Giáo viên : TRẦN QUỐC NGHĨA

Trường Trung Học Phổ Thông .....

Họ, tên HS: .....

Lớp: ..... STT: .....

Chuyên đề

HÀM SỐ

LỚP 12 + LT THPT QG

Năm học 2016 - 2017

Lưu hành nội bộ

CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN

KHẢO SÁT HÀM SỐ

Vấn đề 1. Vị trí tương đối giữa hai đường

I. Hàm đa thức bậc ba

1. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2+4m+1)x - 4m(m+1)$ (C_m).

Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1.

ĐH Ngoại thương - 94 *ĐS : $m > 1 / 2 \wedge m \neq 1$*

2. 1) a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C): $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

b) Tìm tất cả các đường thẳng qua A(4; 4) và cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

2) Cho (P): $y = x^2 - 2x - 3$ và đường thẳng d cùng phương với đường thẳng y = 2x sao cho d cắt (P) tại hai điểm A và B.

a) Viết phương trình d khi hai tiếp tuyến của (P) tại A và B vuông góc.

b) Viế phương trình d khi AB = 10.

ĐH Quốc gia - 96 *ĐS : 1. b) $k > 0 \wedge k \neq 9$; 2. a) $y = 2x - 23/4$ b) $y = 2x - 2$*

3. Cho hàm số $y = x^3 + (1-m)x^2 - m^2$ (C_m).

Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

ĐH QG Hà Nội - 96 *ĐS : Không có m*

4. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.

Tìm k để đường thẳng qua M(4; 4) với hệ số góc k cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

ĐH QG TPHCM khối B - 96 *ĐS : $k > 0 \wedge k \neq 9$*

5. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm m để đường thẳng y = mx cắt (C) tại ba điểm O(0; 0), A, B. Chứng minh trung điểm I của AB thuộc đường thẳng song song với trục Oy.

ĐH Mỏ - Địa chất - 98 *ĐS: b) $m > 0 \wedge m \neq 9$; $I \in d : x = 3$*

6. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - mx^2 + (2m+1)x - m - 2$.

Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

ĐH Cần Thơ khối B - 99 *ĐS : m > 7*

7. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ (C_m).

Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

HV Chính trị QG - 99 *ĐS : m = 0*

8. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3$ (C_m).

Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt trong đó có 2 điểm < 0 .

ĐH QG TPHCM khối A - 99 *ĐS : 0 < m < 2/3*

9. Cho hàm số $y = x^3 + 3(m-1)x^2 + 2(m^2 - 4m + 1)x - 4m(m-1)$ (C_m).

Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng.

ĐH Hồng Đức - 99 *ĐS : $m \neq -1$*

10. Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 - 9x$ (C_m).

Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng.

ĐH Mở Hà Nội - 00 *ĐS : $m = -1/2$*

11. Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 - 9x$ (C_m).

a) Chứng minh rằng đường thẳng y = 2x + m luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm tập hợp điểm I là trung điểm của AB.

b) Tính AB theo m. Tìm m để AB nhỏ nhất.

ĐH QG TPHCM khối D - 00 *ĐS : a) d: y = 5 – 2x b) $AB_{min} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 1$*

12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ (C).

Tìm m sao cho d: y = m(x + 1) + 2 cắt (C) tại 3 điểm phân biệt sao cho tiếp tuyến tại B và C vuông góc với nhau.

HV Công nghệ BCVT - 01 *ĐS : $m = -2 \pm 2\sqrt{2}/3$*

13. Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}mx^2 + \frac{1}{2}m^3$ (C_m).

Tìm m sao cho d: y = x cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt A, B, C mà AB = AC.

ĐH Huế - 01 *ĐS : $m = 0 \vee m = \pm\sqrt{2}$*

14. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$, với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 2.

b) Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng y = x + 1.

ĐH Khối D - 04 *ĐS : b) $m = 0 \vee m = \pm 2$*

15. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Gọi d là đường thẳng đi qua A(3; 20) và có hệ số góc m. Tìm m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

ĐH Khối D - 06 *ĐS : b) $m > 15/4 \wedge m \neq 24$*

16. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Gọi d là đường thẳng đi qua A(–1; 5) và có hệ số góc k. Tìm k để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

ĐH SG Hệ CĐ Khối A,B - 07 *ĐS : b) $k < 0 \vee k \neq -1$*

17. Cho hàm số (C): $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + \frac{8}{3}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng x – 4y = 0.

c) Tìm m để đường thẳng $y = mx + \frac{8}{3}$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt .

CĐ Xây dựng 2 - 07 *ĐS : b) $y = -4x + \frac{8}{3}; y = -4x + \frac{7}{3}$ c) $m > -\frac{35}{8} \wedge m \neq 4$*

18. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Chứng minh rằng mọi đường thẳng đi qua điểm I(1; 2) với hệ số góc k (k > –3) đều cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt I, A, B đồng thời I là trung điểm của AB.

ĐH Khối D - 08 *ĐS : b) $m > 15/4 \wedge m \neq 24$*

19. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

ĐH Khối A - 10 *ĐS : b) $-1/4 < m < 1 \wedge m \neq 0$*

20. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$ (1), với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để đường thẳng y = – x + 1 cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

ĐH Khối D - 13 *ĐS : b) $m < 0 \vee m > 8/9$*

II. Hàm đa thức bậc bốn

21. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + 2mx^2 + m$ (C_m).

a) Tìm m để $f(x) \geq 0, \forall x$.

b) Tìm m để đồ thị (C_m) cắt đường thẳng y = – 3 tại bốn điểm phân biệt trong đó một điểm có hoành độ lớn hơn 2 và ba điểm còn lại có hoành độ nhỏ hơn 1.

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = – 2.

ĐH Kiến trúc HN - 94 *ĐS : a) $m \geq 0$*

22. Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm m để đường thẳng y = m cắt (C) tại 4 điểm phân biệt.

c) Tìm m để (C) chắn trên đường thẳng y = m ba đoạn thẳng có độ dài bằng nhau.

ĐH Huế khối D - 00 *ĐS : b) –9/4 < m , 4 c)m = 7/4*

23. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4(1+m)x^3 + 6mx^2 + 1 - m$ (C_m).

Tìm các giá trị âm của tham số m để (C_m) và đường thẳng d: y = 1 có 3 giao điểm phân biệt.

ĐH Thủy sản Nha Trang - 01 *ĐS : $m = (-1-\sqrt{5})/2$*

24. Cho hàm số (C_m): $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$, với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho khi m = 0.

b) Tìm m để đường thẳng y = –1 cắt đồ thị (C_m) tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

ĐH Khối D - 09 *ĐS : b) $-1/3 < m < 1 \wedge m \neq 0$*

III. Hàm nhất biến

25. Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ (H).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H).

b) Gọi d: 2x – y + m = 0. Chứng minh rằng d luôn cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B trên hai nhánh của (H).

c) Tìm m để độ dài đoạn AB ngắn nhất.

CĐ SP TPHCM - 98 *ĐS : c)* $AB_{min} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow m = -1$

26. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Gọi d là đường thẳng đi qua I(2; 0) và có hệ số góc k. Tìm k để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho I là trung điểm của AB.

ĐH SG Hệ CĐ Khối D - 07 *ĐS : b) m = 2/3*

27. Cho hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm m để đường thẳng d: y = – x + m cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

CĐ Khối A, B, D - 08 *ĐS : b)* $m < 0 \vee m > 4$

28. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm m để đường thẳng d: y = – 2x + m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

ĐH Khối B - 10 *ĐS : b)* $m = \pm 2$

29. Cho hàm số $y = \dfrac{-x+1}{2x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Chứng minh rằng với mọi m, đường thẳng y = x + m luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B. Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

ĐH Khối A - 11 *ĐS : b)* $max(k_1 + k_2) = -2 \Leftrightarrow m = -1$

IV. Hàm hữu tỉ

30. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + (m+2)x - m}{x+1}$ (C_m).

Tìm m để đường thẳng $y = -x - 4$ cắt (C_m) tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho tam giác OMN đều (với O là gốc tọa độ).

HV Kỹ Thuật Quân sự - 96 *ĐS : Không có m*

31. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 4x + 1}{x+2}$ (1).

Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng (d_m): $y = mx + 2 - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt thuộc cùng một nhánh của (C).

ĐH Công đoàn - 98 *ĐS : $m > 1 \wedge m \neq 4/3$*

32. Cho hàm số $y = x + 3 - m + \dfrac{1}{x+m}$ (1).

a) Chứng minh hàm số luôn có cực trị với mọi m.

b) Tìm a để đường thẳng Δ: $y = a(x+1) + 1$ cắt đồ thị (C) (khi m = 2) tại hai điểm có hoành độ trái dấu.

ĐH Huế khối A - 98 *ĐS : b) $1 < a < 2$*

33. Cho hàm số họ đường cong (C_m): $y = \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x-2}$, m là tham số thực.

a) Gọi A là giao điểm (C_m) và trục Oy. Viết phương trình tiếp tuyến của (C_m) tại A.

b) Tìm k để đường thẳng $y = 2kx - k$ cắt (C) (khi m = 0) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C)

ĐH Giao thông Vận tải - 98 *ĐS : a) $y = \dfrac{6-m}{4}x - \dfrac{m}{2}$ b) $k > 1$*

34. Cho hàm số $y = -x + 3 + \dfrac{3}{x-1}$ (C).

Chứng minh đường thẳng $y = 2x + m$ luôn cắt (C) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2. Tìm m sao cho $d = (x_1 - x_2)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐH Cần Thơ Khối AB - 98 *ĐS : $\min d = 4 \Leftrightarrow m = 0$*

35. Cho hàm số $y = \dfrac{mx^2 + (2m^2+1)x + 2m + 1}{x + 2m}$ (C_m).

Tìm m để đường thẳng y = 1 cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

ĐH Hàng hải - 98 *ĐS: m > 1*

36. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 + x + 1}{x - 1}$ (C).

Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng y = m luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm m sao cho độ dài AB ngắn nhất

ĐH QG Hà Nội - 99 *ĐS : m = –1*

37. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2 + 3}{x + 1}$ (1).

Viết phương trình đường thẳng d qua A(2; 2/5) sao cho d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B và M là trung điểm của đoạn AB.

ĐH Bách khoa HN - 01 *ĐS : $y = 6x/5 - 2$*

38. Cho hàm số $y = \dfrac{mx^2 + x + m}{x - 1}$ (1).

Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và hai điểm đó có hoành độ dương.

ĐH Khối A - 03 *ĐS : –1/2 < m < 0*

39. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$ (1).

Tìm m để đường thẳng d_m: y = mx + 2 – 2m cắt đồ thị của hàm số (1) tại hai điểm phân biệt.

ĐH Khối D - 03 *ĐS : m > 1*

40. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 3x - 3}{2(x - 1)}$ (1).

Tìm m để đường thẳng y = m cắt đồ thị của hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB = 1.

ĐH Khối A - 04 *ĐS : $m = (1 \pm \sqrt{5})/2$*

Vấn đề 2. Bài toán tiếp xúc

I. Hàm đa thức bậc ba

41. Cho (C_m): $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2+4m+1)x - 4m(m+1)$, $m \in R$.

a) Chứng minh (C_m) luôn đi qua điểm cố định.

b) Tìm các giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1.

c) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) khi m = 0. Tìm M $\in$ (C) sao cho qua M vẽ được duy nhất một tiếp tuyến đến (C).

ĐH Ngoại thương - 94 *ĐS : a) (2; 0) b) $m > 1/2 \wedge m \neq 1$ c) M(1; 0) là điểm uốn*

42. Cho hàm số $y = x(x-a)^2$ (C_a).

a) Chứng minh rằng với mọi $a \neq 0$ hàm số không thể luôn luôn đồng biến.

b) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) khi a = 3.

c) Tìm k để đường thẳng d: y = kx + b không tiếp xúc với (C).

ĐH Quốc gia HN khối B - 95 *ĐS : c) $k < -3$*

43. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ (C_m).

a) Tìm m để đồ thị (C_m) cắt đường thẳng y = 1 tại 3 điểm C(0, 1), D và E phân biệt.

b) Tìm m để tiếp tuyến tại D và E vuông góc với nhau.

ĐH Y Dược TPHCM - 95 *ĐS : a) $0 \neq m < 9/4$ b) $m = 9 \pm \sqrt{65}/8$*

44. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 1$ (C_m).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = – 3.

b) Tìm m để (C_m) cắt đường thẳng y = – x + 1 tại ba điểm phân biệt A(0; 1), B, C sao cho các tiếp tuyến của (C_m) tại B và C vuông góc.

ĐH QG HN Khối D - 96 *ĐS: b) $m = \pm\sqrt{5}$*

45. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$ (C).

a) Chứng minh rằng không tồn tại 2 điểm nào trên đồ thị để tiếp tuyến tại 2 điểm đó vuông góc với nhau.

b) Tìm a để trên (C) có ít nhất 1 điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng y = ax.

ĐH Y khoa HN - 96 *ĐS : b) $a < 0$*

46. Cho hàm số (C_k): $y = x^3 + 1 - k(x+1)$, với k là tham số.

a) Tìm k để đồ thị (C_k) tiếp xúc với trục hoành.

b) Viết phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (C_k) với trục Oy. Tìm k để nó chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8.

HV Quân Y - 97

ĐS : a) $k = 3 \vee k = 3/4$ b) Pttt: $y = -kx + 1 - k$; $k \in \{9 \pm 4\sqrt{5}; -7 \pm 4\sqrt{3}\}$

47. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Trong tất cả các tiếp tuyến với đồ thị hàm số, hãy tìm tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

ĐH Ngoại thương TPHCM - 98 *ĐS: b) $k_{min} = -12 \Leftrightarrow M \equiv I(-1;16)$*

48. Cho hàm số $y = 3x - 4x^3$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = |x|(3 - 4x^2)$ (vẽ hình riêng).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua A(1; 3).

