

Câu 1 (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{2x-3}{x-2}$

Câu 2 (1,0 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình: $y''(x_0) = -12$.

Câu 3 (1,0 điểm)

a. Cho số phức z thỏa mãn: $(1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tìm mô đun của số phức $w = 2(z+1) - \bar{z}$

b. Giải phương trình $\log_3(9^x + 18) = x + 2$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^2 (\sqrt{2x^2+1} - 3x) dx$

Câu 5 (1,0 điểm)

a. Cho góc α thỏa mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$.

b. Trường THPT X tổ chức hội thao GDQP- AN. Trung đội 10A chọn một tiểu đội trong đó có 6 chiến sĩ nam và 5 chiến sĩ nữ tham gia các nội dung: hiểu biết chung về GDQP- AN, điều lệnh từng người không có súng, băng bó cứu thương và đội ngũ đơn vị. Tiểu đội trưởng chọn ngẫu nhiên 3 chiến sĩ tham gia nội dung băng bó cứu thương. Tính xác suất để 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ.

Câu 6 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với d. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O với $AB = 2a\sqrt{3}, BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của đoạn OD. Góc hợp bởi SB với mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh A thuộc đường thẳng $d_1: 2x - y + 2 = 0$, đỉnh D thuộc đường thẳng $d_2: x - y - 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm $M(\frac{9}{5}; \frac{2}{5})$, $N(9;2)$ lần lượt là trung điểm của BH và CD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết điểm D có tung độ dương.

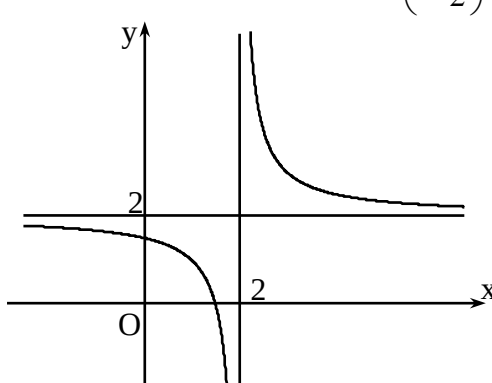
Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4\sqrt{1+2x^2y} - 1 = 3x + 2\sqrt{1-2x^2y} + \sqrt{1-x^2} \\ 2x^3y - x^2 = \sqrt{x^4+x^2} - 2x^3y\sqrt{4y^2+1} \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $y + z = x(y^2 + z^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} + \frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}$

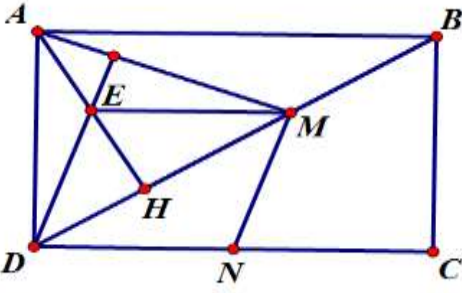
-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2

Câu	Nội dung trình bày	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{2x-3}{x-2}$	1,0												
	* TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $y' = -\frac{1}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in D$	0.25												
	* Giới hạn và tiệm cận : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số	0.25												
	* Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$-\infty$	$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	2	$+\infty$										
	y'	-		-										
y	2	$-\infty$	$+\infty$											
* Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$, hàm số không có cực trị.														
* Đồ thị : Đồ thị cắt các trục tọa độ tại điểm: $\left(0; \frac{3}{2}\right), \left(\frac{3}{2}; 0\right)$. 	0.25													
Nhận xét : Đồ thị nhận giao điểm của 2 đường tiệm cận $I(2; 2)$ làm tâm đối xứng														
2	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình: $y''(x_0) = -12$.	1,0												
	Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9, y'' = 6x - 12$, $y''(x_0) = -12 \Leftrightarrow 6x_0 - 12 = -12 \Leftrightarrow x_0 = 0$	0,25												
	Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -2$	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -2)$ là: $y = y'(0)(x - 0) - 2 = 9x - 2$	0,5												

