

Họ và tên thí sinh:

Mã đề thi 142

Câu 1. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

- (A) 12312. (B) 21321. (C) 21312. (D) 12321.

Câu 2. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

- (A) $\frac{3}{645}$. (B) $\frac{4}{645}$. (C) $\frac{2}{645}$. (D) $\frac{1}{645}$.

Câu 3. Từ hai chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?

- (A) 55. (B) 108. (C) 54. (D) 110.

Câu 4. Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

- (A) $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$. (B) $\frac{2C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$.
(C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}$.

Câu 5. Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

- (A) $\frac{7}{110}$. (B) $\frac{21}{55}$. (C) $\frac{55}{126}$. (D) $\frac{6}{11}$.

Câu 6. Một tổ học sinh có 6 nam và 3 nữ được yêu cầu xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp sao cho không có 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau là

- (A) 9!. (B) 25200. (C) 151200. (D) 86400.

Câu 7. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 4 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kỹ thuật viên và 13 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid-19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho ca 1 có 6 người và 2 ca còn lại mỗi ca có 7 người. Tính xác suất sao cho mỗi ca có 1 kỹ thuật viên, ít nhất một kỹ sư chế biến thực phẩm

- (A) $\frac{440}{3320}$. (B) $\frac{41}{230}$. (C) $\frac{441}{3230}$. (D) $\frac{401}{3320}$.

Câu 8. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần (trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai) được thay vào phương trình $\frac{x^2 + bx + c}{x + 1} = 0$ (*). Xác suất để phương trình (*) vô nghiệm là

- (A) $\frac{17}{36}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{19}{36}$. (D) $\frac{1}{2}$.

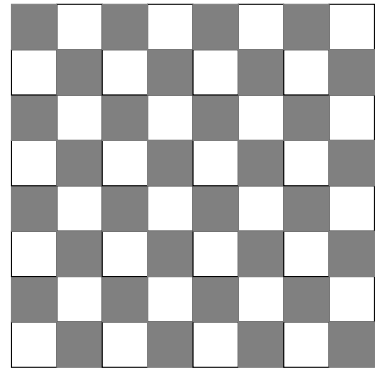
Câu 9. Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau là

- (A) $\frac{13}{80}$. (B) $\frac{11}{70}$. (C) $\frac{29}{140}$. (D) $\frac{97}{560}$.

Câu 10.

Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau cho 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.

- (A) $\frac{1}{32}$. (B) $\frac{1}{16}$. (C) $\frac{3}{64}$. (D) $\frac{3}{32}$.



Câu 11. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

- (A) $\frac{11}{200}$. (B) $\frac{143}{10000}$. (C) $\frac{3}{7}$. (D) $\frac{138}{1420}$.

Câu 12. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

- (A) $\frac{9}{1}$. (B) $\frac{13}{60}$. (C) $\frac{11}{60}$. (D) $\frac{1}{6}$.

Câu 13. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt 3 chữ số 2, 3 và 4 là

- (A) $\frac{23}{378}$. (B) $\frac{4}{9}$. (C) $\frac{1}{648}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$ và các số a, b, c thuộc A . Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng $\overline{abc}$ sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2016$.

- (A) 2026086. (B) 2027080. (C) 337681. (D) 338184.

Câu 15. Đề thi trắc nghiệm môn Toán gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một học sinh không học bài nên mỗi câu trả lời đều chọn ngẫu nhiên một phương án. Xác suất để học sinh đó được đúng 5 điểm là

- (A) $\frac{25}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. (B) $\frac{C_{50}^{25} \left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}}{4^{50}}$.
(C) $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. (D) $C_{50}^{25} \left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$.

Câu 16. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15, ..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau: + Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được. + Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được. + Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100. Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác. An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

- (A) $P = \frac{3}{16}$. (B) $P = \frac{7}{16}$. (C) $P = \frac{19}{40}$. (D) $P = \frac{1}{4}$.

Câu 17. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- (A) 80640. (B) 108864. (C) 217728. (D) 145152.

Câu 18. Xếp 6 chữ số 1, 2, 3, 1, 2 và 4 theo một hàng ngang. Tính xác suất để xảy ra biến cố: “2 chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau.”

- (A) $\frac{7}{15}$. (B) $\frac{8}{15}$. (C) $\frac{11}{15}$. (D) $\frac{4}{15}$.

Câu 19. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

- (A) 12321. (B) 21312. (C) 12312. (D) 21321.

Câu 20. Cho tập hợp $S = \{m \in \mathbb{Z} \mid -10 \leq m \leq 100\}$. Có bao nhiêu tập hợp con của S có số phần tử lớn hơn 2 và các phần tử đó tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 0?

- (A) 34. (B) 32. (C) 30. (D) 36.

Câu 21. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A . Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

- (A) $\frac{1}{9}$. (B) $\frac{1}{18}$. (C) $\frac{625}{1710}$. (D) $\frac{1250}{1710}$.

Câu 22. Trong lễ tổng kết năm học 2017 – 2018, lớp 12T nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hoá học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Bình và Bảo là 2 trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà Bình nhận được giống 2 cuốn sách của Bảo.

- (A) $\frac{12}{45}$. (B) $\frac{1}{5}$. (C) $\frac{14}{45}$. (D) $\frac{17}{90}$.

Câu 23. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; \dots; 17\}$ gồm 17 số. Chọn ngẫu nhiên một tập con có ba phần tử của tập S . Tính xác suất để tập hợp được chọn có tổng các phần tử chia hết cho 3.

- (A) $\frac{9}{34}$. (B) $\frac{23}{68}$. (C) $\frac{27}{34}$. (D) $\frac{9}{12}$.

Câu 24. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 100\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử của A . Xác suất để 3 phần tử được chọn lập thành một cấp số cộng bằng

- (A) $\frac{1}{11}$. (B) $\frac{1}{132}$. (C) $\frac{1}{33}$. (D) $\frac{1}{66}$.

Câu 25. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,5 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

- (A) $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. (B) $\frac{7}{10}$. (C) $A_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. (D) $\frac{109}{262144}$.

Câu 26. Có 10 học sinh lớp A , 8 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào một bản tròn (hai cách xếp được coi là giống nhau nếu cách xếp này là kết quả của cách xếp kia khi ta thực hiện phép quay bàn ở tâm một góc nào đó). Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.

- (A) $\frac{10!}{18!}$. (B) $\frac{9!A_{10}^8}{17!}$. (C) $\frac{10!A_{11}^8}{18!}$. (D) $\frac{7!}{17!}$.

Câu 27. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số khác nhau đôi một. Xác suất để số được chọn có ba chữ số chẵn và hai chữ số lẻ còn lại đứng kề nhau?

- (A) $\frac{8}{147}$. (B) $\frac{2}{75}$. (C) $\frac{58}{567}$. (D) $\frac{85}{567}$.

Câu 28. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập hợp X . Gọi A là biến cố lấy được số có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời các chữ số giống nhau không đứng liền kề nhau. Xác suất của biến cố A bằng

- (A) $\frac{5}{9}$. (B) $\frac{151200}{9^8}$. (C) $\frac{176400}{9^8}$. (D) $\frac{201600}{9^8}$.

Câu 29. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích của ba số ở ba lần tung (mỗi số là số chấm trên mặt xuất hiện ở mỗi lần tung), tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

- (A) $\frac{60}{216}$. (B) $\frac{90}{216}$. (C) $\frac{82}{216}$. (D) $\frac{83}{216}$.

Câu 30. Có 2 học sinh lớp A , 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B . Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- (A) 217728. (B) 80640. (C) 145152. (D) 108864.

Câu 31. Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}$, với $a_0, a_1, \dots, a_{110}$ là các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

- (A) $T = 1$. (B) $T = -11$. (C) $T = 0$. (D) $T = 11$.

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 8, 9. Tính xác suất để chọn được số lớn hơn số 2019 và bé hơn số 9102.

- (A) $\frac{31}{45}$. (B) $\frac{119}{200}$. (C) $\frac{83}{120}$. (D) $\frac{119}{180}$.

Câu 33. Số cách chia 10 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất 2 phần quà là

- (A) 30. (B) 42. (C) 21. (D) 15.

Câu 34. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

- (A) $P = 0,4245$. (B) $P = 0,452$. (C) $P = 0,4525$. (D) $P = 0,435$.

Câu 35. Một phiếu điều tra về vấn đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

- (A) 10001. (B) 1.048.576. (C) 2.097.152. (D) 1.048.577.

Câu 36. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,5 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

- (A) $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. (B) $A_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. (C) $\frac{109}{262144}$. (D) $\frac{7}{10}$.

Câu 37. Gọi A là tập các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên từ tập A một số. Tính xác suất P lấy được số chia hết cho 6.

- (A) $P = \frac{13}{60}$. (B) $P = \frac{17}{45}$. (C) $P = \frac{2}{9}$. (D) $P = \frac{11}{45}$.

Câu 38. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n + 2)C_n^n = 1600$.

- (A) 5. (B) 10. (C) 7. (D) 8.

Câu 39. Một nhóm gồm 11 học sinh trong đó có An, Bình, Cường tham gia một trò chơi đòi hỏi 11 bạn phải xếp thành một vòng tròn. Tính xác suất để ba bạn An, Bình, Cường không có bạn nào xếp cạnh nhau.

- (A) $\frac{4}{15}$. (B) $\frac{11}{15}$. (C) $\frac{7}{15}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 40. Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp đường tròn (O). Người ta lập một tứ giác lồi tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H). Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

(A) 85, 40%.

(B) 40, 35%.

(C) 13, 45%.

(D) 80, 70%.

Câu 41. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

(A) $P = \frac{1}{55}$.

(B) $P = \frac{1}{14}$.

(C) $P = \frac{1}{220}$.

(D) $P = \frac{1}{4}$.

Câu 42. Cho 16 phiếu ghi các số thứ tự từ 1 đến 16. Lấy lần lượt 8 phiếu không hoàn lại, gọi a_i là số ghi trên phiếu thứ i lấy được ($1 \leq i \leq 8$). Tính xác suất P để 8 phiếu lấy được thỏa mãn $a_1 < a_2 < \dots < a_8$ và không có bất kỳ hai phiếu nào có tổng các số bằng 17.

(A) $P = \frac{2^8}{C_{16}^8}$.

(B) $P = \frac{3^8}{C_{16}^8}$.

(C) $P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$.

(D) $P = \frac{2^8}{A_{16}^8}$.

Câu 43. Có 5 học sinh lớp A , 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để xếp được 2 học sinh bất kỳ cạnh nhau và đối diện nhau khác lớp.

(A) $\frac{5!}{10!}$.

(B) $\frac{2^5(5!)^2}{10!}$.

(C) $\frac{2(5!)^2}{10!}$.

(D) $\frac{(5!)^2}{10!}$.

Câu 44. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1.

(A) $\frac{41}{81}$.

(B) $\frac{25}{81}$.

(C) $\frac{25}{1944}$.

(D) $\frac{10}{27}$.

Câu 45. Từ một hộp có 4 bút bi màu xanh, 5 bút bi màu đen và 6 bút bi màu đỏ, chọn ngẫu nhiên 5 bút. Xác suất để 5 bút được chọn chỉ có đúng hai màu là

(A) $\frac{118}{429}$.

(B) $\frac{272}{1001}$.

(C) $\frac{460}{1001}$.

(D) $\frac{119}{429}$.

Câu 46. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

(A) $2018 \cdot C_{895}^3$.

(B) $2018 \cdot C_{897}^3$.

(C) C_{1009}^3 .

(D) $2018 \cdot C_{896}^2$.

Câu 47. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

(A) $\frac{3}{4}$.

(B) $\frac{7}{8}$.

(C) $\frac{4}{5}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Câu 48. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách văn học, 4 cuốn sách âm nhạc và 3 cuốn sách hội họa. Thầy lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn. Tính xác suất để sau khi tặng xong mỗi thể loại văn học, âm nhạc, hội họa đều còn lại ít nhất một cuốn.

(A) $P = \frac{113}{132}$.

(B) $P = \frac{1}{2}$.

(C) $P = \frac{3}{4}$.

(D) $P = \frac{115}{132}$.

Câu 49. Từ các chữ số thuộc tập hợp $S = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số khác nhau sao cho chữ số 1 đứng trước chữ số 2, chữ số 3 đứng trước chữ số 4 và chữ số 5 đứng trước chữ số 6?

(A) 22680.

(B) 45360.

(C) 72576.

(D) 36288.

Câu 50. Lớp 10 X có 25 học sinh, chia lớp 10 X thành hai nhóm A và B sao cho mỗi nhóm đều có học sinh nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên hai học sinh từ hai nhóm, mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để chọn được hai học sinh nữ. Biết rằng, trong nhóm A có đúng 9 học sinh nam và xác suất chọn được hai học sinh nam bằng 0,54.

(A) 0,42.

(B) 0,46.

(C) 0,04.

(D) 0,23.

Câu 51. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn đúng ngẫu nhiên 8 tấm thẻ, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3. Kết quả đúng là

(A) $\frac{308}{1105}$.
 (B) $\frac{126}{20995}$.
 (C) $\frac{308}{969}$.
 (D) $\frac{84}{1105}$.

Câu 52. Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

(A) $\frac{1}{450}$.
 (B) $\frac{1}{210}$.
 (C) $\frac{1}{300}$.
 (D) $\frac{1}{600}$.

Câu 53. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A , tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 45.

(A) $\frac{5}{162}$.
 (B) $\frac{1}{36}$.
 (C) $\frac{53}{2268}$.
 (D) $\frac{2}{81}$.

Câu 54. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số gồm 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9?

(A) $10^{2010} - 16153 \cdot 9^{2008}$.
 (B) $10^{2010} - 16151 \cdot 9^{2008}$.
 (C) $10^{2010} - 16161 \cdot 9^{2008}$.
 (D) $10^{2010} - 16148 \cdot 9^{2008}$.

Câu 55. Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$.

(A) $\frac{37}{3402}$.
 (B) $\frac{74}{34020}$.
 (C) $\frac{37}{34020}$.
 (D) $\frac{35}{34020}$.

Câu 56. Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là 4 đỉnh của tứ diện.

(A) $\frac{245}{273}$.
 (B) $\frac{136}{195}$.
 (C) $\frac{188}{273}$.
 (D) $\frac{1009}{1365}$.

Câu 57. Một túi đựng 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

(A) $\frac{1}{3}$.
 (B) $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}$.
 (C) $\frac{2C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$.
 (D) $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$.

Câu 58. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

(A) $\frac{18}{5^{10}}$.
 (B) $\frac{4}{3 \cdot 10^4}$.
 (C) $\frac{1}{15000}$.
 (D) $\frac{1}{5000}$.

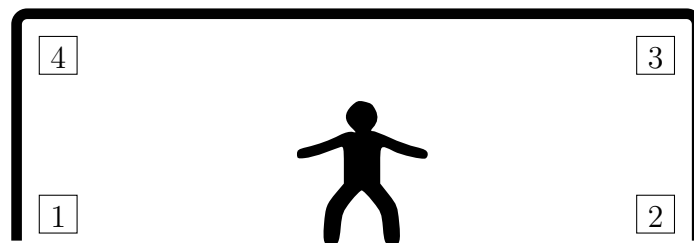
Câu 59. Biết rằng khi khai triển nhị thức Newton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n = a_0 \cdot \sqrt{x}^n + a_1 \cdot \sqrt{x}^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{x}} + a_2 \cdot \sqrt{x}^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^2 + a_3 \cdot \sqrt{x}^{n-3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^3 + \dots$$

(với n là số nguyên lớn hơn 1) thì ba số a_0, a_1, a_2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Hỏi trong khai triển trên, có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

(A) 2.
 (B) 4.
 (C) 1.
 (D) 3.

Câu 60. Trong trận đấu bóng đá giữa hai đội U23 Việt Nam và U23 Iraq, trọng tài cho đội Iraq được hưởng một quả đá phạt 11m. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào một trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến một trong bốn vị trí đó với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 hoặc 2 thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 hoặc 4 thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất để cú sút đó không vào lưới.



- (A) $\frac{1}{8}$. (B) $\frac{3}{16}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{5}{16}$.

Câu 61. Cho một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H). Hỏi P gần với số nào nhất trong các số sau?

- (A) 0.6294. (B) 0.4176. (C) 0.5287. (D) 0.6792.

Câu 62. Cho khai triển $P(x) = (1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2017x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2017}x^{2017}$. Tính $T = a_2 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + \dots + 2017^2)$.

- (A) $\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$. (B) $\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$. (C) $\frac{1}{2}\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$. (D) $\frac{1}{2}\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$.

Câu 63. Đội dự tuyển học sinh giỏi Toán của tỉnh A có n học sinh ($n \in \mathbb{N}, n > 4$) trong đó có 2 học sinh nữ, tham gia kì thi để chọn đội tuyển chính thức gồm 4 người. Biết xác suất trong đội tuyển chính thức có cả hai học sinh nữ gấp 2 lần xác suất trong đội tuyển chính thức không có học sinh nữ nào. Tìm n .

- (A) $n = 11$. (B) $n = 7$. (C) $n = 5$. (D) $n = 9$.

Câu 64. Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0; 1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

- (A) $P = \frac{1}{2}$. (B) $P = \frac{2}{3}$. (C) $P = \frac{1}{4}$. (D) $P = \frac{3}{4}$.

Câu 65. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác nhau chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

- (A) 84600. (B) 151200. (C) 786240. (D) 907200.

Câu 66. Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2018, mỗi phòng thi gồm 24 thí sinh xếp vào 24 chiếc bàn khác nhau. Bạn An là một thí sinh dự thi 4 môn (Toán, Văn, Ngoại Ngữ, Khoa học tự nhiên), cả 4 lần thi đều thi tại 1 phòng thi duy nhất. Giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 4 lần thi An có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí.

- (A) $\frac{23}{2304}$. (B) $\frac{253}{6912}$. (C) $\frac{899}{1152}$. (D) $\frac{253}{1152}$.

Câu 67. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

- (A) 846000. (B) 786240. (C) 151200. (D) 907200.

Câu 68. Từ các chữ số $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất p để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là

- (A) $p = \frac{4}{135}$. (B) $p = \frac{4}{85}$. (C) $p = \frac{3}{20}$. (D) $p = \frac{5}{158}$.

Câu 69. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

- (A) 907200. (B) 151200. (C) 786240. (D) 846000.

Câu 70. Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

- (A) 360. (B) 2520. (C) 480. (D) 720.

Câu 71. Cho đa giác đều 20 cạnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

- (A) $\frac{8}{969}$. (B) $\frac{12}{1615}$. (C) $\frac{3}{323}$. (D) $\frac{1}{57}$.

Câu 72. Trong một trò chơi tập thể, lớp trưởng cần chia học sinh vào nhóm 1,2,3,4. Để tạo sự thú vị mà không phải bốc thăm, bạn ấy nghĩ ra một cách là cho mỗi người trả lời 3 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 3 đáp án A, B, C. Khi thống kê kết quả trả lời, ai chọn đáp án A hoặc B hoặc C nhiều nhất thì theo thứ tự sẽ được xếp vào nhóm 1,2,3; còn ai chọn đủ cả 3 đáp án thì vào nhóm 4. Biết rằng xác suất chọn câu trả lời của mỗi người cho mỗi câu hỏi là như nhau. Hỏi khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) Xác suất vào các nhóm 1,2,3 là bằng nhau.
 (B) Mỗi thành viên đều sẽ được chia vào một trong bốn nhóm với luật như trên.
 (C) Nếu gọi a là xác suất vào nhóm 1 thì $1 - 3a$ là xác suất vào nhóm 4.
 (D) Xác suất vào nhóm 4 là cao nhất.

Câu 73. Giải bóng chuyền VTV cup gồm 9 đội bóng trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt nam ở 3 bảng khác nhau.

- (A) $\frac{3}{56}$. (B) $\frac{9}{28}$. (C) $\frac{19}{28}$. (D) $\frac{53}{56}$.

Câu 74. Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P) , tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P) .

- (A) $\frac{7}{114}$. (B) $\frac{7}{57}$. (C) $\frac{3}{38}$. (D) $\frac{5}{114}$.

Câu 75. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm có 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

- (A) $\frac{2}{1395}$. (B) $\frac{1}{930}$. (C) $\frac{3}{645}$. (D) $\frac{4}{645}$.

Câu 76. Một con súc sắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần các mặt còn lại. Gieo con súc sắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{3}{49}$. (B) $\frac{1}{12}$. (C) $\frac{8}{49}$. (D) $\frac{4}{9}$.

Câu 77. Cho tập $X = \{6, 7, 8, 9\}$. Gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

- (A) $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}}\right)$. (B) $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}}\right)$. (C) $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$. (D) $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}}\right)$.

Câu 78. Có 60 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3.

- (A) $\frac{9}{89}$. (B) $\frac{11}{171}$. (C) $\frac{409}{1225}$. (D) $\frac{1}{12}$.

Câu 79. Cho đa giác lồi có 10 cạnh, trong đó không có 3 đường chéo nào đồng quy tại một điểm khác đỉnh của đa giác (3 đường chéo nếu đồng quy chỉ có thể đồng quy tại đỉnh của đa giác). Số giao điểm của các đường chéo của đa giác là

- (A) 439. (B) 220. (C) 216. (D) 435.

Câu 80. Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ ngồi vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

- (A) $\frac{5}{42}$. (B) $\frac{1}{84}$. (C) $\frac{1}{64}$. (D) $\frac{5}{48}$.

Câu 81. Mỗi bạn An và Bình chọn ngẫu nhiên ba số trong tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Xác suất để trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau bằng

- (A) $\frac{35}{48}$. (B) $\frac{21}{40}$. (C) $\frac{17}{24}$. (D) $\frac{65}{84}$.

Câu 82. Cho khai triển $T = (1 + x - x^{2017})^{2018} + (1 - x + x^{2018})^{2017}$. Hệ số của số hạng chứa x trong khai triển bằng

- (A) 0. (B) 4035. (C) 2017. (D) 1.

Câu 83. Có hai hộp đựng bi, mỗi viên bi chỉ mang một màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong hai hộp là 20 và xác suất lấy được 2 viên bi đen là $\frac{55}{84}$. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng?

- (A) $\frac{3}{28}$. (B) $\frac{1}{28}$. (C) $\frac{23}{84}$. (D) $\frac{13}{84}$.

Câu 84. Có 5 học sinh không quen biết nhau cùng đến một cửa hàng kem có 6 quầy phục vụ. Xác suất để có 3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác là

- (A) $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{5^6}$. (B) $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{6^5}$. (C) $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{6^5}$. (D) $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{5^6}$.

Câu 85. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số thỏa mãn số đó có 3 chữ số chẵn và số đứng sau lớn hơn số đứng trước.

- (A) 2880. (B) 140. (C) 50. (D) 7200.

Câu 86. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được số các số tự nhiên có 7 chữ số trong đó chữ số 3 có mặt đúng 3 lần còn các chữ số còn lại có mặt đúng một lần là

- (A) 2160. (B) 840. (C) 360. (D) 720.

Câu 87. Mùng 3 Mậu Tuất vừa rồi ông Đại Gia đến chúc tết và lì xì cho 3 anh em trai tôi. Trong ví của ông Đại Gia chỉ có 4 tờ mệnh giá 200000 đồng và 5 tờ mệnh giá 100000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn trong ví. Ông gọi 3 anh em tôi đứng xếp hàng có thứ tự, anh Cả đứng trước lì xì trước, anh Hai đứng sau lì xì sau và tôi thằng Út đứng sau cùng nên lì xì sau cùng. Hỏi xác suất p bằng bao nhiêu để tôi nhận tiền lì xì có mệnh giá lớn nhất, biết rằng ông Đại Gia lì xì bằng cách rút ngẫu nhiên cho anh em tôi mỗi người chỉ một tờ giấy tiền trong túi của ông?

- (A) $\frac{1}{9}$. (B) $\frac{4}{9}$. (C) $\frac{1}{21}$. (D) $\frac{25}{63}$.

Câu 88. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn trong đó có mặt 2 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ là

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{250}{567}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{230}{567}$.

Câu 89. Tính tổng $S = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

- (A) $S = n \cdot C_{2n}^n$. (B) $S = n \cdot (C_{2n}^n)^2$. (C) $S = (C_{2n}^n)^2$. (D) $S = C_{2n}^n$.

Câu 90. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để rút được số mà trong số đó chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

- (A) $\frac{3}{32}$. (B) $\frac{2}{7}$. (C) $\frac{3}{16}$. (D) $\frac{11}{64}$.

Câu 91. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $(1 - 2x + 2015x^{2016} - 2016x^{2017} + 2017x^{2018})^{60}$.

- (A) $-C_{60}^3$. (B) $-8 \cdot C_{60}^3$. (C) $8 \cdot C_{60}^3$. (D) C_{60}^3 .

Câu 92. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển, nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó đứng tại đỉnh C' .

- (A) $\frac{453}{2187}$. (B) $\frac{435}{2187}$. (C) $\frac{1640}{6561}$. (D) $\frac{1862}{6561}$.

Câu 93. Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù.

- (A) $\frac{16}{33}$. (B) $\frac{4}{11}$. (C) $\frac{8}{11}$. (D) $\frac{3}{11}$.

Câu 94. Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1 cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm?

- (A) 2876. (B) 2898. (C) 2012. (D) 2915.

Câu 95. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

- (A) 1350. (B) 1768. (C) 1771. (D) 2024.

Câu 96. Khai triển đa thức $P(x) = (2x - 1)^{1000}$ ta được biểu thức sau

$$P(x) = A_{1000}x^{1000} + A_{999}x^{999} + \cdots + A_1x + A_0.$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $A_{1000} + A_{999} + \cdots + A_1 = 2^n$. (B) $A_{1000} + A_{999} + \cdots + A_1 = 1$.
(C) $A_{1000} + A_{999} + \cdots + A_1 = 2^n - 1$. (D) $A_{1000} + A_{999} + \cdots + A_1 = 0$.

Câu 97. Một xạ thủ bắn vào một tấm bia biết xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2 ; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại Giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Tính xác suất để xạ thủ này đạt loại Giỏi.

- (A) 0,0935. (B) 0,0365. (C) 0,0855. (D) 0,0755.

Câu 98. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

- (A) $\frac{369}{6250}$. (B) $\frac{198}{3125}$. (C) $\frac{396}{625}$. (D) $\frac{512}{3125}$.

Câu 99. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

- (A) $\frac{47}{256}$. (B) $\frac{49}{256}$. (C) $\frac{51}{256}$. (D) $\frac{3}{16}$.

Câu 100. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{3}{323}$. (B) $\frac{2}{969}$. (C) $\frac{7}{216}$. (D) $\frac{4}{9}$.

Câu 101. Có 6 xe xếp cạnh nhau thành hàng ngang gồm: 1 xe màu xanh, 2 xe màu vàng và 3 xe màu đỏ. Tính xác suất để hai xe cùng màu không xếp cạnh nhau.

- (A) $\frac{1}{7}$. (B) $\frac{19}{120}$. (C) $\frac{1}{6}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 102. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

- (A) $\frac{1}{261}$. (B) $\frac{1}{385}$. (C) $\frac{3}{899}$. (D) $\frac{1}{341}$.

Câu 103. Cho khai triển $(1 + x + x^2 + \cdots + x^{14})^{15} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{210}x^{210}$. Tính giá trị của $S = C_{15}^0a_0 - C_{15}^1a_1 + C_{15}^2a_2 - \cdots - C_{15}^{15}a_{15}$.

- (A) $S = 0$. (B) $S = 2^{15}$. (C) $S = 15$. (D) $S = 1$.

Câu 104. Bé Minh có một bảng chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



- (A) 576. (B) 4374. (C) 139968. (D) 15552.

