KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2018 - LẦN 2
BÀI THI MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 165

Họ và tên học sinh: . . . . Lớp: . . . . SBD: . . . . Phòng: . . . .

Câu 1. Cho khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và khoảng cách giữa hai đáy của khối trụ bằng $3a$. Tính bán kính đáy của khối trụ đó.

A. $4a$. **B.** $3a$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, SD tạo với mặt phẳng (SAC) một góc bằng $30°$. Tính $V_{S.ABCD}$.

A. $V_{S.ABCD} = \sqrt{3}a^3$. **B.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (C) không có tiệm cận đứng.

A. $m = 0$ hoặc $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geqslant \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

A. $S = [-2; -1) \cup [1; +\infty)$. **B.** $S = [-3; 1)$.
C. $S = (-2; 1)$. **D.** $S = [1; +\infty)$.

Câu 5. Cho $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{2x-1} = \ln C$. Khi đó giá trị của C là

A. 3. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 81.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; +\infty)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; 3)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm A đối xứng với điểm $B(3; -1; 4)$ qua mặt phẳng (xOz) là

A. $A(-3; -1; -4)$. **B.** $A(3; -1; -4)$. **C.** $A(3; 1; 4)$. **D.** $A(-3; -1; 4)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty \ \Vert \ +\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty \ \Vert \ -\infty$	$\nearrow$	-2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

A. $[-2; 1)$. **B.** $[-2; 1]$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -2]$.

Câu 9. Cho số phức $z = -3 + 7i$. Phần ảo của số phức z là

A. $7i$. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 10. Tính $L = \lim\limits_{x \to 2^-} \left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x^2-4} \right)$.

A. Không tồn tại L. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = 0$. **D.** $L = -\infty$.

Câu 11. Biến đổi biểu thức $A = \sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$, ta được biểu thức nào sau đây?$(0 < a \neq 1)$.

A. $A = a^{\frac{3}{5}}$. **B.** $A = a^{\frac{7}{5}}$. **C.** $A = a^{\frac{7}{10}}$. **D.** $A = a^{\frac{3}{10}}$.

Câu 12. Một lớp học có 35 học sinh. Số cách chọn 4 học sinh từ lớp học đó để thành lập một ban cán sự của lớp là

A. C_{35}^4. **B.** 35^4. **C.** 4^{35}. **D.** A_{35}^4.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = m - 2t \\ z = nt \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ (m, n là các hằng số cho trước) và mặt phẳng $(P)\colon x + y - z - 2 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính $m + n$.

A. $m + n = -3$. **B.** $m + n = 0$. **C.** $m + n = 1$. **D.** $m + n = -1$.

Câu 14. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tính $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

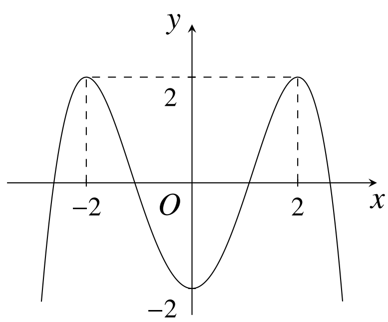
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

A. $y = -2$. **B.** $x = 0$.

C. $N(2; 2)$. **D.** $M(0; -2)$.



Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x + \cos x$ trên đoạn $[0; 1]$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** π. **D.** 0.

Câu 17. Khi tính $\displaystyle\int \sin ax \cdot \cos bx \, \mathrm{d}x$, biến đổi nào dưới đây là đúng?

A. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, \mathrm{d}x = \int \sin ax \, \mathrm{d}x \cdot \int \cos bx \, \mathrm{d}x.$

B. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, \mathrm{d}x = \dfrac{1}{2} \int \left[\sin(a+b)x + \sin(a-b)x\right] \mathrm{d}x.$

C. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, \mathrm{d}x = \dfrac{1}{2} \int \left[\sin \dfrac{a+b}{2} x + \sin \dfrac{a-b}{2} x\right] \mathrm{d}x.$

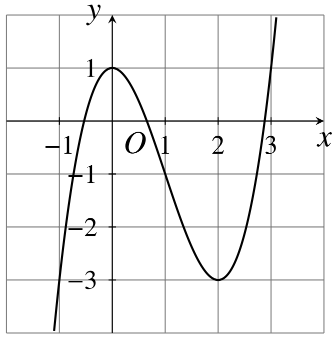
D. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, \mathrm{d}x = ab \int \sin x \cdot \cos x \, \mathrm{d}x.$

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon x - 2y - z + 1 = 0$.

A. $x + 2y + z - 2 = 0$. **B.** $-x + 2y + z + 1 = 0$. **C.** $2x + y - z - 1 = 0$. **D.** $-x + 2y + z - 1 = 0$.

Câu 19.

Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số sau?



A. $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{-2018x}$ là

A. $\dfrac{-1}{2018}\mathrm{e}^{2018x} + C$. **B.** $\dfrac{-1}{2018}\mathrm{e}^{-2018x} + C$. **C.** $2018\mathrm{e}^{-2018x} + C$. **D.** $\mathrm{e}^{-2018x} + C$.

Câu 21. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn một tiết mục. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

A. $\dfrac{10}{21}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{13}{21}$. **D.** $\dfrac{4}{21}$.

Câu 22. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P = x(1-2x)^n + x^2(1+3x)^{2n}$ thành đa thức, biết $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5$.

A. 432. **B.** 3320. **C.** -5432. **D.** 4674.

Câu 23. Biết rằng phương trình $4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} = 13 \cdot 6^{1+\log x}$ có 2 nghiệm thực phân biệt a, b. Tính tích $a \cdot b$.

A. $a \cdot b = 1$. **B.** $a \cdot b = 100$. **C.** $a \cdot b = \dfrac{1}{10}$. **D.** $a \cdot b = 10$.

Câu 24.

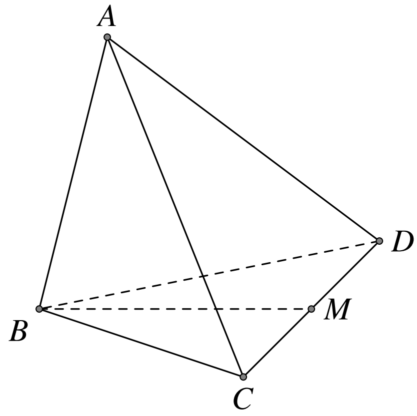
Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm CD. Côsin của góc giữa hai đường thẳng AC và BM bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

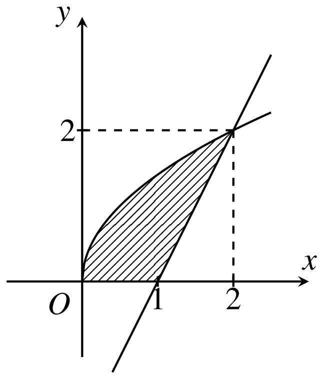
C. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.



Câu 25.

Hình phẳng $\mathcal{D}$ (phần gạch chéo trên hình) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{2x}$, đường thẳng $d : y = ax + b\,(a \neq 0)$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi hình phẳng $\mathcal{D}$ quay quanh trục Ox.



A. $\dfrac{8\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{10\pi}{3}$.

C. $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 26.

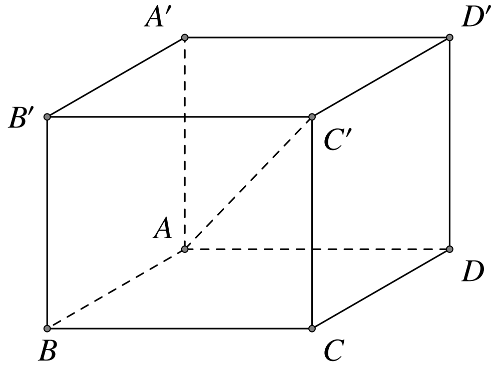
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $a\sqrt{5}$.

C. $2a$.

D. a.



Câu 27. Một loại virus có số lượng cá thể tăng trưởng mũ với tốc độ $x\%/h$, tức là cứ sau 1 giờ thì số lượng của chúng tăng lên $x\%$. Người ta thả vào ống nghiệm 20 cá thể, sau 53 giờ số lượng cá thể virus đếm được trong ống nghiệm là 1,2 triệu. Tìm x. (tính chính xác đến hàng phần trăm)

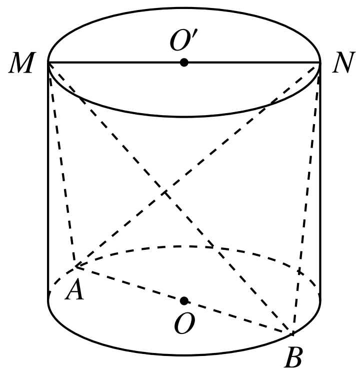
A. $x \approx 71,13\%$. **B.** $x \approx 13,17\%$. **C.** $x \approx 23,07\%$. **D.** $x \approx 7,32\%$.

Câu 28.

Cho hình trụ có đường cao h, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;R)$ và $(O';R)$. AB là đường kính cố định của $(O;R)$ và MN là một đường kính thay đổi trên $(O';R)$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $MNAB$.

A. $V_{\max} = \dfrac{2R^2h}{3}$. **B.** $V_{\max} = \dfrac{R^2h}{3}$.

C. $V_{\max} = 2R^2h$. **D.** $V_{\max} = \dfrac{R^2h}{6}$.



Câu 29. Cho hàm số $y=\left(\frac{5}{2018}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^{x}+1}$. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $3e^2+1\leqslant m\leqslant 3e^3+1$.

B. $m\geqslant 3e^4+1$.

C. $m<3e^2+1$.

D. $3e^3+1\leqslant m<3e^4+1$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;4;-1)$.

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{4}$.

B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+1}{-4}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+1}{4}$.

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x\cdot\cos x$ và $F(0)=\pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\pi$.

B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}+\pi$.

C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$.