HV Ngân hàng khối A - 98 *ĐS: b) $d_1 : y = 3x, d_2 : -24x + 27$*

49. Cho hàm số $y = x^3 - 12x + 12$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Xác định giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng d: y = – 4.

c) Tìm trên đường thẳng y = – 4 các điểm từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C).

HV CN BC Viễn thông - 98 *ĐS: c) $M(m;-4)$ với $m < -4 \vee m > 4/3 \wedge m \neq 2$*

b) d tiếp xúc với (C) tại (2, – 4) và cắt (C) tại (–4; –4)

50. Cho (C_m): $y = 2mx^3 - (4m^2 + 1)x^2 + 4m^2$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm m để (C_m) tiếp xúc với trục hoành.

ĐH Thương mại HN - 98 *ĐS : b) $m = 0$ $m = \pm\sqrt{2}/2$*

51. Cho (C_a): $y = f(x) = x^3 - ax$, m là tham số thực.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = 3. Viết phương trình parabol qua $A(-\sqrt{3}; 0)$, $B(\sqrt{3}; 0)$ và tiếp xúc với (C).

b) Tìm x để tồn tại t khác x sao cho f(x) = f(t).

HV Kỹ Thuật QS - 98 *ĐS : a) $y = \pm\sqrt{3}(x^2 - 3)$ b) $-2\sqrt{a/3} \le x \le 2\sqrt{a/3}$ với $a > 0$*

52. Cho hàm số (C): $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$

Trong tất cả các tiếp tuyến của (C), tìm tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

ĐH Kinh tế Quốc dân HN - 98

53. Cho (C_m): $y = mx^3 - (m-1)x^2 - (2+m)x + m - 1$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm trên đường thẳng y = 2 những điểm mà từ đó có thể kẻ ba tiếp tuyến đến (C).

c) Tìm các điểm cố định mà (C_m) đi qua với mọi m.

ĐH Quốc gia TPHCM khối D - 99

ĐS : b) $M(m;2)$ với $m < -2/3 \vee m > 2 \wedge m \neq -1$ c) $A(1;-2), B(-1;2)$

54. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm các điểm trên (C) mà qua đó kẻ được duy nhất 1 tiếp tuyến đến (C).

HV CNBCVT Hà Nội - 99 *ĐS: b) M(1; 0)*

55. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Xét ba điểm A, B, C thẳng hàng và thuộc (C). Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là giao điểm của (C) với các tiếp tuyến của (C) tại A, B, C. Chứng minh rằng A_1, B_1, C_1 cùng thẳng hàng.

HV CNBCVT TPHCM - 99

56. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm trên đường thẳng y = 2 các điểm từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C)

HV Ngân hàng Khối D - 99 *ĐS: b) $M(m;2)$ với $m < -2/3 \vee m > 2 \wedge m \neq -1$*

57. Cho hàm số (C_m): $y = 2x^3 - 3(m+3)x^2 + 18mx - 8$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Với các giá trị nào của m thì (C_m) tiếp xúc với trục hoành ?

ĐH An ninh - 99 *ĐS : b) $m = 1 \vee m = 4 \pm 2\sqrt{6}$.*

58. Cho hàm số (C_m): $y = 2mx^3 - (4m^2 + 1)x^2 + 4m^2$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Xác định m để (C_m) tiếp xúc với trục hoành.

ĐH Thương mại - 99 *ĐS : b) $m = 0 \vee m = \pm\sqrt{2}/2$*

59. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Từ một điểm trên đường thẳng x = 2 có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C) ?

ĐH Ngoại thương HN - 00 *ĐS: b) Đúng 1 tiếp tuyến*

60. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + m + 1$ (C_m).

a) Tìm m để (C_m) tiếp xúc với trục Ox.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

c) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng x + 9y = 0

ĐH Cần Thơ khối D - 00 *ĐS: a) m = 1 c) y = 9x – 14, y = 9x + 18*

61. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ (C).

a) Khảo sát và vẽ (C). Tìm giao điểm của (C) với trục Ox.

b) Tìm trên đường thẳng x = 2 những điểm từ đó có thể kẻ đúng 3 tiếp tuyến với (C)

ĐH Cần Thơ khối A - 00 *ĐS: b) M(2; m) với – 6 < m < 2*

62. Cho hàm số $y = x^3 - ax^2 + 1$ (C_a).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = –3.

b) Đường thẳng Δ: y = 5 tiếp xúc với (C) tại A và cắt (C) tại 1 điểm B. Tính tọa độ điểm B.

ĐH Tây Nguyên khối D - 00 *ĐS: b) A(– 2; 5), B(1; 5)*

63. Cho hàm số (C): $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$

Viết phương trình các đường thẳng qua $A(19/12;\ 4)$ và tiếp xúc với (C).

ĐH QG TPHCM - 01 *ĐS : $y = 4; y = 12x - 15; y = -21/32(x - 19/12) + 4$*

64. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm trên những điểm mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng x + 3y – 2 = 0.

ĐH Ngoại ngữ HN - 01 *ĐS : $M(2;\ 4/3) \vee M(-2;\ 0)$*

65. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm uốn và chứng minh rằng Δ là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

ĐH Khối B - 04 *ĐS : b) $y=-x+8/3$*

66. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2+\frac{1}{3}$ (1) với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2.

b) Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng – 1. Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại M song song với đường thẳng 5x – y = 0.

ĐH Khối D - 05 *ĐS : b) m = 4*

67. Cho hàm số (C_m): $y = -x^3+(2m+1)x^2-m-1$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm m để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $y = 2mx - m - 1$.

DB1 ĐH Khối D - 05 *ĐS : b) m = 0 ∨ m = 1/2*

68. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đi qua A(–1, –13).

DB1 ĐH Khối B - 07 *ĐS : b) y = 6x – 7; y = – 48x – 6*

69. Cho hàm số $y=-x^3+mx+m$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 3.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với trục Ox.

CĐ Kinh tế - Công nghệ TPHCM - 07 *ĐS : b) m = 0 ∨ m = 27/4*

70. Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm M(–1; –9).

ĐH Khối B - 08 *ĐS : b) $y=24x+15; y=15x/4x-21/4$*

71. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng –1.

CĐ Khối A, B, D - 10 *ĐS : b) $y=-3x-2$*

72. Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

ĐH Khối D - 14 *ĐS : b) $M_1(2;0); M_2(-2;-4)$*

73. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ bằng 1.

Cao đẳng Khối A,A1,B,D - 14 *ĐS : b) $d : y = 3x - 2$*

II. Hàm đa thức bậc bốn

74. Cho hàm số $y = (x+1)^2(x-1)^2$ (C).

Tìm a để (C) tiếp xúc với (P) $y = ax^2 - 3$. Viết phương trình tiếp tuyến chung tại tiếp điểm.

ĐH Quốc gia HN - 96 *ĐS : $a = 2$; $d_1 : y = 4\sqrt{2}x - 7, d_2 : y = -4\sqrt{2}x - 7$*

75. Cho hàm số (C_m): $y = x^4 - 2mx^2 + m^3 - m^2$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Xác định m để (C_m) tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt.

ĐH QG TPHCM khối A - 96 *ĐS : b) m = 2*

76. Cho (C_m): $y = -x^4 + 2(m+1)x^2 - 2m - 1$, $m \in R$.

a) Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm lập thành cấp số cộng.

b) Gọi (C) là đồ thị của hàm số khi m = 0. Tìm tất cả các điểm trên trục tung sao cho từ đó vẻ ba tiếp tuyến đến (C).

ĐH Y Dược TP HCM - 98 *ĐS : $m = 4 \vee m = -4/9$*

77. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Cho $M \in (C)$ có $x_M = a$. Tìm các giá trị của a để tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm khác M

ĐH Đà Nẵng - 99 *ĐS: b) $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3} \wedge a \neq \pm 1$*

78. Tìm tất cả các giá trị a để đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^2 + a$.

ĐH An Giang khối D - 01 *ĐS: $a = 4 \vee a = -5$*

79. Cho hàm số $y = x^4 - (m+10)x^2 + 9$ (C_m).

a) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$, (C_m) luôn cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và trong số các giao điểm đó có hai điểm nằm trong khoảng $(-3; 3)$ và nằm ngoài trong khoảng $(-3; 3)$.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho khi $m = 0$.

ĐH Ngoại thương CSII - 01

80. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm các điểm thuộc trục Oy mà từ đó có thể kẻ được đúng ba tiếp tuyến đến đồ thị (C).

ĐH An Giang khối A, B - 01 *ĐS: M(0; 1)*

81. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2(x^2 - 1)$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình các đường thẳng đi qua A(0; 2) và tiếp xúc với (C).

DB2 ĐH Khối A - 06 *ĐS : b) $y = 2; y = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}x + 2; y = -\frac{8}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}x + 2$*

82. Cho hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x - 6y - 6 = 0$.

ĐH Khối D - 10 *ĐS : b) $y = -6x + 10$*

III. Hàm nhất biến

83. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Cho M bất kì trên (C) có $x_M = m$. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai tiệm cận tại A, B. Gọi I là giao điểm hai tiệm cận. Chứng minh M là trung điểm của AB và diện tích ΔIAB không đổi.

ĐH Quốc gia TPHCM - 97

84. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm những điểm trên trục tung mà từ mỗi điểm đó chỉ kẻ được đúng một tiếp tuyến đến (C).

ĐH QG HN Khối A - 98 *ĐS: b) $A_2(0;1), A_2(0;-1)$*

85. Tìm giao điểm của tiếp tuyến với (C) $y=\dfrac{x+1}{x-3}$ với trục hoành biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d: y = x + 2001.

ĐH Kinh tế Quốc dân HN - 01 *ĐS : A(8; 0) và O(0; 0)*

86. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Cho điểm A(0; a). Xác định a để từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm về hai phía đối với trục hoành.

ĐH Sư phạm TPHCM - 01 *ĐS : $a>-2/3 \wedge a\neq 1$*

87. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng IM.

DB2 ĐH Khối B - 03 *ĐS : b) $M_1(0;1), M_2(2;3)$*

88. Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Cho điểm $M_0(x_0; y_0) \in$ (C). Tiếp tuyến của (C) tại M_0 cắt các tiệm cận của (C) tại các điểm A và B. Chứng minh M_0 là trung điểm của AB.

DB2 ĐH Khối D - 06

89. Cho hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng 1/4.

ĐH Khối D - 07 *ĐS : b) $M_1(-1/2;-2), M_2(1;1)$*

90. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x+1}$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua giao điểm của đường tiệm cận và trục Ox.

DB1 ĐH Khối D - 07 *ĐS : b)* $y=-1/12\left(x+1/2\right)$

91. Cho hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) sao cho d và hai tiệm cận của (C) cắt nhau tạo thành một tam giác cân.

DB2 ĐH Khối D - 07 *ĐS : b)* $y=-x;\ y=-x+4$

92. Cho hàm số (C) : $y=\dfrac{x-1}{x+1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Đường thẳng d đi qua điểm A(0; m) và có hệ số goc bằng 2. Tìm m để d tiếp xúc với (C).

CĐ Công nghệ Thực phẩm - 07 *ĐS : b)* $m=-1 \vee m=7$

93. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết rằng tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc tọa độ O.

ĐH Khối A - 09 *ĐS : b)* $y=-x-2$

94. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

b) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (1), biết rằng d vuông góc với đường thẳng y = x + 2.

CĐ Khối A, A1, B, D - 12 *ĐS : b)* $y=-x+3;\ y=-x-1$

95. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Gọi M là điểm thuộc (C) có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox và Oy lần lượt tại A và B. tính diện tích ΔOAB.

CĐ Khối A, A1, B, D - 13 *ĐS : b) $S_{\Delta OAB}$ = 121/6 (đvdt)*

96. Cho hàm số: $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến có hoành độ $x=1$.

Đề minh họa THPT Quốc gia - 15 *ĐS: b) $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$*

IV. Hàm hữu tỉ

97. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+3mx+2m+1}{x+2}$ (C_m).

a) Chứng minh tiệm cận xiên của (C_m) luôn đi qua một điểm cố định.

b) Tìm m để đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng y = m.

c) Khải sát và vẽ khi m = – 1.

ĐH Ngoại thương - 95 *ĐS : a) (–1;0) b) m = 1*

98. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Chứng minh $\forall m \neq -1$, đồ thị (C_m) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định.

c) Tìm m để hàm số đồng biến trong khoảng (1; +∞).

ĐH Tài chính Kế toán HN - 95

ĐS : b) (C_m) luôn tiếp xúc với d: y = x – 1 tại A(–1; –2) c) $m \le 3-3\sqrt{2}$

99. Cho hàm số họ đường cong (C_m): $y = \dfrac{x^2 - mx + 1}{x}$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Tìm các điểm trên trục hoành mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) vuông góc với nhau.

c) Tìm m để (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

ĐH GTVT - 96 *ĐS : b)* $A_1(-2;0), A_2(2;0)$ *b)* $m < -2 \vee m > 2$

100. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{-x + m}$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm m để hàm số nghịch biến trong khoảng $(2; +\infty)$.

c) Với mọi $m \neq -1$, chứng minh đồ thị (C_m) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định.

ĐH QG TPHCM - 96, ĐH Sư phạm TPHCM - 94

ĐS : b) $m \leq 5 - 3\sqrt{2}$ *c)* (C_m) *luôn tiếp xúc với d:* $y = -x + 1$ *tại* $A(-1; 2)$

101. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$ (C) .

a) Có nhất xét gì về tiếp tuyến vẽ đến (C) từ các điểm nằm trên đường thẳng y = 7 ?

b) Chứng minh rằng trên đường thẳng y = 7 có bốn điểm sao cho từ mỗi điểm đó có thể vẽ đến (C) hai tiếp tuyến tạo với nhau một góc 45^0.

HV CNBC Viễn thông - 97 *ĐS: c) Bốn điểm* $A_{1,2}(5 \pm 2\sqrt{2}), A_{3,4}(-3 \pm 2\sqrt{6}; 7)$

102. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + (2a+1)x + a + 3}{x + 2}$ (1), với a là số thực khác –1.

a) Chứng minh tiệm cận xiên của hàm số (1) luôn đi qua một điểm cố định.

b) Với giá trị nào của a thì (1) tiếp xúc với đường thẳng y = a + 4 ?

