

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 001

Câu 1: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 24$ là

- A. $x = \log_{24} 5 + 1$. B. $x = \log_5 24 + 1$. C. $x = \log_{24} 5 - 1$. D. $x = \log_5 24 - 1$.

Câu 2: Trong tập số phức $\mathbb{C}$, hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2(z^2 + 1) = 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

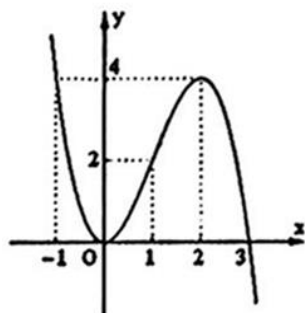
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 0; 0)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$.

Câu 4: Với $x > 0$ thì đạo hàm của hàm số $y = \log x$ bằng

- A. $\frac{1}{x \log 10}$. B. $x \log x$. C. $\frac{1}{x \ln 10}$. D. $\frac{1}{x}$.

Câu 5: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào liệt kê dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 6: Biết $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và k , C là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định sai.

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$. D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.

Câu 7: Với a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chọn khẳng định sai.

- A. $\log b - \log c = \log \frac{b}{c}$. B. $\log c + \log b = \log bc$.
C. $\log a + \log b = \log ab$. D. $\log a - \log b = \log(a - b)$.

Câu 8: Mặt cầu $S(O; R)$ đi qua tất cả các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $4a$. Gọi d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(ABCD)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $d = 2a\sqrt{2}$. B. $d = 2a\sqrt{3}$. C. $d = 2a$. D. $d = 4a$.

Câu 9: Biết $\int_1^5 \left(\frac{f(x)}{3} - 3 \right) dx = 3$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 39. C. 15. D. 45.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

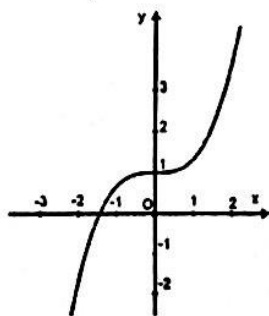
- A. $\int f(x) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} - \cot x + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - \cot x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + \cot x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + \cot x + C$.

Câu 11: Cho hàm số bậc 4 có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi điểm nào dưới đây không phải là điểm cực trị của hàm số đã cho?

x	$-\infty$		-7		0		7		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$				8				$+\infty$
				-5		-5			

- A. (7; -5). B. (0; 8). C. (-7; -5). D. (-7; 7).

Câu 12: Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = \frac{1}{4}x^4 + 1$. B. $y = -\frac{1}{3}x^3 + 1$. C. $y = \frac{1}{3}x^3 + 1$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 13: Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 24 và chiều cao bằng 6 thì thể tích của nó bằng

- A. 48. B. 192. C. 432. D. 144.

Câu 14: Cho $\int g(x) dx = f(x) + C, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $g'(x) = f'(x)$. B. $f'(x) = g(x)$. C. $g'(x) = f(x)$. D. $f(x) = g(x)$.

Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x+3}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -\frac{2}{3}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = -\frac{3}{2}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây không đi qua gốc tọa độ?

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

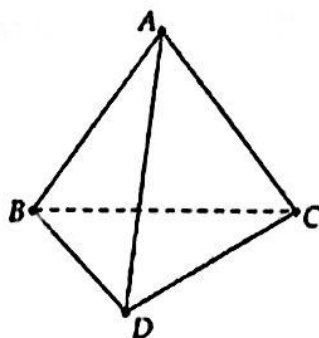
Câu 17: Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh để xếp vào một hàng ngang?

- A. C_{12}^2 . B. A_{12}^2 . C. P_{12} . D. P_2 .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm O và bán kính bằng $R = 2\sqrt{3}$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 18$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{3}$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và độ dài cùng bằng 12. Thể tích của tứ diện đã cho bằng



- A. 864. B. 1728. C. 576. D. 288.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $10^x < 125$ là

- A. $(-\infty; 5 \log 3)$. B. $(-\infty; 3 \ln 5)$. C. $(-\infty; \log_{125} 10)$. D. $(-\infty; 3 \log 5)$.

Câu 21: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6, u_2 = -3$. Giá trị của công bội q bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. -2 . C. $\frac{1}{2}$. D. 2 .

Câu 22: Hàm số $y = \frac{x-4}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 4 . D. -4 .

Câu 23: Một hình trụ có chu vi đường tròn đáy bằng πr và đường sinh bằng l thì diện tích xung quanh bằng

- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $3\pi rl$. D. $2\pi rl$.

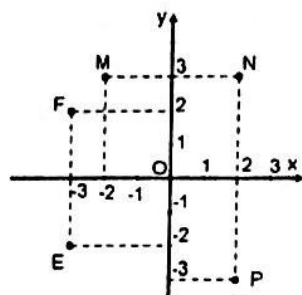
Câu 24: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tính $\bar{z} - z$ ta được kết quả bằng

- A. $4i$. B. -6 . C. 6 . D. $-4i$.

Câu 25: Trong các hàm số liệt kê dưới đây, hàm số nào là hàm số lũy thừa?

- A. $y = x^e$. B. $y = e^x$. C. $y = a^x$. D. $y = \ln x$.

