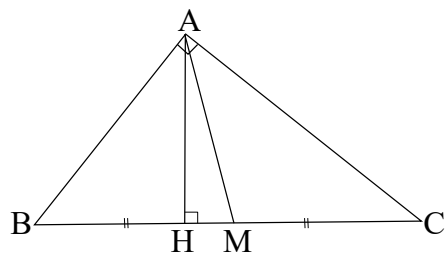


VẤN ĐỀ 1: ÔN TẬP HÌNH HỌC PHẪNG

1/ Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

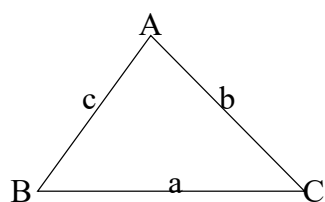
Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, AH là đường cao, AM là đường trung tuyến. Ta có:



$$\begin{aligned} & \diamond BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Pythagoras)} \\ & \diamond AH \cdot BC = AB \cdot AC \\ & \diamond AB^2 = BH \cdot BC, AC^2 = CH \cdot CB \\ & \diamond \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}, AH^2 = HB \cdot HC \\ & \diamond AM = \frac{BC}{2} \end{aligned}$$

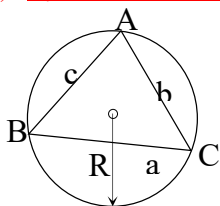
2/ Các hệ thức lượng trong tam giác bất kỳ

a) Định lý hàm số cosin



$$\begin{aligned} * a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ * b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ * c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned}$$

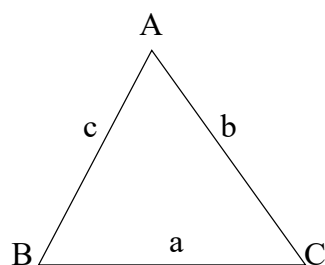
b) Định lý hàm số sin



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

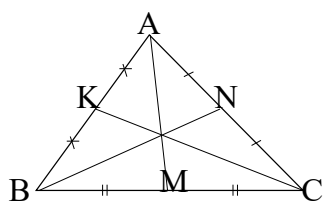
(R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$)

c) Công thức tính diện tích của tam giác



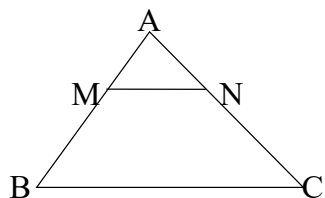
$$\begin{aligned} & \diamond S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ & \diamond S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\ & \diamond S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}, S_{\triangle ABC} = p \cdot r \\ & S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right) \\ & p - \text{nửa chu vi} \\ & r - \text{bán kính đường tròn nội tiếp} \\ & R - \text{bk đường ngoại tiếp} \end{aligned}$$

d) Công thức tính độ dài đường trung tuyến của tam giác



$$\begin{aligned} * AM^2 &= \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} & * BN^2 &= \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ * CK^2 &= \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{aligned}$$

3/ Định lý Talet



$$* MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$$

$$* \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2$$

(Tỉ diện tích bằng tỉ bình phương đồng dạng)

4/ Diện tích của đa giác

a/ Diện tích tam giác vuông Diện tích tam giác vuông bằng $\frac{1}{2}$ tích 2 cạnh góc vuông.	$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$
b/ Diện tích tam giác đều + Diện tích tam giác đều: $S_{\triangle \text{đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ + Chiều cao tam giác đều: $h_{\triangle \text{đều}} = \frac{(\text{cạnh}) \cdot \sqrt{3}}{2}$	$\Rightarrow \begin{cases} S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \\ h = \frac{a \sqrt{3}}{2} \end{cases}$
c/ Diện tích hình vuông và hình chữ nhật + Diện tích hình vuông bằng cạnh bình phương. + Đường chéo hình vuông bằng cạnh nhân $\sqrt{2}$. + Diện tích hình chữ nhật bằng dài nhân rộng.	$\Rightarrow \begin{cases} S_{HV} = a^2 \\ AC = BD = a\sqrt{2} \end{cases}$
d/ Diện tích hình thang Diện tích hình thang: $S_{\text{Hình Thang}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot \text{chiều cao}$	$\Rightarrow S = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$
e/ Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc + Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc nhau bằng $\frac{1}{2}$ tích hai đường chéo. + Hình thoi có hai đường chéo vuông góc nhau tại trung điểm của mỗi đường.	$\Rightarrow S_{H.Thoi} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$
Lưu ý: Trong tính toán diện tích, ta có thể chia đa giác thành những hình đơn giản để tính diện tích, sau đó cộng các diện tích được chia này, ta được diện tích đa giác.	

VẤN ĐỀ 2: ÔN TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN 11

1/ Chứng minh đường thẳng $d \parallel mp(\alpha)$

a. Phương pháp 1: Chứng minh $\left\{ \begin{array}{l} d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \\ (d \not\subset (\alpha)) \end{array} \right\} \Rightarrow d \parallel mp(\alpha)$

b. Phương pháp 2: Chứng minh $\left\{ \begin{array}{l} d \subset (\beta) \\ (\beta) // (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d // mp(\alpha)$

c. Phương pháp 3: Chứng minh d và (α) cùng vuông góc với một đường thẳng hoặc cùng vuông góc với một mặt phẳng.

2/ Chứng minh $mp(\alpha) // mp(\beta)$

a. Phương pháp 1: Chứng minh $mp(\alpha)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau song song với $mp(\beta)$.

b. Phương pháp 2: Chứng minh $mp(\alpha)$ và $mp(\beta)$ cùng song song với 1 mặt phẳng hoặc cùng vuông góc với 1 đường thẳng.

3/ Chứng minh hai đường thẳng song song:

a. Phương pháp 1: Hai $mp(\alpha), (\beta)$ có điểm chung S và lần lượt chứa 2 đường thẳng song song a, b thì $(\alpha) \cap (\beta) = Sx // a // b$.

b. Phương pháp 2: Chứng minh $\left\{ \begin{array}{l} a // mp(\alpha) \\ a \subset mp(\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$.

c. Phương pháp 3: Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.

d. Phương pháp 4: Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song theo giao tuyến song song.

e. Phương pháp 5: Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

f. Phương pháp 6: Sử dụng phương pháp hình học phẳng: Đường trung bình, định lý Talet đảo, ...