Câu 105. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Nhà trường định thưởng sách cho 15 học sinh đạt kết quả cao nhất trong kỳ thi thử của trường, mỗi học sinh được thưởng 2 cuốn sách khác loại. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách?

- (A) $C_{15}^6 C_9^4$. (B) $C_{15}^7 C_9^3$. (C) C_{30}^2 . (D) $C_{15}^3 C_9^4$.

Câu 106. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị?

- (A) 32. (B) 72. (C) 24. (D) 36.

Câu 107. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- (A) 108864. (B) 80640. (C) 217728. (D) 145152.

Câu 108. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Tính tổng các số của X .

- (A) 8 399 160. (B) 4 199 580. (C) 16 798 320. (D) 33 596 640.

Câu 109. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu bằng cách lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên.

- (A) $\frac{463}{4^{10}}$. (B) $\frac{436}{10^4}$. (C) $\frac{436}{4^{10}}$. (D) $\frac{463}{10^4}$.

Câu 110. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

- (A) $\frac{13}{60}$. (B) $\frac{9}{11}$. (C) $\frac{1}{6}$. (D) $\frac{11}{60}$.

Câu 111. Gọi S là tập các số có 7 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số chọn được có các chữ số 3, 4, 5 đứng liền nhau và các chữ số 6, 9 đứng liền nhau.

- (A) $\frac{1}{135}$. (B) $\frac{1}{630}$. (C) $\frac{1}{210}$. (D) $\frac{3}{700}$.

Câu 112. Từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

- (A) $P = \frac{4}{135}$. (B) $P = \frac{3}{20}$. (C) $P = \frac{4}{85}$. (D) $P = \frac{5}{158}$.

Câu 113. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

- (A) 0,079. (B) 0,014. (C) 0,055. (D) 0,0495.

Câu 114. Cho đa giác đều 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 60 đỉnh của đa giác là

- (A) 48720. (B) 16420. (C) 34220. (D) 24360.

Câu 115. Trước kì thi học kì hai lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kì của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{3}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 116. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

- (A) 2530. (B) 1376. (C) 2612. (D) 2400.

Câu 117. Có 3 quyển sách Văn học khác nhau, 4 quyển sách Toán học khác nhau và 7 quyển sách Tiếng Anh khác nhau được xếp lên một kệ ngang. Tính xác suất để hai cuốn sách cùng môn không ở cạnh nhau

- (A) $\frac{19}{1202}$. (B) $\frac{19}{1012}$. (C) $\frac{5}{8008}$. (D) $\frac{19}{12012}$.

Câu 118. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng

- (A) $\frac{4473}{8128}$. (B) $\frac{2279}{4064}$. (C) $\frac{53}{96}$. (D) $\frac{55}{96}$.

Câu 119. Từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

- (A) 36 số. (B) 144 số. (C) 108 số. (D) 228 số.

Câu 120. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3 và có 3 chữ số phân biệt?

- (A) 180. (B) 150. (C) 45. (D) 99.

Câu 121. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, gọi S là tập hợp các số có 8 chữ số đôi một khác nhau lập từ tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , xác suất để số được chọn có tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối bằng

- (A) $\frac{1}{10}$. (B) $\frac{3}{35}$. (C) $\frac{12}{245}$. (D) $\frac{4}{35}$.

Câu 122. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 20\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 số từ tập A sao cho không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

- (A) C_{15}^5 . (B) C_{16}^5 . (C) C_{17}^5 . (D) C_{18}^5 .

Câu 123. Xét một bảng ô vuông 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách.

- (A) 144. (B) 72. (C) 90. (D) 80.

Câu 124. Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng

- (A) 168. (B) 120. (C) 204. (D) 240.

Câu 125. Có 50 học sinh là cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có 4 cặp là anh em sinh đôi (không có anh chị em sinh ba trở lên). Cần chọn ra 5 học sinh trong 50 học sinh trên. Có bao nhiêu cách chọn mà trong nhóm 5 em chọn ra không có cặp anh em sinh đôi nào?

- (A) 2049300. (B) 2049852. (C) 850668. (D) 2049576.

Câu 126. Khai triển $P(x) = (1 + 3x)^n$ thành đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, ($n \in \mathbb{N}^*$). Gọi M là số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. Tính $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n - M$ biết $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 65536$.

- (A) 59866. (B) 58975. (C) 45124. (D) 48040.

Câu 127. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ bằng

- (A) $\frac{1001}{45000}$. (B) $\frac{7}{5000}$. (C) $\frac{77}{1500}$. (D) $\frac{1001}{30000}$.

Câu 128. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

- (A) 1350. (B) 2024. (C) 1768. (D) 1771.

Câu 129. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

- (A) 43200. (B) 90. (C) 4320. (D) 720.

Câu 130. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1 là

- (A) $\frac{25}{1944}$. (B) $\frac{41}{81}$. (C) $\frac{10}{27}$. (D) $\frac{25}{81}$.

Câu 131. Cho số thực $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$ biết rằng $C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k = \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k}$ với k, n là các số nguyên dương thỏa mãn $2 \leq k \leq n$.

- (A) $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}$. (B) $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1009}$. (C) $C_{2014}^{1007} \cdot 2^{1007}$. (D) C_{2016}^{1008} .

Câu 132. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{365}{729}$. (C) $\frac{13}{27}$. (D) $\frac{14}{27}$.

Câu 133. Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

- (A) $\frac{6}{7}$. (B) $\frac{3}{14}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 134. Cho (H) là đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S , biết rằng xác suất chọn một tam giác vuông trong tập S là $\frac{3}{29}$. Tìm n ?

- (A) 12. (B) 15. (C) 10. (D) 20.

Câu 135. Tính tổng $S = \frac{1}{2018} (C_{2018}^1)^2 + \frac{2}{2017} (C_{2018}^2)^2 + \dots + \frac{2017}{2} (C_{2018}^{2017})^2 + \frac{2018}{1} (C_{2018}^{2018})^2$

- (A) $S = \frac{1}{2018} C_{4036}^{2018}$. (B) $S = \frac{1}{2018} C_{4036}^{2018}$. (C) $S = \frac{2018}{2019} C_{4036}^{2018}$. (D) $S = \frac{2018}{2019} C_{2018}^{1009}$.

Câu 136. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n > 4, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng và không có 4 điểm nào ngoài 4 điểm trong n điểm này đồng phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

- (A) 12. (B) 6. (C) 5. (D) 8.

Câu 137. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho

(A) $\frac{4}{9}$.

(B) $\frac{5}{6}$.

(C) $\frac{1}{6}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

Câu 138. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số lẻ bằng

(A) $\frac{41}{648}$.

(B) $\frac{41}{81}$.

(C) $\frac{16}{81}$.

(D) $\frac{40}{81}$.

Câu 139. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

(A) $\frac{7}{816}$.

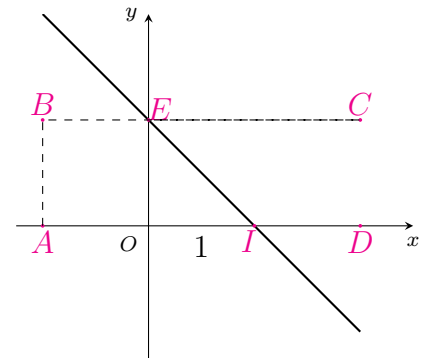
(B) $\frac{14}{136}$.

(C) $\frac{21}{136}$.

(D) $\frac{3}{17}$.

Câu 140.

Trên mặt phẳng Oxy , ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$ (hình vẽ). Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.



(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{3}{7}$.

(C) $\frac{8}{21}$.

(D) $\frac{4}{7}$.

Câu 141. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập các số có 5 chữ số khác nhau. Số các số mà tổng các chữ số của nó là số lẻ là

(A) 15120.

(B) 7920.

(C) 66.

(D) 120.

Câu 142. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

(A) $n = 10$.

(B) $n = 11$.

(C) $n = 5$.

(D) $n = 9$.

Câu 143. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

(A) $\frac{4}{645}$.

(B) $\frac{2}{1395}$.

(C) $\frac{1}{930}$.

(D) $\frac{3}{645}$.

Câu 144. Trong một lớp có n học sinh gồm 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n - 3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n , mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

(A) $n \in [25; 29]$.

(B) $n \in [40; 45]$.

(C) $n \in [30; 34]$.

(D) $n \in [35; 39]$.

Câu 145. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân?

(A) 81.

(B) 165.

(C) 45.

(D) 216.

Câu 146. Có 60 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3.

(A) $\frac{11}{171}$.

(B) $\frac{9}{89}$.

(C) $\frac{409}{1225}$.

(D) $\frac{1}{12}$.

Câu 147. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 20\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 số từ tập hợp A sao cho không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

(A) C_{17}^5 .

(B) C_{16}^5 .

(C) C_{18}^5 .

(D) C_{15}^5 .

Câu 148. Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

- (A) $\frac{3}{7}$. (B) $\frac{2}{7}$. (C) $\frac{5}{14}$. (D) $\frac{9}{14}$.

Câu 149. Trong khai triển của $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10}$ thành đa thức $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

- (A) $a_6 = 210\frac{2^6}{3^{10}}$. (B) $a_9 = 10\frac{2^9}{3^{10}}$. (C) $a_8 = 45\frac{2^8}{3^{10}}$. (D) $a_5 = 252\frac{2^5}{3^{10}}$.

Câu 150. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $x(1 - 2x)^7 + x^2(1 + 3x)^{10}$.

- (A) 16338. (B) 17682. (C) -672. (D) 153538.

Câu 151. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất sao cho số lấy được chia hết cho 15.

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{9}{112}$. (C) $\frac{8}{9}$. (D) $\frac{1}{27}$.

Câu 152. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng

- (A) 58. (B) 239. (C) 85. (D) 127.

Câu 153. Cho A là tập các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy một số bất kì của tập hợp A . Tính xác suất để lấy được số lẻ và chia hết cho 9.

- (A) $\frac{625}{1701}$. (B) $\frac{1}{18}$. (C) $\frac{1250}{1701}$. (D) $\frac{1}{9}$.

Câu 154. Một túi đựng 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

- (A) $\frac{2C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$. (B) $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$.
(C) $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 155. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số phân biệt được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy một số ngẫu nhiên thuộc S . Tính xác suất để lấy được số chẵn và trong mỗi số đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

- (A) $\frac{1}{10}$. (B) $\frac{11}{70}$. (C) $\frac{4}{45}$. (D) $\frac{16}{105}$.

Câu 156. Trên mặt phẳng Oxy ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$. Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh của hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{4}{7}$. (C) $\frac{3}{7}$. (D) $\frac{8}{21}$.

Câu 157. Trong kỳ tuyển sinh năm 2017 trường THPT A có 5 học sinh bao gồm 3 nữ, 2 nam cùng đỗ vào khoa B của một trường đại học. Số sinh viên đỗ vào khoa B được chia ngẫu nhiên vào 4 lớp. Tính xác suất để có một lớp có đúng 2 nữ và 1 nam của trường THPT A

- (A) $\frac{3}{5}$. (B) $\frac{3}{512}$. (C) $\frac{27}{512}$. (D) $\frac{27}{128}$.

Câu 158. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

- (A) 46666200. (B) 9333420. (C) 46666240. (D) 9333240.

Câu 159. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là

(A) 3003.

(B) 2163.

(C) 2170.

(D) 3843.

Câu 160. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn chia hết cho 3 bằng

(A) $\frac{5}{9}$.

(B) $\frac{16}{81}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{20}{81}$.

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 142

1 C	18 A	35 D	52 B	69 B	86 D	103 C	120 B	137 C	154 B
2 B	19 B	36 C	53 C	70 D	87 B	104 D	121 D	138 D	155 C
3 A	20 A	37 A	54 C	71 A	88 D	105 A	122 B	139 C	156 C
4 A	21 B	38 C	55 C	72 D	89 D	106 B	123 C	140 B	157 D
5 D	22 C	39 C	56 C	73 B	90 C	107 D	124 C	141 B	158 D
6 C	23 B	40 D	57 D	74 B	91 B	108 C	125 B	142 C	159 C
7 C	24 D	41 A	58 D	75 D	92 C	109 C	126 C	143 A	160 D
8 D	25 D	42 C	59 D	76 C	93 C	110 D	127 A	144 A	
9 D	26 B	43 C	60 B	77 C	94 A	111 C	128 B	145 C	
10 C	27 D	44 B	61 A	78 C	95 D	112 A	129 A	146 C	
11 B	28 D	45 A	62 C	79 B	96 D	113 C	130 D	147 B	
12 C	29 D	46 D	63 B	80 A	97 A	114 D	131 A	148 D	
13 A	30 C	47 B	64 D	81 D	98 C	115 D	132 C	149 A	
14 C	31 B	48 D	65 B	82 D	99 A	116 D	133 A	150 A	
15 D	32 A	49 B	66 D	83 B	100 A	117 D	134 B	151 D	
16 B	33 D	50 C	67 C	84 C	101 C	118 D	135 C	152 D	
17 D	34 B	51 D	68 A	85 B	102 C	119 C	136 B	153 B	

Họ và tên thí sinh:

Mã đề thi 142

Câu 1. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

- A. 12312. B. 21321. C. 21312. D. 12321.

Lời giải.

Xét tập $X = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X là $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Do vai trò các chữ số là như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong tập X tại mỗi hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị là $\frac{60}{5} = 12$.

Tổng các số lập được $S = (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \times 12 \times 111 = 21312$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

- A. $\frac{3}{645}$. B. $\frac{4}{645}$. C. $\frac{2}{645}$. D. $\frac{1}{645}$.

Lời giải.

Trước tiên, ta đếm số phần tử của S .

Mỗi tập con thuộc S sẽ có dạng $\{a, b, c\}, 0 < a < b < c < 100, a + b + c = 91$. Khi đó ta có $91 \geq a + (a + 1) + (a + 2)$ nên $a \leq 29$.

Với mỗi $1 \leq a \leq 29$, ta có $b + c = 91 - a$, mà $c \geq b + 1$ nên $2b \leq 90 - a \Rightarrow b \leq \left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor$ và $b \geq a + 1$ nên có $\left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor - a$ cách chọn b .

Suy ra số tập con của A thuộc S là $\sum_{a=1}^{29} \left(\left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor - a \right) = 645$.

Hay số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 645$.

Tiếp theo, ta sẽ đếm số cấp số nhân trong S . Vì các số hạng của cấp số nhân là số nguyên dương nên công bội sẽ là số hữu tỷ dương, giả sử số bé nhất của cấp số nhân là a và công bội là $\frac{m}{n}$, với

$a, m, n \in \mathbb{Z}^+, a \leq 30; m > n, \text{ƯCLN}(m, n) = 1$.

Khi đó ta có $a \left(1 + \frac{m}{n} + \frac{m^2}{n^2} \right) = 91 \Leftrightarrow a(m^2 + mn + n^2) = 91n^2$.

Vì $\text{ƯCLN}(m, n) = 1$ nên $\text{ƯCLN}(m^2 + mn + n^2, n^2) = 1$ nên suy ra $a : n^2$. Mà $a \leq 30$ nên $n^2 \leq 30 \Rightarrow n \leq 5$.

- Với $n = 1$, ta có $a(m^2 + m + 1) = 91$. Phương trình này có các nghiệm nguyên dương $(a; m) \in \{(1; 9), (7; 3), (13; 2)\}$, nên có các cấp số nhân $(1; 9; 81), (7; 21; 63), (13; 26; 52)$.
- Với $n = 2$, ta có $a(m^2 + 2m + 4) = 364$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 3$, ta có $a(m^2 + 3m + 9) = 819$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 4$, ta có $a(m^2 + 4m + 16) = 1456$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 5$, ta có $a(m^2 + 5m + 25) = 2275$. Phương trình này có nghiệm nguyên dương $(a; m) = (25; 6)$, ta nhận được cấp số nhân $(25; 30; 36)$.

Vậy có 4 cặp số nhân trong S . Gọi A là biến cố “chọn được phần tử có ba số lập thành một cặp số nhân” thì $n(A) = 4$.

$$\text{Suy ra: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{645}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Từ hai chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 55.

B. 108.

C. 54.

D. 110.

Lời giải.

- *Trường hợp 1.* Có 8 chữ số 8. Trường hợp này có 1 số.
- *Trường hợp 2.* Có 1 chữ số 1, 7 chữ số 8.
Có 8 cách xếp chữ số 1 nên có 8 số.
- *Trường hợp 3.* Có 2 chữ số 1, 6 chữ số 8.
Xếp 6 số 8 ta có 1 cách.
Từ 6 số 8 ta có 7 chỗ trống để xếp 2 số 1.
Cho nên ta có $C_7^2 = 21$ số.
- *Trường hợp 4.* Có 3 chữ số 1, 5 chữ số 8.
Tương tự trường hợp 3, từ 5 chữ số 8 ta có 6 chỗ trống để xếp 3 chữ số 1.
Cho nên ta có $C_6^3 = 20$ số.
- *Trường hợp 5.* Có 4 chữ số 1, 4 chữ số 8.
Từ 4 chữ số 8 ta có 5 chỗ trống để xếp 4 chữ số 1.
Cho nên ta có $C_5^4 = 5$.

Vậy có $1 + 8 + 21 + 20 + 5 = 55$ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}.$

B. $\frac{2C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}.$

Lời giải.

Số cách rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi có 10 thẻ là: C_{10}^3 cách.

Trong các số từ 1 đến 10 có ba số chia hết cho 3, bốn số chia cho 3 dư 1, ba số chia cho 3 dư 2.

Để tổng các số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 thì ba thẻ đó phải có số được ghi thỏa mãn:

- Ba số đều chia hết cho 3.
- Ba số đều chia cho 3 dư 1.
- Ba số đều chia cho 3 dư 2.
- Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, một số chia cho 3 dư 2.

Do đó số cách rút để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 là $C_3^3 + C_4^3 + C_3^3 + C_3^1 C_4^1 C_3^1$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{7}{110}$.

B. $\frac{21}{55}$.

C. $\frac{55}{126}$.

D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

Không gian mẫu Ω có $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Giả sử chọn 3 người có số thứ tự trong hàng lần lượt là a, b, c .

Theo giả thiết ta có $a < b < c$ và $b - a > 1, c - b > 1$ nên $a < b - 1$ và $b < c - 1$.

Suy ra $1 \leq a < b - 1 < c - 2 \leq 10$.

Đặt $a' = a, b' = b - 1, c' = c - 2$, ta có $1 \leq a' < b' < c' = c - 2 \leq 10$.

Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng.

Việc chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng tương ứng với việc chọn 3 số a', b', c' bất kỳ trong tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 10\}$ nên có $n(A) = C_{10}^3 = 120$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{220} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 6. Một tổ học sinh có 6 nam và 3 nữ được yêu cầu xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp sao cho không có 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau là

A. $9!$.

B. 25200 .

C. 151200 .

D. 86400 .

Lời giải.

Coi ghế xếp hàng ngang được đánh theo số thứ tự từ 1 đến 9 như minh họa.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Số cách chọn có 3 bạn nữ đứng cạnh nhau là $3! \cdot 7!$.

Xét trường hợp có đúng 2 bạn nữ đứng cạnh nhau.

- Chọn hai bạn nữ trong ba bạn nữ để xếp cạnh nhau có C_3^2 cách.
- Nếu xếp hai bạn nữ vào vị trí ghế (1; 2) hoặc (8; 9) thì bạn nữ còn lại chỉ được chọn một trong 6 vị trí ghế để không cạnh hai bạn nữ vừa xếp. Do đó số cách xếp để có đúng hai bạn nữ cạnh nhau là $2 \cdot 2! \cdot 6 \cdot 6! = 17280$ cách.
- Nếu xếp hai bạn nữ vào các vị trí (2; 3) hoặc (3; 4) hoặc (4; 5) hoặc (5; 6) hoặc (6; 7) hoặc (7; 8) thì bạn nữ còn lại chỉ được chọn một trong 5 vị trí ghế để không cạnh hai bạn nữ vừa xếp. Do đó số cách xếp để có đúng hai bạn nữ cạnh nhau là $6 \cdot 2! \cdot 5 \cdot 6! = 43200$ cách.

Vậy số cách xếp để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau là

$$9! - 3! \cdot 7! - C_3^2 \cdot (17280 + 43200) = 151200.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 7. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 4 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kỹ thuật viên và 13 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid-19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho ca 1 có 6 người và 2 ca còn lại mỗi ca có 7 người. Tính xác suất sao cho mỗi ca có 1 kỹ thuật viên, ít nhất một kỹ sư chế biến thực phẩm

A. $\frac{440}{3320}$.

B. $\frac{41}{230}$.

C. $\frac{441}{3230}$.

D. $\frac{401}{3320}$.

Lời giải.

Gọi biến cố cần tính xác suất là biến cố A: “Mỗi ca có 1 kỹ thuật viên, ít nhất một kỹ sư chế biến thực phẩm”.

- TH1: Ca 1 có 2 kĩ sư Số cách chọn người ca 1 là $C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{13}^3 = 5148$.
Số cách chọn người ca 2 là $C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_{10}^5 = 1008$.
Số cách chọn người ca 3 là 1 cách.
Suy ra số cách chọn bằng $5148 \cdot 1008$.
- TH2: Ca 2 có 2 kĩ sư Số cách chọn người ca 1 là $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_{13}^4 = 8580$.
Số cách chọn người ca 2 là $C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_9^4 = 756$.
Số cách chọn người ca 3 là 1 cách.
Suy ra số cách chọn bằng $8580 \cdot 756$.
- TH3: Ca 3 có 2 kĩ sư thì cách chọn tương tự TH2 nên ta có số cách chọn bằng $8580 \cdot 756$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{5148 \cdot 1008 + 2 \cdot (8580 \cdot 756)}{C_{20}^6 \cdot C_{14}^7 \cdot C_7^7} = \frac{441}{3230}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 8. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần (trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai) được thay vào phương trình $\frac{x^2 + bx + c}{x + 1} = 0$ (*). Xác suất để phương trình (*) vô nghiệm là

- A. $\frac{17}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{19}{36}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Để phương trình (*) vô nghiệm thì phương trình $x^2 + bx + c = 0$ (**) có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: PT (**) có nghiệm kép $x = -1$. Suy ra

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta = b^2 - 4c = 0 \\ 1 - b + c = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4c \\ c = b - 1 \end{cases} \Leftrightarrow b^2 = 4b - 4 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow c = 1 \\ &\Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

TH2: PT (**) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c \Leftrightarrow b < 2\sqrt{c}$

Vì c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ 2 nên $c \leq 6 \Rightarrow b < 2\sqrt{6}$.

Mà b là số chấm xuất hiện ở lần gieo đầu nên $b \in \{1; 2; 3; 4\}$.

- Với $b = 1$, ta có: $c > \frac{1}{4} \Rightarrow c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 6 cách chọn c .
- Với $b = 2$, ta có: $c > 1 \Rightarrow c \in \{2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 5 cách chọn c .
- Với $b = 3$, ta có: $c > \frac{9}{4} \Rightarrow c \in \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn c .
- Với $b = 4$, ta có: $c > 4 \Rightarrow c \in \{5; 6\} \Rightarrow$ có 2 cách chọn c .

Do đó có $6 + 5 + 4 + 2 = 17$ cách chọn $\{b; c\}$ để phương trình (**) vô nghiệm.

Gieo con súc sắc 2 lần nên số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Vậy xác suất để phương trình (**) vô nghiệm là $\frac{1 + 17}{36} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 9. Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau là

- A. $\frac{13}{80}$. B. $\frac{11}{70}$. C. $\frac{29}{140}$. D. $\frac{97}{560}$.

Lời giải.

Số cách lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thỏa đề bài là $A_9^6 - A_8^5 = 53760$.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 53760$.

Gọi biến cố A: “Số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.”

TH 1. Số có 6 chữ số khác nhau trong đó có 3 chữ số lẻ, 3 chữ số chẵn và 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau.

Số cách chọn 3 chữ số lẻ để xếp: A_4^3 .

Số cách chọn 3 chữ số chẵn để xếp

- có chứa chữ số 0: C_4^2
- không chứa chữ số 0: C_4^3

Như vậy có $A_4^3 \cdot C_4^2 (C_4^3 \cdot 3! - C_3^2 \cdot 2!) + A_4^3 \cdot C_4^3 \cdot C_4^3 \cdot 3! = 2592 + 2304 = 4896$ cách lập.

TH 2. Số có 6 chữ số khác nhau trong đó có 4 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn và 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau.

Số cách chọn 4 chữ số lẻ để xếp A_4^4 .

Số cách chọn 2 chữ số chẵn để xếp

- có chứa chữ số 0: C_4^1 .
- không chứa chữ số 0: C_4^2 .

Như vậy có $A_4^4 \cdot C_4^1 (C_5^2 \cdot 2! - C_4^1) + A_4^4 \cdot C_4^3 \cdot C_5^2 \cdot 2! = 1536 + 2880 = 4416$ cách lập.

Ta có $n(A) = 9312$.

Ta có $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9312}{53760} = \frac{97}{560}$.

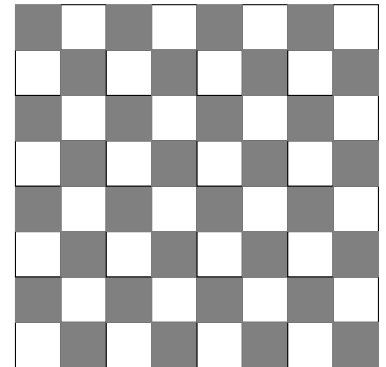
Chọn đáp án **D**

□

Câu 10.

Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau cho 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.

- A. $\frac{1}{32}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{3}{64}$. D. $\frac{3}{32}$.



Lời giải.

Bước di chuyển đầu tiên của quân vua có 8 cách, bước di chuyển thứ hai của quân vua có 8 cách và bước di chuyển thứ ba của quân vua có 8 cách. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8^3$.

Gọi A là biến cố: “Sau ba bước quân vua trở về ô xuất phát”

Xét hai trường hợp sau:

- Trường hợp 1. Trước tiên di chuyển quân vua sang ô đen liền kề có 4 cách, tiếp theo di chuyển quân vua sang ô trắng có chung cạnh hoặc ô đen có chung đỉnh cạnh ô xuất phát của quân vua có 4 cách, cuối cùng di chuyển quân vua về vị trí cũ có 1 cách. Do đó có $4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ cách.
- Trường hợp 2. Trước tiên di chuyển quân vua sang ô trắng được đánh có chung đỉnh với cạnh ô quân vua đang đứng có 4 cách, tiếp theo di chuyển quân vua sang ô đen cạnh ô quân vua xuất phát có 2 cách, cuối cùng di chuyển quân vua về vị trí cũ có 1 cách. Do đó có $4 \cdot 2 \cdot 1 = 8$ cách.

Suy ra số các kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 16 + 8 = 24$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{8^3} = \frac{3}{64}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

A. $\frac{11}{200}$.

B. $\frac{143}{10000}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{138}{1420}$.

Lời giải.

- Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.
- Gọi A là biến cố: “Lấy được số dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$ ”.
Ta có $1 \leq a < b + 1 < c + 2 < d + 3 < e + 4 \leq 13$. Suy ra $n(A) = C_{13}^5$.
Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{13}^5}{9 \cdot 10^4} = \frac{143}{10000}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 12. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

A. $\frac{9}{1}$.

B. $\frac{13}{60}$.

C. $\frac{11}{60}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 10^3 = 900$.

Gọi biến cố A : “Chọn được một số thỏa mãn $a \leq b \leq c$ ”. Vì $a \leq b \leq c$ mà $a \neq 0$ nên trong các chữ số sẽ không có số 0.

Trường hợp 1: Số được chọn có 3 chữ số giống nhau có 9 số.

Trường hợp 2: Số được chọn tạo bởi hai chữ số khác nhau.