ĐH Y Dược TPHCM - 97 *ĐS : a) (0; 1) b)* $a = -9/5$

103. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{4(m+1)x^2 - 4mx - m^3 + m^2 - 2}{2x - m}$, m là tham số thực.

Chứng minh đường tiệm cận xiên của (C_m) luôn tiếp xúc với một parabol cố định khi m thay đổi.

ĐH QG TPHCM Khối A - 97 *ĐS : TCX luôn tiếp xúc với* $(P): y = -x^2 + 3x - 1/4$

104. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+kx+2-k}{x+k-1}$ (1) , k là tham số thực.

a) Với mọi $k \neq 2$, chứng minh đồ thị (1) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định.

b) Tìm k để hàm số (1) đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$.

ĐH Đà Nẵng khối A - 98

ĐS : a) (C_k) luôn tiếp xúc với d: $y = x - 1$ tại $A(-1; -2)$ b) $k \geq 2(\sqrt{2}-1)$

105. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{2x^2+x+1}{x+1}$

Tìm các điểm trên trục tung sao cho từ đó vẽ được hai tiếp tuyến đến (C) và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

ĐH Kiến trúc HN - 98 *ĐS : $M(0;-3-\sqrt{17})$*

106. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{2x^2+x}{x+1}$.

Tìm những điểm M nằm trên đường thẳng y = 1 sao cho từ M ta có thể kẻ đúng một tiếp tuyến đến đồ thị (C) ?

ĐH QG TPHCM - 99 *ĐS: b) $M_1(1;1), M_2(-1;1), M_3\left(-\sqrt{2}/2;1\right), M_4\left(\sqrt{2}/2;1\right)$*

107. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+(m+1)x-3}{x+m}$ (C_m).

Tìm m để tiêm cận xiên của (C_m) tiếp xúc với (P) $y=x^2+5$.

ĐH Giao thông Vận tải - 99 *ĐS : $m=-3$*

108. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$

Chứng minh qua A(1; 0) luôn kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) vuông góc với nhau.

ĐH Dược HN - 99 *ĐS : $S_{\Delta IAB}=2$*

109. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song đường thẳng x + y = 0.

HV CN BCVT - 00 *ĐS : $d_{1,2}: y=-x-4\pm 2\sqrt{2}$*

110. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

Lấy M $\in$ (C). Tiếp tuyến của (C) tại M cắt 2 tiệm cận tại A, B. Chứng minh I là trung điểm của AB và diện tích ΔIAB không đổi với I là giao điểm hai tiệm cận.

ĐH Sư phạm TPHCM - 00 *ĐS :* $S_{\Delta IAB} = 2$

111. Cho hàm số $y = x - \dfrac{1}{x+1}$ (C).

a) CMR: (C) nhận điểm I là giao điểm của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.

b) Tìm các cặp điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau.

ĐH Huế khối D - 00 *ĐS: Những điểm đối xứng nhau qua I*

112. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ có tâm đối xứng I. Tìm trên (C) các điểm A để tiếp tuyến của (C) tại A vuông góc đường thẳng IA.

ĐH An ninh - 01 *ĐS :* $A_1\left(1+\sqrt[4]{8}; \dfrac{4+3\sqrt[4]{8}+\sqrt{8}}{\sqrt[4]{8}}\right), A_2\left(1-\sqrt[4]{8}; \dfrac{4-3\sqrt[4]{8}+\sqrt{8}}{\sqrt[4]{8}}\right)$

113. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2}{x-1}$

Tìm trên đường thẳng y = 4 tất cả các điểm mà từ mỗi điểm đó có thể kẻ tới đồ thị (C) hai tiếp tuyến lập với nhau một góc 45^0.

ĐH Quốc gia HN - 01 *ĐS :* $M_1(3;4), M_2(-1+2\sqrt{2};4), M_3(-1-2\sqrt{2};4)$

114. Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) y = xlnx đi qua M(2; 1) ?

ĐH Xây dựng - 01 *ĐS: Hai tiếp tuyến*

115. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 6x + 9}{-x + 2}$ (C).

Tìm các điểm M trên trục tung để từ đó kẻ được tiếp tuyến đến (C) song song với đường thẳng 3x + 4y = 0.

ĐH Kinh tế TPHCM - 01 *ĐS :* $M(0; 9/2) \vee M(0; 5/2)$

116. Cho hàm số $y = \dfrac{(2m-1)x^2 - m^2}{x - 1}$ (C_m).

Tìm m để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng y = x.

ĐH Khối D - 02 *ĐS :* $m \neq 1$

117. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

Viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua A(0; –5).

DB2 ĐH Khối B - 06 *ĐS : b) $y=-5; y=-8x-5$*

118. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ (*)

Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Chứng minh rằng không có tiếp tuyến nào của (C) đi qua điểm I.

DB2 ĐH Khối B - 05

119. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$.

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đó vuông góc với tiệm cận xiên của (C).

ĐH Khối B - 06 *ĐS : $y=-x+2\sqrt{2}-5; y=-x-2\sqrt{2}-5$*

120. Cho hàm số $y=-x+1+\dfrac{m}{2-x}$ (C_m)

Tìm m để đồ thị (C_m) có cực đại tại điểm A sao cho tiếp tuyến với (C_m) tại A cắt trục Oy tại B mà ΔOBA vuông cân.

DB2 ĐH Khối B - 07 *ĐS : m = 1*

Vấn đề 3. Tập hợp điểm

121. Cho hàm số (C_m): $y=x^3+3x^2+mx+1$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 3.

b) Chứng minh rằng $\forall m$, (C_m) luôn cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2+7$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm quỹ tích tring điểm I của đoạn AB.

c) Tìm m để (C_m) cắt đường thẳng d: y = 1 tại ba điểm phân biệt C(0; 1), D, E. Tìm m để các tiếp tuyến tại D và E vuông góc với nhau.

ĐH Kinh tế - 94 *ĐS: b) Quỹ tích: $y=4x^3+4x^2+18x+19$*

c) $(C_m)\cap d$ khi : $m<9/4\wedge m\neq 0$; 2 tiếp tuyến vuông góc khi $m=1/4\left(9-\sqrt{65}\right)$

122. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 + (m+|m|)x^2 - 4x - 4(m+|m|)$, m tham số thực.

a) Tìm các điểm cố định mà đồ thị đi qua $\forall m$.

b) Tìm m để (C_m) tiếp xúc với trục hoành.

c) Tìm quỹ tích điểm uốn của (C_m).

ĐH Kiến trúc TP HCM - 95

ĐS: a) $A(2;0), B(-2;0)$ b) $m = \pm 1$ c) Quỹ tích: $y = -2x^3 + 8x$ với $x < 0$

123. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ (C_m).

Chứng minh rằng (C_m) luôn cắt (C): $y = x^3 + 2x^2 + 7$ tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm quỹ tích trung điểm I của AB.

ĐH Y Dược TPHCM - 95 *ĐS : Quỹ tích I: $y = 4x^3 + 4x^2 + 18x + 19$*

124. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{x^2 - 4mx + m^2 + m + 1}{2x^2 + m^2 - m + 1}$.

Gọi I, J lần lượt là giao điểm của (C_m) với hai trục Ox, Oy. Tìm quỹ tích các diểm I, J.

ĐH Dược Hà Nội - 95

ĐS: Quỹ tích I: $1/3 \le y \le 3$; Quỹ tích J: $x \le (2-\sqrt{13})/6 \vee x \ge (2+\sqrt{13})/6$

125. Cho hàm số (C): $y = (4-x)(x-1)^2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi A là giao điểm của (C) với trục Oy, d là đường thẳng qua A với hệ số góc k. Tìm k để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C.

c) Tìm tập hợp trung điểm I của BC khi k thay đổi.

ĐH Ngoại ngữ HN - 96 *ĐS: b) $k<0$ và $k \ne -9$ c) Quỹ tích: $y=3$ với $-23 \ne y < 4$*

126. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2}{x-1}$.

a) Chứng minh (C) có một tâm đối xứng.

b) Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy để từ đó có thể kẻ hai tiếp tuyến đến (C) và hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

ĐH QG TPHCM - 98 *ĐS: a) Tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận*
b) Quỹ tích: $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ loại bỏ bốn giao điểm với hai tiện cận

127. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi d là đường thẳng qua gốc tọa độ O và có hệ số góc k. Với giá trị nào của k thi d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, O ? Tìm tập hợp trung điểm I của đoạn AB khi k thay đổi.

ĐH QG TPHCM khối D - 98

ĐS: b) (C) $\cap$ d khi : $k > -9/4 \wedge k \neq 0$; Quỹ tích: $x = 3/2$ với $y \neq 0 \wedge y > -27/8$

128. Tìm trên (C) $y = x^3 - 3x^2 - 7x + 6$ các điểm mà tiếp tuyến với đồ thị tại các điểm ấy cắt trục Ox tại A có hoành độ dương, cắt trục Oy tại B có tung độ âm sao cho OB = 2OA. Tính độ dài AB khi đó.

ĐH Hàng hải - 98 *ĐS: M(3; –15), $AB = 3\sqrt{26}$*

129. Cho hàm số (C_m): $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$, m tham số thực.

a) Tìm các điểm cố định mà đồ thị (C_m) đi qua $\forall$m.

b) Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu. tìm quỹ tích các điểm cực đại.

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

ĐH TCKT HN - 98 *ĐS: a) A(0;1) b) $\forall m$, quỹ tích: $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$*

130. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{-2x-4}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số giao điểm của đồ thị trên và đường thẳng d: 2x – y + m = 0.

c) Trong trường hợp có hai giao điểm M, N. Hãy tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn MN.

ĐH Thương mại - 99 *ĐS: b) ▪ $m < -4 \vee m > 4$: 2 giao điểm,*
▪ $m = -4 \vee m = 4$: 1 tiếp điểm, ▪ $-4 < m < 4$: 0 giao điểm
c) Quỹ tích: $y = -2x - 4$ loại bỏ đoạn AB với A(–2; 0) và B(0; –4).

131. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2+1}{x}$.

Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy để từ đó có thể kẻ hai tiếp tuyến đến (C) và hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

ĐH Y Dược TPHCM - 99

ĐS: $(C): x^2 + y^2 = 4$ trừ đi 4 điểm $(0;2),(0;-2),(-\sqrt{2};-\sqrt{2}),(\sqrt{2};\sqrt{2})$

132. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{2x^2 + (m+1)x - 3}{x + m}$, m là tham số thực.

Tìm quỹ tích giao điểm hai tiệm cận của (C_m).

ĐH GTVT - 99 *ĐS: d: $y = 3x + 1$, bỏ hai điểm có hoành độ $x = (-1 \pm \sqrt{13})/2$*

133. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{x^2 + mx + 2m - 1}{mx + 1}$, m là tham số thực.

a) Tìm m để hàm số có cực trị và tiệm cận xiên đi qua gốc tọa độ.

b) Gọi (C) là đồ thị hàm số khi m = 1. Tìm k để d: y = kx + 2 cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N. Tìm quỹ tích trung điểm I của MN.

ĐH Y Thái Bình - 99 *ĐS: a) m = 1 b) Đường cong $y = \dfrac{2x^2 + 3x + 2}{2x + 1}$*

134. Cho hàm số $y = x^3 - ax^2 + 1$ (C_a).

Tìm tập hợp các điểm cực đại, cực tiểu của (C_a).

ĐH Tây Nguyên D - 00 *ĐS: Nếu a > 0: CĐ(0;1), CT $\in y = -x^3/2 + 1$ với $x > 0$*
Nếu a < 0: CT(0;1), CT $\in y = -x^3/2 + 1$ với $x < 0$

135. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.

Một đường thẳng d thay đổi song song với đường thẳng x – 2y = 0 cắt (C) tại hai điểm M, N. Tìm quỹ tích trung điểm I của dây MN.

ĐH Sư phạm Vinh - 01 *ĐS: Quỹ tích: $y = 3/2x - 3/2$ với $x \le -\sqrt{2} - 1 \vee x \ge \sqrt{2} - 1$*

136. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2 + x}{x - 2}$.

Đường thẳng d qua B(0; b) song song tiếp tuyến của (C) tại O. Tìm b để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N. Chứng minh rằng trung điểm I của MN nằm trên một đường thẳng cố định.

ĐH Kiến trúc HN - 01 *ĐS: Quỹ tích: y = 3x/2*

Vấn đề 4. Tính đơn điệu của hàm số

137. Chứng minh:

$$1 + x\ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right) > \sqrt{1 + x^2},\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

ĐH Kinh tế TPHCM - 77 *ĐS : Dùng tính đơn điệu của hàm số*

138. a) Cho $0 < \alpha < 1$. Chứng minh: $(1+x)^n < 1+\alpha x,\ \forall x > 0$

b) Suy ra: $n < \sqrt{2} + \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \sqrt[4]{\frac{4}{3}} + ... + \sqrt[n+1]{\frac{n+1}{n}} < n+1$

ĐH Kinh tế TPHCM - 88 *ĐS : Dùng tính đơn điệu của hàm số*

139. Cho hàm số (C_m): $y = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m-2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$.

Tìm m để hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

ĐH Bách khoa Hà Nội - 93 *ĐS: không có m*

140. Cho hàm số (C_m): $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$, m tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Tìm m để hàm số đồng biến trên (0; 3).

ĐH Nông lâm TPHCM - 95 *ĐS :b) $m \ge 12/7$*

141. Cho hàm số $y = 4x^3 + mx$ (1) , m tham số thực.

a) Tùy theo m, xét sự biến thiên của hàm số (1).

b) Tìm m để $|y| \le 1$ khi $|x| \le 1$.

ĐH Kiến trúc - 95 *ĐS :b) $m = -2$*

142. Cho hàm số $y = \frac{ax^3}{3} - (a-1)x^2 + 3(a-2)x + \frac{1}{3}$ (1) , a tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = 2.

b) Tìm a để hàm số có cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 với $x_1 + 2x_2 = 1$.

c) Tìm a để hàm số đồng biến trên $[2; +\infty)$.