4/ Chứng minh đường thẳng $d \perp mp(\alpha)$

a. Phương pháp 1: Chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} d \perp a \\ d \perp b \\ a \cap b \\ a, b \subset mp(\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp mp(\alpha)$

b. Phương pháp 2: Chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} d // d' \\ d' \perp mp(\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp mp(\alpha)$

c. Phương pháp 3: Chứng minh: $\left\{ \begin{array}{l} d \perp mp(\beta) \\ mp(\beta) // mp(\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp mp(\alpha)$

d. Phương pháp 4: Hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ 3 thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ 3: $\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \perp (P) \\ (\beta) \perp (P) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp (P)$

e. Phương pháp 5: Có hai mặt phẳng vuông góc, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của 2 mặt phẳng, cũng vuông góc với mặt phẳng kia: $\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = a \\ d \subset (\alpha) \\ d \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp (\beta)$

5/ Chứng minh đường thẳng $d \perp d'$

a. Phương pháp 1: Đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì $d \perp$ tất cả các đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

b. Phương pháp 2: Sử dụng định lý ba đường vuông góc.

c. Phương pháp 3: Chứng tỏ góc giữa d và d' bằng 90° .

d. Phương pháp 4: Sử dụng hình học phẳng.

6/ Chứng minh $mp(\alpha) \perp mp(\beta)$

a. Phương pháp 1: Chứng minh $\left\{ \begin{matrix} (\alpha) \supset d \\ d \perp (\beta) \end{matrix} \right\} \Rightarrow mp(\alpha) \perp mp(\beta)$ (chứng minh mp chứa 1 đường thẳng vuông

góc với mp kia)

b. Phương pháp 2: Chứng tỏ góc giữa hai mặt phẳng bằng 90° .

PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

(Phần này cần nắm cho thật vững)

I. TÍNH GÓC

1. Tính góc giữa hai đường thẳng a và b chéo nhau

Phương pháp: Có thể sử dụng một trong các cách sau:

a. Cách 1: (theo phương pháp hình học)

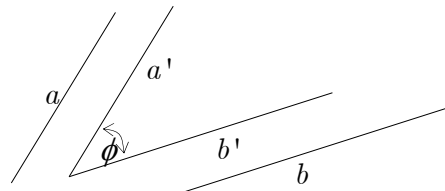
+ Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau thì bằng 0

+ Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau: Là góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau lần lượt vẽ cùng phương với hai đường thẳng đó:

$$\left\{ \begin{matrix} a // a' \\ b // b' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \widehat{(a, b)} = \widehat{(a', b')} = \phi$$

(chú ý: Góc giữa hai đường thẳng chỉ lấy góc nhọn không lấy góc tù)

b. Cách 2: (theo phương pháp véc tơ): $\cos(a, b) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$



2. Tính góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P)

Phương pháp xác định:

+ $a \cap (P) = \{A\}$

+ Trên đường thẳng a lấy điểm M bất kỳ.

+ Tìm điểm H là hình chiếu của M trên mp $(P) \Rightarrow MH \perp (P)$

+ $\widehat{a; (P)} = \widehat{MAH} = \beta$

Chú ý: đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc bằng 0

3. Xác định góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

Phương pháp:

+ Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q)

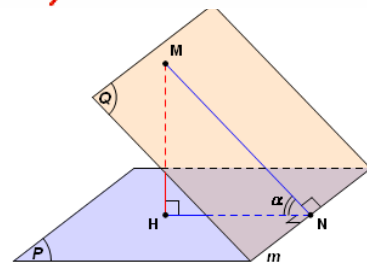
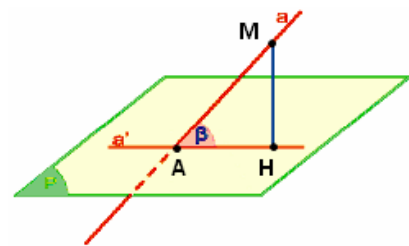
+ Tìm 2 đường thẳng nằm trong 2 mặt phẳng (P) và (Q)

đồng thời 2 đường thẳng này cùng vuông góc với giao tuyến chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q)

+ Góc của 2 mặt phẳng (P) và (Q) là góc của 2 đường thẳng

cùng vuông góc với giao tuyến chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q)

Chú ý: 2 mặt phẳng song song hoặc trùng nhau thì góc bằng 0



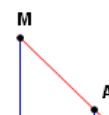
II. TÍNH KHOẢNG CÁCH

1. Tính các khoảng cách giữa một điểm và mặt phẳng

Phương pháp: Để tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, ta phải đi tìm đoạn vuông góc vẽ từ điểm đó đến mặt phẳng, ta hay dùng một trong hai cách sau:

Cách 1:

+ Tìm một mặt phẳng (Q) chứa M và vuông góc với (P) .



+ Xác định $m = (P) \cap (Q)$.

+ Dựng $MH \perp m = (P) \cap (Q), \Rightarrow MH \perp (P)$

Suy ra MH là đoạn cần tìm.

Cách 2: Dựng $MH \parallel AK \perp (P)$

Chú ý:

+ Nếu $MA \parallel (P) \Rightarrow d[M, (P)] = d[A, (P)]$.

+ Nếu $MA \cap (P) = I \Rightarrow \frac{d[M, (P)]}{d[A, (P)]} = \frac{IM}{IA}$

2. Khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng:

+ Khi $a \parallel (P) \Rightarrow d[a, (P)] = d[A, (P)]$ với $A \in (P)$.

+ Khi đường thẳng $a \cap (P)$ hoặc $a \subset (P)$ thì khoảng cách bằng 0

3. Khoảng cách từ một mặt phẳng đến một mặt phẳng:

+ Khi $(P) \parallel (Q) \Rightarrow d[(P), (Q)] = d[M, (Q)]$ với $A \in (P)$.

+ Khi $\begin{cases} (P) \cap (Q) \\ (P) \equiv (Q) \end{cases} \Rightarrow d[(P), (Q)] = 0$

4. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

a. Khi $\begin{cases} (\Delta) \cap (\Delta') \\ (\Delta) \equiv (\Delta') \end{cases} \Rightarrow d[(\Delta), (\Delta')] = 0$.

b. Khi $(\Delta) \parallel (\Delta') \Rightarrow d[(\Delta), (\Delta')] = d[M, (\Delta')] = d[N, (\Delta)]$ với $M \in (\Delta), N \in (\Delta')$.

c. Khi hai đường thẳng chéo nhau:

+ Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau

(Δ) và (Δ') là đường thẳng (a) cắt (Δ) ở M và cắt (Δ') ở N

đồng thời vuông góc với cả (Δ) và (Δ') .

+ Đoạn MN được gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau (Δ) và (Δ') .

+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Phương pháp:

+ **Cách 1:** Dựng mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a và song song với b . Tính khoảng cách từ b đến $mp(P)$

+ **Cách 2:** Dựng hai mặt phẳng song song và lần lượt chứa hai đường thẳng. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là khoảng cách cần tìm.

+ **Cách 3:** Dựng đoạn vuông góc chung và tính độ dài đoạn đó.

* **Cách dựng đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau:**

+ Dựng $(P) \supset b, (P) \parallel a$.

+ Dựng $a' = hch(P)a$, bằng cách lấy $M \in a$

+ Dựng đoạn $MN \perp (P)$, lúc đó a' là đường thẳng đi qua N và song song a .

