

Giáo viên. ThS NGUYỄN VŨ MINH

ĐT / zalo / facebook : 0914 449 230

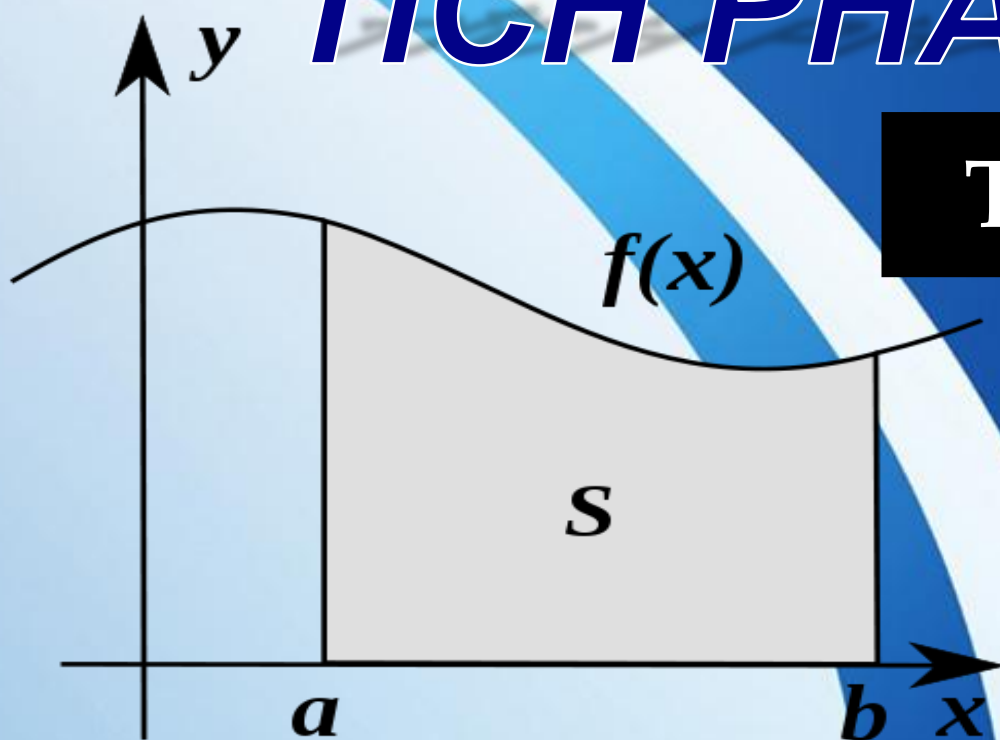
PHÂN LOẠI DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

Chuyên đề

NGUYÊN HÀM

TÍCH PHÂN

TẬP 1



BIÊN HOÀ – Ngày 27 tháng 11 năm 2017

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Phần 01 : NGUYÊN HÀM (TÍCH PHÂN BẤT ĐỊNH)

1) **Định nghĩa :** $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a; b) \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

2) **Họ nguyên hàm :** , với C là $\dots\dots\dots$

3) **Bảng nguyên hàm :**

Hàm cơ bản :	Hàm chứa $(ax + b)$
$\int dx = x + C$	
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln ax + b + C$
$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{dx}{(ax + b)^2} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax + b} + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{ax + b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \frac{a^{ax+b}}{\ln a} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax + b) \cdot dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$
$\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax + b) \cdot dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2(ax + b)} = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2(ax + b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax + b) + C$

$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$	
Công thức chú ý :	

4) Cách tìm nguyên hàm : Biến đổi *tích* hoặc *thương, tổng, hạ bậc, khai triển lũy thừa, chia đa thức*..... Căn thức thành lũy thừa : $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$; $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$; $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

5) Công thức thường dùng :

$\cos^2 u = \frac{1 + \cos 2u}{2}$ $\sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$	$\frac{1}{\cos^2 u} = 1 + \tan^2 u$ $\frac{1}{\sin^2 u} = 1 + \cot^2 u$	$\cos^3 u = \frac{3\cos u + \cos 3u}{4}$ $\sin^3 u = \frac{3\sin u - \sin 3u}{4}$
		$\sin 2u = 2\sin u \cdot \cos u$ $\cos 2u = \cos^2 u - \sin^2 u$ $\cos 2u = 2\cos^2 u - 1$ $\cos 2u = 1 - 2\sin^2 u$

Ví dụ 01: TÌM HỌ NGUYÊN HÀM CỦA CÁC HÀM SỐ SAU:

a/ $f(x) = (2x^2 + 1)^3$ b/ $f(x) = (\tan x + \cot x)^2$ c/ $f(x) = \frac{2x^3 - 5x + 2}{x^2}$ d/ $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + 2}{e^x - 1}$

♥ **Giải :** a/ Ở đây ta sử dụng công thức : $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ Ta có $f(x) = 8x^6 + 12x^4 + 6x^2 + 1$,

Suy ra : $\int f(x)dx = 8 \int x^6 dx + 12 \int x^4 dx + 6 \int x^2 dx + \int 1 dx = \frac{8}{7}x^7 + \frac{12}{5}x^5 + 2x^3 + x + C$

b/ Ta có $f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) + \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right) + 2 = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$

Suy ra: $\int f(x)dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan x - \cot x + C$

c/ Ta có $f(x) = 2x - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}$. Suy ra: $\int f(x)dx = 2 \int x dx - 5 \int \frac{1}{x} dx + 2 \int x^{-2} dx = x^2 - 5 \ln|x| - \frac{2}{x} + C$

d/ Ta có $f(x) = \frac{e^{2x} - e^x - 2(e^x - 1)}{e^x - 1} = \frac{e^x(e^x - 1) - 2(e^x - 1)}{e^x - 1} = \frac{(e^x - 1)(e^x - 2)}{e^x - 1} = e^x - 2$

Suy ra: $\int f(x)dx = \int e^x dx - \int 2 dx = e^x - 2x + C$

Ví dụ 02 (THPT chuyên Phan Bội Châu lần 2):

Biết hàm số $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = 3x^2 + 6x + 2$. Tổng $a+b+c$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

♥ Giải : Đạo hàm : $F'(x) = 3ax^2 + 2(a+b)x + (2a-b+c)$.

Ta có: $F'(x) = f(x) \Rightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ 2(a+b) = 6 \\ 2a-b+c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 5$. **Chọn đáp án D**

Ví dụ 03 (Cụm 1 – Tp.HCM): Biết một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ là $F(x) = x^2 + 4x + 1$.

Khi đó, giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = 3$ là.

A. $f(3) = 30$.

B. $f(3) = 22$.

C. $f(3) = 10$.

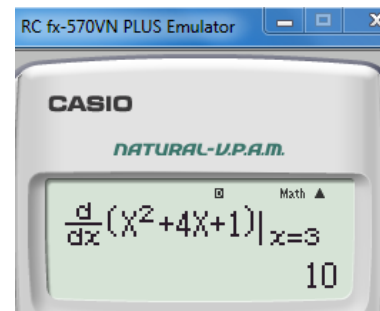
D. $f(3) = 6$.

♥ Giải :

Cách 1 : Ta có: $F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = (x^2 + 4x + 1)' = 2x + 4$.

$f(3) = 2.3 + 4 = 10$. **Chọn đáp án C**

Cách 2 : sử dụng máy tính Casio.



$$1/ f(x) = x^5 + 3x^2 - 5 - \frac{1}{x}$$

$$2/ f(x) = \frac{3}{x^5} + \frac{7}{x^4} - \frac{9}{x^3} + \frac{20}{x^2}$$

$$3/ f(x) = \frac{x^5 + 4x^7 - 2x + 8 - 7x^9}{x^2}$$

4/ $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 4\sqrt[4]{x}$

$$5/ f(x) = (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$$

$$6/ \quad f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right)$$

♥ Giải :

[illegible]

Bài Tập 2 (SỞ GD ĐT HÀ TĨNH): Biết rằng $F(x) = m.x^4 + 2$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = x^3$, giá trị của m là. A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. 0. D. 4.

♥ Giải :

Bài Tập 3: a/ Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$ C. $x^3 - 3x^2 + \ln x + C$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$

b/ Họ nguyên hàm của $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C$ B. $F(x) = 2x - 2 + C$
C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$ D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

c/ Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ là :

A. $\ln x - \ln x^2 + C$ B. $\ln x - \frac{1}{x} + C$ C. $\ln|x| + \frac{1}{x} + C$ D. $\ln|x| - \frac{1}{x} + C$

♥ Giải :

Bài Tập 4: Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a/ $f(x) = e^x (7 - 3e^{-x} + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x})$

b/ $f(x) = (2^x + 3^x).2^{2x-1}$

c/ $f(x) = e^x (5 + 3e^{-x})$

♥ Giải :

Bài Tập 5: Tìm họ nguyên hàm các hàm số sau

$$1/ f(x) = 2\sin x - 3\cos x + \frac{7}{x}$$

$$2/ f(x) = \tan^2 x - 3\cot^2 x$$

$$3/ f(x) = (2\tan x + \cot x)^2$$

$$4/ f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$$

$$5/ f(x) = (x^5 - 3x)^2 (x - 1)$$

$$6/ f(x) = 3\sin x - 7\cos x$$

$$8/ f(x) = \frac{3x^{15} + 7x^4 - 2x + 8 - 10x^6}{x^3}$$

$$7/ f(x) = 2\sqrt{x} - 3e^x + 4\sin x - 8/x^3$$

$$9/ f(x) = \frac{6}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$$

♥ Giải :

Bài Tập 6: a/ Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^{x+1}}{4^x}$ là:

A. $F(x) = 3 \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^x}{\ln \frac{3}{4}} + C$

B. $F(x) = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^x}{\ln \frac{3}{4}} + C$

C. $F(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} + C$

D. $F(x) = 3 \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^x}{\ln \frac{3}{4}} + C$

b/ $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$ là

A. $\frac{84^x}{\ln 84} + C$

B. $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$

C. $84^x + C$

D. $84^x \ln 84 + C$

♥ Giải :

Bài Tập 6: Tìm họ nguyên hàm các hàm số sau

1/ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 3;$

2/ $f(x) = 2x(x^2 + 3x)^2$

3/ $f(x) = 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

4/ $f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x + 5e^x$

5/ $f(x) = \tan x^2 - 3$

6/ $f(x) = \left(2 - \frac{1}{x}\right)^2$

7/ $f(x) = \frac{(\sqrt{x} - 2)^3}{x}$

8/ $f(x) = 2^{2x+1} \cdot 3^{3x+2}$

9/ $f(x) = (3^x - 2)^2$

♥ Giải :

Bài Tập 7: Chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trong các trường hợp sau:

a/ $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120$ và $f(x) = 15x^2 + 8x - 7$.

b/ $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$ và $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$.

c/ $F(x) = (4x - 5) \cdot e^x$ và $f(x) = (4x - 1) \cdot e^x$.

