

CHUYÊN ĐỀ
VECTO
(CHƯƠNG 1 LỚP 10)

BÀI 1. CÁC ĐỊNH NGHĨA	2
A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM	2
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP	2

Ban thực hiện	Tên giáo viên	Đơn vị công tác
GV Soạn	Cô Phạm Thị Thu Nga	Trường THPT chuyên Lương Văn Chánh (Phú Yên)
GV phản biện	Thầy Trần Chí Trung	Trường THPT Trần Đại Nghĩa (TP Hồ Chí Minh)
TT Tổ soạn	Cô Phạm Thị Hoài	Trường THCS Nguyễn Hiền (Nha Trang)
TT Tổ phản biện	Thầy Nguyễn Văn Vũ	Trường THPT YaLy (Gia Lai)
Người triển khai	Thầy Phạm Lê Duy	Trường THPT Chu Văn An (An Giang)

BÀI 1. CÁC ĐỊNH NGHĨA

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

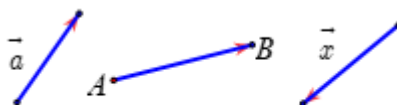
1. Định nghĩa vector:

Vector là đoạn thẳng có hướng, nghĩa là trong hai điểm mút của đoạn thẳng đã chỉ rõ điểm nào là điểm đầu, điểm nào là điểm cuối.

Vector có điểm đầu là A , điểm cuối là B ta kí hiệu: $\overrightarrow{AB}$

Vector còn được kí hiệu là: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

Vector – không là vector có điểm đầu trùng điểm cuối. Kí hiệu là $\vec{0}$



Hình 1.1

2. Hai vector cùng phương, cùng hướng.

- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vector gọi là giá của vector
- Hai vector có giá song song hoặc trùng nhau gọi là hai vector **cùng phương**
- Hai vector **cùng phương** thì hoặc **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.



Hình 1.2

Ví dụ: Ở hình vẽ trên trên (hình 2) thì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng còn $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{HG}$ ngược hướng.

$\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\overrightarrow{CD}$ kí hiệu: $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{CD}$ kí hiệu: $\overrightarrow{AB} \uparrow \downarrow \overrightarrow{CD}$

Đặc biệt: vector – không cùng hướng với mọi véc tơ.

3. Hai vector bằng nhau

- Độ dài đoạn thẳng AB gọi là độ dài véc tơ $\overrightarrow{AB}$, kí hiệu $|\overrightarrow{AB}|$.
- Hai vector **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$, $|\vec{0}| = 0$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định một vector; phương, hướng của vector; độ dài của vector

- + Xác định một vector và xác định sự cùng phương, cùng hướng của hai vector theo định nghĩa
- + Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một vect

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có bao nhiêu vec tơ khác vec tơ- không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác.

Lời giải

Hai điểm phân biệt, giả sử A, B tạo thành hai vec tơ khác vec tơ- không là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

Vì vậy từ 3 đỉnh A, B, C của tam giác ta có 3 cặp điểm phân biệt nên có 6 vec tơ khác vec tơ – không được tạo thành.

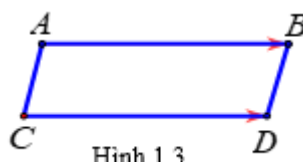
Ví dụ 2. Cho 3 điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Trong trường hợp nào hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng. Trong trường hợp nào hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ngược hướng.

Lời giải

Hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng khi và chỉ khi A nằm ngoài đoạn BC . Ngược lại hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ngược hướng khi và chỉ khi A nằm trong đoạn BC .

Ví dụ 3. Cho vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và điểm C . Hãy dựng điểm D sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Chứng minh rằng điểm D như thế là duy nhất.

Lời giải



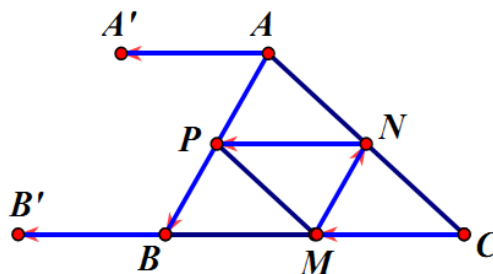
Hình 1.3

Điểm D thỏa mãn điều kiện đề bài là duy nhất. Thật vậy: Giả sử có điểm D' sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD'}$ thì $CD = \overrightarrow{CD'}$, khi đó C, D, D' thẳng hàng, D và D' ở cùng một phía đối với C và $CD = CD'$ nên $D \equiv D'$

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC , gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

- Có bao nhiêu vec tơ khác vec tơ- không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu, điểm cuối lấy trong các điểm đã cho.
- Có bao nhiêu vector khác vector - không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong các điểm đã cho.

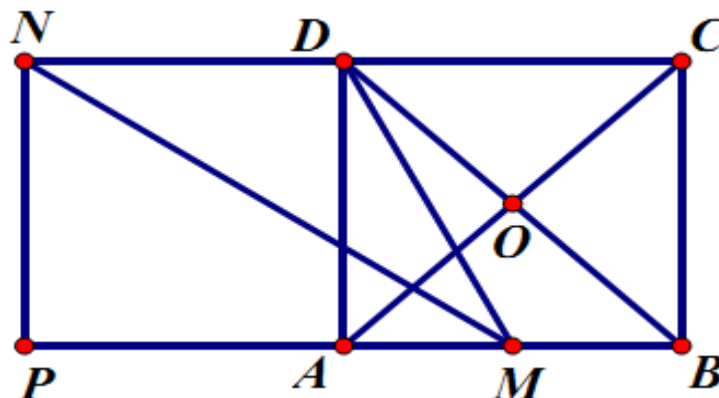
Lời giải



- a. Các vec tơ khác vec tơ- không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{NM}$.
 b. Các vector khác vector - không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{NM}$.

Ví dụ 5. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{MN}$.

Lời giải



Xét tam giác vuông MAD ta có: $MD^2 = AD^2 + AM^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Qua N kẻ đường thẳng song song với $\overrightarrow{AD}$ cắt AB tại P . Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = \frac{3a}{2}$.

Xét tam giác NPM ta có: $MN^2 = PM^2 + PN^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

PHẦN 2 : CẤU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-1.1-1] Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là:

- A. DE . B. $|\overrightarrow{DE}|$. C. $\overrightarrow{ED}$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2. [0H1-1.1-1] Cho tứ giác $ABCD$. Số các vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và cuối là đỉnh của tứ giác bằng:

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12.

Lời giải

Chọn D

Hai điểm phân biệt, giả sử A, B tạo thành hai vec tơ khác vec tơ- không là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

Vì vậy từ 4 đỉnh A, B, C, D của tam giác ta có 6 cặp điểm phân biệt nên có 12 vec tơ khác vec tơ – không được tạo thành.

Câu 3. [0H1-1.2-1] Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.** Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.
B. Có ít nhất hai vector có cùng phương với mọi vector.
C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.
D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.

Lời giải

Chọn A

Là vector $\vec{0}$

Câu 4. [0H1-1.2-1] Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:

- A.** Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$.
B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M , $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là với mọi M , $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
D. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5. [0H1-1.2-1] Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC .
Hỏi cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MB}$. **C.** $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$. **D.** $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. [0H1-1.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hai vector $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}$ cùng phương. **B.** Hai vector $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}$ cùng phương.
C. Hai vector $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **D.** Hai vector $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC}$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn B

Câu 7. [0H1-1.3-1] Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp điểm D là đường tròn tâm C , bán kính bằng $|\overrightarrow{AB}|$

Câu 8. [0H1-1.2-1] Xét các mệnh đề sau

- (I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.
(II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.

- A.** Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** (I) và (II) đúng. **D.** (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn C

Câu 9. [0H1-1.3-1] Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = a$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. **D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 10. [0H1-1.3-1] Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. **D.** $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. [0H1-1.3-1] Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

- A.** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.
C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$

Lời giải

Chọn B

Câu 12. [0H1-1.3-1] Cho M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AB = 3AM$. Hãy tìm khẳng định sai?

- A.** $|\overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MA}|$. **B.** $|\overrightarrow{MA}| = 2|\overrightarrow{MB}|$. **C.** $|\overrightarrow{BA}| = 3|\overrightarrow{AM}|$. **D.** $|\overrightarrow{AM}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BM}|$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. [0H1-1.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14. [0H1-1.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Các vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{OB}$ là:

- A.** $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}$. **B.** $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$. **C.** $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DO}$. **D.** $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$

Lời giải

Chọn D

Câu 15. [0H1-1.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hai vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}$ cùng phương. **B.** Hai vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}$ cùng phương.
C. Hai vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **D.** Hai vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC}$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn B

Câu 16. [0H1-1.3-1] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AD = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. **B.** $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. **C.** $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}|$. **D.** $|\overrightarrow{BD}| = 7$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17. [0H1-1.3-1] Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm I , $AB = 3, BC = 4$. Khi đó $|\overrightarrow{BI}|$ là:

A. 7. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 5. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 18. [0H1-1.2-1] Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng.
B. Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
C. Hai vectơ có giá vuông góc thì cùng phương.
D. Hai vectơ ngược hướng với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. [0H1-1.3-1] Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$. **B.** $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$. **C.** $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20. [0H1-1.3-1] Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = a$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. **D.** $|\overrightarrow{AH}| = a \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Dạng 2: Chứng minh hai vectơ bằng nhau

+ Để chứng minh hai vectơ bằng nhau ta chứng minh chúng có cùng độ dài và cùng hướng hoặc dựa vào nhận xét nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hoặc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 6. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Từ 5 điểm A, B, C, D, O . Tìm các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{OB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$$

Ví dụ 7. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng nếu $\overline{AB} = \overline{DC}$ thì $\overline{AD} = \overline{BC}$.

Lời giải

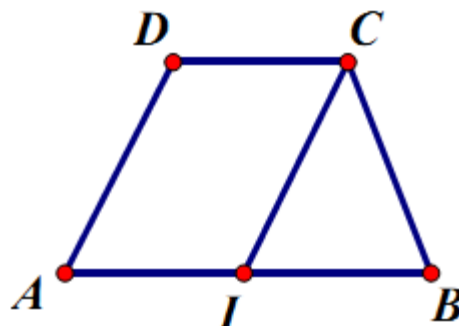
Ta có: $\overline{AB} = \overline{DC}$ khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Suy ra $\overline{AD} = \overline{BC}$.

Ví dụ 8. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB, CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ $\overline{CI} = \overline{DA}$. Chứng minh:

a. $\overline{DI} = \overline{CB}$.

b. $\overline{AI} = \overline{IB} = \overline{DC}$.

Lời giải



a. Ta có : $\overline{CI} = \overline{DA}$ suy ra $AICD$ là hình bình hành. Suy ra $\overline{AD} = \overline{IC}$.

Ta có : $DC = AI$, $AB = 2CD$ do đó $AI = \frac{1}{2}AB$ suy ra I là trung điểm AB .

Ta có : $\begin{cases} DC = IB \\ DC \parallel IB \end{cases} \Rightarrow BCDI$ là hình bình hành suy ra $\overline{DI} = \overline{CB}$

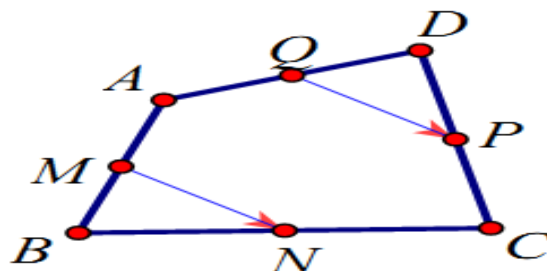
b. I là trung điểm $AB \Rightarrow \overline{AI} = \overline{IB}$ và $BCDI$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{IB} = \overline{DC} \Rightarrow \overline{AI} = \overline{IB} = \overline{DC}$

Ví dụ 9. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Chứng minh $\overline{MN} = \overline{QP}$

Lời giải

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC suy ra $\begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2}AC \end{cases} (1)$.

Tương tự $\begin{cases} QP \parallel AC \\ QP = \frac{1}{2}AC \end{cases} (2)$



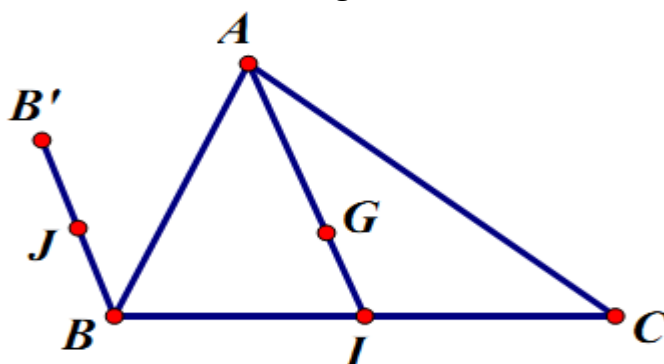
Từ (1)&(2) suy ra tứ giác $MNQP$ là hình bình hành nên $\overline{MN} = \overline{QP}$.

Ví dụ 10. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm BC , dựng điểm B' : $\overline{B'B} = \overline{AG}$. Chứng minh:

a. $\overline{BI} = \overline{IC}$.

b. Gọi J là trung điểm BB' , chứng minh $\overline{BJ} = \overline{IG}$.

Lời giải



a. Vì I là trung điểm BC nên $\begin{cases} BI = CI \\ \overline{BI} \uparrow \uparrow \overline{IC} \end{cases} \Rightarrow \overline{BI} = \overline{IC}$

Vì $\overline{B'B} = \overline{AG} \Rightarrow \begin{cases} B'B = AG \\ B'B \parallel AG \end{cases}$. Do đó $\overline{BJ} \uparrow \uparrow \overline{IG}$ (1).

Vì G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow IG = \frac{1}{2} AG$, J là trung điểm

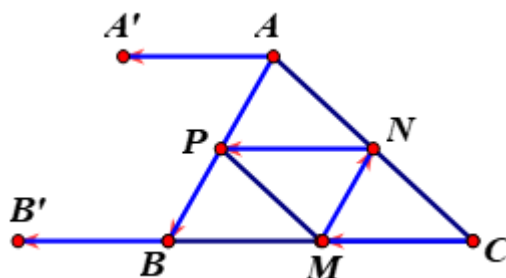
$$BB' \Rightarrow BJ = \frac{1}{2} BB' \Rightarrow BJ = IG \quad (2)$$

Từ (1)&(2) suy ra $\overline{BJ} = \overline{IG}$.

Ví dụ 11. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

Vẽ các vector bằng vector $\overline{NP}$ mà có điểm đầu A, B .

Lời giải



Trên tia CB lấy điểm B' sao cho $BB' = NP$

Khi đó ta có $\overrightarrow{BB'}$ là vector có điểm đầu là B và bằng vector $\overrightarrow{NP}$. (Ta cũng có thể dựng hình bình hành $PNBB'$)

Qua A dựng đường thẳng song song với đường thẳng NP . Trên đường thẳng đó lấy điểm A' sao cho $\overrightarrow{AA'}$ cùng hướng với $\overrightarrow{NP}$ và $AA' = NP$. (Ta cũng có thể dựng hình bình hành $PNAA'$)

Khi đó ta có $\overrightarrow{AA'}$ là vector có điểm đầu là A và bằng vector $\overrightarrow{NP}$.

PHẦN 2 : CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 21. [0H1-1.3-1] Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và cuối là đỉnh của lục giác là:

A. 4

B. 2

C. 7

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Đó là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.

Câu 22. [0H1-1.3-1] Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

B. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.

C. Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

D. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau nếu cùng độ dài.

Lời giải

Chọn A

Câu 23. [0H1-1.3-1] Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương.

Lời giải

Chọn A

Câu 24. [0H1-1.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25. [0H1-1.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Vector $\overrightarrow{OB}$ bằng với vector nào sau đây ?

A. $\overrightarrow{DO}$

B. $\overrightarrow{OD}$

C. $\overrightarrow{CO}$

D. $\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 26. [0H1-1.3-1] Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

- A. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

Lời giải

Chọn C

Câu 27. [0H1-1.3-1] Cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau

- A. $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{CD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

Chọn D

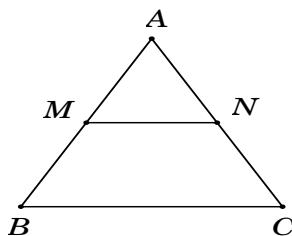
Phải suy ra $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 28. [0H1-1.3-1] Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải

Chọn D



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Do đó $BC = 2MN \longrightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 29. [0H1-1.3-1] Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

- A. $ABCD$ là hình bình hành. B. $ABDC$ là hình bình hành.
C. AD và BC có cùng trung điểm. D. $AB = CD$.