Câu 26: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 2i$ trên mặt phẳng tọa độ?



- A. Điểm F . B. Điểm N . C. Điểm E . D. Điểm P .

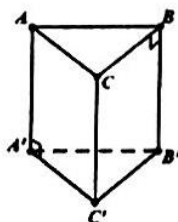
Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, gốc tọa độ có tọa độ là

- A. $(1;0;0)$. B. $(0;0;0)$. C. $(0;1;0)$. D. $(0;0;1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 16 = 0$. Độ dài vector $\overrightarrow{AB}$ bằng

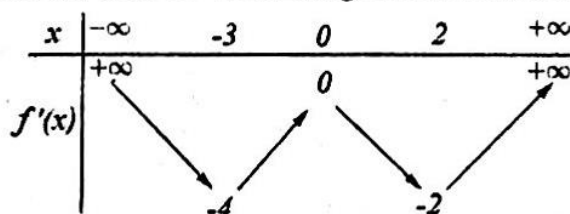
- A. $\sqrt{14}$. B. 10. C. 5. D. $2\sqrt{14}$.

Câu 29: Cho lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 6. Khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(BA'C')$ bằng



- A. $\frac{7\sqrt{21}}{6}$. B. $\frac{7\sqrt{21}}{5}$. C. $\frac{5\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{6\sqrt{21}}{7}$.

Câu 30: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới.

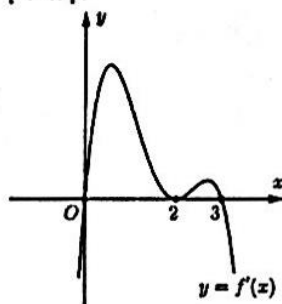


Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

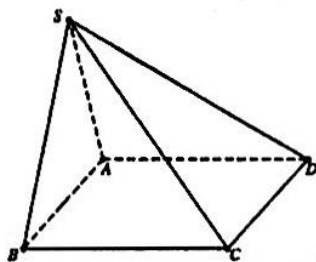
Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.

Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết cạnh $SA = a, AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy.



- A. 30° . B. 55° . C. 60° . D. 45° .

Câu 33: Bất phương trình $\log^2 x^2 - 2\log x^2 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 7. B. 14. C. 8. D. 16.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $6 - x^4 = m$ có 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 7.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(2;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;4)$ có phương trình là

- A. $-2x - 4y + z + 4 = 0$. B. $2x + 4y + z - 4 = 0$.
C. $2x - 4y - z - 4 = 0$. D. $2x - 4y + z - 4 = 0$.

Câu 36: Một vật thể đặt dọc theo trục Ox có vị trí bắt đầu từ $x = 2$ đến điểm kết thúc là $x = 7$. Người ta cắt vật thể đó bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và được diện tích thiết diện có kích thước thay đổi theo hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ ($2 \leq x \leq 7$). Thể tích vật thể đã cho bằng

- A. $\frac{18560}{3}$. B. $\frac{470}{3}$. C. $\frac{18560\pi}{3}$. D. $\frac{470\pi}{3}$.

Câu 37: Một người gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm 2 lần gieo chia hết cho 5 và lần gieo thứ hai không bé hơn lần gieo thứ nhất.

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{7}{36}$. C. $\frac{5}{36}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 38: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| + |z + i| = 2$ là

- A. Một đường tròn. B. Một đường elip. C. Một đường thẳng. D. Một đoạn thẳng.

Câu 39: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $2z^2 + |z + 2|z - 4 = 0$.

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{3}$, $AC = 1$, $AB = 2$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Khoảng cách từ I đến mặt (SAC) bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x + m}{x + 1}$. Biết giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ bằng 5. Giá trị m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $[4; 5)$. B. $[2; 3)$. C. $[3; 4)$. D. $[1; 2)$.

Câu 42: Biết tích phân $\int_0^{\frac{1}{a}} x \sqrt{1 - 4x} dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^+$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $b - a^2$ bằng

- A. 439. B. 31. C. 367. D. 103.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(x^2 - 2x + m - 1) + \log_2(-x^2 + 4x + 2m - 2) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với $(ABCD)$, $AB = a$, $AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SD, SB và G là trọng tâm tam giác BCD . Thể tích tứ diện $AEFG$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Câu 45: Xét hai số phức z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn $|z_1 - i| = 2|z_2 - i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1 + \frac{z_2}{2} + 1 - 3i\right|$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 4,1. B. 4,2. C. 3,9. D. 4.

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 9 \cdot 2^{x+2} + 128)(\sqrt{3 - \log x} - 1) \leq 0$?

- A. 901. B. 905. C. 98. D. Vô số.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$, có

$S(3; 2; 4), B(1; 2; 3), D(3; 0; 3)$. Đường vuông góc chung của AC và SB đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q(3; -2; 2)$. B. $P(3; -4; 1)$. C. $T(3; 4; -1)$. D. $R(3; -3; 1)$.