Phương pháp: Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, ta cần chứng minh:

♥ Giải :

Ví dụ 03: TÌM **HỌ NGUYÊN HÀM** CỦA CÁC HÀM SỐ SAU:

a/ $f(x) = (2x+1)^3$; b/ $f(x) = \cos(3x-2)$; c/ $f(x) = \frac{2}{7x+1}$; d/ $f(x) = e^{-x}$; e/ $f(x) = (7-3x)^{10}$

Giải : a/ sử dụng công thức $\int (ax+b)^a dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{a+1}}{a+1} + C$

$$\int f(x)dx = \int (2x+1)^3 dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^4}{4} + C$$

b/ sử dụng công thức $\int \cos(ax+b).dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$ $\int f(x)dx = \int \cos(3x-2)dx = \frac{1}{3} \cdot \sin(3x-2) + C$

c/ sử dụng công thức $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$

$$\int f(x)dx = \int \frac{2}{7x+1} dx = 2 \int \frac{dx}{7x+1} = \frac{2}{7} \cdot \ln|3x-2| + C$$

d/ sử dụng công thức $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$

$$\int f(x)dx = \int e^{-x} dx = \frac{1}{-1} e^{-x} + C = -e^{-x} + C \quad (\text{chú ý hệ số } a \text{ trong bài này là } -1)$$

e/ giống bài a/ $\int f(x)dx = \int (7-3x)^{10} dx = \frac{1}{-3} \cdot \frac{(7-3x)^{11}}{11} + C$

Điền vào ô trống

a/ $\int (7-4x)^5 dx =$

b/ $\int \frac{dx}{2x+7} =$

c/ $\int \frac{dx}{(4x+1)^5} =$

d/ $\int e^{8x+7} dx =$

e/ $\int e^{-x} dx =$

f/ $\int \frac{dx}{\cos^2(-\pi x)} =$

Bài tập 01 (THPT Hoàng Văn Thụ - Khánh Hòa): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2017x}$.

A. $\int f(x)dx = e^{-2017x} + C$.

B. $\int f(x)dx = -e^{-2017x} \cdot \ln 2017 + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2017}e^{-2017x} + C$.

D. $\int f(x)dx = -2017 \cdot e^{-2017x} + C$.

♥ Giải :

Bài tập 02 (THPT Trần Hưng Đạo – Nam Định): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x+1}$.

A. $\int f(x)dx = 3^{2x+1} \ln 3 + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3^{2x+1}}{\ln 3} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{3^{2x+1}}{\ln 9} + C$.

D. $\int f(x)dx = (2x+1)3^{2x} + C$.

♥ Giải :

Bài tập 03 (THPT chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định): Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 1000^x$.

A. $F(x) = 1000^x + C$

B. $F(x) = 3 \cdot 10^{3x} \ln 10$

C. $F(x) = \frac{1000^{x+1}}{x+1} + C$

D. $F(x) = \frac{10^{3x}}{3 \ln 10} + C$

♥ Giải :

Bài tập 04 (Sở GD-ĐT Long An): Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^4 - e^{3x} + \cos 2x$.

A. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{e^{3x}}{3} - \frac{\sin 2x}{2} + C$

B. $F(x) = 4x^3 - \frac{e^{3x}}{3} + \frac{\sin 2x}{2} + C$

C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{e^{3x}}{3} + \frac{\sin 2x}{2} + C$

D. $F(x) = \frac{x^5}{5} - 3e^{3x} + \frac{\sin 2x}{2} + C$

♥ Giải :

Bài tập 05 : Tìm họ nguyên hàm các hàm số sau

1/ $f(x) = \sin^2 x$

2 / $f(x) = \sin^2 7x$

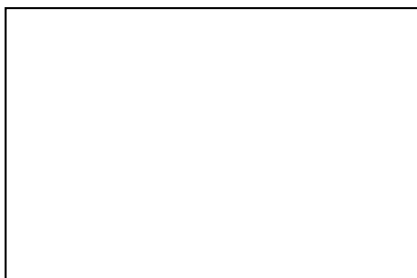
3/ $f(x) = \cos^2 4x$

4/ $f(x) = \cos^4 x$

5/ $f(x) = \sin^4 2x$

6/ $f(x) = 7 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

♥ Giải : Lưu ý các công thức sử dụng cho phần này là : **HẠ BẬC**



Bài tập 06: Tìm họ nguyên hàm các hàm số sau

1/ $f(x) = \sin 2x \cdot \cos x$

2/ $f(x) = \sin 4x \cdot \sin 6x$

3 / $f(x) = \cos 6x \cdot \cos 2x$

[illegible]

♥ Giải :

$$6/ \quad f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$$

♥ Giải :

Bài tập 08: Tìm họ nguyên hàm các hàm số sau

1/ (ĐH Ngoại Thương – 1998- Khối A) $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$

$$4 / f(x) = \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^2$$

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

$F(x) = m^2x^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

A. $m = 2$

B. $m = 1$

C. $m = -1$

D. $m = \pm 1$

♥ Giải :

Bài tập 10 (THPT chuyên Thái Bình): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$?

A. $F(x) = 2e^x - \tan x$

B. $F(x) = 2e^x + \tan x + C$

C. $F(x) = 2e^x + \cot x + C$

D. $F(x) = 2e^x - \tan x + C$

♥ Giải :

Bài tập 11: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$

B. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

C. $f(x) = e^{2x}$

D. $f(x) = 2xe^{x^2}$

♥ Giải :

Bài tập 12 (Cụm 1 HCM): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 2^x$ là:

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

B. $\int f(x) dx = 1 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2^x + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2^x \ln 2 + C$

♥ Giải :

Bài tập 13: a/ Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{1-3x}$ là:

A. $F(x) = \frac{3}{e^{1-3x}} + C$

B. $F(x) = \frac{e^{1-3x}}{3} + C$

C. $F(x) = -\frac{3e}{e^{3x}} + C$

D. $F(x) = -\frac{e}{3e^{3x}} + C$

b/ Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^{2-5x}}$ là:

A. $F(x) = \frac{5}{e^{2-5x}} + C$

B. $F(x) = -\frac{5}{e^{2-5x}} + C$

C. $F(x) = -\frac{e^{2-5x}}{5} + C$

D. $F(x) = \frac{e^{5x}}{5e^2} + C$

♥ Giải :

PHƯƠNG PHÁP XÊ HẮC E

Bài tập minh họa cho phương pháp :

a/ Tìm A, B sao cho $\frac{3x+7}{x^2+4x+3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3}$ ($x \neq -1; 3$)

b/ Tính $I = \int \frac{3x+7}{x^2+4x+3} dx$

Giải : a/ $\frac{3x+7}{x^2+4x+3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} \Leftrightarrow 3x+7 = A(x+3) + B(x+1)$

$$\Leftrightarrow 3x+7 = (A+B).x + 3A+B \Leftrightarrow \begin{cases} A+B=3 \\ 3A+B=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=1 \end{cases}$$

Phương pháp Xê Hắc E :



Hai công thức cần chú ý cho dạng này

Trắc nghiệm bổ sung

TN1 (THPT Hà Huy Tập): Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$ B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ D. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$

TN2 : Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4x+3}$

A. $\frac{x^2+3x}{x^2+4x+3} + C$ B. $-\frac{x^2+3x}{(x^2+4x+3)^2} + C$
 C. $\frac{1}{2}(\ln|x+1| + 3\ln|x+3|) + C$ D. $(2x+3)\ln|x^2+4x+3| + C$

TN3 : Xét các mệnh đề: (I) $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \cot x + C$ (II) $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (I) đúng, (II) sai B. (I) sai, (II) đúng
 C. Cả (I) và (II) đều đúng D. Cả (I) và (II) đều sai

TN4 : Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos 2x$.

Khi đó, hiệu số $F(\frac{\pi}{4}) - F(0)$ bằng:

A. 15 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

TN5 (THPT Chuyên Tuyên Quang): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^5$ là :

A. $F(x) = 5x^6 + C$ B. $F(x) = 35x^6 + C$
 C. $F(x) = 35x^4 + C$ D. $F(x) = \frac{7}{6}x^6 + C$

TN6 (THPT Lý Nhân Tông): Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai ?

A. $\int 0 dx = C$ (C là hằng số). B. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$ (C là hằng số).

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số).

D. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

TN7 (THPT chuyên Vĩnh Phúc lần 5): Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1+x} dx$.

A. $\log|1+x| + C$.

B. $\ln(1+x) + C$.

C. $\ln|1+x| + C$.

D. $-\frac{1}{(1+x)^2} + C$.

TN8: Hàm số $y = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ có một nguyên hàm là

A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + 3$

B. $-3x^3 \frac{3}{x} + 2$

C. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + 1$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + 2017$

TN9 (THPT chuyên LTV): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$\int f(x) dx = 4x^3 - 3x^2 + 2x + C$. Hàm số $f(x)$ là:

A. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + Cx + C'$.

B. $f(x) = 12x^2 - 6x + 2 + C$.

C. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + Cx$.

D. $f(x) = 12x^2 - 6x + 2$.

TN10 (THPT chuyên Lê Thánh Tông): Biết $f(x)$ có một nguyên hàm là 17^x .

Xác định biểu thức $f(x)$.

A. $f(x) = x \cdot 17^{x-1}$.

B. $f(x) = 17^x \ln 17 + C$.

C. $f(x) = \frac{17^x}{\ln 17}$.

D. $f(x) = 17^x \ln 17$.

TN11 (THPT Tiên Du 1): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^2} + 2^x$ là.

A. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$.

B. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

C. $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^3} + 2^x + C$.

D. $\frac{x^4}{4} - 3 \ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$.

TN12 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 04): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{x}{2}$ là:

A. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} + C$. B. $x^3 + \frac{x^2}{4} + C$. C. $x^3 + \frac{x^2}{2} + C$. D. $x^3 + \frac{x^2}{2} + C$

TN13 (THPT Nguyễn Khuyến – NĐ): Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = e^x - 3x^2$ trên tập số thực. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x - \frac{3}{2}x^3$. B. $F(x) = e^x - x^2 + 1$.
C. $F(x) = e^x + x^3 - 1$. D. $F(x) = e^x - x^3 - 1$.

TN14 (THPT Hùng Vương – PT): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.

A. $\int f(x) dx = x^2 - \ln|x| + C$. B. $\int f(x) dx = x^2 - \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\int f(x) dx = x^2 + \frac{1}{x^2} + C$. D. $\int f(x) dx = x^2 + \ln|x| + C$.

TN15 (THPTQG – 2017): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$.

