

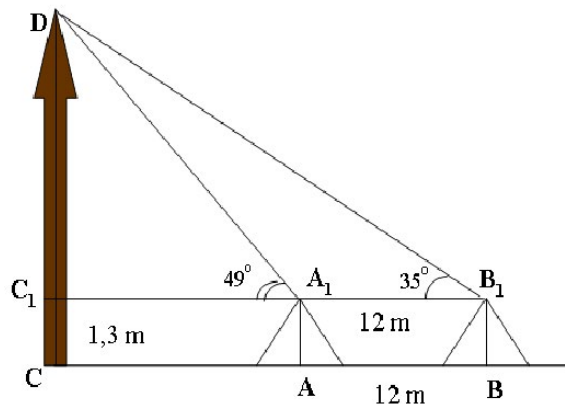
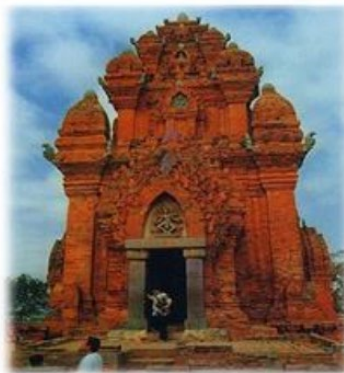
Môn: Toán – Lớp 11 THPT

Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 02 trang

Câu 1. (2,0 điểm) Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\text{ m}$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3\text{ m}$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.



Câu 2. (2,0 điểm) Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Hỏi nhà trường phải thuê mỗi loại xe với số lượng bao nhiêu để chi phí thuê xe thấp nhất.

Câu 3. (2,0 điểm) Giải phương trình : $\frac{\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x + 1 - \sqrt{3}}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 1$.

Câu 4. (2,0 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 4$; $u_{n+1} = 2u_n + 3$ với $n \in \mathbb{N}^*$

a) Xác định số hạng tổng quát u_n .

b) Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 1}{3u_n + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+2}}$.

Câu 5. (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tất cả các cạnh bên đều bằng a . Gọi điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SD = 3SM$, điểm G là trọng tâm tam giác BCD .

- Gọi (α) là mặt phẳng chứa MG và song với CD . Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp với $mp(\alpha)$
- Xác định điểm P thuộc MA và điểm Q thuộc BD sao cho PQ song song với SC . Tính PQ theo a .

Câu 6. (2,0 điểm) Cho $S = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 2023\}$. Lấy ngẫu nhiên 3 số thuộc tập S . Tính xác suất để 3 số lấy được có tổng chia hết cho 3.

Câu 7. (2,0 điểm) Tìm điều kiện của tham số a để phương trình $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ có nghiệm.

Câu 8. (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$; SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; $SO = \frac{3a}{4}$. Gọi E là trung điểm của AD , F là trung điểm của DE .

1/ Chứng minh $(SOF) \perp (SAD)$.

2/ Tính khoảng cách từ O và C đến mặt phẳng (SAD) .

-----**HẾT**-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM ĐỊNH **ĐỀ TẬP HUẤN KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**
TRƯỜNG THPT TRẦN VĂN LAN

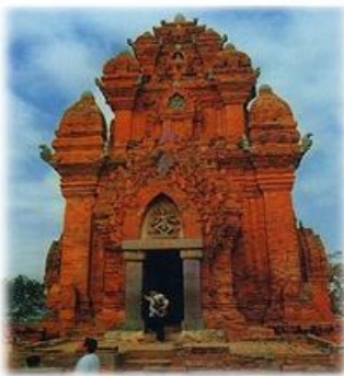
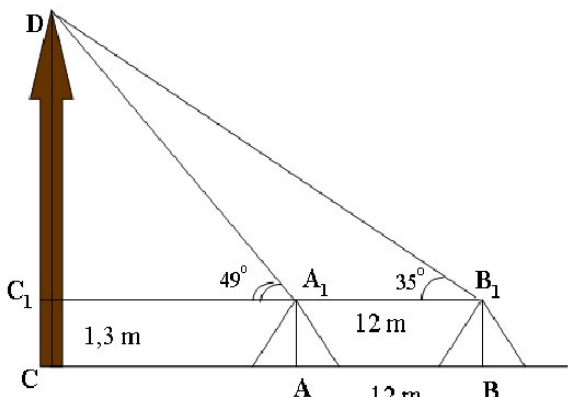
NĂM HỌC 2023 - 2024