+ Gọi $H = a' \cap b$, dựng $HK \parallel MN$

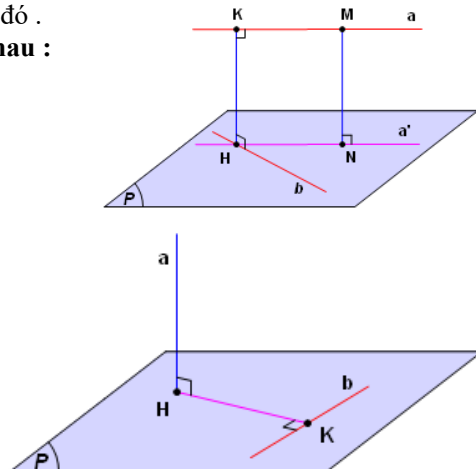
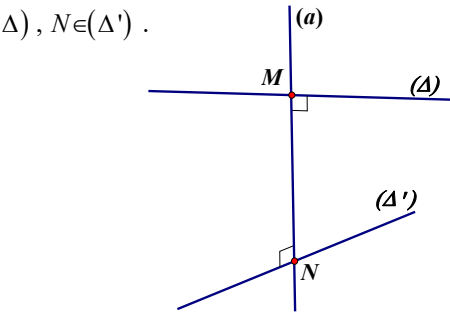
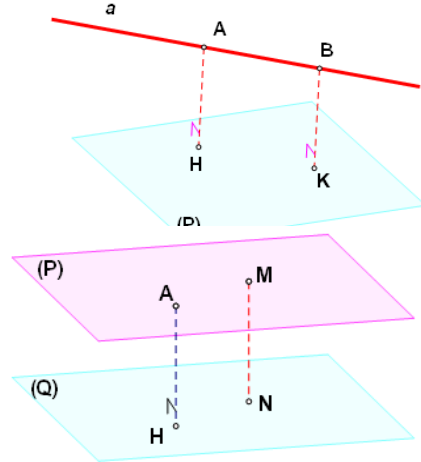
$\Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung cần tìm
(Hay MN là đoạn vuông góc chung cần tìm).

* Nếu hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc nhau thì:

+ Dựng một $mp(P) \supset b, (P) \perp a$ tại H .

+ Trong (P) dựng $HK \perp b$ tại K .

+ Đoạn HK là đoạn vuông góc chung của a và b .



VẤN ĐỀ 3: TÍNH CHẤT CỦA MỘT SỐ HÌNH ĐẶC BIỆT

I. HÌNH CHÓP ĐỀU

1/ Định nghĩa: Một hình chóp được gọi là hình chóp đều nếu có **đáy là một đa giác đều** và có **chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy**.

Nhận xét:

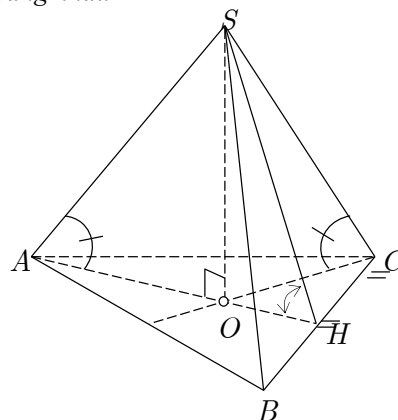
- + Hình chóp đều có các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau.
- + Các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau.
- + Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với mặt đáy các góc bằng nhau.
- + Đáy là đa giác đều (tam giác đều, hình vuông ...)

2/ Hai hình chóp đều thường gặp

a/ Hình chóp tam giác đều:

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Khi đó:

- + Đáy ABC là tam giác đều.
- + Các mặt bên là các tam giác cân tại S .
- + Chiều cao: SO (O là tâm của đáy)
- + Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO}$.
- + Góc giữa mặt bên và mặt đáy: $\widehat{SHO}$.
- + Tính chất: $AO = \frac{2}{3}AH$, $OH = \frac{1}{3}AH$, $AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.



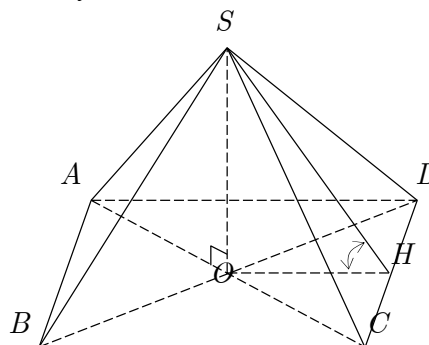
Lưu ý: Hình chóp tam giác đều khác với tứ diện đều:

- + Tứ diện đều có các mặt là các tam giác đều.
- + Tứ diện đều là hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy.

b/ Hình chóp tứ giác đều:

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABCD$.

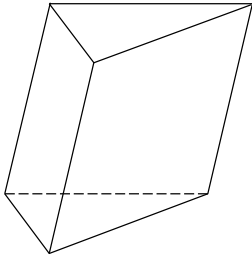
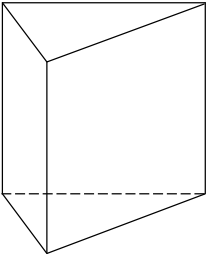
- + Đáy $ABCD$ là hình vuông.
- + Các mặt bên là các tam giác cân tại S .
- + Chiều cao: SO .
- + Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO}$.
- + Góc giữa mặt bên và mặt đáy: $\widehat{SHO}$.



II. TỨ DIỆN ĐỀU:

- + Tứ diện đều có 4 mặt là các tam giác đều
- + Khi hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy thì đó là tứ diện đều. Do đó tứ diện đều có tính chất như hình chóp tam giác.

III. HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

HÌNH LĂNG TRỤ	HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG
 + 2 mặt đáy là đa giác song song và bằng nhau. + các cạnh bên song song và bằng nhau + các mặt bên là hình bình hành + Chiều cao là khoảng cách của 2 mặt đáy Hình hộp: là hình lăng trụ có 2 đáy là hình bình hành	 + 2 mặt đáy là đa giác song song và bằng nhau. + các cạnh bên song song và bằng nhau + các mặt bên là hình bình chữ nhật và vuông góc với 2 mặt đáy + Chiều cao là cạnh bên Hình hộp chữ nhật: là hình lăng trụ đứng có 2 đáy là

hình chữ nhật

Hình lập phương: là hình lăng trụ đứng có 6 mặt là hình vuông.

IV. CHIỀU CAO CỦA MỘT SỐ HÌNH CHÓP CÓ TÍNH CHẤT ĐẶC BIỆT

1/ Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy: Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ thì chiều cao là SA .

2/ Hình chóp có một mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy (ABC) thì chiều cao của hình chóp là chiều cao của $\triangle SAB$.

3/ Hình chóp có hai mặt bên vuông góc với đáy: Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao là SA .

4/ Hình chóp đều và tứ diện đều: Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy.