A. $\int 2\sin x dx = 2\cos x + C$. B. $\int 2\sin x dx = \sin^2 x + C$.
C. $\int 2\sin x dx = \sin 2x + C$. D. $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$.

TN16 (THPT chuyên Phan Bội Châu): Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{1}{1-x}$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2 - 2x + 1) + 5$. B. $F(x) = -\ln|2x - 2| + 4$.
C. $F(x) = \ln|1 - x| + 2$. D. $F(x) = -\frac{1}{4}\ln|4 - 4x| + 3$.

TN17 : Cho $F(x)$ và $G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng (a, b) . Khi đó

(I) $F(x) = G(x) + C$ (II) $G(x) = F(x) + C$

Với C là một hằng số nào đó. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (I) đúng, (II) sai B. (I) sai, (II) đúng
C. Cả (I) và (II) đều đúng D. Cả (I) và (II) đều sai

TN18 (THPT chuyên Nguyễn Trãi lần 2): Tính nguyên hàm $\int \left(\frac{1}{2x+3} \right) dx$.

- A. $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C$ B. $\ln|2x+3|+C$ C. $\frac{1}{2}\ln(2x+3)+C$ D. $2\ln|2x+3|+C$

TN19 (THPT Nguyễn Tất Thành): Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$.

- A. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x+1}\right|+C$. B. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+3}{x+1}\right|+C$.
C. $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|+C$. D. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|+C$.

TN20 (THPT chuyên LHP): Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Phát biểu nào sau đây sai ?

- A. $F(x) = \frac{\ln|6x-3|}{2} + C$. B. $F(x) = \frac{\ln|2x-1|}{2} + C$.
C. $F(x) = \frac{\ln(2x-1)^2}{4} + C$. D. $F(x) = \ln|2x-1| + C$.

TN21 (THPT chuyên Bến Tre): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$.

- A. $\int f(x)dx = 2\ln|1-2x| + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{-1}{2}\ln|1-2x| + C$.
C. $\int f(x)dx = \ln|1-2x| + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$.

TN22 (Sở GD-ĐT Đồng Nai): Tìm nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{5}{4-3x}$.

- A. $\int g(x)dx = \frac{5}{3}\ln|4-3x| + C$. B. $\int g(x)dx = \frac{-5}{3}\ln|4-3x| + C$.
C. $\int g(x)dx = 5\ln|4-3x| + C$. D. $\int g(x)dx = 5\ln(4-3x) + C$.

TN23 (Cụm 7 – Tp.HCM): Tìm $\int \frac{dx}{2x+1}$, ta được:

- A. $\frac{1}{2}\ln(2x+1)+C$. B. $\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$.
C. $-\frac{2}{(2x+1)^2}+C$. D. $\ln|2x+1|+C$.

TN24 (THPT chuyên LTV): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2x}$ là:

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{-2x} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}e^{-2x} + C.$

C. $\int f(x)dx = -2e^{-2x} + C.$

D. $\int f(x)dx = -e^{-2x} + C.$

TN25 (THPT Tiên Lãng): Tìm nguyên hàm $I = \int (2 + e^{3x})^2 dx.$

A. $I = 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$

B. $I = 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C.$

C. $I = 4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C.$

D. $I = 3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$

TN26 (Sở GD-ĐT Đồng Nai): Cho hàm số $h(x) = (15 - 12x)^8$. Tìm $\int h(x)dx$.

A. $\int h(x)dx = \frac{1}{108}(12x - 15)^9 + C.$

B. $\int h(x)dx = 8(15 - 12x)^7 + C.$

C. $\int h(x)dx = -96(15 - 12x)^7 + C.$

D. $\int h(x)dx = -\frac{1}{96}(15 - 12x)^9 + C.$

TN27 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 05): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x - 1)^5$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{18}(3x - 1)^5 + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{6}(3x - 1)^6 + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{18}(3x - 1)^6 + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(3x - 1)^6 + C.$

TN28 (THPT Nguyễn Thị Minh Khai – KH): Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x - 2$?

A. $y = e^{2x} - 2x.$

B. $y = e^x - 2x + 1.$

C. $y = e^x + 2x + 1.$

D. $y = e^x - x.$

TN29 (Cụm 1 – Tp.HCM): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 2^x$ là:

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

B. $\int f(x)dx = 1 + \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 2^x + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 2^x \ln 2 + C.$

TN30 (THPT chuyên Nguyễn Trãi lần 2): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

A. $-2\cos 2x + C.$

B. $\frac{1}{2}\cos 2x + C.$

C. $2\cos 2x + C.$

D. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C.$

TN31 (THPT chuyên Nguyễn Trãi lần 1): Hàm số $y = \sin x$ là nguyên hàm của hàm nào trong các hàm sau ?

- A. $y = \cos x$. B. $y = \tan x$. C. $y = \cot x$. D. $y = \sin x + 1$.

TN32 (THPT chuyên Nguyễn Trãi lần 1): Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int e^x dx = e^x - C$. B. $\int \sin x dx = \cos x + C$.
C. $\int 2x dx = x^2 + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

TN33 (THPT Nguyễn Tất Thành): Tính $I = \int \cos(4x+3) dx$.

- A. $I = \sin(4x+3) + C$. B. $I = -\sin(4x+3) + C$.
C. $I = 4\sin(4x+3) + C$. D. $I = \frac{1}{4}\sin(4x+3) + C$.

TN34 (Đề Minh Họa lần 2): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$.

TN35 (THPT chuyên Võ Nguyên Giáp): Kết quả nào đúng trong các phép tính sau?

- A. $\int \cos 2x dx = -2 \cos^2 x + C$. B. $\int \cos 2x dx = \sin x \cos x + C$.
C. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$. D. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

TN36: $\int \frac{3}{2x+5} dx$ bằng:

- A. $2 \ln|2x+5| + C$ B. $\frac{3}{2} \ln|2x+5| + C$ C. $3 \ln|2x+5| + C$ D. $\frac{3}{2} \ln|2x-5| + C$

TN37: $\int \frac{1}{(5x-3)^2} dx$ bằng:

- A. $-\frac{1}{5(5x-3)} + C$ B. $\frac{1}{5(5x-3)} + C$ C. $-\frac{1}{(5x-3)} + C$ D. $-\frac{1}{5(5x+3)} + C$

TN38: $\int \frac{3x-1}{x+2} dx$ bằng:

- A. $3x + 7 \ln|x+2| + C$ B. $3x - \ln|x+2| + C$ C. $3x + \ln|x+2| + C$ D. $3x - 7 \ln|x+2| + C$

TN39: $\int \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$ bằng:

A. $\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$

B. $\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right| + C$

C. $\ln|x+1| + C$

D. $\ln|x+2| + C$

TN40: $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx$ bằng:

A. $3\ln|x-2| - 2\ln|x-1| + C$

B. $3\ln|x-2| + 2\ln|x-1| + C$

C. $2\ln|x-2| - 3\ln|x-1| + C$

D. $2\ln|x-2| + 3\ln|x-1| + C$

TN41: $\int \frac{1}{x^2-4x-5} dx$ bằng:

A. $\ln\left|\frac{x-5}{x+1}\right| + C$

B. $6\ln\left|\frac{x-5}{x+1}\right| + C$

C. $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-5}{x+1}\right| + C$

D. $-\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-5}{x+1}\right| + C$

TN42: Tìm nguyên hàm: $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$.

A. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x-3}\right| + C$

B. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x+3}{x}\right| + C$

C. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C$

D. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x}\right| + C$

TN43: $\int \frac{1}{x^2+6x+9} dx$ bằng:

A. $-\frac{1}{x+3} + C$

B. $\frac{1}{x-3} + C$

C. $-\frac{1}{x-3} + C$

D. $\frac{1}{3-x} + C$

TN44: Cho hàm $f(x) = \frac{1}{x^2-3x+2}$. Khi đó:

A. $\int f(x) dx = \ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right| + C$

B. $\int f(x) dx = \ln\left|\frac{x-1}{x-2}\right| + C$

C. $\int f(x) dx = \ln\left|\frac{x+2}{x+1}\right| + C$

D. $\int f(x) dx = \ln\left|\frac{x-2}{x-1}\right| + C$

TN45: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x-3}\right| + C$

C. $F(x) = \ln |x^2 - 4x + 3| + C$

D. $F(x) = \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C$

TN46: Tính $\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}$

A. $\frac{-1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$

B. $\frac{-1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + C$

C. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + C$

D. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$

TN47: Họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ là:

A. $F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + C$

B. $F(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$

D. $F(x) = \ln |x(x+1)| + C$

TN48: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4x+3}$

A. $-\frac{x^2+3x}{(x^2+4x+3)^2} + C$

B. $(2x+3) \ln |x^2+4x+3| + C$

C. $\frac{x^2+3x}{x^2+4x+3} + C$

D. $\frac{1}{2} (\ln |x+1| + 3 \ln |x+3|) + C$

TN49: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu:

A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

B. $F'(x) \neq f(x), \forall x \in K$

C. $f(x) = F(x), \forall x \in K$

D. $f(x) \neq F(x), \forall x \in K$

TN50: Các tính chất nguyên hàm sau đây tính chất nào **sai**?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$

B. $\int Kf(x) dx = K \int f(x) dx (K \neq 0)$

C. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

D. $\int F(x) dx = f(x) + C$

TN51: Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**

A. $\int f'(x) f^2(x) dx = \frac{f^3(x)}{3} + C$

B. $\int [f(x).g(x)] dx = \int f(x) dx. \int g(x) dx$

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ (k là hằng số)

TN52: Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi đó, với $a \neq 0$, ta có $\int f(ax+b)dx$ bằng

A. $\frac{1}{2a} F(ax+b) + C$

B. $\frac{1}{a} F(ax+b) + C$

C. $F(ax+b) + C$

D. $a.F(ax+b) + C$

PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

Bài tập minh họa : Tính các nguyên hàm sau (sử dụng pp đổi biến số)

a/ $A = \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$

b/ $B = \int \frac{2x+4}{x^2+4x-5} dx$

c/ $C = \int \frac{\ln^5 x}{x} dx$

d/ $D = \int \frac{e^x}{e^x+1} dx$

Giải : a/ $A = \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$; đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$; Vậy $A = \int e^t \cdot dt = e^t + C = e^{\sin x} + C$

b/ $B = \int \frac{2x+4}{x^2+4x-5} dx$ Đặt $t = x^2+4x-5 \Rightarrow dt = (2x+4) dx$

Vậy $B = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln|x^2+4x-5| + C$

c/ $C = \int \frac{\ln^5 x}{x} dx$; đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$

