x \neq 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^m > \frac{9}{16} \\ 3^m \neq 1 \\ 3^m \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \log_3\left(\frac{9}{16}\right) \\ m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 3; \dots; 9\}.$$

Vậy tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn bằng: $1 + 3 + 4 \dots + 9 = 43$.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $f(x) = \frac{-1}{2}x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt trong đó hai điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1, x = 2$. Đường thẳng d tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -\frac{5}{4}$ cắt đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = \frac{5}{3}$. Gọi S_1, S_2 là các diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) trục hoành, và trục tung (**như hình vẽ bên dưới**).



Khi tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản) thì $b - 3a$ bằng

A. 131.

B. 271.

C. 53.

D. 65.

Lời giải

Chọn D

Giả thiết suy ra $f(x) = \frac{-1}{2}(x - \alpha)(x + 1)(x - 2)$. Gọi phương trình tiếp tuyến d là $y = mx + n$

suy ra $f(x) - mx - n = \frac{-1}{2}\left(x + \frac{5}{4}\right)^2\left(x - \frac{5}{3}\right)$ hay $f(x) = \frac{-1}{2}\left(x + \frac{5}{4}\right)^2\left(x - \frac{5}{3}\right) + mx + n$.

So sánh hệ số của x^2 trong hai cách biểu diễn $f(x)$ ta được $\alpha = \frac{-11}{6}$. Thay vào $f(x)$ tính được

$$S_1 = \int_{-1}^0 \left| \frac{-1}{2} \left(x + \frac{11}{6} \right) (x + 1)(x - 2) \right| dx = \frac{31}{36}, S_2 = \int_0^2 \left| \frac{-1}{2} \left(x + \frac{11}{6} \right) (x + 1)(x - 2) \right| dx = \frac{79}{18}.$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{31}{158}$ do đó $b - 3a = 65$.

Câu 49: Cho các số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1| = 1, |z_2 - 7 + 2\sin \alpha - 2i \cos \alpha| = 1, \alpha \in R$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 - \overline{z_1} \cdot z_2|$ thuộc khoảng nào sau đây

A. (10;12)

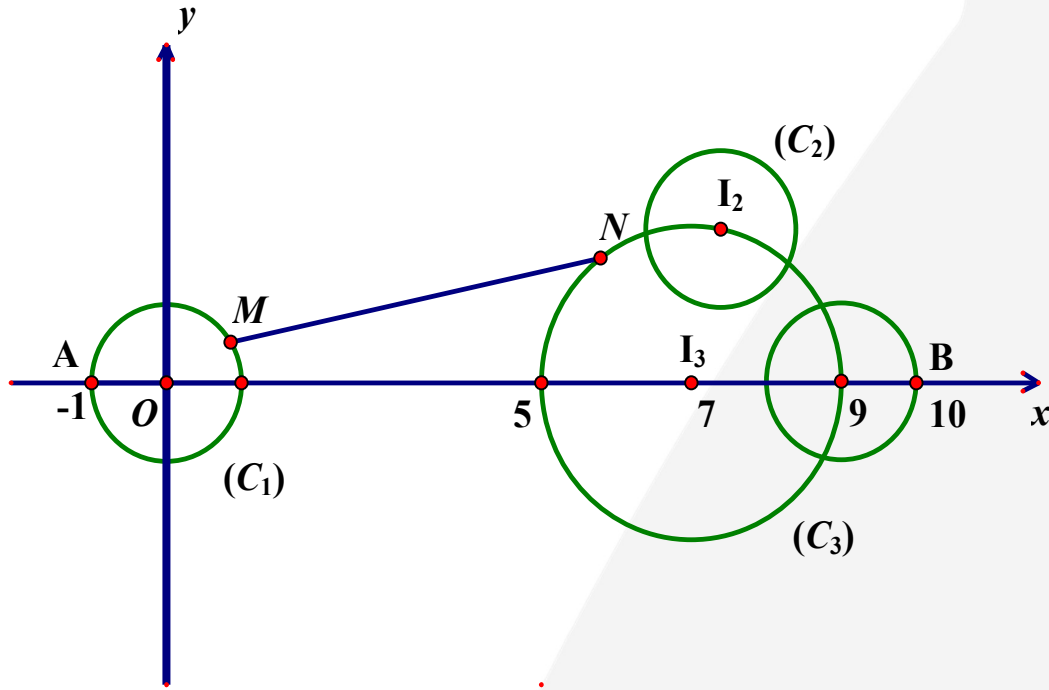
B. (3;5)

C. (7;9)

D. (9;11)

Lời giải

Chọn A



Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z_1 , ta thấy tập hợp điểm M là đường tròn (C_1) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R_1 = 1$.