Ví dụ: Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tâm mặt phẳng đáy là giao điểm O của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ thì có đường cao là SO .

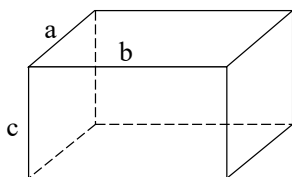
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

LÝ THUYẾT: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN, DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

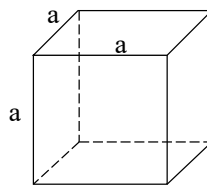
	Thể tích	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần
KHỐI CHÓP	$V = \frac{1}{3} B.h$ + B là diện tích đáy + h đường cao hình chóp	$S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên}$	$S_{tp} = S_{xq} + \text{Diện tích mặt đáy}$
KHỐI LĂNG TRỤ	$V = B.h$ + B là diện tích đáy + h là đường cao lăng trụ	$S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên}$	$S_{tp} = S_{xq} + \text{Diện tích 2 mặt đáy}$
KHỐI CHÓP CỤT	$V = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{BB'})$ + Với B, B' là diện tích hai đáy + h đường cao hình chóp	$S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên}$	$S_{tp} = S_{xq} + \text{Diện tích mặt đáy}$

Chú ý:

I. Thể tích hình hộp chữ nhật: $V = a.b.c \Rightarrow$ Thể tích khối lập phương: $V = a^3$



Hình hộp chữ nhật



Hình lập phương

II. 4 phương pháp thường dùng tính thể tích

1. Tính thể tích bằng công thức.

- + Tính các yếu tố cần thiết: độ dài cạnh, diện tích đáy, chiều cao,....
- + Sử dụng công thức tính thể tích.

2. Tính thể tích bằng cách chia nhỏ: Ta chia khối đa diện thành nhiều khối đa diện nhỏ mà có thể dễ dàng tính thể tích của chúng. Sau đó, ta cộng kết quả lại, ta sẽ có kết quả cần tìm.

3. Tính thể tích bằng cách bổ sung: Ta có thể ghép thêm vào khối đa diện một khối đa diện khác, sao cho khối đa diện thêm vào và khối đa diện mới có thể dễ dàng tính được thể tích.

4. Tính thể tích bằng tỉ số thể tích.

* Trong nhiều bài toán, việc tính trực tiếp thể tích khối đa diện có thể gặp khó khăn vì hai lý do:

+ Hoặc là khó xác định và tính được chiều cao.

+ Hoặc tính được diện tích đáy nhưng cũng không dễ dàng.

* Khi đó, ta có thể làm theo các phương pháp sau:

+ Phân chia khối cần tính thể tích thành tổng hoặc hiệu các khối cơ bản (hình chóp hoặc hình lăng trụ) mà các khối này dễ tính hơn.

+ Hoặc là so sánh thể tích khối cần tính với một đa diện khác đã biết trước hoặc dễ dàng tính thể tích.

* Trong dạng này, ta thường hay sử dụng phương pháp tỉ số, lấy kết quả của bài toán sau:

Cho hình chóp S.ABC. Lấy A', B', C' tương ứng trên cạnh SA, SB, SC. Khi đó:

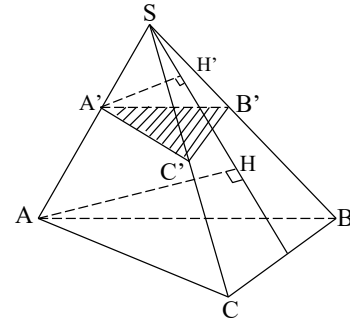
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Chứng minh:

Kẻ A'H' và AH cùng vuông góc với mặt phẳng (SBC).

Khi đó: A'H' // AH và S, H', H thẳng hàng.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} &= \frac{V_{A'SB'C'}}{V_{A'SBC}} = \frac{\frac{1}{3} S_{\Delta SB'C'} \cdot A'H'}{\frac{1}{3} S_{\Delta SBC} \cdot AH} \\ &= \frac{\frac{1}{2} SB' \cdot SC' \cdot \sin \alpha \cdot A'H'}{\frac{1}{2} SB \cdot SC \cdot \sin \alpha \cdot AH} = \frac{SB' \cdot SC' \cdot SA'}{SB \cdot SC \cdot SA} \Rightarrow (Đpcm). \end{aligned}$$



Trong đó: $\alpha = \widehat{B'SC'} = \widehat{BSC}$.

Lưu ý: Kết quả trên vẫn đúng nếu như trong các điểm A', B', C' có thể có điểm $A \equiv A', B \equiv B', C \equiv C'$.

Thông thường, đối với loại này, đề thường cho điểm chia đoạn theo tỉ lệ, song song, hình chiếu, ...

III. Sử dụng phương pháp thể tích khối đa diện để tính khoảng cách

* Các bài toán tìm khoảng cách: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng, trong nhiều trường hợp có thể quy về bài toán thể tích khối đa diện. Việc tính khoảng cách này dựa vào công thức

hiển nhiên: $h = \frac{3V}{B}$, ở đây V, B, h lần lượt là thể tích, diện tích đáy và chiều cao của một hình chóp nào đó (hoặc

$h = \frac{V}{S}$ đối với hình lăng trụ).

* Phương pháp này áp dụng được trong trường hợp sau: Giả sử có thể quy bài toán tìm khoảng cách về bài toán tìm chiều cao của một hình chóp (hoặc một lăng trụ) nào đó. Dĩ nhiên, các chiều cao này thường là không tính được trực tiếp bằng cách sử dụng các phương pháp thông thường như định lý Pitago, công thức lượng giác, ... Tuy nhiên, các khối đa diện này lại dễ dàng tính được thể tích và diện tích đáy. Như vậy, chiều cao của nó sẽ được xác định bởi công thức đơn giản trên.

* Phương pháp: Sử dụng các định lý của hình học trong không gian sau đây:

+ Nếu $AB \parallel mp(P)$ trong đó $mp(P)$ chứa CD thì $d(AB, CD) = d[AB, (P)]$.

+ Nếu $mp(P) \parallel mp(Q)$ trong đó $mp(P), mp(Q)$ lần lượt chứa AB và CD thì: $d(AB, CD) = d[mp(P), mp(Q)]$.

+ Từ đó, quy bài toán tìm khoảng cách theo yêu cầu bài toán về việc tìm chiều cao của khối chóp (hoặc một khối lăng trụ) nào đó.

+ Giả sử bài toán đã được qui về tìm chiều cao kẻ từ đỉnh S của một hình chóp (hoặc một lăng trụ). Ta tìm thể tích của hình chóp (lăng trụ) này theo một con đường khác mà không dựa vào đỉnh S này, chẳng hạn như quan niệm hình chóp ấy có đỉnh $S' \neq S$. Sau đó, tính diện tích đáy đối diện với đỉnh S . Như thế, ta suy ra được chiều cao kẻ từ S cần tìm.