Số cách chọn ra 2 chữ số khác nhau từ 9 chữ số trên là C_9^2 .

Mỗi bộ 2 chữ số được chọn tạo ra 2 số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có $2 \cdot C_9^2$ số thỏa mãn.

Trường hợp 3: Số được chọn tạo bởi ba chữ số khác nhau.

Số cách chọn ra 3 chữ số khác nhau từ 9 chữ số trên là C_9^3 .

Mỗi bộ 3 chữ số được chọn chỉ tạo ra một số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có C_9^3 số thỏa mãn.

Vậy $n(A) = 9 + 2 \cdot C_9^2 + C_9^3 = 165$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{165}{900} = \frac{11}{60}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 13. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt 3 chữ số 2, 3 và 4 là

A. $\frac{23}{378}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{648}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9A_9^4 = 27216$.

Gọi biến cố A : “Số được chọn có mặt chữ số 2, 3 và 4”.

Vì số cần tìm phải có mặt đủ 3 chữ số 2; 3; 4 nên ta chia các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $a = 2$.

Các chữ số 3; 4 có $A_4^2 = 12$ cách chọn vị trí.

Hai chữ số còn lại có $A_7^2 = 42$ cách chọn.

Vậy có $12 \cdot 42 = 504$ số.

Trường hợp 2: $a = 3$. Tương tự trường hợp 1 ta có 504 số.

Trường hợp 3: $a = 4$. Tương tự trường hợp 1 ta có 504 số.

Trường hợp 4: $a \neq \{2; 3; 4; 0\}$ có 6 cách chọn a .

Các chữ số 2; 3; 4 có $A_4^3 = 24$ cách chọn vị trí.

Một chữ số còn lại có 6 cách chọn.

Vậy có $6 \cdot 24 = 144$ số.

Do đó $n(A) = 504 \cdot 3 + 144 = 1656$.

Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 2, 3 và 4 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1656}{27216} = \frac{23}{378}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 14. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$ và các số a, b, c thuộc A . Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng abc sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2016$.

A. 2026086.

B. 2027080.

C. 337681.

D. 338184.

Lời giải.

Xét phương trình $a + b + c = 2016$. Phương trình này có C_{2015}^2 nghiệm $(a; b; c)$. Ta tìm các nghiệm mà có cặp số trùng nhau.

- Trường hợp 1. $a = b = c \Rightarrow a = b = c = \frac{2016}{3} = 672$, do đó trường hợp này có 1 nghiệm.
- Trường hợp 2. Chỉ có 2 số trùng nhau. Nếu $a = b$ thì $2a + c = 2016$, suy ra số c nhận các giá trị chẵn là 2; 4; ...; 2014 nên có 1007 nghiệm, trừ đi 1 nghiệm (672; 672; 672) ta còn 1006 nghiệm. Xét tương tự nếu $b = c$, $c = a$, do đó trường hợp này có $3 \times 1006 = 3018$ nghiệm.

Suy ra, phương trình $a + b + c = 2016$ có $C_{2015}^2 - 1 - 3018 = 2026086$ nghiệm $(a; b; c)$ trong đó ba số a, b, c đôi một khác nhau. Trong số 2026086 nghiệm trên, chỉ có $\frac{2026086}{3!} = 337681$ nghiệm thỏa mãn $a < b < c$.

Vậy có tất cả 337681 số tự nhiên abc thỏa đề bài.

Chọn đáp án **C** □

Câu 15. Đề thi trắc nghiệm môn Toán gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một học sinh không học bài nên mỗi câu trả lời đều chọn ngẫu nhiên một phương án. Xác suất để học sinh đó được đúng 5 điểm là

- A. $\frac{25}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$.
- B. $\frac{C_{50}^{25} \left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}}{4^{50}}$.
- C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$.
- D. $C_{50}^{25} \left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$.

Lời giải.

Học sinh đó làm đúng được 5 điểm khi làm được đúng 25 câu bất kỳ trong số 50 câu, 25 câu còn lại làm sai.

Xác suất để học sinh là đúng một câu bất kỳ là $\frac{1}{4}$, làm sai một câu là $\frac{3}{4}$. Do đó xác suất để học sinh đó làm đúng 25 câu bất kỳ trong số 50 câu là $C_{50}^{25} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{25}$.

Xác suất để học sinh đó làm sai 25 câu còn lại là $\left(\frac{3}{4}\right)^{25}$.

Vậy xác suất để học sinh đó làm được đúng 5 điểm là : $C_{50}^{25} \left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 16. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15, ..., 100 với vạch chia đều

nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau: + Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được. + Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được. + Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100. Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác. An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

A. $P = \frac{3}{16}$. B. $P = \frac{7}{16}$. C. $P = \frac{19}{40}$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Bình có 2 khả năng thắng cuộc:

+) Thắng cuộc sau lần quay thứ nhất. Nếu Bình quay vào một trong 5 nấc: 80, 85, 90, 95, 100 thì sẽ thắng nên xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_1 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

+) Thắng cuộc sau 2 lần quay. Nếu Bình quay lần 1 vào một trong 15 nấc: 5, 10, ..., 75 thì sẽ phải quay thêm lần thứ 2. Ứng với mỗi nấc quay trong lần thứ nhất, Bình cũng có 5 nấc để thắng cuộc trong lần quay thứ 2, vì thế xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_2 = \frac{15 \times 5}{20 \times 20} = \frac{3}{16}$.

Từ đó, xác suất thắng cuộc của Bình là $P = P_1 + P_2 = \frac{7}{16}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 80640. B. 108864. C. 217728. D. 145152.

Lời giải.

Xét các trường hợp sau:

- Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2! \cdot 8!$ cách.
- Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp B có $2! \cdot A_4^1 \cdot 7!$ cách.
- Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp B có $2! \cdot A_4^2 \cdot 6!$ cách.
- Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp B có $2! \cdot A_4^3 \cdot 5!$ cách.
- Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp B có $2! \cdot A_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Xếp 6 chữ số 1, 2, 3, 1, 2 và 4 theo một hàng ngang. Tính xác suất để xảy ra biến cố: “2 chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau.”

A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{11}{15}$. D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \frac{6!}{2!2!} = 180$. Gọi A là biến cố: “2 chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau.” Khi đó, $n(\bar{A}) = \frac{5!}{2!} + \frac{5!}{2!} - 4! = 96$.

Vậy, xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{96}{180} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 19. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

A. 12321.

B. 21312.

C. 12312.

D. 21321.

Lời giải.

Xét tập $X = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X là $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Do vai trò các chữ số là như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong tập X tại mỗi hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị là $\frac{60}{5} = 12$.

Tổng các số lập được $S = (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \times 12 \times 111 = 21312$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 20. Cho tập hợp $S = \{m \in \mathbb{Z} \mid -10 \leq m \leq 100\}$. Có bao nhiêu tập hợp con của S có số phần tử lớn hơn 2 và các phần tử đó tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 0?

A. 34.

B. 32.

C. 30.

D. 36.

Lời giải.

Giả sử $\{u_1; u_2; \dots; u_n\} \subset S$, $n > 2$ là một tập hợp thỏa mãn yêu cầu bài toán. Không mất tính tổng quát giả sử $u_1 < u_2 < \dots < u_n$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng công sai $d > 0$. Ta có $S_n = 0 \Leftrightarrow u_1 + u_n = 0$, lại có $u_1 + (n-1)d = u_n$ nên suy ra $(n-1)d = 2u_n$, điều này chứng tỏ d là một ước nguyên dương của $2u_n$ và $d \neq 2u_n$ vì $n > 2$. Như vậy số tập hợp thỏa YCBT chính là tổng số các ước thực sự của $2u_n$ với $u_n \in \{1; 2; \dots; 10\}$. Bằng cách liệt kê ta có tất cả 34 ước của $2u_n$ với $u_n \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 21. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A . Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{625}{1710}$.

D. $\frac{1250}{1710}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^8$.

Gọi B là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có các số lẻ có 9 chữ số chia hết cho 9 là 100000017, 100000035, 100000053, ..., 999999999 lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 100000017$ và công sai $d = 18$.

Nên số phần tử của dãy là $\frac{999999999 - 100000017}{18} + 1 = 50000000$.

Vậy $n(B) = 5 \cdot 10^7$. Xác suất là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^8} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 22. Trong lễ tổng kết năm học 2017 – 2018, lớp 12T nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hoá học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Bình và Bảo là 2 trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà Bình nhận được giống 2 cuốn sách của Bảo.

A. $\frac{12}{45}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{14}{45}$.

D. $\frac{17}{90}$.

Lời giải.

Vì mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học nên từ 20 quyển sách ta chia ra 10 phần quà.

Trong đó mỗi phần quà đó hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Vật lí (loại 1), hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Hoá (loại 2), hoặc là gồm 1 cuốn sách Vật lí và 1 cuốn sách Hoá (loại 3).

Gọi x, y, z lần lượt là số phần quà loại 1, loại 2 và loại 3.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 7 \\ y + z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5. \end{cases}$$

Số cách chia phần quà cho Bình và Bảo:

- Cùng nhận loại 1: có $C_2^2 = 1$ cách.
- Cùng nhận loại 2: có $C_3^2 = 3$ cách.
- Cùng nhận loại 3: có $C_5^2 = 10$ cách.

Gọi biến cố A : “ 2 cuốn sách mà Bình và Bảo nhận được giống nhau ”.

Ta có $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Ta có $n(A) = 14$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{45}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 23. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; \dots; 17\}$ gồm 17 số. Chọn ngẫu nhiên một tập con có ba phần tử của tập S . Tính xác suất để tập hợp được chọn có tổng các phần tử chia hết cho 3.

A. $\frac{9}{34}$.

B. $\frac{23}{68}$.

C. $\frac{27}{34}$.

D. $\frac{9}{12}$.

Lời giải.

Tập hợp các số từ tập S chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9; 12; 15\}$.

Tập hợp các số từ tập S chia cho 3 dư 1 là $\{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$.

Tập hợp các số từ tập S chia cho 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

- **TH1:** Ba số lấy từ tập S đều chia hết cho 3: Có C_5^3 cách chọn.
- **TH2:** Ba số lấy từ tập S đều chia 3 dư 1: Có C_6^3 cách chọn.
- **TH3:** Ba số lấy từ tập S đều chia 3 dư 2: Có C_6^3 cách chọn.
- **TH4:** Một số chia hết cho 3, một số chia 3 dư 1, một số chia 3 dư 2: Có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1$ cách chọn.

Vậy số phần tử của biến cố A : “Chọn được ba số có tổng chia hết cho 3” là:

$$n(A) = C_5^3 + C_6^3 + C_6^3 + C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1 = 230.$$

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{17}^3$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{230}{C_{17}^3} = \frac{23}{68}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 24. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 100\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử của A . Xác suất để 3 phần tử được chọn lập thành một cấp số cộng bằng

A. $\frac{1}{11}$.

B. $\frac{1}{132}$.

C. $\frac{1}{33}$.

D. $\frac{1}{66}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử từ tập $A \Rightarrow$ Không gian mẫu là $|\Omega| = C_{100}^3$.

Gọi biến cố A : “Ba phần tử được chọn lập thành một cấp số cộng”.

Cách 1. Giả sử 3 phần tử đó là $x; x + d; x + 2d$ với $x, d \in \mathbb{N}^*$.

- Với $x = 1$ thì ta có $x + 2d \leq 100 \Leftrightarrow d \leq \frac{99}{2} \Rightarrow d \in \{1; 2; \dots; 49\} \Rightarrow$ có 49 bộ ba số thỏa mãn.
- Với $x = 2$ thì ta có $x + 2d \leq 100 \Leftrightarrow d \leq \frac{98}{2} \Rightarrow d \in \{1; 2; \dots; 49\} \Rightarrow$ có 49 bộ ba số thỏa mãn.

- Với $x = 3$ thì ta có $x + 2d \leq 100 \Leftrightarrow d \leq \frac{97}{2} \Rightarrow d \in \{1; 2; \dots; 48\} \Rightarrow$ có 48 bộ ba số thỏa mãn.
- Với $x = 97$ thì ta có $x + 2d \leq 100 \Leftrightarrow d \leq \frac{3}{2} \Rightarrow d \in \{1\} \Rightarrow$ có 1 bộ ba số thỏa mãn.
- Với $x = 98$ thì ta có $x + 2d \leq 100 \Leftrightarrow d \leq 1 \Rightarrow d \in \{1\} \Rightarrow$ có 1 bộ ba số thỏa mãn.
- Với $x = 99$ thì ta có $x + 2d \leq 100 \Leftrightarrow d \leq \frac{1}{2} \Rightarrow d \in \emptyset \Rightarrow$ không có bộ ba số thỏa mãn.

Do đó ta thấy có tất cả $2(49 + 48 + 47 + \dots + 2 + 1) = 2 \cdot \frac{49(49 + 1)}{2} = 2450$ bộ ba số thỏa mãn.

Cách 2. Giả sử 3 phần tử đó là $a; b; c$ với $a, b, c \in A$.

Trong tập A có 50 số lẻ, 50 số chẵn

Do a, b, c lập thành một CSC nên $a + c = 2b$ là một số chẵn

Do đó hai số a, c cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Đồng thời ứng với 1 cách chọn hai số a, c thì xác định được duy nhất 1 số b .

Tổng số bộ ba số a, b, c là $C_{50}^2 + C_{50}^2 = 2450$ (bộ ba).

Vậy xác suất của biến cố A là $P = \frac{2450}{C_{100}^3} = \frac{1}{66}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 25. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,5 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

A. $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. B. $\frac{7}{10}$. C. $A_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. D. $\frac{109}{262144}$.

Lời giải.

Gọi x là số câu đúng ($0 \leq x \leq 10$), $10 - x$ là số câu sai. Ta có bất phương trình

$$x + \frac{x - 10}{2} \geq 7 \Leftrightarrow 8 \leq x \leq 10.$$

Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

$$C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + C_{10}^{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{109}{262144}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 26. Có 10 học sinh lớp A , 8 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào một bản tròn (hai cách xếp được coi là giống nhau nếu cách xếp này là kết quả của cách xếp kia khi ta thực hiện phép quay bản ở tâm một góc nào đó). Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.

A. $\frac{10!}{18!}$. B. $\frac{9!A_{10}^8}{17!}$. C. $\frac{10!A_{11}^8}{18!}$. D. $\frac{7!}{17!}$.

Lời giải.

Để tránh đi các khả năng bị trùng khi ta thực hiện đếm thì ta thực hiện thao tác cố định một học sinh xác định ở lớp A tại 1 vị trí. Bây giờ ta chuyển về bài toán: *Xếp 9 học sinh lớp A và 8 học sinh lớp B thành một hàng dọc với bạn đứng đầu là một bạn C khác 17 bạn trên. Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.*

Không gian mẫu là $|\Omega| = 17!$.

Ta cần đếm số cách xếp để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau, tức là giữa hai học sinh lớp B luôn có ít nhất một học sinh lớp A . Do đó ta thực hiện thuật toán để tính số cách xếp như sau:

- Chọn 8 vị trí bất kì trong 10 vị trí để xếp các học sinh lớp B và đánh số từ trái qua phải là $x_1, x_2, \dots, x_8$. Có C_{10}^8 cách chọn.
- Thêm vào ngay bên trái các vị trí x_i $i = 2, 3, \dots, 8$ một vị trí để cho một học sinh của lớp A xếp vào. Có 1 cách thêm.
- Xếp 8 học sinh lớp B vào 8 vị trí $x_1, x_2, \dots, x_8$. Có $8!$ cách xếp.
- Xếp 9 học sinh lớp A vào 9 vị trí còn lại. Có $9!$ cách xếp.

Vậy có $9! \cdot 8! \cdot C_{10}^8 = 9!A_{10}^8$ cách xếp thỏa mãn hay xác suất cần tìm là $\frac{9!A_{10}^8}{17!}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 27. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số khác nhau đôi một. Xác suất để số được chọn có ba chữ số chẵn và hai chữ số lẻ còn lại đứng kề nhau?

- A. $\frac{8}{147}$. B. $\frac{2}{75}$. C. $\frac{58}{567}$. D. $\frac{85}{567}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^4$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn có ba chữ số chẵn và hai chữ số lẻ còn lại đứng kề nhau".

Có C_5^3 cách chọn 3 chữ số chẵn.

Có A_5^2 cách chọn 2 chữ số lẻ và xếp chúng kề nhau.

Có $4!$ cách xếp sao cho 2 chữ số lẻ đứng kề nhau.

Suy ra có $C_5^3 \cdot A_5^2 \cdot 4!$ cách xếp thỏa mãn (kể cả chữ số 0 đứng đầu).

Ta tính số các số thỏa mãn đề mà có số chữ số 0 đứng đầu, ta xét 4 chữ số cuối:

Có C_4^2 cách chọn 2 chữ số trong 4 chữ số chẵn.

Có C_5^2 cách chọn 2 chữ số lẻ, coi 2 chữ số lẻ là một nhóm ta có số các số là $C_4^2 \cdot C_5^2 \cdot 2! \cdot 3!$.

Suy ra số các số thỏa mãn đề bài là: $n(A) = C_5^3 \cdot A_5^2 \cdot 4! - C_4^2 \cdot C_5^2 \cdot 2! \cdot 3! = 4080$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4080}{9 \cdot A_9^4} = \frac{85}{567}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập hợp X . Gọi A là biến cố lấy được số có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời các chữ số giống nhau không đứng liền kề nhau. Xác suất của biến cố A bằng

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{151200}{9^8}$. C. $\frac{176400}{9^8}$. D. $\frac{201600}{9^8}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9^8$.

TH1: Xếp bất kỳ

Xếp hai chữ số 1, hai chữ số 2 bất kỳ và 4 chữ số còn lại: Có $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4 = 352.800$ (cách).

TH2: Số các cách xếp sao cho không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Xếp hai chữ số 1 đứng liền nhau: $7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4$ cách.

Xếp hai chữ số 2 đứng liền nhau: $7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4$ cách.

Số các cách xếp thuộc cả hai trường hợp trên:

+ Coi hai chữ số 1 đứng liền nhau là nhóm X , hai chữ số 2 đứng liền nhau là nhóm Y

+ Xếp X, Y và 4 số còn lại có: $C_7^4 \cdot 6!$ (cách)

Vậy số cách xếp không thỏa mãn yêu cầu là: $2 \cdot 7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4 - C_7^4 \cdot 6! = 151200$ (cách)

$$\text{Vậy } n(A) = 352 \cdot 800 - 151 \cdot 200 = 201 \cdot 600 \Rightarrow p(A) = \frac{201600}{9^8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 29. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích của ba số ở ba lần tung (mỗi số là số chấm trên mặt xuất hiện ở mỗi lần tung), tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

A. $\frac{60}{216}$.

B. $\frac{90}{216}$.

C. $\frac{82}{216}$.

D. $\frac{83}{216}$.

Lời giải.

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất nên không gian mẫu có số phần tử $n(\Omega) = 6^3 = 216$. Gọi A là biến cố tích 3 số chấm ở 3 lần gieo liên tiếp không chia hết cho 6.

Gọi x, y, z là số chấm trên từng lần gieo theo thứ tự.

Để thoả điều kiện không chia hết cho 6 thì xảy ra 2 trường hợp sau

Trường hợp 1: Cả 3 lần gieo đều không xuất hiện mặt 3 và 6: $4^3 = 64$ khả năng.

Trường hợp 2: Cả 3 lần gieo xuất hiện mặt 3 ít nhất một lần, và những lần gieo còn lại không xuất hiện mặt 3

Cả 3 lần đều ra mặt 3 chấm: $x = y = z = 3$ có 1 cách chọn

Chỉ 2 lần ra mặt 3 chấm, lần còn lại nhận các giá trị: 1 và 5 có: $2 \cdot 3 = 6$ cách.

Chỉ một lần ra mặt 3 chấm: $3 \cdot 2^2 = 12$ cách.

Trường hợp 2 có $12 + 6 + 1 = 19$.

Do đó $n(A) = 64 + 19 = 83$. Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{83}{216}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 30. Có 2 học sinh lớp A , 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B . Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 217728.

B. 80640.

C. 145152.

D. 108864.

Lời giải.

Có các trường hợp xảy ra như sau:

- Hai học sinh lớp A luôn đứng cạnh nhau, các học sinh lớp còn lại xếp tùy ý: $2!8!$.
- Có đúng một học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A : $A_4^1 2!7!$.
- Có đúng hai học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A : $A_4^2 2!6!$.
- Có đúng ba học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A : $A_4^3 2!5!$.
- Có đúng bốn học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A : $A_4^4 2!4!$.

Vậy có $2!8! + A_4^1 2!7! + A_4^2 2!6! + A_4^3 2!5! + A_4^4 2!4! = 145152$ cách xếp hàng thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 31. Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + A_3x^3 + \dots + A_{110}x^{110}$, với $a_0, a_1, \dots, a_{110}$ là các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

A. $T = 1$.

B. $T = -11$.

C. $T = 0$.

D. $T = 11$.

Lời giải.

Ta có $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = \left(\frac{1 - x^{11}}{1 - x}\right)^{11}$ nên

$$(1 - x^{11})^{11} = (1 - x)^{11} (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}).$$

Xét về trái: $(1 - x^{11})^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x^{11})^k$. Hệ số của x^{11} trong khai triển ứng với $k = 1$, do đó hệ số của x^{11} là $-C_{11}^1 = -11$.

Xét về phải:

$$(1 - x)^{11} (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}) = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x)^k (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{110}x^{110}).$$

Hệ số của x^{11} tương ứng là $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$.

Vậy $T = -11$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 8, 9. Tính xác suất để chọn được số lớn hơn số 2019 và bé hơn số 9102.

- A. $\frac{31}{45}$. B. $\frac{119}{200}$. C. $\frac{83}{120}$. D. $\frac{119}{180}$.

Lời giải.

Giả sử số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$.

Ta có $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 720$.

Gọi A là biến cố: “Số được chọn số lớn hơn số 2019 và bé hơn số 9102”.

Tính $n(A)$:

TH1: $a = 2, b = 0, c \geq 3, d$ tùy ý khác a, b, c suy ra có $1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$ số.

TH2: $a = 2, b > 0$ có $1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ số.

TH3: $a \in \{3; 4; 8\}, b; c; d$ khác nhau và khác a , có $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 360$ số.

TH4: $a = 9; b = 0, c; d$ khác nhau và khác $a; b$ có $1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$ số.

Suy ra $n(A) = 16 + 360 + 100 + 20 = 496$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{45}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 33. Số cách chia 10 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất 2 phần quà là

- A. 30. B. 42. C. 21. D. 15.

Lời giải.

Ta chia trước mỗi em 1 phần quà.

Đặt 7 phần quà theo hàng ngang, giữa các phần quà sẽ có 6 khoảng trống. Chọn 2 khoảng trống trong 6 khoảng trống để chia 9 phần quà còn lại thành 3 phần, mỗi phần có ít nhất 1 phần quà.

Vậy có $C_6^2 = 15$ cách chia.

Chọn đáp án **D** □

Câu 34. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

- A. $P = 0,4245$. B. $P = 0,452$. C. $P = 0,4525$. D. $P = 0,435$.

Lời giải.

Xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 $\Rightarrow$ xác suất không cầu thủ nào ghi bàn là $(1-x)(1-y)(1-0,6) = 1 - 0,976 \Rightarrow (1-x)(1-y) = 0,06$. (1)

xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336 $\Rightarrow x \cdot y \cdot 0,6 = 0,336 \Rightarrow xy = 0,56$. (2)

Từ (1),(2) ta có hệ

$$\begin{cases} (1-x)(1-y) = 0,06 \\ xy = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1,5 \\ xy = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,8 \\ y = 0,7 \end{cases} \text{ (vì } x > y \text{)}.$$

Đúng hai cầu thủ ghi bàn thì có thể xảy ra các trường hợp sau

- TH1: Người 1, 2 ghi bàn, người 3 không ghi bàn: $P_1 = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,224$.
- TH2: Người 1, 3 ghi bàn, người 2 không ghi bàn: $P_2 = 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 0,144$.
- TH3: Người 2, 3 ghi bàn, người 1 không ghi bàn: $P_3 = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,084$.

Vậy xác suất đúng hai cầu thủ ghi bàn là: $P = 0,224 + 0,144 + 0,084 = 0,452$

Chọn đáp án **B** □

Câu 35. Một phiếu điều tra về vấn đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

- A. 10001. B. 1.048.576. C. 2.097.152. D. 1.048.577.

Lời giải.

Số cách tô khác nhau cho 10 câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời là 4^{10} .

Như vậy số phiếu tối thiểu để có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi là $4^{10} + 1 = 1.048.577$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 36. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,5 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

A. $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. B. $A_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. C. $\frac{109}{262144}$. D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải.

Gọi x là số câu đúng ($0 \leq x \leq 10$), $10 - x$ là số câu sai. Ta có bất phương trình

$$x + \frac{x - 10}{2} \geq 7 \Leftrightarrow 8 \leq x \leq 10.$$

Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

$$C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + C_{10}^{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{109}{262144}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 37. Gọi A là tập các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên từ tập A một số. Tính xác suất P lấy được số chia hết cho 6.

A. $P = \frac{13}{60}$. B. $P = \frac{17}{45}$. C. $P = \frac{2}{9}$. D. $P = \frac{11}{45}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là $A_6^3 - A_5^2 = 180$ Giả sử số có ba chữ số đôi một khác nhau là $\overline{abc}$ Trường hợp $c = 0$ có 10 số Trường hợp $c = 2$ có 10 số Trường hợp $c = 4$ có 12 số Trường hợp $c = 6$ có 7 số

Vậy $P = \frac{10 + 10 + 12 + 7}{180} = \frac{13}{60}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 38. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n + 2)C_n^n = 1600$.

A. 5. B. 10. C. 7. D. 8.

Lời giải.

Ta có: $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.

Ta có: $kC_n^k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = nC_{n-1}^{k-1}$.

Suy ra:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n (3k+2)C_n^k &= 3 \sum_{k=0}^n kC_n^k + 2 \sum_{k=0}^n C_n^k = 3 \sum_{k=1}^n kC_n^k + 2 \sum_{k=0}^n C_n^k \\ &= 3n \sum_{k=1}^n C_{n-1}^{k-1} + 2 \sum_{k=0}^n C_n^k = 3n \cdot 2^{n-1} + 2 \cdot 2^n \end{aligned}$$

Từ đó ta có: $3n \cdot 2^{n-1} + 2 \cdot 2^n = 1600 \Leftrightarrow \frac{3n}{2} + 2 - 1600 \cdot 2^{-n} = 0$.

Xét hàm số: $f(x) = \frac{3x}{2} + 2 - 1600 \cdot 2^{-x}$ với $x \geq 1$.

Ta có: $f'(x) = \frac{3}{2} + 1600 \cdot 2^{-x} > 0, \forall x \geq 1$. Do đó, $f(x)$ là hàm đồng biến.

Lại có: $f(7) = 0$ nên $x = 7$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x) = 0$.

Vậy $n = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 39. Một nhóm gồm 11 học sinh trong đó có An, Bình, Cường tham gia một trò chơi đòi hỏi 11 bạn phải xếp thành một vòng tròn. Tính xác suất để ba bạn An, Bình, Cường không có bạn nào xếp cạnh nhau.

- A. $\frac{4}{15}$. B. $\frac{11}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 10!$.

Số cách xếp chỗ ngồi sao cho cả bạn An, Bình, Cường ngồi cạnh nhau là: $3! \cdot 8!$.

Số cách xếp sao cho có đúng hai trong ba bạn An, Bình, Cường ngồi cạnh nhau là: $3(2! \cdot 7 \cdot 8!)$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $1 - \frac{3! \cdot 8! + 3(2! \cdot 7 \cdot 8!)}{10!} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 40. Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp đường tròn (O). Người ta lập một tứ giác lồi tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H). Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

- A. 85,40%. B. 40,35%. C. 13,45%. D. 80,70%.