Lời giải

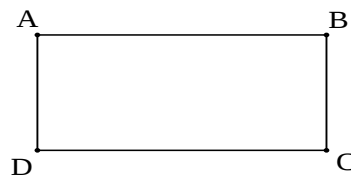
Chọn B

Ta có:

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$

• Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$



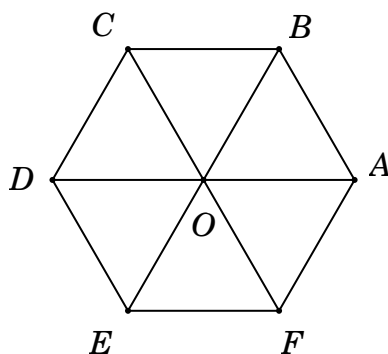
Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 30. [0H1-1.3-1] Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. **D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.**

Lời giải

Chọn D



Hai vector này ngược hướng.

Câu 31. [0H1-1.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên làm điểm gốc hoặc điểm ngọn các vector. Tìm mệnh đề **sai**:

- A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PQ}$ B. Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$
C. Có 3 vector bằng $\overrightarrow{BO}$ D. Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$

Lời giải

Chọn C

Câu 32. [0H1-1.3-1] Cho hai điểm phân biệt A và B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.** B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$. C. $IA = IB$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}.$$

Câu 33. [0H1-1.3-1] Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.** B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \uparrow \overrightarrow{DC} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}| \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}.$$

Câu 34. [0H1-1.3-1] Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào

sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

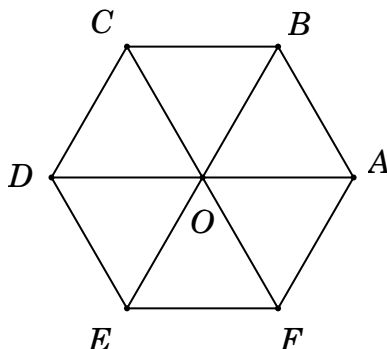
B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$.

C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Lời giải

Chọn D



Câu 35. [0H1-1.3-1] Cho hình thoi $ABCD$ có tâm I . Hãy cho biết số khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

c) $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IO}$

d) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA}$

e) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$

f) $2|\overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{BD}|$

A. 3.

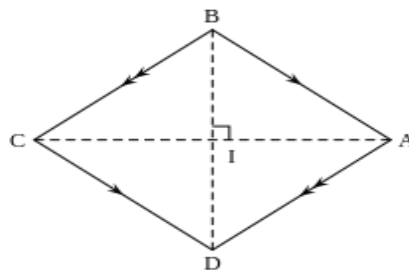
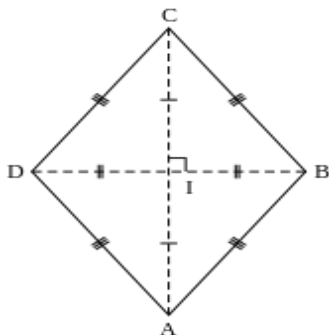
B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A



Câu 36. [0H1-1.3-1] Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Câu 37. [0H1-1.3-1] Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

A. Vô số.

B. 1 điểm.

C. 2 điểm.

D. không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$. Suy ra tập hợp các điểm D thỏa yêu cầu bài toán là đường tròn tâm C bán kính AB .

Có vô số điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

- Câu 38.** [0H1-1.3-1] Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A.

- Câu 39.** [0H1-1.3-1] Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?
A. $ABCD$ là hình bình hành. **B.** $ABDC$ là hình bình hành.
C. AD và BC có cùng trung điểm. **D.** $AB = CD$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$ là hình bình hành.
- Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

- Câu 40.** [0H1-1.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên làm điểm gốc hoặc điểm ngọn các vector. Tìm mệnh đề **sai**:
A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PQ}$ **B.** Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$
C. Có 3 vector bằng $\overrightarrow{BO}$ **D.** Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$

Lời giải

Chọn C

- Câu 41.** [0H1-1.1-1] Vectơ là một đoạn thẳng:
A. Có hướng. **B.** Có hướng dương, hướng âm.
C. Có hai đầu mút. **D.** Thỏa cả ba tính chất trên.

Lời giải

Chọn A

- Câu 42.** [0H1-1.2-1] Hai véc tơ có cùng độ dài và ngược hướng gọi là:
A. Hai véc tơ bằng nhau. **B.** Hai véc tơ đối nhau.
C. Hai véc tơ cùng hướng. **D.** Hai véc tơ cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa hai véc tơ đối nhau.

Câu 43. [0H1-1.3-1] Hai véc tơ bằng nhau khi hai véc tơ đó có:

- A. Cùng hướng và có độ dài bằng nhau.
- B. Song song và có độ dài bằng nhau.
- C. Cùng phương và có độ dài bằng nhau.
- D. Thỏa mãn cả ba tính chất trên.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa hai véc tơ bằng nhau.

Câu 44. [0H1-1.2-1] Điền từ thích hợp vào dấu (...) để được mệnh đề đúng. Hai véc tơ ngược hướng thì

...

- A. Bằng nhau.
- B. Cùng phương.
- C. Cùng độ dài.
- D. Cùng điểm đầu.

Lời giải

Chọn B

Câu 45. [0H1-1.2-1] Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Khi đó khẳng định nào sau đây đúng nhất ?

- A. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.
- B. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.
- C. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải

Chọn D

Cả 3 ý đều đúng.

Câu 46. [0H1-1.2-1] Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Có duy nhất một véc tơ cùng phương với mọi véc tơ.
- B. Có ít nhất 2 véc tơ cùng phương với mọi véc tơ.
- C. Có vô số véc tơ cùng phương với mọi véc tơ.
- D. Không có véc tơ nào cùng phương với mọi véc tơ.

Lời giải

Chọn A

Ta có véc tơ $\vec{0}$ cùng phương với mọi véc tơ.

Câu 47. [0H1-1.3-1] Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hai véc tơ không bằng nhau thì độ dài của chúng không bằng nhau.
- B. Hai véc tơ không bằng nhau thì chúng không cùng phương.
- C. Hai véc tơ bằng nhau thì có giá trùng nhau hoặc song song nhau.
- D. Hai véc tơ có độ dài không bằng nhau thì không cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

A. sai do hai vectơ không bằng nhau thì có thể hai vectơ ngược hướng nhưng độ dài vẫn bằng nhau.

B. sai do một trong hai vectơ là vectơ không.

C. đúng do hai vectơ bằng nhau thì hai vectơ cùng hướng.

Câu 48. [0H1-1.2-1] Khẳng định nào sau đây *đúng* ?

A. Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.

B. Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.

C. Vectơ–không là vectơ không có giá.

D. Điều kiện đủ để 2 vectơ bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Chọn B

Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.

Câu 49. [0H1-1.2-1] Cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

B. Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

C. Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, đó là vectơ $\vec{0}$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Vì vectơ $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ. Nên có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, đó là vectơ $\vec{0}$.

Câu 50. [0H1-1.3-1] Cho vectơ $\vec{a}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Có vô số vectơ $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.

B. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.

C. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u} = -\vec{a}$.

D. Không có vectơ $\vec{u}$ nào mà $\vec{u} = \vec{a}$.

Lời giải

Chọn A

Cho vectơ $\vec{a}$, có vô số vectơ $\vec{u}$ cùng hướng và cùng độ dài với vectơ $\vec{a}$. Nên có vô số vectơ $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.

Câu 51. [0H1-1.3-1] Chọn khẳng định đúng.

A. Hai vectơ cùng phương thì bằng nhau.

B. Hai vectơ ngược hướng thì có độ dài không bằng nhau.

C. Hai vectơ cùng phương và cùng độ dài thì bằng nhau.

D. Hai vectơ cùng hướng và cùng độ dài thì bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Hai véc tơ cùng hướng và cùng độ dài thì bằng nhau.

- Câu 52.** [0H1-1.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định sai
- A.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$. **B.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $ABCD$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

- Câu 53.** [0H1-1.1-1] Chọn khẳng định đúng.
- A.** Véc tơ là một đường thẳng có hướng.
B. Véc tơ là một đoạn thẳng.
C. Véc tơ là một đoạn thẳng có hướng.
D. Véc tơ là một đoạn thẳng không phân biệt điểm đầu và điểm cuối.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ là một đoạn thẳng có hướng.

- Câu 54.** [0H1-1.1-1] Cho vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Hãy chọn câu sai
- A.** Được gọi là vectơ suy biến. **B.** Được gọi là vectơ có phương tùy ý.
C. Được gọi là vectơ không, kí hiệu là $\vec{0}$. **D.** Là vectơ có độ dài không xác định.

Lời giải

Chọn C

Vectơ không có độ dài bằng 0.

- Câu 55.** [0H1-1.3-1] Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây đúng:
- A.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn B

Ta có $ABCD$ là hình vuông. Suy ra $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

- Câu 56.** [0H1-1.2-1] Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, C thẳng hàng là:

- A.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương. **B.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn A

- Câu 57.** [0H1-1.2-1] Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng. Khi nào thì hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng ?

- A.** A nằm trong đoạn BC
C. A nằm ngoài đoạn BC

- B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$
D. $AB = AC$

Lời giải

Chọn C

A nằm ngoài đoạn BC

Câu 58. [0H1-1.1-1] Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ thì có khẳng định nào sau đây đúng

- A.** B là trung điểm của AC .
C. $ABCD$ là hình bình hành.

- B.** B nằm ngoài đoạn AC .
D. $ABCD$ là hình vuông.

Lời giải:

Chọn A

Câu 59. [0H1-1.3-1] Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

- A.** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng.

- B.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Lời giải

Chọn B

Ta có C là trung điểm của đoạn AB và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 60. [0H1-1.3-1] Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình chữ nhật $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
C. $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng.

- B.** $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OD}$ cùng hướng.
D. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

Lời giải

Chọn D

Câu 61. [0H1-1.3-2] Cho hình bình hành $ABGE$. Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A.** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EG}$. **B.** $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE}$. **C.** $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BE}$. **D.** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải

Chọn D

Hình bình hành $ABGE \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.

Câu 62. [0H1-1.3-2] Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

- B.** $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.
D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tam giác đều $ABC \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ không cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BC}$.

Câu 63. [0H1-1.2-2] Chọn khẳng định đúng

- A. Hai vec tơ cùng phương thì cùng hướng.
- B.** Hai vec tơ cùng hướng thì cùng phương.
- C. Hai vec tơ cùng phương thì có giá song song nhau.
- D. Hai vec tơ cùng hướng thì có giá song song nhau.

Lời giải

Chọn B

Hai vec tơ cùng hướng thì cùng phương.

Câu 64. [0H1-1.2-2] Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.
- B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
- C.** $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.
- D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ.

Suy ra $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ không cùng phương $\Rightarrow \forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

Câu 65. [0H1-1.1-2] Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là:

- A.** 2.
- B. 6.
- C. 13.
- D. 12.

Lời giải

Chọn A

Số vector (khác $\vec{0}$) là $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BA}$.

Câu 66. Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

- A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
- B.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
- C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng.
- D. $|\overrightarrow{AB}| = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có C là trung điểm của đoạn AB và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 67. [0H1-1.2-2] Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó :

- A.** Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{CA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{CA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- D.** Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

Các vector đó là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$.

Câu 68. [0H1-1.3-2] Cho đoạn thẳng AB , I là trung điểm của AB . Khi đó:

A. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AI}$.

B. $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB}$.

C. $|\overrightarrow{BI}| = 2|\overrightarrow{AI}|$.

D. $|\overrightarrow{BI}| = |\overrightarrow{AI}|$.

Lời giải

Chọn D

$|\overrightarrow{BI}| = |\overrightarrow{AI}|$ vì I là trung điểm của AB .

Câu 69. [0H1-1.3-2] Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

B. sai do hai vector không cùng phương.

Câu 70. [0H1-1.2-2] Cho hình bình hành $ABCD$. Các vector là vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$ là

A. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.

Câu 71. [0H1-1.3-2] Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vector bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ là:

A. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$.

B. $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$.

C. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

D. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C

Ba vector bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ là $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Câu 72. [0H1-1.3-2] Cho tứ giác $ABCD$. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $ABCD$ là hình gì? Tìm đáp án **sai**.

A. Hình bình hành.

B. Hình vuông.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thang.

Lời giải

Chọn D

Câu 73. [0H1-1.3-2] Cho lục giác $ABCDEF$, tâm O . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO}$.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải

Chọn D

Ta có $ABCDEF$ là lục giác, tâm O . Suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO}$.

Câu 74. [0H1-1.3-2] Chọn câu sai :

A. Mỗi vectơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

B. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

C. $|\vec{0}| = 0$, $|\overrightarrow{PQ}| = \overrightarrow{PQ}$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$.

Lời giải

Chọn C

Vì $|\overrightarrow{PQ}| = PQ$.

Câu 75. [0H1-1.3-2] Cho khẳng định sau

(1). 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

(2). 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

(3). Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của hình bình hành.

(4). Nếu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ thì 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự đó là 4 đỉnh của hình bình hành.

Hỏi có bao nhiêu khẳng định sai?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Nếu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ thì 4 điểm A, D, B, C theo thứ tự đó là 4 đỉnh của hình bình hành.

Câu 76. [0H1-1.3-2] Cho đoạn thẳng AB , I là trung điểm của AB . Khi đó:

A. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AI}$.

B. $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB}$.

C. $|\overrightarrow{BI}| = 2|\overrightarrow{IA}|$.

D. $|\overrightarrow{BI}| = |\overrightarrow{IA}|$.

Lời giải

Chọn D

$|\overrightarrow{BI}| = |\overrightarrow{IA}|$ vì I là trung điểm của AB .

Câu 77. [0H1-1.3-2] Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

B. sai do hai vectơ không cùng phương.

Câu 78. [0H1-1.3-2] Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ thì có khẳng định nào sau đây đúng

- A.** B là trung điểm của AC .
C. $ABCD$ là hình bình hành.

- B.** B nằm ngoài đoạn AC .
D. $ABCD$ là hình vuông.

Lời giải:

Chọn A

Câu 79. [0H1-1.2-2] Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng. Khi nào thì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng ?

- A.** A nằm trong đoạn BC
C. A nằm ngoài đoạn BC

- B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$
D. $AB = AC$

Lời giải

Chọn C

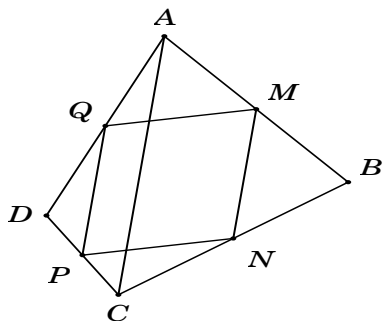
A nằm ngoài đoạn BC

Câu 80. [0H1-1.3-2] Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định **sai**?

- A.** $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$. **B.** $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. **C.** $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$. **D.** $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn D



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC . Suy ra $MN = \frac{1}{2}AC$ hay $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$

Câu 81. [0H1-1.1-3] Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là

- A.** 42. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 27.

Lời giải

Chọn A

Số vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là $7.6 = 42$

Câu 82. [0H1-1.1-3] Cho lục giác $ABCDEF$. Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác.

A. 20

B. 12

C. 30

D. 16

Lời giải

Chọn C

Hai điểm phân biệt, chẳng hạn A, B ta xác định được hai vector khác vector-không là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$. Một vector khác vector -không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Do đó có 30 cách chọn 2 điểm trong 4 điểm của tứ giác (có tính thứ tự các điểm) nên có thể lập được 30 vector.

Câu 83. [0H1-1.1-3] Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$.

D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn D

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC . Suy ra $MN = \frac{1}{2} AC$ hay $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}|$

Câu 84. [0H1-1.1-3] Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Độ dài của vector $\overrightarrow{BI}$ là

A. $a \frac{\sqrt{21}}{6}$.

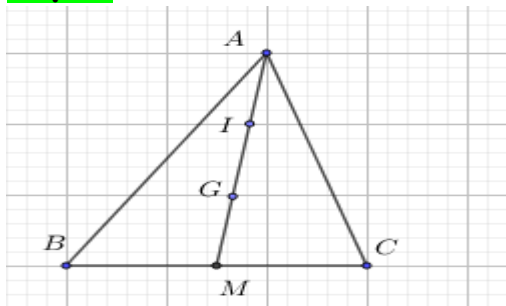
B. $a \frac{\sqrt{21}}{3}$.

C. $a \frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $a \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $|\overrightarrow{AB}| = AB = a$

Gọi M là trung điểm của BC

Ta có $|\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$|\overrightarrow{BI}| = BI = \sqrt{BM^2 + MI^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$

Câu 85. [0H1-1.1-3] Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$.