CHỦ ĐỀ 1: CÁC DẠNG TOÁN KHỐI CHÓP

DẠNG 1: HÌNH CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp mp(ABC)$, $SA = a$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. ĐS: $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$ (đvtt).

b. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC cắt SC, SB lần lượt tại M, N . Tính thể tích khối chóp $S.AMN$. ĐS: $V_{S.AMN} = \frac{2a^3}{27}$ (đvtt).

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lần lượt lên cạnh SB, SC .

a. Tính thể tích khối chóp $H.ABC$ theo a . ĐS: $V_{H.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{30}$ (đvtt).

b. Tính thể tích khối $A.BCKH$ theo a . ĐS: $V_{A.BCKH} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50}$ (đvtt).

c. Tính khoảng cách từ H đến $mp(SAC)$. ĐS: $d_{[H, (SAC)]} = \frac{a\sqrt{3}}{10}$ (đvdd).

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với $mp(ABC)$, $AC = AD = 4$ (cm), $AB = 3$ (cm), $BC = 5$ (cm). Tính khoảng cách từ A đến $mp(BCD)$. ĐS: $d_{[A, (DBC)]} = \frac{6\sqrt{34}}{17}$ (cm)

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác có $AC = a$, $AB = 3a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) biết $H \in AB$ và $AH = 2HB$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 45° .

- a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$
b. Tính khoảng cách từ A đến $mp(SBC)$.

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $\triangle ABC$ là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$ với $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SB .

a. Chứng minh rằng: $mp(SAB) \perp mp(SBC)$.

b. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. ĐS: $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$ (đvtt).

c. Tính thể tích khối tứ diện $MABC$. ĐS: $V_{MABC} = \frac{a^3}{4}$ (đvtt).

d. Tính khoảng cách từ điểm M đến $mp(SAC)$. ĐS: $d_{[M, (SAC)]} = \frac{a}{2}$ (đvdd)

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a . ĐS: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

b. Tính thể tích khối chóp $S.OBC$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} (\text{đvtt}).$$

c. Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad d_{[A,(SBC)]} = \frac{a\sqrt{3}}{2} (\text{đvdd}).$$

d. Tính khoảng cách từ điểm O đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad d_{[O,(SBC)]} = \frac{a\sqrt{3}}{4} (\text{đvdd}).$$

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Cạnh SC tạo với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 60° .

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3} (\text{đvtt}).$$

b. Xác định và tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SC và BD . $\underline{\text{ĐS:}} \quad d_{(SC;BD)} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , chiều cao $SA = 2a$. Gọi N là trung điểm của SC .

a. Tính diện tích toàn phần hình chóp $S.ABCD$.

b. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3} (\text{đvtt}).$$

c. Mặt phẳng (P) chứa AN và song song với BD lần lượt cắt SB, SD tại M, P . Tính thể tích khối chóp

$S.AMNP$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.AMNP} = \frac{2a^3}{9} (\text{đvtt}).$$

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp mp(ABCD)$. Biết $AB = 3a$, góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc 45° .

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.ABCD} = 9a^3\sqrt{3} (\text{đvtt}).$$

b. Tính thể tích khối chóp $SOAD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.OAD} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4} (\text{đvtt}).$$

c. Tính khoảng cách từ điểm O đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad d_{[O,(SBC)]} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} (\text{đvdd}).$$

Bài 10. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng $SA \perp (ABCD)$, SC hợp với mặt phẳng chứa đáy $ABCD$ một góc 30° và $AB = a, BC = 2a$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{3} (\text{đvtt}).$$

b. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} (\text{đvtt}).$$

c. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm O đến $mp(SCD)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad d_{[O,(SCD)]} = \frac{a\sqrt{1140}}{60} (\text{đvdd}).$$

DẠNG 2: HÌNH CHÓP CÓ MỘT MẶT VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Chú ý:

$$\left. \begin{array}{l} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = a \\ b \subset (P) \\ b \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp (Q)$$

- Tam giác BAC cân tại A , I là trung điểm $BC \Rightarrow AI$ vừa đường cao vừa đường trung tuyến vừa đường phân giác $\triangle ABC$.

- Tam giác ABC đều, G là trọng tâm $\triangle ABC$, M, N, P lần lượt là trung điểm cạnh BC, AC, AB . Ta cần nhớ:

$$\left\{ \begin{array}{l} AG = \frac{1}{3} GM = \frac{2}{3} AM \\ BG = \frac{1}{3} GN = \frac{2}{3} BN \\ CG = \frac{1}{3} GP = \frac{2}{3} CP \end{array} \right.$$

+ AM, BN, CP vừa đường cao vừa đường trung tuyến vừa đường phân giác của $\triangle ABC$.

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

a. Chứng minh rằng chân đường cao của khối chóp đã cho trùng với trung điểm của cạnh AB .

b. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} (\text{đvtt}).$$

c. Tính thể tích khối chóp $S.BCD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.BCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12} (\text{đvtt}).$$

d. Tính khoảng cách từ D đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[D, (SBC)]} = \frac{a\sqrt{3}}{2} (\text{đvdd}).$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh là a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABCD)$. Cạnh bên SC hợp với $mp(ABCD)$ một góc bằng 30° .

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ đã cho.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{30}}{12}.$$

b. Tính khoảng cách của điểm C đến $mp(SAD)$

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[C, (SAD)]} = \frac{a\sqrt{3}}{2} (\text{đvdd}).$$

c. Tính khoảng cách của điểm B đến $mp(SAC)$

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[B, (SAC)]} = \frac{a\sqrt{390}}{13} (\text{đvdd}).$$

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BAC} = 90^\circ, \widehat{ABC} = 30^\circ, \triangle SBC$ là tam giác đều cạnh a và $mp(SAB) \perp mp(ABC)$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{39}}{96} (\text{đvtt}).$$

b. Tính khoảng cách từ B đến $mp(SAC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[B, (SAC)]} = \frac{a\sqrt{39}}{8} (\text{đvdd}).$$

c. Gọi G là trọng tâm $\triangle SBC$. Tính khoảng cách của điểm G đến $mp(SAC)$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $BC = a$. Mặt bên (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SAB) tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Biết $\triangle SAC$ cân tại S .

a. Gọi H là trung điểm AC . Chứng minh $SH \perp (ABC)$.

b. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12} (\text{đvtt}).$$

c. Tính khoảng cách từ H đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[H, (SBC)]} = \frac{a\sqrt{2}}{4} (\text{đvdd}).$$

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $mp(SAB) \perp mp(ABCD)$, $SA = SB$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° .

a. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6} (\text{đvtt}).$$

b. Tính khoảng cách từ D đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[D, (SBC)]} = \frac{a\sqrt{30}}{6} (\text{đvdd}).$$

c. Gọi G là trọng tâm $\triangle SAB$. Tính khoảng cách của điểm G đến $mp(SCD)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[G, (SCD)]} = \frac{2a\sqrt{5}}{9}.$$

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $mp(SAC) \perp mp(ABCD)$, $\triangle SAC$, vuông cân tại S .

a. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} (\text{đvtt}).$$

b. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.BCD$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} (\text{đvtt}).$$

b. Tính khoảng cách từ B đến $mp(SAD)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[B, (SAD)]} = \frac{a\sqrt{6}}{12} (\text{đvdd}).$$

DẠNG 3: HÌNH CHÓP CÓ HAI MẶT VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

$$\text{Chú ý: } \left. \begin{array}{l} (Q) \perp (P) \\ (R) \perp (P) \\ (Q) \cap (R) = a \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (P)$$

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = AC = BC = a$. Hai $mp(SAB)$ và $mp(SAC)$ cùng vuông góc với $mp(SBC)$.

a. Tính thể tích của hình chóp $S.ABC$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} (\text{đvtt})$$

b. Tính góc giữa đường thẳng SB và $mp(ABC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} \widehat{SB, (ABC)} = 45^\circ.$$

c. Tính khoảng cách từ A đến $mp(SBC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[A, (SBC)]} = \frac{a\sqrt{15}}{5} (\text{đvdd}).$$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = 2a$. Hai $mp(SAB)$ và $mp(SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 60° .

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3} (\text{đvtt})$$

b. Gọi $\{O\} = AC \cap BD$. Tính thể tích khối chóp $S.OBC$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{S.OBC} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} (\text{đvtt})$$

c. Tính khoảng cách từ O đến $mp(SCD)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[O, (SCD)]} = \frac{a\sqrt{60}}{2\sqrt{19}} (\text{đvdd}).$$

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , cho $BC = a\sqrt{2}$, mặt bên (SBC) tạo với đáy (ABC) một góc 60° .

- Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$
- Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .
- Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho: $AD = \frac{2}{3}AB$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) .

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Cho $SB = 3a$. Gọi M là trung điểm của CD .

- Tính thể tích của khối chóp $S.ABCM$.
- Tính khoảng cách của điểm M đến $mp(SBC)$

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, các mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, cho $AB = a, AD = 2a, SC$ tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° .

- Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Gọi H là hình chiếu của A trên cạnh BD . Tính thể tích của khối chóp $S.AHCD$ theo a .
- Tính khoảng cách của điểm C đến $mp(SAH)$.
- Tính khoảng cách 2 đường thẳng SB và AH .

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Biết mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Cạnh bên SC tạo với đáy một góc 60° .

- Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$. ĐS: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{2}(\text{đvtt})$.
- Tính thể tích khối chóp $S.BCD$. ĐS: $V_{S.BCD} = \frac{a^3}{4}(\text{đvtt})$.
- Tính khoảng cách từ C đến $mp(SAB)$. ĐS: $d_{[C, (SAB)]} = \frac{a\sqrt{3}}{2}(\text{đvdd})$.

DẠNG 4: HÌNH CHÓP ĐỀU

Định nghĩa:

- + đáy là đa giác đều (tam giác đều, hình vuông, ngũ giác đều ...)
- + các mặt bên là tam giác cân tại đỉnh của hình chóp.
- + đường cao là đường hạ từ đỉnh đến tâm của đa giác đều.
- + các cạnh bên tạo với đáy 1 góc đều bằng nhau.
- + các mặt bên tạo với đáy 1 góc đều bằng nhau.

Chú ý:

- + Tứ diện đều là hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng cạnh bên.
- + Hình chóp đều khác với hình chóp có đáy là đa giác đều (hình chóp có đáy là tứ giác đều là hình chóp chỉ có đáy là đa giác đều)

Bài 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle SAC$.

- Tính thể tích của hình chóp $S.ABCD$. ĐS: $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}(\text{đvtt})$.
- Tính khoảng cách từ A đến $mp(SBC)$. ĐS: $d_{[A, (SBC)]} = a\sqrt{3}(\text{đvdd})$.

c. Tính khoảng cách từ G đến $mp(SAB)$ ĐS: $d_{[G](SAB)} = \frac{a\sqrt{3}}{3}(\text{đvdd})$.

Bài 2. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) qua A, B và trung điểm M của SC . Tính tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó.

ĐS: $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{ABCDNM}} = \frac{3}{5}$

Bài 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a . Lấy các điểm B', C' trên AB và AC sao cho $AB' = \frac{a}{2}$, $AC' = \frac{2a}{3}$.

a. Tính thể tích khối tứ diện $AB'C'D$. ĐS: $V_{AB'C'D} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}(\text{đvtt})$.

b. Tính khoảng cách từ B' đến $mp(ACD)$. ĐS: $d_{[B'](ACD)} = \frac{a\sqrt{6}}{6}(\text{đvdd})$

Bài 4. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh DC .

a. Tính thể tích khối tứ diện đều $ABCD$. ĐS: $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}(\text{đvtt})$.

b. Tính khoảng cách từ M đến $mp(ABC)$. Suy ra thể tích hình chóp $M.ABC$. ĐS: $V_{M.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$

Bài 5. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. ĐS: $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{2}(\text{đvtt})$.

b. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho: $AE = \frac{1}{3}AC$. Tính khoảng cách từ E đến $mp(SBC)$.

Bài 6. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết cạnh đáy bằng a , mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Trên cạnh SB lấy điểm E sao cho: $\frac{SE}{SB} = \frac{1}{3}$, trên cạnh SC lấy điểm F sao cho: $\frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. ĐS: $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}(\text{đvtt})$.

b. Tính thể tích khối chóp $S.AEF$.

Bài 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° .

a. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

b. Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Tính thể tích của khối tứ diện $SOAB$.

c. Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp(SBC)$.

Bài 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và $\widehat{BSA} = 60^\circ$.

a. Tính diện tích xung quanh của hình chóp đều này. ĐS: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}(\text{đvdt})$.

b. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$. ĐS: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}(\text{đvtt})$.

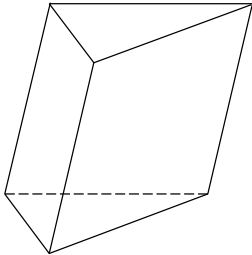
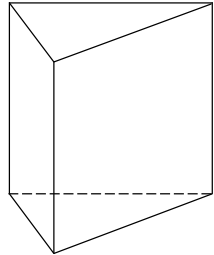
Bài 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên hợp với đáy một góc 60° .

a. Tính diện tích toàn phần của hình chóp đều này. ĐS: $S_{tp} = a^2(\sqrt{10} + 1)(\text{đvdt})$.

b. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$. ĐS: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}(\text{đvtt})$.