Vậy $C = \int t^5 \cdot dt = \frac{t^6}{6} + C = \frac{\ln^6 x}{6} + C$

d/ $D = \int \frac{e^x}{e^x+1} dx$; đặt $t = e^x+1 \Rightarrow dt = e^x dx$

Vậy : $D = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln|e^x+1| + C$

CÁCH ĐỔI BIẾN SỐ CẦN NHỚ

Dạng Tích Phân	Cách Giải
$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx$	+ Nếu bậc tử $\geq$ bậc mẫu ta chia đa thức + Nếu bậc tử $<$ bậc mẫu ta xem tử có phải là đạo hàm

	<i>của mẫu</i> hay ko ? nếu có đặt $t = \text{mẫu số}$ + Nếu ko có 2 trường hợp này ta sẽ làm theo dạng khác sẽ trình bày ở phần khác
$\int \sqrt[n]{\dots} dx$	Đặt $t = \sqrt[n]{\dots} \Rightarrow t^n = \dots$ sau đó lấy đạo hàm 2 vế
$\int f(\ln x) \cdot \frac{dx}{x}$	Đặt $t = \ln x + C \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$
$\int f(\cos x) \cdot \sin x dx$ $\int f(\sin x) \cdot \cos x dx$ $\int f(\tan x) \cdot \frac{dx}{\cos^2 x}$ $\int f(\cot x) \cdot \frac{dx}{\sin^2 x}$	Đặt $t = \cos x + C \Rightarrow dt = -\sin x dx$ Đặt $t = \sin x + C \Rightarrow dt = \cos x dx$ Đặt $t = \tan x + C \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}$ Đặt $t = \cot x + C \Rightarrow dt = -\frac{dx}{\sin^2 x}$
$\int f(e^x) \cdot e^x dx$	Đặt $t = e^x + C \Rightarrow dt = e^x dx$
$\int \frac{dx}{\sin^n x}, \int \frac{dx}{\cos^n x}$ với n chẵn	Đưa về $\int \frac{1}{\sin^{n-2} x} \cdot \frac{1}{\sin^{n-4} x} \dots \frac{1}{\sin^2 x} dx, \int \frac{1}{\cos^{n-2} x} \cdot \frac{1}{\cos^{n-4} x} \dots \frac{1}{\cos^2 x} dx$ Và Đặt $t = \tan x + C \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}$
$\int \sin^n x dx$ hay $\int \cos^n x dx$ với n chẵn	Dùng công thức hạ bậc $\cos^2 u = \frac{1 + \cos 2u}{2}; \quad \sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$
$\int \sin^n x dx$ hay	Tách $\int \sin^n x dx = \int \sin^{n-1} x \cdot \sin x dx$, đặt $t = \cos x$

$\int \cos^n x dx$ với n lẻ	$\int \cos^n x dx = \int \cos^{n-1} x \cdot \cos x dx$, đặt $t = \sin x$
$\int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx$	+ Nếu mẫu có 2 nghiệm x_1, x_2, ta đưa về $\int \frac{Ax+B}{a(x-x_1)(x-x_2)} dx$ Sau đó dùng pp hệ số bất định + Nếu mẫu có nghiệm kép x_0, ta đưa về $\int \frac{Ax+B}{a(x-x_0)^2} dx$ + Nếu mẫu vô nghiệm, đưa về $\int \frac{Ax+B}{X^2+D^2} dx$ và đặt $X = D \cdot \tan t$ $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
	1/ $R(x, \sqrt{a-x^2})$ thì đặt $x = \sin t$ 2/ $R(x, \sqrt{a+x^2})$ thì đặt $x = \tan t$

Bài tập 01 : Tính các nguyên hàm sau

$$A = \int x(2-x^2)^{12} dx$$

$$B = \int \frac{8x dx}{x^2+1}$$

$$C = \int 3\sqrt{1+4\sin x} \cdot \cos x dx$$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 02 (THPT Thuận Thành 2): $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$.

Khi đó, $F(x)$ là hàm số.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C$

♥ Giải :

Bài tập 03: a/ $\int \frac{3\cos x}{2+\sin x} dx$ bằng:

A. $3\ln(2+\sin x) + C$

B. $-3\ln|2+\sin x| + C$

C. $\frac{3\sin x}{(2+\sin x)^2} + C$

D. $-\frac{3\sin x}{\ln(2+\sin x)} + C$

b/ $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ bằng:

A. $\ln|e^x - e^{-x}| + C$

B. $-\ln|e^x - e^{-x}| + C$

C. $-\ln|e^x + e^{-x}| + C$

D. $\ln|e^x + e^{-x}| + C$

♥ Giải :

Bài tập 04: a/ $\int \frac{4x-1}{4x^2-2x+5} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{4x^2-2x+5} + C$ B. $-\frac{1}{4x^2-2x+5} + C$ C. $-\ln|4x^2-2x+5| + C$ D. $\frac{1}{2}\ln|4x^2-2x+5| + C$

b/ Nguyên hàm của $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ là:

- A. $\ln|\sin x + \cos x| + C$ B. $\frac{1}{\ln|\sin x - \cos x|} + C$ C. $\ln|\sin x - \cos x| + C$ D. $\frac{1}{\sin x + \cos x} + C$

c/ $\int (x-1)e^{x^2-2x+3} dx$ bằng:

- A. $\left(\frac{x^2}{2} - x\right)e^{x^2-2x+3} + C$ B. $(x-1)e^{\frac{1}{3}x^3-x^2+3x} + C$ C. $\frac{1}{2}e^{x^2-2x} + C$ D. $\frac{1}{2}e^{x^2-2x+3} + C$

♥ Giải :

Bài tập 05: a/ $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx$ bằng:

- A. $-\frac{\ln^4 x}{4} + C$ B. $-\frac{4}{\ln^4 x} + C$ C. $\frac{1}{4\ln^4 x} + C$ D. $-\frac{1}{4\ln^4 x} + C$

b/ $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}\sqrt{(\ln x)^3} + C$ B. $2\sqrt{(\ln x)^3} + C$ C. $\frac{2}{3}\sqrt{(\ln x)^3} + C$ D. $3\sqrt{(\ln x)^3} + C$

c/ $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+3}} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{3x^2+2} + C$ B. $\frac{1}{2}\sqrt{2x^2+3} + C$ C. $\sqrt{2x^2+3} + C$ D. $2\sqrt{2x^2+3} + C$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 06: a/ $\int x.e^{x^2+1} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$ B. $e^{x^2+1} + C$ C. $2e^{x^2+1} + C$ D. $x^2.e^{x^2+1} + C$

b/ $\int \frac{x}{(x+1)^2} dx$ bằng:

- A. $\ln|x+1| + x + 1 + C$ B. $\ln|x+1| + C$ C. $\frac{1}{x+1} + C$ D. $\ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + C$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 07: a/ $\int \frac{e^x}{x^2} dx$ bằng: A. $e^{\frac{1}{x}} + C$ B. $-e^x + C$ C. $-e^{\frac{1}{x}} + C$ D. $\frac{1}{e^x} + C$

b/ $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$ bằng: A. $e^x + x + C$ B. $\ln|e^x + 1| + C$ C. $\frac{e^x}{e^x + x} + C$ D. $\frac{1}{\ln|e^x + 1|} + C$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 08: Tính các nguyên hàm sau

$$D = \int x \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot dx$$

$$E = \int x^3 \cdot \sqrt[4]{1-x} \cdot dx$$

$$F = \int \frac{3dx}{2x \cdot \sqrt{2 + \ln x}}$$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 09: Tính các nguyên hàm sau $G = \int \frac{e^x \cdot dx}{\sqrt{1+e^x}}$ $I = \int \frac{x+1}{\sqrt{3x+1}} dx$ $J = \int \frac{x^2 dx}{2x^3 + e}$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10 (THPT An Lão lần 2): Tìm nguyên hàm $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$.

- A. $\frac{1}{32} x^2 + 7^{16} + c$. B. $-\frac{1}{32} x^2 + 7^{16} + c$. C. $\frac{1}{2} x^2 + 7^{16} + c$. D. $\frac{1}{16} x^2 + 7^{16} + c$.

♥ Giải :

.....

.....

Bài tập 11: a/ Nếu $F(x) = \int \frac{(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}} dx$ thì :

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + 2x + 3} + C$ B. $F(x) = \ln \frac{|x+1|}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}} + C$
 C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 3) + C$ D. $F(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} + C$

b/ (THPT Lý Thái Tổ): Tính $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$, kết quả là.

- A. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$ B. $-2\sqrt{1-x} + C$ C. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$ D. $\sqrt{1-x} + C$

♥ Giải :

Bài tập 12 (THPT Hoàng Quốc Việt): Nguyên hàm $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$ bằng.

- A. $2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x}+1| + C$ B. $2\sqrt{x} + C$ C. $2\ln|\sqrt{x}+1| + C$ **D. $2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x}+1| + C$**

♥ Giải :

Bài tập 13 (TTGDTX Cam Ranh - Khánh Hòa): Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = xe^{x^2}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Tính $F(1)$. A. $\frac{e-2}{2}$ **B. $\frac{e+2}{2}$** C. $e-2$ D. $e+2$

♥ Giải :

Bài tập 14(Cụm 6 – Tp.HCM): Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây đúng. A. $I = \int u^5 du$. B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. C. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$. D. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$

♥ Giải :

Bài tập 15: Tính các nguyên hàm sau

$$K = \int x^5 \sqrt{2 - x^3} . dx$$

$$L = \int \frac{\sqrt{2 + 3 \ln x}}{x} dx$$

$$P = \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$$

$$Q = \int \frac{e^{\cot x}}{\sin^2 x} . dx$$

♥ Giải :

Bài tập 16: Tính các nguyên hàm sau

$$R = \int 2x^7 \cdot (x^4 - 1)^5 \cdot dx$$

$$O = \int \frac{xdx}{\sqrt{2x+1}}$$

$$M = \int \frac{xdx}{(2x+1)^3}$$

$$V = \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x-5}}$$

Bài tập 17: Tính các nguyên hàm sau $N = \int \cos^5 x dx$

$$S = \int \frac{1}{x \cdot (4 \ln x + 7)} dx$$

$$T = \int \sin^3 x dx$$

♥ Giải :

Bài tập 18: Tính các nguyên hàm sau

$$A = \int \cot x \cdot dx$$

$$B = \int \tan x \cdot dx$$

$$C = \int (2 - \sin^2 x)^2 \cdot \sin 2x \cdot dx$$

$$D = \int \frac{\sin 2x}{(3 + \cos^2 x)^4} \cdot dx$$

♥ Giải :

Bài tập 19: Tính các nguyên hàm sau $N = \int \frac{3\sin 2x}{\sqrt[4]{\cos^2 x + 5\sin^2 x}} dx$

♥ Giải :

Bài tập 20: Tính các nguyên hàm sau $A = \int \frac{x}{\sqrt[10]{x+1}} dx$ (HV CNBCVT – 1999)

♥ Giải :

TÌM MỘT NGUYÊN HÀM (TÌM HẰNG SỐ C)

Bài tập minh họa 01:

a/ Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$, biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

b/ Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos 2x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

☛ **Giải :** a/ $\int f(x)dx = \int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C = F(x)$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + C = 1 - \frac{\pi}{4} + C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{4} - 1; \text{ Vậy } F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4} - 1$$

b/ $\int (\sin x + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x - \cos x + C$; $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{2}$. Vậy $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \cos x + \frac{\pi}{2}$

Bài tập minh họa 02 (THPT Ngô Sĩ Liên lần 3): Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số

$f(x) = 2x - 3\cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$. Giá trị $F(\pi)$ là.