D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$, đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$2^{|\sin x|-\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|}\cdot\log_2(|\sin x|+2)=\log_2\left(\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|+2\right)$ có nghiệm thực?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Câu 34. Tập hợp tất cả các giá trị của m để qua điểm $A(2;m)$ kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ là

A. $(-5;4)$.

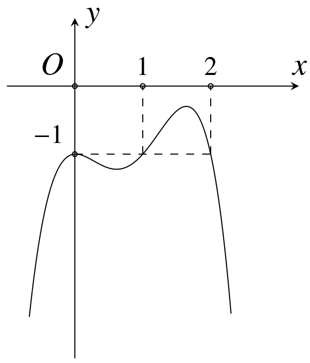
B. $(-2;3)$.

C. $(-5;-4)$.

D. $(4;5)$.

Câu 35.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Xác định điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=f(x)+x$.



A. Không có điểm cực tiểu.

B. $x=2$.

C. $x=0$.

D. $x=1$.

Câu 36. Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R},a<0)$ thỏa mãn $1+\bar{z}=|\bar{z}-i|^2+(iz-1)^2$. Tính $|z|$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 37.

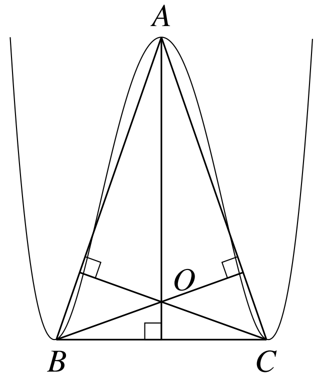
Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + \dfrac{7}{2}$ có ba điểm cực trị là A, B, C và tam giác ABC nhận gốc tọa độ làm trực tâm. Tìm m.

A. $m = 4$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.



Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Câu 39. Biết $I = \displaystyle\int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{\mathrm{d}x}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3\ln a - \ln b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.

A. $P = 15$. **B.** $P = 10$. **C.** $P = 20$. **D.** $P = -10$.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_5(25^x - \log_5 m) = x$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \dfrac{1}{\sqrt[4]{5}}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \geqslant 1 \\ m = \dfrac{1}{\sqrt[4]{5}} \end{array}\right.$. **C.** $m \geqslant 1$. **D.** $m = 1$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 7]$ để hàm số

$y = \left|x^3 - mx^2 - \left(2m^2 + m - 2\right)x - m^2 + 2m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -2; 1)$, $B(-2; 2; 1)$, $C(1; -2; 2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng Oyz tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $\left(0; -\dfrac{4}{3}; \dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(0; -\dfrac{2}{3}; \dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(0; \dfrac{2}{3}; -\dfrac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(0; -\dfrac{2}{3}; \dfrac{8}{3}\right)$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD, SC. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi k $(k \leq 1)$ là tỷ số thể tích giữa hai khối đa diện đó. Tính k.

A. $k = \dfrac{1}{3}$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = \dfrac{1}{4}$. **D.** $k = \dfrac{1}{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. **B.** $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

C. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. **D.** $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

Câu 45. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \dfrac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}, \forall n \geqslant 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_1 + u_2 + \cdots + u_n > \dfrac{2017}{2018}$ là

A. 1010. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 1009.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số có dạng $\overline{abc}$ thỏa mãn điều kiện a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?

A. 81. **B.** 45. **C.** 165. **D.** 216.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{15}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{25}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $(\Delta)\colon \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2;3;-4)$; $B(4;6;-9)$. Gọi C, D là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD = \sqrt{14}$ và mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất. Khi đó tọa độ trung điểm CD là

A. $\left(\dfrac{79}{35};\dfrac{64}{35};\dfrac{102}{35}\right)$. **B.** $(2;2;3)$. **C.** $\left(\dfrac{181}{5};-\dfrac{104}{5};-\dfrac{42}{5}\right)$. **D.** $(5;0;2)$.

Câu 49. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1-2i| = |z-3+2i|$, đồng thời $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H = |w - z_1| + |w - z_2|$, trong đó $w = 1 + 3i$.

A. $\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{85}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{1165}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{1105}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = f(x) + x^2 \cdot e^x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -1$. Tính $f(3)$.

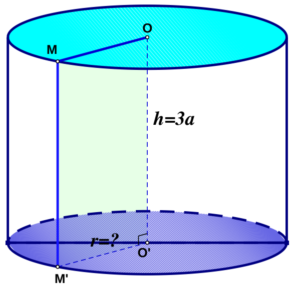
A. $6e^3 + 3$. **B.** $6e^2 + 2$. **C.** $3e^2 - 1$. **D.** $9e^3 - 1$.

- - - - - - - - - - HẾT- - - - - - - - - -

Câu 1. Cho khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và khoảng cách giữa hai đáy của khối trụ bằng $3a$. Tính bán kính đáy của khối trụ đó.

A. $4a$. **B.** $3a$. **C.** a. **D.** $2a$.

GIẢI



Gọi r, h theo thứ tự là bán kính và chiều cao của khối trụ đã cho h cũng chính là khoảng cách giữa hai đáy.

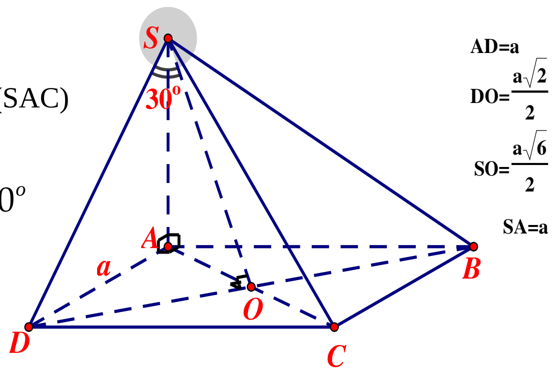
Theo đề

$V=\pi r^2 h \Leftrightarrow 12\pi a^3=\pi r^2.3a \Leftrightarrow \boxed{r=2a}$. **Đáp án D**

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, SD tạo với mặt phẳng (SAC) một góc bằng $30°$. Tính $V_{S.ABCD}$.

A. $V_{S.ABCD}=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

GIẢI



Gọi O là tâm hình vuông ABCD, ta có:

$\begin{cases} DO\perp AC \\ DO\perp SA \end{cases} \Rightarrow DO\perp(SAC) \Rightarrow$ SO là hình chiếu của SD trên (SAC)

$$\Rightarrow \widehat{(SD,SO)}=\widehat{(SD,(SAC))}=30^o$$

ΔSDO vuông tại O $\Rightarrow \widehat{DSO}=\widehat{(SD,SO)}=30^o$

$$\Rightarrow SO=DO.\cot 30^o=\frac{a\sqrt{6}}{2}$$

ΔSAO vuông tại A $\Rightarrow SA^2=SO^2-AO^2=\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=a^2\Rightarrow SA=a.$

Vậy $\boxed{V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.a^2.a=\dfrac{a^3}{3}}$. **Đáp án C**

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (C) không có tiệm cận đứng.

A. $m=0$ hoặc $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

GIẢI

(C) có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x=m$ không phải là nghiệm của $g(x)=2x^2-3x+m \Leftrightarrow g(m)\neq 0$

$\Leftrightarrow 2m^2-2m\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.

Vậy (C) không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi $\boxed{m=0 \text{ hoặc } m=1}$. **Đáp án A.**

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geqslant \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

A. $S = [-2;-1) \cup [1;+\infty)$. **B.** $S = [-3;1)$.

C. $S = (-2;1)$. **D.** $S = [1;+\infty)$.

GIẢI

$$\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left[\left(\sqrt{5}+2\right)^{-1}\right]^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5}+2\right)^{\frac{-x+1}{x+1}}$$

$$\Leftrightarrow x-1 \geq \frac{-x+1}{x+1} \Leftrightarrow x-1+\frac{x-1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+2)}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \leq x < 1 \\ x \geq 1 \end{array}\right.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $\boxed{s=[-2;-1)\cup[1;+\infty)}$. **Đáp án A.**

Câu 5. Cho $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{2x-1} = \ln C$. Khi đó giá trị của C là

A. 3. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 81.

GIẢI

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\int_1^5 \frac{(2x-1)' \, dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\ln|2x-1|\Big|_1^5 = \frac{1}{2}(\ln 9 - \ln 1) = \ln 3.$$

Vậy $\boxed{\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln 3}$. **Đáp án A.**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;3)$.

Đáp án A.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm A đối xứng với điểm $B(3;-1;4)$ qua mặt phẳng (xOz) là

A. $A(-3;-1;-4)$. **B.** $A(3;-1;-4)$. **C.** $A(3;1;4)$. **D.** $A(-3;-1;4)$.

GIẢI

$A(x_A;y_A;z_A)$ đối xứng với $\boldsymbol{B(x_B;y_B;z_B)}$ ***qua (xOz)*** $\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = -y_B \\ z_A = -z_B \end{cases}$

Vậy $\boxed{A(3;1;4)}$. **Đáp án C.**

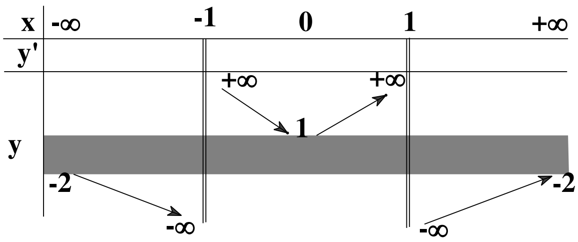
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$+$	
y	-2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

A. $[-2;1)$. **B.** $[-2;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

GIẢI



(Có thể vẽ lại bảng biến thiên như trên để dễ nhìn thấy hơn.)

Phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm $\Leftrightarrow$ Đường thẳng y=m không cắt đồ thị hàm số y=f(x).