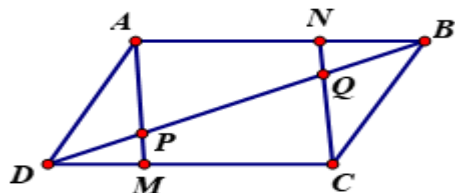
B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$.

D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác $ANCM$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $\angle DMP = \angle QBN$ (so le trong)

Mặt khác $\angle DMP = \angle APB$ (đối đỉnh) và $\angle APQ = \angle NQB$ (hai góc đồng vị) suy ra $\angle DMP = \angle BNQ$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $DP = BQ$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.

Câu 86. [0H1-1.3-3] Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\angle BAD = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

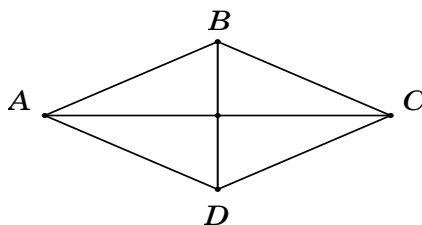
B. $|\overrightarrow{BD}| = a$.

C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

Chọn B



Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \longrightarrow |\overrightarrow{BD}| = a$.

Câu 87. [0H1-1.3-3] Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB ; P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

A. $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$

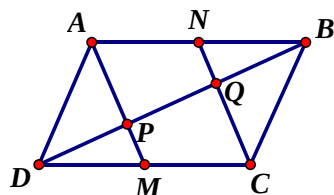
B. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

Lời giải

Chọn C



Ta có tứ giác $DMBN$ là hình bình hành vì $DM = NB = \frac{1}{2}AB$, $DM \parallel NB$. Suy ra $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$.

Xét tam giác CDQ có M là trung điểm của DC và $MP \parallel QC$ do đó P là trung điểm của DQ . Tương tự xét tam giác ABP suy ra được Q là trung điểm của PB .

Vì vậy $DP = PQ = QB$ từ đó suy ra $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$.

Câu 88. [0H1-1.3-3] Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$

B. $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$

C. Cả A, B đều đúng

D. A đúng, B sai

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$ suy ra $AICD$ là hình bình hành

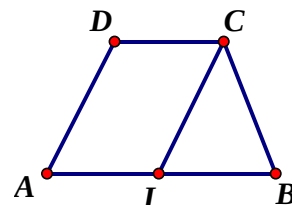
$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$

Ta có $DC = AI$ mà $AB = 2CD$ do đó $AI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow I$ là trung

điểm AB

Ta có $DC = IB$ và $DC \parallel IB \Rightarrow$ tứ giác $BCDI$ là hình bình hành

Suy ra $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$



Câu 89. [0H1-1.3-3] Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

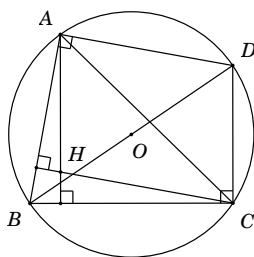
B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$.

D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc DCB chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.
Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

CHUYÊN ĐỀ**VECTƠ****(CHƯƠNG I – HÌNH HỌC LỚP 10)**

BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ	2
A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN NẮM	2
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP	3
Dạng 1: Các bài toán liên quan đến tổng các vectơ	3
Dạng 2: Vectơ đối, hiệu của hai vectơ	9
Dạng 3: Chứng minh đẳng thức vectơ	16
Dạng 4: Các bài toán xác định điểm thỏa đẳng thức vectơ	24
Dạng 5: Các bài toán tính độ dài của vectơ	30

Ban thực hiện	Tên giáo viên	Đơn vị công tác
GV Soạn	Thầy Trần Chí Trung	Trường THPT Trần Đại Nghĩa (TP Hồ Chí Minh)
GV phản biện	Thầy Bùi Văn Huấn	Trường PT DTNT Hòa Bình (Hòa Bình)
TT Tổ soạn	Cô Phạm Thị Hoài	Trường THCS Nguyễn Hiền (Nha Trang)
TT Tổ phản biện	Thầy Nguyễn Văn Vũ	Trường THPT YaLy (Gia Lai)
Người triển khai	Thầy Phạm Lê Duy	Trường THPT Chu Văn An (An Giang)

BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN NẮM

I. TỔNG CỦA HAI VECTƠ

1. Định nghĩa tổng của hai vector

Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A nào đó rồi xác định các điểm B và C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Kí hiệu

$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Phép lấy tổng của hai vector được gọi là phép cộng vector.

2. Các tính chất

Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;

Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;

Tính chất của vector-không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

- Chú ý: Do tính chất kết hợp, các vector $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ và $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ bằng nhau, bởi vậy, chúng có thể được viết một cách đơn giản là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, và gọi là tổng của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Tương tự, ta cũng có định nghĩa cho tổng của $n(n \in \mathbb{N}, n \geq 4)$ vector.

3. Các qui tắc cần nhớ

Qui tắc ba điểm: Với ba điểm bất kì A, B, C , ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Qui tắc hình bình hành: Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

4. Kết quả quan trọng

Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$;

Điểm G là trọng tâm tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

II. HIỆU CỦA HAI VECTƠ

1. Vector đối của một vector

Nếu tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vector-không, thì ta nói $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$, hoặc $\vec{b}$ là vector đối của $\vec{a}$.

Vector đối của vector $\vec{a}$ là vector ngược hướng với vector $\vec{a}$ và có cùng độ dài với vector $\vec{a}$.

Đặc biệt, vector đối của vector $\vec{0}$ là vector $\vec{0}$.

2. Định nghĩa hiệu của hai vector

Hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$, là tổng của vector $\vec{a}$ và vector đối của vector $\vec{b}$, tức là

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

Phép lấy hiệu của hai vector gọi là phép trừ vector.

3. Qui tắc cần nhớ

Với ba điểm bất kì A, B, C , ta có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Các bài toán liên quan đến tổng các vector

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình bình hành $ABCD$, xác định các vector $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} \text{ và } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC}.$$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC , xác định các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}.$$

Ví dụ 3. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , xác định các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OD}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}.$$

Ví dụ 4. Cho n điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, xác định vector

$$\overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2}.$$

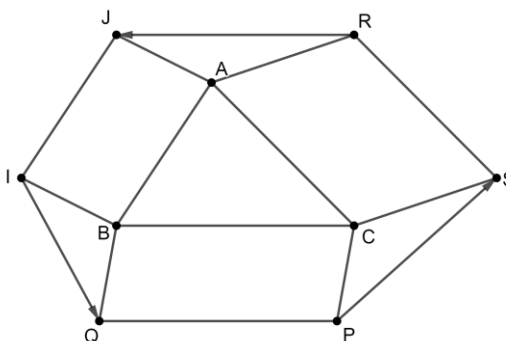
Lời giải

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} \\ &= \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_{n-1}A_n} + \overrightarrow{A_{n-2}A_{n-1}} + \overrightarrow{A_{n-3}A_{n-2}} + \dots + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{A_1A_n}.$$

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}, \quad \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}, \quad \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}) \\ &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) \\ &= (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) \\ &= \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-2.1-1] Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác vector-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{0} + \vec{a} = \vec{a}.$$

Câu 2. [0H1-2.1-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 3. [0H1-2.1-1] Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$.

D. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.$$

Câu 4. [0H1-2.1-2] Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

Câu 5. [0H1-2.1-2] Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

A. $\overrightarrow{BP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{CP}$.

D. $\overrightarrow{PA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BP}.$$

Câu 6. [0H1-2.1-2] Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}.$$

Câu 7. [0H1-2.1-2] Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.

C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI}.$$

Câu 8. [0H1-2.1-2] Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MQ}$.

D. $\overrightarrow{MR}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MP}.$$

Câu 9. [0H1-2.1-2] Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Câu 10. [0H1-2.1-2] Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}.$

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}.$

D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}.$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM}.$$

Câu 11. [0H1-2.1-1] Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}.$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}.$

D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}.$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}.$$

Câu 12. [0H1-2.1-2] Cho hình vuông $ABCD$, tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}.$

B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}.$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}.$

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}.$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}.$$

Câu 13. [0H1-2.1-2] Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}.$

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}.$

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}.$

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}.$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FA}.$$

Câu 14. [0H1-2.1-3] Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vector tổng $\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C}$ bằng

A. $\overrightarrow{GA}.$

B. $\overrightarrow{BC}.$

C. $\overrightarrow{G_1A}.$

D. $\overrightarrow{G_1M}.$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C} = \overrightarrow{G_1G} = \overrightarrow{GA}.$$

Câu 15. [0H1-2.1-3] Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;

2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;

3) Tam giác ABC là tam giác đều;

4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} = \vec{0} \Rightarrow O \equiv G. \text{ Do đó tam giác } ABC \text{ là tam giác đều.}$$

Câu 16. [0H1-2.1-3] Xét tam giác ABC có trọng tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $\overrightarrow{HG} = \vec{0}$;

2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;

3) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;

4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HG} = \vec{0} \Rightarrow H \equiv G. \text{ Do đó tam giác } ABC \text{ là tam giác đều.}$$

Câu 17. [0H1-2.1-3] Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;

2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;

3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;

4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD} \Rightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}.$$

Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì $\overrightarrow{HH_1} = \vec{0}$, suy ra $H \equiv O$.

Câu 18. [0H1-2.1-2] Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 19. [0H1-2.1-2] Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Vector tổng $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}.$$

Câu 20. [0H1-2.1-4] Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Gọi $A_1, A_2, \dots, A_n$ là các điểm. Gọi $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_1 \neq B_n$). Vector tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{A_1A_n}$.

C. $\overrightarrow{B_1B_n}$.

D. $\overrightarrow{A_1B_n}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

$$\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{A_2O} + \dots + \overrightarrow{A_nO}) + (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n})$$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{OA_1}) + (\overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_2}) + \dots + (\overrightarrow{A_nO} + \overrightarrow{OA_n}) = \vec{0}.$$

Dạng 2: Vector đối, hiệu của hai vector

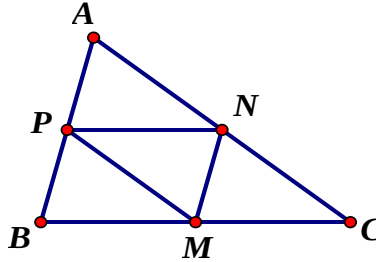
PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$, kết hợp với quy tắc trừ

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}$$

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC .

Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

b) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0} \text{ suy ra } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}.$$

Ví dụ 2. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$$

Lời giải

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

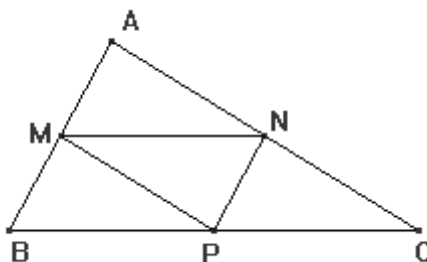
$$\begin{aligned} \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD'} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

a) Tìm $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải



$$a) \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} \text{ (Vì } \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP} \text{)}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

$$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$$

$$b) \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}.$$

Ví dụ 4. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Lời giải

$$\text{Ta có } -\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD}; -\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EC} \text{ nên}$$

$$\text{VT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} = \text{VP} \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Ví dụ 5. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_2 B_2} + \dots + \overrightarrow{A_n B_n} = \vec{0}.$$

Lời giải

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

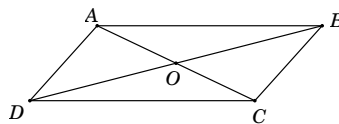
$$\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_2 B_2} + \dots + \overrightarrow{A_n B_n} = (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n}) - (\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n})$$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_2 B_2} + \dots + \overrightarrow{A_n B_n} = \vec{0}.$$

11



$$\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Câu 5. [0H1-2.3-1] Chọn khẳng định sai:

- A.** Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}.$$

Câu 6. [0H1-2.3-1] Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$.
B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$.
D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Câu 7. [0H1-2.3-1] Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}$.
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA}$.
D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}, \quad \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}.$$

$$\text{Vậy: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}.$$

Câu 8. [0H1-2.3-1] Chỉ ra vector tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vector sau

- A.** $\overrightarrow{MR}$.
B. $\overrightarrow{MQ}$.
C. $\overrightarrow{MP}$.
D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 9. [0H1-2.3-2] Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.
B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$.
D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \text{ (đúng).}$$

Câu 10. [0H1-2.3-1] Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là:

A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

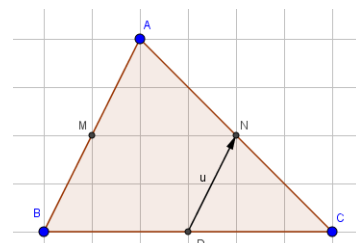
B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$.

D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector $\overrightarrow{DN}$ là: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

Câu 11. [0H1-2.3-1] Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 12. [0H1-2.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.

D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \text{ (qui tắc 3 điểm).}$$

Câu 13. [0H1-2.3-2] Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

A. $\vec{u} = \vec{0}$.

B. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 14. [0H1-2.3-2] Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\vec{u} = \vec{0}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}.$$

Câu 15. [0H1-2.3-2] Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Câu 16. [0H1-2.3-1] Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}.$$

Do $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{DO}$ đối nhau.

Câu 17. [0H1-2.3-3] Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$.

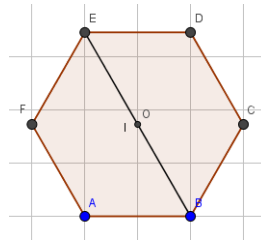
B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{AO} \neq \vec{0}.$$

Câu 18. [0H1-2.3-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}.$$

Câu 19. [0H1-2.3-2] Cho 4 điểm A, B, C, D. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}.$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}.$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}.$$

Câu 20. [0H1-2.3-3] Cho $\triangle ABC$, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành ABEF, ACPQ, BCMN. Xét các mệnh đề :

(I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$

(II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$

(III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (III).

C. (I) và (II).

D. Chỉ (II).

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}.$$

Dạng 3: Chứng minh đẳng thức vectơ

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

a) Biến đổi về trái ta có

$$\begin{aligned} VT &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP. \end{aligned}$$

b) Đẳng thức tương đương với

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} &= \vec{0} \text{ (đúng).} \end{aligned}$$

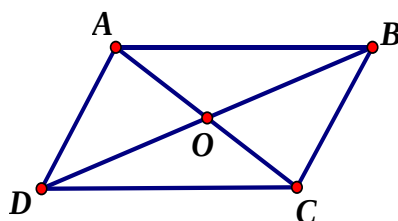
Ví dụ 2. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải



a) Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$
 $= -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ suy ra

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

b) Vì ABCD là hình bình hành nên ta có: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AO} = \vec{0}$

Tương tự: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

c) Cách 1: Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \end{aligned}$$

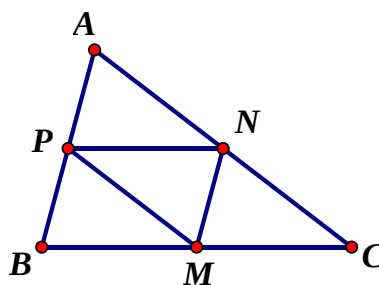
Cách 2: Đẳng thức tương đương với

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \text{ (đúng do } ABCD \text{ là hình bình hành).}$$

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Lời giải



Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên

$PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$$

N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AP}$$

$$= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

Ví dụ 4. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$$

Lời giải

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD'}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Ví dụ 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$

Mặt khác $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$ suy ra $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-2.2-1] Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.
 C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$. D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải**Chọn D.**

Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 2. [0H1-2.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

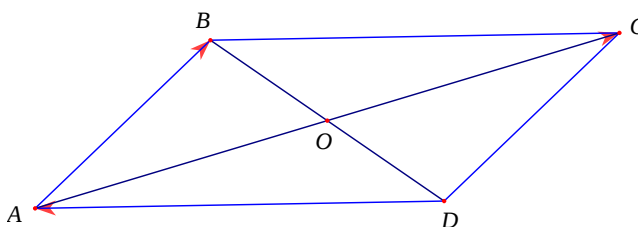
- A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải**Chọn A.**

Đẳng thức vectơ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ đúng theo quy tắc cộng hình bình hành.

Câu 3. [0H1-2.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.
 C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải**Chọn A.**

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 4. [0H1-2.2-1] Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA} \text{ nên A sai}$$

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{CO} \text{ nên B đúng.}$$

Câu 5. [0H1-2.2-1] Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}.$$

Câu 6. [0H1-2.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.

D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}.$$

Câu 7. [0H1-2.2-1] Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA} = \vec{0} \end{aligned}$$

Câu 8. [0H1-2.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$.

