

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I
LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn kiểm tra: **TOÁN CHUYÊN**

Ngày kiểm tra: Ngày ... tháng 11 năm 2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1 (2,0 điểm). Cho số nguyên m . Ta định nghĩa $I(m) := \{xm : x \in \mathbb{Z}\}$, là *ideal chính sinh bởi m trên $\mathbb{Z}$* . Chứng minh rằng: $I(2) \cap I(3) = I(6)$.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hai số thực a, b phân biệt thỏa mãn điều kiện $a + b > 0$.

Chứng minh rằng: $2^{n-1}(a^n + b^n) > (a + b)^n$ với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1.

Câu 3 (2,0 điểm). Cho E là một tập hợp. Với mọi tập con A của E , ta xác định ánh xạ:

$$\chi_A : E \rightarrow \{0; 1\}$$
$$x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{khi } x \in A \\ 0 & \text{khi } x \in E \setminus A \end{cases}$$

Ánh xạ này gọi là *hàm đặc trưng* của A trên E .

Chứng minh rằng, với mọi tập con A, B của E , ta luôn có $\chi_{A \cap B} = \chi_A \chi_B$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác. Các đường thẳng AM, BM, CM theo thứ tự cắt BC, CA, AB tại A_1, B_1, C_1 . Các đường thẳng BC, CA, AB theo thứ tự cắt B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 tại A_2, B_2, C_2 . Gọi A_3, B_3, C_3 theo thứ tự là trung điểm của các cạnh A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 . Chứng minh rằng ba điểm A_3, B_3, C_3 thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho số tự nhiên m khác 0. Chứng minh rằng, với mỗi số tự nhiên m , luôn tồn tại các số tự nhiên a, b khác 0 sao cho $b < 1 + \sqrt{m}$ và $\sqrt{m} \leq \frac{a}{b} \leq \sqrt{m+1}$.

----- **HẾT** -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.