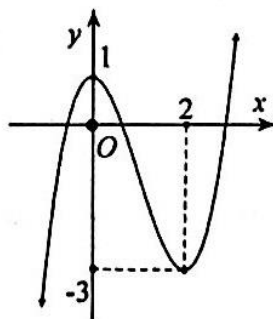
Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) . Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1 = 2, x_2 = 3$ và $x_3 = 6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): y = f(x)$ và $(C'): y = f'(x)$ bằng

- A. $\frac{71}{18}$. B. $\frac{32}{9}$. C. $\frac{32}{3}$. D. $\frac{71}{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3} + \int_0^1 (f(x^2))^2 dx$. Giá trị $f\left(\frac{1}{4}\right)$ bằng

- A. 1. B. 4. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?



- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.C	5.C	6.C	7.D	8.A.C	9.D	10.C
11.D	12.C	13.D	14.B	15.C	16.B	17.D	18.A	19.B	20.C
21.A	22.C	23.B	24.A	25.A	26.A	27.B	28.B	29.D	30.C
31.D	32.D	33.D	34.C	35.D	36.B	37.A	38.D	39.A	40.B
41.B	42.C	43.C	44.D	45.A	46.B	47.B	48.D	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 24$ là

- A. $x = \log_{24} 5 + 1$. B. $x = \log_5 24 + 1$. C. $x = \log_{24} 5 - 1$. D. $x = \log_5 24 - 1$.

Lời giải

Chọn B

$$5^{x-1} = 24 \Leftrightarrow x-1 = \log_5 24 \Leftrightarrow x = \log_5 24 + 1.$$

Câu 2: Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2.(z^2 + 1) = 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$z^2(z^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 0 \\ z^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = \pm i \end{cases}$$

Có 3 giá trị.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 0; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (1; 0; 0)$.

Câu 4: Với $x > 0$ thì đạo hàm của hàm số $y = \log x$ bằng

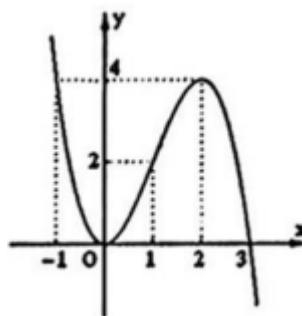
- A. $\frac{1}{x \log 10}$. B. $x \log x$. C. $\frac{1}{x \ln 10}$. D. $\frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = (\log x)' = \frac{1}{x \ln 10}.$$

Câu 5: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào liệt kê dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. **C. $(2; +\infty)$.** D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Biết $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và k, C là số thực bất kì. Chọn khẳng định **sai**.

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx + C$. D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Với a, b, c là số thực dương tùy ý. Chọn khẳng định **sai**.

- A. $\log b - \log c = \log \frac{b}{c}$. B. $\log c + \log b = \log bc$.
C. $\log a + \log b = \log ab$. **D. $\log a - \log b = \log(a - b)$.**

Lời giải

Chọn D

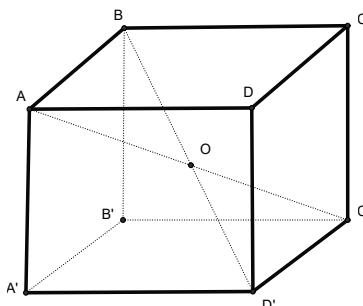
Câu 8: Mặt cầu $S(O; R)$ đi qua tất cả các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $4a$.

Gọi d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(ABCD)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $d = 2a\sqrt{2}$.** B. $d = 2a\sqrt{3}$. **C. $d = 2a$.** D. $d = 4a$.

Lời giải

Chọn C



Tâm O của mặt cầu ngoại tiếp lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là trung điểm của đường chéo AC'

$$\text{Do đó } d(O; (ABCD)) = \frac{AA'}{2} = \frac{4a}{2} = 2a.$$

Câu 9: Cho $\int_1^5 \left(\frac{f(x)}{3} - 3 \right) dx = 3$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. 5.

B. 39.

C. 15.

D. 45.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_1^5 \left(\frac{f(x)}{3} - 3 \right) dx = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_1^5 f(x) dx - \int_1^5 3 dx = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_1^5 f(x) dx - 12 = 3 \Leftrightarrow \int_1^5 f(x) dx = 45..$$

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} - \cot x + C.$

B. $\int f(x) dx = e^x - \cot x + C.$

C. $\int f(x) dx = e^x + \cot x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + \cot x + C.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int \left(e^x - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = e^x + \cot x + C.$$

Câu 11: Cho hàm số bậc 4 có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi điểm nào dưới đây **không** phải là điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho?

x	$-\infty$	-7	0	7	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			8			-5	$+\infty$

A. $(7; -5).$

B. $(0; 8).$

C. $(-7; -5).$

D. $(-7; 7).$

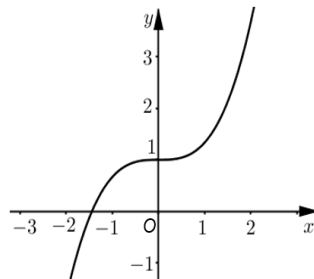
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $(-7; -5)$, $(0; 8)$, $(7; -5)$.

Vậy điểm $(-7; 7)$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Câu 12: Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{1}{4}x^4 + 1.$

B. $y = -\frac{1}{3}x^3 + 1.$

C. $y = \frac{1}{3}x^3 + 1.$

D. $y = \frac{x+1}{x-1}.$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho là của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 1$.