$\Leftrightarrow -2 \le m < 1$ *(vì -2 là giới hạn của hàm số tại dương vô cực và tại âm vô cực)*

Vậy $\boxed{-2 \le m < 1}$. **Đáp án A.**

Câu 9. Cho số phức $z = -3 + 7i$. Phần ảo của số phức z là

A. $7i$. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -3.

GIẢI

$z = -3 + 7i \Rightarrow$ z có phần ảo bằng 7, phần thực bằng -3. **Đáp án C.**

Câu 10. Tính $L = \lim\limits_{x \to 2^-}\left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x^2-4}\right)$.

A. Không tồn tại L. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = 0$. **D.** $L = -\infty$.

GIẢI

$$\lim_{x \to 2^-}\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4}\right) = \lim_{x \to 2^-}\left(\frac{x+2-1}{x^2-4}\right) = \lim_{x \to 2^-}\left(\frac{x+1}{x^2-4}\right) = \boxed{-\infty}$$

(Vì $\lim\limits_{x \to 2^-}(x+1) = 3 > 0$; $\lim\limits_{x \to 2^-}(x^2-4) = 0$; $\underline{x^2 - 4 < 0, \forall x \in J = (-2;2)}$). **Đáp án D.**

Câu 11. Biến đổi biểu thức $A = \sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$, ta được biểu thức nào sau đây?($0 < a \neq 1$).

A. $A = a^{\frac{3}{5}}$. **B.** $A = a^{\frac{7}{5}}$. **C.** $A = a^{\frac{7}{10}}$. **D.** $A = a^{\frac{3}{10}}$.

GIẢI

Vì a>0 nên $A=\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^3.a\sqrt{a}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^4\sqrt{a}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{\left(a^4\right)^2 a}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{a^9}}} = \sqrt[30]{a^9} = a^{\frac{9}{30}} = a^{\frac{3}{10}}$

Vậy $\boxed{A=\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}} = a^{\frac{3}{10}}}$. **Đáp án D.**

Câu 12. Một lớp học có 35 học sinh. Số cách chọn 4 học sinh từ lớp học đó để thành lập một ban cán sự của lớp là

A. C_{35}^4. **B.** 35^4. **C.** 4^{35}. **D.** A_{35}^4.

GIẢI

Mỗi cách chọn ra một ban cán sự của lớp (*chắc gồm: lớp trưởng, lớp phó học tập, lớp phó lao động, lớp phó văn thể mỹ -giả thiết 35 học sinh trong lớp ai cũng có khả năng làm các chức vụ này)* là một chỉnh hợp chập 4 của 35 học sinh và ngược lại.

Vậy số cách chọn thỏa đề là $\boxed{A_{35}^4}$. **Đáp án D.**

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = m - 2t \\ z = nt \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ (m, n là các hằng số cho trước) và mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính $m + n$.

A. $m + n = -3$. **B.** $m + n = 0$. **C.** $m + n = 1$. **D.** $m + n = -1$.

GIẢI

Δ qua I(1;m;0), nhận $\vec{u}=(1;-2;n)$ làm vectơ chỉ phương.

(P) nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

$$\Delta \subset (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2-n=0 \\ 1+m-0-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-1 \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{m+n=0}$$

Vậy $\boxed{m+n=0}$. **Đáp án B.**

Câu 14. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tính $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$.

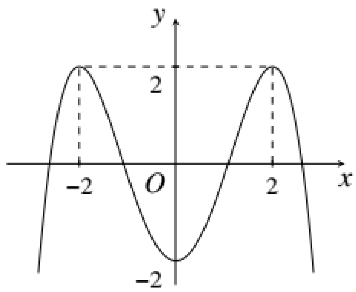
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

GIẢI

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{\left(z_1 + z_2\right)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{\left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-3}{2}.$$ Vậy $\boxed{\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{-3}{2}}$. **Đáp án B.**

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



A. $y = -2$. **B.** $x = 0$.

C. $N(2; 2)$. **D.** $M(0; -2)$.

Đáp án D.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x + \cos x$ trên đoạn $[0; 1]$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** π. **D.** 0.

GIẢI

$f(x) = 2x + \cos x$

$f'(x) = 2 - \sin x > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[-1;1]$

$\min\limits_{x\in[0;1]} f(x) = f(0) = 2.0 + \cos 0 = 1$

Vậy $\boxed{\min\limits_{x\in[0;1]} (2x + \cos x) = 1}$. **Đáp án B.**

Câu 17. Khi tính $\int \sin ax \cdot \cos bx \, dx$, biến đổi nào dưới đây là đúng?

A. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, dx = \int \sin ax \, dx \cdot \int \cos bx \, dx$.

B. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, dx = \frac{1}{2} \int [\sin (a+b)x + \sin (a-b)x] \, dx$.

C. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, dx = \frac{1}{2} \int \left[\sin \frac{a+b}{2}x + \sin \frac{a-b}{2}x\right] dx$.

D. $\int \sin ax \cdot \cos bx \, dx = ab \int \sin x \cdot \cos x \, dx$.

GIẢI

$$\sin ax.\cos bx = \frac{1}{2}[\sin(a-b)x+\sin(a+b)x] \Rightarrow \int(\sin ax.\cos bx)dx = \frac{1}{2}\int[\sin(a-b)x+\sin(a+b)x]dx$$

Đáp án B.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-1;2)$ và song song với mặt phẳng (P): $x-2y-z+1=0$.

A. $x+2y+z-2=0$. **B.** $-x+2y+z+1=0$. **C.** $2x+y-z-1=0$. **D.** $-x+2y+z-1=0$.

GIẢI

- Trắc nghiệm:

+ Loại A và C vì vectơ pháp tuyến của (P) và các mặt phẳng này không cùng phương.

+ Thay tọa độc của M vào phương án B ta thấy thỏa nên **đáp án là B.**

-Tự luận: Vì tọa độ của M không thỏa phương trình của (P) nên có duy nhất một mặt phẳng (Q) qua M và (Q) song song với (P) ***(Đề phòng trường hợp có phương án: không tồn tại mặt phẳng thỏa đề).***

$(Q)//(P) \Leftrightarrow x-2y-z+D=0, D\neq 1$

(Q) qua M(1;-1;2) $\Leftrightarrow$ 1+2-2+D=0 $\Leftrightarrow$ D=-1: thỏa $D\neq 1$

Vậy $\boxed{(Q)\ : x-2y-z-1=0}$. **Đáp án B.**

Câu 19.

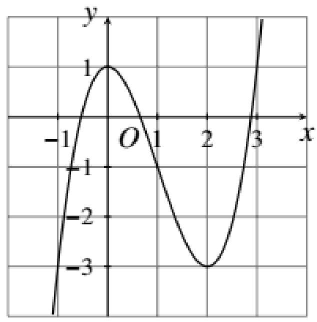
Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số sau?

A. $y=-\frac{x^3}{3}+x^2+1$.

B. $y=2x^3-6x^2+1$.

C. $y=-x^3-3x^2+1$.

D. $y=x^3-3x^2+1$.



GIẢI

Giả sử $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ là hàm số cần tìm . Từ đồ thị ta thấy:

+ a>0 nên loại A và C

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm (-1;-3). Thay tọa độ này vào phương án B ta thấy không thỏa nên Đáp án là D

Vậy $\boxed{f(x)=x^3-3x^2+1}$. **Đáp án B.**

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-2018x}$ là

A. $\frac{-1}{2018}e^{2018x}+C$. **B.** $\frac{-1}{2018}e^{-2018x}+C$. **C.** $2018e^{-2018x}+C$. **D.** $e^{-2018x}+C$.

GIẢI

$$\int e^{-2018x}dx=\frac{-1}{2018}\int e^{-2018x}(-2018x)'\,dx=\frac{-1}{2018}e^{-2018x}+C$$

Vậy $\boxed{\int e^{-2018x}dx=\frac{-1}{2018}e^{-2018x}+C}$. **Đáp án B.**

Câu 21. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn một tiết mục. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{13}{21}$. **D.** $\frac{4}{21}$.

GIẢI

Số phần tử của không gian mẫu Ω là $|\Omega| = C_9^5 = 126$

b)Gọi A là biến cố:" 5 học sinh được chọn thuộc cả ba lớp và số học sinh lớp 12A không ít hơn 2"

***)Tìm** $|\Omega_A|$

	12A(4)	12B(3)	12C(2)	Số cách
Ph.án 1	2	2	1	$C_4^2.C_3^2.C_2^1$
Ph.án 2	2	1	2	$C_4^2.C_3^1.C_2^1$
Ph.án 3	3	1	1	$C_4^3.C_3^1.C_2^1$
$\lvert\Omega_A\rvert$	$C_4^2.C_3^2.C_2^1 + C_4^2.C_3^1.C_2^2 + C_4^3.C_3^1.C_2^1 = 78$			

Vậy

$$\boxed{P(B) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{78}{126} = \frac{13}{21}}$$ **Đáp án C.**

Câu 22. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P = x(1-2x)^n + x^2(1+3x)^{2n}$ thành đa thức, biết $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5$.

A. 432. **B.** 3320. **C.** –5432. **D.** 4674.

GIẢI

Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n \geq 21 \end{cases}$

$$A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = 5 \Leftrightarrow (n-1)n - \frac{n(n+1)}{2} = 5 \Leftrightarrow n = 5.$$

$$P = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$$

- $x(1-2x)^5 = x\sum_{k=0}^{5} C_5^k(-2x)^k$: Hệ số của x^5 của biểu thức này là $C_5^4(-2)^4$
- $x^2(1+3x)^{10} = x^2\sum_{k=0}^{10} C_{10}^t(3x)^t$: Hệ số của x^5 của biểu thức này là $C_{10}^3\,3^3$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển P thành đa thức là $\boxed{C_5^4(-2)^4 + C_{10}^3\,3^3 = 3320}$. **Đáp án B.**

<u>Chú ý:</u> -Có thể dùng máy tính Casio để giải bài này.