Gọi N là điểm biểu diễn cho số phức z_2 , ta thấy tập hợp điểm N là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(7 - 2\sin \alpha; 2\cos \alpha)$, bán kính $R_2 = 1$.

Nhận xét: $\begin{cases} x_{I_2} = 7 - 2\sin \alpha \\ y_{I_2} = 2\cos \alpha \end{cases} \Rightarrow (x_{I_2} - 7)^2 + y_{I_2}^2 = 4$ nên tâm I_2 di động trên đường tròn (C_3)

có tâm $I_3(7;0)$, bán kính $R_3 = 2$.

Ta có $P = |1 - \overline{z_1} \cdot z_2| = |\overline{z_1} \cdot \overline{z_1} - \overline{z_1} \cdot z_2| = |\overline{z_1}| \cdot |z_1 - z_2| = MN$.

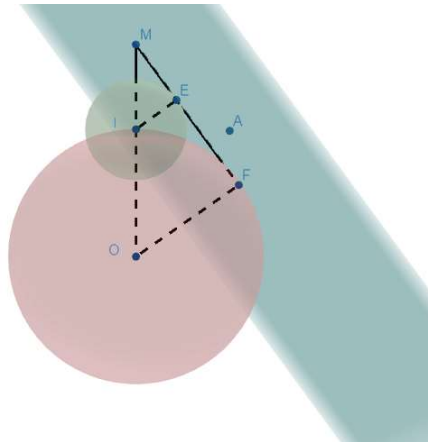
Theo hình vẽ, ta thấy $MN \leq AB = 11$, chọn đáp án A

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $(S_2): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{36}{25}$. Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc cả hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Biết giá trị lớn nhất của khoảng cách từ A đến (P) là $a+b\sqrt{5}$. Khi đó giá trị của $a+b$ bằng

- A. 2. B. $\frac{50}{9}$. C. $\frac{25}{9}$. D. -1.

Lời giải

Chọn A



Giả thiết suy ra mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R_1 = 3$. (S_2) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R_2 = \frac{6}{5}$. Gọi $(P): Ax + By + Cz + D = 0, (A^2 + B^2 + C^2 > 0)$

Gọi $M = OI \cap (P)$ do hai mặt cầu cắt nhau nên M nằm ngoài đoạn OI

$$\text{Ta có } \frac{MI}{MO} = \frac{d(I; (P))}{d(O; (P))} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{MI}{MO} = \frac{2}{5} \Rightarrow 2\overline{OM} = 5\overline{IM} \Leftrightarrow 3\overline{OM} = 5\overline{OI} \Rightarrow M(0, 0, 5).$$

$$\text{Ta có } M \in (P) \Rightarrow 5C + D = 0 \Rightarrow D = -5C.$$

$$\text{Giả thiết suy ra } d(O; (P)) = R_1 \Leftrightarrow \frac{|D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|-5C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 3 \Leftrightarrow \left(\frac{A}{C}\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2 = \frac{16}{9}.$$

$$\text{Ta có } d(A; (P)) = \frac{|A - 2B + 3C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|A - 2B - 2C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{\left|\frac{A}{C} - 2\frac{B}{C} - 2\right|}{\sqrt{\left(\frac{A}{C}\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2 + 1}} = \frac{3}{5} \left| \frac{A}{C} - 2\frac{B}{C} - 2 \right|.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{A}{C} - 2\frac{B}{C} \Rightarrow t^2 \leq 5 \cdot \left(\left(\frac{A}{C}\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2 \right) \Rightarrow -\frac{4\sqrt{5}}{3} \leq t \leq \frac{4\sqrt{5}}{3}.$$

$$d(A; (P)) = \frac{3}{5} |t - 2| \leq \frac{3}{5} \left(2 + \frac{4\sqrt{5}}{3} \right) = \frac{6}{5} + \frac{4}{5}\sqrt{5} \text{ dấu bằng xảy ra khi } t = -4\sqrt{5}, B = 8\sqrt{5}, C = 15.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{6}{5}; b = \frac{4}{5} \Rightarrow a + b = 2.$$