- Câu 13:** Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 24 và chiều cao bằng 6 thì thể tích của nó bằng
A. 48. **B.** 192. **C.** 432. **D.** 144.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = 24.6 = 144$.

- Câu 14:** Cho $\int g(x)dx = f(x) + C, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $g'(x) = f'(x)$. **B.** $f'(x) = g(x)$. **C.** $g'(x) = f(x)$. **D.** $f(x) = g(x)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int g(x)dx = f(x) + C, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g(x) = f'(x)$.

- Câu 15:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x+3}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $x = -\frac{2}{3}$. **B.** $x = \frac{2}{3}$. **C.** $x = -\frac{3}{2}$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} \frac{3x-2}{2x+3} = -\infty; \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = +\infty$.

Suy ra $x = -\frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng.

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây không đi qua gốc tọa độ?

- A.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thay gốc tọa độ $O(0;0;0)$ vào phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ ta được

$\frac{0-1}{1} = \frac{0-2}{2} \neq \frac{0+3}{3} \Rightarrow O(0;0;0)$ không thuộc đường thẳng đó.

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$.

B. $M(1;1;3)$.

C. $P(1;2;5)$.

D. $N(1;5;2)$.

Lời giải

Chọn D

Lí thuyết.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm mặt cầu (S) có toạ độ là

A. $A(-3;-1;1)$.

B. $B(3;1;-1)$.

C. $C(-3;1;-1)$.

D. $D(3;-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Lí thuyết.

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{2}$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_4(1;3;2)$.

B. $\vec{u}_2(1;-3;2)$.

C. $\vec{u}_1(-2;1;2)$.

D. $\vec{u}_3(-2;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Lí thuyết.

Câu 20: Thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính r và chiều cao h bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $\pi r^2 h$.

D. $2\pi r h$.

Lời giải

Chọn C

Lí thuyết.

Câu 21: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6, u_2 = -3$. Giá trị của công bội q bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. -2 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = -\frac{1}{2}.$$

Câu 22: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -2 .

B. 2 .

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x+2}$ và trục hoành

$$\frac{x-4}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x=4$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.

Câu 23: Một hình trụ có chu vi đường tròn đáy bằng πr và đường sinh l thì diện tích xung quanh của bằng

A. $4\pi rl$.

B. πrl .

C. $3\pi rl$.

D. $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Gọi r_1 là bán kính đường tròn đáy của hình trụ.

Vì chu vi đường tròn đáy bằng πr nên $\pi r = 2\pi r_1 \Leftrightarrow r_1 = \frac{r}{2}$

Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $2\pi r_1 l = 2\pi \frac{r}{2} l = \pi rl$.

Câu 24: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tính $\bar{z} - z$ ta được kết quả bằng

A. $4i$.

B. -6 .

C. 6 .

D. $-4i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z} - z = 3 + 2i - (3 - 2i) = 4i$.

Câu 25: Trong các hàm số liệt kê dưới đây, hàm số nào là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^e$.

B. $y = e^x$.

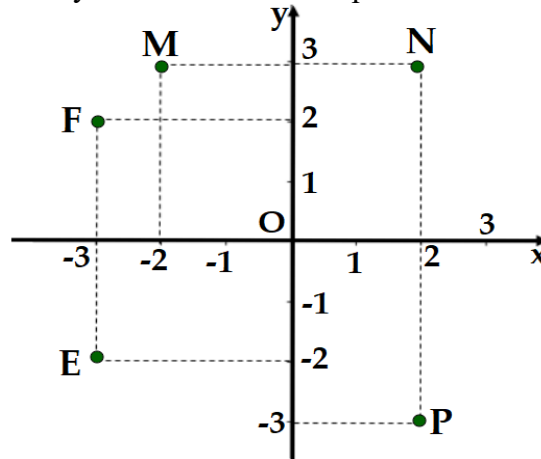
C. $y = a^x$.

D. $y = \ln x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 26: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm diễn của số phức $z = -3 + 2i$



A. Điểm F .

B. Điểm N .

C. Điểm E .

D. Điểm P .

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, gốc tọa độ có tọa độ là

A. $(1; 0; 0)$.

B. $(0; 0; 0)$.

C. $(0; 1; 0)$.

D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 16 = 0$. Độ dài véc tơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\sqrt{14}$.

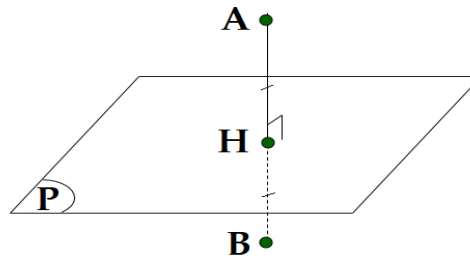
B. 10.