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH CỦA KHỐI LĂNG TRỤ

DẠNG 1: LĂNG TRỤ ĐỨNG

HÌNH LĂNG TRỤ	HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG
 + 2 mặt đáy là đa giác song song và bằng nhau. + các cạnh bên song song và bằng nhau + các mặt bên là hình bình hành + Chiều cao là khoảng cách của 2 mặt đáy Hình hộp: là hình lăng trụ có 2 đáy là hình bình hành	 + 2 mặt đáy là đa giác song song và bằng nhau. + các cạnh bên song song và bằng nhau + các mặt bên là hình bình chữ nhật và vuông góc với 2 mặt đáy + Chiều cao là cạnh bên Hình hộp chữ nhật: là hình lăng trụ đứng có 2 đáy là hình chữ nhật Hình lập phương: là hình lăng trụ đứng có 6 mặt là hình vuông.

Chú ý: + **Hình lăng trụ tam giác đều** là hình lăng trụ đứng có 2 đáy là tam giác đều.
+ **Hình lăng trụ có đáy tam giác đều** là hình lăng trụ xiên có 2 đáy là tam giác đều.
+ **Hình lăng trụ tứ giác đều** là hình lăng trụ đứng có 2 đáy là hình vuông.

Bài 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết cạnh bên $AA' = a$. Tính thể tích khối lăng trụ trong các trường hợp sau:

- a. $mp(A'BC)$ hợp với đáy mặt phẳng chứa đáy ABC một góc 60° . ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{3}$ (đvtt)
- b. Đường thẳng $A'B$ hợp với $mp(ABC)$ một góc 45° . ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)
- c. Chiều cao kẻ từ A' của $\triangle A'BC$ bằng độ dài cạnh đáy của lăng trụ. ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{3}$ (đvtt)

Bài 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BC'C'C)$ tạo với mặt phẳng $mp(AA'C'C)$ một góc 30° .

- a. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a . ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{6}$ (đvtt).
- b. Tính diện tích xung quanh hình lăng trụ. ĐS: $S_{xq} = 2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})a^2$ (đvdt)

Bài 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, $mp(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và $\triangle A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$.

- a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ (đvtt)
- b. Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ. ĐS: $S_{tp} = (3 + 4\sqrt{3} + \sqrt{30})a^2$ (đvdt)

Bài 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3}{4} (\text{đvtt}).$$

b. Tính thể tích khối đa diện $A'BCB'C'$.

c. Tính khoảng cách từ A đến $mp(A'BC)$.

Bài 5. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết rằng AB' hợp với mặt bên $(BCC'B')$ một góc 30° .

a. Tính độ dài đoạn thẳng AB' .

$$\underline{\text{ĐS:}} AB' = a\sqrt{3} (\text{đvdd}).$$

b. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2} (\text{đvtt}).$$

c. Tính khoảng cách từ C đến $mp(AB'C')$.

Bài 6. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = a$; $\widehat{ACB} = 60^\circ$ và đường thẳng BC' hợp với mặt bên $(AA'C'C)$ một góc 30° .

a. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{6} (\text{đvtt})$$

b. Tính diện tích tam giác ABC' .

$$\underline{\text{ĐS:}} S_{\triangle ABC'} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} (\text{đvdt}).$$

Bài 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm đoạn thẳng $A'C'$ và I là giao điểm của AM và $A'C$.

a. Tính thể tích của khối tứ diện $IABC$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{IABC} = \frac{4a^3}{9} (\text{đvtt})$$

b. Tính khoảng cách từ A đến $mp(IBC)$ theo a .

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{(A, (IBC))} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} (\text{đvdd})$$

Bài 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B ; $AC = 2a$. Biết rằng $mp(A'BC)$ hợp với $mp(ABC)$ một góc 45° .

a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{2} (\text{đvtt}).$$

b. Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ.

Bài 9. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , góc $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $AA' = 3a$, $AC = 2a$.

a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

b. Tính thể tích khối chóp $A'BCC'B'$.

c. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích của mỗi khối đa diện.

Bài 10. Cho lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, biết rằng tất cả các cạnh của lăng trụ bằng a .

a. Tính thể tích và tổng diện tích các mặt bên của lăng trụ.

$$\underline{\text{ĐS:}} V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}; S_{xq} = 3a^2.$$

b. Tính thể tích khối tứ diện $ABCB'$.

DẠNG 2: HÌNH LĂNG TRỤ XIÊN

Bài 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều với tâm O . Cạnh bên $CC' = a$ và hợp với mặt phẳng chứa đáy ABC một góc 60° . Hình chiếu của điểm C' lên $mp(ABC)$ trùng với O .

a. Chứng minh rằng: $AA'B'B$ là hình chữ nhật. Tính diện tích hình chữ nhật này. $\underline{\text{ĐS:}} S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

b. Chứng minh hình chóp $O.A'B'C'$ là hình chóp tam giác đều.

c. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ này.

$$\underline{\text{ĐS:}} V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Bài 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Điểm H là hình chiếu vuông góc của A' xuống $mp(ABC)$ là trung điểm của AB . Mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45° .

a. Tính thể tích của khối lăng trụ này.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3}{16} (\text{đvtt})$$

b. Tính khoảng cách từ điểm C' đến $mp(AHA')$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[C', (AHA')]} = \frac{a\sqrt{3}}{2} (\text{đvdd})$$

Bài 3. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và nó hợp với mặt phẳng chứa đáy ABC một góc 60° .

a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\underline{\text{ĐS:}} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8} (\text{đvtt}).$$

b. Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp(A'BC)$.

$$\underline{\text{ĐS:}} d_{[A, (A'BC)]} = \frac{a\sqrt{15}}{5} (\text{đvdd})$$

Bài 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' trên $mp(ABC)$ trùng với trọng tâm G của $\triangle ABC$. Biết cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$.

a. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

b. Tính thể tích khối chóp $G.A'B'C'$.

Bài 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' xuống $mp(ABC)$ trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và biết rằng đường thẳng AA' tạo với mặt phẳng chứa đáy ABC một góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đã cho.

CHỦ ĐỀ 3: MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = \sqrt{2}a$.

- A.** $V = 2\sqrt{2}a^3$ **B.** $V = \sqrt{2}a^3$ **C.** $V = 2a^3$ **D.** $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$

Câu 2. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $BB' = 2m$.

- A.** $V = 8m^3$ **B.** $V = 2m^3$ **C.** $V = \frac{8}{3}m^3$ **D.** $V = 6m^3$

Câu 3. Hỏi khi các cạnh của khối lập phương tăng lên 5 lần, thì lúc đó thể tích của khối lập phương sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- A.** 125 lần. **B.** 15 lần. **C.** 25 lần. **D.** 5 lần.