A. $F(\pi) = \pi^2 + 3$

B. $F(\pi) = \pi + 3$

C. $F(\pi) = \pi^2 - 3$

D. $F(\pi) = \pi - 3$

☛ **Giải :** $\int f(x)dx = \int (2x - 3\cos x)dx = x^2 - 3\sin x + C$.

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi^2}{4} - 3\sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi^2}{4} \Leftrightarrow C = 3. \text{ Suy ra: } F(\pi) = \pi^2 + 3. \text{ Chọn đáp án A}$$

Bài tập tương tự

Bài 01 (TTGDTX Nha Trang - Khánh Hòa): Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 19$ là.

A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + 2$.

B. $\frac{x^2}{2} - \cos x + 20$

C. $\frac{x^2}{2} + \cos x + 20$.

D. $\frac{x^2}{2} - \cos x$.

♥ **Giải :**

Bài 02 (THPTQG – 2017): Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$. B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$. C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$. D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

♥ Giải :

Bài 03 (THPT Chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm – QN): Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = 4^x$ và $F(1) = \frac{3}{\ln 2}$. Khi đó giá trị của $F(2)$ bằng. A. $\frac{9}{\ln 2}$. B. $\frac{8}{\ln 2}$. C. $\frac{3}{\ln 2}$. D. $\frac{7}{\ln 2}$.

♥ Giải :

Bài 04: Tìm một nguyên hàm của các hàm số sau

a/ $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$ biết $F(1) = 1/3$ (TN THPT – 2003) b/ $f(x) = x + \sin x$ biết $F(\frac{\pi}{4}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

♥ Giải :

Bài 05: Tìm một nguyên hàm của các hàm số sau

a/ $f(x) = e^{2x-1} + \cos 2x + 3$ biết $F(0) = \frac{3}{e}$ b/ $f(x) = \frac{1+2x^2}{x}$ biết $F(-1) = 3$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

Bài 06: Tìm một nguyên hàm của các hàm số sau $f(x) = \cos x \cdot (2 - 3 \tan x)$ biết $F(\pi) = 1$

♥ Giải :

.....

.....

Câu hỏi trắc nghiệm :

Câu 01 (THPT Chuyên Phan Bội Châu): Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và

$F(1) = 3$. Tính $F(4)$.

- A. $F(4) = 5$ B. $F(4) = 3$
 C. $F(4) = 3 + \ln 2$ D. $F(4) = 4$

Câu 02 (THPT Trần Hưng Đạo – ND): Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ và

$F(0) = 1$. Tính giá trị của $F(2)$.

- A. $F(2) = \frac{\ln 5}{2}$ B. $F(2) = 1 + \ln 5$
 C. $F(2) = \frac{\ln 5}{2} - 1$ D. $F(2) = 1 + \frac{\ln 5}{2}$

Câu 03 (THPT Chuyên Vĩnh Phúc): Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

- A. $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$. B. $-\cos^3 x + C$.
 C. $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$. D. $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$.

Câu 04 (THPT Hoàng Văn Thụ - Khánh Hòa): Cho $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 2$ là.

- A. $F(x) = -x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 2$ B. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x + \frac{9}{4}$
 C. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$ D. $F(x) = -x^4 + x^3 - x^2 + 3$

Câu 05 (THPT Chuyên Vinh): Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$ B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$
 C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$ D. $F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}$

Câu 06 (THPT Chuyên Vinh): Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$.

- A. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ B. $F(x) = 4\sqrt{x+1}$
 C. $F(x) = 2\sqrt{x+1}$ D. $F(x) = \sqrt{x+1}$

Câu 07: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Khi đó $F(3)$ bằng.

- A. $\ln 2$. B. $\frac{1}{2}$.
 C. $\ln 2 + 1$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 08 (THPT Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình): Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2e^x - 1$, biết $F(0) = 1$.

- A. $F(x) = x^3 - 2e^x - x + 3$ B. $F(x) = x^3 + \frac{2}{e^x} - x - 1$
 C. $F(x) = x^3 + 2e^x - x$ D. $F(x) = x^3 + 2e^x - x - 1$

Câu 09 (Sở GD-ĐT Hải Dương): Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2\cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

A. $x^2 - \cos x + 2 \sin x$

B. $2 + \cos x + 2 \sin x$

C. $x^2 - \cos x + 2 \sin x + 2$

D. $x^2 + \cos x + 2 \sin x - 2$

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$

A. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$

C. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}} + \frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}} + C$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$

Câu 11: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$

A. $\frac{2}{27}(\sqrt{(x+9)^3} - \sqrt{x^3}) + C$

B. $\frac{2}{27}(\sqrt{(x+9)^3} + \sqrt{x^3}) + C$

C. $\frac{2}{3(\sqrt{(x+9)^3} - \sqrt{x^3})} + C$

D. Đáp án khác

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ là

A. $\frac{\tan^3 x}{3} + C$

B. $\frac{\sin x - x \cos x}{\cos x} + C$

C. $\tan x - 1 + C$

D. Đáp án khác

Câu 13: Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x) = e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$

D. Đáp án khác

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^2} + 2^x$ là:

A. $\frac{x^4}{4} - 3 \ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$

B. $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^3} + 2^x + C$

C. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

D. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ là:

A. $\tan x - \cot x + C$

B. $-\tan x - \cot x + C$

C. $\tan x + \cot x + C$

D. $\cot x - \tan x + C$

Câu 16: Nguyên hàm của hàm số: $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là:

A. $2e^x - \tan x + C$

B. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$

C. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$

D. $2e^x + \tan x + C$

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

A. $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$

B. $-\cos^3 x + C$

C. $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$

D. $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$

Câu 18: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \cos 6x + \frac{1}{4} \cos 4x \right)$

B. $F(x) = \frac{1}{5} \sin 5x \cdot \sin x$

C. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x \right)$

D. $-\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$

Câu 19: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \sin 5x \cdot \cos 3x$ là:

A. $-\frac{1}{2} \left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} \right)$

B. $\frac{1}{2} \left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} \right)$

C. $\frac{1}{2} \left(\frac{\cos 6x}{8} - \frac{\cos 2x}{2} \right)$

D. $\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 6x}{8} + \frac{\sin 2x}{2} \right).$

Câu 20: $\int \sin^2 2x dx =$

A. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x + C$

B. $\frac{1}{3}\sin^3 2x + C$

C. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x + C$

D. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$

Câu 21: $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx =$

A. $2 \tan 2x + C$

B. $-2 \cot 2x + C$

C. $4 \cot 2x + C$

D. $2 \cot 2x + C$

Câu 22: $\int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx =$

A. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| + \frac{1}{2x^2} + C$

B. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - \frac{1}{x^2} + C$

C. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C$

D. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - \frac{1}{3x^2} + C$

Câu 23: $\int (x\sqrt{x} + e^{2017x}) dx =$

A. $\frac{5}{2}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

B. $\frac{2}{5}x^3\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

C. $\frac{3}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

D. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

Câu 24 (Sở GDĐT Lâm Đồng lần 01): Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. C là hằng số. Phát biểu nào sau đây đúng ?

A. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C$

B. $\int a^{2x} dx = a^{2x} + C$

C. $\int a^{2x} dx = \frac{a^{2x}}{2 \ln a} + C$

D. $\int a^{2x} dx = a^{2x} \cdot \ln a + C$

Câu 25 (THPT Hoàng Hoa Thám - Khánh Hòa): Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x+1}$ là :

A. $\ln(x+1) + x$

B. $\ln|x+1|$

C. $-\frac{1}{(x+1)^2}$

D. $\ln|x+1| + x$

Câu 26(THPT Kim Liên – Hà Nội): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + \frac{1}{x}$?

A. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + \ln|x| + C$

B. $\int f(x)dx = 3x^2 + \frac{1}{x^2} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + \ln x + C$

D. $\int f(x)dx = 3x^2 - \frac{1}{x^2} + C$

Câu 27(Cụm 7 – Tp.HCM): Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm

$I = \int [3f(x) + 1]dx$.

A. $I = 3F(x) + 1 + C$

B. $I = 3F(x) + x + C$

C. $I = 3xF(x) + 1 + C$

D. $I = 3xF(x) + x + C$

Câu 28: $\int \frac{dx}{x^2 + 4x - 5} =$

A. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-1}{x+5} \right| + C$

B. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+5}{x-1} \right| + C$

C. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+1}{x-5} \right| + C$

D. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-1}{x+5} \right| + C$

Câu 29: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$ là:

A. $F(x) = x\sqrt{2-x^2}$

B. $-\frac{1}{3}(x^2 + 4)\sqrt{2-x^2}$

C. $-\frac{1}{3}x^2\sqrt{2-x^2}$

D. $-\frac{1}{3}(x^2 - 4)\sqrt{2-x^2}$

Câu 30: Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}(x^2\sqrt{1+x^2})$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

C. $F(x) = \frac{x^2}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

D. $F(x) = \frac{1}{3}x^2(\sqrt{1+x^2})^3$

Câu 31: $\int \tan 2x dx =$

A. $2 \ln |\cos 2x| + C$

B. $\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$

C. $-\frac{1}{2} \ln|\cos 2x| + C$

D. $\frac{1}{2} \ln|\sin 2x| + C$

Câu 32: Nguyên hàm của (với C hằng số) là $\int \frac{-2x}{1-x^2} dx$

A. $\frac{1}{1-x} + C$

B. $\frac{x}{1-x} + C$

C. $\frac{1+x}{1-x} + C$

D. $\ln|1-x^2| + C$

Câu 33: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$, $F(0) = 0$ thì hằng số C bằng

A. $\frac{3}{2} \ln 3$

B. $\frac{2}{3} \ln 3$

C. $-\frac{3}{2} \ln 3$

D. $-\frac{2}{3} \ln 3$

Câu 34 (THPT chuyên Biên Hòa lần 2): Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ biết $F(0) = 19$.

A. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 - \cos x + 20$.

B. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 + \cos x + 20$.