C. 5.

D. $2\sqrt{14}$.

Lời giải

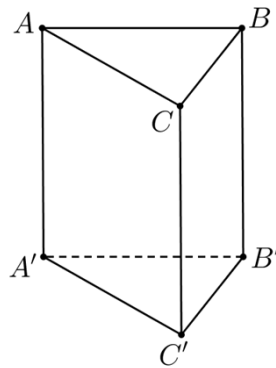
Chọn B



Điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 16 = 0$. Suy ra:

$$|\overline{AB}| = 2d(A, (P)) = 2 \cdot \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 16|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 2 \cdot \frac{15}{3} = 10..$$

Câu 29: Cho lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 6. Khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(BA'C')$ bằng



A. $\frac{7\sqrt{21}}{6}$.

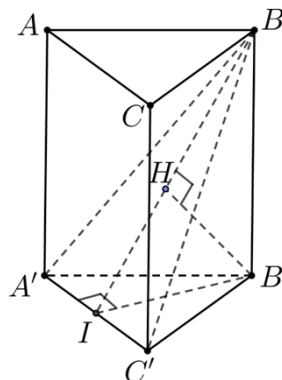
B. $\frac{7\sqrt{21}}{5}$.

C. $\frac{5\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{6\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



- Gọi I là trung điểm của $A'C'$, trong mặt phẳng $(BB'I)$ gọi H là hình chiếu của B' lên đường thẳng BI . Ta có, $\begin{cases} A'C' \perp B'I \\ A'C' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (BB'I) \Rightarrow A'C' \perp B'H$ mà $B'H \perp BI$ nên $B'H \perp (BA'C')$. Do đó $B'H = d_{[B'; (BA'C')]}.$

- Xét tam giác $BB'I$ vuông tại B' có $BB' = 6$ và $B'I = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$$\Rightarrow B'H = \frac{BB' \cdot B'I}{\sqrt{BB'^2 + B'I^2}} = \frac{6 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2}} = \frac{6\sqrt{21}}{7}. \text{ Vậy } d_{[B'; (BA'C')]} = \frac{6\sqrt{21}}{7} \dots$$

Câu 30: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới.

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		0		$+\infty$
		-4		-2	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

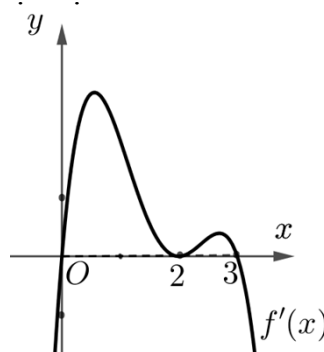
D. 3.

Lời giải

Chọn C

- Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm đơn nên hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3.

B. 4.

C. 1.

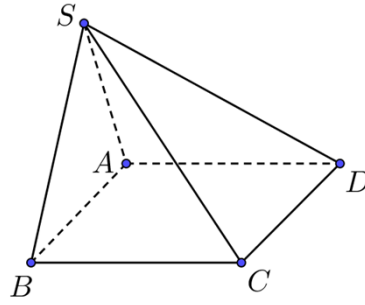
D. 2.

Lời giải

Chọn D

- Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 2 điểm $x = 0$ và $x = 3$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $SA = a$, $AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy.



A. 30° .

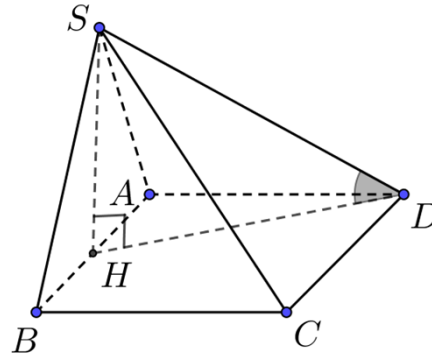
B. 55° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



- Gọi H là trung điểm của AB, khi đó $SH \perp (ABCD)$. Do đó góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (ABCD) là góc $\widehat{SDH}$.

- Xét tam giác AHD vuông tại A có $AH = \frac{a}{2}$; $AD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

- Xét tam giác SHD vuông tại H có

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; HD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SDH} = \frac{SH}{HD} = 1 \Rightarrow \widehat{SDH} = 45^\circ.$$

Câu 33: Bất phương trình $\log^2 x^2 - 2 \log x^2 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7.

B. 14.

C. 8.

D. 16.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \neq 0$.

Đặt $t = \log x^2$.

Khi đó ta có bất phương trình: $t^2 - 2t < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 2$

$$\text{Suy ra } 0 < \log x^2 < 2 \Leftrightarrow 1 < x^2 < 100 \Leftrightarrow \begin{cases} -10 < x < -1 \\ 1 < x < 10 \end{cases}$$

$$\text{Do } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-9; -8; \dots; -3; -2\} \cup \{2; 3; \dots; 8; 9\}$$

Vậy có 16 nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $6 - x^4 = m$ có 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 \geq 0$

Khi đó phương trình $6 - x^4 = m$ trở thành: $6 - t^2 = m \Leftrightarrow t^2 + m - 6 = 0$ (*)

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt khi (*) có 2 nghiệm trái dấu.

$$\Rightarrow P < 0 \Leftrightarrow m - 6 < 0 \Leftrightarrow m < 6$$

Do m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$

Vậy có 5 số nguyên dương m .

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(2; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; 4)$ có phương trình là

A. $-2x - 4y + z + 4 = 0$. B. $2x + 4y + z - 4 = 0$.

C. $2x - 4y - z - 4 = 0$. D. $2x - 4y + z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình của (ABC) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x - 4y + z = 4 \Leftrightarrow 2x - 4y + z - 4 = 0$.