Câu 23. Biết rằng phương trình $4\cdot 3^{\log(100x^2)} + 9\cdot 4^{\log(10x)} = 13\cdot 6^{1+\log x}$ có 2 nghiệm thực phân biệt a, b. Tính tích $a\cdot b$.

A. $a\cdot b = 1.$ **B.** $a\cdot b = 100.$ **C.** $a\cdot b = \frac{1}{10}.$ **D.** $a\cdot b = 10.$

<u>GIẢI</u>

Điều kiện: $x > 0$

$$4.3^{\log(100x^2)} + 9.4^{\log(10x)} = 13.6^{1+\log x} \Leftrightarrow 4.3^{2\log(10x)} + 9.2^{2\log(10x)} = 13.(2.3)^{\log(10x)}$$

$$\boxed{\textbf{Dạng}: \alpha_1 a^{2.f(x)} + \alpha_2 (ab)^{f(x)} + \alpha_3 b^{2.f(x)} = 0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4.3^{2\log(10x)}}{2^{2\log(10x)}} + 9 = 13.\frac{(2.3)^{\log(10x)}}{2^{2\log(10x)}}$$

$$\Leftrightarrow 4.\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)}\right]^2 - 13.\left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)} + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)} = 1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)} = \frac{9}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log(10x) = 0 \\ \log(10x) = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{10} \\ x = 10 \end{array}\right.$$

Vậy $\boxed{a.b = 10.\frac{1}{10} = 1}$. **Đáp án A.**

<u>Chú ý:</u> - Có thể dùng máy tính Casio để giải bài này.

Câu 24.

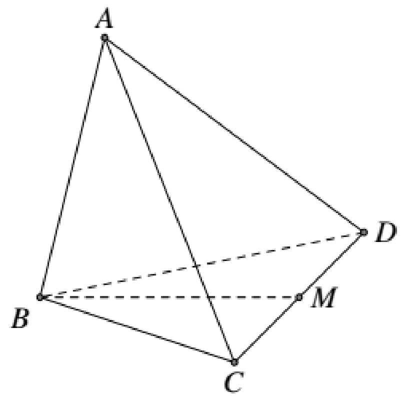
Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm CD. Côsin của góc giữa hai đường thẳng AC và BM bằng

A. $\sqrt{3}$.

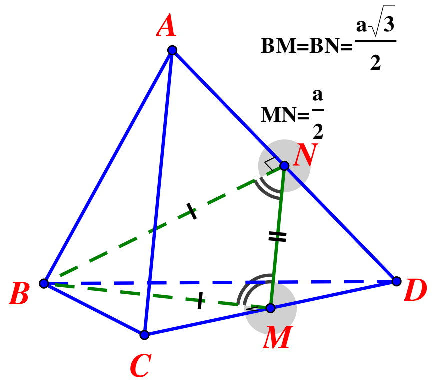
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



GIẢI



Gọi N là trung điểm của AD thì do AC//MN nên $(\widehat{AC,BM}) = (\widehat{\text{MN},BM})$

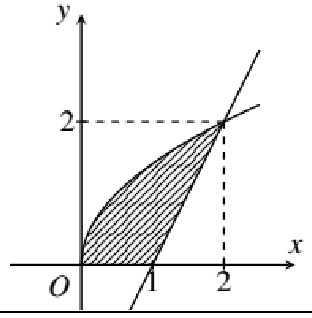
$$\cos(\widehat{AC,BM}) = \cos(\widehat{\text{MN},BM}) = \left|\cos\widehat{\text{BMN}}\right|$$

$$\cos\widehat{\text{BMN}} = \frac{BM^2 + MN^2 - BN^2}{2BM.MN} = \frac{MN}{2BM} = \frac{\frac{a}{2}}{2.\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Vậy $\boxed{\cos(\widehat{AC,BM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}}$. **Đáp án C.**

Câu 25.

Hình phẳng $\mathcal{D}$ (phần gạch chéo trên hình) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{2x}$, đường thẳng $d : y = ax + b \, (a \neq 0)$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi hình phẳng $\mathcal{D}$ quay quanh trục Ox.



A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** $\frac{10\pi}{3}$.

C. $\frac{16\pi}{3}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

GIẢI

d qua hai điểm (1;0), (2;2) nên d:y=2x-2

Gọi (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=\sqrt{2x}, y=0, x=0, x=2.$

Gọi (V_2)là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=2x-2, y=0, x=1, x=2.$

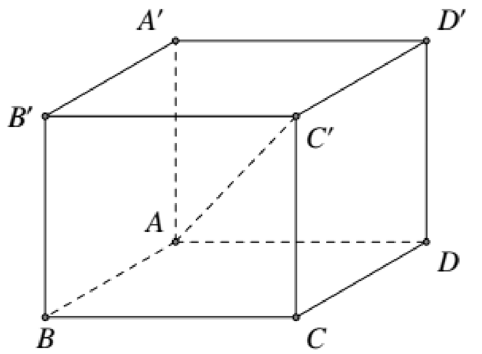
Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của các khối tròn xoay tạo thành khi (H_1), (H_2) quay quanh Ox thì thể tích của vật thể đã cho là

$$V = V_1 - V_2 = \pi\int_0^2 \left(\sqrt{2x}\right)^2 dx - \pi\int_1^2 (2x-2)dx = \frac{8\pi}{3}$$

Vậy $\boxed{V = \frac{8\pi}{3}}$. **Đáp án A.**

Câu 26.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' bằng



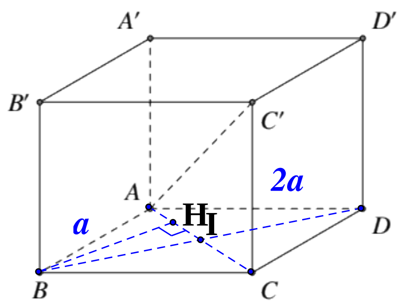
A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

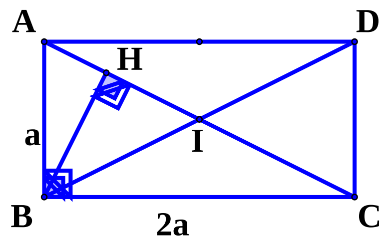
B. $a\sqrt{5}$.

C. $2a$.

D. a.

GIẢI





BB', AC' chéo nhau

(ACC') là mặt phẳng chứa AC' và song song với BB' $\Rightarrow d(BB';AC') = d(BB';(ACC')) = d(B;(ACC'))$

Hai mặt phẳng (ACC'), (ABCD) vuông góc và cắt nhau theo giao tuyến AC nên gọi H là hình chiếu của B trên AC thì H là hình chiếu của B trên (ACC').

$d(B;(ACC')) = BH$

ΔABC vuông tại B, đường cao BH $\Rightarrow$ BH.AC=BA.BC $\Rightarrow BH=\dfrac{BA.BC}{AC}=\dfrac{a.2a}{\sqrt{5}a}$

Vậy $\boxed{d(BB';AC')=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}}$. **Đáp án A.**

<u>Chú ý:</u> -Em nào bí về cách dựng hình thì giải bằng phương pháp tọa độ trong không gian.

Câu 27. Một loại virus có số lượng cá thể tăng trưởng mũ với tốc độ $x\%/h$, tức là cứ sau 1 giờ thì số lượng của chúng tăng lên $x\%$. Người ta thả vào ống nghiệm 20 cá thể, sau 53 giờ số lượng cá thể virus đếm được trong ống nghiệm là 1,2 triệu. Tìm x. (tính chính xác đến hàng phần trăm)

A. $x \approx 71,13\%$. **B.** $x \approx 13,17\%$. **C.** $x \approx 23,07\%$. **D.** $x \approx 7,32\%$.

GIẢI

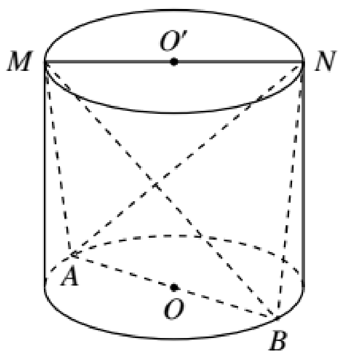
Công thức tăng trưởng mũ $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng virus ban đầu, r tỉ lệ tăng trường,
t là thời gian tăng tưởng.

Theo đề: A=20, S=1200000, r=x

Do đó: $S = A.e^{rt} \Leftrightarrow 1200000 = 20.e^{53x} \Leftrightarrow e^{53x} = 60000 \Leftrightarrow x = \dfrac{\ln 60000}{53} \approx 20,76\%$

Vậy $\boxed{x=\dfrac{\ln 60000}{53}\approx 20,76\%}$. **Đáp án E.**

Câu 28.
Cho hình trụ có đường cao h, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;R)$ và $(O';R)$. AB là đường kính cố định của $(O;R)$ và MN là một đường kính thay đổi trên $(O';R)$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $MNAB$.



A. $V_{max} = \dfrac{2R^2h}{3}$. **B.** $V_{max} = \dfrac{R^2h}{3}$.

C. $V_{max} = 2R^2h$. **D.** $V_{max} = \dfrac{R^2h}{6}$.

GIẢI

Với mọi tứ diện ABCD ta có công thức tính thể tích

$$\boxed{V=\frac{1}{6}.AB.CD.d(AB;CD).\sin(\widehat{AB,CD})}$$

Áp dụng công thức trên tac có $V_{MNAB}=\frac{1}{6}.MN.AB.d(MN;AB).\sin(\widehat{MN,AB})$

$MN=AB=2R,\ d(MN;AB)=h \Rightarrow V_{MNAB}=\frac{2}{3}R^2h.\sin(\widehat{MN,AB})\le\frac{2}{3}R^2h$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \sin(\widehat{MN,AB})=1 \Leftrightarrow MN\perp AB$.