C. $F(x) = x^2 + \cos x + 20$.

D. $F(x) = x^2 - \cos x + 20$.

Câu 35 (Chuyên ĐH Vinh): Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là.

A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $F(x) = -\sin 2x + C$.

D. $F(x) = -\sin 2x$.

Câu 36 (Sở GD – ĐT Đồng Nai): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 4x$.

A. $\int f(x) dx = 4 \sin 4x + C$.

B. $\int f(x) dx = -4 \sin 4x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} \sin 4x + C$.

Câu 37 (THPT Hàm Long): Nguyên hàm của hàm số: $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là.

A. $2e^x - \tan x + C$

B. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$

C. $2e^x + \tan x + C$

D. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$

Câu 38(Cụm 4 – Tp.HCM): Hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số.

A. $f(x) = -2\cos x - 3\sin x$

B. $f(x) = -2\cos x + 3\sin x$

C. $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$

D. $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$

Câu 39(Sở GD – ĐT Hà Tĩnh lần 2): Biết $F(x) = \int \sin x dx$; $F(0) = 1$ khi đó.

A. $F(x) = 1 - \cos x$

B. $F(x) = -\cos x$

C. $F(x) = \cos x$

D. $F(x) = 2 - \cos x$

Câu 40(THPT Lý Nhân Tông): Hàm số $F(x) = \sin 2017x$ là nguyên hàm của hàm số.

A. $f(x) = -2017\cos 2017x$

B. $f(x) = \cos 2017x$

C. $f(x) = 2017\cos 2017x$

D. $f(x) = -\frac{1}{2017}\cos 2017x$

Câu 41(THPT Lương Tài): Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{-1}{\sin^2 x} + C$

B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan x + C$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$

Câu 42(Sở GDĐT Lâm Đồng lần 2): Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 - \sin 2x$ khi $F(0) = 1$ là:

A. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} - x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$

B. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1}{2}$

C. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} + 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$

D. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$

Câu 43(TT Tân Hồng Phong): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

- A. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$ B. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$
C. $-\cos 2x + C$ D. $\cos 2x + C$

Câu 44(Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x \cdot \cos 5x$ là.

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{16} \cos 8x + C$
B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \sin 8x + C$
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$
D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$

Câu 45: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3}$ khi $F(0) = 0$ là

- A. $\ln|1 + \sin^2 x|$ B. $\frac{\ln|2 + \sin^2 x|}{3}$
C. $\ln\left|1 + \frac{\sin^2 x}{3}\right|$ D. $\ln|\cos^2 x|$

Câu 46: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$ thì $F(3)$ bằng

- A. $\ln 2$ B. $\ln 2 + 1$
C. $\ln \frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 47: Nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \frac{1}{3x+1}$ là:

- A. $\frac{1}{2} \ln|3x+1| + C$ B. $\frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$ C. $\frac{1}{3} \ln(3x+1) + C$ D. $\ln|3x+1| + C$

Câu 48: Nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \cos(5x-2)$ là:

- A. $\frac{1}{5} \sin(5x-2) + C$ B. $5 \sin(5x-2) + C$
C. $\frac{1}{5} \sin(5x-2) + C$ D. $-5 \sin(5x-2) + C$

Câu 55: Để $F(x) = a \cdot \cos^2 bx (b > 0)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ thì a và b có giá trị lần lượt là:

- A. -1 và 1
- B. 1 và 1
- C. 1 và -1**
- D. -1 và -1

Câu 56: Cho $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Khi đó:

- A. $\int f(x)dx = \frac{(\ln x)^2}{2} + C$**
- B. $\int f(x)dx = \ln x + C$
- C. $\int f(x)dx = (\ln x)^2 + C$
- D. $\int f(x)dx = \frac{\ln x}{2} + C$

Câu 57: Hàm số $F(x) = e^x + e^{-x} + x$ là nguyên hàm của hàm số:

- A. $f(x) = e^{-x} + e^x + 1$
- B. $f(x) = e^x - e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$
- C. $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$**
- D. $f(x) = e^x + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$

Câu 58: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 2$ thỏa mãn $F(1) = 9$ là:

- A. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2$
- B. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 10$
- C. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2x$
- D. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 10$**

Câu 59: Nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x} + e^x}$ là:

- A. $\ln|e^x + e^{-x}| + C$**
- C. $\ln|e^x - e^{-x}| + C$
- B. $\frac{1}{e^x - e^{-x}} + C$
- D. $\frac{1}{e^x + e^{-x}} + C$

Câu 60: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 19$ là:

A. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2}$

B. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 2$

C. $F(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} + 20$

D. $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} + 20$

Câu 61: Cho $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng:

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$

C. $f(\pi) = 3\pi$

D. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$

Câu 62: Nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$ là:

A. $\frac{1}{3}\sin^3 x - \frac{1}{5}\sin^5 x + C$

B. $-\frac{1}{3}\sin^3 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + C$

C. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

D. Đáp án khác.

Câu 63: Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

A. $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$

B. $-\cos^3 x + C$

C. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$

D. Đáp án khác.

Câu 64: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \cos 6x$

B. $F(x) = \sin 6x$

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)$

D. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4}\right)$

Câu 65: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \sin 5x \cdot \cos 3x$ là:

A. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$

B. $\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$

C. $\cos 8x + \cos 2x$

D. Đáp án khác.

Câu 66: Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2$

B. $F(x) = \frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2$

D. $F(x) = \frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2$

Câu 67: Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Câu 68: Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C$

B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$

C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Câu 69: Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{x^3}{x-1} dx$ là:

A. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

B. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x+1| + C$

C. $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

D. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

Câu 70: Nguyên hàm của hàm số: $y = \int x\sqrt{4x+7} dx$ là:

A. $\frac{1}{20} \left[\frac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

B. $\frac{1}{18} \left[\frac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

C. $\frac{1}{14} \left[\frac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

D. $\frac{1}{16} \left[\frac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

Câu 71: Một nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$

A. $3\cos 3x$

B. $-3\cos 3x$

C. $\frac{1}{3}\cos 3x$

D. $-\frac{1}{3}\cos 3x$

Câu 72: Cho $f(x) = \frac{1}{\cos^2 4x}$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $\frac{1}{4} \tan 4x + C$

B. $-\frac{1}{4} \tan 4x + C$

C. $\frac{1}{4} \cot 4x + C$

D. $-\frac{1}{4} \cot 4x + C$

Câu 73: Cho $f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$. Khi đó $\int f(x)dx$ bằng:

A. $\ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

B. $\ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + C$

C. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + C$

D. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

Câu 74 (Cụm 6 Tp.HCM): Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x(1 - 3e^{-2x})$.

A. $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C$.

B. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C$.

C. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C$.

D. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C$.

Câu 75: Cho $f(x) = \frac{\log x}{x}$. Khi đó $\int f(x)dx$ bằng:

A. $\frac{(\log x)^2}{2} + C$

B. $\frac{1}{2} \ln 10 \cdot (\ln x)^2 + C$

C. $\frac{1}{2 \ln 10} (\ln x)^2 + C$

D. $(\log x)^2 + C$

Câu 76: Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = a \cdot x + \frac{b}{x^2}$ với $a, b \neq 0$, $f(-1) = 2$; $f(1) = 4$; $f'(1) = 0$. Khi đó:

A. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + \frac{11}{2}$

B. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

C. $f(x) = 4x^2 + \frac{4}{x} + 2$

D. $f(x) = 2x^2 + \frac{2}{x} + 2$

TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỪNG PHẦN

Định lý: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm và liên tục trên K thì

$$I = \int u(x) \cdot v'(x) \cdot dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) \cdot dx \text{ hay } I = \boxed{\int u dv = uv - \int v du}.$$

Vận dụng giải toán:

Nhận dạng: Tích 2 hàm khác loại nhân nhau, chẳng hạn: mũ nhân lượng giác $\int e^x \cdot \sin x \cdot dx, \dots$

Đặt: $\begin{cases} u = \dots\dots\dots \xrightarrow{\text{Vi phân}} du = \dots\dots\dots dx \\ dv = \dots\dots dx \xrightarrow{\text{Nguyên hàm}} v = \dots\dots\dots \end{cases}$ Suy ra: $I = \int u dv = uv - \int v du.$

Thứ tự ưu tiên

chọn u : **log – đa – lượng – mũ** và $dv =$ **phần còn lại**.

Nghĩa là nếu có $\ln$ hay $\log_a x$ thì chọn $u = \ln$ hay $u = \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x$ và $dv =$ còn lại. Nếu

không có $\ln$; $\log$ thì chọn $u =$ đa thức và $dv =$ còn lại.

Nếu không có $\log$, đa thức, ta chọn $u =$ lượng giác,

Lưu ý: bậc của đa thức và bậc của $\ln$ tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.

Bài tập: Tính các nguyên hàm sau:

Câu 01: $I = \int x \cdot \sin x \cdot dx.$

ĐS: $I = \sin x - \cos x + C.$

♥ Giải :

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 02: $I = \int (1-2x) \cdot e^x \cdot dx.$

ĐS: $I = (3-2x) \cdot e^x + C.$

♥ Giải :

.....

Câu 03: $I = \int e^x \cdot \cos x \cdot dx$

ĐS: $I = \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + C$

♥ Giải :

Câu 04: $I = \int (2x - 1) \cdot \ln x \cdot dx$

ĐS: $I = (x^2 - x) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$

♥ Giải :

Câu 05: $I = \int x \cdot e^{3x} \cdot dx$

ĐS: $I = \frac{xe^{3x}}{3} - \frac{e^{3x}}{9} + C$

♥ Giải :

Câu 06: $I = \int \ln x \cdot dx$. ĐS: $I = x \ln x - x + C$.

♥ Giải :

Câu 07: $I = \int (x+1) \cdot \sin 2x \cdot dx$. ĐS: $I = -\frac{x+1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

♥ Giải :

Câu 08: $I = \int x \cdot e^{-x} \cdot dx$. ĐS: $I = -(1+x) \cdot e^{-x} + C$.

♥ Giải :

Câu 09: $I = \int x \cdot \cos x \cdot dx$. ĐS: $I = x \sin x + \cos x + C$.

♥ Giải :

Câu 10: $I = \int x \cdot e^x \cdot dx$. ĐS: $I = x e^x - e^x + C$.