Câu 36: Một vật thể đặt dọc theo trục Ox có vị trí bắt đầu từ $x = 2$ đến điểm kết thúc là $x = 7$. Người ta cắt vật thể đó bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và được diện tích thiết diện có kích thước thay đổi theo hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ ($2 \leq x \leq 7$). Thể tích vật thể đã cho bằng

A. $\frac{18560}{3}$.

B. $\frac{470}{3}$.

C. $\frac{18560\pi}{3}$.

D. $\frac{470\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V = \int_2^7 f(x) dx = \int_2^7 (x^2 + 2x) dx = \frac{470}{3}.$$

Câu 37: Một người gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm 2 lần gieo chia hết cho 5 và lần gieo thứ hai không bé hơn lần gieo thứ nhất.

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{7}{36}$.

C. $\frac{5}{36}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn A

$$n(\Omega) = 36.$$

Gọi A là biến cố “tổng số chấm 2 lần gieo chia hết cho 5 và lần gieo thứ hai không bé hơn lần gieo thứ nhất”. Khi đó: $A = \{(1; 4), (2; 3), (4; 6), (5; 5)\} \Rightarrow n(A) = 4$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Câu 38: Trên mặt phẳng toạ độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z-i|+|z+i|=2$ là

- A.** Một đường tròn. **B.** Một đường elip.
C. Một đường thẳng. **D.** Một đoạn thẳng.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$). Khi đó: số phức z có điểm biểu diễn là $M(x; y)$ và

$$|z-i|+|z+i|=2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2} + \sqrt{x^2+(y+1)^2} = 2$$

$$\text{Xét } M_1(0;1), M_2(0;-1) \Rightarrow M_1M_2 = 2 \text{ và } M_1M = \sqrt{x^2+(y-1)^2}, M_2M = \sqrt{x^2+(y+1)^2}$$

Do đó $M_1M + M_2M = M_1M_2 \Rightarrow M$ thuộc đoạn thẳng M_1M_2 .

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z-i|+|z+i|=2$ là một đoạn thẳng.

Câu 39: Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $2z^2 + |z+2i|z-4=0$

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$). Khi đó

$$2z^2 + |z+2i|z-4=0 \Leftrightarrow 2(x+yi)^2 + \sqrt{x^2+(y+2)^2} \cdot (x+yi) - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2y^2 + x\sqrt{x^2+(y+2)^2} - 4 = 0 & (1) \\ 4xy + y\sqrt{x^2+(y+2)^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \sqrt{x^2+(y+2)^2} = -4x \end{cases}$$

Khi

$$y = 0 \Rightarrow 2x^2 + x\sqrt{x^2+4} - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2+4} = \frac{4}{x} - 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} - 2x \geq 0 \\ 3x^4 - 20x^2 + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{10+2\sqrt{13}}{3}} \\ x = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{13}}{3}} \end{cases}$$

$$\text{Khi } \sqrt{x^2+(y+2)^2} = -4x \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4 = 0 \Rightarrow x, y \in \emptyset$$

Vậy có 2 số phức thoả đề.

.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{3}$, $AC = 1$, $AB = 2$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Khoảng cách từ I đến mặt (SAC) bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Tam giác } ABC \text{ có } BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos \widehat{BAC}} \\ &= \sqrt{2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\text{Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \text{ là } r = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BAC}} = \frac{\sqrt{7}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có $IJ \parallel SA$

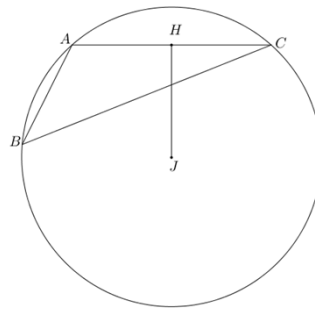
Mà $SA \subset (SAC)$ do đó $IJ \parallel (SAC)$.

$$\Rightarrow d(I, (SAC)) = d(J, (SAC)).$$

Trong tam giác ABC , từ J hạ $JH \perp AC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} JH \perp AC \\ JH \perp SA \end{cases} \Rightarrow JH \perp (SAC)$$

$$d(J, (SAC)) = JH.$$



$$\text{Ta có } JH = \sqrt{AJ^2 - AH^2} = \sqrt{r^2 - \frac{AC^2}{4}} = \sqrt{\frac{21}{9} - \frac{1}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x + m}{x + 1}$. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 5.

Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $[4; 5)$.

B. $[2; 3)$.

C. $[3; 4)$.

D. $[1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x + m}{x + 1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

Ta có: $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 3 - m}{(x + 1)^2}$.

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 - m = 0$ và ta tính được $\Delta' = m - 2$.

Trường hợp 1: $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Khi đó: $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 3)$ hay hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 3]$.

Theo đề $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 5 \Leftrightarrow f(3) = 5 \Leftrightarrow \frac{18 + m}{4} = 5 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa $m \leq 2$).