Lời giải.

Gọi các đỉnh của đa giác là $A_1 A_2 \dots A_{60}$ Ta đi tìm các tứ giác lồi có ít nhất một cạnh là cạnh của đa giác. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Tứ giác có một cạnh là cạnh của đa giác

- Tứ giác có ba đỉnh $A_1 A_2 A_4$, số cách chọn đỉnh còn lại là C_{54}^1 .
- Tứ giác có ba đỉnh $A_1 A_2 A_5$, số cách chọn đỉnh còn lại là $C_{53}^1 \dots$
- Tứ giác có ba đỉnh $A_1 A_2 A_{57}$, số cách chọn đỉnh còn lại là C_1^1 .

Tương tự với cạnh còn lại. Vậy trường hợp này có $60(C_{54}^1 + C_{53}^1 + \dots + C_1^1) = 89100$ (tứ giác).

TH2: Tứ giác có hai cạnh là hai cạnh của đa giác. Xét hai khả năng xảy ra

- Nếu hai cạnh đó là hai cạnh kề nhau khi đó có $60 \cdot C_{55}^1$ (tứ giác).
- Nếu hai cạnh đó không kề nhau, thì mỗi cạnh $A_1 A_2$ có C_{55}^1 cách chọn cạnh còn lại. Do đó có $\frac{60 \cdot C_{55}^1}{2}$ (tứ giác).

TH3: Tứ giác có 3 cạnh là ba cạnh của tứ giác. Khi đó ta có 60 tứ giác.

Vậy số tứ giác lồi có ít nhất một cạnh là cạnh của đa giác là $89100 + 60 \cdot C_{55}^1 + \frac{60 \cdot C_{55}^1}{2} + 60 = 94110$.

Số tứ giác có 4 cạnh là đường chéo của đa giác là

$$C_{60}^4 - 94110 = 393525.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{393525}{C_{60}^4} = 0.807$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 41. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

- A. $P = \frac{1}{55}$. B. $P = \frac{1}{14}$. C. $P = \frac{1}{220}$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

- Ta chia 12 đỉnh của đa giác đều thành ba nhóm, cứ 4 đỉnh liền nhau tạo thành một nhóm. Mỗi nhóm ta chọn ra 1 đỉnh sao cho chúng cách đều nhau suy ra có 4 tam giác đều $\Rightarrow n(A) = 4$.
- Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{220} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 42. Cho 16 phiếu ghi các số thứ tự từ 1 đến 16. Lấy lần lượt 8 phiếu không hoàn lại, gọi a_i là số ghi trên phiếu thứ i lấy được ($1 \leq i \leq 8$). Tính xác suất P để 8 phiếu lấy được thỏa mãn $a_1 < a_2 < \dots < a_8$ và không có bất kỳ hai phiếu nào có tổng các số bằng 17.

A. $P = \frac{2^8}{C_{16}^8}$. B. $P = \frac{3^8}{C_{16}^8}$. C. $P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$. D. $P = \frac{2^8}{A_{16}^8}$.

Lời giải.

Ta có $|\Omega| = A_{16}^8$. Do 8 phiếu lấy được thỏa mãn điều kiện $a_1 < a_2 < \dots < a_8$, nên ta có thể xem 8 phiếu lấy được như là một tập con của tập có 16 phần tử.

Gọi $S = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$ và $E \subset S$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Từ 1 đến 16 có 8 cặp số có tổng bằng 17 chia thành hai tập tương ứng là $M = \{1, 2, \dots, 8\}$ và $N = \{16, 15, \dots, 9\}$. Nếu E có k phần tử thuộc M thì có C_8^k cách chọn và khi đó E sẽ có tối đa $8 - k$ phần tử thuộc N nên có 2^{8-k} cách chọn, với $k \in \{0, 1, \dots, 8\}$.

Vậy số tập hợp E thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_8^0 \cdot 2^8 + C_8^1 \cdot 2^7 + \dots + C_8^8 \cdot 2^0 = 3 \Rightarrow P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 43. Có 5 học sinh lớp A , 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để xếp được 2 học sinh bất kỳ cạnh nhau và đối diện nhau khác lớp.

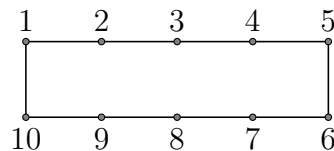
A. $\frac{5!}{10!}$. B. $\frac{2^5(5!)^2}{10!}$. C. $\frac{2(5!)^2}{10!}$. D. $\frac{(5!)^2}{10!}$.

Lời giải.

Ta đánh số các ghế như hình vẽ bên.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Có hai phương án xếp thỏa yêu cầu bài toán.



- Phương án 1: Ghế lẻ xếp học sinh lớp A , ghế chẵn xếp học sinh lớp B khi đó 2 học sinh ngồi cạnh hoặc đối diện nhau khác lớp có $5!5!$ cách.
- Phương án 2: Đảo lại ghế lẻ xếp học sinh lớp B , ghế chẵn xếp học sinh lớp A khi đó cũng có $5!5!$ cách.

Suy ra số tổng số các phương án thỏa mãn là $2(5!5!)$ cách.

Vậy xác suất là $P = \frac{2(5!5!)}{10!} = \frac{2(5!)^2}{10!}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 44. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{25}{81}$. C. $\frac{25}{1944}$. D. $\frac{10}{27}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9A_9^5 = 136080$.

Gọi biến cố A : “Số được chọn có mặt chữ số 0 và 1”.

Số cần tìm có dạng là: $\overline{abcdef}$ ($a \neq 0$).

Trường hợp 1: $a = 1$.

Khi đó số 0 có 5 cách chọn vị trí.

Các chữ số còn lại có A_8^4 cách chọn

Vậy có $5 \cdot A_8^4 = 8400$ số.

Trường hợp 2: $a \neq 1$.

Khi đó số 1 có 5 cách chọn vị trí.

Số 0 có 4 cách chọn vị trí.

Các chữ số còn lại có A_8^4 cách chọn

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot A_8^4 = 33600$.

Do đó $n(A) = 8400 + 33600 = 42000$.

Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42000}{136080} = \frac{25}{81}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 45. Từ một hộp có 4 bút bi màu xanh, 5 bút bi màu đen và 6 bút bi màu đỏ, chọn ngẫu nhiên 5 bút. Xác suất để 5 bút được chọn chỉ có đúng hai màu là

A. $\frac{118}{429}$. B. $\frac{272}{1001}$. C. $\frac{460}{1001}$. D. $\frac{119}{429}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “5 bút được chọn có đúng hai màu”.

Ta có $n(\Omega) = C_{15}^5$.

Vì 5 bút được chọn có đúng hai màu nên có 3 trường hợp:

TH1: Có đúng hai màu xanh và đen:

- Chọn 5 bút trong hai màu xanh, đen (có 9 bút), có C_9^5 cách chọn

- Trong C_9^5 cách chọn 5 bút trên, có C_5^5 cách chọn cả 5 bút đều màu đen và không có cách chọn nào để cả 5 bút đều màu xanh.

Số cách chọn 5 bút có đúng hai màu xanh và đen bằng $C_9^5 - C_5^5$.

TH2: Có đúng hai màu đen và đỏ:

- Chọn 5 bút trong hai màu đen, đỏ (có 11 bút), có C_{11}^5 cách chọn

- Trong C_{11}^5 cách chọn 5 bút trên, có C_5^5 cách chọn cả 5 bút đều màu đen và C_6^5 cách chọn cả 5 bút đều màu đỏ.

Số cách chọn 5 bút có đúng hai màu đỏ và đen bằng $C_{11}^5 - C_5^5 - C_6^5$.

TH3: Có đúng hai màu đỏ và xanh:

- Chọn 5 bút trong hai màu đỏ, xanh (có 10 bút), có C_{10}^5 cách chọn

- Trong C_{10}^5 cách chọn 5 bút trên, có C_6^5 cách chọn cả 5 bút đều màu đỏ và không có cách chọn cả 5 bút đều màu xanh.

Số cách chọn 5 bút có đúng hai màu đỏ và xanh bằng $C_{10}^5 - C_6^5$.

Vậy $P(A) = \frac{(C_9^5 - C_5^5) + (C_{11}^5 - C_5^5 - C_6^5) + (C_{10}^5 - C_6^5)}{C_{15}^5} = \frac{118}{429}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 46. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

A. $2018 \cdot C_{895}^3$. B. $2018 \cdot C_{897}^3$. C. C_{1009}^3 . D. $2018 \cdot C_{896}^2$.

Lời giải.

Xét đa giác đều $A_1 A_2 \cdots A_{2018}$ nội tiếp đường tròn (O) . Khi đó, các đỉnh của đa giác chia đường tròn (O) thành 2018 cung nhỏ bằng nhau, mỗi cung có số đo bằng $\left(\frac{180}{1009}\right)^\circ$.

Xét tam giác $A_i A_1 A_j$ với $2 \leq i < j \leq 2018$. Khi đó

$$\widehat{A_i A_1 A_j} = \frac{1}{2}(j - i) \cdot \left(\frac{180}{1009}\right)^\circ.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \widehat{A_i A_1 A_j} > 100^\circ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(j - i) \cdot \left(\frac{180}{1009}\right)^\circ > 100^\circ \Leftrightarrow j - i > \frac{10 \cdot 1009}{9} \\ &\Leftrightarrow j - i > 1121 \Leftrightarrow 2 \leq i < j - 1121 \leq 897. \quad (1) \end{aligned}$$

Số tam giác $A_i A_1 A_j$ thoả mãn $\widehat{A_i A_1 A_j} > 100^\circ$ chính bằng số cách chọn cặp $(i; j)$ thoả (1) và có C_{896}^2 cách chọn cặp $(i; j)$. Do đó có tất cả $2018 \cdot C_{896}^2$ số tam giác thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 47. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{7}{8}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván là hai người đã đánh được i ván và gọi $A_{ij}, j \in \{1; 2\}$ là biến cố ở ván thứ i , người thứ j thắng.

Vậy xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng là: $P(A_{(i+1)1}) + P(\overline{A_{(i+1)1}} \cap A_{(i+2)1}) + P(\overline{A_{(i+1)1}} \cap \overline{A_{(i+2)1}} \cap A_{(i+3)1}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 48. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách văn học, 4 cuốn sách âm nhạc và 3 cuốn sách hội họa. Thầy lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn. Tính xác suất để sau khi tặng xong mỗi thể loại văn học, âm nhạc, hội họa đều còn lại ít nhất một cuốn.

A. $P = \frac{113}{132}$.

B. $P = \frac{1}{2}$.

C. $P = \frac{3}{4}$.

D. $P = \frac{115}{132}$.

Lời giải.

- Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6 .
- Số cách lấy ra 6 cuốn sách ngẫu nhiên bất kì trong 12 cuốn là C_{12}^6 .
- Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai loại trong ba loại sách văn học, âm nhạc, hội họa là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.
- Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại văn học, âm nhạc, hội họa đều còn lại ít nhất một cuốn là $C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)$.
- Số cách tặng sách thoả đề bài là $6! \cdot [C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)]$.

Vậy xác suất cần tính bằng

$$P = \frac{6! \cdot [C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)]}{A_{12}^6} = \frac{115}{132}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 49. Từ các chữ số thuộc tập hợp $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số khác nhau sao cho chữ số 1 đứng trước chữ số 2, chữ số 3 đứng trước chữ số 4 và chữ số 5 đứng trước chữ số 6?

A. 22680.

B. 45360.

C. 72576.

D. 36288.

Lời giải.

- Số các số có chín chữ số khác nhau là $9!$. Trong $9!$ số này, số các số mà chữ số 1 đứng trước chữ số 2 hoặc chữ số 1 đứng sau chữ số 2 là bằng nhau. Do đó, số các số mà chữ số 1 đứng trước chữ số 2 là $\frac{9!}{2}$.
- Tương tự, số các số mà chữ số 1 đứng trước chữ số 2 và chữ số 3 đứng trước chữ số 4 là $\frac{9!}{4}$.

- Số các số cần tìm là $\frac{9!}{8} = 45360$.

Chọn đáp án **B**

Câu 50. Lớp 10 X có 25 học sinh, chia lớp 10 X thành hai nhóm A và B sao cho mỗi nhóm đều có học sinh nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên hai học sinh từ hai nhóm, mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để chọn được hai học sinh nữ. Biết rằng, trong nhóm A có đúng 9 học sinh nam và xác suất chọn được hai học sinh nam bằng 0,54.

- A. 0,42. B. 0,46. C. 0,04. D. 0,23.

Lời giải.

A		B	
9 nam	b nữ	c nam	$25 - 9 - b - c$ nữ

Gọi số học sinh nam ở nhóm B là c ($c \in \mathbb{N}^*$) và b ($b \in \mathbb{N}^*$) là số học sinh nữ ở nhóm A.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (9 + b)(c + 25 - 9 - b - c) = (9 + b)(16 - b)$.

Gọi T là biến cố chọn được hai học sinh nam. Suy ra $n(T) = 9c$.

Theo giả thiết suy ra $\frac{9c}{(9 + b)(16 - b)} = 0,54 \Leftrightarrow \frac{3}{50} = \frac{c}{(9 + b)(16 - b)}$.

Do $(9 + b)(16 - b) \leq \left(\frac{9 + b + 16 - b}{2}\right)^2 < 200$ nên $(9 + b)(16 - b) \in \{50; 100; 150\}$.

Thử các trường hợp ta chỉ có trường hợp $c = 9$ và $b = 1$ hoặc $b = 6$ thỏa mãn.

Vậy xác suất chọn được hai học sinh nữ là $\frac{6 \cdot 1}{150} = 0,04$.

Chọn đáp án **C**

Câu 51. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn đúng ngẫu nhiên 8 tấm thẻ, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3. Kết quả đúng là

- A. $\frac{308}{1105}$. B. $\frac{126}{20995}$. C. $\frac{308}{969}$. D. $\frac{84}{1105}$.

Lời giải.

Số cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ là $|\Omega| = C_{20}^8 = 125970$ (cách).

Gọi A là biến cố “5 tấm thẻ mang số lẻ, 3 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3”.

Nhận xét: Trong 20 tấm thẻ có 10 tấm thẻ mang số chẵn, 10 tấm thẻ mang số lẻ và 6 tấm mang số chia hết cho 3. Để tìm số phần tử của A ta xét bốn trường hợp sau:

- TH1: Có 5 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3 và 3 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^5 C_3^3 = 21$ (cách chọn).
- TH2: Có 4 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3, 1 tấm thẻ lẻ chia hết cho ba, 1 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3 và 2 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^4 C_3^1 C_7^1 C_3^2 = 2205$ (cách chọn).
- TH3: Có 3 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3, 2 tấm thẻ mang số lẻ chia hết cho 3, 2 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3 và 1 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^3 C_3^2 C_7^2 C_3^1 = 6615$ (cách chọn).
- TH4: Có 2 tấm thẻ lẻ không chia hết cho 3, 3 tấm thẻ lẻ chia hết cho 3, 3 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^2 C_3^3 C_7^3 = 735$ (cách chọn).

Suy ra, số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 21 + 2205 + 6615 + 735 = 9576$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{9576}{125970} = \frac{84}{1105}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 52. Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{450}$. B. $\frac{1}{210}$. C. $\frac{1}{300}$. D. $\frac{1}{600}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu bằng số cách xếp tùy ý 10 cuốn sách thành một hàng ngang: $10!$ cách. Trước hết ta xếp hai cuốn Toán T1 và Toán T2 đứng cạnh nhau thành một xem như một vị trí kí hiệu là T có $2!$ cách. Bây giờ xếp T với bốn cuốn sách Toán còn lại có $5!$ cách xếp. Khi đó 3 cuốn sách tiếng Anh sẽ được xếp vào 3 trong 4 khoảng trống giữa các cuốn sách Toán vừa xếp nên có A_4^3 cách xếp. Cuối cùng quyển sách Văn chỉ có thể xếp vào một trong ba vị trí để thỏa đề bài. Vậy số cách xếp thỏa đề bài bằng $2! \cdot 5! \cdot A_4^3 \cdot 3$. Vậy xác suất cần tính bằng

$$P(A) = \frac{2! \cdot 5! \cdot A_4^3 \cdot 3}{10!} = \frac{1}{210}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 53. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A , tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 45.

- A. $\frac{5}{162}$. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{53}{2268}$. D. $\frac{2}{81}$.

Lời giải.

Ta có $n(A) = A_{10}^8 - A_9^7$.

Gọi B là tập hợp các số b có 8 chữ số khác nhau chia hết cho 45.

Khi đó b chia hết cho 5 và 9 (tổng các chữ số chia hết cho 9 và số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5).

Trường hợp 1: b có hàng đơn vị bằng 0; 7 chữ số còn lại có chữ số 9 và 3 trong 4 bộ số $\{1; 8\}$, $\{2; 7\}$, $\{3; 6\}$, $\{4; 5\}$, có $4 \cdot 7!$ số.

Trường hợp 2: b có hàng đơn vị bằng 5; 7 chữ số còn lại có chữ số 4 và 3 trong 4 bộ số $\{0; 9\}$, $\{1; 8\}$, $\{2; 7\}$, $\{3; 6\}$.

* Không có bộ $\{0; 9\}$, có $7!$ số.

* Có bộ $\{0; 9\}$, có $C_3^2(7! - 6!)$ số.

$$\Rightarrow n(B) = 5 \cdot 7! + C_3^2(7! - 6!).$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{5 \cdot 7! + C_3^2(7! - 6!)}{A_{10}^8 - A_9^7} = \frac{53}{2268}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 54. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số gồm 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9?

- A. $10^{2010} - 16153 \cdot 9^{2008}$. B. $10^{2010} - 16151 \cdot 9^{2008}$.
C. $10^{2010} - 16161 \cdot 9^{2008}$. D. $10^{2010} - 16148 \cdot 9^{2008}$.

Lời giải.

Đặt $A_1 = \{0; 9\}$; $A_2 = \{1\}$; $A_3 = \{2\}$; $A_4 = \{3\}$; $A_5 = \{4\}$; $A_6 = \{5\}$; $A_7 = \{6\}$; $A_8 = \{7\}$; $A_9 = \{8\}$.

Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1 a_2 \dots a_{2010} a_{2011}}$ ($a_1 \neq 0$).

- Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số
 - Mỗi vị trí từ a_2 đến a_{2011} đều có 10 cách chọn.
 - a_1 phụ thuộc vào tổng $(a_2 + a_3 + \dots + a_{2011})$ nên có 1 cách chọn.

Vậy có 10^{2010} số.

- Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số nhưng không có mặt chữ số 9.

- a_1 có 8 cách chọn.
- Từ a_2 đến a_{2010} , mỗi vị trí đều có 9 cách chọn.
- a_{2011} có 1 cách chọn.

Vậy có $8 \cdot 9^{2009}$ số.

- Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số trong đó có đúng 1 chữ số 9.

- Trường hợp $a_1 = 9$ ta có:
 - * Từ a_2 đến a_{2010} , mỗi vị trí đều có 9 cách chọn.
 - * a_{2011} có 1 cách chọn.

Do đó có 9^{2009} số.

- Trường hợp $a_1 \neq 9$ ta có:
 - * a_1 có 8 cách chọn.
 - * Có 2010 cách xếp chữ số 9.
 - * Ở 2008 vị trí còn lại, mỗi vị trí có 9 cách chọn.
 - * Vị trí cuối cùng có 1 cách chọn.

Do đó có $8 \cdot 2010 \cdot 9^{2008}$ số.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$10^{2010} - (8 \cdot 9^{2009} + 9^{2009} + 8 \cdot 2010 \cdot 9^{2008}) = 10^{2010} - 16161 \cdot 9^{2008} \text{ số.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$.

- A. $\frac{37}{3402}$. B. $\frac{74}{34020}$. C. $\frac{37}{34020}$. D. $\frac{35}{34020}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “chọn ra được một số tự nhiên chẵn từ tập M đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$ ”. Khi đó: $n(M) = 9 \cdot A_9^5$ (số có sáu chữ số đôi một khác nhau thì a_1 có chín cách chọn, $\overline{a_2a_3a_4a_5a_6}$ là chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử nên có A_9^5).

- **TH1:** $a_6 = 0$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ có C_9^5 cách chọn.
- **TH2:** $a_6 = 2$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ có C_7^5 cách chọn.
- **TH3:** $a_6 = 4$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ có C_5^5 cách chọn.

$$\Rightarrow n(A) = C_9^5 + C_7^5 + C_5^5 = 148$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{148}{9 \cdot A_9^5} = \frac{37}{34020}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 56. Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là 4 đỉnh của tứ diện.

- A. $\frac{245}{273}$. B. $\frac{136}{195}$. C. $\frac{188}{273}$. D. $\frac{1009}{1365}$.

Lời giải.

Có 4 đỉnh, 4 trọng tâm của các mặt, 6 trung điểm của các cạnh và 1 trọng tâm của tứ diện. Vậy để lấy 4 điểm trong các điểm đã tô màu ta có $C_{15}^4 = 1365$ cách.

Gọi biến cố A : “4 điểm được chọn là 4 đỉnh của tứ diện”.

$\Rightarrow \bar{A}$: “4 điểm được chọn không là 4 đỉnh của tứ diện”.

- Xét trong 1 mặt của tứ diện có 3 đỉnh, 3 trung điểm và 1 trọng tâm của mặt đó. Vậy để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $C_7^4 = 35$ cách.
Vì có 4 mặt nên ta có $4 \times 35 = 140$ cách.
- Xét mặt phẳng chứa một cạnh và trung điểm của cạnh đối diện: có 6 mặt và mỗi mặt có 7 điểm. Để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $6C_7^4 = 210$ cách.
- Xét mặt phẳng chứa 1 đỉnh và đi qua 2 trung điểm của 2 cạnh không đi qua đỉnh đó: có 12 mặt và mỗi mặt có 5 điểm. Để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $12C_5^4 = 60$ cách.
- Xét mặt phẳng đi qua 4 trung điểm của 2 cặp cạnh đối: có 3 mặt và mỗi mặt có 5 điểm. Để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $3C_5^4 = 15$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{425}{1365} = \frac{188}{273}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 57. Một túi đựng 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1}{3}$.
B. $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}$.
C. $\frac{2C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$.
D. $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$.

Lời giải.

Gọi $A_0 = \{3; 6; 9\}$, $A_1 = \{1; 4; 7; 10\}$, $A_2 = \{2; 5; 8\}$. Để ba số nhận được có tổng chia hết cho 3, ta có các trường hợp

- i) Lấy ba phần tử từ A_0 hoặc lấy ba phần tử từ A_1 hoặc lấy ba phần tử từ A_2 , trường hợp này có $2C_3^3 + C_4^3$ cách.
ii) Chọn từ mỗi tập A_0, A_1, A_2 đúng một phần tử, trường hợp này có $C_3^1 C_3^1 C_4^1$ cách.

Vậy xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 58. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

- A. $\frac{18}{5^{10}}$.
B. $\frac{4}{3 \cdot 10^4}$.
C. $\frac{1}{15000}$.
D. $\frac{1}{5000}$.

Lời giải.

Ta có $7875 = 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7$.

Gọi số cần lập là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

A: “Chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875”.

Để có $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_6 = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$ chỉ có các trường hợp

- Trường hợp 1: Lập từ 3; 3; 5; 5; 5; 7 $\Rightarrow$ có $\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$ số.
- Trường hợp 2: Lập từ 9; 1; 5; 5; 5; 7 $\Rightarrow$ có $\frac{6!}{3!} = 120$ số.

$\Rightarrow n(A) = 180$. Vậy $P(A) = \frac{180}{9 \cdot 10^5} = \frac{1}{5000}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 59. Biết rằng khi khai triển nhị thức Niuton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^n = a_0 \cdot \sqrt{x}^n + a_1 \cdot \sqrt{x}^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + a_2 \cdot \sqrt{x}^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + a_3 \cdot \sqrt{x}^{n-3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 + \dots$$

(với n là số nguyên lớn hơn 1) thì ba số a_0, a_1, a_2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Hỏi trong khai triển trên, có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có ba số $a_0 = 1, a_1 = \frac{1}{2}C_n^1, a_2 = \frac{1}{2^2}C_n^2$ lập thành một cấp số cộng nên:

$$1 + \frac{1}{2^2}C_n^2 = C_n^1 \Leftrightarrow 1 + \frac{n(n-1)}{8} = n \Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow n = 8.$$

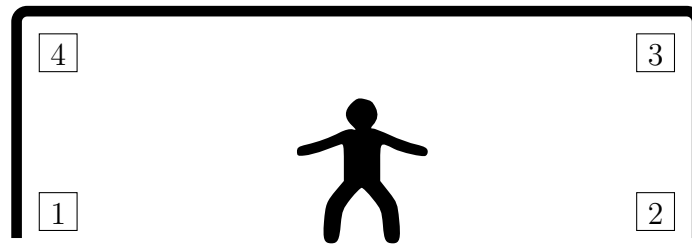
Vậy số hạng tổng quát có dạng

$$T_k = C_8^k \sqrt{x}^k \frac{1}{2^{8-k} \sqrt[4]{x}^{8-k}} = \frac{C_8^k}{2^{8-k}} x^{\frac{k}{2} - \frac{8-k}{4}} = \frac{C_8^k}{2^{8-k}} x^{\frac{3k-8}{4}} \quad (k = 0, 1, \dots, 8).$$

Ta có $\frac{3k-8}{4} = \frac{3k}{4} - 2$ là số nguyên khi và chỉ khi $3k : 4 \Rightarrow k : 4 \Rightarrow k \in \{0; 4; 8\}$. Vậy có ba số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 60. Trong trận đấu bóng đá giữa hai đội U23 Việt Nam và U23 Iraq, trọng tài cho đội Iraq được hưởng một quả đá phạt 11m. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào một trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến một trong bốn vị trí đó với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 hoặc 2 thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 hoặc 4 thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất để cú sút đó không vào lưới.



A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{3}{16}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{5}{16}$.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố cầu thủ sút vào vị trí i ; B_i là biến cố thủ môn bay người đến vị trí i ($i = 1, 2, 3, 4$). Để thấy $P(A_i) = P(B_i) = \frac{1}{4}$. Gọi C là biến cố cú sút không vào lưới. Ta có

$$P(C) = P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2) + \frac{1}{2}P(A_3)P(B_3) + \frac{1}{2}P(A_4)P(B_4) = \frac{3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 61. Cho một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H). Hỏi P gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 0.6294.

B. 0.4176.

C. 0.5287.

D. 0.6792.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 30 đỉnh là $C_{30}^4 = 27405$.

Xét tứ giác lồi $A_1A_xA_yA_z$. Để 4 cạnh là đường chéo thì $3 \leq x < y - 1 < z - 2 \leq 27$.

Như vậy, ta có C_{25}^3 cách chọn bộ $(x; y; z)$. Suy ra có C_{25}^3 tứ giác lồi $A_1A_xA_yA_z$.

Vậy có $30 \times C_{25}^3$ tứ giác lồi có các cạnh là đường chéo.

Tuy nhiên, mỗi tứ giác lồi bị lặp lại 4 lần nên sẽ có $\frac{30 \cdot C_{25}^3}{4} = 17250$ tứ giác thỏa mãn. Vậy

$$P = \frac{17250}{27405} \approx 0.6294$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 62. Cho khai triển $P(x) = (1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2017x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2017}x^{2017}$. Tính $T = a_2 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + \dots + 2017^2)$.

A. $\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$. B. $\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$. C. $\frac{1}{2}\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$. D. $\frac{1}{2}\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$.

Lời giải.