ĐH Thủy Lợi - 95 *ĐS :b) $a = 2 \vee a = 2/3$ c) $a \ge 2/3$*

143. Cho hàm số (C_m): $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{-x + m}$, m tham số thực.

Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

ĐH Quốc gia TPHCM khối A - 96 *ĐS : $m \le 5 - 3\sqrt{2}$*

144. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + 3m^2}{x - 2m}$ (1) , m tham số thực.

a) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên từng khoảng xác định.

b) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

ĐH Thủy sản - 96 *ĐS :a) $m = 0$ b) $m = 0 \vee m \le 2 - \sqrt{3}$*

145. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 4m$, m tham số thực.

a) Tìm m để hàm số nghịch biến trong khoảng (–1; 1).

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = –1.

ĐH Ngoại thương - 97 *ĐS :a) $m \le -10$*

146. Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x^3}{3} + ax^2 + (3a-2)x$ (1), a tham số thực.

a) Tìm a để hàm số : i) đồng biến trên R.

ii) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = 2/3. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số $|y| = \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x$

ĐH Thủy Lợi - 97 *ĐS : a) i) $a \ge 2$ ii) $1 < a < (10+2\sqrt{7})/9$*

147. Cho hàm số (C_m): $y = \frac{x^2 + (m+1)x + 1 - m}{x-1}$.

Chứng minh rằng khoảng cách giữa hai điểm cực trị của (C_m) không phụ thuộc vào giá trị của tham số m.

ĐH Mở Hà Nội - 97 *ĐS : d(CĐ, CT) = $2\sqrt{15}$*

148. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ (1), m tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 2.

b) Qua điểm A(4/9;4/3) kẻ được mấy tiếp tuyến đến (C) ? Viết phương trình của các tiếp tuyến đó.

c) Với giá trị nào của m thì hàm số (1) nghịch biến trong khoảng (– 2; 0) ?

ĐH Ngoại ngữ HN - 98 *ĐS :b) $y = 3x, y = \frac{4}{3}, y = -\frac{5}{9}x + \frac{128}{81}$ c) $m \le -\frac{1}{2}$*

149. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + x + m}{mx + 1}$ (1), m tham số thực.

a) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Tìm số tiếp tuyến có thể có với (C) (khi m = 1) đi qua mỗi điểm của (C).

ĐH Sư phạm TPHCM - 98 *ĐS :a) $0 \le m \le 1$ b) Mỗi điểm có 1 tiếp tuyến*

150. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{x^2 + 2(m+1)x + 2}{x+1}$, m là tham số thực.

a) Với m = 0:

i. Chứng minh giao điểm của hai tiệm cận là tâm đối xứng của (C).

ii. Tìm giá trị của a để (C) tiếp xúc với (P) $y = -x^2 + a$.

b) Với giá trị nào của m thì hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

ĐH Sư phạm Qui Nhơn - 99 *ĐS: a) ii. a = 2 b) $m \geq 0$*

151. Cho hàm số (C_m): $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$, m tham số thực.

a) Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng (0; 3).

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

c) Chứng minh rằng đồ thị (C) trên nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

ĐH Hàng hải HP - 00 *ĐS : a) $m \geq 12/7$*

152. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{x^2 - (m+1)x + 4m^2 - 4m - 2}{x - m + 1}$, m tham số thực.

Tìm m để hàm số xác định và đồng biến trên khoảng (0; 2).

ĐH Sư phạm HN - 00 *ĐS : $(2 - \sqrt{7})/3 \leq m \leq 1$*

153. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{2x + m}{x+1}$, m tham số thực.

a) Tìm m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) // với đường thẳng y = 2x + 1.

Trường Hàng không VN - 00 *ĐS : a) m < 2 b) y = 2x, y = 2x + 8*

154. Cho hàm số (C_k): $y = \left[(k^2 - 2k)\dfrac{x^2}{2} + kx + 3\right]x$, k tham số thực.

a) Tìm k để hàm số luôn đồng biến.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi k = 4.

ĐH Đà Nẵng khối D - 00 *ĐS : a) $k < 0 \vee k \geq 3$*

155. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$, với m tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Tìm m để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 1.

ĐH Quốc gia HN khối D - 00 *ĐS : b) m = 9/4*

156. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{(m+1)x^2-2mx-3m^3+m^2-2}{x-m}$, m tham số thực.

Tìm m để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

ĐH Tài chính Kế toán HN - 01 *ĐS :không có m*

157. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{x^2-8x}{8(x+m)}$, m tham số thực.

Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $[1;+\infty)$.

ĐH Mỏ Địa chất - 01 *ĐS : $-1<m\le 1/6$*

158. Cho hàm số (C_m): $y=x^3-3(m-1)x^2+3m(m-2)x+1$, m tham số thực.

Tìm m để hàm số đồng biến trên tập hợp các giá trị x thỏa: $1\le|x|\le 2$.

ĐH Dược HN - 01 *ĐS : $m\le -2\vee m=1\vee m\ge 4$*

159. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ (1), với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 0.

b) Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

ĐH Khối A,A1 - 13 *ĐS : b) $m\le -1$*

Vấn đề 5. Cực trị của hàm số

I. Cực trị của hàm hữu tỉ

160. Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)(x^2-2x)+m+4}{mx+m}$ với $\left(m\ne 0\wedge m\ne -\dfrac{1}{4}\right)$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng y = 1.

b) Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu.

c) Với giá trị nào của m thì giá trị cựa đại và cực tiểu cùng dấu ?

ĐH TH TPHCM - 93 *ĐS :a) $m=2\vee m=\dfrac{10}{9}$ b) $m<-\dfrac{1}{4}\vee m>1$ c) $m<-\dfrac{1}{4}$*

161. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+(m+2)x+3m+2}{x+1}$ (1) , m tham số thực.

a) Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu.

b) Giả sử y có giá trị cực đại, cực tiểu lần lượt là $y_{CĐ}$, y_{CT}.

Chứng minh : $y_{CĐ}^2+y_{CT}^2>\dfrac{1}{2}$

ĐH Tổng hợp TPHCM - 94

ĐS :a) $m>-1/2$ b) $y_{CĐ}^2+y_{CT}^2=2m^2+16m+8>1/2$ khi $m>-1/2$

162. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+m+2}{x+m-1}$ (1) , m tham số thực.

a) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) (khi m = – 1) kẻ từ A(6; 4).

b) Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu. Viết phương trình đường thẳng qua hai điểm cực đại và cực tiểu.

ĐH Thương mại - 97 *ĐS :a) $y=4, y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$ b) $\forall m$; $y=2x-2$*

163. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+m}{x-1}$.

Chứng minh $\forall m$ hàm số có cực trị và khoảng cách giữa các điểm cực trị là không đổi.

ĐH Thủy lợi - 98 *ĐS : $MN=2\sqrt{5}$ không đổi*

164. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+8-m}{x-1}$.

a) Viết phương trình parabol (P) qua điểm cực đại, cực tiểu của (C) (khi m = – 1) và tiếp xúc với đường thẳng 2x – y – 10 = 0.

b) Trong trường hợp tổng quát, hãy xác định tất cả các giá trị của tham số m để điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số ở về hai phía của đường thẳng 9x – 7y – 1 = 0.

ĐH An ninh - 99 *ĐS :a) $(P): y=x^2-9$ b) $-3<m<9/7$*

165. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-(m+1)x-m^2+4m-2}{x-1}$.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có cực trị. Tìm m để tích các cực đại và cực tiểu đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐH Quốc gia HN khối A - 99 *ĐS : $1<m<2$, $\min(y_{CĐ}.y_{CT})=-\dfrac{4}{5}\Leftrightarrow m=\dfrac{7}{5}$*

166. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+(2m+3)x+m^2+4m}{x+m}$ (1), với m là tham số.

Xác định m để đồ thị hàm số (1) có hai cực trị trái dấu nhau.

ĐH Cần Thơ khối AB - 99 *ĐS : m > 9/4*

167. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{-x^2+mx-m^2}{x-m}$.

Tìm m để (C_m) có cực cực đại và cực tiểu. Với m tìm được, viết phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của (C_m).

ĐH Tài chính Kế toán HN - 99 *ĐS : $m\neq 0;\ y=-2x+m$*

168. Cho hàm số (C_m) $y=\dfrac{x^2-(m+1)x+3m+2}{x-1}$.

Tìm m để hàm số (C_m) có hai cực trị cùng dấu.

CĐ Sư phạm TPHCM - 00 *ĐS : $-1<m<5-4\sqrt{2}\vee m>5+4\sqrt{2}$*

169. Cho hàm số (C_m) $y=\dfrac{x^2-m(m+1)x+m^3+1}{x-m}$.

a) Chứng minh rằng (C_m) luôn có cực đại, cực tiểu $\forall m$.

b) Chứng minh rằng chỉ có một điểm A duy nhất trên Oxy sao cho nó vừa là CĐ, vừa là CT ứng với 2 giá trị thích hợp của m. Tìm tọa độ của A.

TTĐT CB Y tế - 00 *ĐS :b) $A(-1/2;-7/4)$*

170. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{x^2+2mx+2}{x+1}$.

Tìm m để (C_m) có cực đại, cực tiểu và khoảng cách từ 2 điểm đó đến đường thẳng x + y + 2 = 0 bằng nhau.

ĐH Sư phạm HN - 01 *ĐS :m = 1/2*

171. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{mx^2+(2-4m)x+4m-1}{x-1}$.

Tìm m để (C_m) có hai cực trị trong miền x > 0.

ĐH Đà Lạt khối A, B - 01 *ĐS :m < –1*

172. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{mx^2+(m^2+1)x+4m^3+m}{x+m}$.

Tìm m để (C_m) có một điểm cực trị thuộc góc phần tư thứ (II) và một điểm cực trị thuộc góc phần tư thứ (IV) của mặt phẳng tọa độ.

ĐH Y Dược TPHCM - 01 *ĐS :$m<-\sqrt{5}/5$*

173. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+(2m+1)x+m^2+m+4}{2(x+m)}$ (1) (m là tham số)

Tìm m để hàm số (1) có cực trị và tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

DB2 ĐH Khối A - 03 *ĐS : $\forall m,\ 4\sqrt{2}$*

174. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2mx+1-3m^2}{x-m}$ (1) (m là tham số)

Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung.

DB1 ĐH Khối A - 05 *ĐS : b) $-1 < m < 1$*

175. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x+m}{x+1}$ (1), với m là tham số.

Xác định m để đồ thị hàm số (1) có hai cực trị trái dấu nhau.

CĐ KTKT Công nghiệp I - 06 *ĐS : $m > 1/4$*

176. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2(m+1)x+m^2+4m}{x+2}$ (1), với m là tham số.

Tìm m để đồ thị hàm số (1) có cực đại, cực tiểu đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc tọa độ O tạo thành môt tam giác vuông tại O.

ĐH Khối A - 07 *ĐS : $m=-4\pm 2\sqrt{6}$*

177. Cho hàm số $y=x+m+\dfrac{m}{x-2}$ (1), với m là tham số.

Tìm m để đồ thị hàm số (1) có cực trị tại các điểm A, B sao cho đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ O.

DB2 ĐH Khối A - 07 *ĐS : $m = 2$*

178. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ (1), với m là tham số.

a) Tìm m để hàm số (1) có hai cực trị trái dấu.

b) Tìm m để hàm số (1) đạt cực đại tại x = 2.

CĐ KT Cao Thắng - 07 *ĐS : a) $-2<m<2$ b) $m = -3$*

II. Cực trị của hàm bậc ba

179. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-8x+15$.

Chứng tỏ rằng hàm số có cực đại, cực tiểu. Cho điểm A bất kỳ thuộc đồ thị và nằm giữa cực đại, cực tiểu. Chứng minh rằng luôn tìm được 2 điểm B_1, B_2 thuộc đồ thị sao cho các tiếp tuyến của đồ thị tại B_1, B_2 vuông góc với tiếp tuyến tại A.

ĐH Bách khoa Hà Nội - 90 *ĐS:) $-1<m<1$*

180. Cho hàm số $y=(x+a)^3+(x+b)^3-x^3$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị khi a = 1, b = 2.

b) Tìm điều kiện của a và b để hàm số có cực đại, cực tiểu.

c) Chứng minh $\forall a, b$ phương trình $(x+a)^3+(x+b)^3-x^3=0$ không có ba nghiệm phân biệt.

ĐH Sư phạm TPHCM - 93 *ĐS :b) ab > 0 c) Chứng minh (C) ∩ Ox tại 1 điểm*

181. Giả sử hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ đạt cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2. Chứng minh rằng: $\frac{f'''(x)}{f'(x)}<\frac{1}{2}\left[\frac{f''(x)}{f'(x)}\right]^2$, $\forall x\neq x_1, x_2$

ĐH Bách khoa Hà Nội - 95

182. Cho hàm số (C_m): $y=2x^3+3mx^2+6(m-1)x-1$.

a) Tìm điều kiện của m để (C_m) có cực đại, cực tiểu.

b) Viết phương trình tiếp tuyến kẻ từ A(0; – 1) đến (C_m).

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị khi m = 2.

ĐH Nông nghiệp I HN - 96 *ĐS : a) $m\neq 2$ b) $y=\left(6m-6-\frac{9m^2}{8}\right)x-1$*

183. Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+3(m^2-1)x+m^3-m$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Chứng minh hàm số đã cho luôn có cực đại, cực tiểu đồng thời chứng ming rằng khi m thay đổi, các điểm cực trị luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

ĐH Ngoại thương khối A - 97 *ĐS :b) Đường thẳng y = –2x*

184. Cho hàm số $y = 2x^3 + ax^2 - 12x - 13$ (1).

Tìm a để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu cách đều trục trung.

ĐH Quốc gia HN - 97 *ĐS : a = 0*

185. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + ax + 1$ và $g(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3ax + a$.