Trường hợp 2: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Nhận xét: với $m > 2$ thì $f(3) = \frac{18 + m}{4} > 5$ (Không thỏa yêu cầu bài toán)

Suy ra $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 42: Biết tích phân $\int_0^{\frac{1}{4}} x^3 \sqrt{1 - 4x} dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $b - a^2$

bằng

A. 439.

B. 31.

C. 367.

D. 103.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\sqrt[3]{1 - 4x} = t \Rightarrow 1 - 4x = t^3 \Leftrightarrow -4dx = 3t^2 dt$

$$\int_0^{\frac{1}{4}} x^3 \sqrt{1 - 4x} dx = \int_1^0 \frac{1 - t^3}{4} \cdot t \frac{3t^2}{-4} dt = \frac{3}{16} \int_0^1 (1 - t^3) t^3 dt = \frac{3}{16} \left(\frac{t^4}{4} - \frac{t^7}{7} \right) \Big|_0^1 = \frac{9}{448}.$$

Suy ra $a = 9; b = 448 \Rightarrow b - a^2 = 367..$

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2023; 2023]$ để phương trình $\log_2(x^2 - 2x + m - 1) + \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 4x + 2m - 2) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. 2025.

B. 2023.

C. 2022.

D. 2024.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\log_2(x^2 - 2x + m - 1) + \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 4x + 2m - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x + m - 1) = \log_2(-x^2 + 4x + 2m - 2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m - 1 > 0 \\ x^2 - 2x + m - 1 = -x^2 + 4x + 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m - 1 > 0 \\ m = 2x^2 - 6x + 1 \end{cases}.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 8x > 0 \\ m = 2x^2 - 6x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \vee \frac{8}{3} < x \\ m = 2x^2 - 6x + 1 \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = 2x^2 - 6x + 1 \quad \forall x < 0 \vee \frac{8}{3} < x$.

$$\Rightarrow g'(x) = 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	$g(x)$ 1 $-\frac{7}{9}$			+
$g(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Phương trình có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow m > 1 \Rightarrow$ có 2022 giá trị nguyên của m .

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với $(ABCD)$. $AB = a, AD = 2a$. Góc của (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SD, SB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Thể tích tứ diện $AFEG$ bằng.

A. $\frac{a^3}{3}$.

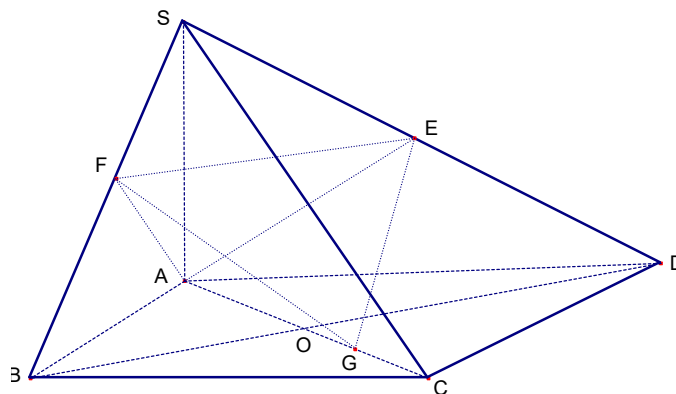
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{2a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $((SBC), (ABCD)) = (SB, AC) = \widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = a$.

Thể tích khối chóp $SABCD$: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2}{3} a^3$.

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

$$V_{AFEG} = V_{AFEO} + V_{GFEO} = V_{AFEO} + \frac{1}{3} V_{CFEO} = V_{AFEO} + \frac{1}{3} V_{AFEO} = \frac{4}{3} V_{AFEO}.$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} V_{ASBD} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} V_{SABD} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{a^3}{9}.$$

Câu 45: Xét hai số phức z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn $|z_1 - i| = 2|z_2 - i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $\left| z_1 + \frac{z_2}{2} + 1 - 3i \right|$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 4,1.

B. 4,2.

C. 3,9.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } |z_1 - i| = 2|z_2 - i| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} |z_1 - i| = 2 \\ |z_2 - i| = 1 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = z_1 - i \\ w = z_2 - i \end{cases} \text{ và } M, N \text{ lần lượt là điểm biểu diễn số phức } u \text{ và } w \text{ thì } \begin{cases} OM = 2 \\ ON = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } |z_1 - z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow |u - w| = \sqrt{3} \Leftrightarrow MN = \sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó tam giác } OMN \text{ vuông tại } N \text{ và } \cos \widehat{MON} = \frac{MN}{OM} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Gọi } P \text{ là điểm biểu diễn số phức } u + \frac{1}{2}w \text{ thì } \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ON}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OP}^2 = \overrightarrow{OM}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{ON}^2 + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = \frac{21}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{OP}| = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Khi đó } \left| z_1 + \frac{z_2}{2} + 1 - 3i \right| = \left| u + \frac{1}{2}w + 1 - \frac{3}{2}i \right| = \left| \overrightarrow{OP} + 1 - \frac{3}{2}i \right| \leq OP + \left| 1 - \frac{3}{2}i \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| z_1 + \frac{z_2}{2} + 1 - 3i \right| \leq \frac{\sqrt{21}}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Vậy } \left| z_1 + \frac{z_2}{2} + 1 - 3i \right| \leq 4,1.$$

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa $(4^x - 9 \cdot 2^{x+2} + 128)(\sqrt{3 - \log x} - 1) \leq 0$.