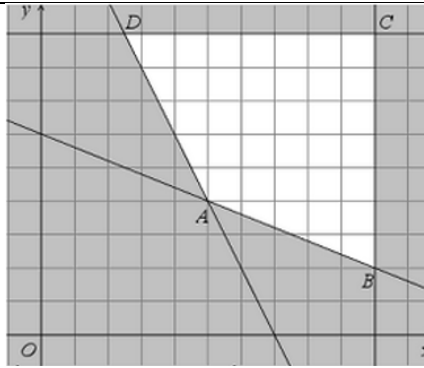
Môn: Toán – Lớp 11 THPT

Thời gian làm bài: 150 phút

(Không kể thời gian phát đề)

HD CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 2 điểm	  Ta có $\widehat{C_1DA_1} = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$; $\widehat{C_1DB_1} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$, nên $\widehat{A_1DB_1} = 14^\circ$. Xét tam giác A_1DB_1, có $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow A_1D = \frac{12 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 28,45 \text{ m}$. Xét tam giác C_1A_1D vuông tại C_1, có $\sin \widehat{C_1A_1D} = \frac{C_1D}{A_1D} \Rightarrow C_1D = A_1D \cdot \sin C_1A_1D = 28,45 \cdot \sin 49^\circ \approx 21,47 \text{ m}$ $\Rightarrow CD = C_1D + CC_1 \approx 22,77 \text{ m}$.	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 2 2 điểm	Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và B. Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $f(x; y) = 4x + 3y$ Ta có x xe loại A chở được $20x$ người và $0,6x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $10y$ người và $1,5y$ tấn hàng. Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $20x + 10y$ người và $0,6x + 1,5y$ tấn hàng. Ta có hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} (*)$ Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ $(*)$. Miền nghiệm của hệ $(*)$ là tứ giác $ABCD$ (kể cả bờ)	0,5đ



Ta có $A(5;4), B(10;2), C(10;9), D\left(\frac{5}{2};9\right)$.

$$f(5;4)=32, f(10;2)=46, f(10;9)=67, f\left(\frac{5}{2};9\right)=37$$

Suy ra $f(x; y)$ nhỏ nhất khi $(x; y) = (5; 4)$

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B .

0.5đ

0.5đ

0.5đ

Câu 3
2 điểm

Điều kiện: $2\sin x - \sqrt{3} \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$

Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x + 1 - \sqrt{3} = 2\sin x - \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x + \sin x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x \cos x + \sin x) - (2\cos^2 x - 1) + 3\cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(2\cos x + 1) - (2\cos^2 x - 3\cos x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(2\cos x + 1) - (2\cos x + 1)(\cos x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\sin x - \cos x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x + 1 = 0 \\ \sin x - \cos x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$+) 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (L) \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi (TM) \end{cases}$$

+) $\sin x - \cos x + 2 = 0$ (PT này vô nghiệm)