3	a. Cho số phức z thỏa mãn: $(1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tìm mô đun của số phức $w = 2(z + 1) - \bar{z}$	0,5
	Giả sử $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow (1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i \Leftrightarrow (1-i)(a + bi) + 2i(a - bi) = 5 + 3i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 5 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i$	0,25
	Khi đó ta có: $w = 2(3+i) - (2-i) = 4 + 3i \Rightarrow w = \sqrt{16+9} = 5$	0,25
	b. Giải phương trình $\log_3(9^x + 18) = x + 2$	0,5
	$\log_3(9^x + 18) = x + 2 \Leftrightarrow 9^x + 18 = 3^{x+2}$ $\Leftrightarrow 9^x - 9 \cdot 3^x + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 6 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_3 6 \end{cases}$ Vậy phương trình có hai nghiệm là: $x=1$ và $x=\log_3 6$	0,25
4	Tính tích phân: $I = \int_0^2 (\sqrt{2x^2 + 1} - 3x) x dx$	1,0
	$I = \int_0^2 (\sqrt{2x^2 + 1} - 3x) x dx = \int_0^2 x \sqrt{2x^2 + 1} dx - \int_0^2 3x^2 dx$ $= \frac{1}{4} \int_0^2 \sqrt{2x^2 + 1} d(2x^2 + 1) - 3 \int_0^2 x^2 dx$	0,5
	$= \frac{1}{6} \sqrt{(2x^2 + 1)^3} \Big _0^2 - x^3 \Big _0^2$	0,25
	$= \frac{1}{6} \sqrt{(8+1)^3} - \frac{1}{6} - 8 = -\frac{11}{3}$ Vậy $I = -\frac{11}{3}$ Chú ý: Có thể giải theo phương pháp đổi biến với $t = \sqrt{2x^2 + 1}$	0,25
5	a. Cho góc α thỏa mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$.	0,5
	Ta có $\begin{cases} \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi, \cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = -\sqrt{\frac{25}{16} - 1} = -\frac{3}{4} \\ \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{7}{25} \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha} = \frac{-\frac{3}{4} - 1}{2 - \frac{7}{25}} = -\frac{175}{172}$	0,25

5	b. Trường THPT X tổ chức hội thao GDQP- AN . Trung đội 10A chọn một tiểu đội trong đó có 6 chiến sĩ nam và 5 chiến sĩ nữ tham gia các nội dung: hiểu biết chung về GDQP- AN, điều lệnh từng người không có súng, băng bó cứu thương và đội ngũ đơn vị . Tiểu đội trưởng chọn ngẫu nhiên 3 chiến sĩ tham gia nội dung băng bó cứu thương. Tính xác suất để 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ.	0,5
	* Số cách chọn 3 chiến sĩ từ 11 chiến sĩ của tiểu đội là $C_{11}^3 = 165$ do đó số phần tử của không gian mẫu là $\Omega = 165$. * Gọi A là biến cố ” 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ” Ta có số kết quả thuận lợi cho A là: $\Omega_A = C_5^1.C_6^2 + C_5^2.C_6^1 = 135$	0,25
	Xác suất để 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ là: $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}$	0,25
6	Câu 6 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng (P) : $x + 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với d. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.	1,0
	Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n} = (1; 2; 3)$ và đi qua O(0;0;0) nên có phương trình: $x + 2y + 3z = 0$.	0,5
	$M(t; 1+2t; 2+3t) \in d; d(M; (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{ 1-t }{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -8 \\ t = 10 \end{cases}$	0,25
7	Do đó $M(-8; -15; -22)$ và $M(10; 21; 32)$	0,25
	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O với $AB = 2a\sqrt{3}, BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của đoạn OD. Góc hợp bởi SB với mặt đáy bằng 60°. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.	1,0
	Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD	0,5
	Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SB, (ABCD)) = SBH = 60^\circ$. $HB = \frac{3}{4} BD = \frac{3}{4} \sqrt{AB^2 + AD^2} = 3a \Rightarrow SH = HB \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}a$	0,25

	$S_{ABCD} = AB.BC = 2a\sqrt{3}.2a = 4\sqrt{3}a^2$ $\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a\sqrt{3}.4\sqrt{3}a^2 = 12a^3$	0,25
	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC	0,5
	Do AD song song (SBC) nên ta có: $d(AD,SC) = d(AD,(SBC)) = d(D,(SBC)) = \frac{4}{3} d(H,(SBC)).$ Kẻ HM vuông góc với BC, HK vuông góc với SM $\Rightarrow HK \perp (SBC)$ Hay HK = d(H,(SBC)).	0,25
	Tính HK: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{(3\sqrt{3}a)^2} + \frac{4}{(3\sqrt{3}a)^2} = \frac{5}{27a^2}$ $\Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}a = \frac{3\sqrt{15}}{5}a$ Vậy khoảng cách giữa AD và SC là: $d(AD,SC) = \frac{4}{3}HK = \frac{4}{3} \frac{3\sqrt{15}}{5}a = \frac{4\sqrt{15}}{5}a$	0,25
	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh A thuộc đường thẳng $d_1: 2x - y + 2 = 0$, đỉnh D thuộc đường thẳng $d_2: x - y - 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm $M(\frac{9}{5}; \frac{2}{5})$, $N(9;2)$ lần lượt là trung điểm của BH và CD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết điểm D có tung độ dương. 	1,0
	Gọi E là trung điểm của AH, ta có $ME \perp AD \Rightarrow E$ là trực tâm tam giác ADM $\Rightarrow DE \perp AM$. Mặt khác tứ giác EMND là hình bình hành nên $DE \parallel MN$, do đó $AM \perp MN$	0,25
8	Đường thẳng AM qua điểm M và vuông góc với MN có pt: $9x + 2y - 17 = 0$. Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 9x + 2y = 17 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow A(1;4)$ Theo giả thiết điểm D thuộc d_2, giả sử $D(d;d-5)$, do $AD \perp DN$ nên $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DN} = 0$ $\Leftrightarrow (9-d)(8-2d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 9 \Rightarrow D(9;4) \\ d = 4 \Rightarrow D(4;-1) \end{cases}$. Vì điểm D có tung độ dương nên $D(9;4)$ Do N là trung điểm CD nên điểm C có tọa độ là: $C(9;0)$ Phương trình đường thẳng AH: $2x + y - 6 = 0$. Phương trình đường thẳng DM: $x - 2y - 1 = 0$ Do H là giao điểm của AH và DM nên ta có tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow H(\frac{13}{5}; \frac{4}{5}) \Rightarrow B(1;0)$ Vậy tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD là: $A(1;4)$, $B(1;0)$, $C(9;0)$, $D(9;4)$	0,5
		0,25