A. 901.

B. 905.

C. 98.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = (4^x - 9 \cdot 2^{x+2} + 128)(\sqrt{3 - \log x} - 1)$$

$$\text{Điều kiện: } 3 - \log x \geq 0 \Leftrightarrow \log x \leq 3 \Leftrightarrow 0 < x \leq 10^3$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 9 \cdot 2^{x+2} + 128 = 0 \\ \sqrt{3 - \log x} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 36 \cdot 2^x + 128 = 0 \\ 3 - \log x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 32 \vee 2^x = 4 \\ \log x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \vee x = 2 \\ x = 100 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

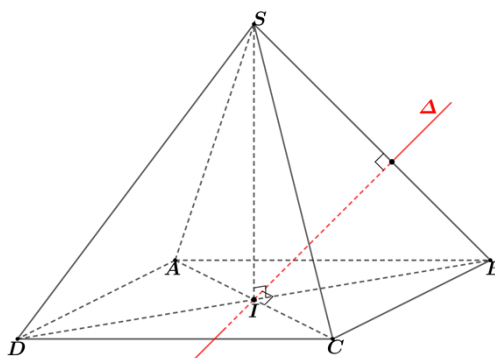
x	0	2	5	100	1000			
$f(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Như vậy: $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 5] \cup [100; 1000]$ suy ra có tất cả 905 số nguyên.

- Câu 47:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $S(3; 2; 4), B(1; 2; 3), D(3; 0; 3)$. Đường vuông góc chung của AC và SB đi qua điểm nào sau đây?
A. $Q(3; -2; 2)$. **B.** $P(3; -4; 1)$. **C.** $T(3; 4; -1)$. **D.** $R(3; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SI \perp (ABCD)$ và $I(2; 1; 3)$.

Đường vuông góc chung Δ của AC và SB đi qua điểm $I(2; 1; 3)$ và vuông góc với AC, SB .

Ta có: $\overrightarrow{SB} = (-2; 0; -1), \overrightarrow{BD} = (2; -2; 0), \overrightarrow{SI} = (-1; -1; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{SI}] = (2; 2; -4)$.

Vì $AC \perp (SBD) \Rightarrow \overrightarrow{AC}$ cùng phương với $[\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{SI}] = (2; 2; -4)$.

Đường thẳng Δ qua $I(2; 1; 3)$ và nhận $\vec{u} = [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{SB}] = (2; -10; -4) = 2(1; -5; -2)$ làm VTCP

nên có dạng: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm $P(3; -4; 1)$.

- Câu 48:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) . Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1 = 2, x_2 = 3$ và $x_3 = 6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): y = f(x)$ và $(C'): y = f'(x)$ bằng
A. $\frac{71}{18}$. **B.** $\frac{32}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2(a-9)x + c$.

Phương trình $f(x) - f'(x) = a(x-2)(x-3)(x-6) = ax^3 - (2a+9)x^2 + (c-2a+18)x + d - c$.

Đồng nhất hệ số x^2 , ta có: $-11a = -2a - 9 \Rightarrow a = 1$.

Diện tích hình phẳng là $S = \int_2^6 |(x-2)(x-3)(x-6)| dx = \frac{71}{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3} + \int_0^1 (f(x^2))^2 dx$. Giá trị $f\left(\frac{1}{4}\right)$ bằng

- A. 1. B. 4. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

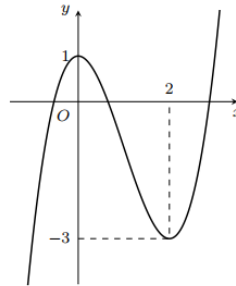
Chọn D

Ta có $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x^2) d(x^2) = \int_0^1 2xf(x^2) dx$ và $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ nên

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \frac{1}{3} + \int_0^1 (f(x^2))^2 dx \\ \Leftrightarrow \int_0^1 (f(x^2))^2 dx - \int_0^1 2xf(x^2) dx + \int_0^1 x^2 dx &= 0 \\ \Leftrightarrow \int_0^1 (f(x^2) - x)^2 dx &= 0 \Leftrightarrow f(x^2) = x. \end{aligned}$$

Cho $x = \frac{1}{2}$ suy ra $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?



- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = (3x^2 - 6x + m)f'(x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m)$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m) = +\infty$ nên $f'(x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m) > 0$.

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$. Do đó $g'(x) \geq 0$ tương đương

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} 3x^2 - 6x + m \geq 0 \\ f'(x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m) \geq 0 \end{cases} (\forall x > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + m \geq 0 \\ x^3 - 3x^2 + mx + 8 - m \geq 2 \end{cases} (\forall x > 0) \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3x^2 + 6x \\ m(x-1) \geq -x^3 + 3x^2 - 6 \end{cases} (\forall x > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3x^2 + 6x & (\forall x > 0) \\ \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{-x^3 + 3x^2 - 6}{x-1} \\ m \leq \frac{-x^3 + 3x^2 - 6}{x-1} \end{array} \right. & \begin{array}{l} (x > 1) \\ (x < 1) \end{array} \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq -1,76 \\ m \leq 6 \end{array} \right. \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 6. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy có 4 số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

∞ HẾT ∞