Vậy $\boxed{V_{max}=\frac{2}{3}R^2h}$. **Đáp án A.**

Câu 29. Cho hàm số $y=\left(\frac{5}{2018}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}$. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $3e^2+1\leqslant m\leqslant 3e^3+1$.
B. $m\geqslant 3e^4+1$.
C. $m<3e^2+1$.
D. $3e^3+1\leqslant m<3e^4+1$.

GIẢI

$$y=\left(\frac{5}{2018}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}$$

$$y'=\left(\frac{5}{2018}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}.\ln\frac{5}{2018}.\left[3e^{3x}-(m-1)e^x\right]$$

$y'=0\Leftrightarrow e^{2x}=\frac{m-1}{3}$: số nghiệm là hữu hạn.

Hàm số đồng biến trên $(1;2)\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in(1;2)$

$$\Leftrightarrow \ln\frac{5}{2018}.\left[3e^{3x}-(m-1)e^x\right]\ge 0,\ \forall x\in(1;2)$$

$$\Leftrightarrow e^x\left(3e^{2x}-m+1\right)\le 0,\ \forall x\in(1;2)$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x}+1\le m,\ \forall x\in(1;2)$$

$$\Leftrightarrow 3e^4+1\le m.$$

x	1		2
$y=3e^{2x}+1$		↗	$3e^4+1$
	$3e^2+1$		

Vậy $\boxed{m\ge 3e^4+1}$. **Đáp án B.**

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;4;-1)$.

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{4}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+1}{-4}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-4}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+1}{4}$.

GIẢI

-Trắc nghiệm:

- $\overrightarrow{AB}=(1;2;-4)\to$ loại A và D.
- Tọa độ của A không thỏa pt trong P.án B $\to$ Chọn C .

Vậy $\boxed{AB:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-4}}$. **Đáp án C**

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x\cdot\cos x$ và $F(0)=\pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\pi$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}+\pi$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$.

GIẢI

$$\int \sin^3 x.\cos x dx=\int \sin^3 x.(\sin x)' dx=\frac{1}{4}\sin^4 x+C$$

$\Rightarrow F(x)=\frac{1}{4}\sin^4 x+C_1$, C_1 là hằng số cần tìm.

Theo đề $F(0)=\pi\Leftrightarrow\frac{1}{4}\sin^4 0+C_1=\pi\Leftrightarrow C_1=\pi$.

$\Rightarrow F(\frac{\pi}{2})=\frac{1}{4}\sin^4\frac{\pi}{2}+\pi=\frac{1}{4}+\pi$.

Vậy $\boxed{F(\frac{\pi}{2})=\frac{1}{4}+\pi.}$. **Đáp án B.**

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

GIẢI

(P) nhận $\vec{n}_P=(1;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến ,

d qua M(-1;0;-2) và nhận $\vec{u}_d(2;1;3)$ làm vectơ chỉ phương .

Gọi $\vec{u}_\Delta$ làm vectơ chỉ phương của Δ.

-Trắc nghiệm: $\Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_P \rightarrow$ loại A và C.

Lấy điểm M(-1;-3;1) thuộc đường thẳng ở ph.án D thay vào pt của (P) ta thấy không thỏa. Do đó phương án D cũng bị loại.

Vậy, kết quả là phương án B.*(Đề cho không hay, bỏ qua giả thiết d và Δ vừa cắt nhau vừa vuông góc-Với cách loại trừ như thế nà~~oy~~ thì đảm bảo đề thi phải đúng)~~. Tuy nhiên, các em an tâm làm theo cách này, nếu đề sai: chúng ta được điểm câu này!)~~*

-Tự luận(hoặc không nghĩ ra cách nào để loại trừ)

+ Ta thấy d và (P) cắt nhau. Giao điểm của chúng là I(1;2;1).

+

$$\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \text{ cắt } d,\ \Delta \perp d \\ d \not\perp (P), d \text{ cắt } (P) \text{ tại } I(1;1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \Delta \text{ qua } I(1;1;1) \text{ và nhận } \left[\vec{u}_d;\vec{n}_P\right]=(-5;3;1) \text{ làm vectơ chỉ phương}$$

Vậy $\boxed{\Delta: \dfrac{x-1}{-5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}}$. **Đáp án B.**

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình

$$2^{|\sin x|-|\sqrt{3}\cos x-m|}\cdot\log_2(|\sin x|+2)=\log_2\left(|\sqrt{3}\cos x-m|+2\right) \text{ có nghiệm thực?}$$

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

GIẢI

$$2^{|\sin x|-|\sqrt{3}\cos x-m|}.\log_2(|\sin x|+2)=\log_2(|\sqrt{3}\cos x-m|+2)\ (1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{(|\sin x|+2)-(|\sqrt{3}\cos x-m|+2)}.\frac{\ln(|\sin x|+2)}{\ln 2}=\frac{\ln\left(|\sqrt{3}\cos x-m|+2\right)}{\ln 2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{|\sin x|+2}.\ln(|\sin x|+2)=2^{|\sqrt{3}\cos x-m|+2}.\ln\left(|\sqrt{3}\cos x-m|+2\right)$$

hay $2^u.\ln u = 2^v.\ln v$, với $u=|\sin x|+2,\ v=\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|+2$

$\Leftrightarrow f(u)=f(v)$ với $f(t)=2^t.\ln t$ và $u=|\sin x|+2,\ v=\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|+2$

Vì $u=|\sin x|+2\geq 2,\ v=\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|+2\geq 2$ nên xét hàm số $f(t)=2^t.\ln t$ trên $(1;\ +\infty)$.

• $f'(t)=2^t\left(\ln t.\ln 2+\dfrac{1}{t}\right)>0$ trên $(1;\ +\infty)\Rightarrow f(t)=2^t.\ln t$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

(hàm số $f(t)=2^t.\ln t$ cũng đồng biến trên $(0;\ +\infty)$)

Do vậy, (1) $\Leftrightarrow u=v\Leftrightarrow |\sin x|+2=\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|+2$

$$\Leftrightarrow |\sin x|=\left|\sqrt{3}\cos x-m\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\sqrt{3}\cos x-m\\ \sin x=-\sqrt{3}\cos x+m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x-\sqrt{3}\cos x=-m\\ \sin x+\sqrt{3}\cos x=m\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x-\sqrt{3}\cos x=-m\\ \sin x+\sqrt{3}\cos x=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin(x-\dfrac{\pi}{3})=-\dfrac{m}{2}(2)\\ \sin(x+\dfrac{\pi}{3})=\dfrac{m}{2}(3)\end{array}\right.$$

Pt(1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Pt(2) hoặc pt(3) có nhiệm $\Leftrightarrow\left|\dfrac{m}{2}\right|\leq 1\Leftrightarrow |m|\leq 2$

$$\begin{cases}|m|\leq 2\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$$

Vậy $\boxed{m\in\{-2;-1;0;1;2\}}$. **Đáp án B.**

Câu 34. Tập hợp tất cả các giá trị của m để qua điểm $A(2;m)$ kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-5;-4)$. **D.** $(4;5)$.

GIẢI

Gọi k là hệ số góc của đường thẳng d qua A(2;m) thì d:y=k(x-2)+m

d:y=k(x-2)+m và (C):$y=x^3-3x^2$ tiếp xúc $\Leftrightarrow$ Hệ $\begin{cases}x^3-3x^2=k(x-2)+m(1)\\ 3x^2-6x=k(2)\end{cases}$ có nghiệm

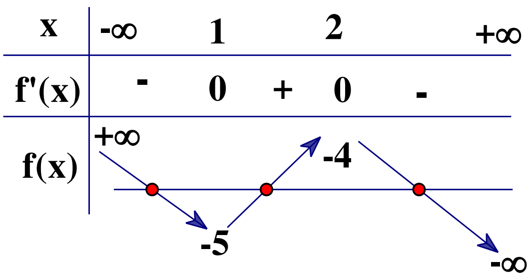
Thay (2) vào (1) ta được

$$x^3 - 3x^2 = (3x^2 - 6x)(x\text{-}2) + m \Leftrightarrow -2x^3 + 9x^2 - 12x = m(3)$$

Xét hàm số $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 12x$ trên $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = -6x^2 + 18x - 12$$

Bảng biến thiên



Từ A(2;m) kẻ được 3 tiếp tuyến với đồ thị (C) $\Leftrightarrow$ Hệ phương trình (1), (2) có 3 nghiệm phân biệt

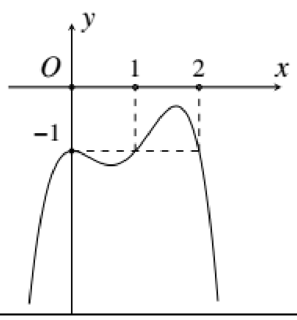
$\Leftrightarrow$ Phương trình (3) có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ -5<m<-4

Vậy $\boxed{m \in (-5;-4)}$.. **Đáp án C.**

Câu 35.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Xác định điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x) + x$.