9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4\sqrt{1+2x^2y}-1=3x+2\sqrt{1-2x^2y}+\sqrt{1-x^2} & (1) \\ 2x^3y-x^2=\sqrt{x^4+x^2}-2x^3y\sqrt{4y^2+1} & (2) \end{cases}$	1,0
	Điều kiện: $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 1+2x^2y \geq 0 \\ 1-2x^2y \geq 0 \end{cases}$. Với $x=0$, hệ phương trình luôn có nghiệm $\forall y \in R$ Với $x \neq 0$, chia 2 vế của phương trình (2) cho x^3 ta được pt: $2y+2y\sqrt{(2y)^2+1}=\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2+1} \Leftrightarrow f(2y)=f\left(\frac{1}{x}\right)$	0,25
	Xét hàm số: $f(t)=t+t\sqrt{t^2+1} \Rightarrow f'(t)=1+\sqrt{t^2+1}+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}} > 0 \forall t \in R$ Vậy $f(t)$ là hàm đồng biến trên R , do đó $f(2y)=f\left(\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow 2y=\frac{1}{x}$	0,25
	Thế vào phương trình (1) ta được : $4\sqrt{1+x}-1=3x+2\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x^2} (*)$ Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{1+x} \geq 0 \\ b=\sqrt{1-x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a^2=2+2x \\ b^2=1-x \end{cases} \Rightarrow 2a^2-b^2=1+3x$	0,25
	$pt(*) \Leftrightarrow 4a-1=2a^2-b^2-1+2b+ab \Leftrightarrow 2a^2+(b-4)a+2b-b^2=0$ $\Delta=(b-4)^2-8(2b-b^2)=(3b-4)^2 \Rightarrow \begin{cases} a=2-b \\ a=\frac{b}{2} \end{cases}$	
	Với $a=2-b \Leftrightarrow a+b=2 \Leftrightarrow \sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=2 \Leftrightarrow x=0$ (loại) Với $2a=b \Leftrightarrow 2\sqrt{1+x}=\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x=-\frac{3}{5} \Rightarrow y=-\frac{5}{6}$ Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ y=-\frac{5}{6} \end{cases}; \begin{cases} x=0 \\ y \in R \end{cases}$	0,25
10	Cho x,y,z là các số thực dương thỏa mãn $y+z=x(y^2+z^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{1}{(1+y)^2}+\frac{1}{(1+z)^2}+\frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}$	1,0
	Ta có $(y+z)^2 \leq 2(y^2+z^2) \Leftrightarrow x(y+z)^2 \leq 2x(y^2+z^2)=2(y+z) \Rightarrow y+z \leq \frac{2}{x} (1)$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:	

$P \geq \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2}{(1+y)(1+z)} + \frac{4}{(1+y)(1+z)(1+x)}$ Mặt khác: $(1+y)(1+z) \leq \frac{(2+y+z)^2}{4} \leq \frac{1}{4} \left(2 + \frac{2}{x}\right)^2 = \frac{(1+x)^2}{x^2}$ $\Rightarrow P \leq \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2x^2}{(1+x)^2} + \frac{4x^2}{(1+x)^3} = \frac{2x^3 + 6x^2 + x + 1}{(1+x)^3}$	0,25												
Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 + x + 1}{(1+x)^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{10x - 2}{(1+x)^4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{1}{5}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>1</td><td>$\frac{91}{108}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> Từ bảng biến thiên ta có: $P \geq f(x) \geq f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{91}{108}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{91}{108}$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = z = 5 \end{cases}$	x	0	$\frac{1}{5}$	$+\infty$	f'(x)	-	0	+	f(x)	1	$\frac{91}{108}$	$+\infty$	0,5
x	0	$\frac{1}{5}$	$+\infty$										
f'(x)	-	0	+										
f(x)	1	$\frac{91}{108}$	$+\infty$										

----- **Hết** -----