♥ Giải :

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 01: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x e^x$ là:

- A. $e^x + C$ B. $e^x (x-1) + C$ C. $e^x (x+1) + C$ D. $\frac{x^2}{2} e^x + C$

Câu 02: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^x$ là:

- A. $(2x+2).e^x$ B. x^2e^x C. $(x^2+x).e^x$ D. $(x^2-2x).e^x$

Câu 03: Cho hàm số $f(x) = x.e^{-x}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(0)=1$ là:

- A. $-(x+1)e^{-x}+1$ B. $-(x+1)e^{-x}+2$ C. $(x+1)e^{-x}+1$ D. $(x+1)e^{-x}+2$

Câu 04: Cho $f(x) = x \sin x$. Nguyên hàm của $f(x)$ là:

- A. $-x \cos x + C$ B. $x \sin x + \cos x + C$ C. $\sin x + x \cos x + C$ D. $-x \cos x + \sin x + C$

Câu 05: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{x^2}$ là hàm số:

- A. $F(x) = 2e^{x^2}$ B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$ C. $F(x) = 2x^2e^{x^2}$ D. $F(x) = e^{x^2} + xe^{x^2}$

Câu 06: Cho $f(x) = \int_0^x \ln t dt$. Đạo hàm $f'(x)$ là hàm số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{x}$ B. $\ln x$ C. $\ln^2 x$ D. $\frac{1}{2}\ln^2 x$

Câu 07: Một nguyên hàm của $f(x) = x^3e^x$ là:

- A. $(x^3-3x^2+6x-6)e^x$ B. $(x^3-6x+6)e^x$ C. $(x^3+3x^2-6)e^x$ D. $3x^2e^x$

Câu 08: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{x^2}$ là :

- A. $F(x) = 2e^{x^2}$ B. $F(x) = 2x^2e^{x^2}$
C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$ D. $F(x) = xe^{x^2} + e^{x^2}$

Câu 09: Hàm số $f(x) = (x+1)\sin x$ có các nguyên hàm là:

- A. $F(x) = (x+1)\cos x + \sin x + C$ B. $F(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + C$
C. $F(x) = -(x+1)\cos x - \sin x + C$ D. $F(x) = (x+1)\cos x - \sin x + C$

Câu 10: Hàm số $f(x) = \ln x$ có các nguyên hàm là:

- A. $F(x) = x(\ln x - 1) + C$ B. $F(x) = \frac{1}{x} + C$
C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$ D. $F(x) = x(\ln x + 1) + C$

Câu 11: Hàm số $f(x) = \cos x \left(\frac{1}{\cos x} + x \right)$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = \sin x \left(\frac{x}{\sin x} + \frac{1}{2}x^2 \right) + C$

B. $F(x) = x(1 + \sin x) - \cos x + C$

C. $F(x) = x(1 + \sin x) + \cos x + C$

D. $F(x) = x(1 - \sin x) + \cos x + C$

Câu 12: Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \cos 3x$, biết $F(0) = 1$. Vậy $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{3}x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + 1$

C. $F(x) = \frac{1}{6}x^2 \sin 3x$

D. $F(x) = \frac{1}{3}x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + \frac{8}{9}$

Câu 13: Tính $\int xe^x dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = e^x - xe^x + C$

B. $F(x) = e^x + xe^x + C$

C. $F(x) = -e^x - xe^x + C$

D. $F(x) = -e^x + xe^x + C$

Câu 14: Tính $\int x \cos x dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = x \sin x + \cos x + C$

B. $F(x) = x \sin x - \cos x + C$

C. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$

D. $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$

Câu 15: Tìm $\int x \cos 2x dx$ là:

A. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

B. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

C. $\frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$

D. $\sin 2x + C$

Câu 16: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 2x)e^x$ là

A. $F(x) = (2x + 2)e^x$

B. $F(x) = x^2 e^x$

C. $F(x) = (x^2 + x)e^x$

D. $F(x) = (x^2 - 2x)e^x$

Câu 17: Một nguyên hàm của $f(x) = x^2 e^x$ là

A. $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} e^x$

C. $F(x) = (x^2 - 2x - 2)e^x$

D. $F(x) = 2xe^x$

Câu 18: Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = xe^{-x}$ thỏa $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = -(x + 1)e^{-x} + 1$

B. $F(x) = -(x + 1)e^{-x} + 2$

C. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$

D. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$

Câu 19: Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x \sin x dx = \frac{-x^2 \cdot \cos x}{2} + C$

B. $\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C$

C. $\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$

D. $\int x \sin 2x dx = \frac{-x \cos 2x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 20: Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x e^{3x} dx = \frac{x e^{3x}}{3} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

B. $\int x e^x dx = x e^x - e^x + C$

C. $\int x e^x dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^x + C$

D. $\int \frac{x}{e^x} dx = \frac{-x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + C$

Câu 21: Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$

B. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$

C. $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$

D. $\int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$

Câu 22: Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \ln^2 x dx = x \ln^2 x - 2(x \ln x - x) + C$

B. $\int \ln^2 x dx = \frac{\ln^3 x}{3} + C$

C. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$

D. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{-\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C$

ĐỀ ÔN TẬP HỌC KÌ I

Câu 01 : Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

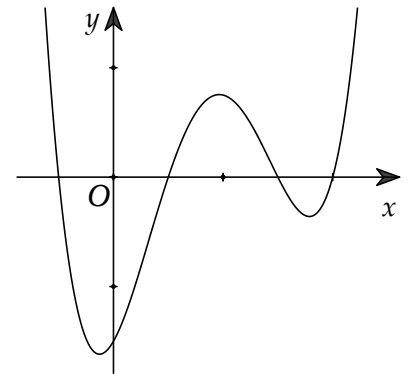
- A. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực trị x_0 .
- B. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ bằng số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.
- C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
- D. Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực trị $x = a$ thì $f'(a) = 0$.

Câu 02 : Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3x - 2$.

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; +\infty)$.
- D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 03 : Điểm nào sau đây là điểm cực đại của hàm số $y = 2 \sin x + 1$?

- A. $-\frac{\pi}{2}$.
- B. $\frac{\pi}{2}$.
- C. 3.
- D. -1.



Câu 04 : Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$.

- A. 4.
- B. 6.
- C. 5.
- D. 7.

Câu 05 : Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

- A. $x = 1$; $x = 2$.
- B. $y = 1$; $x = 2$.
- C. $x = 1$; $y = 2$.
- D. $x = 1$; $x = -2$.

Câu 06 : Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^x$ là:

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C$.
- B. $2e^{2x} - e^x + C$.
- C. $e^x(e^x - x) + C$.
- D. Kết quả khác.

Câu 07 : Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2-2m+3}{x+1}$ trên $[1; 2]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2M+3N$.

- A. 7.
- B. $\frac{19}{2}$.

- C. 5. D. $\frac{9}{5}$.

Câu 08 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 4}}{x-1}$ có 3 đường tiệm cận.

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 09 : Viết tất cả các phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = x^3 - 2x^2 + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 1$.

- A. $y = x - 1; y = -x + 1$.
B. $y = -x + \frac{31}{27}; y = -x + 1$.
C. $y = -x + \frac{31}{27}$.
D. $y = -x + 3; y = -x + 1$.

Câu 10 : Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

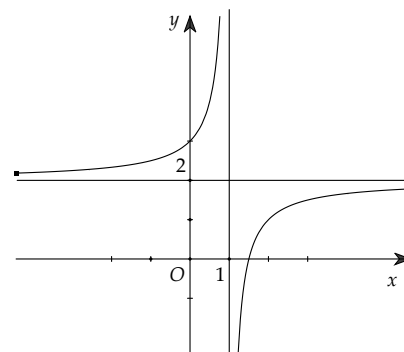
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$y'(x)$	+	$\parallel$	+
y	3	$\begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$	3

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
C. $\max_{x \in [3; 10]} f(x) = f(10)$.
D. Phương trình $f(x) - 5 = 0$ có hai nghiệm thực.

Câu 11 : Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.



Câu 12 : Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** có cực trị?

A. $y = x^2$.

B. $y = |x|$.

C. $y = x^4$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 13 : Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ có bảng biến thiên nào dưới đây?

A.

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty \rightarrow -\infty$	

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty \rightarrow 0$	$0 \rightarrow +\infty$	

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty \rightarrow 1$	$1 \rightarrow +\infty$	

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	0	-
y	$-\infty \rightarrow 0$	$0 \rightarrow +\infty$	

Câu 14 : Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $x = 2$ và $x = -2$.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có duy nhất một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = -2$.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận ngang.

Câu 15 : Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+7}{x^2-1}$.

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 16 : Biết hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 4]$ bằng 5. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) - 2$ trên $[1; 4]$

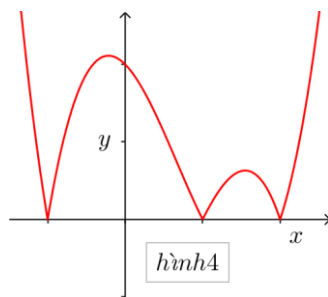
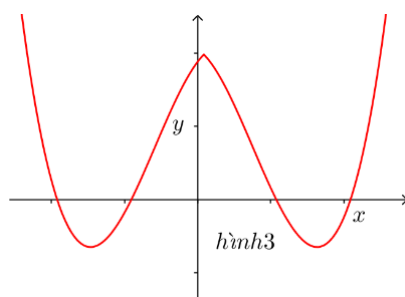
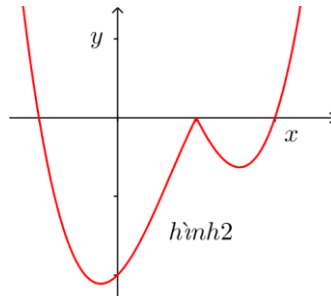
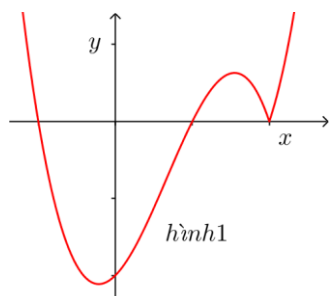
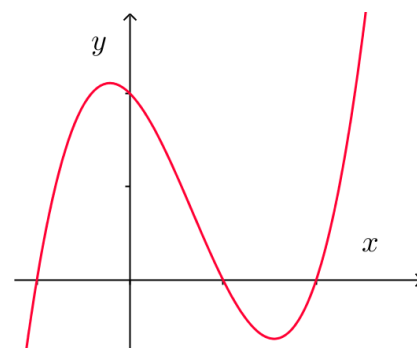
A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 8.

Câu 17 : (Trích câu 15, đề tham khảo Bộ GD&ĐT) Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 18 : Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ với trục hoành.

A. (0; -1).

B. (1; 0).

C. (2; 1).

D. (0; 1).

Câu 19 : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số k để phương trình $x^3 - 3x + 4 - k = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $2 \leq k \leq 6$.

B. $2 < k < 6$.

C. $1 \leq k \leq 3$.

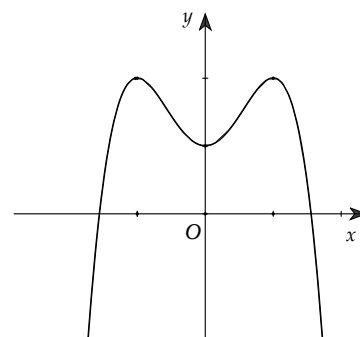
D. $1 < k < 3$.

