

Câu 1. (6,0 điểm)

a) Giải phương trình
$$\frac{2\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-3}{2\cos x-\sqrt{2}}=0.$$

b) Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $\frac{1}{C_2^2}+\frac{1}{C_3^2}+\dots+\frac{1}{C_n^2}=\frac{2n-11}{5}$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển của $P(x)=(2x-1)^n\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)$.

Câu 2. (5,0 điểm)

a) Gọi E là tập các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập E . Tính xác suất để chọn được số có mặt đồng thời hai chữ số 2 và 3.

b) Tìm giới hạn hàm số $L=\lim_{x\rightarrow+\infty}\left(2x^2-\sqrt{x^2-x}\cdot\sqrt[3]{8x^3+12x^2-3x}\right)$.

Câu 3. (5,0 điểm)

a) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC . Tính góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) .

b) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Lấy M thuộc tia AD sao cho $AM=2\sqrt{\frac{2}{5}}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm $A'B'$ và DD' ; P và Q lần lượt thuộc các đường thẳng AE và CF . Tìm giá trị lớn nhất của tỷ số $\frac{MP}{PQ}$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x^2+y^2+xy+2=3(x+y)$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định bởi
$$\begin{cases} u_1=2022 \\ u_{n+1}=\frac{u_n}{n.u_n^2+1} \end{cases}, \forall n=1,2,\dots$$
 Chứng minh rằng dãy $\left\{\frac{1}{n.u_n}\right\}$

có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

-----HẾT-----