A. Không có điểm cực tiểu.

B. $x = 2$.

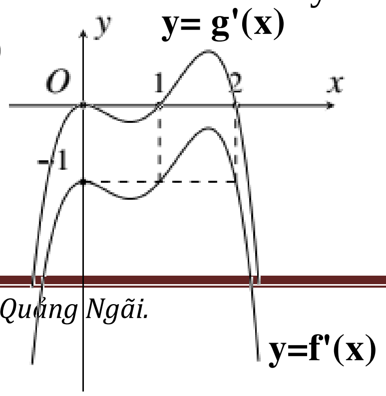
C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

GIẢI

$$g(x) = f(x) + x \Rightarrow g'(x) = f'(x) + 1$$

Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f'(x)$ lên trên 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = g'(x)$



Từ đồ thị của hàm số $y = g^{/}(x)$ ta biết được dấu của $g^{/}(x)$. Do đó, ta có bảng biến thiên

x	**-∞**		**0**		**1**		**2**		**+∞**
g'(x)		**–**	**0**	**–**	**0**	**+**	**0**	**–**	
g(x)	↘			↘		↗		↘	

Vậy $\boxed{\text{hàm số y=g(x) đạt cực tiểu tại x=1}}$. **Đáp án D**

Câu 36. Cho số phức $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$ thỏa mãn $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$. Tính $|z|$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{17}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

GIẢI

$1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2 \Leftrightarrow 1 + (a - bi) = |a - bi - i|^2 + (a\,i - b - 1)^2$

$\Leftrightarrow 1 + (a - bi) = a^2 + (b+1)^2 + (ai)^2 - 2a(b+1)i + (b+1)^2$

$\Leftrightarrow 2(b+1)^2 - a - 1 + (b - 2ab - 2a)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(b+1)^2 - a - 1 = 0 \\ b - 2ab - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(b+1)^2 - 1 \\ b - 2(b+1)a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(b+1)^2 - 1 \\ 4(b+1)^3 - 3(b+1) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(b+1)^2 - 1 \\ \left[\begin{array}{l} b + 1 = -1 (\text{loại}) \\ b + 1 = \frac{1}{2} (\text{nhận}) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow z = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}i$$

Vậy $\boxed{|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}}$. **Đáp án A.**

Câu 37.

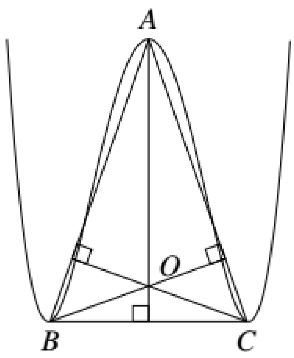
Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + \frac{7}{2}$ có ba điểm cực trị là A, B, C và tam giác ABC nhận gốc tọa độ làm trực tâm. Tìm m.

A. $m = 4$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.



GIẢI

$$y = x^4 - 2mx^2 + \frac{7}{2}$$

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m);$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ m>0

Các điểm cực trị là $A(0;\frac{7}{2}),\ B(-\sqrt{m};-m^2+\frac{7}{2}),\ C(\sqrt{m};-m^2+\frac{7}{2})$

O là trực tâm

$$\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{m}.\sqrt{m} - m^2(\frac{7}{2} - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m + m^2(m^2 - \frac{7}{2}) = 0 \end{cases}$$

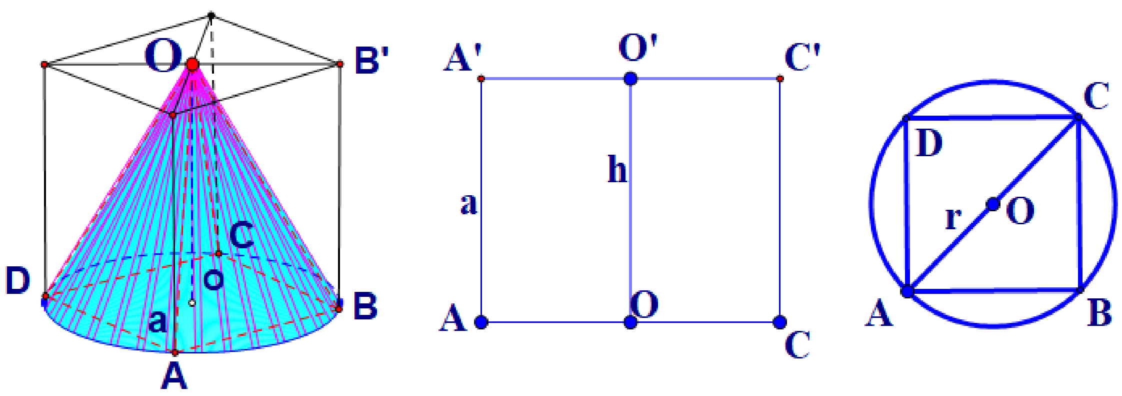
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} < 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Vậy $m = 2$. **Đáp án C.**

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

GIẢI



Khối nón thỏa đề có:

+Bán kính đáy: $r=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

+Chiều cao: $h=OO'=AA'=a$

$\Rightarrow V_{khốinón}=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\pi a^3}{6}$

Vậy $\boxed{V_{khốinón}=\frac{\pi a^3}{6}}$ **Đáp án C.**

Câu 39. Biết $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{dx}{e^x+2e^{-x}-3}=3\ln a-\ln b$, với a,b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=15$. **B.** $P=10$. **C.** $P=20$. **D.** $P=-10$.

GIẢI

$$\int_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{dx}{e^x+2e^{-x}-3}=\int_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{e^xdx}{e^{2x}-3e^x+2}=\int_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{e^xdx}{\left(e^x-1\right)\left(e^x-2\right)}=\int_3^6\frac{dt}{(t-1)(t-2)},\ t=e^x$$

$$=\int_3^6\frac{dt}{(t-1)(t-2)}=\int_3^6\frac{(t-1)-(t-2)dt}{(t-1)(t-2)}=\int_3^6\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t-1}\right)dt=\ln\frac{|t-2|}{|t-1|}\Bigg|_3^6=3\ln 2-\ln 5$$

Vậy $\boxed{I=3\ln 2-\ln 5,\ a=2,b=5}$ **Đáp án B.**

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_5(25^x-\log_5 m)=x$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\geqslant 1\\ m=\frac{1}{\sqrt[4]{5}}\end{array}\right.$. **C.** $m\geqslant 1$. **D.** $m=1$.

GIẢI

$\log_5(25^x-\log_5 m)=x\ (1)$

$(1)\Leftrightarrow 25^x-\log_5 m=5^x\Leftrightarrow 25^x-5^x=\log_5 m\ (2)$

Xét hàm số $f(x)=25^x-5^x$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(x)=25^x\ln 25-5^x\ln 5=5^x.\ln 5(2.5^x-1)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2.5^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_5 2$

(1) có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5 m = -\dfrac{1}{4} \\ \log_5 m \ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5^{\frac{-1}{4}} \\ m \ge 1 \end{array}\right.$$

Vậy $\boxed{m = \dfrac{1}{\sqrt[4]{5}} \text{ hoặc } m \ge 1}$ **Đáp án B.**

Bảng biến thiên hàm số y=f(x)

x	$-\infty$		$-\log_5 2$		$+\infty$
f'(x)		$-$	0	$+$	
f(x)	0	$\searrow$	$-\dfrac{1}{4}$	$\nearrow$ 0	$+\infty$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 7]$ để hàm số $y = \left|x^3 - mx^2 - \left(2m^2 + m - 2\right)x - m^2 + 2m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

GIẢI

$f(x) = x^3 - mx^2 - (2m^2 + m - 2)x - m^2 + 2m$, $g(x) = \left|x^3 - mx^2 - (2m^2 + m - 2)x - m^2 + 2m\right|$

$y = \left|x^3 - mx^2 - (2m^2 + m - 2)x - m^2 + 2m\right| = |f(x)| = \sqrt{[f(x)]^2}$

Tại mọi x sao cho $f(x) \ne 0$, ta có $g'(x) = \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{[f(x)]^2}}$

Dấu của $g'(x)$ là dấu của $f(x).f'(x)$.

Hàm số y=g(x) có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow g'(x)$ đổi dấu 5 lần từ (+) sang (-) hoặc từ (-) sang (+).

$\Leftrightarrow$ Đa thức $f(x).f'(x)$ có 5 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Đa thức bậc ba $f(x)$ có 3 nghiệm phân biệt.

(Đã chứng minh được: Nếu đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \ne 0)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì đồ thị hàm số f(x) có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với Ox)

Do vậy nên ta giải bài trên như sau:

Hàm số $y = \left|x^3 - mx^2 - (2m^2 + m - 2)x - m^2 + 2m\right|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ PT $\boxed{x^3 - mx^2 - (2m^2 + m - 2)x - m^2 + 2m = 0 (1)}$ có 3 nghiệm phân biệt.

$$(1) \Leftrightarrow (x - m)(x^2 - 2mx - m + 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + m = 0 \\ x^2 - 2mx - m + 2 = 0 (2) \end{array}\right.$$

(1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt khác -m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + m - 2 > 0 \\ (-m)^2 - 2m.(-m) - m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + m - 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 1 \end{array}\right.$$

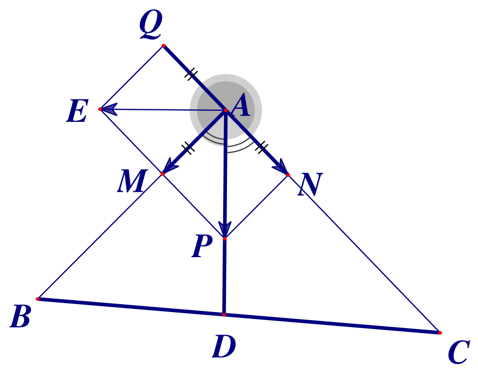
$$\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [0;7] \\ m < -2 \text{ hoặc } m>1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{2;3;4;5;6;7\}$$

Vậy $\boxed{m \in \{2;3;4;5;6;7\}}$ **Đáp án C.**

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho $A(1;-2;1)$, $B(-2;2;1)$, $C(1;-2;2)$. Đường phân giác trong góc *A* của tam giác *ABC* cắt mặt phẳng *Oyz* tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $\left(0;-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$.

GIẢI



$\overrightarrow{AB} = (-3;4;0) \Rightarrow AB = 5$;

$\overrightarrow{AC} = (0;0;1) \Rightarrow AC = 1$

Đặt $\vec{e}_1 = \frac{1}{AB}\overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \frac{1}{AC}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$ thì $\vec{e}_1 = (\frac{-3}{5};\frac{4}{5};0)$, $\vec{e}_2 = (0;0;1)$

Đặt $\vec{e}_1 = \frac{1}{AB}\overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \frac{1}{AC}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$ thì $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1 \Rightarrow$ Đường thẳng d chứa đường phân giác trong của góc A nhận $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ làm vectơ chỉ phương.