A. $\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{NM}$.

C. $\overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 9. [0H1-2.2-2] Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

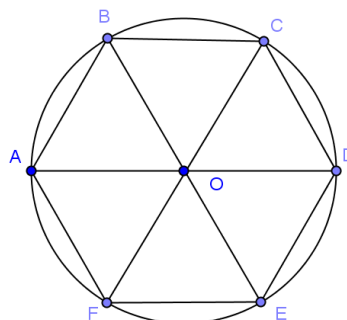
B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} \neq \vec{0}.$$

Câu 10. [0H1-2.2-2] Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$.

B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$.

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$.

D. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FD}) + (\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}.$$

Câu 11. [0H1-2.2-2] Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \text{ (vô lý)..}$$

Câu 12. [0H1-2.2-1] Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Câu 13. [0H1-2.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. **D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.**

Lời giải

Chọn D

$ABCD$ là hình bình hành với I là giao điểm của hai đường chéo nên I là trung điểm của AC và BD nên ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Câu 14. [0H1-2.2-1] Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$. **D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow$ B đúng.

Câu 15. [0H1-2.2-1] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 16. [0H1-2.2-2] Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. **D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}.$$

Câu 17. [0H1-2.2-3] Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng:

- A. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$.** B. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{EF}$.

Lời giải

Chọn A

Trong tam giác BCE có MF là đường trung bình nên $MF // BE \Rightarrow MF // NE$
 N là trung điểm của AM nên $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$.

Câu 18. [0H1-2.2-3] Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

Hệ thức nào là đúng ?

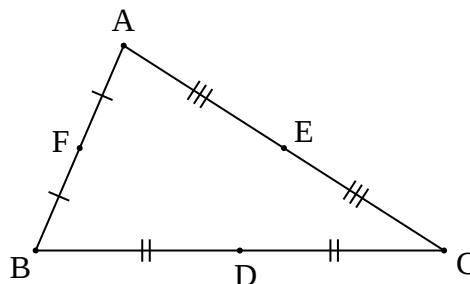
A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} \\ &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} \\ &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FF} \\ &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD} + \vec{0} \\ &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}. \end{aligned}$$

Câu 19. [0H1-2.2-3] Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

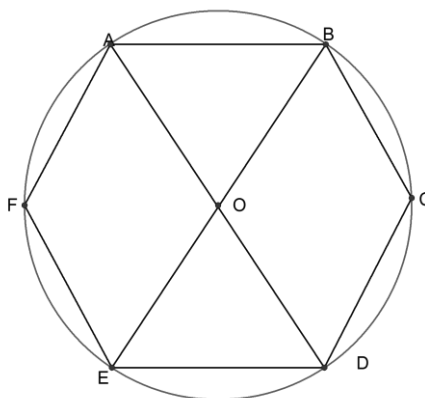
A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải



Chọn A

$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 20. [0H1-2.2-4] Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

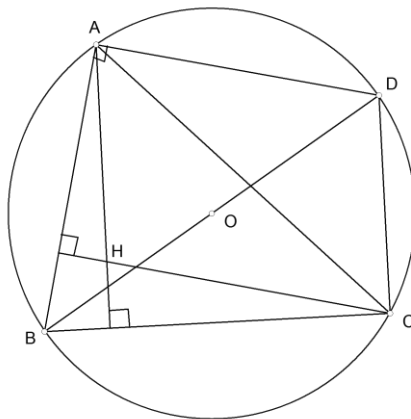
B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$.

D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có : Vì D đối xứng với B qua O nên D thuộc đường tròn (O)

$AD \parallel BH$ (cùng vuông góc với AB)

$AH \parallel CD$ (cùng vuông góc với BC)

Suy ra $ADHC$ là hình bình hành

Vậy $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Dạng 4: Các bài toán xác định điểm thỏa đẳng thức vec tơ

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là C sao cho $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$.

Ví dụ 2. Cho $\triangle ABC$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \vec{O}$$

Suy ra M trùng C .

Ví dụ 3. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Ví dụ 4. $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}.$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành.

Ví dụ 5. Cho tứ giác $ABCD$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}.$$

Vậy M là điểm đối xứng với B qua D .

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-2.3-1] Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{O} \Leftrightarrow A \text{ là trung điểm } MB.$$

Câu 2. [0H1-2.3-1] Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB .

B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I .

D. Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{O} \Leftrightarrow I \text{ là trung điểm } AB.$$

Câu 3. [0H1-2.3-2] Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB .

B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I .

D. Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{IA} \text{ và } \overrightarrow{CB} \text{ cùng phương nên } AI \parallel CB. \text{ Suy ra có vô số điểm } I.$$

Câu 4. [0H1-2.3-1] Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm M .

D. Có vô số điểm M .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{O} \text{ (vô lý).}$$

Câu 5. [0H1-2.3-1] Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{O} \text{ suy ra } M \text{ là trung điểm } AB.$$

Câu 6. [0H1-2.3-1] Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$ nên M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Câu 7. [0H1-2.3-2] Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 8. [0H1-2.3-2] Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 9. [0H1-2.3-2] Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$ suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO}$ (O là trung điểm AC) nên M trùng O .

Câu 10. [0H1-2.3-1] Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, suy ra M trùng D .

Câu 11. [0H1-2.3-2] Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O}.$$

Câu 12. [0H1-2.3-2] Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng P .

B. M trùng Q .

C. M trùng O .

D. M trùng R .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO}.$$

Câu 13. [0H1-2.3-2] Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trung điểm BC .

C. M là trung điểm CA .

D. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Câu 14. [0H1-2.3-2] Cho $\triangle DEF$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$.

B. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$.

C. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$.

D. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}.$$

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là F sao cho $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$.

Câu 15. [0H1-2.3-2] Cho $\triangle DEF$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$.

B. $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$.

C. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$.

D. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}.$$

Suy ra $DEFM$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$.

Câu 16. [0H1-2.3-1] Cho $\triangle ABC$ có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng A .B. M trùng B .C. M trùng O .D. M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M trùng C .

Câu 17. [0H1-2.3-3] Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .B. M là trung điểm BC .C. M là trung điểm CA .D. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Câu 18. [0H1-2.3-3] Cho $\triangle ABC$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng A .B. M trùng B .C. $ACMB$ là hình bình hành.D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 19. [0H1-2.3-3] Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$.B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.C. M là trung điểm BC .D. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$$

Suy ra M là trung điểm AC . Suy ra $BEMD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 20. [0H1-2.3-3] Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .B. M là trung điểm BC .

C. D là trung điểm BM .

D. M là trung điểm DC .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}.$$

Dạng 5: Các bài toán tính độ dài của vec tơ

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$.

Lời giải

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

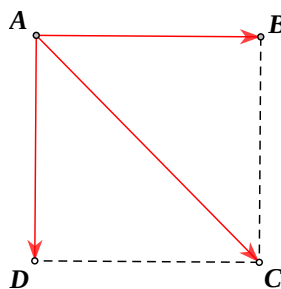
Ví dụ 2. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Gọi M là điểm sao cho $ABMC$ là hình bình hành. Ta có $AB = AC$ nên $ABMC$ là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi $ABMC$. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AM}| = AM = 2AO = a\sqrt{3}$.

Ví dụ 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

Lời giải



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$.

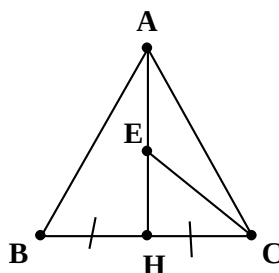
Ví dụ 4. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

Lời giải

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).

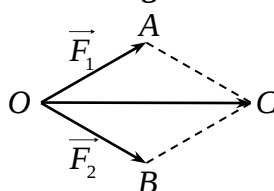


Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overline{CA} - \overline{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Ví dụ 5. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Giả sử $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $AOB = 60^\circ, OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\overrightarrow{OC}| = 50\sqrt{3} \text{ (N)}$.

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-2.5-2] Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overline{AB} + \overline{AC}|$.

A. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. M trùng A .

C. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = 2a$.

D. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là điểm sao cho $ABMC$ là hình bình hành. Ta có $AB = AC$ nên $ABMC$ là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi $ABMC$. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AM}| = AM = 2AO = a\sqrt{3}$.

Câu 2. [0H1-2.5-1] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D. $a\sqrt{2}$.**

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có

$$|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

Câu 3. [0H1-2.5-1] Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = a$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. **D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.**

Lời giải

Chọn D.

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = a.$$

Câu 4. [0H1-2.5-2] Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

- A.** Vô số. B. 1 điểm. C. 2 điểm. **D.** Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD.$$

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 5. [0H1-2.5-1] Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ. B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.
C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$. **D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.**

Lời giải

Chọn D.

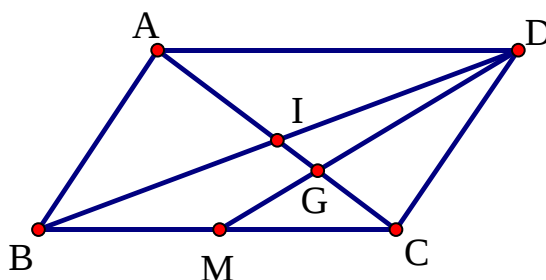
Mệnh đề $|\overrightarrow{AB}| > 0$ là mệnh đề **sai**, vì khi $A \equiv B$ thì $|\overrightarrow{AB}| = 0$.

Câu 6. [0H1-2.5-3] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ (vô lý) $\rightarrow$ A sai.

G là trọng tâm tam giác BCD ; A là một điểm nằm ngoài tam giác $BCD \rightarrow$ đẳng thức ở đáp án B đúng.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}|$ và $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}|$. Mà $|\overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{BD}| \rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IC}$ đối nhau, có độ dài bằng nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; tương tự $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \rightarrow$ đáp án D là đúng.

Câu 7. [0H1-2.5-3] Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

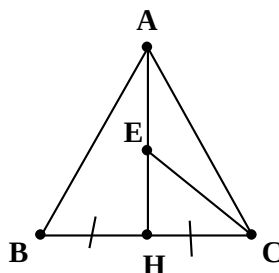
Lời giải

Chọn D.

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 8. [0H1-2.5-1] Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.

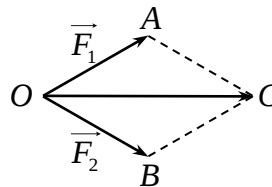
Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$.

Câu 9. [0H1-2.5-4] Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

- A. 100 (N) . B. $50\sqrt{3} \text{ (N)}$.
C. $100\sqrt{3} \text{ (N)}$. D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $AOB = 60^\circ, OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\overrightarrow{OC}| = 50\sqrt{3} \text{ (N)}$.

Câu 10. [0H1-2.5-2] Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $ABCD$ là hình thoi.
C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn D.

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1), nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 11. [0H1-2.5-2] Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành. Tam giác ABC vuông cân tại A suy ra $ABDC$ là hình vuông. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 12. [0H1-2.5-3] Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

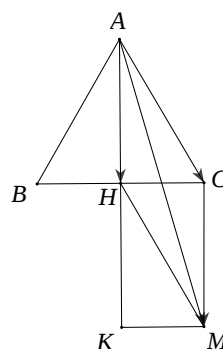
B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.



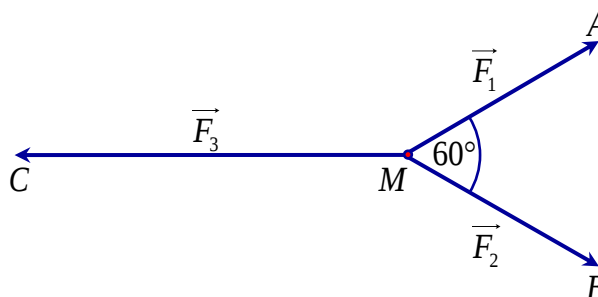
Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \triangle AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; KM = CH = \frac{a}{2}.$$

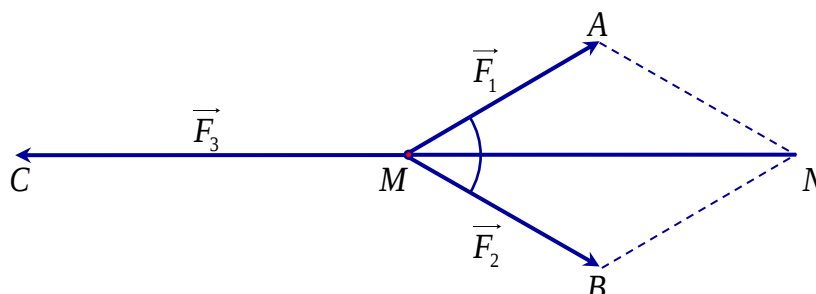
$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 13. [0H1-2.5-4] Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng $25N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là



A. $25\sqrt{3} \text{ N}$.**B.** $50\sqrt{3} \text{ N}$.**C.** $50\sqrt{2} \text{ N}$.**D.** $100\sqrt{3} \text{ N}$.**Lời giải****Chọn A.**

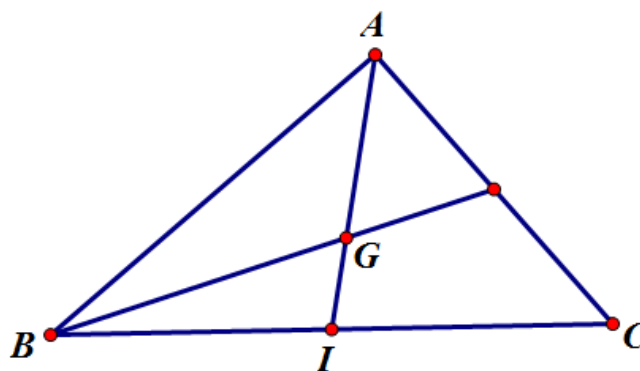
Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

Câu 14. [0H1-2.5-3] Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định **sai**.

A. $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$.**B.** $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$.**C.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$.**D.** $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.**Lời giải****Chọn B.**

$|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = |\vec{0} + \vec{IA}| = |\vec{IA}| = IA$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở A đúng.

$|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = 2AI$ (Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành, I là trung điểm BC) nên khẳng định ở C đúng.

$|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI = 3GA$ (Do G là trọng tâm tam giác ABC) nên khẳng định ở D đúng.

$|\vec{IB} + \vec{IC}| = |\vec{0}| = 0$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở B sai.

Câu 15. [0H1-2.5-1] Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

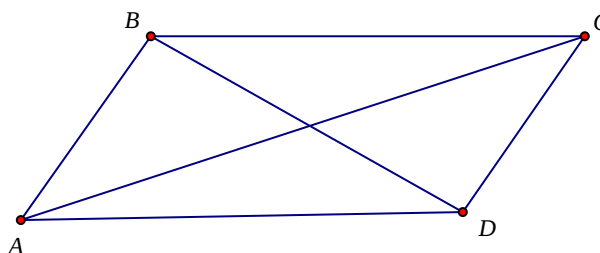
B. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$.

C. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.

Câu 16. [0H1-2.5-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $4a\sqrt{2}$.

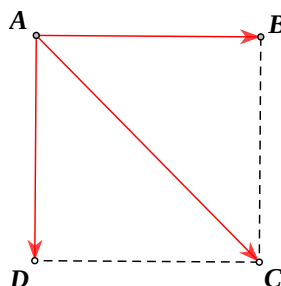
B. $4a$.

C. $2a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{2}$.

Câu 17. [0H1-2.5-3] Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GB} - (-\overrightarrow{GB})$ vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GE}| = 2GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$ (E đối xứng với G qua M).

Câu 18. [0H1-2.5-3] Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

A. Tam giác vuông A .

B. Tam giác vuông C .

C. Tam giác vuông B .

D. Tam giác cân tại C .

Lời giải

Chọn A.

Gọi E là trung điểm BC , M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow AE = \frac{1}{2}BC$. Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 19. [0H1-2.5-2] Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

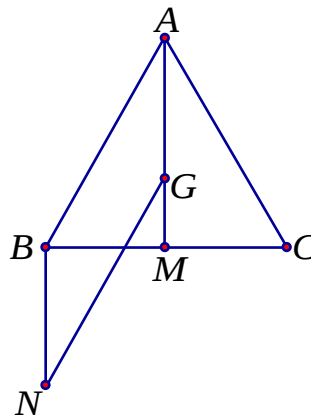
B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC , dựng điểm N sao cho $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AG}$.

Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC})| = |\overrightarrow{2GB}| = 2.GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

(E đối xứng với B qua G).

Câu 20. [0H1-2.5-4] Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(\text{N})$.

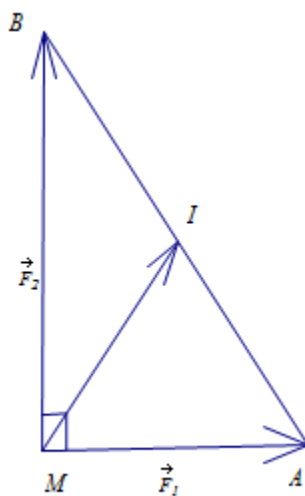
B. $700(\text{N})$.