Tìm a để mỗi hàm số có 2 cực trị sao cho giữa 2 hoành độ cực trị của hàm số này có 1 hoành độ cực trị của hàm số kia.

ĐH Đà Nẵng - 97 *ĐS: –15/4 < a < 0*

186. Cho hàm số $y = x^3 - (7+m)x^2 + (3-m)x - 7$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = – 1 .

b) Tìm m để hàm số (C_m) có cực trị.

c) Giả sử với $m = m_1$, hàm số đạt cực trị tại x_1. Chứng minh rằng có 1 giá trị $m = m_2$ để hàm số đạt cực trị tại điểm x_2 sao cho $x_1 + x_2 = -1$.

ĐH Mở Hà Nội - 98 *ĐS :b)* $m < \frac{-17-\sqrt{129}}{2} \vee m > \frac{-17+\sqrt{129}}{2}$

187. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 4$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Trong trường hợp tổng quát, hãy xác định tất cả các tham số m để hàm số đã cho có điểm cực đại, cực tiểu ở về hai phía của trục tung.

ĐH An ninh - 99 *ĐS :b)* $-3 < m < 1$

188. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3 - 3m$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Chứng minh rằng hàm số luôn có CĐ, CT thuộc 2 đường thẳng cố định.

ĐH Ngoại thương HN - 98

189. Cho hàm số (C_m): $y = \frac{1}{3}x^3 - x + m$.

Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

ĐS : $-2/3 < m < 2/3$

190. Cho hàm số $y = x^3 + ax + 2$ (a là tham số).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = – 3.

b) Tìm tất cả các giá trị của a để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một và chỉ một điểm.

ĐH Bách khoa HN - 99 *ĐS : b)* $a > -3$

191. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = – 2.

b) Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt trong đó có đúng hai điểm có hành độ âm.

ĐH Quốc gia TPHCM - 99 *ĐS : b) $0 < m < 2/3$*

192. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2+7m+2)x - 2m(m+2)$.

a) Tìm m để y = 0 có ba nghiệm phân biệt ≥ 1.

b) Tìm m để (C_m) có cực đại, cực tiểu. Viết phương trình đường thẳng qua hai điểm cực đại và cực tiểu đó.

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0

HV Kỹ thuật Mật mã - 99 *ĐS : a) Không có m*

b) $m < 4-\sqrt{17} \vee m > 4+\sqrt{17}$; $y = \dfrac{-2m^2+16m+2}{3}x + \dfrac{2(m^3+5m^2+3m+2)}{3}$

193. Cho hàm số (C_a): $y = -x^3 + ax^2 - 4$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = 3.

b) Tìm tọa độ điểm cực đại, cực tiểu của (C_a) theo a.

c) Tìm a để y = m (– 4 < m , 0) cắt (C_a) tại ba điểm phân biệt.

HV Ngân hàng HN - 99 *ĐS : b) a > 0: CĐ $\left(\dfrac{2a}{3}; \dfrac{4a^3}{27} - 4\right)$ CT $(0;-4)$;*

a < 0: CĐ $(0;-4)$ CT $\left(\dfrac{2a}{3}; \dfrac{4a^3}{27} - 4\right)$; a = 0: không có cực trị c) $a \geq 3$

194. Cho hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 1$ (1).

Tìm m để hàm số (1) không có cực trị.

ĐH Bách khoa HN - 00 *ĐS : $0 \leq m \leq 1/4$*

195. Cho hàm số $y = 4x^3 - mx^2 - 3x + m$.

Chứng minh rằng với mọi m hàm số luôn có CĐ, CT và $x_{CĐ}.x_{CT} < 0$.

HV Quan hệ Quốc tế - 00

196. Cho hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + (2m+1)x + 3 - m$ (1).

Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu. Chứng minh rằng khi đó đường thẳng nối 2 điểm cực đại và cực tiểu qua 1 điểm cố định.

ĐH Quốc gia TPHCM - 00

ĐS : $m < 0 \vee m > 1$; $y = \dfrac{2-2m}{3}x + \dfrac{10-m}{3}$ đi qua $I\left(-\dfrac{1}{2}; 3\right)$

197. Cho hàm số $y = -mx^3 + 2m^2x^2 + 5$ $(m \neq 0)$.

Tìm m để hàm số đạt cực trị tại x = 4/3. Đó là điểm cực đại hay cực tiểu ?

ĐH Huế khối D - 00 *ĐS : m = 1, $x_{CĐ}$ = 4/3*

198. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 + mx^2 - m - 1$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến tại các điểm cố định mà (C_m) luôn đi qua với mọi m. Tìm quỹ tích giao điểm đó khi m thay đổi.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = –3.

c) Tìm a để cực đại, cực tiểu của (C) nằm về hai phía khác nhau của đường tròn: $x^2 + y^2 - 2ax - 4ay + 5a^2 - 1 = 0$.

ĐH An ninh khối A - 00 *ĐS : ĐCĐ A(1; 0), B(–1; –2), pttt dA: y = (2m + 3)(x – 1), dB: y = (–2m + 3)(x + 1) – 2, Quỹ tích: $y = (3x^2 - x - 2)/x$ c) 3/5 < a < 1*

199. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$.

a) Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu M_1, M_2.

b) Tìm m để M_1, M_2 và B(0; –1) thẳng hàng.

ĐH Quốc gia TPHCM - 01 *ĐS : a) $m \neq 3$ b) $m = 4$*

200. Cho hàm số (C_m): $y = \frac{1}{3}x^3 - x + m$, với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 2/3.

b) Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

ĐH Bách khoa HN khối D - 01 *ĐS : b) $-2/3 < m < 2/3$*

201. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ (1).

Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu.

HV Chính trị Quốc gia - 01 *ĐS : $-3 < m < 1 \wedge m \neq -2$*

202. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ (1).

Chứng minh rằng với mọi m, hàm số (1) luôn luôn có cực đại, cực tiểu. Hãy xác định m sao cho khoảng cách giữa các điểm cực đại và cực tiểu là nhỏ nhất.

HV QH Quốc tế - 01 *ĐS : m = 0*

203. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (1).

Chứng minh rằng với mọi m, hàm số (1) luôn luôn đạt cực trị tại x_1, x_2 và $x_2 - x_1$ không phụ thuộc giá trị của tham số m.

HV Ngân hàng khối A - 01

204. Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1-m^2)x + m^3 - m^2$.

Viết phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của hàm số trên.

ĐH Khối A - 02 *ĐS : $y = 2x - m^2 + m$*

205. Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có cực đại, cực tiểu đồng thời hoành độ của điểm cực tiểu nhỏ hơn 1.

DB2 Khối B - 06 *ĐS : $m < -1 \vee 5/4 < m < 7/5$*

206. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 4$ (1), m là tham số thực.

a) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có điểm cực đại, cực tiểu ở về hai phía của trục tung.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

CĐ Kỹ thuật Cao Thắng - 06 *ĐS : $-3 < m < 1$*

207. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ (1), với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị cách đều gốc tọa độ O.

ĐH Khối B - 07 *ĐS : b) $m = \pm 1/2$*

208. Cho hàm số $y = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị này có hoành độ dương.

CĐ Khối A, B, D - 09 *ĐS : $5/4 < m < 2$*

209. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

ĐH Khối B - 12 *ĐS : b) $m = \pm 2$*

210. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho:

$$x_1.x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$$

ĐH Khối D - 12 *ĐS : b) m= 2/3*

211. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ (1), với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = – 1.

b) Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng y = x + 2.

ĐH Khối B - 13 *ĐS : b) $m = 0 \vee m = 2$*

212. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Cho điểm $A(2;3)$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A.

ĐH Khối B - 14 *ĐS : b) m = 1/2*

213. 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$

2) Tìm m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

THPT Quốc gia - 16 *ĐS: 2) m = 3/2*

III. Cực trị của hàm bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$

214. Cho hàm số $y = x^4 - 4mx^3 + (3 - 3m)x^2 + 3$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm có cực tiểu mà không có cực đại.

ĐH Ngoại thương HN - 94 *ĐS : $m = 1 \vee \frac{-1-\sqrt{7}}{3} < m < \frac{-1+\sqrt{7}}{3}$*

215. Cho hàm số $y = x^4 + (m+3)x^3 + 2(m+1)x^2$.

Tìm m để hàm có cực đại. Chứng minh rằng $x_{CĐ} \le 0$.

ĐH Ngoại thương TPHCM - 94

216. Cho hàm số $y=-x^4+2(m+2)x^2-2m-3$ (C_m).

a) Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm có hoành độ tạo cấp số cộng.

b) Tìm m để (C_m) chỉ có cực đại mà không có cực tiểu.

HV Quân Y - 96 *ĐS : a) m = –13/9 ∨ m = 3 b) m ≤ –2*

217. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm có các cực đại, cực tiểu lập thành một tam giác đều.

HV Quan hệ Quốc tế - 97 *ĐS : $m=\sqrt[3]{3}$*

218. Cho hàm số (C_m): $y=(1-m)x^4-mx^2+2m-1$.

a) Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có đúng một cực trị.

ĐH Sư phạm HN II - 97 *ĐS : a) 1/2 < m < 1 ∧ m ≠ 2/3 b) m ≤ 0 ∨ m > 1*

219. Cho hàm số $y=kx^4+(k-1)x^2+1-2k$.

a) Tìm tất cả các giá trị của k để hàm số chỉ có một cực trị.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi k = 1/2.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của của đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ.

ĐH Kiến trúc HN - 99 *ĐS : a) $0 \le k \le 1$ c) $y = 0, y = \pm x/3\sqrt{3}$*

220. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+\frac{3}{2}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại.

ĐH Cảnh sát - 00 *ĐS : $m \le 0$*

221. Cho hàm số $y=mx^4+(m^2-9)x^2+10$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm m để (1) có ba điểm cực trị.

ĐH Khối B - 02 *ĐS : b) $m<-3 \vee 0<m<3$*

222. Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) ba cực trị A, B, C sao cho OA = BC; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

ĐH Khối B - 11 *ĐS : b) $m=2-2\sqrt{2} \vee m=2+2\sqrt{2}$*

223. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi m = 0.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

ĐH Khối A, A1 - 12 *ĐS : b) m= 0*

IV. Cực trị của hàm khác

224. a. Lập bảng biến thiên và tìm giá trị của hàm số: $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2}}$.

b. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{3\sqrt{4^t+2}}{2^t+1} > \sqrt{t} + \sqrt{3-t}, \ \forall t \in [0;\ 3]$$

ĐH Quốc gia TPHCM - 99 *ĐS : a) Tập giá trị* $T = \left(-1; \dfrac{\sqrt{6}}{2}\right]$

225. Tìm khoảng tăng, giảm và cực trị của hàm số $y = xe^{-3x}$.

ĐH Kinh tế Quốc dân - 00 *ĐS : Tăng* $\left(-\infty; \dfrac{1}{3}\right)$, *giảm* $\left(\dfrac{1}{3}; +\infty\right)$, $CĐ\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{3e}\right)$

Vấn đề 6. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất

226. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = x^4 - 2mx^2 + 4 \text{ (với } m > 0) \text{ trên } [0;\ m].$$

ĐH Bách khoa Hà Nội - 95 *ĐS:* • $0 < m \le 1 : \min\limits_{[0;m]} y = y(m) = m^4 - 2m + 4$

• $m > 1 : \min\limits_{[0;m]} y = y(\sqrt{m}) = 4 - m^2$

227. Cho hàm số $y = |2x^2 + 4x - 2a + 1|$ với $-3 \le x \le 4$

Tìm a để maxy đạt giá trị nhỏ nhất.

HV Quân Y - 96 *ĐS : a) min(maxy) = 25 khi a = 12*

228. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{20x^2 + 10x + 3}{3x^2 + 2x + 1}$$

HV Ngân hàng - 98 *ĐS:* $\max\limits_{x \in R} y = f(-2) = 7;\ \min\limits_{x \in R} y = f(-1/5) = 5/2$

229. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \sin x\sqrt{\cos x} + \cos x\sqrt{\sin x}$$

ĐH An ninh khối A - 98 $\underline{ĐS}$: $\max y = y(\pi/4 + k2\pi) = \sqrt[4]{2}$; $x = 2$

230. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}, \text{ với } 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

HV Ngân hàng khối D - 98 $\underline{ĐS}$: $\min\limits_{(0;\pi/2)} y = y(\pi/4) = 2\sqrt{2}$

231. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \cos\frac{2x}{1+x^2} + \cos\frac{4x}{1+x^2} + 1$$

ĐH GTVT - 98 $\underline{ĐS}$: $\max\limits_{x\in R} y = y(1) = 3$; $\min\limits_{x\in R} y = y(\cos 1) = 2\cos^2 1 + \cos 1$

232. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = x^2 + 1 + 2x + \frac{a^2}{(x+1)^2}, \text{ với a là tham số thực khác 0.}$$

ĐH Huế khối D - 98 $\underline{ĐS}$: $\min\limits_{x\in R} y = y\left(-1 \pm \sqrt{|a|}\right) = 2|a|$

233. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x + \frac{9\pi^2}{x} + \sin x$ với $x > 0$

ĐH Kinh tế Quốc dân - 99 $\underline{ĐS}$: $\min\limits_{(0;+\infty)} y = f(3\pi/2) = 12\pi - 1$

234. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x} \text{ với } x > 0$$

CĐ SP TPHCM - 99 $\underline{ĐS}$: $\max y = 2$; $\min y = 0$

235. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = x + \cos^2 x \text{ trên } [0;\ \pi/4]$$

ĐH Ngoại ngữ HN - 99 $\underline{ĐS}$: $\max\limits_{[0;\pi/4]} y = f(\pi/4) = \pi/4 + 1/2$; $\min\limits_{[0;\pi/4]} y = f(0) = 1$

236. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = x^4 - 2x^2 + 3 \text{ trên } [-3;\ 2]$$

ĐH Huế khối D - 99 *ĐS:* $\max\limits_{[-3;2]} y = f(-3) = 66;\ \min\limits_{[-3;2]} y = f(\pm 1) = 2$

237. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{\sin x}{2 + \cos x} \text{ trên } [0;\ \pi]$$

ĐH Sư phạm Qui Nhơn - 99 *ĐS:* $\max\limits_{[0;\pi]} y = f(2\pi/3) = \sqrt{3}/3;\ \min\limits_{[0;\pi]} y = f(\pi) = 0$

238. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \sqrt[4]{\sin x} - \sqrt{\cos x}$$

ĐH Quốc gia HN - 99 *ĐS:* $\max y = 1;\ \min y = -1$

239. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \sin^{20} x + \cos^{20} x$$

ĐH Luật HN - 99 *ĐS:* $\max\limits_{x \in R} y = 1;\ \min\limits_{x \in R} y = \frac{1}{2^9}$

240. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = 5\cos x - \cos 5x \text{ trên } \left[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right]$$

ĐH Cảng sát Nhân dân - 99 *ĐS:* $\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y = 3\sqrt{3}$

241. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 2\sin^2 x + 4\sin x \cos x + \sqrt{5} \text{ trên R.}$$

HV Công nghệ BCVT - 99 *ĐS:* $\min\limits_{x \in R} y = 1$

242. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$$

ĐH Tây Nguyên - 00 *ĐS:* $\max\limits_{x \in R} y = 2;\ \min\limits_{x \in R} y = \frac{2}{11}$

243. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{2x-3}+\sqrt{5-2x}$

Từ đó giải phương trình $\sqrt{2x-3}+\sqrt{5-2x}-x^2+4x-6=0$

ĐH GTVT - 00

ĐS: $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right]} y=y(2)=2\ ;\ x=2$

244. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y=\sin^6 x+\cos^6 x+a\sin x\cos x$$

ĐH Thương mại - 00

ĐS: TH1: $a\le -3: \max\limits_{x\in R} y=y(-1)=\frac{1}{4}-\frac{a}{2}; \min\limits_{x\in R} y=y(1)=\frac{1}{4}+\frac{a}{2}$.