Ta có:

$$a_2 = 1 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2017) + 2 \cdot (3 + 4 + \dots + 2017) + \dots + 2015 \cdot (2016 + 2017) + 2016 \cdot 2017 = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot (1 + 2) + \dots + 2016 \cdot (1 + 2 + \dots + 2015) + 2017 \cdot (1 + 2 + \dots + 2016)$$

$$\Rightarrow 2a_2 = 1 \cdot (1 + 2 + \dots + 2017) + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 2017) + \dots + 2017 \cdot (1 + 2 + \dots + 2017) - (1^2 + 2^2 + \dots + 2017^2). \text{ Khi đó, ta có:}$$

$$\begin{aligned} T &= a_2 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + \dots + 2017^2) = \frac{2a_2 + (1^2 + 2^2 + \dots + 2017^2)}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (1 + 2 + \dots + 2017) + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 2017) + \dots + 2017 \cdot (1 + 2 + \dots + 2017)] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2017 \cdot 2018}{2} \cdot \frac{2017 \cdot 2018}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2017 \cdot 2018}{2} \right)^2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 63. Đội dự tuyển học sinh giỏi Toán của tỉnh A có n học sinh ($n \in \mathbb{N}, n > 4$) trong đó có 2 học sinh nữ, tham gia kì thi để chọn đội tuyển chính thức gồm 4 người. Biết xác suất trong đội tuyển chính thức có cả hai học sinh nữ gấp 2 lần xác suất trong đội tuyển chính thức không có học sinh nữ nào. Tìm n .

A. $n = 11$. B. $n = 7$. C. $n = 5$. D. $n = 9$.

Câu 64. Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0; 1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{1}{4}$. D. $P = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

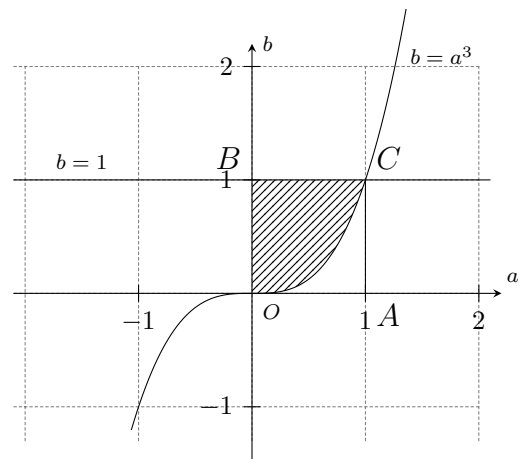
$$\text{Xét } y = 2x^3 - 3ax^2 + b, y' = 0 \Leftrightarrow 6x(x - a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y(0) \cdot y(a) \geq 0 \Leftrightarrow b(b - a^3) \geq 0.$$

$$\text{Mà } b \in [0; 1] \text{ nên } b(b - a^3) \geq 0 \Leftrightarrow b \geq a^3.$$

Ta thấy việc chọn ngẫu nhiên hai số $a, b \in [0; 1]$ chính là việc chọn ngẫu nhiên một điểm $M(a; b)$ khi xét trên hệ trục tọa độ aBb .

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta có Ω là tập hợp các điểm $M(a; b)$ sao cho $a, b \in [0; 1]$ và chính là các điểm thuộc hình vuông $OACB$ trên hình vẽ, do đó $n(\Omega) = S_{OACB} = 1$.



$n(A)$ là tập hợp các điểm thuộc hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi các đồ thị $b = 1, b = a^3, a = 0$ (phần gạch chéo trên đồ thị). Xét phương trình hoành độ giao điểm $a^3 = 1 \Leftrightarrow a = 1$.

$$\Rightarrow n(A) = \int_0^1 |1 - a^3| dx = \left| \int_0^1 (1 - a^3) dx \right| = \left(a - \frac{a^4}{4} \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 65. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác nhau chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

A. 84600.

B. 151200.

C. 786240.

D. 907200.

Lời giải.

Có C_5^3 cách sắp xếp ba chữ số 0. Sau khi sắp xếp ba chữ số 0, có A_9^5 cách chọn các chữ số còn lại. Vậy có $C_5^3 \cdot A_9^5 = 151200$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 66. Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2018, mỗi phòng thi gồm 24 thí sinh xếp vào 24 chiếc bàn khác nhau. Bạn An là một thí sinh dự thi 4 môn (Toán, Văn, Ngoại Ngữ, Khoa học tự nhiên), cả 4 lần thi đều thi tại 1 phòng thi duy nhất. Giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 4 lần thi An có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí.

A. $\frac{23}{2304}$.B. $\frac{253}{6912}$.C. $\frac{899}{1152}$.D. $\frac{253}{1152}$.**Lời giải.**

Xác suất để bạn An ngồi vào một vị trí nào đó là $\frac{1}{24}$. Xác suất để bạn An ngồi đúng 2 lần vào 1

vị trí là $24 \cdot \left(\frac{1}{24}\right)^2 \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{22}{24} \cdot C_4^2 = \frac{253}{1152}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 67. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

A. 846000.

B. 786240.

C. 151200.

D. 907200.

Lời giải.

Cách 1. Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí). Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Cách 2 Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$.

- Chọn vị trí của 3 chữ số 0 trong 7 vị trí (trừ a_1). Vì giữa 2 chữ số 0 luôn có ít nhất 1 chữ số khác 0 nên chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để điền các số 0, sau đó thêm vào giữa 2 số 0 gần nhau 1 vị trí nữa. Suy ra số cách chọn là $C_5^3 = 10$.
- Chọn các số còn lại, ta chọn bộ 5 chữ số trong 9 chữ số từ 1 đến 9, có A_9^5 cách chọn.

Vậy có tất cả $10 \cdot A_9^5 = 151200$ số cần tìm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 68. Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Xác suất p để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là

A. $p = \frac{4}{135}$.B. $p = \frac{4}{85}$.C. $p = \frac{3}{20}$.D. $p = \frac{5}{158}$.**Lời giải.**

Các cặp số $\{a_1, a_2\}$; $\{a_3, a_4\}$; $\{a_5, a_6\}$ thỏa mãn bài toán $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là Trường hợp 1: $\{0, 6\}$; $\{1, 5\}$; $\{2, 4\}$ Trường hợp 2: $\{0, 5\}$; $\{1, 4\}$; $\{2, 3\}$ Trường hợp 3: $\{1, 6\}$; $\{2, 5\}$; $\{3, 4\}$

Khi đó không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4320$.

Số các số thỏa mãn bài toán kể cả trường hợp $a_1 = 0$ khi đó số các số là $3 \cdot (2!)^3 \cdot 3!$.

Khi $a_1 = 0$ khi đó số các số là $2 \cdot (2!)^2 \cdot 2!$. Suy ra số các số thỏa mãn bài toán là $144 - 16 = 128$.

Do đó $p = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 69. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

A. 907200.

B. 151200.

C. 786240.

D. 846000.

Lời giải.

Cách 1. Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí). Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Cách 2 Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$.

- Chọn vị trí của 3 chữ số 0 trong 7 vị trí (trừ a_1). Vì giữa 2 chữ số 0 luôn có ít nhất 1 chữ số khác 0 nên chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để điền các số 0, sau đó thêm vào giữa 2 số 0 gần nhau 1 vị trí nữa. Suy ra số cách chọn là $C_5^3 = 10$.
- Chọn các số còn lại, ta chọn bộ 5 chữ số trong 9 chữ số từ 1 đến 9, có A_9^5 cách chọn.

Vậy có tất cả $10 \cdot A_9^5 = 151200$ số cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 70. Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

A. 360.

B. 2520.

C. 480.

D. 720.

Lời giải.

Tổng các chữ số trên bằng 34. Để 5 chữ số có tổng chia hết cho 3 ta bỏ đi hai chữ số mà có tổng chia 3 dư 1.

Có 6 bộ như vậy: (1; 3), (2; 5), (1; 6), (2; 8), (1; 9), (5; 8). Vậy có tất cả $6 \cdot 5! = 720$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 71. Cho đa giác đều 20 cạnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

A. $\frac{8}{969}$.

B. $\frac{12}{1615}$.

C. $\frac{3}{323}$.

D. $\frac{1}{57}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố "4 đỉnh được chọn là hình chữ nhật nhưng không phải hình vuông".

Một hình chữ nhật được sinh ra bằng cách chọn 2 đường chéo trong 10 đường chéo đi qua tâm của đa giác đều. Khi đó số hình chữ nhật được tạo thành là $C_{10}^2 = 45$.

Trong các hình chữ nhật được tạo thành ở trên nếu như hai đường chéo vuông góc sẽ tạo thành hình vuông. Mỗi đường chéo qua tâm của đa giác đều có đúng một đường chéo khác vuông góc với nó nhưng đếm như vậy thì hình vuông tính 2 lần suy ra có $\frac{10}{2} = 5$ hình vuông.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 45 - 5 = 40$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{4845} = \frac{8}{969}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 72. Trong một trò chơi tập thể, lớp trưởng cần chia học sinh vào nhóm 1,2,3,4. Để tạo sự thú vị mà không phải bốc thăm, bạn ấy nghĩ ra một cách là cho mỗi người trả lời 3 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 3 đáp án A, B, C . Khi thống kê kết quả trả lời, ai chọn đáp án A hoặc B hoặc C nhiều nhất thì theo thứ tự sẽ được xếp vào nhóm 1,2,3; còn ai chọn đủ cả 3 đáp án thì vào nhóm 4. Biết rằng xác suất chọn câu trả lời của mỗi người cho mỗi câu hỏi là như nhau. Hỏi khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Xác suất vào các nhóm 1,2,3 là bằng nhau.

- B. Mỗi thành viên đều sẽ được chia vào một trong bốn nhóm với luật như trên.
 C. Nếu gọi a là xác suất vào nhóm 1 thì $1 - 3a$ là xác suất vào nhóm 4.
 D. Xác suất vào nhóm 4 là cao nhất.

Lời giải.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = 3 \cdot 3 = 9$.

Biến cố A “chọn đáp án A nhiều nhất” có số phần tử là $n(A) = 7$, tương tự $n(B) = 7$, $n(C) = 7$.

Biến cố D “chọn đủ cả ba đáp án” có số phần tử là $n(D) = 6$.

Do đó xác suất vào nhóm 1,2,3,4 lần lượt là $\frac{7}{9}, \frac{7}{9}, \frac{7}{9}, \frac{6}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 73. Giải bóng chuyền VTV cup gồm 9 đội bóng trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt nam ở 3 bảng khác nhau.

- A. $\frac{3}{56}$. B. $\frac{9}{28}$. C. $\frac{19}{28}$. D. $\frac{53}{56}$.

Lời giải.

Số cách bốc thăm mỗi bảng 3 đội là $C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$ cách. Để tính số cách chia mỗi bảng 3 đội sao cho mỗi đội bóng của Việt Nam nằm ở 3 bảng khác nhau ta chia ra hai công đoạn. Công đoạn 1: Chia 6 đội còn lại vào 3 bảng, mỗi bảng hai đội, có $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$ cách. Công đoạn 2: Chia ba đội của Việt Nam vào 3 bảng có 6 cách. Vậy có $6 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$ cách chia thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy xác suất

$$P = \frac{6 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \frac{9}{28}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 74. Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P) , tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P) .

- A. $\frac{7}{114}$. B. $\frac{7}{57}$. C. $\frac{3}{38}$. D. $\frac{5}{114}$.

Lời giải.

Số tam giác tạo thành từ 20 đỉnh là C_{20}^3 , suy ra $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố “3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P) ”.

Số đường chéo của đa giác đều là 10. Mỗi đường chéo là cạnh huyền của tam giác vuông có đỉnh thứ ba là các đỉnh còn lại khác hai đỉnh của đường chéo.

Số tam giác vuông là $18 \cdot 10 = 180$.

Số tam giác vuông có một cạnh là cạnh của đa giác là $4 \cdot 10 = 40$.

Suy ra số tam giác vuông tạo từ 20 đỉnh của đa giác đều mà không có cạnh nào là cạnh của đa giác là $n(A) = 180 - 40 = 140$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{1140} = \frac{7}{57}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 75. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm có 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

- A. $\frac{2}{1395}$. B. $\frac{1}{930}$. C. $\frac{3}{645}$. D. $\frac{4}{645}$.

Lời giải.

Tính $n(\Omega)$:

Gọi 3 số lấy ra là $(x_1; x_2; x_3)$. Các số này phân biệt và không xếp vị trí.

- Nếu x_1, x_2, x_3 bất kỳ (tức là có thể bằng nhau).

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 91 \\ x_1; x_2; x_3 \in \mathbb{N}^* \end{cases} \quad \text{Suy ra có } C_{90}^2 \text{ bộ nghiệm (có phân biệt vị trí).}$$

- Nếu x_1, x_2, x_3 có hai số bằng nhau: giả sử $x_1 = x_2$

(Vì tổng 3 số bằng 91 $\nmid 3$ nên không thể xảy ra $x_1 = x_2 = x_3$)

$$\text{Có } 2x_1 + x_3 = 91 \Rightarrow \begin{cases} x_3 \text{ lẻ} \\ 1 \leq x_3 \leq 89 \text{ (vì } 2x_1 \geq 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{có } \frac{89-1}{2} + 1 = 45 \text{ số } x_3.$$

Suy ra có 45 bộ 3 số có tổng bằng 91, không phân biệt vị trí (trong đó có 2 số bằng nhau)

$$\Rightarrow n(\Omega) = \frac{C_{90}^2 - 45 \times 3}{3!} = 645.$$

Giả sử $S = \{x_1; x_2; x_3\}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_3 = 91 - x_2 \\ x_1 \cdot x_3 = x_2^2 \end{cases}$$

Suy ra phương trình $x^2 - (91 - x_2)x + x_2^2 = 0$ có hai nghiệm nguyên dương.

$$\Rightarrow \Delta = (91 + x_2)(91 - 3x_2) = k^2, k \in \mathbb{N}^*$$

$$\Rightarrow 2 \leq x_2 \leq 30$$

$$\Rightarrow \text{CASIO} \Rightarrow x_2 \in \{9; 21; 26; 30\}.$$

Từ đó chọn được 4 phần tử của S để 3 phần tử lập thành cấp số nhân.

$$\Rightarrow P = \frac{4}{645}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 76. Một con súc sắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần các mặt còn lại. Gieo con súc sắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{49}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{8}{49}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Gọi p là xác suất xuất hiện mặt 1 chấm. Lúc đó xác suất xuất hiện mặt sáu chấm là $2p$.

$$\text{Ta có } 5p + 2p = 1 \text{ hay } p = \frac{1}{7}.$$

Gọi A là biến cố tổng số chấm sau hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11.

Các trường hợp có thể xảy ra của A được biểu diễn bằng các bộ số $(x; y)$ trong đó x là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ 1 và y là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ 2; như sau

$$(5; 6), (6; 6), (6; 5).$$

Xác suất của mỗi trường hợp trên lần lượt là

$$p_1 = \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{7}, p_2 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}, p_3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{7}.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là } p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{8}{49}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 77. Cho tập $X = \{6, 7, 8, 9\}$. Gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}}\right)$. B. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}}\right)$. C. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$. D. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}}\right)$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có 2018 chữ số lập được từ các số của X là $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$ với $a_i \in X$.

Ta có $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$ chia hết cho 3 khi và chỉ khi $a_1 + a_2 + \dots + a_{2018}$ chia hết cho 3.

Với $i = 0; 1; 2$ và $n = 1; 2; \dots; 2018$ đặt

$$S(n, i) = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_1 + a_2 + \dots + a_n \text{ chia cho 3 dư } i\}$$

và đặt

$$A_n = S(n, 0), B_n = S(n, 1), C_n = S(n, 2).$$

Ký hiệu $|A_n|$ là số phần tử của tập A_n , với $n = 1; 2; \dots, 2018$. Khi đó ta có

- $A_1 = S(1, 0) = \{(a_i) \mid a_i \text{ chia hết cho } 3\} = \{(6); (9)\} \Rightarrow |A_1| = 2$.
- $B_1 = S(1, 1) = \{(a_i) \mid a_i \text{ chia cho } 3 \text{ dư } 1\} = \{(7)\} \Rightarrow |B_1| = 1$.
- $C_1 = S(1, 2) = \{(a_i) \mid a_i \text{ chia cho } 3 \text{ dư } 2\} = \{(8)\} \Rightarrow |C_1| = 1$.

Xét phần tử $(a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}) \in S(n+1, 0)$.

- Nếu $a_{n+1} = 6$ hoặc $a_{n+1} = 9$ thì $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in S(n, 0)$.
- Nếu $a_{n+1} = 7$ thì $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in S(n, 1)$.
- Nếu $a_{n+1} = 8$ thì $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in S(n, 2)$.

Suy ra

$$|A_{n+1}| = 2|A_n| + |B_n| + |C_n| \quad (1).$$

Tương tự, ta có

$$|B_{n+1}| = |A_n| + 2|B_n| + |C_n| \quad (2).$$

$$|C_{n+1}| = |A_n| + |B_n| + 2|C_n| \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3), ta có

$$|A_{n+1}| + |B_{n+1}| + |C_{n+1}| = 4(|A_n| + |B_n| + |C_n|).$$

Suy ra

$$|A_n| + |B_n| + |C_n| = 4^n \quad (4)$$

Do đó, số các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X là

$$|A_{2018}| + |B_{2018}| + |C_{2018}| = 4^{2018}.$$

Từ (1), (4) suy ra

$$|A_{n+1}| = |A_n| + 4^n \Rightarrow |A_{n+1}| = |A_1| + (4 + 4^2 + \dots + 4^n) = |A_1| + \frac{4^{n+1} - 4}{3}$$

Suy ra

$$|A_{n+1}| = 2 + \frac{4^{n+1} - 4}{3} = \frac{4^{n+1} + 2}{3}.$$

Do đó, số các số có 2018 chữ số lập từ X mà chia hết cho 3 là $|A_{2018}| = \frac{4^{2018} + 2}{3}$.

Vậy xác suất để chọn được số chia hết cho 3 là $P(|A_{2018}|) = \frac{\frac{4^{2018} + 2}{3}}{4^{2018}} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}} \right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 78. Có 60 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3.

A. $\frac{9}{89}$.

B. $\frac{11}{171}$.

C. $\frac{409}{1225}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là tập các thẻ đánh số a sao cho $1 \leq a \leq 50$ và a chia hết cho 3.

Ta có $A = \{3; 6; \dots; 48\} \Rightarrow |A| = 16$.

Gọi B là tập các thẻ đánh số b sao cho $1 \leq b \leq 50$ và b chia 3 dư 1.

Ta có $B = \{1; 4; \dots; 49\} \Rightarrow |B| = 17$.

Gọi C là tập các thẻ đánh số c sao cho $1 \leq c \leq 50$ và c chia 3 dư 2.

Ta có $C = \{2; 5; \dots; 59\} \Rightarrow |C| = 17$.

Với D là biến cố: “Rút ngẫu nhiên 3 thẻ được đánh số từ 1 đến 50 sao cho tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3”. Ta có 4 trường hợp xảy ra:

Trường hợp 1: Rút 3 thẻ từ A có C_{16}^3 cách.

Trường hợp 2: Rút 3 thẻ từ B có C_{17}^3 cách.

Trường hợp 3: Rút 3 thẻ từ C có C_{17}^3 cách.

Trường hợp 4: Rút mỗi tập 1 thẻ có $16 \cdot 17 \cdot 17 = 4624$ cách.

Suy ra $|D| = 2 \cdot C_{17}^3 + C_{16}^3 + 4624 = 6544$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{6544}{19600} = \frac{409}{1225}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 79. Cho đa giác lồi có 10 cạnh, trong đó không có 3 đường chéo nào đồng quy tại một điểm khác đỉnh của đa giác (3 đường chéo nếu đồng quy chỉ có thể đồng quy tại đỉnh của đa giác). Số giao điểm của các đường chéo của đa giác là

A. 439.

B. 220.

C. 216.

D. 435.

Lời giải.

Cứ hai đường chéo cắt nhau (không trùng với đỉnh) thì 4 đầu mút của chúng tạo thành một tứ giác. Suy ra số giao điểm không trùng với đỉnh của đa giác là số tứ giác được tạo thành từ 10 của đa giác.

Vậy số giao điểm của các đường chéo của đa giác là: $C_{10}^4 + 10 = 220$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 80. Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ ngồi vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{5}{42}$.

B. $\frac{1}{84}$.

C. $\frac{1}{64}$.

D. $\frac{5}{84}$.

Lời giải.

Chọn một học sinh ngồi cố định vào bàn tròn. Khi đó, có $9!$ cách sắp xếp các học sinh còn lại vào bàn tròn. Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A là biến cố “không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau”.

Với một học sinh nam ngồi cố định vào bàn tròn, khi đó

- có $5!$ cách sắp xếp 5 học sinh nam còn lại vào bàn tròn sao cho có thể linh động chừa khoảng trống để học sinh nữ ngồi. Như vậy có tất cả 6 khoảng trống giữa các học sinh nam,
- có A_6^4 cách sắp xếp 4 học sinh nữ vào 6 khoảng trống giữa các học sinh nam.

Như thế, số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 5! \times A_6^4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5! \times A_6^4}{9!} = \frac{5}{42}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 81. Mỗi bạn An và Bình chọn ngẫu nhiên ba số trong tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Xác suất để trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau bằng

A. $\frac{35}{48}$.

B. $\frac{21}{40}$.

C. $\frac{17}{24}$.

D. $\frac{65}{84}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_9^3 = 7056$ (cách).

Gọi là biến cố: “Hai bộ số của An và Bình chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau”.

Khi đó xảy ra hai trường hợp.

TH1: Hai bộ số được chọn, không có số nào giống nhau $\Rightarrow$ có $C_9^3 \cdot C_6^3 = 1680$ (cách).

TH2: Hai bộ số được chọn, có đúng 1 số giống nhau $\Rightarrow$ có $C_9^3 \cdot 3 \cdot C_6^2 = 3780$ (cách).

Suy ra $n(A) = 1680 + 3780 = 5460$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5460}{7056} = \frac{65}{84}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 82. Cho khai triển $T = (1 + x - x^{2017})^{2018} + (1 - x + x^{2018})^{2017}$. Hệ số của số hạng chứa x trong khai triển bằng

A. 0.

B. 4035.

C. 2017.

D. 1.

Lời giải.

Trước hết ta xét hệ số của số hạng chứa x trong khai triển $(1 + x - x^{2017})^{2018}$. Ta có

$$\begin{aligned}(1 + x - x^{2017})^{2018} &= \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (x - x^{2017})^k \\&= \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k (1 - x^{2016})^k \\&= \sum_{k=0}^{2018} \cdot \sum_{i=0}^k C_{2018}^k \cdot C_k^i \cdot (-1)^{2016i} \cdot x^{k+2016i}.\end{aligned}$$

$$\text{Cặp số } (k; i) \text{ cần tìm thỏa mãn hệ } \begin{cases} 0 \leq i \leq k \leq 2018 \\ k + 2016i = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1, i = 0.$$

Vậy hệ số là $C_{2018}^1 \cdot C_1^0$.

Tiếp tục ta xét hệ số của số hạng chứa x trong khai triển $(1 - x + x^{2018})^{2017}$, ta có

$$\begin{aligned}(1 - x + x^{2018})^{2017} &= \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k (x^{2018} - x)^k \\&= \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k x^k (x^{2017} - 1)^k \\&= \sum_{k=0}^{2017} \cdot \sum_{i=0}^k C_{2017}^k \cdot C_k^i \cdot (-1)^{k-i} \cdot x^{k+2017i}.\end{aligned}$$

$$\text{Cặp số } (k; i) \text{ cần tìm thỏa mãn hệ } \begin{cases} 0 \leq i \leq k \leq 2017 \\ k + 2017i = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1, i = 0.$$

Vậy hệ số là $C_{2017}^1 \cdot C_1^0 \cdot (-1)$.

Tóm lại hệ số của x là $2018 - 2017 = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 83. Có hai hộp đựng bi, mỗi viên bi chỉ mang một màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong hai hộp là 20 và xác suất lấy được 2 viên bi đen là $\frac{55}{84}$. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng?

A. $\frac{3}{28}$.

B. $\frac{1}{28}$.

C. $\frac{23}{84}$.

D. $\frac{13}{84}$.

Lời giải.

Gọi hộp 1 có a viên bi trắng, b viên bi đen; hộp 2 có c viên bi trắng, d viên bi đen với a, b, c, d là các số nguyên dương.

Theo giả thiết, ta có $(a + b) + (c + d) = 20$ và $\frac{bd}{(a + b) \cdot (c + d)} = \frac{55}{84}$.

$$\text{Ta có } 100 = \left[\frac{(a+b) + (c+d)}{2} \right]^2 \geq (a+b)(c+d) \Rightarrow (a+b)(c+d) = 84.$$

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} (a+b) + (c+d) = 20 \\ (a+b)(c+d) = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 14 \\ c+d = 6 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a+b = 6 \\ c+d = 14. \end{cases}$$

Không giảm tổng quát, xét $a+b=14, c+d=6$.

Lại có $bd=55=5 \cdot 11$, chọn $b=11; d=5 \Rightarrow a=3; c=1$.

$$\text{Xác suất để lấy được hai viên bi trắng là } P = \frac{ac}{(a+b)(c+d)} = \frac{3}{84} = \frac{1}{28}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 84. Có 5 học sinh không quen biết nhau cùng đến một cửa hàng kem có 6 quầy phục vụ. Xác suất để có 3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác là

$$\text{A. } \frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{5^6}. \quad \text{B. } \frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{6^5}. \quad \text{C. } \frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{6^5}. \quad \text{D. } \frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{5^6}.$$

Lời giải.

Mỗi học sinh có 6 cách chọn vào 1 quầy, suy ra $n(\Omega) = 6^5$.

Gọi A là biến cố: "3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác".

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh để vào cùng một quầy là C_5^3 .

Số cách chọn 1 quầy từ 6 quầy để 3 học sinh trên cùng vào là C_6^1 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 85. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số thỏa mãn số đó có 3 chữ số chẵn và số đứng sau lớn hơn số đứng trước.

$$\text{A. } 2880. \quad \text{B. } 140. \quad \text{C. } 50. \quad \text{D. } 7200.$$

Lời giải.

Trường hợp chọn 3 số chẵn và 4 số bất kì còn lại thì số cách sắp xếp số đứng sau lớn hơn số đứng trước là: $C_5^3 \cdot C_7^4 = 350$ (Vì chỉ có 1 cách sắp xếp theo thứ tự như vậy).

Trường hợp số 0 đứng đầu tiên, chọn 2 số chẵn khác và 4 số còn lại sắp theo thứ tự trên thì số cách là: $C_4^2 \cdot C_7^4 = 210$

Vậy có $350 - 210 = 140$ cách.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 86. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được số các số tự nhiên có 7 chữ số trong đó chữ số 3 có mặt đúng 3 lần còn các chữ số còn lại có mặt đúng một lần là

$$\text{A. } 2160. \quad \text{B. } 840. \quad \text{C. } 360. \quad \text{D. } 720.$$

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần tìm có các chữ số tương ứng với 7 ô trống.

Có 6 cách xếp chữ số 0, trừ ô đầu tiên.

Có C_6^3 cách chọn 3 ô trống còn lại để xếp số 3.

Có $3!$ cách xếp các chữ số còn lại vào 3 ô còn lại.