C. $100(\text{N})$.

D. $500(\text{N})$.

Lời giải

Chọn D.



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.

CHUYÊN ĐỀ

VECTO

(CHƯƠNG 1 LỚP 10)

BÀI 3. TÍCH CỦA VECTO VỚI MỘT SỐ	2
A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM	2
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP	2
Dạng 1: Xác định vector $\vec{ka}$	2
Dạng 2: Hai vector cùng phương, ba điểm thẳng hàng	10
Dạng 3: Biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương	12
Dạng 4: Chứng minh vector chứa tích của vector với một số	18

Ban thực hiện	Tên giáo viên	Đơn vị công tác
GV Soạn	Thầy Bùi Văn Huân	Trường PT DTNT Hòa Bình (Hòa Bình)
GV phản biện	Thầy Nguyễn Đình Hải	Lớp học TH Class Ngã Tư Sở (Hà Nội)
TT Tổ soạn	Cô Phạm Thị Hoài	Trường THCS Nguyễn Hiền (Nha Trang)
TT Tổ phản biện	Thầy Nguyễn Văn Vũ	Trường THPT YaLy (Gia Lai)
Người triển khai	Thầy Phạm Lê Duy	Trường THPT Chu Văn An (An Giang)

BÀI 3. TÍCH CỦA VECTO VỚI MỘT SỐ

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

I. ĐỊNH NGHĨA

Cho vectơ $\vec{a}$ và số k . Tích của vectơ $\vec{a}$ và số k là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

- $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k \geq 0$, $k\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$.
- $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

II. TÍNH CHẤT

1. Với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bất kì, với mọi số k và l , ta có:

- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
- $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$;
- $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$;
- $0.\vec{a} = \vec{0}$, $k.\vec{0} = \vec{0}$.
- $1.\vec{a} = \vec{a}$, $(-1).\vec{a} = -\vec{a}$.
- $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

2. Tính chất trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

• **Hệ thức trung điểm đoạn thẳng:**

M là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$ (O tùy ý).

• **Hệ thức trọng tâm tam giác:**

G là trọng tâm $\triangle ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ (O tùy ý).

III. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI VECTO CÙNG PHƯƠNG, BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

1. Điều kiện để hai vectơ cùng phương

$\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}$) cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{b} = k\vec{a}$.

2. Điều kiện để ba điểm thẳng hàng

Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \neq 0 : \vec{AB} = k\vec{AC}$.

IV. BIỂU THỊ MỘT VECTO THEO HAI VECTO KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

Cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khi đó mọi vectơ $\vec{x}$ đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, nghĩa là có duy nhất cặp số m và n sao cho $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

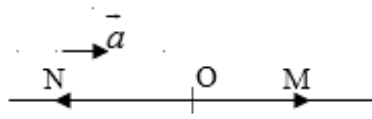
Dạng 1: Xác định vectơ $k\vec{a}$

{Dựa vào định nghĩa và các tính chất của tích vectơ với một số}

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho $\vec{a} = \vec{AB}$ và điểm O . Xác định hai điểm M và N sao cho: $\vec{OM} = 3\vec{a}$; $\vec{ON} = -4\vec{a}$

Lời giải



Vẽ d đi qua O và song song với giá của $\vec{a}$ (nếu O thuộc giá của $\vec{a}$ thì d là giá của $\vec{a}$)

– Trên d lấy điểm M sao cho $OM = 3|\vec{a}|$, $\vec{OM}$ và $\vec{a}$ cùng hướng khi đó $\vec{OM} = 3\vec{a}$.

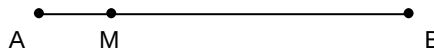
– Trên d lấy điểm N sao cho $ON = 4|\vec{a}|$, $\vec{ON}$ và $\vec{a}$ ngược hướng nên $\vec{ON} = -4\vec{a}$.

Ví dụ 2. Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Tìm k trong

các đẳng thức sau:

- a) $\vec{AM} = k\vec{AB}$
- b) $\vec{MA} = k\vec{MB}$
- c) $\vec{MA} = k\vec{AB}$

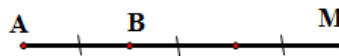
Lời giải



- a) $\vec{AM} = k\vec{AB} \Rightarrow |k| = \frac{|\vec{AM}|}{|\vec{AB}|} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$, vì $\vec{AM} \uparrow \vec{AB} \Rightarrow k = \frac{1}{5}$.
- b) $k = -\frac{1}{4}$.
- c) $k = -\frac{1}{5}$.

Ví dụ 3. Cho hai điểm phân biệt A, B . Xác định điểm M biết $2\vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0}$

Lời giải



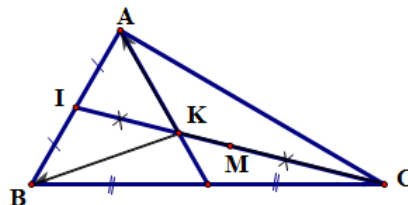
Ta có:

$$2\vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{MA} - 3(\vec{MA} + \vec{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow -\vec{MA} - 3\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AM} = 3\vec{AB} \\ \Rightarrow \vec{AM}, \vec{AB} \text{ cùng hướng và } AM = 3AB.$$

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC .

- a) Tìm điểm K sao cho $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB}$
- b) Tìm điểm M sao cho $\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$

Lời giải



- a) Ta có: $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{KB} - \vec{KC} \Leftrightarrow \vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{0}$
 $\Rightarrow K$ là trọng tâm của tam giác ABC .

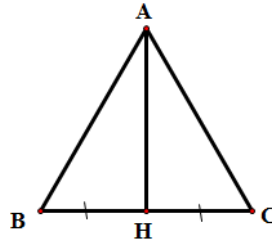
- b) Gọi I là trung điểm của AB . Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{MI} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MI} + \vec{MC} = \vec{0}$
 $\Rightarrow M$ là trung điểm của IC .

Ví dụ 5. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính

a) $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC}|$

b) $|\vec{AB} + \vec{AC}|$

Lời giải



a) $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC}| = |(\vec{AB} + \vec{BC}) + \vec{AC}| = |\vec{AC} + \vec{AC}| = |2\vec{AC}| = 2|\vec{AC}| = 2AC = 2a$.

b) Gọi H là trung điểm của BC . Ta có:

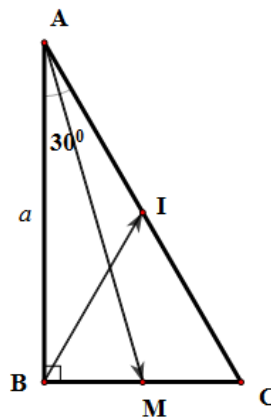
$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = |2\vec{AH}| = 2|\vec{AH}| = 2AH = 2\sqrt{AB^2 - BH^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$$

Ví dụ 6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $A = 30^\circ$, $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

a) $|\vec{BA} + \vec{BC}|$

b) $|\vec{AB} + \vec{AC}|$

Lời giải



Ta có: $BC = AB \tan A = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AC = \frac{AB}{\cos A} = \frac{a}{\cos 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

a) $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |2\vec{BI}| = 2|\vec{BI}| = 2BI = 2 \cdot \frac{AC}{2} = AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$$b) |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{2AM}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2} = 2\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

PHẦN 2: CẤU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-3.1-1] Khẳng định nào **sai**?

A. $1.\vec{a} = \vec{a}$

B. $k\vec{a}$ và $\vec{a}$ cùng hướng khi $k > 0$

C. $k\vec{a}$ và $\vec{a}$ cùng hướng khi $k < 0$

D. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ cùng phương khi có một số k để $\vec{a} = k\vec{b}$

Lời giải

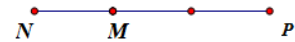
Chọn C

(Dựa vào định nghĩa tích của một số với một vectơ)

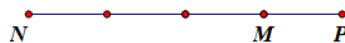
Câu 2. [0H1-3.3-2] Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3

B. Hình 4

C. Hình 1

D. Hình 2

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP} \Rightarrow \overrightarrow{MN} \text{ ngược hướng với } \overrightarrow{MP} \text{ và } |\overrightarrow{MN}| = 3|\overrightarrow{MP}|.$$

Câu 3. [0H1-3.1-1] Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$

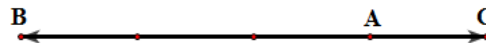
B. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn D



Câu 4. [0H1-3.1-1] Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng

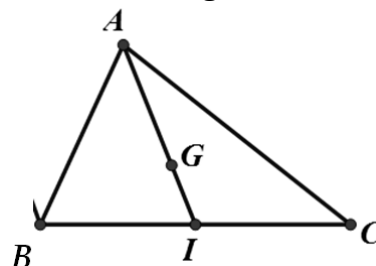
A. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$

B. $3\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{IC}$

C. $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{IC}$

D. $2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$

Lời giải



Chọn A

Vì I là trung điểm của BC nên $BI = CI$ và $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IC}$ do đó hai vector $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{IC}$ bằng nhau hay $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.

Câu 5. [0H1-3.1-2] Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$ B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CN}$ C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{NM}$ D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn B

Câu 6. [0H1-3.1-1] Cho $\vec{a} \neq \vec{0}$ và điểm O . Gọi M, N lần lượt là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 3\vec{a}$ và $\overrightarrow{ON} = -4\vec{a}$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{MN} = 7\vec{a}$ B. $\overrightarrow{MN} = -5\vec{a}$ C. $\overrightarrow{MN} = -7\vec{a}$ D. $\overrightarrow{MN} = -5\vec{a}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = -4\vec{a} - 3\vec{a} = -7\vec{a}$.

Câu 7. [0H1-3.1-1] Tìm giá trị của m sao cho $\vec{a} = m\vec{b}$, biết rằng $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng và $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 15$

- A. $m = 3$ B. $m = -\frac{1}{3}$ C. $m = \frac{1}{3}$ D. $m = -3$

Lời giải

Chọn B

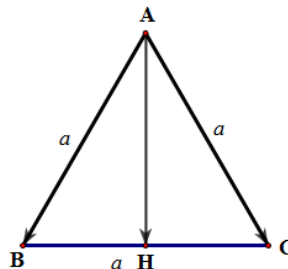
Do $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng nên $m = -\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$.

Câu 8. [0H1-3.1-2] Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng $2a$. Độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A. $2a$ B. $a\sqrt{3}$ C. $2a\sqrt{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của BC . Khi đó: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2.AH = 2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Câu 9. [0H1-3.3-2] Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của AB . Tìm điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. M là trung điểm của BC
B. M là trung điểm của IC
 C. M là trung điểm của IA
 D. M là điểm trên cạnh IC sao cho $IM = 2MC$

Lời giải

Chọn B

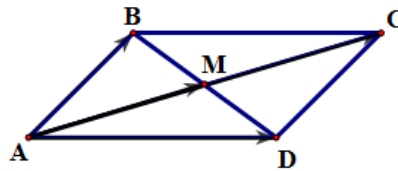
$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M \text{ là trung điểm của } IC.$$

Câu 10. [0H1-3.3-2] Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. Khi đó điểm M là:

- A. Trung điểm của AC
 B. Điểm C
 C. Trung điểm của AB
 D. Trung điểm của AD

Lời giải

Chọn A



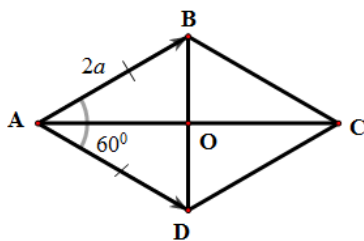
Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow M$ là trung điểm của AC .

Câu 11. [0H1-3.1-2] Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh $2a$. Góc $BAD = 60^\circ$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 2a\sqrt{3}$
 B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{3}$
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 3a$
 D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 3a\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A



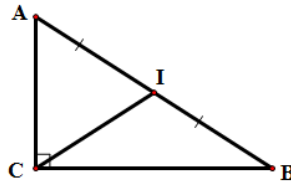
Tam giác ABD cân tại A và có góc $BAD = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ đều

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AO}| = 2.AO = 2.\sqrt{AB^2 - BO^2} = 2.\sqrt{4a^2 - a^2} = 2a\sqrt{3}$$

Câu 12. [0H1-3.1-3] Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Tam giác ABC đều
 B. Tam giác ABC cân tại C
 C. Tam giác ABC vuông tại C
 D. Tam giác ABC cân tại B

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB . Ta có:

$$|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}| = AB$$

$$\Leftrightarrow |2\overrightarrow{CI}| = AB \Leftrightarrow 2CI = AB \Leftrightarrow CI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } C.$$

Câu 13. [0H1-3.1-3] Cho tam giác OAB vuông cân tại O với $OA = OB = a$. Độ dài của véc tơ $\vec{u} = \frac{21}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$ là:

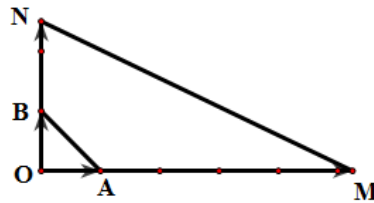
A. $\frac{a\sqrt{140}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{321}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{520}}{4}$

D. $\frac{a\sqrt{541}}{4}$

Lời giải

Chọn D

Dựng điểm M, N sao cho: $\overrightarrow{OM} = \frac{21}{4}\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{ON} = \frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$. Khi đó:

$$|\vec{u}| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = |\overrightarrow{NM}| = MN = \sqrt{OM^2 + ON^2} = \sqrt{\left(\frac{21a}{4}\right)^2 + \left(\frac{5a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{541}}{4}.$$

Câu 14. [0H1-3.1-3] Cho ngũ giác $ABCDE$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE . Gọi I và J lần lượt là trung điểm các đoạn MP và NQ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

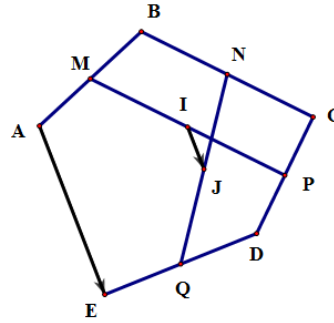
B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AE}$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $2\vec{IJ} = \vec{IQ} + \vec{IN} = \vec{IM} + \vec{MQ} + \vec{IP} + \vec{PN} = \vec{MQ} + \vec{PN}$

$$\begin{cases} \vec{MQ} = \vec{MA} + \vec{AE} + \vec{EQ} \\ \vec{MQ} = \vec{MB} + \vec{BD} + \vec{DQ} \end{cases} \Rightarrow 2\vec{MQ} = \vec{AE} + \vec{BD} \Leftrightarrow \vec{MQ} = \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{BD}), \vec{PN} = -\frac{1}{2}\vec{BD}$$

$$\text{Suy ra: } 2\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{BD}) - \frac{1}{2}\vec{BD} = \frac{1}{2}\vec{AE} \Rightarrow \vec{IJ} = \frac{1}{4}\vec{AE}.$$

Câu 15. [0H1-3.1-2] Cho đoạn thẳng AB . Gọi M là một điểm trên AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

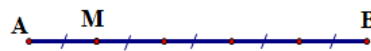
A. $\vec{MA} = \frac{1}{3}\vec{MB}$. **B.** $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$. **C.** $\vec{BM} = \frac{3}{4}\vec{BA}$. **D.** $\vec{MB} = -3\vec{MA}$.

Câu 16. [0H1-3.1-2] Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm trên đoạn AB sao cho $MA = \frac{1}{5}AB$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{AM} = \frac{1}{5}\vec{AB}$ **B.** $\vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{MB}$ **C.** $\vec{MB} = -4\vec{MA}$ **D.** $\vec{MB} = -\frac{4}{5}\vec{AB}$

Lời giải

Chọn D



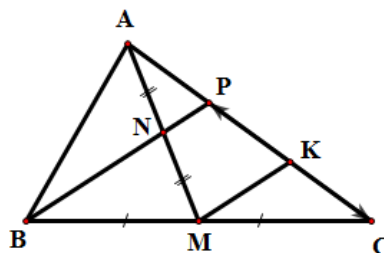
Ta thấy $\vec{MB}$ và $\vec{AB}$ cùng hướng nên $\vec{MB} = -\frac{4}{5}\vec{AB}$ là sai.