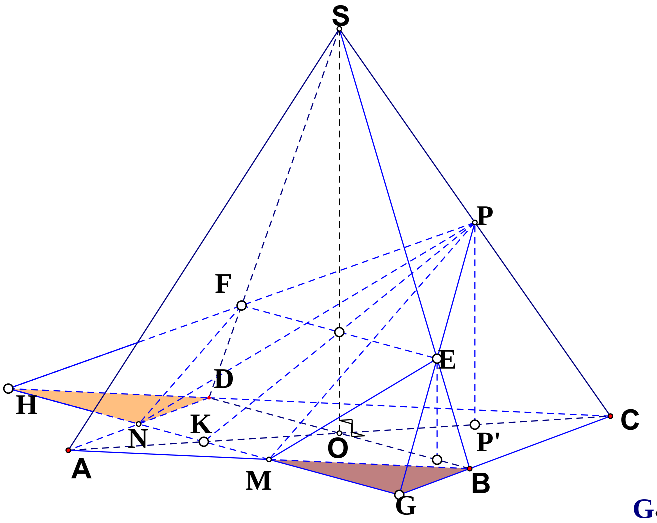
$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 - \frac{3}{5}t \\ y = -2 + \frac{4}{5}t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow d \text{ cắt } (Oyz) \text{ tại } I(0;\frac{-2}{3};\frac{8}{3}) \quad (t=\frac{5}{3})$$

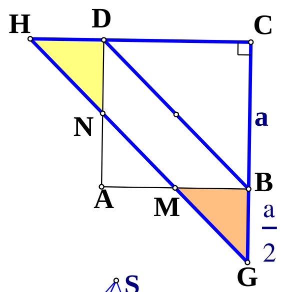
Vậy $\boxed{I(0;\frac{-2}{3};\frac{8}{3})}$ **Đáp án D.**

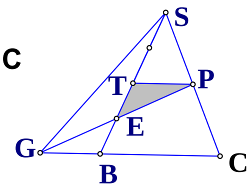
Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD, SC. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi k ($k \le 1$) là tỷ số thể tích giữa hai khối đa diện đó. Tính k.

A. $k = \frac{1}{3}$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = \frac{1}{4}$. **D.** $k = \frac{1}{2}$.

GIẢI







Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của hai khối đa diện mà (MNP) chia khối chóp S.ABCD, trong đó V_1 là thể tích của khối chứa điểm C.

$\bullet V_1 = V_{P.CHG} - V_{E.BMG} - V_{F.DNH} = V_{P.CHG} - 2V_{E.BMG}$

$$V_{P.CHG} = \frac{1}{3}.S_{CHG}.PP' = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\left(\frac{3a}{2}\right)^2.\frac{1}{2}.SO = \frac{3a^2}{16}SO$$

$$V_{E.BMG} = \frac{1}{3}.S_{BMG}.d(E;(ABCD)) = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{1}{4}.SO = \frac{a^2}{96}SO$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{3a^2}{16}SO - 2.\frac{a^2}{96}SO = \frac{a^2}{6}SO$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.a^2.SO = \frac{a^2}{3}SO$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{a^2}{6}SO}{\frac{a^2}{3}SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}V \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2}V$$

Vậy $\boxed{k=1}$ **Đáp án B.**

Câu 44. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. **B.** $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

C. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. **D.** $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

GIẢI

Lấy A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c) với a,b,c>0 thì $(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

(P) qua M(1;2;3) $\Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức

$$|a_1.b_1+a_2.b_2+a_3.b_3| \le \sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a_1:b_1:c_1 = a_2:b_2:c_2$

ta được

$$1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=\left|1.\frac{1}{a}+2.\frac{1}{b}+3.\frac{1}{c}\right| \le \sqrt{1^2+2^2+3^2}.\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}$$

$$1 \le \sqrt{1^2+2^2+3^2}.\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}} \Leftrightarrow 1 \le 14.\left(\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2} \ge \frac{1}{14}$$

Đẳng thức xảy ra $\begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \\ \frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}=1:2:3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \\ a=3c \\ b=\frac{3}{2}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=7 \\ c=\frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow (P): \frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{z}{\frac{14}{3}}=1$

Vậy $\boxed{(P): x+2y+3z-14=0}$ **Đáp án C.**

Câu 45. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n+1}, \forall n \geqslant 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_1 + u_2 + \cdots + u_n > \frac{2017}{2018}$ là

A. 1010. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 1009.

GIẢI

$$u_1=\frac{2}{3}; u_{n+1}=\frac{u_n}{2(2n+1)u_n+1}, \forall n \ge 1 \Rightarrow u_n > 0, \forall n \ge 1$$

$$u_{n+1}=\frac{u_n}{2(2n+1)u_n+1}\Leftrightarrow u_{n+1}=\frac{1}{2(2n+1)+\frac{1}{u_n}}\Leftrightarrow 2(2n+1)+\frac{1}{u_n}=\frac{1}{u_{n+1}}$$

Vì $\frac{1}{u_{n+1}}=\frac{1}{u_n}+2(2n+1),\forall n\ge 1$ $\boxed{\text{Dạng } v_{n+1}=v_n+(a.n+b)}$

nên $\frac{1}{u_2}=\frac{1}{u_1}++(4.1+2)$

$\frac{1}{u_3}=\frac{1}{u_2}+(4.2+2)$

...

$\frac{1}{u_{n-1}}=\frac{1}{u_{n-2}}+(4.(n-2)+2)$

$\frac{1}{u_n}=\frac{1}{u_{n-1}}+(4.(n-1)+2)$

Cộng vế theo vế n-1 đẳng thức trên ta được

$$\frac{1}{u_n}=\frac{1}{u_1}+4[1+2+...+(n-1)]+(n-1).2=\frac{1}{\frac{2}{3}}+4.\frac{(n-1)n}{2}+2(n-1)=\frac{4n^2-1}{2}$$

$$\Rightarrow u_n=\frac{2}{4n^2-1}=\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$$

$$\Rightarrow S_n=u_1+u_2+...+u_n=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+...+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

hay $S_n=\frac{1}{1}-\frac{1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$

Theo đề

$S_n>\frac{2017}{2018}\Leftrightarrow\frac{2n}{2n+1}>\frac{2017}{2018}\Leftrightarrow n>\frac{2017}{2}=1008,5\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của n là n=1009.

Vậy $\boxed{n_{min}=1009}$ **Đáp án D.**

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số có dạng $\overline{abc}$ thỏa mãn điều kiện a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?

A. 81. **B.** 45. **C.** 165. **D.** 216.

GIẢI

Điều kiện: $\begin{cases}a+b>c\\b+c>a\\c+a>b\\a,b,c\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}\end{cases}$

-Ph.án 1: Tam giác đều a=b=c. Có 9 tam giác đều.(1)

-Ph.án 2: Tam giác cân không đều. Có các trường hợp sau: $a=b\neq c$; $a\neq b=c$; $a=c\neq b$.

Vì vai trò của a, b, c như nhau nên ta xét một trường hợp $a=b\neq c$.Ta cần

chọn a và c thỏa $\begin{cases} 2a>c \\ c\neq a \\ a,c\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\} \end{cases}$

+a=1: không tồn tại c.

+a=2$\Rightarrow c\in\{1;3\}\Rightarrow$ Có 2 số $\overline{abc}$.

+a=3$\Rightarrow c\in\{1;2;4;5\}\Rightarrow$ Có 4 số $\overline{abc}$.

+a=4$\Rightarrow c\in\{1;2;3;5;6;7\}\Rightarrow$ Có 6 số $\overline{abc}$.

+a=5$\Rightarrow c\in\{1;2;3;4;6;7;8;9\}\Rightarrow$ Có 8 số $\overline{abc}$.

$+6\le a\le 9\Rightarrow c\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}\setminus\{a\}\Rightarrow$ Có 4.8=32 số $\overline{abc}$.

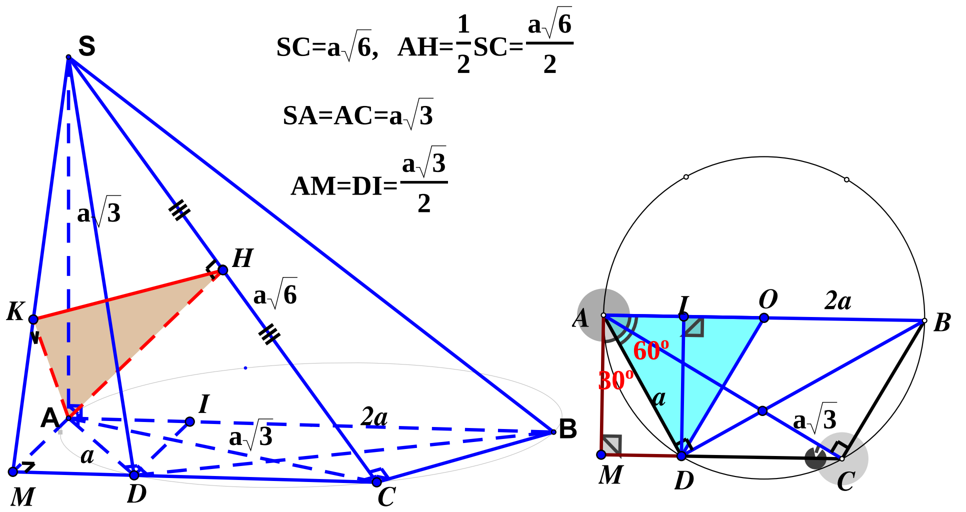
Theo quy tắc cộng, số các số trong phương án 2 là $(2+4+6+8+32).3=156$ (1)

Từ (1) và (2) ta có số các số thỏa đề là 9+156=165. Vậy $\boxed{n(\overline{abc})=165}$ **Đáp án C.**

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB=2a$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{25}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