TH2: $-3<a<3: \max\limits_{x\in R} y=y\left(\frac{a}{3}\right)=\frac{a^2}{12}+1;$ $\min\limits_{x\in R} y$ *không tồn tại.*

TH3: $a\ge 3: \max\limits_{x\in R} y=y(1)=\frac{1}{4}+\frac{a}{2}; \min\limits_{x\in R} y=y(-1)=\frac{1}{4}-\frac{a}{2}$.

245. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y=\frac{3\cos^4 x+4\sin^2 x}{3\sin^4 x+2\cos^2 x}$$

ĐH Sư phạm HN - 01

ĐS: $\max\limits_{x\in R} y=\frac{8}{5};\ \min\limits_{x\in R} y=\frac{4}{3}$

246. Tìm tập giá trị của hàm số : $y=\frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

ĐH Sư phạm HN II - 01

ĐS: $\left(-1;\sqrt{10}\right]$

247. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y=\frac{3x^2+10x+20}{x^2+2x+3}$$

ĐH Sư phạm TPHCM - 01

ĐS: $\max\limits_{x\in R} y=f\left(-\frac{1}{2}\right)=7;\ \min\limits_{x\in R} y=f(-5)=\frac{5}{2}$

248. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} \text{ trên } [-1;\ 2]$$

ĐH Khối D - 03

ĐS: $\max\limits_{[-1;2]} y=y(1)=\sqrt{2};\ \min\limits_{[-1;2]} y=y(-1)=0$

249. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$

ĐH Khối B - 03 *ĐS:* $\max\limits_{[-2;2]} y = y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$; $\min\limits_{[-2;2]} y = y(-2) = -2$

250. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x + 3}{x + 1}$ trên đoạn [0; 2]

ĐH Khối D - 13 *ĐS:* $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)=1$; $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=3$

251. 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$

2) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn [1; 3]

THPT Quốc gia - 15 *ĐS: 2)* $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(1)=5$; $\min\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)=4$

252. 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

2) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ trên đoạn [1; 2]

Đề dự bị THPT Quốc gia - 15 *ĐS: 2)* $\max\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=5$; $\min\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=-2$

Vấn đề 7. Họ đường (C_m) qua điểm cố định

253. Cho hàm số $y = x^2(m - x) - m$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi m = 1.

b) Tìm các điểm cố định mà đồ thị (1) đi qua với mọi m.

c) Tìm m để đồ thị (1) cắt (P): $y = x^2$ tại ba điểm phân biệt.

ĐH Tổng hợp TPHCM - 94 *ĐS: b)* $A(1;-1), B(-1;1)$ *c)* $m \neq -1/2 \wedge m < 0 \vee m > 4$

254. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 + mx + m}{mx + m}$ (1).

a) Tìm điểm cố định mà đồ thị (1) đi qua với mọi $m \neq 0$.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

c) Viết phương trình đường thẳng qua M(0; 5/4) và tiếp xúc với đồ thị (C).

ĐH Sư phạm Vinh - 98 *ĐS : a)* $A(0;1)$ *c)* $y = 5/4x + 5/4$; $y = -3/4x + 5/4$

255. Cho hàm số (C_m): $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi m = 1.

b) Chứng minh (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định A, B khi m thay đổi.

c) Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại A và B vuông góc.

ĐH Huế - 98 *ĐS : b) $A(-1;0), B(1;0)$ c) $m = 3/4 \vee m = 5/4$*

256. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - mx^2 + (2m+1)x - m - 2$.

Tìm điểm cố định của họ (C_m).

ĐH Cần Thơ khối B - 99 *ĐS : M(1; 0)*

257. Cho họ đường cong (C_m): $y = \dfrac{-x^2 + mx - m^2}{x - m}$.

Tìm các điểm trên mặt phẳng tọa độ sao cho có đúng hai đường cong của họ (C_m) đi qua.

ĐH TCKT HN - 99 *ĐS : Các điểm cần tìm $\in$ góc tù tạo bởi 2 đt $y = 3x$ và $y = -x$*

258. Cho họ đường cong (C_m): $y = \dfrac{(3m-1)x + m^2 + m}{m - x}$ $(m \neq 0)$.

a) Tìm m để tiếp tuyến với (C_m) tại giao điểm của (C_m) với trục Ox song song với đường thẳng y = x. Viết phương trình tiếp tuyến đó.

b) Tìm trên đường thẳng x = 1 những điểm mà (C_m) không đi qua $\forall m$.

c) Tìm các đường thẳng cố định luôn tiếp xúc với (C_m).

HV Quân Y - 99 *ĐS: a) $m = 1 \vee m = 1/5$; pttt: $y = x + 1$, $y = x - 3/5$*
b) Những điển M(1; m) với $2 < m < 10$ c) d: $y = x + 1$

259. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{(m+1)x^2 + m^2x + 1}{x + m}$.

Tìm trên đường thẳng x = 2 các điểm A mà (C_m) không đi qua với mọi m.

HV Ngân hàng - 00 *ĐS : $A(2;b)$ với $-4 - 2\sqrt{10} < b < -4 + 2\sqrt{10}$*

260. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ (C).

Chứng minh đường thẳng d: y = m(x + 1) + 2 luôn cắt đồ thị (C) tại điểm A cố định.

HV CNBCVT - 01 *ĐS : $A(-1;2)$*

Vấn đề 8. Sử dụng đồ thị

261. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{|x-1|}$ (vẽ hình riêng).

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $2x-m|x-1|+1=0$

c) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình:

$$2\cos x-m|\cos x-1|+1=0 \quad \text{với } \pi/3<x<2\pi/3$$

ĐH Tổng hợp TPHCM - 77 *ĐS : b) $k=-2/3$ c) $a\le -1$: 1 nghiệm;*

262. Cho hàm số (C): $y=-\dfrac{x^3}{3}+4x$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm k để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt:

$$-\frac{x^3}{3}+4x+\frac{4(k^2-1)}{3(2-k)}=0$$

ĐH GTVT HN - 94 *ĐS : b) $-2-\sqrt{11}<k<-2+\sqrt{11}$*

263. a. Cho hàm số $y=x+\sqrt{1-x^2}-m$

Tìm các giá trị của m để hàm số không nhận giá trị dương $\forall x\in[-1;1]$.

b. Trong mặt phẳng Oxy, hãy viết tất cả các điểm M(x; y) có tọa độ thỏa mãn điều kiện $|y|\ge\dfrac{x^2-x+2}{x-1}$.

c. Cho hàm số $y=x^4+(m+3)x^3+2(m+1)x^2$. Tìm m để hàm số có cực đại. Chứng minh điểm cực đại này không có hoành độ dương.

ĐH Y Dược TPHCM - 94 *ĐS : a) $m\ge\sqrt{2}$ c) $m\ne -1$*

264. Cho hàm số (C): $y=(x+1)^2(x-1)^2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo b số nghiệm của phương trình: $x^4-2x^2-2b+2=0$.

c) Tìm a để (P): $y=ax^2-3$ tiếp xúc với (C). Viết phương trình tiếp tuyến chung tại tiếp điểm.

ĐH Quốc gia HN khối D - 95 *ĐS : c) $a=2, y=-4\sqrt{2}x-7, y=4\sqrt{2}x-7$*

265. Cho hàm số $y = x^4 + ax^3 - (2a+1)x^2 + ax + 1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi a = 0.

b) Tìm a để f(x) > 0, $\forall x \in R$.

ĐH Mỏ địa chất - 96 *ĐS : b) $-6 < a < 1/4$*

266. Cho hàm số (C_m): $y = 4x^3 + mx$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi m = –4. Biện luận theo k số nghiệm của phương trình $4x^3 - 4x - k = 0$

b) Xét sự biến thiên của hàm số (C_m).

c) Tìm m để $|y| \le 1$ khi $|x| \le 1$

ĐH Quốc gia TPHCM khối D - 96 *ĐS : c) $m = -3$*

267. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 \cos a - 2x + \cos a}{x^2 - 2x\cos a + 1}$, với tham số $a \in (0; \pi)$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $a = \pi/3$.

b) Chứng minh $\forall a \in (0; \pi)$ thì $|f(x)| \le 1$.

ĐH Hàng hải - 97

268. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x^3 - 3x + 2 = 2\left(\dfrac{m^2+1}{m}\right)$.

Trường Hàng không VN - 97 *ĐS: b) m < 0: 1 nghiệm; m = 0: vô nghiệm; 0 < m ≠ 1: 1 nghiệm; m = 1: 1 nghiệm kép*

269. Cho hàm số (C): $y = x^2(x+3)$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x^2(x+3) = |m+1|$.

Trường Hàng không VN - 97 *ĐS: b) m < 0: 1 nghiệm; m = 0: vô nghiệm;*

270. Cho hàm số (C): $y = -x^3 + 3x$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số. Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = -|x|^3 + 3|x|$ (vẽ hình riêng).

b) Tìm m để phương trình $x^3 - 3x = \dfrac{2m}{m^2+1}$ có ba nghiệm phân biệt:

ĐH Quốc gia TPHCM - 98 *ĐS: b) $\forall m$*

271. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) qua A(1; –1).

c) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $|x|(x^2 - 3) = m$

ĐH Mĩ thuật Công nghiệp - 98 *ĐS: b) $y = -3x + 2; y = 15x/4 - 19/4$*

c) $m<-2$: vn; $m=-2 \vee m=0$: 2 nghiệm; $m=0$: 4 nghiệm; $-2<m<0$: 4 nghiệm

272. Cho hàm số (C): $y = x^4 + 2mx^2 + m$, m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = –1.

b) Tìm m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Với m vừa tìm được, chứng minh:

$$F(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x) + f^{(4)}(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

ĐH Bách khoa HN - 98 *ĐS : b) m > 0*

273. Cho hàm số (C): $y = 3 + 2x^2 - x^4$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x^4 - 2x^2 = m^4 - 2m^2$

ĐH Mỏ-Địa chất - 98

274. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 2$.

a) Chứng minh hàm số có cực trị với mọi giá trị của m.

b) Xác định m để hàm số đạt cực tiểu tại x = 2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với m vừa tìm được.

c) Dùng đồ thị (C), biện luận theo k số nghiệm của phương trình :

$$x^2 - 2x - 2 = \frac{k}{|x-1|}$$

ĐH Huế khối A,V - 98 *ĐS: b) m = 1 c) m < –2: VN; m = –2: 2 nghiệm kép; –2 < m < 0: 4 nghiệm; m = 0: 2 nghiệm; m > 0: hai nghiệm*

275. Cho hàm số (C): $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục Ox, đường thẳng x = 1.

c) Tìm các giá trị của t để phương trình $\frac{2\sin x - 1}{\sin x + 2} = t$ có đúng 2 nghiệm thuộc $[0; \pi]$.

ĐH Dược HN - 98 *ĐS: b) $S = 1 - 5\ln\frac{6}{5}$ c) $-\frac{1}{2} \le t < \frac{1}{3}$*

276. Cho hàm số (C): $y = x^3 - x^2 - x + 1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $(x-1)^2|x+1| = m$

ĐH Thủy sản Nha Trang - 98

277. Tìm m sao cho phương trình: $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x^2-4x+3|} = m^4 - m^2 + 1$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

ĐH Ngoại thương - 98 *ĐS : $m \in (-1;1)\backslash\{0\}$*

278. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

b) Sử dụng đồ thị (C), tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = -\sin 3x - 3\sin^3 x$$

HV Ngân hàng - 98

ĐS : $\max\limits_{x\in R} y = 2$ khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$; $\min\limits_{x\in R} y = -2$ khi $x = \frac{\pi}{2} + l2\pi$ $(k,l \in Z)$

279. Cho hàm số $y = m^2x^4 - 2x^2 + m$, với m là tham số thực khác 0.

Khảo sát sự biến thiên của hàm số khi $m \neq 0$. Từ đó xác định m sao cho $m^2x^4 - 2x^2 + m \geq 0, \forall x \in R$.