Câu 17. [0H1-3.1-3] Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của BC và N là trung điểm AM . Đường thẳng BN cắt AC tại P . Khi đó $\vec{AC} = x\vec{CP}$ thì giá trị của x là:

A. $-\frac{4}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** $-\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $MK // BP (K \in AC)$. Do M là trung điểm của BC nên suy ra K là trung điểm của CP
 Vì $MK // BP \Rightarrow MK // NP$ mà N là trung điểm của AM nên suy ra P là trung điểm của AK
 Do đó: $AP = PK = KC$. Vậy $\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{CP} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

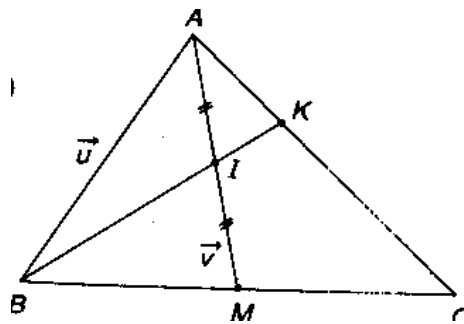
Dạng 2: Hai vector cùng phương, ba điểm thẳng hàng

{Điều kiện hai vector cùng phương, điều kiện ba điểm thẳng hàng }

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm AM và K là trung điểm AC sao
 $AK = \frac{1}{3}AC$. Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.

Lời giải



$$\text{Ta có } 2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow 4\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{BK} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\ &\Rightarrow 3\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow 3\overrightarrow{BK} = 4\overrightarrow{BI} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI} \Rightarrow B, I, K \text{ thẳng hàng.}$$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi hệ thức:

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}. \text{ Chứng minh } MN // AC.$$

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \text{ hay } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MN} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}.$$

Vậy $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Theo giả thiết $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$. Mà A, B, C không thẳng hàng nên bốn điểm A, B, C, M là bốn đỉnh của hình bình hành $\Rightarrow M$ không thuộc AC .

Vậy $MN // AC$.

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-3.5-1] Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng là:

A. $AB = AC$

B. $\exists k \neq 0: \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}, \forall$

điểm M

Lời giải

Chọn B

Câu 2. [0H1-3.5-2] Cho $\triangle ABC$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Các cặp vector nào sau đây cùng phương?

- A. $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + 2\vec{b}$ B. $\vec{a} - 2\vec{b}$, $2\vec{a} - \vec{b}$ **C. $5\vec{a} + \vec{b}$, $-10\vec{a} - 2\vec{b}$** D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-10\vec{a} - 2\vec{b} = -2.(5\vec{a} + \vec{b}) \Rightarrow 5\vec{a} + \vec{b}$ và $-10\vec{a} - 2\vec{b}$ cùng phương.

Câu 3. [0H1-3.1-1] Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương?

- A. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$ B. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$
C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$

Lời giải

Chọn C

Câu 4. [0H1-3.1-1] Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây là cùng phương?

- A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$ B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$
 C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$ **D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$**

Lời giải

Chọn D

Câu 5. [0H1-3.1-2] Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- A. -7** B. 7 C. 5 D. 6

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để hai vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$ cùng phương là: $\frac{x+1}{3} = \frac{4}{-2} \Leftrightarrow x = -7$.

Câu 6. [0H1-3.1-2] Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ **C. $-\frac{1}{2}$** D. $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

Câu 7. [0H1-3.5-3] Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

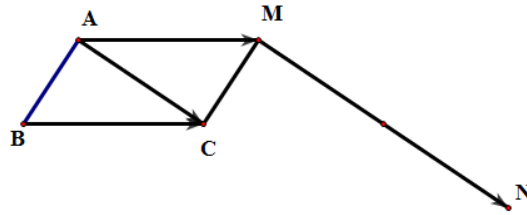
- A. $MN \perp AC$ **B. $MN \parallel AC$**

C. M nằm trên đường thẳng AC

D. Hai đường thẳng MN và AC trùng nhau

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow M$ là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$ nên $M \notin AC$ (1)

Cộng vế theo vế hai đẳng thức $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$, ta được:

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} \text{ cùng phương với } \overrightarrow{AC} \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel AC$.

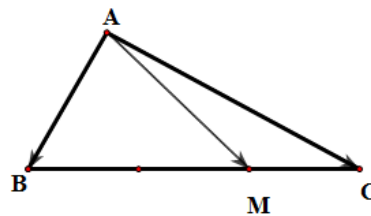
Dạng 3: Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC . Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

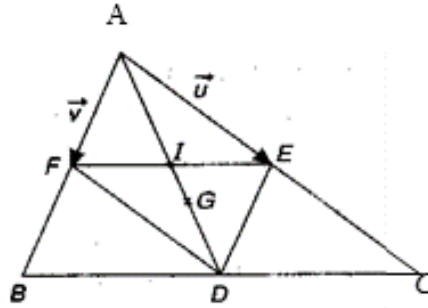
Lời giải



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \text{ (đpcm).}$$

Ví dụ 2. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Cho các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}, \vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Lời giải



Ta có: $AEDF$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$

Ta có $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \frac{1}{2} (\vec{u} + \vec{v})$

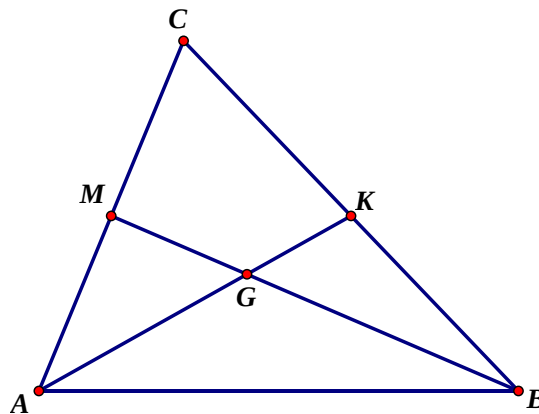
$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \frac{2}{3} (\vec{u} + \vec{v})$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FA} = -\overrightarrow{AF} = 0 \cdot \vec{u} + (-1) \cdot \vec{v}$

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$

Ví dụ 3. Cho AK và BM là hai trung tuyến của tam giác ABC , trọng tâm G . Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ theo hai vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AK}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BM}$

Lời giải



$$* \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AK} - \frac{2}{3} \overrightarrow{BM}$$

$$* \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BK} = 2(\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GK}) = 2 \cdot \frac{2}{3} \overrightarrow{BM} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AK} = \frac{4}{3} \overrightarrow{BM} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AK}$$

$$* \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC} = -(\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KC}) = -(\overrightarrow{AK} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC})$$

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-3.4-2] Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$

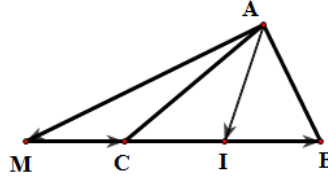
B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó C là trung điểm của MI . Ta có:

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AI} + 2\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + 2\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 2. [0H1-3.4-3] Cho tam giác ABC biết $AB=8, AC=9, BC=11$. Gọi M là trung điểm BC và N là điểm trên đoạn AC sao cho $AN=x(0 < x < 9)$. Hệ thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

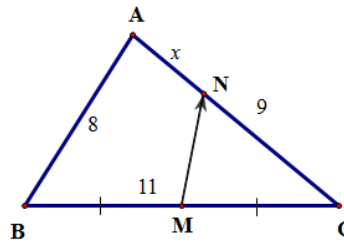
B. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} + \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{x}{9}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.$

Câu 3. [0H1-3.4-3] Cho tam giác ABC . Gọi G là trọng tâm và H là điểm đối xứng với B qua G . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

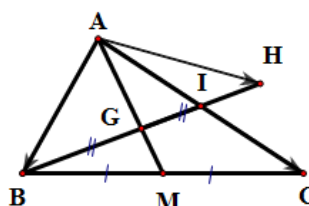
B. $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn A



Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BC và AC .

Ta thấy $AHCG$ là hình bình hành nên

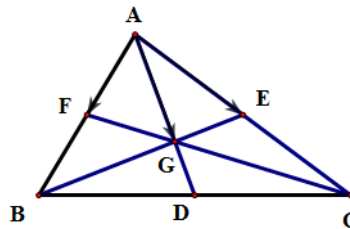
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} &= \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.\end{aligned}$$

Câu 4. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$ **B.** $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$ **C.** $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AF}$ **D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$

Lời giải

Chọn D



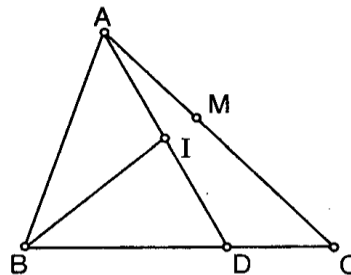
Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(2\overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{AE}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AF}.$

Câu 5. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC . Gọi D là điểm sao cho $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ và I là trung điểm của cạnh AD , M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. Vector $\overrightarrow{BI}$ được phân tích theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$ **B.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$
C. $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}.$ **D.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}.$

Lời giải

Chọn A



Ta có: I là trung điểm của cạnh AD nên

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Câu 6. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$. K là trung điểm của MN . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

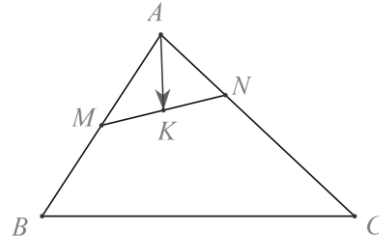
B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Do đó $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 7. [0H1-3.4-3] Cho tứ giác $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Gọi G theo thứ tự là trọng tâm của tam giác OAB và OCD . Khi đó $\overrightarrow{GG'}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

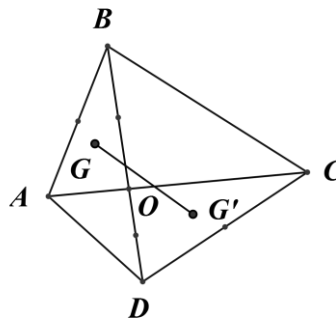
B. $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

C. $3(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Lời giải

Chọn D



Vì G' là trọng tâm của tam giác OCD nên $\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})$. (1)

Vì G là trọng tâm của tam giác OAB nên: $\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GO} = -\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB}$ (2)

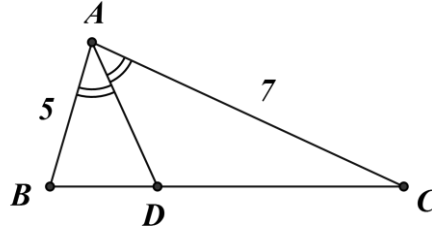
Từ (1) và (2) suy ra: $\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{3}(-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Câu 8. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

- A. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$. B. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. **C. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.** D. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 9. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó:

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn C

Câu 10. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC , N là điểm xác định bởi $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, G là trọng tâm tam giác

ABC . Hệ thức tính $\overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AN}$ là:

A. $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

B. $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

C. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

D. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

Lời giải

Chọn C

Câu 11. [0H1-3.4-3] Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó $\overrightarrow{DE}$ bằng:

A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

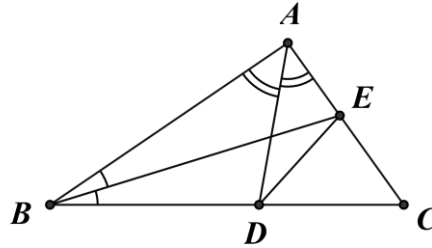
B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$.

C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn A



AD là phân giác trong của tam giác ABC nên $\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{CD}{CD+DB} = \frac{6}{6+4}$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{6}{10} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{CB}.$$

Tương tự: $\frac{CE}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \overrightarrow{CE} = \frac{5}{9} \overrightarrow{CA}.$

Vậy $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD} = \frac{5}{9} \overrightarrow{CA} - \frac{3}{5} \overrightarrow{CB}.$

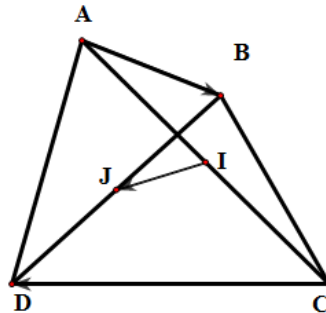
Dạng 4: Đẳng thức vector chứa tích của vector với một số

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}.$$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} \\ \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DJ} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{DJ})$$

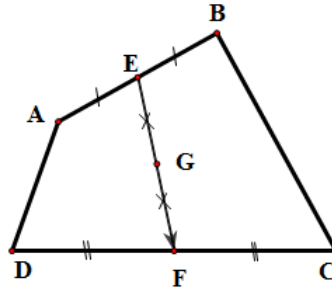
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ} = \vec{0} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}.$$

Ví dụ 2. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF}$

b) Gọi G là trung điểm của EF . Chứng minh rằng $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FC}) + (\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD}) = 2\overrightarrow{EF} + (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BE}) + (\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{FD}) \\ &= 2\overrightarrow{EF} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{EF} \end{aligned} \quad (1)$$

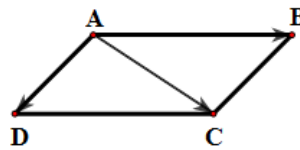
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD}) + (\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FC}) = 2\overrightarrow{EF} + (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BE}) + (\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{FC}) \\ &= 2\overrightarrow{EF} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{EF} \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF}$

$$\text{b)} \quad \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GE} + 2\overrightarrow{GF} = 2(\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Ví dụ 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$

Lời giải



$$\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{VP}.$$

Ví dụ 4. Chứng minh rằng nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \overrightarrow{VP} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} \\ &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'} \\ &= 3\overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'} \\ &= 3\overrightarrow{GG'} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'} = 3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{VP}. \end{aligned}$$

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-3.2-2] Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$

B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Chọn C

Câu 2. [0H1-3.2-3] Cho tam giác ABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm của tam giác. Hệ thức đúng là:

A. $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$

B. $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$

C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

D. $2\overrightarrow{GO} = -3\overrightarrow{OH}$

Lời giải

Chọn B

Câu 3. [0H1-3.2-2] Ba trung tuyến AM, BN, CP của tam giác ABC đồng quy tại G . Hỏi vector $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP}$ bằng vector nào?

A. $\frac{3}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$

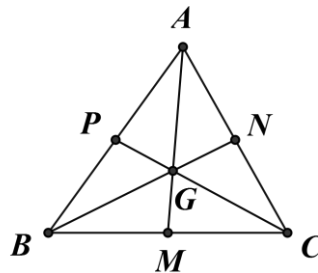
B. $3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{PG})$

C. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC})$

D. $\vec{0}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) = \vec{0}$.

Câu 4. [0H1-3.2-2] Cho hình chữ nhật $ABCD$, I và K lần lượt là trung điểm của BC, CD . Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$

D. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn D

Câu 5. [0H1-3.2-3] Cho tam giác đều ABC tâm O . Điểm M là điểm bất kỳ trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh của tam giác lần lượt là D, E, F . Hệ thức giữa các vector $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MO}$ là:

A. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$

B. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$

C. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$

D. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

Câu 6. [0H1-3.2-2] Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm AB và DC . Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các đường thẳng AD và BC sao cho $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{QB} = -2\overrightarrow{QC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NA})$.

Câu 7. [0H1-3.2-1] Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Với điểm M bất kỳ, ta luôn có:

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI}$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MI}$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MI}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng: Với điểm M bất kỳ, ta luôn có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$

Câu 8. [0H1-3.2-1] Cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Với mọi điểm M , ta luôn có:

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng tính chất trọng tâm của tam giác: Với mọi điểm M , ta luôn có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 9. [0H1-3.2-2] Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Đẳng thức nào **đúng**?

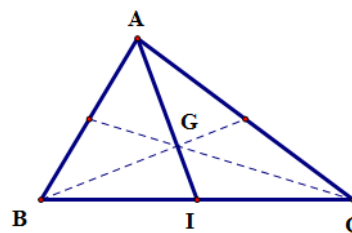
A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$

B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$

Lời giải



Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng, ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

Câu 10. [0H1-3.2-2] Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$

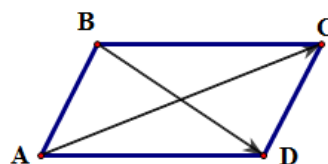
B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

Lời giải

Chọn A



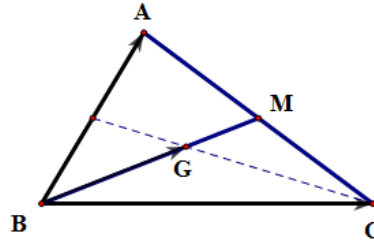
Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 11. [0H1-3.2-2] Cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$ **B.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$ C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

Lời giải

Chọn B



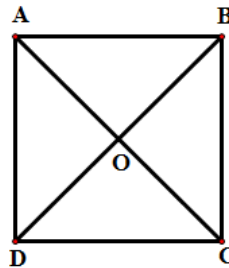
Gọi M là trung điểm của AC . Khi đó: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} = 3\overrightarrow{BG}$.