Vậy có: $6 \cdot C_6^3 \cdot 3! = 720$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 87. Mừng 3 Mậu Tuất vừa rồi ông Đại Gia đến chúc tết và lì xì cho 3 anh em trai tôi. Trong ví của ông Đại Gia chỉ có 4 tờ mệnh giá 200000 đồng và 5 tờ mệnh giá 100000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn trong ví. Ông gọi 3 anh em tôi đứng xếp hàng có thứ tự, anh Cả đứng trước lì xì trước, anh Hai đứng sau lì xì sau và tôi thằng Út đứng sau cùng nên lì xì sau cùng. Hỏi xác suất p bằng bao nhiêu để tôi nhận tiền lì xì có mệnh giá lớn nhất, biết rằng ông Đại Gia lì xì bằng cách rút ngẫu nhiên cho anh em tôi mỗi người chỉ một tờ giấy tiền trong túi của ông?

$$\text{A. } \frac{1}{9}. \quad \text{B. } \frac{4}{9}. \quad \text{C. } \frac{1}{21}. \quad \text{D. } \frac{25}{63}.$$

Lời giải.

Khi Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất có các trường hợp sau xảy ra.

Trường hợp 1: anh Cả và anh hai nhận mỗi người 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$.

Trường hợp 2: anh Cả nhận 100000 đồng và anh hai nhận 200000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 3: anh Cả nhận 200000 đồng và anh hai nhận 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 4: cả ba người đều nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{5}{21}$.

Vậy xác suất để Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất là $\frac{10}{63} + \frac{5}{42} + \frac{5}{42} + \frac{5}{21} = \frac{4}{9}$.

Chú ý: Ta có công thức $P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB)$, trong đó $P(B|A)$ là xác suất của biến cố B khi A đã xảy ra, $P(C|AB)$ là xác suất của biến cố C khi A và B đã xảy ra.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 88. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn trong đó có mặt 2 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{250}{567}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{230}{567}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9A_9^4 = 27216$.

Gọi biến cố A : “Số được chọn có mặt 2 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ”.

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập.

Trường hợp 1: Có chữ số 0.

Chọn chỗ cho chữ số 0 có 4 cách.

Chọn một chữ số chẵn có 4 cách.

Xếp chữ số chẵn đó có 4 cách.

Chọn 3 chữ số lẻ xếp vào 3 chỗ còn lại có $A_5^3 = 60$ cách.

Suy ra số cách chọn trong trường hợp này là $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 60 = 3840$ cách.

Trường hợp 2: Không có chữ số 0.

Chọn 2 chữ số chẵn có C_4^2 cách.

Chọn 3 chữ số lẻ có C_5^3 cách.

Xếp 5 chữ có $5!$ cách.

Suy ra có $C_4^2 \cdot C_5^3 \cdot 5! = 7200$ số.

Do đó $n(A) = 3840 + 7200 = 11040$.

Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 2, 3 và 4 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11040}{27216} = \frac{230}{567}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 89. Tính tổng $S = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

- A. $S = n \cdot C_{2n}^n$. B. $S = n \cdot (C_{2n}^n)^2$. C. $S = (C_{2n}^n)^2$. D. $S = C_{2n}^n$.

Lời giải.

Ta có $(1+x)^{2n} = (1+x)^n(x+1)^n$. (1)

Hệ số x^n trong khai triển $(1+x)^{2n} = \sum_{k=1}^{2n} C_{2n}^k x^k$ là C_{2n}^n . (2)

Mặt khác, $(1+x)^n(x+1)^n = (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n)(C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n)$.

Hệ số x^n trong khai triển tích trên là $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$. (3)

Từ (1), (2), (3) ta có: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 90. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để rút được số mà trong số đó chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

- A. $\frac{3}{32}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{11}{64}$.

Lời giải.

Ta có $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Số cách lập số tự nhiên có 3 chữ số từ tập X là $n(\Omega) = 7 \times 8 \times 8 = 448$.

Gọi A là biến cố “chọn được chữ số từ tập S mà chữ số đứng sau lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước”.

Số $\overline{abc}$ thỏa đề bài khi:

- $1 \leq a < b < c \leq 7$: có $C_7^3 = 35$ số.
- $1 \leq a = b < c \leq 7$: có $C_7^2 = 21$ số.
- $1 \leq a < b = c \leq 7$: có $C_7^2 = 21$ số.
- $1 \leq a = b = c \leq 7$: có 7 số.

Suy ra $n(A) = 84$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{84}{448} = \frac{3}{16}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 91. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $(1 - 2x + 2015x^{2016} - 2016x^{2017} + 2017x^{2018})^{60}$.

- A. $-C_{60}^3$. B. $-8 \cdot C_{60}^3$. C. $8 \cdot C_{60}^3$. D. C_{60}^3 .

Lời giải.

Đặt $p(x) = (1 - 2x + 2015x^{2016} - 2016x^{2017} + 2017x^{2018})^{60}$; $m(x) = 2015x^{2016} - 2016x^{2017} + 2017x^{2018}$, bậc của $m(x)$ lớn hơn hoặc bằng 2016. Khi đó

$$p(x) = [(1-2x) + m(x)]^{60} = (1-2x)^0 + C_{60}^{59}(1-2x) \cdot (m(x))^{59} + \dots + C_{60}^k(1-2x)^k \cdot (m(x))^{60-k} + \dots + (1-2x)^{60}$$

Do đó hệ số của x^3 trong khai triển $p(x)$ chính là hệ số của x^3 trong khai triển $(1 - 2x)^{60}$, ta có kết quả $-8 \cdot C_{60}^3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 92. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển, nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó đứng tại đỉnh C' .

- A. $\frac{453}{2187}$. B. $\frac{435}{2187}$. C. $\frac{1640}{6561}$. D. $\frac{1862}{6561}$.

Lời giải.

- Mỗi lần di chuyển, con sâu có 3 phương án đi nên số phần tử của không gian mẫu là 3^9 .
- Ta gán tọa độ điểm $A(0; 0; 0)$ và $C'(1; 1; 1)$. Mỗi lần di chuyển, tọa độ mà nó đang đứng thay đổi đúng một trong ba thành phần x hoặc y hoặc z và thay đổi từ 0 thành 1 hoặc từ 1 thành 0.
- Vì tọa độ ban đầu là $(0; 0; 0)$ và tọa độ kết thúc là $(1; 1; 1)$ nên số lần thay đổi ở mỗi thành phần là số lẻ và tổng số lần thay đổi bằng 9.
- Có thể thấy số lần thay đổi ở các thành phần là $1 - 7 - 1$; $3 - 3 - 3$; $3 - 5 - 1$ và các hoán vị của nó. Do đó, số đường đi là $3C_9^7C_2^1 + C_9^3C_6^3 + 3!C_9^5C_4^3 = 4920$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{4920}{3^9} = \frac{1640}{6561}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 93. Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù.

A. $\frac{16}{33}$.

B. $\frac{4}{11}$.

C. $\frac{8}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải.

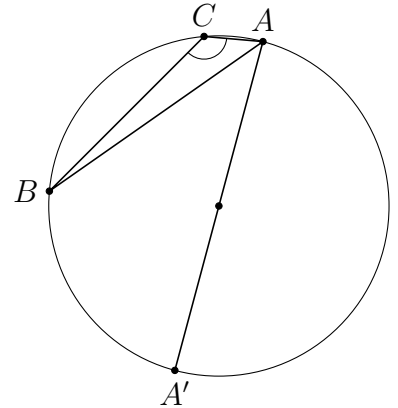
Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều 100 đỉnh.

Xét A là một đỉnh tùy ý của đa giác, kẻ đường kính $AA' \Rightarrow A'$ cũng là một đỉnh của đa giác.

Đường kính AA' chia (O) thành hai nửa đường tròn, với mỗi cách chọn ra 2 điểm B, C là 2 đỉnh của đa giác và cùng thuộc một nửa đường tròn, ta được 1 tam giác tù ABC .

Khi đó số cách chọn B và C là $2 \cdot C_{49}^2$.

Đa giác có 100 đỉnh nên số đường chéo là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác là 50.



Do đó số cách chọn ra 3 đỉnh để lập thành một tam giác tù là $50 \cdot 2 \cdot C_{49}^2 = 100 \cdot C_{49}^2$.

Ta có $n(\Omega) = C_{100}^3$.

Gọi biến cố E : “chọn được 3 đỉnh lập thành một tam giác tù”.

$$\text{Vậy } P(E) = \frac{100 \cdot C_{49}^2}{C_{100}^3} = \frac{8}{11}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 94. Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1 cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm?

A. 2876.

B. 2898.

C. 2012.

D. 2915.

Lời giải.

Các khối lập phương cạnh 1 cm có tất cả là 27 đỉnh. Vậy có tất cả C_{27}^3 bộ ba điểm bao gồm các bộ ba điểm thẳng hàng và không thẳng hàng.

+ Trên mp($ABCD$) có 8 bộ ba điểm thẳng hàng, cùng với hai mp song song với nó thì có $8 \cdot 3 = 24$ bộ ba điểm thẳng hàng.

+ Tương tự trên mp($ABB'A'$), cùng với hai mp song song với nó thì có $8 \cdot 3 = 24$ bộ ba điểm thẳng hàng, nhưng trên mỗi mặt có ba bộ thẳng hàng được đếm hai lần, nên số bộ ba thẳng hàng trong trường hợp này là: $24 - 3 \cdot 3 = 15$.

+ Trên mp($BCC'B'$), cùng với hai mp song song với nó thì có $8 \cdot 3 = 24$ bộ ba điểm thẳng hàng, nhưng trên mỗi mặt có sáu bộ thẳng hàng được đếm hai lần, nên số bộ ba thẳng hàng trong trường hợp này là: $24 - 6 \cdot 3 = 6$.

+ Có 4 bộ ba thẳng hàng nằm trên bốn đường chéo của khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm. Do đó số các tam giác tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm là $C_{27}^3 - 24 - 15 - 6 - 4 = 2876$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 95. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. 1350.

B. 1768.

C. 1771.

D. 2024.

Lời giải.

Để rút được bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị thì 3 thẻ rút được phải không có hai thẻ nào là hai số tự nhiên liên tiếp.

Số cách rút 3 thẻ bất kỳ là C_{26}^3 .

Số cách rút ra 3 thẻ có đúng hai số tự nhiên liên tiếp được xác định như sau:

Chọn 2 số tự nhiên liên tiếp: $\{1, 2\}; \{2, 3\}; \dots; \{25, 26\}$.

TH1. Chọn hai thẻ liên tiếp là $\{1, 2\}$ hoặc $\{25, 26\}$ có hai cách, thẻ còn lại không được chọn là thẻ số 3 hoặc 24 do đó có 23 cách.

Vậy có $2 \cdot 23 = 46$ cách.

TH2. Chọn hai thẻ là một trong các cặp $\{2, 3\}; \{3, 4\}; \dots; \{24, 25\}$ có 23 cách, chọn thẻ còn lại chỉ có $26 - 4 = 22$ cách.

Vậy có $23 \cdot 22 = 506$ cách.

Số cách chọn 3 thẻ trong đó 3 thẻ được đánh số tự nhiên liên tiếp là $\{1, 2, 3\}; \{2, 3, 4\}; \dots; \{24, 25, 26\}$ có 24 cách.

Vậy có $C_{26}^3 - 46 - 506 - 24 = 2024$ cách chọn bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 96. Khai triển đa thức $P(x) = (2x - 1)^{1000}$ ta được biểu thức sau

$$P(x) = A_{1000}x^{1000} + A_{999}x^{999} + \dots + A_1x + A_0.$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 = 2^n.$

B. $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 = 1.$

C. $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 = 2^n - 1.$

D. $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 = 0.$

Lời giải.

Ta có $P(x) = A_{1000}x^{1000} + A_{999}x^{999} + \dots + A_1x + A_0.$

Cho $x = 1$ ta được $P(1) = A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 + A_0.$

Mặt khác $P(1) = (2 \cdot 1 - 1)^{1000} = 1.$

Từ đó suy ra $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 + A_0 = 1$ hay $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 = 1 - A_0.$

Mà A_0 là số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = (2x - 1)^{1000}$ nên

$$A_0 = C_{1000}^{1000}(2x)^0(-1)^{1000} = C_{1000}^{1000} = 1.$$

Vậy $A_{1000} + A_{999} + \dots + A_1 = 0.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 97. Một xạ thủ bắn vào một tấm bia biết xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2 ; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại Giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Tính xác suất để xạ thủ này đạt loại Giỏi.

A. 0,0935.

B. 0,0365.

C. 0,0855.

D. 0,0755.

Lời giải.

Gọi H là biến cố “Xạ thủ bắn đạt loại Giỏi” và A, B, C, D là các biến cố sau:

A là biến cố “Ba viên trúng vòng 10.”

B là biến cố “Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9”.

C là biến cố “Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9”.

D là biến cố “Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8”.

Khi đó, A, B, C, D là các biến cố đôi một xung khắc và $H = A \cup B \cup C \cup D.$

Theo quy tắc cộng xác suất $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D).$

Mặt khác

$$P(A) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008.$$

$$P(B) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,25 + 0,2 \cdot 0,25 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,25 \cdot 0,2 = 0,03.$$

$$P(C) = 0,2 \cdot 0,25 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 0,2 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 0,25 \cdot 0,2 = 0,0375.$$

$$P(D) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,15 + 0,2 \cdot 0,15 \cdot 0,2 + 0,15 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,018.$$

Vậy xác suất để xạ thủ này đạt loại Giỏi là $P(H) = 0,008 + 0,03 + 0,0375 + 0,018 = 0,0935.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 98. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

- A. $\frac{369}{6250}$. B. $\frac{198}{3125}$. C. $\frac{396}{625}$. D. $\frac{512}{3125}$.

Lời giải.

Nhận thấy $S = \{1000008, 1000017, \dots, 9999990, 9999999\}$ nên số phần tử của S là $\frac{9999999 - 1000008}{9} + 1 = 100000$.

Ta sẽ đếm số các phần tử của S có các chữ số đôi một khác nhau.

Tổng của 7 chữ số được sử dụng chia hết cho 9 mà $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$ chia hết cho 9 nên 3 chữ số không được sử dụng trong các số thỏa mãn có tổng chia hết cho 9.

Nếu 3 chữ số không được sử dụng là $(0; 1; 8)$, $(0; 2; 7)$, $(0; 3; 6)$, $(0; 4; 5)$ thì mỗi bộ 7 chữ số còn lại sẽ tạo được 7! số có 7 chữ số.

Nếu 3 chữ số không được sử dụng là $(1; 2; 6)$, $(1; 3; 5)$, $(1; 8; 9)$, $(2; 3; 4)$, $(2; 7; 9)$, $(3; 6; 9)$, $(3; 7; 8)$, $(4; 5; 9)$, $(4; 6; 8)$, $(5; 6; 7)$ thì mỗi bộ 7 chữ số còn lại sẽ tạo được $6 \cdot 6!$ số có 7 chữ số.

Vậy có tổng cộng $4 \cdot 7! + 10 \cdot 6 \cdot 6! = 63360$ số thuộc S có các chữ số khác nhau.

Suy ra xác suất số nhận được có các chữ số khác nhau là: $\frac{63360}{100000} = \frac{396}{625}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 99. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

- A. $\frac{47}{256}$. B. $\frac{49}{256}$. C. $\frac{51}{256}$. D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “không có hai người liền kề cùng đứng”.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra ta có các trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.
- **Trường hợp 2:** Có 2 đồng xu ngửa.
2 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.
Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.
- **Trường hợp 3:** Có 3 đồng xu ngửa.
Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.
Trong 3 đồng xu ngửa có đúng 2 đồng xu ngửa kề nhau, có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả. Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.
- **Trường hợp 4:** Có 4 đồng xu ngửa.
Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy: $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{47}{256}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 100. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{323}$. B. $\frac{2}{969}$. C. $\frac{7}{216}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Mỗi hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O có các đường chéo đi qua tâm. Ngược lại, với mỗi cặp đường chéo lớn ta có các đầu mút của chúng là 4 đỉnh

của một hình chữ nhật. Suy ra số hình chữ nhật nói trên bằng số cặp đường chéo bằng C_{10}^2 . Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 101. Có 6 xe xếp cạnh nhau thành hàng ngang gồm: 1 xe màu xanh, 2 xe màu vàng và 3 xe màu đỏ. Tính xác suất để hai xe cùng màu không xếp cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{19}{120}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử, A là biến cố “Hai xe cùng màu không xếp cạnh nhau”. Ta có $n(\Omega) = 6!$. Giả sử có 6 vị trí xếp lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Xếp để hai xe cùng màu không đứng cạnh nhau có các trường hợp sau:

- Trường hợp xếp 3 xe đỏ cách đều nhau (vị trí 1, 3, 5 hoặc 2, 4, 6) có $2 \cdot 3!$ cách. Xếp 2 xe vàng và 1 xe xanh vào 3 vị trí còn lại có $3!$ cách.
- Trường hợp xếp 2 xe đỏ ở vị trí 1 và 6 có A_3^2 cách. Vì hai xe đỏ không được đứng cạnh nhau nên xếp cho xe đỏ còn lại có 2 cách (vị trí 3 hoặc 4). Xếp xe xanh sao cho hai xe vàng không đứng cạnh nhau có 2 cách. Xếp 2 xe vàng vào hai vị trí còn lại có $2!$ cách. Vậy tổng số cách xếp là $n(A) = 2 \cdot 3! \cdot 3! + A_3^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2! = 120$. Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 102. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

- A. $\frac{1}{261}$. B. $\frac{1}{385}$. C. $\frac{3}{899}$. D. $\frac{1}{341}$.

Lời giải.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác, do đa giác có số đỉnh là số chẵn nên đường nối một đỉnh tùy ý với tâm O sẽ đi qua một đỉnh khác (ta gọi là 2 điểm xuyên tâm đối).

Do đa giác có 32 đỉnh nên có 16 cặp điểm xuyên tâm đối hay nói gọn hơn là có 16 đường chéo đi qua tâm O .

Với mỗi hai đường chéo qua tâm O ta được 1 hình chữ nhật.

Vì có 12 đường chéo nên số hình chữ nhật là: $C_{16}^2 = 120$.

Số tứ giác tạo thành: $C_{32}^4 = 35960$.

Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là $\frac{3}{899}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 103. Cho khai triển $(1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{15} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{210}x^{210}$. Tính giá trị của $S = C_{15}^0a_0 - C_{15}^1a_1 + C_{15}^2a_2 - \dots - C_{15}^{15}a_{15}$.

- A. $S = 0$. B. $S = 2^{15}$. C. $S = 15$. D. $S = 1$.

Lời giải.

Ta có $(x - 1)^{15} = C_{15}^0x^{15} - C_{15}^1x^{14} + C_{15}^2x^{13} - \dots - C_{15}^{15}$.

Do đó S là hệ số của x^{15} trong khai triển $(x - 1)^{15} \cdot (1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{15} = (x^{15} - 1)^{15}$.

Ta lại có hệ số của x^{15} trong khai triển $(x^{15} - 1)^{15}$ là $C_{15}^{14} = 15$.

Do đó $S = C_{15}^1 = 15$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 104. Bé Minh có một bảng chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?

A. 576.

B. 4374.

C. 139968.

D. 15552.

Lời giải.

3	2	3
2	1	2

Ta đánh số các ô như hình vẽ. Ta chia quá trình tô màu làm ba bước.

- Bước 1: tô màu ô số 1. Ta có $C_3^2 = 3$ cách chọn hai màu, và $C_4^2 = 6$ cách tô hai cạnh bằng một màu trong hai màu đã chọn, hai cạnh còn lại sẽ được tô màu còn lại. Vậy có $3 \cdot 6 = 18$ cách tô ô số 1.
- Bước 2: tô màu các ô số 2. Mỗi một ô số 2 đã được tô một cạnh, có 3 cách chọn cạnh còn lại cùng mang màu này và 2 cách chọn màu cho hai cạnh còn lại. Vậy mỗi ô số 2 có 6 cách tô.
- Bước 3: tô màu các ô số 3. Các ô số 3 đã được tô hai cạnh. Trong cả hai trường hợp hai cạnh này cùng màu hoặc khác màu ta đều có 2 cách để tô các cạnh còn lại.

Vậy có $18 \cdot 6^3 \cdot 2^2 = 15552$ cách tô bảng đã cho.

Chọn đáp án **D**

Câu 105. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Nhà trường định thưởng sách cho 15 học sinh đạt kết quả cao nhất trong kỳ thi thử của trường, mỗi học sinh được thưởng 2 cuốn sách khác loại. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách?

A. $C_{15}^6 C_9^4$.

B. $C_{15}^7 C_9^3$.

C. C_{30}^2 .

D. $C_{15}^3 C_9^4$.

Lời giải.

Chọn 10 trong số 15 học sinh để tặng 10 cuốn sách toán trước, có C_{15}^{10} cách. 5 người còn lại, mỗi người (bắt buộc phải) nhận 1 sách lý và 1 sách hóa. Còn lại 6 sách lý và 4 sách hóa để trao cho 10 người đầu tiên (mỗi người đã có 1 sách toán), số cách trao là C_{10}^6 . Vì vậy, đáp số bài toán là $C_{15}^{10} C_{10}^6 = C_{15}^6 C_9^4$.

Chọn đáp án **A**

Câu 106. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị?

A. 32.

B. 72.

C. 24.

D. 36.

Lời giải.

Gọi $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ là số cần tìm.

Ta có $a_6 \in \{1; 3; 5\}$ và $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$.

- Với $a_6 = 1$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2$, suy ra

$$\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 3; 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4; 5\} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3; 6\}. \end{cases}$$

- Với $a_6 = 3$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4$, suy ra

$$\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1; 6\} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1; 4; 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2; 5\}. \end{cases}$$

- Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6$, suy ra

$$\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 3; 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1; 4\} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1; 4; 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2; 3\}. \end{cases}$$

Mỗi trường hợp có $3! \cdot 2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6 \cdot 12 = 72$ số cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 107. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- A. 108864. B. 80640. C. 217728. D. 145152.

Lời giải.

Có các trường hợp xảy ra như sau:

- Hai học sinh lớp A luôn đứng cạnh nhau, các học sinh lớp còn lại xếp tùy ý: $2!8!$.
- Có đúng một học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^1 2!7!$.
- Có đúng hai học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^2 2!6!$.
- Có đúng ba học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^3 2!5!$.
- Có đúng bốn học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^4 2!4!$.

Vậy có $2!8! + A_4^1 2!7! + A_4^2 2!6! + A_4^3 2!5! + A_4^4 2!4! = 145152$ cách xếp hàng thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 108. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Tính tổng các số của X .

- A. 8 399 160. B. 4 199 580. C. 16 798 320. D. 33 596 640.

Lời giải.

Áp dụng công thức ta có tổng các số là $\frac{1}{2} A_9^4 \times 11110 = 16\,798\,320$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 109. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu bằng cách lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên.

- A. $\frac{463}{4^{10}}$. B. $\frac{436}{10^4}$. C. $\frac{436}{4^{10}}$. D. $\frac{463}{10^4}$.

Lời giải.

Mỗi câu có 4 phương án nên số cách chọn đáp án cho 10 câu hỏi là 4^{10} .

Số cách chọn phương án để được 8 điểm (chỉ có 2 câu sai) là $C_{10}^2 \cdot 3 \cdot 3 = 405$ (cách).

Số cách chọn phương án để được 9 điểm là (chỉ có 1 câu sai) là $C_{10}^1 \cdot 3 = 30$ (cách).

Chỉ có 1 cách chọn phương án để được 10 điểm.

Do đó tổng số cách chọn để được từ 8,0 điểm trở lên là 436 (cách).

Vậy xác suất cần tính là $\frac{436}{4^{10}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 110. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

- A. $\frac{13}{60}$. B. $\frac{9}{11}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{11}{60}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 10^2 = 900$.

Gọi biến cố A: “Chọn được một số thỏa mãn $a \leq b \leq c$ ”.

Vì $a \leq b \leq c$ mà $a \neq 0$ nên trong các chữ số sẽ không có số 0.

Trường hợp 1: Số được chọn có 3 chữ số giống nhau có 9 số.

Trường hợp 2: Số được chọn tạo bởi hai chữ số khác nhau.

Số cách chọn ra 2 chữ số khác nhau từ 9 chữ số trên là C_9^2 .

Mỗi bộ 2 chữ số được chọn tạo ra 2 số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có $2 \cdot C_9^2$ số thỏa mãn.

Trường hợp 3: Số được chọn tạo bởi ba chữ số khác nhau.

Số cách chọn ra 3 chữ số khác nhau từ 9 chữ số trên là: C_9^3 .

Mỗi bộ 3 chữ số được chọn chỉ tạo ra một số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có C_9^3 số thỏa mãn.

Vậy $n(A) = 9 + 2 \cdot C_9^2 + C_9^3 = 165$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{165}{900} = \frac{11}{60}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 111. Gọi S là tập các số có 7 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số chọn được có các chữ số 3, 4, 5 đứng liền nhau và các chữ số 6, 9 đứng liền nhau.

A. $\frac{1}{135}$.

B. $\frac{1}{630}$.

C. $\frac{1}{210}$.

D. $\frac{3}{700}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau $\Omega = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$.

Gọi A là biến cố số chọn được thỏa mãn yêu cầu đề bài

Số thỏa mãn yêu cầu đề bài bắt buộc phải có 5 chữ số 3, 4, 5, 6, 9 nên cần chọn thêm 2 chữ số từ 5 số còn lại (0, 1, 2, 7, 8)

Số cách chọn ra 2 trong 5 chữ số C_5^2 (1)

Theo đề ta “buộc” 3 chữ số 3, 4, 5 lại và xem như 1 phần tử có 3! cách, tương tự cũng buộc 2 chữ số 6 và 9 lại và xem như một phần tử có 2! cách (2)

Sau đó hoán vị 4 phần tử gồm 2 phần tử đã chọn ở (1) và 2 phần tử đã chọn ở (2) có 4! cách

Tổng cộng có $C_5^2 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4!$ số

Nhưng trong cách tính trên vẫn còn số có dạng $\overline{0abcdef}$ tức là có số 0 đứng đầu

Ta tính số phần tử của trường hợp này tương tự như cách làm trên đối với số có 6 chữ số và chắc chắn số 0 đứng đầu, ta có $C_4^1 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!$

Vậy $\Omega_A = C_5^2 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4! - C_4^1 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{\Omega_A}{\Omega} = \frac{C_5^2 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4! - C_4^1 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{1}{210}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 112. Từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $P = \frac{4}{135}$.

B. $P = \frac{3}{20}$.

C. $P = \frac{4}{85}$.

D. $P = \frac{5}{158}$.

Lời giải.

- Số các số gồm 6 chữ số khác nhau từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:
Chọn $a_1 \neq 0$ có 6 cách, sắp xếp các số còn lại có A_6^5 cách nên có tổng số $6 \cdot A_6^5 = 4320$ số.
- Số các số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$:
Ta có $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 3(a_1 + a_2)$ là số chia hết cho 3.
Mà $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ là số chia hết cho 3 nên chữ số không xuất hiện trong số được lập phải là số chia hết cho 3.

Trường hợp 1: Chữ số 0 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1, a_2, \dots, a_6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Khi đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$ nên $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\} = \{\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}\}$.
Có 3! cách xếp các cặp $\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}$ vào các vị trí của các cặp $\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}$,
trong mỗi cặp vị trí lại có 2 cách xếp nên có $3! \cdot 2^3 = 48$ số.

Trường hợp 2: Chữ số 3 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1, a_2, \dots, a_6\} = \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$.

Khi đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$ nên $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\} = \{\{0, 6\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}\}$.

Tương tự như trên nếu coi chữ số 0 như các chữ số khác, ta có 48 cách.

Nhưng cần loại các số có số 0 đứng đầu, có dạng $0\overline{6a_3a_4a_5a_6}$. Lý luận tương tự, có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ số như thế.

Suy ra trường hợp này, ta có $48 - 8 = 40$ số.

Trường hợp 3: Chữ số 6 không có mặt trong số được lập. Ta có $\{a_1, a_2, \dots, a_6\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Tương tự như trường hợp 2, ta có $48 - 8 = 40$ số.