Vậy PT có nghiệm là $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

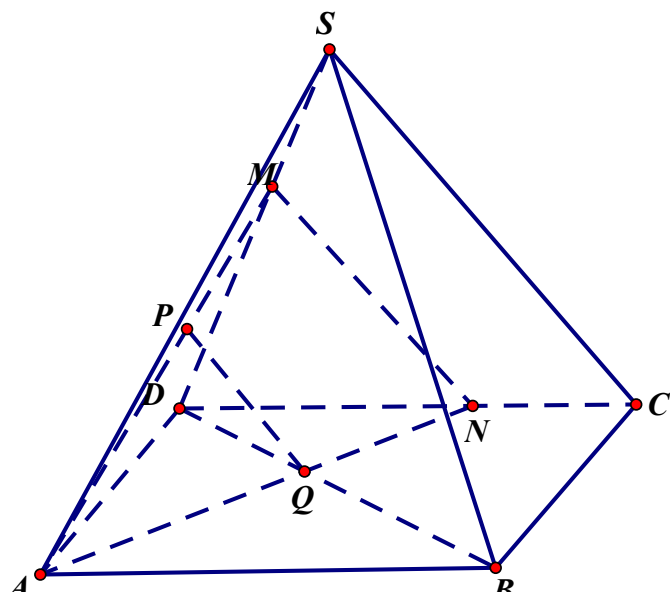
0.5đ

0.5đ

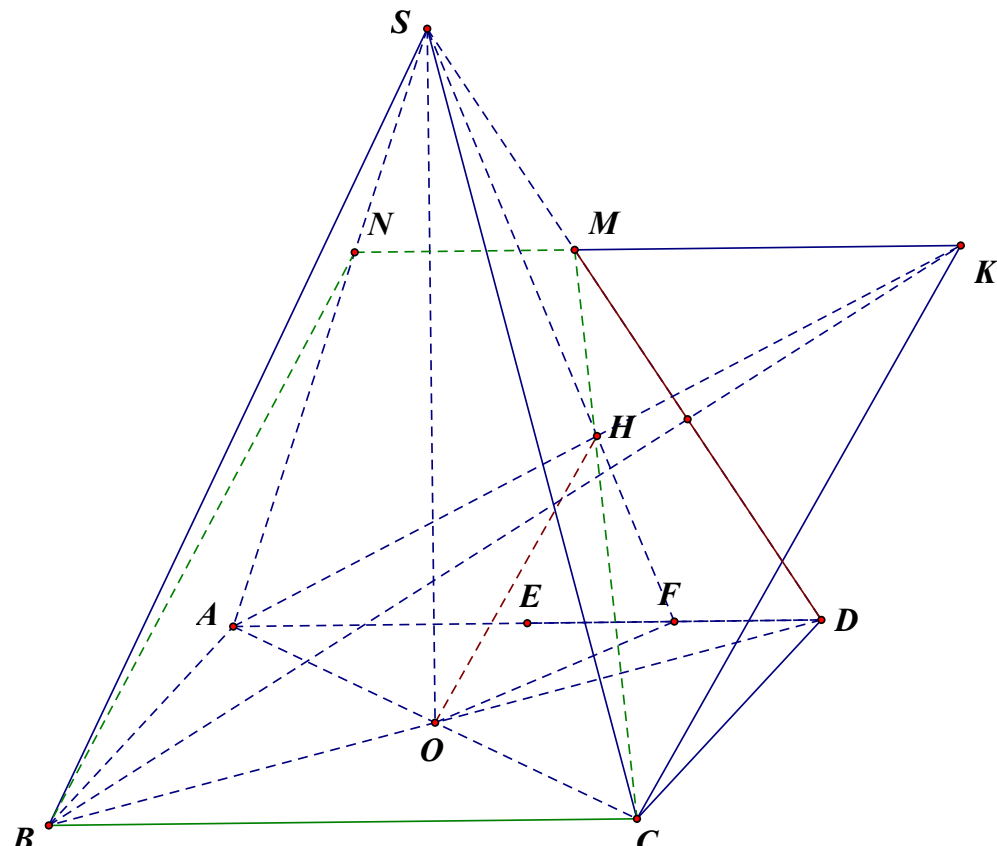
0.5đ

0.5đ

Câu 4 2 điểm	Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 3 \Leftrightarrow u_{n+1} + 3 = 2(u_n + 3)$ Đặt $v_n = u_n + 3$ Ta có $v_1 = 7; v_{n+1} = 2v_n$ Suy ra (v_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$ và số hạng đầu $v_1 = 7$ Suy ra $v_n = 7.2^{n-1} \Rightarrow u_n = 7.2^{n-1} - 3$ Ta có $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 1}{3(7.2^{n-1} - 3) + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.2^n - 1}{\frac{21}{2}.2^n - 9 + \frac{9}{4}.\left(\frac{3}{2}\right)^n}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{21}{2} - 9.\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{9}{4}.\left(\frac{3}{4}\right)^n} = \frac{2}{\frac{21}{2}} = \frac{4}{21}$	0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ
Câu 5 4 điểm	a) Qua G kẻ đường thẳng song song với CD cắt AD và BC lần lượt tại E và F. Qua M kẻ đường thẳng song song với CD cắt SC tại H. Thiết diện của hình chóp với $mp(\alpha)$ là tứ giác $EFHM$. Ta có $HM // EF$ vì cùng song song với CD $MD = HC = \frac{2a}{3}, DE = CF = \frac{a}{3}, \widehat{MDE} = \widehat{HCF} = 60^\circ$ nên tam giác DME bằng tam giác CHF suy ra $ME = HF$ do đó $EFHM$ là hình thang cân	0.5đ 0.5đ

	Ta có $EM^2 = DM^2 + DE^2 - 2DM.DE.\cos 60^\circ = \frac{4a^2}{9} + \frac{a^2}{9} - 2\frac{2a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{3}$ $MH = \frac{a}{3}, EF = a$. Gọi h là độ dài đường cao của hình thang ta có $h = \sqrt{EM^2 - \left(\frac{EF - HM}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ Diện tích thiết diện là $S_{EFHM} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (EF + HM) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{4a}{3} = \frac{2a^2\sqrt{2}}{9}$  b) Qua M dựng đường thẳng song song với SC cắt CD tại N. Nối A với N cắt BD tại Q. Trong mp (AMN) từ Q dựng đường thẳng song song với MN cắt AM tại P. Ta có PQ//MN, MN//SC nên PQ//MN Suy ra hai điểm P, Q thỏa mãn điều kiện bài toán. Ta có $\frac{MN}{SC} = \frac{DM}{DS} = \frac{2}{3}, \frac{AQ}{QN} = \frac{AB}{DN} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AQ}{AN} = \frac{3}{5}$ $\frac{PQ}{MN} = \frac{AQ}{AN} = \frac{3}{5}, \frac{PQ}{SC} = \frac{PQ}{MN} \cdot \frac{MN}{SC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$ Suy ra $PQ = \frac{2a}{5}$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 6 2 điểm	Gọi A là tập hợp các số thuộc S và chia hết cho 3. Tập A có 674 phần tử Gọi B là tập hợp các số thuộc S và chia cho 3 dư 1. Tập B có 675 phần tử. Gọi C là tập hợp các số thuộc S và chia cho 3 dư 2. Tập C có 674 phần tử.	0,5đ