ĐH Quốc gia TPHCM - 98 *ĐS: $m \geq 1$*

280. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua A(–1; –2).

c) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $x^3 - 3x^2 - a = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

ĐH Cần Thơ khối D - 98 *ĐS: b) $y = -2; y = 9x + 7$ c) $-4 < a < -2$*

281. Cho hàm số (C): $y = f(x) = \frac{2x}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Từ đồ thị (C), suy ra đồ thị (C_1) của hàm số $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$ (vẽ hình riêng).

c) Dùng đồ thị (C_1) để biện luận theo tham số m số nghiệm $x \in [-1; 2]$ của phương trình : $(m-2)|x| - m = 0$.

ĐH QG TPHCM - 99

ĐS: c) $m < 0$: 2 nghiệm; $m = 0$: 1 nghiệm $x = 0$; $0 < m < 4$: VN; $m = 4$: 1 nghiệm $x = 2$; $m > 4$: 1 nghiệm

282. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^3 - 2x^2 + 1 = \dfrac{m^2+5}{6m}$.

ĐH Đà Nẵng khối D - 99

283. Tìm m để phương trình: $|x^4 - 2x^2 - 1| = \log_2 m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

ĐH Ngoại thương - 00 *ĐS : 2 < m < 4*

284. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 6x + 5}{2x - 1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Biện luận theo k số nghiệm của phương trình: $x^2 - 6x + 5 = k|2x - 1|$.

ĐH Sư phạm HN II - 00 *ĐS : b) k < –1: VN; k = –1: 1 nghiệm; –1 < k < 4: 2 nghiệm; k = 4: 3 nghiệm; k > 4: 4 nghiệm*

285. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số..

b) Tìm m để phương trình: $\sin^2 t(3 - \cos t) = m$ có nghiệm.

ĐH An Giang khối D - 00 *ĐS: b) $0 \le m \le 16\sqrt{3}/9$*

286. Cho hàm số (C_m): $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 1$.

a) Tìm m để hàm số có cực trị.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

c) Tìm a để phương trình $x^3 + 3x^2 - 1 \le a\left(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}\right)^3$ có nghiệm.

ĐH Bách khoa HN - 00 *ĐS: a) $m < 0 \vee m > 1/4$ c) $a \ge 3$*

287. Cho hàm số (C_k): $y = x^3 - 3kx^2 - 6kx$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho khi k = 1/4.

b) Biện luận theo a số nghiệm của phương trình :

$$4|x|^3 - 3x^2 - 6|x| - 4a = 0$$

c) Tìm k để trong các giao điểm của đồ thị (C_k) với trục Ox chỉ có một điểm có hoành độ dương.

ĐH Hàng hải TPHCM - 00 *ĐS : c) k >0*

288. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ (1).

a) Tìm a, b, c để đồ thị hàm số (1) nhận điểm I(0; 1) làm tâm đối xứng và đạt cực trị tại x = 1.

b) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = 0, b = –3, c = 1. Từ đó biện luận theo a số nghiệm của phương trình: $|x|^3 - 3|x| + k = 0$

ĐH GTVT TPHCM - 00 *ĐS : a) a = 0, b = –3, c = 1*

289. Cho hàm số (C): $y = x^2(x+3)$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x^2(x+3) = |m+1|$.

ĐH Thăng Long khối A - 00

290. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Từ đồ thị (C) suy ra đồ thị của hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

c) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình :

$$|x|^3 - 6x^2 + 9|x| - 3 + m = 0$$

ĐH Sư phạm HN Khối B - 01 *ĐS : c) m>3: vô nghiệm; m = 3: 3 nghiệm; –1<m<3: 6 nghiệm; m = –1: 4 nghiệm; m<–1: 2 nghiệm*

291. Cho hàm số (C): $y = -x^4 + 5x^2 - 4$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x^4 - 5x^2 - m^2 + \sqrt{3}m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

ĐH Sư phạm Vinh khối D - 01 *ĐS : b) $0 < m < \sqrt{3}$*

292. Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1-m^2)x + m^3 - m^2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm k để phương trình $-x^3 + 3x^2 + k^2 - 3k = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

ĐH Khối A - 02 *ĐS : b) $k \in (-1;3)\setminus\{0;2\}$*

293. Cho hàm số (C): $y = x^4 - 6x^2 + 5$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

DB1 ĐH Khối B - 05 *ĐS : b) $2^{-9} < m < 1$*

294. Cho hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tìm m để phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12x = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

ĐH Khối A - 06 *ĐS : b) $4 < m < 5$*

295. Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tìm m để phương trình $x^2|x^2 - 2| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

ĐH Khối B - 09 *ĐS : b) $0 < m < 1$*

Vấn đề 9. Bài toán đối xứng

296. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2mx + m^2 - 1$.

Tìm m để đồ thị hàm số có ít nhất một cặp điểm đối xứng nhau qua gốc O.

ĐH Bách khoa Hà Nội - 90 *ĐS: $-1 < m < 1$*

297. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{2x - 2}$ (C).

a) Lấy M bất kì trên (C). Tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai tiệm cận tại A, B. Gọi I là giao điểm hai tiệm cận. Chứng minh M là trung điểm của AB và diện tích ΔIAB không đổi.

b) Tìm trên đồ thị (C) hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng y = x.

ĐH Luật TPHCM - 95

ĐS: b) $S_{\Delta IAB} = 2$ bc) $M\left(\frac{15+\sqrt{57}}{6}; \frac{15-\sqrt{57}}{6}\right); N\left(\frac{15-\sqrt{57}}{6}; \frac{15+\sqrt{57}}{6}\right)$

298. Cho hàm số $y = \frac{(x-1)^2}{x-2}$ (C).

Xác định hàm số y = f(x) để đồ thị của nó đối xứng với (C) qua M(1; 1).

ĐH Quốc gia HN khối A - 95 *ĐS: $y = \frac{x^2+1}{x}$*

299. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3ax^2 + 4a^3$ và đường thẳng d: y = x.

a) Tìm a để cực đại và cực tiểu của hàm số đối xứng nhau qua d.

b) Tìm a để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C với AB = AC.

ĐH Y Dược TPHCM - 96 *ĐS: a) $a = \pm\sqrt{2}/2$ b) $a = 0 \vee a = \pm\sqrt{2}/2$*

300. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 + mx^2 + 9x + 4$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 6.

b) Tìm m để (C_m) có 1 cặp điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

ĐH GTVT HN - 96 *ĐS: b) m < 0*

301. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$.

a) Viết phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của (C_m).

b) Tìm m để (C_m) có 1 cặp điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 5.

ĐH Tài chính Kế toán HN - 96 *ĐS: a)* $y = \frac{42-2m^2}{9}x + \frac{27-2m}{9}$ *b) m < 0*

302. Cho hàm số (C): $y = \frac{x^2+x+2}{x-1}$.

Tìm tất cả các cặp điểm M_1, $M_2 \in$ (C) và đối xứng nhau qua I(0; 5/2).

ĐH Quốc gia HN - 97 *ĐS:* $M_1(3;7), M_2(-3;-2)$

303. Cho hàm số (C): $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Chứng minh (C) nhận 2 đường thẳng y = x + 2 và y = –x làm trục đối xứng.

ĐH Ngoại thương - 97

304. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - (m+3)x^2 + mx + m + 5$.

a) Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại x = 2.

b) Tìm m để trên (C_m) có hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

ĐH Đà Nẵng - 97 *ĐS: a) m = 0 b)* $m < -5 \vee m > -3$

305. Cho hàm số (C_m): $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x + 1 - m^2$.

Tìm m để trên (C_m) có hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

ĐH Thủy Lợi - 99 *ĐS:* $m < -1 \vee 0 < m < 1$

306. Cho hàm số (C): $y = \frac{x^2}{x-1}$.

Tìm hai điểm A, B nằm trên (C) và đối xứng nhau qua d: y = x – 1.

ĐH Hàng hải - 99 *ĐS:* $A\left(-\sqrt{2}/2; -1+\sqrt{2}/2\right); B\left(\sqrt{2}/2; -1-\sqrt{2}/2\right)$

307. Cho hàm số (C): $y = \frac{x^2}{x+1}$.

Tìm hai điểm A, B nằm trên (C) và đối xứng nhau qua d: y = x + 1.

ĐH Y Hải Phòng - 00 *ĐS:* $A\left(\sqrt{2}/2; 1-\sqrt{2}/2\right); B\left(-\sqrt{2}/2; 1+\sqrt{2}/2\right)$

308. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{x^2-4mx+5m}{x-2}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

ĐH Thủy sản Nha Trang - 00 *ĐS: b) m < 0 ∨ m > 1/2*

309. Cho hàm số (C_m): $y=2x^3-3(2m+1)x^2+6m(m+1)x+1$.

a) Tìm m để (C_m) có 2 cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng d: y = x + 2.

b) Gọi (C) là đồ thị hàm số khi m = 0. Tìm a, b để đường thẳng y = ax + b cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, D sao cho AB = BD. Chứng minh rằng y = ax + b luôn đi qua một điểm cố định.

ĐH Dược HN - 00 *ĐS: a)* $m=-1\vee m=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$ *b) a + 2b = 1, I(1/2; 1/2)*

310. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{x^2+(m-2)x+m+1}{x+1}$.

Tìm m để trên (C_m) có hai điểm phân biệt A, B sao $5x_A-y_A+3=0$ và $5x_B-y_B+3=0$. Tìm m để 2 điểm A, B đó đối xứng qua đường thẳng d có phương trình x + 5y + 9 = 0.

HV Kỹ thuật Quân sự - 01 *ĐS: m = 34/13*

311. Cho hàm số (C_m): $y=x^3-3x^2+m^2x+m$.

Tìm m để (C_m) có điểm cực đại, cực tiểu và 2 điểm đó đối xứng nhau qua đường thẳng d: x – 2y – 5 = 0.

ĐH Quốc gia HN - 01 *ĐS: m = 0*

312. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m$ (1) (m là tham số thực).

a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi m = 2.

ĐH Khối B - 03 *ĐS : a) m > 0*

313. Cho hàm số $y=-\dfrac{x^3}{3}+x^2+3x-\dfrac{11}{3}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm trên (C) hai điểm phân biệt M, N đối xứng nhau qua trục tung.

DB1 ĐH Khối D - 06 *ĐS : b)* $M\left(3;\dfrac{16}{3}\right),N\left(-3;\dfrac{16}{3}\right)\vee M\left(-3;\dfrac{16}{3}\right),N\left(3;\dfrac{16}{3}\right)$

314. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+4x+7}{x+1}$.

Tìm trên (C) hai điểm phân biệt A, B đối xứng nhau qua đường thẳng d: x – y + 6 = 0.

CĐ Tài chính HQ - 07 *ĐS : A(0; 7), B(1; 6)*

Vấn đề 10. Bài toán khoảng cách - Góc - Tiệm cận

315. Cho hàm số (C_a): $y = \dfrac{x^2\cos 2a + 2x\sin 2a + 1}{x+2}$, m là tham số thực.

Xác định a để đường tròn có tâm là gốc tọa độ O, tiếp xúc với đường tiệm cận xiên của đồ thị, có bán kính lớn nhất.

ĐH Kinh tế TPHCM - 93 *ĐS:* $a = \dfrac{1}{2}\arctan(-2) + \dfrac{k\pi}{2}$

316. Cho hàm số $y = -x + 2\sqrt{x^2+4}$.

a) Tính đạo hàm và lập bảng biến thiên của hàm số.

b) Tìm tiệm cận của hàm số.

ĐH Luật HN - 94 *ĐS: b) TCX bên trái: y = – 3x , TCX bên phải: y = x*

317. Cho hàm số (C_α): $y = \dfrac{x^2 + 2x\cos\alpha + 1}{x + 2\sin\alpha}$.

a) Tìm tiệm cận xiên, tâm đối xứng của (C_α).

b) Tìm α để hàm số có cực đại, cực tiểu.

c) Tìm α để từ O(0; 0) kẻ đến (C_α) hai tiếp tuyến phân biệt. Gọi $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ là tọa độ tiếp điểm. Chứng minh rằng: $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$.

ĐH Kiến trúc TPHCM - 95 *ĐS : a) TCĐ:* $x = -2\sin\alpha$, *TCX:* $y = x + 2(\cos\alpha - \sin\alpha)$

TĐX: $I(-2\sin\alpha; 2\cos\alpha - 4\sin\alpha)$ *b)* $\alpha \in R$ *c)* $\alpha = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \wedge \alpha \neq l\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

318. Tìm các điểm thuộc nhánh phải của (C): $y = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$ sao cho khoảng cách từ nó đến trục Ox lớn hơn khoảng cách từ nó đến trục Oy.

ĐH Quốc gia HN khối B - 95 *ĐS : Các điểm* $\in$ *(C) có hoành độ* $\in (0; 3/2)$

319. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{mx^2 - (1-m)x + m - 2}{x - 2}$ $(m \neq 0)$.

a) Tìm m để tiệm cận xiên của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $x + 2y - 1 = 0$.

b) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với m vừa tìm được.

c) Tìm k để đường thẳng d qua A(0; 2) với hệ số góc k cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

ĐH Kiến trúc Hà Nội - 96 *ĐS : a) m = 2 c)* $2 < k < 5$

320. Cho hàm số $y = -2x + k\sqrt{x^2+1}$.

a) Tính đạo hàm và lập bảng biến thiên và tìm tiệm cận khi k = 4.

b) Tìm k để hàm số không có cực trị.

ĐH An ninh - 96 *ĐS : a) b) TCX trái: y = – 6x , TCX phải: y = 2x b) $-2 \le k \le 2$*

321. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

a) Chứng minh (C) nhận đường thẳng y = x + 2 và đường thẳng y = – x là trục đối xứng.

b) Tìm các điểm M trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ ngắn nhất.

ĐH Ngoại thương - 97 *ĐS:b)* $d_{min} = 2\sqrt{2} - 2 \Leftrightarrow M\left(\sqrt{2}-1; 1-\sqrt{2}\right)$

322. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm các điểm M trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận ngắn nhất.