Vậy có $48 + 40 + 40 = 128$ số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

Xác suất cần tìm là $p = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 113. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

A. 0,079.

B. 0,014.

C. 0,055.

D. 0,0495.

Lời giải.

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có dạng $s = \overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$,
 $N = \{1; 2; 3; \dots, 9\}$. Ta có các trường hợp

- *Trường hợp 1.* Các số a, b, c, d đôi một phân biệt.
Khi đó mỗi số s tương ứng với một tập con có 4 phần tử của N . Do đó ta có $C_9^4 = 126$ số.
- *Trường hợp 2.* Trong các số a, b, c, d có đúng một cặp số bằng nhau.
Ta có C_9^3 cách chọn ra một tập con có 3 phần tử của N , giả sử là $\{x, y, z\}$ ($x < y < z$). Với mỗi tập con này, ta có 3 cách tạo ra một phần tử của A là $\overline{xyz}, \overline{xyyz}, \overline{xyzz}$. Vậy trong trường hợp này ta có $3C_9^3 = 252$ số.
- *Trường hợp 3.* Trong các số a, b, c, d có đúng ba số bằng nhau.
Ta có C_9^2 cách chọn ra một tập hợp có hai phần tử của N , giả sử là $\{x, y\}$ ($x < y$). Với mỗi tập con này ta có hai cách tạo ra một phần tử của A là $\overline{xxx}y$ hoặc $\overline{xyyy}$. Trong trường hợp này ta có $2C_9^2 = 72$ số.
- *Trường hợp 4.* Trong các số a, b, c, d có đúng hai cặp số bằng nhau và hai cặp này khác nhau.
Ta có C_9^2 cách chọn ra một tập hợp có hai phần tử của N , giả sử là $\{x, y\}$ ($x < y$). Với mỗi tập con này ta có một cách tạo ra một phần tử của A là $\overline{xyxy}$. Trong trường hợp này ta có $C_9^2 = 36$ số.
- *Trường hợp 5.* $a = b = c = d$. Dễ thấy có 9 số thỏa mãn.

Vậy số phần tử của A là $126 + 252 + 72 + 36 + 9 = 495$. Suy ra xác suất cần tìm là $\frac{495}{9000} = 0,055$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 114. Cho đa giác đều 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 60 đỉnh của đa giác là

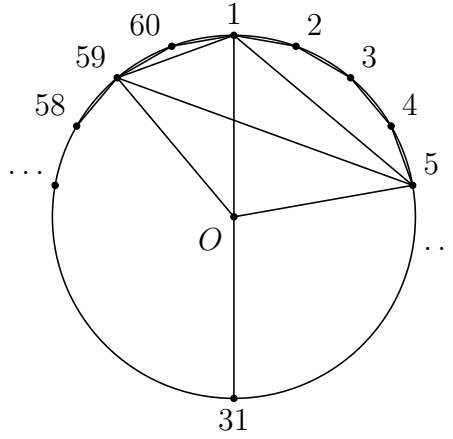
A. 48720.

B. 16420.

C. 34220.

D. 24360.

Lời giải.



Ta đánh số các đỉnh của đa giác là 1, 2, 3, ..., 60 theo chiều kim đồng hồ như hình vẽ. Ta sẽ đếm số tam giác tù đỉnh 1. Gọi a, b ($2 \leq a < b \leq 60$) là hai đỉnh còn lại. Tam giác gồm ba đỉnh 1, a, b tù tại đỉnh 1 khi và chỉ khi góc này chắn cung có số đo lớn hơn 180° . Điều này tương đương $\frac{360}{6}(b - a) > 180^\circ$ hay $b - 30 > a$. Ta sẽ đếm số bộ số gồm hai số a và $b - 30$ thỏa mãn $2 \leq a < b - 30 \leq 30$. Có tất cả C_{29}^2 bộ số như vậy, từ đó có C_{29}^2 cách chọn ra hai đỉnh a, b . Hoàn toàn tương tự, số các tam giác tù tại các đỉnh 2, 3, ..., 60 cũng là C_{29}^2 . Vậy có tất cả $60 \cdot C_{29}^2 = 24306$ tam giác tù.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 115. Trước kì thi học kì hai lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kì của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi B là biến cố “Học sinh TWO làm đúng 2 trong 3 bài toán thi”.

Gọi C là biến cố “Học sinh TWO làm đúng cả 3 bài toán thi”.

Gọi A là biến cố “ Học sinh TWO không phải thi lại”.

Ta có $A = B \cup C$ và B, C là hai biến cố xung khắc.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{2n}^3$.

- Xét biến cố B .

- Chọn 2 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^2 .
- Chọn 1 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^1 .

$$\text{Từ đó suy ra } P(B) = \frac{C_n^2 \cdot C_n^1}{C_{2n}^3}.$$

- Tương tự với biến cố C ta được $P(C) = \frac{C_n^3}{C_{2n}^3}$.

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 116. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

A. 2530.

B. 1376.

C. 2612.

D. 2400.

Lời giải.

Số hoán vị 5 chữ số lẻ 1; 1; 1; 3; 5 là $\frac{5!}{3!}$.

Ứng với mỗi hoán vị có 6 vị trí đầu, cuối và xen kẽ giữa hai chữ số lẻ. Do đó có A_6^3 cách sắp xếp ba chữ số chẵn 2; 4; 6 vào trong 6 vị trí đó để được số thỏa mãn đề bài. Vậy số các số thỏa mãn đề bài là $\frac{5!}{3!} \cdot A_6^3 = 2400$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 117. Có 3 quyển sách Văn học khác nhau, 4 quyển sách Toán học khác nhau và 7 quyển sách Tiếng Anh khác nhau được xếp lên một kệ ngang. Tính xác suất để hai cuốn sách cùng môn không ở cạnh nhau

A. $\frac{19}{1202}$.B. $\frac{19}{1012}$.C. $\frac{5}{8008}$.D. $\frac{19}{12012}$.**Lời giải.**

	T.A		T.A		T.A		T.A		T.A		T.A		T.A	
1		2		3		4		5		6		7		8

Gọi Ω là biến cố “xếp 14 quyển sách lên kệ sách một cách tùy ý” $\Rightarrow n(\Omega) = 14!$.

A là biến cố “xếp 14 cuốn sách lên kệ sách sao cho hai cuốn sách cùng môn không ở cạnh nhau”.

- Xếp 7 quyển sách Tiếng Anh vào kệ có $7!$ cách.

- 7 quyển sách Tiếng Anh tạo ra 8 chỗ trống (gồm 6 chỗ trống ở giữa và 2 chỗ trống trước sau).

Đánh số từ 1 đến 8, từ trái sang phải cho các chỗ trống. Khi đó ta xét các trường hợp:

TH1: Xếp sách Văn hoặc Toán vào vị trí từ 1 đến 7 có $7!$ cách.

TH2: Xếp sách Văn hoặc Toán vào vị trí từ 2 đến 8 có $7!$ cách.

TH3: Xếp 1 cặp sách Văn – Toán chung vào ngăn 2, các ngăn 3, 4, 5, 6, 7 xếp tùy ý số sách còn lại. Ta có

+ Số cách chọn 1 cặp sách Văn – Toán: $3 \cdot 4$ cách.

+ Vị trí 2 cuốn sách trong cặp sách: $2!$ cách.

+ Xếp các sách còn lại vào các ngăn 3, 4, 5, 6, 7 có $5!$ cách.

Vậy ta có số cách xếp 1 cặp sách Văn – Toán chung vào ngăn 2, các ngăn 3, 4, 5, 6, 7 xếp tùy ý số sách còn lại là $3 \cdot 4 \cdot 2! \cdot 5!$ cách.

Tương tự cho xếp cặp sách Văn – Toán lần lượt vào các ngăn 3, 4, 5, 6, 7.

Số trường hợp thuận lợi của biến cố là $n(A) = 7!(2 \cdot 7! + 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5!)$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{19}{12012}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 118. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{4473}{8128}$.B. $\frac{2279}{4064}$.C. $\frac{53}{96}$.D. $\frac{55}{96}$.**Lời giải.**

Số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 có tối đa 6 chữ số.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 , được lập từ hai chữ số 0 và 1 bằng

$$2 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 64 \text{ (số)}. \text{ Suy ra } n(S) = 64.$$

Vì số cần lập chia hết cho 3 nên trong cấu tạo số của nó, hoặc không có chữ số 1 nào (là số 0), hoặc có đúng 3 chữ số 1, hoặc có đúng 6 chữ số 1 (là số 111111).

Xét số có 3 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và không có chữ số 0. Có thể lập được 1 số như thế.

Xét số có 4 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và một chữ số 0. Có thể lập được C_3^2 số như thế.

Xét số có 5 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và hai chữ số 0. Có thể lập được C_4^2 số như thế.

Xét số có 6 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và ba chữ số 0. Có thể lập được C_5^2 số như thế.

Vậy có thể lập được $3 + C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 = 22$ số chia hết cho 3.

Lấy 2 số từ S , có C_{64}^2 cách. Suy ra $n(\Omega) = C_{64}^2 = 2016$.

Gọi A là biến cố: “lấy ngẫu nhiên hai số từ S được ít nhất một số chia hết cho 3”. Ta có $n(A) = C_{22}^2 + C_{22}^1 \cdot C_{42}^1 = 1155$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1155}{2016} = \frac{55}{96}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 119. Từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số.

B. 144 số.

C. 108 số.

D. 228 số.

Lời giải.

Gọi $x = \overline{abcd}$ là số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau lập từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8 và phải có mặt chữ số 3. Có các trường hợp sau:

- Trường hợp $a = 3$, vì x lẻ nên $d \in \{1; 5\}$, d có 2 cách chọn, sau khi chọn a và d thì mỗi cách chọn $\overline{bc}$ là một chỉnh hợp chập 2 của tập $\{0, 1, 2, 3, 5, 8\} \setminus \{a; d\}$, hay $\overline{bc}$ có $A_4^2 = 12$ cách chọn.

Trường hợp này có $2 \cdot 12 = 24$ số.

- Trường hợp $d = 3$, vì $a \neq 0$ và $a \neq d$ nên a có 4 cách chọn, sau khi chọn a và d thì mỗi cách chọn $\overline{bc}$ là một chỉnh hợp chập 2 của tập $\{0, 1, 2, 3, 5, 8\} \setminus \{a; d\}$, hay $\overline{bc}$ có $A_4^2 = 12$ cách chọn.

Trường hợp này có $4 \cdot 12 = 48$ số.

- Trường hợp $b = 3$, vì x lẻ nên $d \in \{1; 5\}$, d có 2 cách chọn, sau khi chọn b và d , do $a \neq 0, a \neq b, a \neq d$ nên a có 3 cách chọn, sau khi chọn a, b, d thì c có 3 cách chọn.

Trường hợp này có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số.

- Trường hợp $c = 3$ có 18 số.

Vậy có $24 + 48 + 18 + 18 = 108$ số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3 được lập từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 120. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3 và có 3 chữ số phân biệt?

A. 180.

B. 150.

C. 45.

D. 99.

Câu 121. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, gọi S là tập hợp các số có 8 chữ số đôi một khác nhau lập từ tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , xác suất để số được chọn có tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{35}$.

C. $\frac{12}{245}$.

D. $\frac{4}{35}$.

Lời giải.

Tổng các chữ số của tập S là $T = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

Ta chia tập S thành hai tập B, C mỗi tập 4 phần tử sao cho tổng các phần tử của B, C đều bằng 14 và $B \cap C = \emptyset$

Suy ra

B	C
$\{0; 1; 6; 7\}$	$\{2; 3; 4; 5\}$
$\{0; 2; 5; 7\}$	$\{1; 3; 4; 6\}$
$\{0; 3; 4; 7\}$	$\{1; 2; 5; 6\}$
$\{0; 3; 5; 6\}$	$\{1; 2; 4; 7\}$

Số các số có 8 chữ số lập từ tập S là $7 \cdot 7!$

Gọi $\overline{a_1 a_2 \cdots a_8}$ là số có 8 chữ số thỏa mãn đề bài.

TH1 $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ lấy từ các chữ số từ tập C khi đó có: $4 \cdot 4! \cdot 4!$ số thỏa mãn.

TH2 $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ lấy từ các chữ số từ tập B khi đó có: $4 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 4!$ số thỏa mãn.

Vậy có $4 \cdot 4! \cdot 4! + 4 \cdot 3! \cdot 4! = 4 \cdot 4!(3! + 4!)$ số

Xác suất để số được chọn có tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối là

$$P = \frac{4 \cdot 4!(3 \cdot 3! + 4!)}{7 \cdot 7!} = \frac{4}{35}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 122. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 20\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 số từ tập A sao cho không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

A. C_{15}^5 .

B. C_{16}^5 .

C. C_{17}^5 .

D. C_{18}^5 .

Lời giải.

Gọi x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 là 5 số lấy ra từ $A = \{1; 2; \dots; 20\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán, tức $x_5 > x_4 + 1 > x_3 + 2 > x_2 + 3 > x_1 + 4$. Đặt $y_1 = x_1, y_2 = x_2 - 1, y_3 = x_3 - 2, y_4 = x_4 - 3, y_5 = x_5 - 4$. Khi đó số cách lấy 5 số x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 thỏa mãn ycbt bằng số cách lấy 5 số y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 thỏa mãn $1 \leq y_1 < y_2 < y_3 < y_4 < y_5 \leq 16$, chính là số cách lấy 5 số đôi một khác nhau trong 16 số và bằng C_{16}^5 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 123. Xét một bảng ô vuông 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách.

A. 144.

B. 72.

C. 90.

D. 80.

Lời giải.

Do tổng số trên mỗi hàng và mỗi cột đều có tổng bằng không nên mỗi hàng có hai chữ số 1 và hai chữ số -1 . Hàng thứ nhất có 6 cách điền:

1, 1, -1 , -1 ; -1 , 1, 1, -1 ; -1 , -1 , 1, 1;

1, -1 , -1 , 1; 1, -1 , 1, -1 ; -1 , 1, -1 , 1.

Ứng với mỗi cách điền số ở hàng thứ nhất, ta có cách điền số ở hàng thứ hai, thứ ba, thứ tư như sau:

- TH1: Hàng hai có không có vị trí giống hàng thứ nhất thì có 1 cách điền hàng 2, tương ứng có 6 cách điền hàng 3 và 1 cách điền hàng thứ 4. Vậy có $6.1.6.1 = 36$ cách.
- TH2: Hàng hai có hai vị trí giống hàng thứ nhất thì có 4 cách điền, tương ứng có 2 cách điền hàng 3 và 1 cách điền hàng thứ 4. Vậy có $6.4.2.1 = 48$ cách.
- TH3: Hàng hai có bốn vị trí giống hàng thứ nhất thì có 1 cách điền, tương ứng có 1 cách điền hàng 3 và 1 cách điền hàng thứ 4. Vậy có $6.1.1.1 = 6$ cách.
- Vậy tất cả có $36 + 48 + 6 = 90$ cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 124. Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng

A. 168.

B. 120.

C. 204.

D. 240.

Lời giải.

Số nguyên cần lập có 3 chữ số đôi một khác nhau. Xét hai trường hợp sau:

- *Trường hợp 1.* Các chữ số tăng dần từ trái qua phải.
Khi đó 3 chữ số được chọn từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.
Với một cách chọn 3 chữ số từ tập này ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự tăng dần. Do đó số các số lập được trong trường hợp này là C_9^3 .
- *Trường hợp 2.* Các chữ số giảm dần từ trái qua phải.
Khi đó 3 chữ số được chọn từ tập $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Với một cách chọn 3 chữ số từ tập này ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần. Do đó số các số lập được trong trường hợp này là: C_{10}^3 .

Vậy số các số cần tìm là $C_9^3 + C_{10}^3 = 204$ số.

Chọn đáp án **C** □

Câu 125. Có 50 học sinh là cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có 4 cặp là anh em sinh đôi (không có anh chị em sinh ba trở lên). Cần chọn ra 5 học sinh trong 50 học sinh trên. Có bao nhiêu cách chọn mà trong nhóm 5 em chọn ra không có cặp anh em sinh đôi nào?

- A. 2049300. B. 2049852. C. 850668. D. 2049576.

Lời giải.

1. Số cách chọn 5 học sinh trong 50 học sinh là C_{50}^5 .

2. Gọi A là số cách chọn 5 học sinh mà có hai cặp sinh đôi. ta tính A: - Chọn 2 cặp sinh đôi trong 4 cặp có C_4^2 cách. - Chọn một học sinh trong 46 học sinh còn lại có C_{46}^1 cách.

Vậy $A = C_4^2 \cdot C_{46}^1$.

3. Gọi B là số cách chọn 5 học sinh có đúng một cặp sinh đôi. Ta tính B. - Chọn 1 cặp sinh đôi trong 4 cặp có C_4^1 cách. - Gọi B' là số cách chọn 3 học sinh trong 48 học sinh còn lại sao cho không có cặp sinh đôi nào. Khi đó $B = C_4^1 B'$. Ta tính B'.

+ Chọn 3 học sinh trong 48 học sinh có C_{48}^3 cách.

+ Chọn 3 học sinh trong 48 học sinh sao cho có đúng một cặp sinh đôi có $C_3^1 \cdot C_{46}^1$. Suy ra $B' = C_{48}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1$.

Vậy $B = C_4^1 (C_{48}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1)$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{50}^5 - A - B = C_{50}^5 - C_4^2 \cdot C_{46}^1 - C_4^1 (C_{48}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1) = 2049852$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 126. Khai triển $P(x) = (1 + 3x)^n$ thành đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, ($n \in \mathbb{N}^*$). Gọi M là số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. Tính $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n - M$ biết $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 65536$.

- A. 59866. B. 58975. C. 45124. D. 48040 .

Lời giải.

Ta có $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 65536$

$$\Leftrightarrow P(1) = 65536$$

$$\Leftrightarrow 4^n = 65536$$

$$\Leftrightarrow n = \log_4 65536 = 8.$$

Do đó $P(x) = (1 + 3x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 3^k \cdot x^k$. Như vậy $a_k = C_8^k \cdot 3^k$, $k = 0, 1, 2, \dots, 8$.

Giả sử $a_k \leq a_{k+1}$. Khi đó,

$$C_8^k \cdot 3^k \leq C_8^{k+1} \cdot 3^{k+1} \Leftrightarrow \frac{8!}{k!(8-k)!} \leq 3 \cdot \frac{8!}{(k+1)!(7-k)!}$$

$$\Leftrightarrow k+1 \leq 3(8-k) \Leftrightarrow k \leq \frac{23}{4} = 5.75 \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Suy ra, $a_0 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$ và $a_6 \geq a_7 \geq a_8$.

Như thế, $M = a_6 = C_8^6 \cdot 3^6 = 20412$ là số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$.

Vậy $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n - M = 65536 - 20412 = 45124$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 127. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ bằng

- A. $\frac{1001}{45000}$. B. $\frac{7}{5000}$. C. $\frac{77}{1500}$. D. $\frac{1001}{30000}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số bằng $99999 - 10000 + 1 = 90000$ (số). Suy ra $n(\Omega) = 90000$.

Gọi A là biến cố: “số chọn được có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ ”.

Theo giả thiết bài toán, ta có

$$1 \leq a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq a_1 < a_2 + 2 < a_3 - 1 < a_4 + 2 < a_5 + 5 \leq 14.$$

Suy ra số cách chọn bộ $(a_1, a_2, \dots, a_5)$ bằng số cách chọn ra 5 phần tử phân biệt trong 14 phần tử $\{1; 2; 3; \dots; 14\}$. Từ đó $n(A) = C_{14}^5 = 2002$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2002}{90000} = \frac{1001}{45000}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 128. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

- A. 1350. B. 2024. C. 1768. D. 1771.

Lời giải.

Số kết quả của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{26}^3 = 2600$.

Số cách rút ra ba thẻ, sao cho trong ba thẻ đó luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp, ta có các trường hợp

- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 1; 2, thì thẻ thứ 3 ta có 24 cách rút.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 2; 3, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 1, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 3; 4, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 2, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- ...
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 24; 25, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 23, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 25; 26, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 24, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.

Từ đó suy ra, có $24 + 23 \cdot 24 = 576$ cách rút ra ba thẻ sao cho trong ba thẻ luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp.

Vậy số cách rút ra ba thẻ mà trong hai thẻ bất kỳ lấy ra có hai số tương ứng luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị là $n(\Omega) - 576 = 2024$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 129. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

- A. 43200. B. 90. C. 4320. D. 720.

Lời giải.

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có $6! \cdot A_5^3 = 43200$ cách.

Chọn đáp án **A** □

Câu 130. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1 là

- A. $\frac{25}{1944}$. B. $\frac{41}{81}$. C. $\frac{10}{27}$. D. $\frac{25}{81}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9A_8^5 = 136080$.

Gọi biến cố A: “Số được chọn có mặt chữ số 0 và 1”.

Số cần tìm có dạng là $\overline{abcdef}$ với $a \neq 0$.

Trường hợp 1: $a = 1$.

Khi đó số 0 có 5 cách chọn vị trí.

Các chữ số còn lại có A_8^4 cách chọn.

Vậy có $5A_8^4 = 8400$ số.

Trường hợp 2: $a \neq 1$.

Khi đó số 1 có 5 cách chọn vị trí.

Số 0 có 4 cách chọn vị trí.

Các chữ số còn lại có A_8^4 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot A_8^4 = 33600$.

Do đó $n(A) = 8400 + 33600 = 42000$.

Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42000}{136080} = \frac{25}{81}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 131. Cho số thực $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$ biết rằng $C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k = \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k}$ với k, n là các số nguyên dương thỏa mãn $2 \leq k \leq n$.

- A. $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}$. B. $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1009}$. C. $C_{2014}^{1007} \cdot 2^{1007}$. D. C_{2016}^{1008} .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow C_{n+2}^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow n &= 2016 \end{aligned}$$

$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^{2016} = \sum_{k=0}^{2016} C_{2016}^k 2^{2016-k} x^{2016-2k}$, suy ra hệ số của số hạng không chứa x là $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 132. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{365}{729}$. C. $\frac{13}{27}$. D. $\frac{14}{27}$.

Lời giải.

Gọi A là tập tất cả các số nguyên dương đầu tiên, $A = \{1; 2; 3; \dots; 26; 27\}$

Chọn hai số khác nhau từ A có $n(\Omega) = C_{27}^2 = 351$. Tổng hai số là số chẵn khi cả hai số đó đều chẵn hoặc đều lẻ. Do đó

- Chọn hai số chẵn khác nhau từ tập A có: $C_{13}^2 = 78$.
- Chọn hai số lẻ khác nhau từ tập A có: $C_{14}^2 = 91$.

Số cách chọn là $78 + 91 = 169$
 Xác suất cần tìm là $P = \frac{169}{351} = \frac{13}{27}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 133. Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{3}{14}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A là biến cố: “Tam giác được chọn là tam giác vuông” thì $n(A) = 16 \cdot (2 \cdot 16 - 2) = 480$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{480}{560} = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 134. Cho (H) là đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S , biết rằng xác suất chọn một tam giác vuông trong tập S là $\frac{3}{29}$. Tìm n ?

- A. 12. B. 15. C. 10. D. 20.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu S là số cách chọn 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác H nên bằng C_{2n}^3 . Đa giác đều H có n đường chéo chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp (H) .

Để chọn ra một tam giác vuông. Đầu tiên ta chọn ra một cạnh huyền trong n đường kính, nên có n cách chọn. Tiếp theo chọn 1 điểm trong $2n - 2$ điểm còn lại làm đỉnh góc vuông của tam giác, nên có $2n - 2$ cách chọn.

Số cách chọn ra một tam giác vuông bằng $n \cdot (2n - 2)$ cách.

Xác suất để chọn ra một tam giác vuông là

$$P = \frac{n \cdot (2n - 2)}{C_{2n}^3} = \frac{6n(2n - 2)}{(2n)(2n - 1)(2n - 2)} = \frac{3}{2n - 1}.$$

Theo giả thiết $P = \frac{3}{29}$, suy ra $2n - 1 = 29$ hay $n = 15$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 135. Tính tổng $S = \frac{1}{2018} (C_{2018}^1)^2 + \frac{2}{2017} (C_{2018}^2)^2 + \dots + \frac{2017}{2} (C_{2018}^{2017})^2 + \frac{2018}{1} (C_{2018}^{2018})^2$

- A. $S = \frac{1}{2018} C_{4036}^{2018}$. B. $S = \frac{1}{2018} C_{4036}^{2018}$. C. $S = \frac{2018}{2019} C_{4036}^{2018}$. D. $S = \frac{2018}{2019} C_{2018}^{1009}$.

Lời giải.

$$S = \frac{1}{2018} (C_{2018}^1)^2 + \frac{2}{2017} (C_{2018}^2)^2 + \dots + \frac{2017}{2} (C_{2018}^{2017})^2 + \frac{2018}{1} (C_{2018}^{2018})^2 = \sum_{k=0}^{2019} \frac{k}{2018 + 1 - k} (C_{2018}^k)^2$$

$$\text{Xét số hạng: } \frac{k}{n + 1 - k} (C_n^k)^2 = \frac{k}{n - k + 1} \cdot \frac{n!}{k! (n - k)!} \cdot C_n^k = \frac{n!}{(n - k + 1)! (k - 1)!} \cdot C_n^k = C_n^{k-1} \cdot C_n^k.$$

$$\text{Vậy } \frac{k}{n + 1 - k} (C_n^k)^2 = C_n^{k-1} C_n^k.$$

Suy ra

$$S = \sum_{k=1}^{2018} C_{2018}^{k-1} \cdot C_{2018}^k = \sum_{k=1}^{2018} C_{2018}^{2019-k} \cdot C_{2018}^k = C_{4036}^{2019} = \frac{2018}{2019} C_{4036}^{2018}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 136. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n > 4, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng và không có

4 điểm nào ngoài 4 điểm trong n điểm này đồng phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

A. 12.

B. 6.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.

Cách 1. Số cách chọn 3 điểm trong $2n$ điểm phân biệt đã cho là C_{2n}^3 .

Số cách chọn 3 điểm trong n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng là C_n^3 .

Số mặt phẳng được tạo ra từ $2n$ điểm đã cho là $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 &= 201 \\ \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} &= 200 \\ \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} &= 200 \\ \Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 1200 &= 0 \\ \Leftrightarrow (n-6)(7n^2 + 33n + 200) &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 6. \end{aligned}$$

Vậy $n = 6$ là giá trị cần tìm.

Cách 2. Có các trường hợp sau:

- n điểm đồng phẳng tạo ra 1 mặt phẳng.
- n điểm không đồng phẳng tạo ra C_n^3 mặt phẳng.
- 2 điểm trong n điểm đồng phẳng kết hợp với 1 điểm trong n điểm không đồng phẳng tạo ra $C_n^2 C_n^1 = n \cdot C_n^2$ mặt phẳng.
- 1 điểm trong n điểm đồng phẳng kết hợp với 2 điểm trong n điểm không đồng phẳng tạo ra $C_n^1 C_n^2 = n \cdot C_n^2$ mặt phẳng.

Vậy có $1 + C_n^3 + 2nC_n^2 = 201$. Giải phương trình này ta tìm được $n = 6$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 137. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số các số có các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là 6^5 số.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6^5$.

A là biến cố: “Số được chọn chia hết cho 6”.

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số chia hết cho 6. Ta có $e \in \{2; 4; 6\}$ và $(a + b + c + d + e) : 3$.

e có 3 cách chọn.

d có 6 cách chọn.

c có 6 cách chọn.

b có 6 cách chọn.

Ứng với mỗi cách chọn trên của d, b, c, e ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $(b + c + d + e) : 3 \Rightarrow a : 3 \Rightarrow$ có 2 cách chọn a .