	Số cách để lấy ra 3 số bất kỳ thuộc S là $C_{2023}^3 \Rightarrow n(\Omega) = C_{2023}^3$. Gọi H là biến cố: “Lấy được ba số có tổng chia hết cho 3”. Gọi x, y, z là ba số lấy được. Để $x + y + z$ chia hết cho 3 ta xét các trường hợp sau: Trường hợp 1: x, y, z thuộc cùng một tập hợp A, B, C. Số cách lấy là: $C_{674}^3 + C_{675}^3 + C_{674}^3 \text{ (cách)}$ Trường hợp 2: x, y, z mỗi số thuộc một tập hợp A, B, C. Số cách lấy là: $C_{674}^1 \cdot C_{675}^1 \cdot C_{674}^1 \text{ (cách)}$ Do đó số cách để lấy được ba số thuộc tập S mà có tổng chia hết cho 3 là: $n(H) = C_{674}^3 + C_{675}^3 + C_{674}^3 + C_{674}^1 \cdot C_{675}^1 \cdot C_{674}^1$ Vậy xác suất của biến cố H là $P(H) = \frac{n(H)}{n(\Omega)} = \frac{C_{674}^3 + C_{675}^3 + C_{674}^3 + C_{674}^1 \cdot C_{675}^1 \cdot C_{674}^1}{C_{2023}^3} = \frac{459273373}{1377818771} \approx 0.3333336595$	0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.5đ
Câu 7 2 điểm	Điều kiện của phương trình $\cos x \neq 0, \cos 2x \neq 0, \tan^2 x \neq 1$ Phương trình tương đương $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{a^2 - 2}{\cos^2 x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} \Leftrightarrow \frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{a^2 - 2}{\cos^2 x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}$ $\Leftrightarrow a^2 = \tan^2 x + (a^2 - 2)(1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow (a^2 - 1) \tan^2 x = 2$ - Nếu $a^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow a \leq 1 \Rightarrow (1)$ vô nghiệm. - Nếu $a > 1: (1) \Leftrightarrow \tan^2 x = \frac{2}{a^2 - 1}$. Phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{a^2 - 1} \neq 1 \Leftrightarrow a \neq \sqrt{3}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi $a > 1, a \neq \pm\sqrt{3}$	0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ

Câu 8 4 điểm		
	1/ Tam giác ABD đều nên $BE \perp AD$; $OF \parallel BE \Rightarrow OF \perp AD$ (1).	0.5đ
	$SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AD$ (2).	0.5đ
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD \perp (SOF) \Rightarrow (SAD) \perp (SOF)$.	0.5đ
	2/ Gọi K là hình chiếu của C trên mp(SAD) $\Rightarrow H$ là trung điểm của AK.	
	$mp(\alpha) \equiv mp(BCK)$; $BC \parallel AD$ nên mp(BCK) cắt mp(SAD) theo giao tuyến song song với AD. Từ K kẻ đường thẳng song song với AD cắt SD, SA tại M và N. Thiết diện tạo thành là hình thang BCMN.	0.5đ
	$SF^2 = SO^2 + OF^2 = \frac{12a^2}{16} \Rightarrow SF = \frac{a\sqrt{12}}{4}.$	
	$SO^2 = SH \cdot SF \Rightarrow \frac{SH}{SF} = \frac{SO^2}{SF^2} = \frac{3}{4}.$	0.5đ
	$\Rightarrow MN$ cắt SF tại trung điểm I $\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác SAD.	
	$\Rightarrow MN = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$	0.5đ
	$\Rightarrow S_{td} = \frac{(MN + BC)CK}{2} = \frac{(\frac{a}{2} + a) \frac{3a}{4}}{2} = \frac{9a^2}{16}.$	0.5đ

..... HẾT.....

Chú ý: Các cách giải khác nếu đúng thì chia nhỏ biểu điểm tương đương để chấm, có sự thống nhất trong hội đồng chấm.