Câu 4. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a\sqrt{2}$ và $AC = a\sqrt{5}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A.** $l = \sqrt{7}a$ **B.** $l = \sqrt{10}a$ **C.** $l = \sqrt{3}a$ **D.** $l = 7a$

Câu 5. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và $BC = a\sqrt{6}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A.** $l = 2a$ **B.** $l = 2\sqrt{2}a$ **C.** $l = 4a$ **D.** $l = \sqrt{3}a$

Câu 6. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1m$ và $AD = 2m$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A.** $S_{tp} = 2\pi m^2$. **B.** $S_{tp} = \pi m^2$. **C.** $S_{tp} = 6\pi m^2$. **D.** $S_{tp} = 10\pi m^2$.

Câu 7. Trong không gian, cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có số đo các cạnh là $AB = 1m$, $AD = 2m$ và $AA' = 3m$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- A.** $V = 6m^3$ **B.** $V = 2m^3$ **C.** $V = m^3$ **D.** $V = 12m^3$

Câu 8. Cho khối chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$, $SC = 2a$ và ABCD là hình vuông cạnh a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABCD.

- A. $R = a$ B. $R = \sqrt{2}a$ C. $R = 2a$ D. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

Câu 9. Trong không gian, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có số đo các cạnh là $AB = 1m$, $AD = 2m$ và $AA' = 3m$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'.

- A. $S_{tp} = 22m^2$. B. $S_{tp} = 6m^2$. C. $S_{tp} = 2m^2$. D. $S_{tp} = 11m^2$.

Câu 10. Tính diện tích toàn phần S_{tp} hình lập phương ABCD.A'B'C'D', biết $AB = \sqrt{2}a$.

- A. $S_{tp} = 12a^3$ B. $S_{tp} = 64a^3$ C. $S_{tp} = 2a^3$ D. $S_{tp} = 8a^3$

Câu 11. Tính diện tích toàn phần S_{tp} hình lập phương ABCD.A'B'C'D', biết $AA' = 2m$.

- A. $S_{tp} = 24m^3$ B. $S_{tp} = 64m^3$ C. $S_{tp} = 12m^3$ D. $S_{tp} = 8m^3$

Câu 12. Cho khối chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$, $SC = 2a$ và ABCD là hình vuông cạnh a . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

- A. $V = \frac{4\pi}{3}a^3$ B. $V = \frac{4}{3}a^3$ C. $V = 4\pi a^3$ D. $V = 4a^3$

Câu 13. Cho khối chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$, $SA = \sqrt{2}a$ và ABCD là hình vuông cạnh a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABCD.

- A. $R = \sqrt{2}a$ B. $R = a$ C. $R = 2a$ D. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

Câu 14. Tính thể tích V của khối lập phương ABCD.A'B'C'D', biết $AC = 2a$.

- A. $V = \sqrt{2}a^3$ B. $V = 2\sqrt{2}a^3$ C. $V = 2a^3$ D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$

Câu 15. Tính thể tích V của khối lập phương ABCD.A'B'C'D', biết $BC' = 2\sqrt{2}m$.

- A. $V = 2\sqrt{2}m^3$ B. $V = 8m^3$ C. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}m^3$ D. $V = 6\sqrt{2}m^3$

Câu 16. Hỏi khi thể tích của khối lập phương tăng lên 8 lần, thì lúc đó các cạnh của khối lập phương sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 8 lần. B. 2 lần. C. 4 lần. D. 24 lần.

Câu 17. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AC = a\sqrt{2}$ và $AB = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

- A. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$ B. $V = \frac{2\sqrt{5}\pi}{3}a^3$ C. $V = 2\sqrt{5}\pi a^3$ D. $V = \frac{\sqrt{10}}{3}a^3$

Câu 18. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại B, $AB = 3m$ và $BC = 2m$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

- A. $V = 12m^3$ B. $V = 12\pi m^3$ C. $V = 6m^3$ D. $V = 2\pi m^3$

Câu 19. Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1m$ và $AC = \sqrt{3}m$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 2\pi m^2$. B. $S_{tp} = \sqrt{3}\pi m^2$. C. $S_{tp} = 2\sqrt{3}\pi m^2$. D. $S_{tp} = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}m^2$.

Câu 20. Trong không gian, cho khối hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có số đo các cạnh là $AB = 1m$, $AA' = 3m$ và có độ dài đường chéo $AC = \sqrt{3}m$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'.

A. $V = 2m^3$

B. $V = 6m^3$

C. $V = m^3$

D. $V = 12m^3$

Câu 21. Cho khối chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$, $SA = \sqrt{2}a$ và ABCD là hình vuông cạnh a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABCD..

A. $R = \sqrt{2}a$ B. $R = a$ C. $R = 2a$ D. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

Câu 22. Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABCD.

A. $R = \sqrt{2}a$ B. $R = a$ C. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$ D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) bằng 30° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABCD.

A. $R = \sqrt{2}a$ B. $R = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ C. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$ D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

Câu 24. Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

A. $V = \frac{8\sqrt{3}\pi}{9}a^3$ B. $V = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}a^3$ C. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi}{27}a^3$ D. $V = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}a^3$

Câu 25. Trong không gian, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có số đo các cạnh là $AB = 1m$, $AC = \sqrt{5}m$ và $AA' = 3m$. Tính thể tích V của khối chóp D.A'B'C'D'.

A. $V = 3\sqrt{5}m^3$ B. $V = 6m^3$ C. $V = 2m^3$ D. $V = \sqrt{5}m^3$

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $1m$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Tính diện tích toàn phần S_{tp} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

A. $S_{tp} = 5m^2$ B. $S_{tp} = \sqrt{3}\pi m^2$ C. $S_{tp} = 5\pi m^2$ D. $S_{tp} = 1m^2$

Câu 27. Cho hình chóp S.ABC có ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AB = 6a$, có $SA \perp (ABC)$, $SB = 10a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

A. $S_{tp} = 544a^2$ B. $S_{tp} = 60a^2$ C. $S_{tp} = 136a^2$ D. $S_{tp} = 30a^2$

Câu 28. Cho hình chóp S.ABC có ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = HB$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón nhận được khi quay tam giác SHA xung quanh trục SH.

A. $S_{tp} = 6\pi a^2$ B. $S_{tp} = 9a^2$ C. $S_{tp} = \pi a^2$ D. $S_{tp} = 9\pi a^2$

Câu 29. Trong không gian, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có số đo các cạnh là $AB = 1m$, $AC = \sqrt{5}m$ và Góc giữa mặt (A'BC) và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp D.A'B'C'D'.

A. $V = \frac{\sqrt{5}}{3}m^3$ B. $V = 2\sqrt{5}m^3$ C. $V = 2\sqrt{3}m^3$ D. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}m^3$

Câu 30. Cho hình chóp S.ABC có ABC là tam giác đều cạnh $2m$. Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = HB$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác SHB xung quanh trục SH.

A. $V = \sqrt{3}m^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}m^3$ C. $V = 3m^3$ D. $V = m^3$