Trường hợp 2: $(b + c + d + e)$ chia 3 dư 1 $\Rightarrow a$ chia 3 dư 2 $\Rightarrow$ có 2 cách chọn a .

Trường hợp 3: $(b + c + d + e)$ chia 3 dư 2 $\Rightarrow a$ chia 3 dư 1 $\Rightarrow$ có 2 cách chọn a .

Như vậy cả 3 tình huống đều có chung kết quả là ứng với ứng với mỗi cách chọn trên của d, b, c, e

cho ta 2 cách chọn a . Ta có $n(A) = 3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 1296$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1296}{6^5} = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 138. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số lẻ bằng

A. $\frac{41}{648}$.

B. $\frac{41}{81}$.

C. $\frac{16}{81}$.

D. $\frac{40}{81}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$

A: “Số được chọn có tổng các chữ số là số lẻ”.

Trường hợp 1: Số được chọn có 3 chữ số lẻ.

Số cách chọn ra và sắp xếp ba chữ số lẻ là A_5^3 .

Trường hợp 2: Số được chọn gồm có 2 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ.

Số cách chọn ra và sắp xếp 2 chữ số là số chẵn và 1 chữ số là số lẻ là $C_5^2 \cdot C_5^1 \cdot 3!$

Số cách chọn ra và sắp xếp 2 chữ số là số chẵn và 1 chữ số lẻ có số 0 đứng đầu là $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot 2!$

Vậy nên số số thỏa biến cố A là: $C_5^2 \cdot C_5^1 \cdot 3! - C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot 2! = 260$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 60 + 260 = 320$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{320}{648} = \frac{40}{81}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 139. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

A. $\frac{7}{816}$.

B. $\frac{14}{136}$.

C. $\frac{21}{136}$.

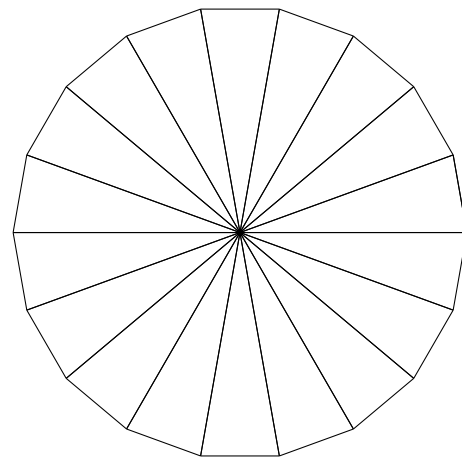
D. $\frac{3}{17}$.

Lời giải.

Qua ba đỉnh của đa giác luôn tạo thành một tam giác nên số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $n(\Omega) = C_{18}^3$.

Có 18 cách chọn một đỉnh của đa giác mỗi đỉnh có 7 cách chọn 2 đỉnh còn lại để được một tam giác cân không đều. Số các tam giác cân không đều là $18 \cdot 7 = 126$. Xác suất cần tìm

$$P(A) = \frac{126}{C_{18}^3} = \frac{21}{136}.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 140.

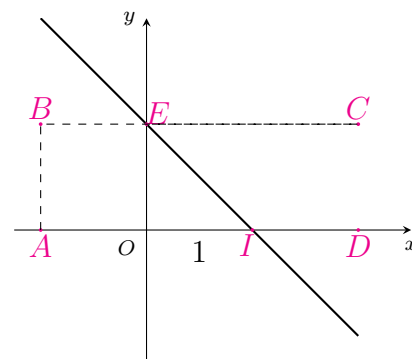
Trên mặt phẳng Oxy , ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$ (hình vẽ). Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{8}{21}$.

D. $\frac{4}{7}$.



Lời giải.

Số các điểm có tọa độ nguyên thuộc hình chữ nhật là $7 \cdot 3 = 21$ điểm vì

$$\begin{cases} x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \\ y \in \{0; 1; 2\}. \end{cases}$$

Để con châu chấu đáp xuống các điểm $M(x, y)$ có $x + y < 2$ thì con châu chấu sẽ nhảy trong khu vực hình thang $BEIA$. Để $M(x, y)$ có tọa độ nguyên thì $\begin{cases} x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \\ y \in \{0; 1; 2\} \end{cases}$ Nếu $x \in \{-2; -1\}$

thì $y \in \{0; 1; 2\} \Rightarrow$ có $2 \cdot 3 = 6$ điểm.

Nếu $x = 0$ thì $y \in \{0; 1\} \Rightarrow$ có 2 điểm.

Nếu $x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$ có 1 điểm.

Suy ra có tất cả $6 + 2 + 1 = 9$ điểm thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tính $P = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 141. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập các số có 5 chữ số khác nhau. Số các số mà tổng các chữ số của nó là số lẻ là

A. 15120.

B. 7920.

C. 66.

D. 120.

Lời giải.

- Trường hợp 1: Số cần lập có 4 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ, có: $C_4^5 \cdot 4! \cdot C_1^5 = 600$ (số).
- Trường hợp 2: Số cần lập có 2 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ, có: $C_2^5 \cdot A_2^4 \cdot A_3^5 = 7200$ (số).
- Trường hợp 3: Số cần lập có 5 chữ số lẻ, có: $5! = 120$ (số).

Vậy theo quy tắc cộng, có: $600 + 7200 + 120 = 7920$ (số).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 142. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

A. $n = 10$.

B. $n = 11$.

C. $n = 5$.

D. $n = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 + C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \\ (1-x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 - C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 - C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} - C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}. \end{cases}$$

Suy ra $(1+x)^{2n+1} - (1-x)^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1})$.

Cho $x = 1$ ta được $2^{2n+1} - 0 = 2(C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}) \Leftrightarrow 4^n = 4^5 \Leftrightarrow n = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 143. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

A. $\frac{4}{645}$.

B. $\frac{2}{1395}$.

C. $\frac{1}{930}$.

D. $\frac{3}{645}$.

Lời giải.

Trước tiên, ta đếm số phần tử của S .

Mỗi tập con thuộc S sẽ có dạng $\{a, b, c\}, 0 < a < b < c < 100, a + b + c = 91$. Khi đó ta có $91 \geq a + (a+1) + (a+2)$ nên $a \leq 29$.

Với mỗi $1 \leq a \leq 29$, ta có $b + c = 91 - a$, mà $c \geq b + 1$ nên $2b \leq 90 - a \Rightarrow b \leq \left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor$ và

$b \geq a + 1$ nên có $\left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor - a$ cách chọn b .

Suy ra số tập con của A thuộc S là $\sum_{a=1}^{29} \left(\left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor - a \right) = 645$.

Hay số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 645$.

Tiếp theo, ta sẽ đếm số cặp số nhân trong S . Vì các số hạng của cấp số nhân là số nguyên dương nên công bội sẽ là số hữu tỷ dương, giả sử số bé nhất của cấp số nhân là a và công bội là $\frac{m}{n}$, với $a, m, n \in \mathbb{Z}^+, a \leq 30; m > n, \text{ƯCLN}(m, n) = 1$.

Khi đó ta có $a \left(1 + \frac{m}{n} + \frac{m^2}{n^2}\right) = 91 \Leftrightarrow a(m^2 + mn + n^2) = 91n^2$.

Vì $\text{ƯCLN}(m, n) = 1$ nên $\text{ƯCLN}(m^2 + mn + n^2, n^2) = 1$ nên suy ra $a : n^2$. Mà $a \leq 30$ nên $n^2 \leq 30 \Rightarrow n \leq 5$.

- Với $n = 1$, ta có $a(m^2 + m + 1) = 91$. Phương trình này có các nghiệm nguyên dương $(a; m) \in \{(1; 9), (7; 3), (13; 2)\}$, nên có các cấp số nhân $(1; 9; 81), (7; 21; 63), (13; 26; 52)$.
- Với $n = 2$, ta có $a(m^2 + 2m + 4) = 364$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 3$, ta có $a(m^2 + 3m + 9) = 819$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 4$, ta có $a(m^2 + 4m + 16) = 1456$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 5$, ta có $a(m^2 + 5m + 25) = 2275$. Phương trình này có nghiệm nguyên dương $(a; m) = (25; 6)$, ta nhận được cấp số nhân $(25; 30; 36)$.

Vậy có 4 cấp số nhân trong S . Gọi A là biến cố “chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân” thì $n(A) = 4$.

Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{645}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 144. Trong một lớp có n học sinh gồm 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n - 3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n , mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

- A.** $n \in [25; 29]$. **B.** $n \in [40; 45]$. **C.** $n \in [30; 34]$. **D.** $n \in [35; 39]$.

Lời giải.

Số cách sắp xếp tùy ý n học sinh vào n chỗ là $n!$ (cách xếp).

Giả sử số ghế của 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh lần lượt là a, b, c .

Khi đó ta có $b = \frac{a+c}{2}$ hay $2b = a + c$.

Do đó a, c phải cùng tính chẵn lẻ.

TH 1. Nếu $n = 2m$ (n là số chẵn).

Nếu a, c cùng chẵn hoặc cùng lẻ thì Chuyên và Tĩnh có $A_{\frac{n}{2}}^2$ cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(n - 3)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Do đó ta có $\frac{2(n-3)!A_{\frac{n}{2}}^2}{n!} = \frac{13}{675} \Leftrightarrow m = \frac{701}{52}$ (loại).

TH 2. $n = 2m + 1$ (n là số lẻ).

- Nếu a, c chẵn thì Chuyên và Tĩnh có A_m^2 cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m - 2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.
- Nếu a, c lẻ thì Chuyên và Tĩnh có A_{m+1}^2 cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m - 2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Khi đó

$$\frac{(2m-2)!(A_m^2 + A_{m+1}^2)}{(2m+1)!} = \frac{13}{675} \Leftrightarrow \frac{m(m-1) + m(m+1)}{(2m+1)2m(2m-1)} \Leftrightarrow m = 13 \Leftrightarrow n = 27.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 145. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân?

A. 81.

B. 165.

C. 45.

D. 216.

Lời giải.

Nếu a, b, c là ba cạnh của một tam giác, thì tất cả phải khác 0 và $a, b, c \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

- Nếu tam giác tạo thành là tam giác đều, có 9 số có tính chất như vậy.
- Nếu tam giác tạo thành là cân nhưng không đều. Trong số đó có đúng 2 chữ số khác nhau trong 3 chữ số. Gọi chúng là a và b . Số các cặp (a, b) là $2 \cdot C_9^2$. Nhưng nếu số lớn hơn (chẳng hạn là a) là độ dài cạnh đáy thì a phải thỏa mãn điều kiện $b < a < 2b$ để đảm bảo bất đẳng thức tam giác. Tất cả các cặp không thỏa mãn điều kiện được liệt kê dưới bảng sau (có 20 cặp).

a	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	4, 3, 2, 1	4, 3, 2, 1	3, 2, 1	3, 2, 1	2, 1	2, 1	1	1	

Mặt khác, có C_3^2 số được lập từ một cặp (a, b) cho trước. Suy ra có $C_3^2 (2 \cdot C_9^2 - 20) = 156$ số.

Vậy số các số thỏa mãn là $9 + 156 = 165$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 146. Có 60 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3.

A. $\frac{11}{171}$.

B. $\frac{9}{89}$.

C. $\frac{409}{1225}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là tập các thẻ đánh số a sao cho $1 \leq a \leq 50$ và a chia hết cho 3. $A = \{3; 6; \dots; 48\} \Rightarrow |A| = 16$

Gọi B là tập các thẻ đánh số b sao cho $1 \leq b \leq 50$ và b chia 3 dư 1. $B = \{1; 4; \dots; 49\} \Rightarrow |B| = 17$

Gọi C là tập các thẻ đánh số c sao cho $1 \leq c \leq 50$ và c chia 3 dư 2. $C = \{2; 5; \dots; 59\} \Rightarrow |C| = 17$.

Với D là biến cố: “Rút ngẫu nhiên 3 thẻ được đánh số từ 1 đến 50 sao cho tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3”. Ta có 4 trường hợp xảy ra:

Trường hợp 1: Rút 3 thẻ từ A : Có C_{16}^3 (cách).

Trường hợp 2: Rút 3 thẻ từ B : Có C_{17}^3 (cách).

Trường hợp 3: Rút 3 thẻ từ C : Có C_{17}^3 (cách).

Trường hợp 4: Rút mỗi tập 1 thẻ: Có $16 \cdot 17 \cdot 17 = 4624$ (cách).

Suy ra $|D| = 2 \cdot C_{17}^3 + C_{16}^3 + 4624 = 6544$.

Vậy xác suất cần tìm $P = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{6544}{19600} = \frac{409}{1225}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 147. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 20\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 số từ tập hợp A sao cho không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

A. C_{17}^5 .

B. C_{16}^5 .

C. C_{18}^5 .

D. C_{15}^5 .

Lời giải.

Gọi các số được chọn là a, b, c, d, e thỏa $a < b < c < d < e$

Vì không có 2 số tự nhiên nào liên tiếp nhau nên $a < b - 1 < c - 2 < d - 3 < e - 4$

Do đó, số cách chọn cần tìm là số cách chọn ra bộ số $(a, b - 1, c - 2, d - 3, e - 4)$ trong 16 số

Vậy có C_{16}^5 cách chọn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 148. Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{5}{14}$.

D. $\frac{9}{14}$.

Lời giải.

Ta có nhận xét: Xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3.

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

- Chọn 3 viên cho phần 1: có C_9^3 cách.
- Chọn 3 viên cho phần 2: có C_6^3 cách.
- Chọn 3 viên lại cho phần 3: có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 = 1680$.

Gọi A là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

- Bộ 1: 2 đỏ - 1 xanh: có $C_4^2 C_5^1$ cách chọn.
- Bộ 2: 1 đỏ - 2 xanh: có $C_2^1 C_4^2$ cách chọn.
- Bộ 3: gồm các viên bi còn lại (1 đỏ - 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\frac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.

Do đó $n(A) = \frac{3!}{2!} C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2 = 1080$.

Vậy xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1080}{1680} = \frac{9}{14}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 149. Trong khai triển của $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10}$ thành đa thức $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

A. $a_6 = 210 \frac{2^6}{3^{10}}$.

B. $a_9 = 10 \frac{2^9}{3^{10}}$.

C. $a_8 = 45 \frac{2^8}{3^{10}}$.

D. $a_5 = 252 \frac{2^5}{3^{10}}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\frac{1}{3}\right)^{10-k} \cdot \left(\frac{2x}{3}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot \frac{2^k}{3^{10}} x^k$.

Suy ra $a_k = C_{10}^k \cdot \frac{2^k}{3^{10}} > 0, \forall k \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Xét $a_k < a_{k+1} \Leftrightarrow C_{10}^k < 2C_{10}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{1}{10-k} < \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow k < \frac{19}{3}$.

Vì $k \in \mathbb{N}$ nên $k = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 \Rightarrow a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7$.

Tương tự $a_k > a_{k+1} \Leftrightarrow k > \frac{19}{3} \Rightarrow k = 7; 8; 9 \Rightarrow a_7 > a_8 > a_9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 150. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $x(1-2x)^7 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 16338.

B. 17682.

C. -672.

D. 153538.

Lời giải.

Ta có

$$x(1-2x)^7 + x^2(1+3x)^{10} = x \sum_{k=0}^7 C_7^k (-2x)^k + x^2 \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l (3x)^l = \sum_{k=0}^7 C_7^k (-2)^k \cdot x^{k+1} + \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l 3^l \cdot x^{l+2}.$$

Hệ số của x^6 trong $\sum_{k=0}^7 C_7^k (-2)^k \cdot x^{k+1}$ là $C_7^5 (-2)^5$.

Hệ số của x^6 trong $\sum_{l=0}^{10} C_{10}^l 3^l \cdot x^{l+2}$ là $C_{10}^4 3^4$.

Vậy hệ số của x^6 trong khai triển $x(1-2x)^7 + x^2(1+3x)^{10}$ là $C_7^5 (-2)^5 + C_{10}^4 3^4 = 16338$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 151. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất sao cho số lấy được chia hết cho 15.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{9}{112}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Lời giải.

Số các số có các số tự nhiên có 4 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 là 9^4 số.

Lực lượng của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9^4$.

Gọi A là biến cố “Số được chọn chia hết cho 15”.

Gọi số có 4 chữ số và chia hết cho 15 có dạng $\overline{abcd}$.

Vì $\overline{abcd} : 15$ nên $d = 5$ và $a + b + c + d$ chia hết cho 3. Suy ra $a + b + c$ chia cho 3 dư 1.

Các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 chia thành 3 nhóm:

• $A = \{1, 4, 7\}$.

• $B = \{2, 5, 8\}$.

• $C = \{3, 6, 9\}$. Ta có a có 9 cách chọn, mỗi cách chọn a có 9 cách chọn b , mỗi cách chọn a, b có 3 cách chọn c .

(thuộc $A = \{1, 4, 7\}$ hoặc thuộc $B = \{2, 5, 8\}$ hoặc thuộc $C = \{3, 6, 9\}$) để $a + b + c$ chia 3 dư 1.

Vậy số các số chia hết cho 15 là $9 \cdot 9 \cdot 3 = 243$ số, suy ra $n(A) = 243$.

Vì vậy $P(A) = \frac{243}{9^4} = \frac{1}{27}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 152. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng

A. 58.

B. 239.

C. 85.

D. 127.

Lời giải.

Vì số chính phương chia 3 dư 1 hoặc 0 nên $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 chỉ có 2 khả năng xảy ra như sau:

Trường hợp 1: Cả 3 số a, b, c cùng chia hết cho 3.

Trường hợp 2: cả 3 số a, b, c cùng không chia hết cho 3.

Trong tập S gồm có 6 số chia hết cho 3 và 14 số không chia hết cho 3.

Xác suất để tìm được 3 số thoả mãn yêu cầu bài toán bằng $\frac{C_6^3 + C_{14}^3}{C_{20}^3} = \frac{32}{95}$.

Từ đó ta có $S = m + n = 32 + 95 = 127$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 153. Cho A là tập các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy một số bất kì của tập hợp A . Tính xác suất để lấy được số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\frac{625}{1701}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{1250}{1701}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Xét số có dạng $a = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_7}$ với $a_1 \neq 0$, $a_1, a_2, \dots, a_7 \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Ta sẽ đếm số các số dạng này thỏa mãn a lẻ và chia hết cho 9. Trước hết a_7 có 5 cách chọn. Ta chọn các số $a_2, a_3, \dots, a_6$ một cách bất kì, sẽ có 10^5 cách chọn. Chú ý rằng a chia hết cho 9 khi và chỉ khi $S = a_1 + a_2 + \dots + a_7$ chia hết cho 9. Mặt khác tổng số dư của tổng $a_2 + a_3 + \dots + a_7$ khi chia cho 9 thuộc vào tập $\{0; 1; 2; \dots; 8\}$, với mỗi trường hợp đó ta đều có duy nhất một cách chọn $a_1 \in \{1; 2; 3; \dots; 9\}$ sao cho tổng S chia hết cho 9. Do đó số cách số a lẻ chia hết cho 9 là $5 \cdot 10^5$.
Mà có $9 \cdot 10^6$ số tự nhiên có 7 chữ số nên xác suất cần tìm là $\frac{5 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^6} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 154. Một túi đựng 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{2C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$.
B. $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$.
C. $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}$.
D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi $A_0 = \{3; 6; 9\}$, $A_1 = \{1; 4; 7; 10\}$, $A_2 = \{2; 5; 8\}$. Để ba số nhận được có tổng chia hết cho 3, ta có các trường hợp

i) Lấy ba phần tử từ A_0 hoặc lấy ba phần tử từ A_1 hoặc lấy ba phần tử từ A_2 , trường hợp này có $2C_3^3 + C_4^3$ cách.

ii) Chọn từ mỗi tập A_0, A_1, A_2 đúng một phần tử, trường hợp này có $C_3^1 C_3^1 C_4^1$ cách.

Vậy xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 155. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số phân biệt được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy một số ngẫu nhiên thuộc S . Tính xác suất để lấy được số chẵn và trong mỗi số đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

- A. $\frac{1}{10}$.
B. $\frac{11}{70}$.
C. $\frac{4}{45}$.
D. $\frac{16}{105}$.

Lời giải.

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$. Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 6 \cdot A_6^3 = 720$.

Gọi A là biến cố: “lấy được số chẵn và trong đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5”.

- Nếu a_1 bất kì.

Chọn cặp số $(a_2; a_3)$ có tổng là 5 có 3 cách $(1; 4), (0; 5), (2; 3)$.

Hoán vị $a_2; a_3$ có 2 cách.

Mỗi cách chọn cặp $(a_2; a_3)$ là giảm đi một chữ số chẵn, do đó số cách chọn a_4 là 3.

Số cách chọn a_1 là 4 cách.

Do đó ta có số cách chọn là $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 72$ cách.

- Nếu $a_1 = 0$.

Chọn cặp số $(a_2; a_3)$ có 2 cách $(2; 3), (1; 4)$.

Hoán vị a_2, a_3 có 2 cách.

Mỗi cách chọn cặp $(a_2; a_3)$ làm giảm đi một chữ số chẵn, do đó có 2 cách chọn a_4 .

Số chữ số trong trường hợp $a_1 = 0$ là $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách.

Do đó số chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n(A) = 72 - 8 = 64$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{64}{720} = \frac{4}{45}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 156. Trên mặt phẳng Oxy ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$. Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh của hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{8}{21}$.

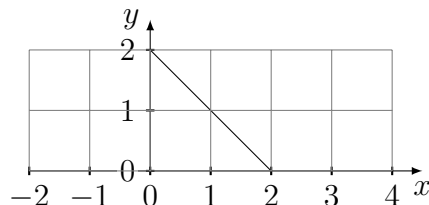
Lời giải.

Số điểm có tọa độ nguyên trong hình chữ nhật là:

$$n(\Omega) = 7 \cdot 3 = 21.$$

Số điểm $M(x; y)$ có tọa độ nguyên nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ và thỏa mãn $x + y < 2$ là $n(A) = 9$.

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$.



Chọn đáp án **C**

Câu 157. Trong kỳ tuyển sinh năm 2017 trường THPT A có 5 học sinh bao gồm 3 nữ, 2 nam cùng đỗ vào khoa B của một trường đại học. Số sinh viên đỗ vào khoa B được chia ngẫu nhiên vào 4 lớp. Tính xác suất để có một lớp có đúng 2 nữ và 1 nam của trường THPT A

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{3}{512}$.

C. $\frac{27}{512}$.

D. $\frac{27}{128}$.

Lời giải.

Mỗi cách xếp ngẫu nhiên 5 bạn (trường THPT A) vào 4 lớp của khoa B chính là một kết quả của không gian mẫu Ω . Vậy không gian mẫu có $n(\Omega) = 4^5 = 1024$ (phần tử). Gọi X : "có một lớp có đúng 2 nữ và 1 nam của trường THPT A"

Chọn ra 2 trong 3 nữ, 1 trong 2 nam của trường THPT A thì sẽ có $3 \times 2 = 6$ (cách). (Còn 2 bạn)

Chọn ra 1 trong 4 lớp của khoa B để xếp 3 bạn vừa chọn thì sẽ có $C_4^1 = 4$ (cách). (Còn 3 lớp)

2 bạn còn lại xếp ngẫu nhiên vào 3 lớp thì sẽ có $3^2 = 9$ (cách).

Theo quy tắc nhân ta có $6 \times 4 \times 9 = 216$ (cách). Mỗi cách chọn như trên là một phần tử của $X \Rightarrow n(X) = 216$ (phần tử)

$$\Rightarrow P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{216}{1024} = \frac{27}{128}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 158. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 46666200.

B. 9333420.

C. 46666240.

D. 9333240.

Lời giải.

Số phần tử của S là $5! = 120$ số. Trong các số thuộc S thì

- Số 5 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần (số các số có dạng $\overline{abcd5}$).
- Tương tự các chữ số 5; 6; 7; 8; 9 đều xuất hiện 24 lần ở mỗi hàng.

Do đó, tổng các số thuộc tập S là $24 \cdot (5 + 6 + 7 + 8 + 9) \cdot (1 + 10 + 100 + 1000 + 10000) = 9333240$.

Chọn đáp án **D**

Câu 159. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là

A. 3003.

B. 2163.

C. 2170.

D. 3843.

Lời giải.

Số cách chọn 5 viên bi bất kì trong hộp là C_{15}^5 .

Khi chọn bất kỳ thì bao gồm các trường hợp sau:

Chỉ có một màu	Chỉ có hai màu	Có đủ 3 màu
----------------	----------------	-------------

Xanh	C_6^5 cách.	Xanh - Đỏ	$C_{11}^5 - C_6^5 - C_5^5$ cách.	
Đỏ	C_5^5 cách.	Đỏ - Vàng	$C_9^5 - C_5^5$ cách.	
		Xanh - Vàng	$C_{10}^5 - C_6^5$ cách.	

Suy ra số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán (có đủ ba màu) là

$$C_{15}^5 - (C_6^5 + C_5^5) - [(C_{11}^5 - C_6^5 - C_5^5) + (C_9^5 - C_5^5) + (C_{10}^5 - C_6^5)] = 2170.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 160. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{16}{81}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{20}{81}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số.

Gọi biến cố A: “ Số được chọn chia hết cho 3”.

Ta có 5 trường hợp xảy ra:

Trường hợp 1: Chọn 2 phần tử thuộc S_1 và $\{0\}$ có 4 số.

Trường hợp 2: Chọn 1 phần tử thuộc S_2 , 1 phần tử thuộc S_3 và $\{0\}$ có $3 \cdot 3 \cdot 2! \cdot 2 = 36$ số.

Trường hợp 3: Chọn 1 phần tử thuộc S_2 , 1 phần tử thuộc S_2 và 1 phần tử thuộc S_3 có $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3! = 108$ số.

Trường hợp 4: Chọn 3 phần tử thuộc S_2 có $3! = 6$ số.

Trường hợp 5: Chọn 3 phần tử thuộc S_3 có $3! = 6$ số.

Do đó $n(A) = 4 + 36 + 108 + 6 + 6 = 160$ số.

Xác suất để số được chọn chia hết cho ba là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{160}{648} = \frac{20}{81}$.

Chọn đáp án **D**

□

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 142

1 C	18 A	35 D	52 B	69 B	86 D	103 C	120 B	137 C	154 B
2 B	19 B	36 C	53 C	70 D	87 B	104 D	121 D	138 D	155 C
3 A	20 A	37 A	54 C	71 A	88 D	105 A	122 B	139 C	156 C
4 A	21 B	38 C	55 C	72 D	89 D	106 B	123 C	140 B	157 D
5 D	22 C	39 C	56 C	73 B	90 C	107 D	124 C	141 B	158 D
6 C	23 B	40 D	57 D	74 B	91 B	108 C	125 B	142 C	159 C
7 C	24 D	41 A	58 D	75 D	92 C	109 C	126 C	143 A	160 D
8 D	25 D	42 C	59 D	76 C	93 C	110 D	127 A	144 A	
9 D	26 B	43 C	60 B	77 C	94 A	111 C	128 B	145 C	
10 C	27 D	44 B	61 A	78 C	95 D	112 A	129 A	146 C	
11 B	28 D	45 A	62 C	79 B	96 D	113 C	130 D	147 B	
12 C	29 D	46 D	63 B	80 A	97 A	114 D	131 A	148 D	
13 A	30 C	47 B	64 D	81 D	98 C	115 D	132 C	149 A	
14 C	31 B	48 D	65 B	82 D	99 A	116 D	133 A	150 A	
15 D	32 A	49 B	66 D	83 B	100 A	117 D	134 B	151 D	
16 B	33 D	50 C	67 C	84 C	101 C	118 D	135 C	152 D	
17 D	34 B	51 D	68 A	85 B	102 C	119 C	136 B	153 B	