GIẢI



$$\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$$

Hai mặt phẳng (SBC), (SAC) vuông góc và cắt nhau theo giao tuyến SC nên gọi H là hình chiếu của A trên DC thì H là hình chiếu của A trên (SBC). H là trung điểm SC.
Gọi M là hình chiếu của A trên DC ta cũng có $(SAM) \perp (SCD)$. Tương tự, gọi K là hình chiếu của A trên SM thì K là hình chiếu của A trên (SCD)

$$\begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AK \perp (SCD) \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(SCD)}\right) = \left(\widehat{AH, AK}\right)$$

$$AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp KH \Rightarrow \Delta AKH \text{ vuông tại } K \Rightarrow \left(\widehat{AH, AK}\right) = \widehat{HAK}$$

$$AH = \frac{1}{2}SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}; \qquad AK.SM = AM.AS \Rightarrow AK = \frac{AM.AS}{SM} = \frac{3a}{\sqrt{15}}$$

$$\cos\widehat{HAK} = \frac{AK}{AH} = \frac{\frac{3a}{\sqrt{15}}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$ Vậy $\boxed{\cos\left(\widehat{(SBC),(SCD)}\right) = \frac{\sqrt{10}}{5}}$ **Đáp án D.**

<u>Chú ý:</u> -Em nào bí về cách dựng hình thì giải bằng phương pháp tọa độ trong không gian.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2;3;-4)$; $B(4;6;-9)$. Gọi C, D là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD = \sqrt{14}$ và mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất. Khi đó tọa độ trung điểm CD là

A. $\left(\frac{79}{35}; \frac{64}{35}; \frac{102}{35}\right)$. **B.** $(2;2;3)$. **C.** $\left(\frac{181}{5}; -\frac{104}{5}; -\frac{42}{5}\right)$. **D.** $(5;0;2)$.

GIẢI

Gọi I, r theo thứ tự là tâm và bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện ABCD

$+\ r = d(I;(IAB)) = d(I;(IBC)) = d(I;(ICD)) = d(I;(IDA))$

$+$ I nằm trong tứ diện ABCD $\Rightarrow V_{ABCD} = V_{I.ABC} + V_{I.ABD} + V_{I.BCD} + V_{I.ACD}$

$$= \frac{1}{3}S_{CAB}.r + S_{DAB}.r + S_{BCD} + S_{ACD}.r$$

$$= \frac{1}{3}\left(S_{CAB} + S_{DAB} + S_{BCD} + S_{ACD}\right).r = \frac{1}{3}S_{tp}.r$$

$$\Rightarrow r = \frac{3V_{ABCD}}{S_{tp}}$$

$+\boxed{V_{ABCD}=\frac{1}{6}.AB.CD.d(AB;CD).\sin(AB,CD)}$: hằng số -vì AB, Δ cố định và CD=$\sqrt{14}$

$+S_{BCD}=\frac{1}{2}CD.d(B;\Delta)$: hằng số; $S_{ACD}=\frac{1}{2}CD.d(A;\Delta)$: hằng số

S_{CAB}, S_{DAB} : thay đổi-vì C và D thay đổi trên Δ.

Do đó: $\boxed{\text{r lớn nhất} \Leftrightarrow S_{tp} \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow S_{CAB}+S_{DAB} \text{ nhỏ nhất.}}$

•$C,\ D\in\Delta \Leftrightarrow C(-1+3t;4-2t;4-t),\ D(-1+3k;4-2k;4-k), k>t.$

•$CD=\sqrt{14} \Leftrightarrow \sqrt{14(k-t)^2}=\sqrt{14} \Leftrightarrow |k-t|=1 \Leftrightarrow k=1+t$(đã gsử k>t)

$$+S_{CAB}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(13t-29)^2+(13t+1)^2+(13t-11)^2}$$

$$S_{DAB}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(13k-29)^2+(13k+1)^2+(13k-11)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(13t-16)^2+(13t+14)^2+(13t+2)^2}$$

$$S_{CAB}+S_{DAB}=\frac{1}{2}\left[\sqrt{(13t-29)^2+(13t+1)^2+(13t-11)^2}+\sqrt{(13t-16)^2+(13t+14)^2+(13t+2)^2}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\sqrt{(a-29)^2+(a+1)^2+(a-11)^2}+\sqrt{(a-16)^2+(a+14)^2+(a+2)^2}\right], \text{ với } a=13t$$

$$=\frac{1}{2}\left[\sqrt{3a^2-78a+963}+\sqrt{3a^2+456}\right]=\frac{\sqrt{3}}{2}\left[\sqrt{a^2-26a+321}+\sqrt{a^2+152}\right]$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\left[\sqrt{(a-13)^2+\left(0-\sqrt{152}\right)^2}+\sqrt{(a-0)^2+\left(0-\left(-\sqrt{152}\right)\right)^2}\right]$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}(MP+MQ), \text{ với } M(a;0), P(13;\sqrt{152}), Q(0;-\sqrt{152}) \text{ trong mp}(Oxy).$$

$$\geq\frac{\sqrt{3}}{2}PQ=\frac{\sqrt{483}}{2}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \text{M, P, Q thẳng hàng} \\ \text{M nằm giữa P và Q} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{PM}$ và $\overrightarrow{PQ}$ cùng phương $\Leftrightarrow a=\frac{13}{2} \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}.$

$$\Leftrightarrow C\left(\frac{1}{2};3;\frac{7}{2}\right),\ D\left(\frac{7}{2};1;\frac{5}{2}\right)$$

$\min\left(S_{CAB}+S_{DAB}\right)=\frac{\sqrt{483}}{2} \Leftrightarrow$ Trung điểm CD là $J(2;2;3)$

Vậy $\boxed{\text{r đạt GTNN} \Leftrightarrow J(2;2;3)}$. **Đáp án B.**

***)CHÚ Ý:** *Ta có thể sử dụng kết quả sau đây để giải bài toán này.*

Cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ. Trên d lấy hai điểm C và D sao cho độ dài CD
không đổi. Gọi JK là đoạn vuông góc chung của d và Δ, J thuộc d. Chứng minh rằng d(C; Δ)+ d(D; Δ) đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi J là trung điểm của CD.

Câu 49. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1-2i| = |z-3+2i|$, đồng thời $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H = |w - z_1| + |w - z_2|$, trong đó $w = 1 + 3i$.

A. $\frac{14\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{85}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{1165}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{1105}}{5}$.

GIẢI

Giả sử $z=x+yi (x,y \in \mathbb{R})$ và M_1, M_2 là các điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2.

Theo đề: $|z-1-2i| = |z-3+2i| \Leftrightarrow |(x-1)+(y-2)i| = |(x-3)+(y+2)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2} \Leftrightarrow x-2y-2=0$$

$$\Rightarrow M_1, M_2 \in d: x-2y-2=0.$$

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2}\right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{M_2M_1}\right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow M_1M_2 = \sqrt{5}$$

•$M_1, M_2 \in d \Leftrightarrow M_1(2t+2;t), M_1(2k+2;k)$, với k>t.

$$M_1M_2 = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5(k-t)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow k = t+1.$$

$$•H = |1+3i-z_1| + |1+3i-z_2| = \sqrt{(2t+1)^2+(t-3)^2} + \sqrt{(2k+1)^2+(k-3)^2}$$

$$= \sqrt{(2t+1)^2+(t-3)^2} + \sqrt{(2t+3)^2+(t-2)^2}$$

$$= \sqrt{5t^2-2t+10} + \sqrt{5t^2+8t+13} = \sqrt{5}\left[\sqrt{\left(t-\frac{1}{5}\right)^2+\frac{49}{25}} + \sqrt{\left(t+\frac{4}{5}\right)^2+\frac{49}{25}}\right]$$

$= \sqrt{5}(MA+MB)$ với $M(t;0)$, $A(\frac{1}{5};\frac{7}{5})$, $B(\frac{-4}{5};\frac{-7}{5})$ trong mặt phẳng Oxy

$$\geq \sqrt{5}.AB = \sqrt{5}.\frac{\sqrt{221}}{5} = \frac{\sqrt{1105}}{5}.$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \text{A, M,B thẳng hàng} \\ M \in Ox, \text{ M nằm giữa A và B} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\Leftrightarrow t=\frac{-3}{10}$

$$\Leftrightarrow M_1\left(\frac{7}{5};\frac{-3}{10}\right),\ M_1\left(\frac{17}{5};\frac{7}{10}\right)$$

Vậy $\boxed{H_{min}=\frac{\sqrt{1105}}{5}}$. **Đáp án D.**

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = f(x) + x^2 \cdot e^x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -1$. Tính $f(3)$.

A. $6e^3 + 3$. **B.** $6e^2 + 2$. **C.** $3e^2 - 1$. **D.** $9e^3 - 1$.

GIẢI

$$f'(x)=f(x)+x^2.e^x+1$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=e^x\left[f(x).e^{-x}+x^2+e^{-x}\right]\Leftrightarrow f'(x).e^{-x}=f(x).e^{-x}+x^2+e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow f'(x).e^{-x}-f(x).e^{-x}=x^2+e^{-x}\Leftrightarrow f'(x).e^{-x}+f(x).\left(e^{-x}\right)'=x^2+e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow \left[f(x).e^{-x}\right]'=x^2+e^{-x}$$

$$\Rightarrow \int_0^3\left[f(x).e^{-x}\right]'dx=\int_0^3\left(x^2+e^{-x}\right)dx$$

$$\Leftrightarrow f(x).e^{-x}\Big|_0^3=\left(\frac{x^3}{3}-e^{-x}\right)\Bigg|_0^3$$

$$\Leftrightarrow f(3).e^{-3}-f(0).e^0=9-\frac{1}{e^3}+1\Leftrightarrow f(3)=9e^3-1$$

Vậy $\boxed{f(3)=9e^3-1}$. **Đáp án D.**

-----HẾT----

Chúc các em thành công trong kì thi sắp đến!