Câu 20 : Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c = 0$.



D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 21 : Giả sử a, b là các số dương bất kì khác 1, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$. B. $(a \cdot b)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha - \beta}$.

Câu 22 : Tìm tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-2}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (0; +\infty) \setminus \{1\}$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 23 : Cho $\log_a x = 4$, $\log_b x = 5$ với $0 < x \neq 1$ và a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x^2$.

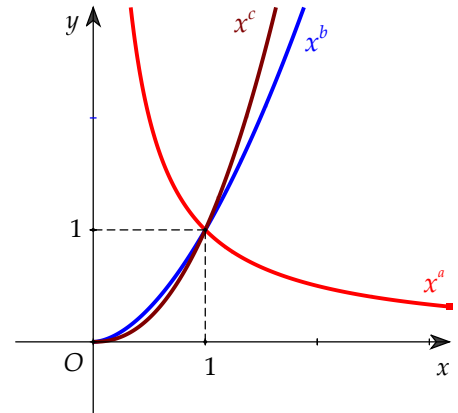
- A. $P = \frac{9}{40}$. B. $P = \frac{1}{20}$. C. $P = 20$. D. $P = \frac{40}{9}$.

Câu 24 : Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ là

- A. $\sqrt{x} + C$ B. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + C$ C. $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$ D. $\frac{3}{2}x\sqrt{x} + C$

Câu 25 : ba số thực dương a, b, c . Đồ thị các hàm số $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ được cho như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $1 < a < b < c$.
B. $c > b > 1; a < 0$.
C. $1 > c > b > 0; a < 0$.
D. $b > c > 1; a < 0$.



Câu 26 : Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để

phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

- A. 0.
B. 4.
C. 3.
D. Vô số.

Câu 27 : Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{x-1}(x^2 - 6x + 9)$.

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $D = (1; +\infty) \setminus \{2, 3\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 28 : Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{10} x$, ($x > 0$).

A. $y' = \frac{1}{10x \ln 10}$.

B. $y' = \frac{10}{x \ln 10}$.

C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

D. $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

Câu 29 : Với a là số thực dương khác 1. Xét các mệnh đề sau:

(I): Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua Oy .

(II): Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua Ox .

(III): Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

Tìm số mệnh đề đúng.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 30 : Cho $a > 0$. Viết dạng lũy thừa của biểu thức $\sqrt[3]{a^3 \sqrt[3]{a^3 \sqrt[3]{a^3 a}}}$.

A. $a^{\frac{40}{27}}$

B. $a^{\frac{20}{81}}$.

C. $a^{\frac{40}{81}}$.

D. $a^{\frac{1}{81}}$.

Câu 31 : Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $2^x = 4$.

B. $2^x = 1$.

C. $2^x = -1$.

D. $2^x = \pi$.

Câu 32 : Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(4x-2) \geq -1$.

A. $T = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $T = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $T = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$.

D. $T = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 33 : Có bao nhiêu số nguyên trên $[0; 10]$ nghiệm đúng bất phương trình

$\log_e(3x-4) > \log_e(x-1)$?

A. 10.

B. 11.

C. 9.

D. 8.

Câu 34 : Cho hàm số $f(x) = \frac{7^x}{3^{x-2}}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x-2)\log_7 3$.

B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1+\log_7 3} > \frac{x-2}{1+\log_3 7}$.

C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \log 7 > (x-2) \log 3$.

D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \log_{\frac{1}{5}} 7 > (x-2) \log_5 3$.

Câu 35 : Bạn Hùng giải phương trình $5^x \cdot 8^{1-\frac{1}{x}} = 500$ theo các bước sau:

Bước 1: Điều kiện: $x \neq 0$. Phương trình tương đương với $5^x \cdot 8^{1-\frac{1}{x}} = 5^3 \cdot 2^2 \Leftrightarrow 5^{x-3} \cdot 2^{\frac{x-3}{x}} = 1$

Bước 2: Lấy lôgarit cơ số 2 hai vế phương trình (1): $(x-3) \log_2 5 + \frac{x-3}{x} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-3) \left(\log_2 5 + \frac{1}{x} \right) = 0$$

Bước 3: (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ \log_2 5 + \frac{1}{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\log_5 2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x=3, x=\log_5 2$.

Hỏi bài giải bạn Hùng đúng hay sai? Nếu sai thì sai bắt đầu từ bước nào?

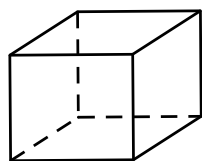
A. Đúng.

B. Sai từ bước 1.

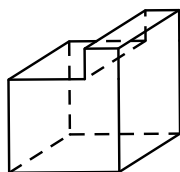
C. Sai từ bước 2.

D. Sai từ bước 3.

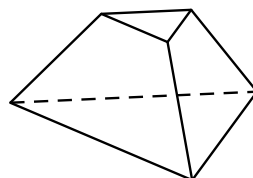
Câu 36 : Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số hình đa diện lồi.



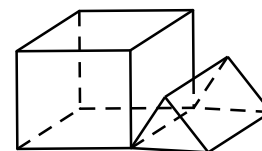
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 37 : Tìm $\int (\cos 6x - \cos 4x) dx$ là:

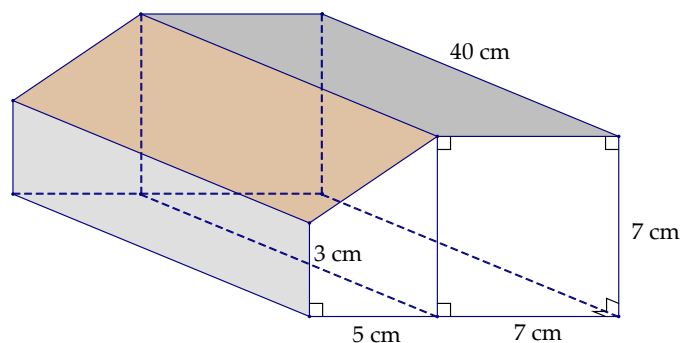
A. $-\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x + C$

B. $6 \sin 6x - 5 \sin 4x + C$

C. $\frac{1}{6} \sin 6x - \frac{1}{4} \sin 4x + C$

D. $-6 \sin 6x + \sin 4x + C$

Câu 38 : Một khúc gỗ có dạng với độ dài các cạnh được cho như hình vẽ bên. Tính thể tích khối đa diện tương ứng.



A. $V = \frac{2960}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

B. $V = 2560 \text{ (cm}^3\text{)}.$

C. $V = 2960 \text{ (cm}^3\text{)}.$

D. $V = 2590 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 39 : Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (P) chứa AG và song song với BD , cắt SB , SC , SD lần lượt tại B' , C' , D' . Tính tỉ số thể tích giữa khối $S.AB'C'D'$ và khối $S.ABCD$.

A. $k = \frac{1}{9}.$

B. $k = \frac{2}{9}.$

C. $k = \frac{1}{3}.$

D. $k = \frac{8}{27}.$

Câu 40 : Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$

B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$

C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$

D. $h = \sqrt{3}a.$

Câu 41 : Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có sáu mặt đều là hình thoi cạnh a và góc nhọn của hình thoi bằng 60° . Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

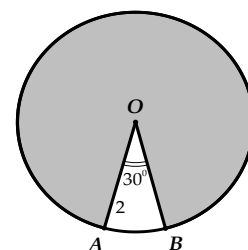
A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $V = \sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 42 : Bạn Lan có một miếng bìa cứng hình tròn có bán kính bằng 2. Bạn Lan cắt một góc một miếng bìa hình quạt với $AOB = 30^\circ$, sau đó bạn dán miếng bìa còn lại tạo thành mặt xung quanh của một hình nón (N). Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).



A. $S = \frac{\sqrt{23}\pi}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{\sqrt{23}\pi}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{11\pi}{3}$.

D. $S_{xq} = \frac{11\pi}{2}$.

Câu 43 : Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , biết tứ giác $BCC'B'$ là hình vuông. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

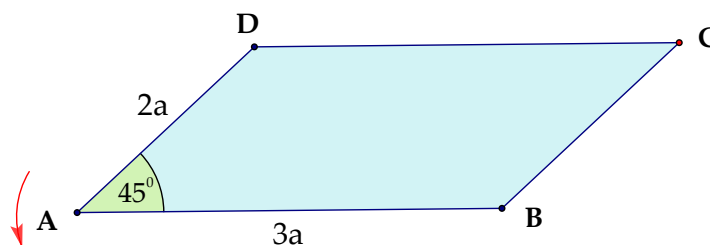
Câu 44 : Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = a$; $AB = 3a$; $BAD = 45^\circ$ (như hình bên). Tính thể tích khối tròn xoay nhận được khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh trục AB .

A. $V = 5\pi a^3$.

B. $V = 6\pi a^3$.

C. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$.

D. $V = \frac{5\pi a^3}{2}$.



Câu 45 : Để chuẩn bị cho Tết Nguyên Đán 2017, ban dự án đường hoa Nguyễn Huệ, quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh dự định xây dựng một khối cầu có bán kính bằng $2m$ để trưng bày hoa tươi xung quanh, để tiết kiệm diện tích Ban quản lý xây một hình trụ nội tiếp mặt cầu. Tính bán kính đáy r của hình trụ sao cho khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

B. $r = \frac{32\pi\sqrt{3}}{9}$.

C. $r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

D. $r = \frac{8}{3}$.

Câu 46 : Nếu góc ở đỉnh của hình nón (N) bằng 60° thì góc giữa đường sinh và mặt đáy của (N) bằng bao nhiêu?

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 47 : Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với

$AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

B. $V = \frac{9a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 48 : Cho đường tròn (C) ngoại tiếp một tam giác đều ABC có cạnh bằng a , M là trung điểm BC. Quay hình tròn (C) xung quanh trục AM, ta được một khối cầu có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{54}$.

B. $\frac{4\pi a^3}{9}$.

C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 49 : Tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $OA = OB = OC = 1$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50 : Cho hình nón (N) có đường sinh có độ dài gấp đôi bán kính đáy. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V = 9\sqrt{3}\pi$.

B. $V = 9\pi$.

C. $V = 3\sqrt{3}\pi$.

D. $V = 3\pi$.

_____ HẾT _____

BẢNG ĐÁP ÁN:

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	D	A	B	D	C	A	A	C	C	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	A	D	B	C	D	C	A	B	B	D
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	A	D	D	C	B	C	C	C	C	C
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	C	D	C	D	D	B	C	C	C	D
Câu	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Đáp án	D	C	D	B	C	C	A	C	C	D