ĐH An ninh - 97 *ĐS:b)* $d_{min} = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow M\left(3+\sqrt{7}; 2+\sqrt{7}\right) \vee M\left(3-\sqrt{7}; 2-\sqrt{7}\right)$

323. Cho hàm số họ đường cong (C_m): $y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x-1}$, m là tham số thực.

a) Xét đường thẳng (L_m) y = mx + 2. Tìm m sao cho (L_m) cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi (d_m) là tiệm cận xiên của (C_m). Tìm m sao cho (d_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có biện tích bằng 8.

ĐH Quốc gia TPHCM khối A - 97 *ĐS : a)* $m < 0 \vee m > 1$ *b)* $m = 3 \vee m = -5$

324. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Lấy M bất kì trên (C), $x_M = m$. Tiếp tuyến với (C) tại M cắt các tiệm cận tại A, B. Gọi I là giao điểm hai tiệm cận. Chứng minh rằng MA = MB và ΔIAB có diện tích không đổi.

ĐH Quốc gia TPHCM khối D - 97

325. Cho hàm số $y = 2x^3 + ax^2 - 12x - 13$.

a) Tìm a để hàm số có cực đại và cực tiểu cách đều trục Oy.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi a = 3.

ĐH Quốc gia HN khối B - 97 *ĐS : a) a = 0*

326. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Tìm các điểm thuộc đồ thị hàm số sao cho khoảng cách từ điểm đó đến trục hoành bằng hai lần khoảng cách từ điểm đó đến trục tung.

ĐH Quốc gia HN khối B - 98 *ĐS:* $M_1(\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), M_2(-\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$

327. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{mx + m - 1}{x + m - 1}$, m là tham số thực.

a) Với m = 2. Tìm trên đồ thị các điểm có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận nhỏ nhất.

b) Chứng minh $\forall m \neq 1$, (C_m) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

ĐH Đà Nẵng khối B - 98

ĐS: a) $A(0;1), B(-2;3)$ *b)* (C_m) *tiếp xúc với d: y = x + 1 tại A(0; 1)*

328. Cho hàm số (C): $y = f(x) = x + \dfrac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}$.

a) Tìm cực trị của hàm số f(x). Xét tính lồi, lõm của (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng y = kx ($k \in R$).

c) Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách giữa đường thẳng y = kx và tiếp tuyến trên khi $k \leq 0{,}5$.

ĐH Xây dựng - 98 *ĐS: a) CĐ(– 1;1/2), CT(0; 0); (C) luôn lồi*

b) $y = kx + \dfrac{1}{2(k-1)^2}$ *c)* $d_{max} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow k = \dfrac{1}{2}$

329. Cho hàm số (C_m): $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$.

Tìm m sao cho khoảng cách của 2 điểm cực trị là ngắn nhất.

HV Quan hệ Quốc tế - 98 *ĐS:* $m = 0$

330. Cho hàm số (C): $y = \dfrac{x^2}{x - 1}$. Tìm hai điểm A, B thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị để khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất.

ĐH An Ninh - 98 *ĐS:* $A\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 + \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} + \sqrt[4]{2}\right), B\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 - \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} - \sqrt[4]{2}\right)$

331. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến với (C) đều tạo với 2 tiệm cận một tam giác có diện tích không đổi.

c) Tìm tất cả các điểm thuộc (C) để tiếp tuyến tại đó tạo với 2 tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

HV CNBCVT - 98 *ĐS : c)* $M_1(1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}), M_2(1-\sqrt{2};1-\sqrt{2})$

332. Cho hàm số (C_m): $y=f(x)=\dfrac{mx^2+3mx+2m+1}{x-1}$ $(m\neq 0)$.

a) Tìm m để tiệm cận xiên của đồ thị (C_m) đi qua điểm A(1; 5).

b) Tìm m để $f(x) > 0$, $\forall x \in [4; 5]$.

ĐH GTVT TPHCM - 99 *ĐS : a) m = 1 c) m > –1/42*

333. Cho hàm số (C): $y=2x^4-3x^2+2x+1$ và đường thẳng Δ: y = 2x – 1.

a) Chứng minh rằng (C) không cắt Δ.

b) Tìm trên (C) điểm A có khoảng cách đến Δ nhỏ nhất.

ĐH Mỏ - Địa chất - 99 *ĐS: b)* $A_1\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{8}-\sqrt{3}\right), A_2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{8}+\sqrt{3}\right)$

334. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x+2}{x-2}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm trên đồ thị tất cả các điểm cách đều hai trục tọa độ.

c) Viết phương trình đường tiếp tuyến với (C) biết rằng tiếp tuyến đó đi qua A(– 6; 5).

ĐH Ngoại thương CS2 - 99

ĐS: b) $M_1\left(\dfrac{1}{2}\left(3+\sqrt{17}\right);\dfrac{1}{2}\left(3+\sqrt{17}\right)\right), M_2\left(\dfrac{1}{2}\left(3-\sqrt{17}\right);\dfrac{1}{2}\left(3-\sqrt{17}\right)\right)$

c) Hai tiếp tuyến : $y=-x-1; y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$

335. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

Tìm các điểm M trên đồ thị sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất.

ĐH QG TPHCM - 00 *ĐS:* $M_1\left(1+\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}};1+\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}+\sqrt[4]{2}\right), M_2\left(1-\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}};1-\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}-\sqrt[4]{2}\right)$

336. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$.

Tìm các điểm trên (C) có khoảng cách đến đường thẳng y + 3x + 6 = 0 nhỏ nhất.

HV Kỹ thuật Quân sự - 00 *ĐS:* $M_1\left(-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right), M_2\left(-\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$

337. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$.

Tìm hai điểm A, B trên hai nhánh khác nhau của (C) sao cho độ dài đoạn AB ngắn nhất.

ĐH SP TPHCM - 00 *ĐS:* $A\left(-1-\frac{1}{\sqrt[4]{2}};1-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}-\sqrt[4]{2}\right), B\left(-1+\frac{1}{\sqrt[4]{2}};1+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}+\sqrt[4]{2}\right)$

338. Cho hàm số (C): $y=x+1+\dfrac{1}{x-1}$.

Tìm các điểm trên (C) có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm đó tạo với 2 tiệm cận 1 tam giác có chu vi nhỏ nhất.

ĐH Quốc gia HN - 00 *ĐS:* $M\left(1+\frac{1}{\sqrt[4]{2}},2+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}+\sqrt[4]{2}\right)$

339. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm tất cả những điểm thuộc (C) cách đều hai điểm O(0; 0) và A(2; 2).

ĐH DL Hải Phòng - 00 *ĐS: b)* $M_1(0;2), M_2(2;0)$

340. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{x^2+(m+1)x-m+1}{x-m}$.

a) Chứng minh: tích các khoảng cách từ 1 điểm tùy ý trên (C) (với m = 2) tới hai tiệm cận là một số không đổi.

b) Tìm m để (C_m) có cực đại, cực tiểu và $y_{CĐ}.y_{CT} > 0$

ĐH Ngoại ngữ HN - 00 *ĐS:* $m<-3-2\sqrt{3} \vee m>-3+2\sqrt{3}$

341. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$.

Tìm trên (C) những điểm cách đều hai trục tọa độ.

ĐH Thủy sản Nha Trang - 00, ĐH DL Phương Đông - 01

ĐS: $M_1\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right), M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right), M_3\left(\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

342. Cho hàm số (C): $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

Tìm M $\in$ (C) sao cho khoảng cách từ M đến giao điểm của hai đường tiệm cận là nhỏ nhất.

ĐH Ngoại thương - 01 *ĐS:* $x_M = 1 \pm 1/\sqrt[4]{2}$

343. Cho hàm số (C_m): $y = \frac{x^2 + 2mx + 2}{x + 1}$, m là tham số thực.

Tìm m để (C_m) có cực đại, cực tiểu và khoảng cách từ hai điểm đó đến đường thẳng d: x + y + 2 = 0 bằng nhau.

ĐH Sư phạm HN khối A - 01 *ĐS: m= ½*

344. Cho hàm số (C): $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Tìm A(x_1; y_1) với $x_1 > 1$ và A $\in$ (C) mà khoảng cách từ A đến giao điểm của hai đường tiệm cận là ngắn nhất.

ĐH Sư phạm HN 2 - 01 *ĐS:* $x_1 = 1 + 1/\sqrt[4]{2}$

345. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ (1), với m là tham số.

Tìm m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (1) tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 18 (đơn vị diện tích).

ĐH Y Hà Nội - 01 *ĐS : b) m = – 7 ∨ m = 5*

346. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + mx - 2}{x - 1}$, với m là tham số.

Xác định m để tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số trên có diện tích bằng 4 (đơn vị diện tích).

ĐH Sư phạm Kỹ thuật TPHCM - 01 *ĐS : b) m = – 6 ∨ m = 2*

347. Cho hàm số (C_m): $y = mx + \frac{1}{x}$, với m là tham số thực.

Tìm m để hàm số có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C_m) đến tiệm cận xiên của (C_m) bằng $\sqrt{2}/2$.

ĐH Khối A - 05 *ĐS : m = 1*

348. Cho hàm số (C_m): $y=\dfrac{x^2+(m+1)x+m+1}{x+1}$, với m là tham số thực.

Chứng minh rằng với m bất kì, đồ thị (C_m) luôn có điểm cực đại, điểm cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm bằng $\sqrt{20}$.

ĐH Khối B - 05 *ĐS : CĐ(–2;m–3), CT(0;m+1)*

349. Cho hàm số (C): $y=\dfrac{-x^2+4x+3}{x-2}$.

Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên đồ thị hàm số đến các đường tiệm cận của nó là hằng số.

DB1 ĐH Khối A - 07

350. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục Ox.

c) Tìm các điểm M trên (C) có tổng khoảng cách đến hai tiệm cận bằng 4.

CĐ GTVT 3 - 07 *ĐS : b) $y=-\dfrac{4}{3}x-\dfrac{2}{3}$ b) (–2;1),(0;–1),(2;5),(4;3)*

351. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$ (1), với m là tham số.

Tìm m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (1) tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đơn vị diện tích).

CĐ KTKT Công nghiệp II - 07 *ĐS : b) m = 3 ∨ m = 5*

352. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}$ (1), với m là tham số.

Tìm m để góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45^0.

ĐH Khối A - 08 *ĐS : m = ± 1*

353. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm k để đường thẳng y = kx + 2k + 1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

ĐH Khối A - 11 *ĐS : b) k = –3*

354. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y=-x$ bằng $\sqrt{2}$.

ĐH Khối A,A1 - 14 *ĐS : b) $M_1(0;-2)$; $M_2(-2;0)$*

Vấn đề 11. Điểm có tọa độ là số nguyên

355. Cho hàm số (C) $y = x^3 + \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$.

Tìm trên (C) những điểm có tọa độ là số nguyên.

ĐH Tổng hợp HN - 91 *ĐS : Không có điểm nào*

356. Cho hàm số (C) $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

a) Tìm m để (C) cắt d: y = – x + m tại hai điểm phân biệt A, B. Chứng minh rằng A, B thuộc một nhánh của (C).

b) Tìm trên (C) những điểm có tọa độ là số nguyên.

PV Báo chí tuyên truyền - 98 *ĐS : a)* $m < 4 - 2\sqrt{2} \vee m > 4 + 2\sqrt{2}$ *b)* $(2;5),(0;1)$

357. Cho hàm số (C) $y = x + 1 + \frac{4}{x - 1}$.

Tìm trên (C) những điểm có tọa độ là số nguyên.

ĐH Thủy sản - 99 *ĐS :* $(0;-3),(2;7),(-1;-2),(3;6),(5;7),(-3;-3)$

358. Cho hàm số (C) $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$.

Tìm trên (C) những điểm có tọa độ là số nguyên.

ĐH Quốc gia HN khối B - 99 *ĐS :* $M_1(-1;-1), M_2(-3;-5)$

359. Cho hàm số (C) $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$.

Tìm trên (C) những điểm có tọa độ là số nguyên.

CĐ Sư phạm TPHCM - 00 *ĐS :* $(0;-5),(2;5),(-1;1),(3;4),(3;5),(5;5)$

MỤC LỤC

Vấn đề 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG 1

I. Hàm đa thức bậc ba 1

II. Hàm đa thức bậc bốn 4

III. Hàm nhất biến 4

IV. Hàm hữu tỉ 6

Vấn đề 2. BÀI TOÁN TIẾP XÚC 8

I. Hàm đa thức bậc ba 8

II. Hàm đa thức bậc bốn 13

III. Hàm nhất biến 14

IV. Hàm hữu tỉ 17

Vấn đề 3. TẬP HỢP ĐIỂM 21

Vấn đề 4. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ 24

Vấn đề 5. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ 28

I. Cực trị của hàm hữu tỉ 28

II. Cực trị của hàm bậc ba 32

III. Cực trị của hàm bậc bốn 37

IV. Cực trị của hàm khác 39

Vấn đề 6. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT 39

Vấn đề 7. HỌ ĐƯỜNG (C_M) QUA ĐIỂM CỐ ĐỊNH 43

Vấn đề 8. SỬ DỤNG ĐỒ THỊ 44

Vấn đề 9. BÀI TOÁN ĐỐI XỨNG 51

Vấn đề 10. BÀI TOÁN KHOẢNG CÁCH – GÓC – TIỆM CẬN 54

Vấn đề 11. ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ LÀ SỐ NGUYÊN 61

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA

Chuyên: **TOÁN**

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 12 và LTTHPTQG

Năm học 2016-2017

1. *Bài tập TOÁN 12 - Học kì 1*
2. *Bài tập TOÁN 12 - Học kì 2*
3. *Tài liệu TOÁN 12 - Học kì 1*
4. *Tài liệu TOÁN 12 - Học kì 2*
5. *Chuyên đề: Hàm số*
6. *Chuyên đề: PT-HPT-BPT Mũ Logarit*
7. *Chuyên đề: Tích phân - Số phức*
8. *Chuyên đề: PP tọa độ trong không gian Oxyz*

Năm học 2016 - 2017

Lưu hành nội bộ