Câu 12. [0H1-3.2-2] Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$ B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ **D.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn D



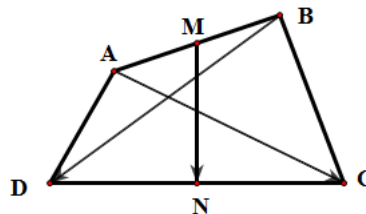
$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}.$$

Câu 13. [0H1-3.2-2] Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ bằng:

- A. $\overrightarrow{MN}$ **B.** $2\overrightarrow{MN}$ C. $3\overrightarrow{MN}$ D. $-2\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}.$$

Câu 14. [0H1-3.2-2] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O và điểm M bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{MO}$

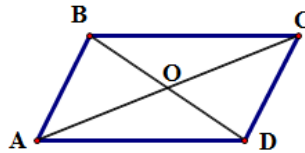
B. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 2\vec{MO}$

C. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 3\vec{MO}$

D. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = (\vec{MA} + \vec{MC}) + (\vec{MB} + \vec{MD}) = 2\vec{MO} + 2\vec{MO} = 4\vec{MO}$

Câu 15. [0H1-3.2-3] Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O . Gọi H là trực tâm của tam giác. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\vec{OH} = 4\vec{OG}$

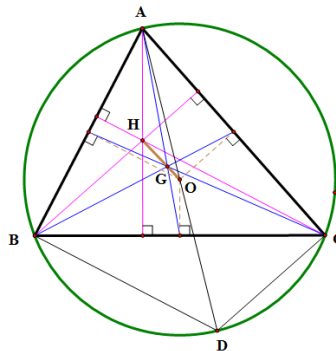
B. $\vec{OH} = 3\vec{OG}$

C. $\vec{OH} = 2\vec{OG}$

D. $3\vec{OH} = \vec{OG}$

Lời giải

Chọn B



Gọi D là điểm đối xứng với A qua O . Ta có: $\vec{HA} + \vec{HD} = 2\vec{HO}$ (1)

Vì $HBDC$ là hình bình hành nên $\vec{HD} = \vec{HB} + \vec{HC}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra:

$$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 2\vec{HO} \Leftrightarrow (\vec{HO} + \vec{OA}) + (\vec{HO} + \vec{OB}) + (\vec{HO} + \vec{OC}) = 2\vec{HO}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{HO} + (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) = 2\vec{HO} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = -\vec{HO} \Leftrightarrow 3\vec{OG} = \vec{OH}.$$

Câu 16. [0H1-3.2-3] Cho tứ giác $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , I là điểm trên GC sao cho $IC = 3IG$. Với mọi điểm M ta luôn có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$ bằng:

A. $2\vec{MI}$

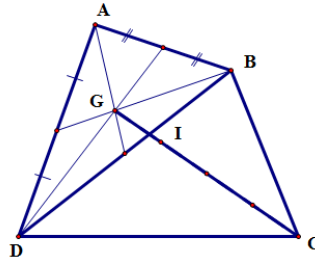
B. $3\vec{MI}$

C. $4\vec{MI}$

D. $5\vec{MI}$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $3\vec{IG} = -\vec{IC}$.

Do G là trọng tâm của tam giác ABD nên

$$\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{ID} = 3\vec{IG} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{ID} = -\vec{IC} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} &= \vec{MI} + \vec{IA} + \vec{MI} + \vec{IB} + \vec{MI} + \vec{IC} + \vec{MI} + \vec{ID} \\ &= 4\vec{MI} + (\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID}) = 4\vec{MI} + \vec{0} = 4\vec{MI} \end{aligned}$$

Câu 17. [0H1-3.2-4] Cho tam giác đều ABC có tâm O . Gọi I là một điểm tùy ý bên trong tam giác ABC . Hạ ID, IE, IF tương ứng vuông góc với BC, CA, AB . Giả sử $\vec{ID} + \vec{IE} + \vec{IF} = \frac{a}{b}\vec{IO}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a+b$ bằng:

A. 5

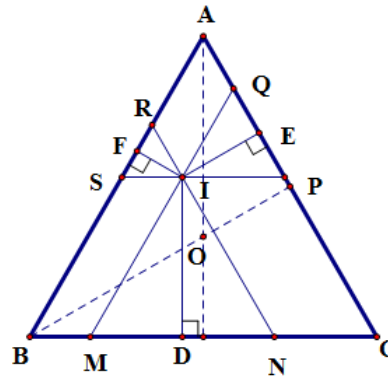
B. 4

C. 6

D. 7

Lời giải

Chọn A



Qua điểm I dựng các đoạn $MQ \parallel AB, PS \parallel BC, NR \parallel CA$.

Vì ABC là tam giác đều nên các tam giác IMN, IPQ, IRS cũng là tam giác đều.

Suy ra D, E, F lần lượt là trung điểm của MN, PQ, RS .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \vec{ID} + \vec{IE} + \vec{IF} &= \frac{1}{2}(\vec{IM} + \vec{IN}) + \frac{1}{2}(\vec{IP} + \vec{IQ}) + \frac{1}{2}(\vec{IR} + \vec{IS}) \\ &= \frac{1}{2}[(\vec{IQ} + \vec{IR}) + (\vec{IM} + \vec{IS}) + (\vec{IN} + \vec{IP})] = \frac{1}{2}(\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3\vec{IO} = \frac{3}{2}\vec{IO} \Rightarrow a=3, b=2. \text{ Do đó: } a+b=5. \end{aligned}$$

Câu 18. [0H1-3.6-3] Cho tam giác ABC , có bao nhiêu điểm M thỏa mãn: $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 1$

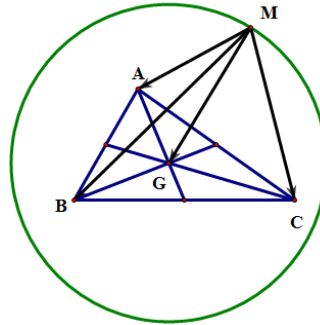
A. 0

B. 1

C. 2

D. vô số

Lời giải

Chọn D

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG = 1 \Rightarrow MG = \frac{1}{3}$$

Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 1$ là đường tròn tâm G bán kính $R = \frac{1}{3}$.

Câu 19. [0H1-3.3-3] Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Chứng minh rằng vector $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$. Hãy xác định vị trí của điểm D sao cho $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$.

A. D là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCD$

B. D là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBD$

C. D là trọng tâm của tam giác ABC

D. D là trực tâm của tam giác ABC

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CI}$ (Với I là trung điểm của AB)

Vậy vector $\vec{v}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M . Khi đó: $\overrightarrow{CD} = \vec{v} = 2\overrightarrow{CI} \Rightarrow I$ là trung điểm của CD

Vậy D là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBD$.

Câu 20. [0H1-3.7-4] Cho tam giác ABC và đường thẳng d . Gọi O là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Tìm điểm M trên đường thẳng d sao cho vector $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

A. Điểm M là hình chiếu vuông góc của O trên d

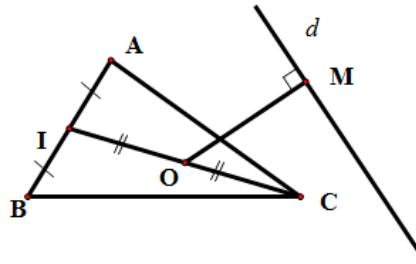
B. Điểm M là hình chiếu vuông góc của A trên d

C. Điểm M là hình chiếu vuông góc của B trên d

D. Điểm M là giao điểm của AB và d

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB .

Khi đó: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \Rightarrow O$ là trung điểm của IC

Ta có:

$$\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OM} + 2(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OM}) = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} - 4\overrightarrow{OM} = -4\overrightarrow{OM}$$

Do đó $|\vec{v}| = 4OM$.

Độ dài vector $\vec{v}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $4OM$ nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của O trên d .

Câu 21. [0H1-3.3-3] Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB và N thuộc cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Hãy xác định điểm K thỏa mãn: $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$ và điểm D thỏa mãn: $3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{KD} = \vec{0}$.

A. K là trung điểm của MN và D là trung điểm của BC

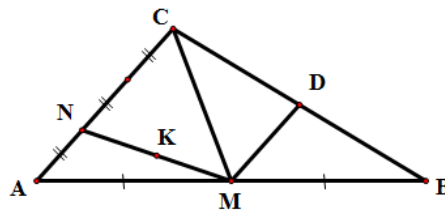
B. K là trung điểm của BC và D là trung điểm của MN

C. K là trung điểm của MN và D là trung điểm của AB

D. K là trung điểm của MN và D là trung điểm của AC

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM} \\ \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AN} \end{cases} \Rightarrow 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0} \Leftrightarrow 3.2\overrightarrow{AM} + 2.3\overrightarrow{AN} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN})$$

Suy ra K là trung điểm của MN

Ta có:

$$3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{KD} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} - 12(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AK}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} + 12\overrightarrow{AK} = 12\overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow 12\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 12\overrightarrow{AD} = 6\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

Suy ra D là trung điểm của BC .

Câu 22. [0H1-3.3-2] Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. Khi đó điểm M là:

- A. trung điểm AC
C. trung điểm AB

- B. điểm C
D. trung điểm AD

Lời giải

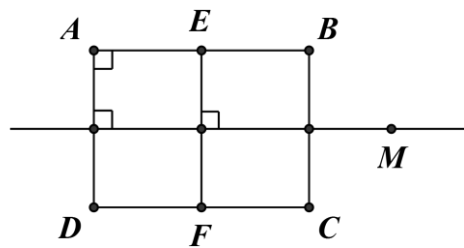
Chọn A

Câu 23. [0H1-3.6-2] Cho hình chữ nhật $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ là:

- A. Đường tròn đường kính AB .
C. Đường trung trực của cạnh AD .
- B. Đường tròn đường kính BC .
D. Đường trung trực của cạnh AB .

Lời giải

Chọn C



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và DC .

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{ME}| = |2\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow ME = MF$$

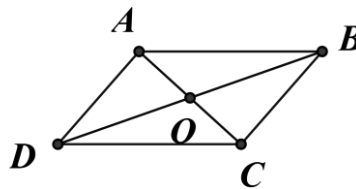
Do đó M thuộc đường trung trực của đoạn EF hay M thuộc đường trung trực của cạnh AD .

Câu 24. [0H1-3.6-2] Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}|$ là:

- A. Một đường thẳng.
C. Toàn bộ mặt phẳng ($ABCD$).
- B. Một đường tròn.
D. Tập rỗng.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta có:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MO}| = |2\overrightarrow{MO}|$$

$$\Leftrightarrow MO = MO \text{ (đúng với mọi } M \text{)}$$

Vậy tập hợp các điểm M là toàn bộ mặt phẳng ($ABCD$).

Câu 25. [0H1-3.6-2] Cho tam giác ABC và điểm M thỏa $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tập hợp M là:

- A. Một đường tròn
C. Một đoạn thẳng

- B.** Một đường thẳng
D. Nửa đường thẳng

Lời giải

Chọn B

Câu 26. [0H1-3.6-2] Cho tam giác ABC. Có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số

Lời giải

Chọn D

Câu 27. [0H1-3.6-3] Cho tam giác ABC và điểm M thỏa $|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$. Tập hợp M là:

- A. Một đoạn thẳng
C. Nửa đường tròn

- B.** Một đường tròn
D. Một đường thẳng

Lời giải

Chọn B

Câu 28. [0H1-3.2-2] Cho năm điểm A, B, C, D, E. Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB})$

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = 3(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB})$

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \frac{\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}}{4}$

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0} \text{ (đúng) DPCM.}$$

Câu 29. [0H1-3.7-4] Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động nằm trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho độ dài của

vector $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{4}{5}$.

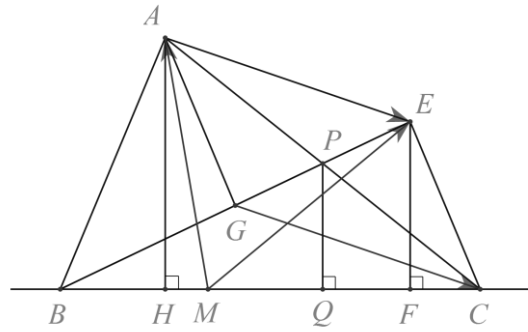
B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng hình bình hành $AGCE$. Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ME}$.

Kẻ $EF \perp BC$ ($F \in BC$). Khi đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{ME}| = ME \geq EF$.

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}|$ nhỏ nhất khi $M \equiv F$.

Gọi P là trung điểm AC , Q là hình chiếu vuông góc của P lên BC ($Q \in BC$).

Khi đó P là trung điểm GE nên $BP = \frac{3}{4}BE$.

Ta có $\triangle BPQ$ và $\triangle BEF$ đồng dạng nên $\frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4}$ hay $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$.

Mặt khác, $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$.

PQ là đường trung bình $\triangle AHC$ nên Q là trung điểm HC hay $\overrightarrow{HQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$.

Suy ra $\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{HC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{5}{8}\overrightarrow{BC}$.

Do đó $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BQ} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

Câu 30. [0H1-3.7-3] Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng a . Một điểm M di động sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$. Gọi H là hình chiếu của M lên AB . Tính độ dài lớn nhất của MH ?

A. $\frac{a}{2}$.

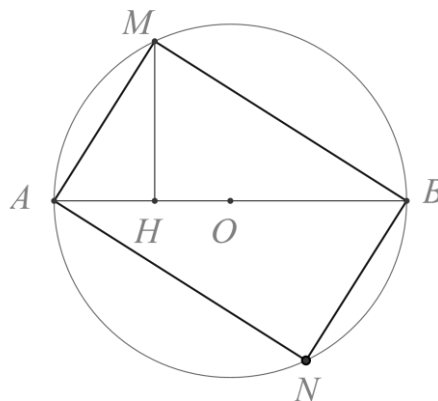
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $MANB$. Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN}$.

Ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{BA}|$ hay $MN = AB$.

Suy ra $MANB$ là hình chữ nhật nên $AMB = 90^\circ$.

Do đó M nằm trên đường tròn tâm O đường kính AB .

MH lớn nhất khi H trùng với tâm O hay $\max MH = MO = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

CHUYÊN ĐỀ
VECTO
(CHƯƠNG 1 LỚP 10)

BÀI 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ	2
A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM	2
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP	4
Dạng 1: Tìm tọa độ của một điểm; tọa độ vector; độ dài đại số của vector và chứng minh hệ thức liên quan trên trục $(O; \vec{i})$	4
Dạng 2: Tìm tọa độ điểm, tọa độ vector trên mặt phẳng Oxy	7
Dạng 3: Xác định tọa độ điểm, vector liên quan đến biểu thức dạng $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$	11
Dạng 4: Xác định tọa độ các điểm của một hình	16
Dạng 5: Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai vector. Phân tích một vector qua hai vector không cùng phương.....	26

Ban thực hiện	Tên giáo viên	Đơn vị công tác
GV Soạn	Thầy Nguyễn Đình Hải	Lớp học TH Class Ngã Tư Sở (Hà Nội)
GV phản biện	Thầy Phạm Phú Quốc	Trường THPT Nguyễn Tri Phương (Lâm Đồng)
TT Tổ soạn	Cô Phạm Thị Hoài	Trường THCS Nguyễn Hiền (Nha Trang)
TT Tổ phản biện	Thầy Nguyễn Văn Vũ	Trường THPT YaLy (Gia Lai)
Người triển khai	Thầy Phạm Lê Duy	Trường THPT Chu Văn An (An Giang)

BÀI 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

I. TRỤC VÀ ĐỘ DÀI ĐẠI SỐ TRÊN TRỤC

1. Trục tọa độ

Định nghĩa

- Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{e}$.
- Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- Hướng của vectơ đơn vị là hướng của trục.
- Ta kí hiệu trục đó là $(O; \vec{e})$.



2. Tọa độ của một điểm

Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$.

Ta gọi số k đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

3. Tọa độ vectơ

Cho hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{e}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho và kí hiệu $a = \overline{AB}$.

Nhận xét.

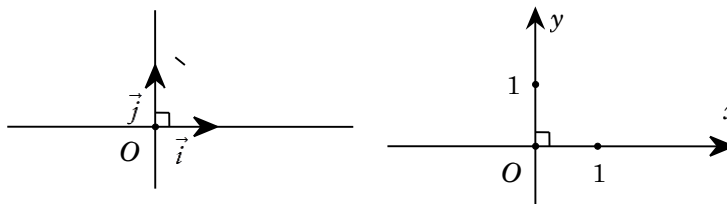
- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

II. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Hệ tọa độ

Định nghĩa. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau.

Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O; \vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox , trục $(O; \vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy . Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy .



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy

Hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy .

2. Tọa độ vectơ

Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy . Ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x; y)$ để $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{i}, \overrightarrow{OA_2} = y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

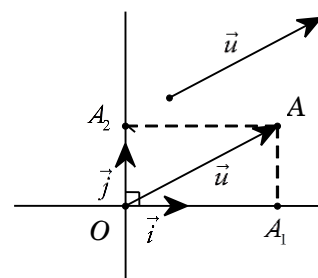
Cặp số $x; y$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với hệ tọa độ Oxy và viết

$\vec{u} = (x; y)$ hoặc $\vec{u}(x; y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$. Như vậy

$$\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai Vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{u}' = (x'; y')$ thì $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$



Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

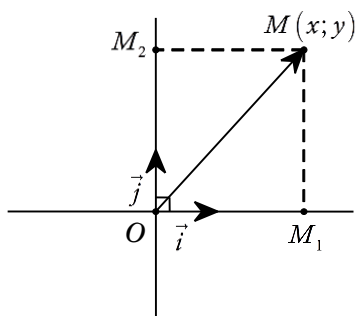
3. Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = (x; y)$. Khi đó ta viết

$M = (x; y)$ hoặc $M(x; y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M . Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M , tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M .

$$M = (x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1 \perp Ox$, $MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}$, $y = \overline{OM_2}$.

4. Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vector trong mặt phẳng

Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

III. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP TOÁN VECTO

Định lý: Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

$$1) \vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$2) \vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$$

$$3) k\vec{u} = (kx; ky)$$

$$4) \vec{u}' \text{ cùng phương } \vec{u} (\vec{u} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

$$5) \text{ Cho } A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \text{ thì } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

IV. TỌA ĐỘ TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG - TỌA ĐỘ TRỌNG TÂM CỦA TAM GIÁC

1. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng

Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm

$I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

2. Tọa độ trọng tâm của tam giác

Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm

$G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Tìm tọa độ của một điểm; tọa độ vector; độ dài đại số của vector và chứng minh hệ thức liên quan trên trục $(O; \vec{i})$

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 2 điểm A, B có tọa độ lần lượt là $-2; 1$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \overline{AB} = 3\vec{i}$.

Ví dụ 2: Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 2 điểm A, B có tọa độ lần lượt 3 và -5 . Tọa độ trung điểm I của AB là.

Lời giải

Tọa độ điểm I là: $x_I = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$.

Ví dụ 3: Trên trục $(O; \vec{i})$ cho 3 điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $a; b; c$. Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Lời giải

Gọi điểm I có tọa độ là x .

$$\overline{IA} = a - x \Rightarrow \overline{IA} = (a - x)\vec{i};$$

$$\overline{IB} = b - x \Rightarrow \overline{IB} = (b - x)\vec{i};$$

$$\overline{IC} = c - x \Rightarrow \overline{IC} = (c - x)\vec{i};$$

$$\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow (a + b + c - 3x)\vec{i} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow a + b + c - 3x = 0 \Rightarrow x = \frac{a + b + c}{3}.$$

Ví dụ 4: Trên trục $(O; \vec{i})$, cho ba điểm A, B, C lần lượt có tọa độ là $-5; 2; 4$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overline{MA} + 4\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

Gọi điểm M có tọa độ là x .

$$\overline{MA} = -5 - x \Rightarrow \overline{MA} = (-5 - x)\vec{i};$$

$$\overline{MB} = 2 - x \Rightarrow \overline{MB} = (2 - x)\vec{i};$$

$$\overline{MC} = 4 - x \Rightarrow \overline{MC} = (4 - x)\vec{i};$$

$$2\overline{MA} + 4\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow (-10 - 2x)\vec{i} + (8 - 4x)\vec{i} + (12 - 3x)\vec{i} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow 10 - 9x = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{9}.$$

Ví dụ 5. Trên trục tọa độ $O; \vec{i}$ cho 4 điểm A, B, C, D bất kỳ. Chứng minh $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$.

Lời giải

Nhận thấy tọa độ điểm $M(1; -1; 0)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d .

Cách 1: Giả sử tọa độ các điểm A, B, C, D lần lượt là a, b, c, d .

$$\text{Ta có } \overline{AB}.\overline{CD} = b - a \quad d - c = bd + ac - bc - ad$$

$$\overline{AC}.\overline{DB} = c - a \quad b - d = bc + ad - cd - ab$$

$$\overline{AD}.\overline{BC} = d - a \quad c - b = cd + ab - ac - bd$$

$$\text{Cộng vế với vế lại ta được } \overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} = 0$$

$$\text{Cách 2: } \overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} =$$

$$\overline{AB}.\overline{AD} - \overline{AB}.\overline{AC} + \overline{AC}.\overline{AB} - \overline{AC}.\overline{AD} + \overline{AD}.\overline{AC} - \overline{AD}.\overline{AB} = 0.$$

$$= \overline{AB}.\overline{AD} - \overline{AB}.\overline{AC} + \overline{AC}.\overline{AB} - \overline{AC}.\overline{AD} + \overline{AD}.\overline{AC} - \overline{AD}.\overline{AB} = 0.$$

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [0H1-5.2-1] Trên trục tọa độ $(O; \vec{e})$, các điểm A, B và C có tọa độ lần lượt là $-1; 2$ và 3 . Tìm giá trị của $\overline{AB} + 2\overline{AC}$.

A. 11.

B. 1.

C. 7.

D. -11 .

Lời giải

Chọn A.

$$\overline{AB} = 2 - (-1) = 3, \quad \overline{AC} = 3 - (-1) = 4 \Rightarrow \overline{AB} + 2\overline{AC} = 3 + 2.4 = 11.$$

Câu 2: [0H1-4.1-2] Cho trục tọa độ $(O, \vec{e})$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\overline{AB} = \overline{AB}$.

B. $\overline{AB} = \overline{AB}.\vec{e}$.

C. Điểm M có tọa độ là a đối với trục tọa độ $(O, \vec{e})$ thì $|\overline{OM}| = a$.

D. $|\overline{AB}| = \overline{AB}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo lý thuyết sách giáo khoa thì C đúng.

Câu 3: Trên trục $(O; \vec{i})$, cho ba điểm A, B lần lượt có tọa độ là $2; -6$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{IB}$.

A. 4.

B. -4 .

C. 5.

D. -10 .

Câu 4: Trên trục $(O; \vec{i})$, cho ba điểm M, N lần lượt có tọa độ là $-2; 3$. Độ dài đại số của $\overline{MN}$ là:

A. 5.

B. -5 .

C. 1.

D. -1 .

Dạng 2: Tìm tọa độ điểm, tọa độ vector trên mặt phẳng Oxy

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

Lời giải

M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$.

Ví dụ 2. Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; 3 - 2) = (-3; 1)$.

Ví dụ 3. Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị $(\vec{i}; \vec{j})$ như thế nào?

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}$.

Ví dụ 4. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1; 3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AC}$?

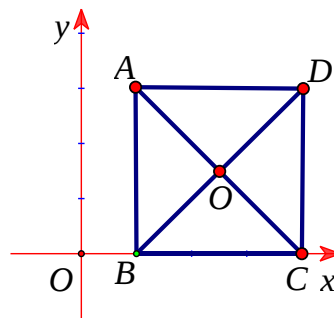
Lời giải

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Vì điểm $A(1; 3)$ suy ra $AB = 3$, $OB = 1$

Do đó $B(1; 0)$, $C(4; 0)$, $D(4; 3)$

Vậy $\overrightarrow{AC} = (3; -3)$.



Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$

cạnh a và $\angle BAD = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O ;

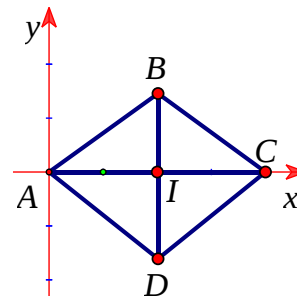
C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

Lời giải

Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có $BI = AB \sin \angle BAI = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



Suy ra $A(0;0)$, $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$, $C(a\sqrt{3};0)$, $D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};-\frac{a}{2}\right)$.

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ $\vec{i}$ là

A. $\vec{i} = (0; 0)$.

B. $\vec{i} = (0; 1)$.

C. $\vec{i} = (1; 0)$.

D. $\vec{i} = (1; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 2. [0H1-5.3-1] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5; 2)$, $B(10; 8)$ Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

A. $(15; 10)$.

B. $(2; 4)$.

C. $(5; 6)$.

D. $(50; 16)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 6)$.

Câu 3. [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng Oxy cho $A = (5; -2)$, $B = (10; 8)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}(15;10)$.

B. $\overrightarrow{AB}(2;4)$.

C. $\overrightarrow{AB}(5;10)$.

D. $\overrightarrow{AB}(50;16)$.

Lời giải

Chọn C

$A = (5; -2)$, $B = (10; 8) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5; 10)$.

Câu 4: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 4)$ và $B(3; 5)$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$.

B. $\overrightarrow{BA} = (1; 2)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (4; 9)$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$.

Câu 5: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 3)$, $B(7; 8)$. Tìm tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{AB}$

A. $(15; 10)$.

B. $(2; 5)$.

C. $(2; 6)$.

D. $(-2; -5)$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2; 5)$.

Câu 6. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9; 7)$, $C(11; -1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{MN}$?

A. $(2; -8)$.

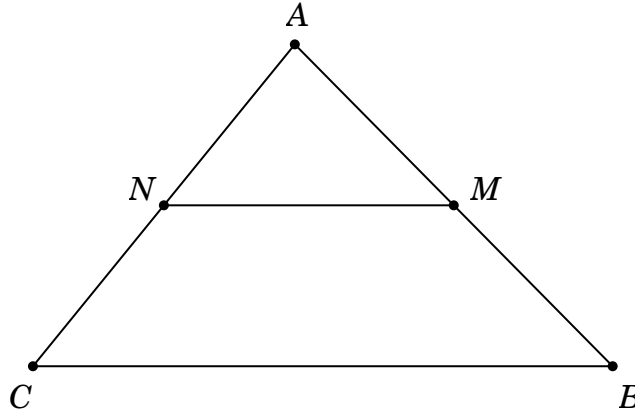
B. $(1; -4)$.

C. $(10; 6)$.

D. $(5; 3)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(2; -8) = (1; -4)$.

Câu 7. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có gốc O làm tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

A. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = AB$.

B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$.

D. $x_B = -x_C, y_B = -y_C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CB}| = AB$. (do $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$).

Câu 8. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(3; -4)$ Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy . Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{OM_1} = -3$.

B. $\overrightarrow{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3; -4)$.

D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M_1 = (3; 0)$, $M_2 = (0; -4)$

A. Sai vì $\overline{OM_1} = 3$.

B. Sai vì $\overline{OM_2} = -4$.

C. Sai vì $\overline{OM_1} - \overline{OM_2} = \overline{M_2M_1} = (3; 4)$.

Câu 10. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$, $C \in Ox$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB}$ có tung độ khác 0.

B. A, B có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ khác 0.

D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $OABC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{OC} = (x_C; 0)$.

Câu 11. Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overline{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overline{OA}$. Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC . Gọi x_A, x_B, x_C lần lượt là hoành độ các điểm A, B, C . Giá trị của biểu thức $x_A + x_B + x_C$ bằng:

A. 0.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{a}{2}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(-\frac{a}{2}; 0\right)$, $C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$ suy ra $x_A + x_B + x_C = 0$.

Câu 12. Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overline{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overline{OA}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$.

B. $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

C. $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0\right)$.

D. $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$.

Lời giải**Chọn A**

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Câu 13. Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$. Biết $\vec{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\vec{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

- A.** $G(0;1)$. **B.** $G(-1;0)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(-4;0)$, $C(4;0)$, $B(0;3)$, $D(0;-3) \Rightarrow G(0;1)$.

Dạng 3: Xác định tọa độ điểm, vector liên quan đến biểu thức dạng $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

{các bài toán tìm tâm I , bán kính R , xác định xem một phương trình có phải là phương trình mặt cầu hay không, tìm điều kiện (có chứa tham số m) để một phương trình là phương trình mặt cầu, các bài toán về họ mặt cầu, bài toán quỹ tích....}

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong không gian Oxy , cho hai vector $\vec{a}(1;3)$, $\vec{b}(3;-4)$. Tìm tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b}$?

Lời giải

Ta có $\vec{a} - \vec{b} = (1-3; 3-(-4)) = (-2; 7)$.

Ví dụ 2. Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Tìm x để Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

Lời giải

Ta có $x = 2.x + 3.(-5) \Leftrightarrow x = 15$.

Ví dụ 3. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\vec{AD} = -3\vec{AB}$ là:

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x_D - 1 = -3(0-1) \\ y_D - 0 = -3(-2-0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(4;6)$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\vec{AM} + \vec{AB} = \vec{0}$ là

Lời giải

Ta có: $3\vec{AM} + \vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4-1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0;4)$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3-x_M) - (2-1) = 4(x_M-2) \\ 2(3-y_M) - (-5-4) = 4(y_M+5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $(6; -9)$ B. $(4; -5)$ **C. $(-6; 9)$** D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{a} - \vec{b} = (-1-5; 2-(-7)) = (-6; 9).$$

Câu 2. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4; 6)$ **B. $(2; -2)$** C. $(4; -6)$ D. $(-3; -8)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (3+(-1); -4+2) = (2; -2).$$

Câu 3. [0H1-5.3-1] Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A. $(0; 1)$. B. $(1; -1)$ C. $(-1; 1)$ **D. $(1; 1)$**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \vec{i} = (1; 0), \vec{j} = (0; 1) \Rightarrow \vec{i} + \vec{j} = (1; 1)$$

Câu 4. [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (-1; 3)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $(6; -19)$. B. $(13; -29)$. C. $(-6; 10)$. **D. $(-13; 23)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} \vec{a} = (-1; 3) \\ \vec{b} = (5; -7) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\vec{a} = (-3; 9) \\ 2\vec{b} = (10; -14) \end{cases} \Rightarrow 3\vec{a} - 2\vec{b} = (-13; 23).$$

- Câu 5:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; 4)$. Tọa độ $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ là
- A. $\vec{c} = (-1; -4)$. B. $\vec{c} = (4; 1)$. C. $\vec{c} = (1; 4)$. D. $\vec{c} = (-1; 4)$.

Lời giải**Chọn C.**

Ta có: $\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b} = 4(1; 2) - (3; 4) = (1; 4)$.

- Câu 6:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; -2)$ và $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Tọa độ của vector $\vec{c}$ là
- A. $(13; -4)$. B. $(13; 4)$. C. $(-13; 4)$. D. $(-13; -4)$.

Lời giải**Chọn A.**

Ta có: $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(2; 1) + 3(3; -2) = (13; -4)$.

- Câu 7:** [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (2; 7)$, $\vec{b} = (-3; 5)$. Tọa độ của vector $\vec{a} - \vec{b}$ là.
- A. $(5; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-5; -2)$. D. $(5; -2)$.

Lời giải.**Chọn A.**

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (2; 7) - (-3; 5) = (5; 2)$.

- Câu 8:** [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ là
- A. $(-4; 6)$. B. $(4; -6)$. C. $(1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.**Chọn C.**

$$\begin{cases} \vec{a} = (3; -4) \\ \vec{b} = (-1; 2) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{b} = (-2; 4) \\ \Rightarrow \vec{a} + 2\vec{b} = (1; 0).$$

- Câu 9:** [0H1-5.3-1] Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của $\vec{i} - \vec{j}$ là
- A. $(0; 1)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} \vec{i} = (1; 0) \\ \vec{j} = (0; 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{i} - \vec{j} = (1; -1).$$

- Câu 10:** [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$ với $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là:
 A. $\vec{c} = (-1; 4)$. B. $\vec{c} = (4; -1)$. **C. $\vec{c} = (1; 4)$.** D. $\vec{c} = (-1; -4)$.

Lời giải.**Chọn C.**

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b} = 4(1; 2) - (3; 4) = (1; 4).$$

- Câu 11:** [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (1; 5)$, $\vec{b} = (-2; 1)$. Tính $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.
 A. $\vec{c} = (7; 13)$. B. $\vec{c} = (1; 17)$. **C. $\vec{c} = (-1; 17)$.** D. $\vec{c} = (1; 16)$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{a} = (1; 5) \\ \vec{b} = (-2; 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\vec{a} = (3; 15) \\ 2\vec{b} = (-4; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = (-1; 17).$$

- Câu 12:** [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ và $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.
 A. $\vec{c} = (1; -1)$. **B. $\vec{c} = (3; -5)$.** C. $\vec{c} = (-3; 5)$. D. $\vec{c} = (2; 7)$.

Lời giải**Chọn B**

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (2\vec{i} - 3\vec{j}) - (-\vec{i} + 2\vec{j}) = 3\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{c} = (3; -5).$$

- Câu 13:** [0H1-5.3-1] Cho hai vector $\vec{a} = (1; -4)$; $\vec{b} = (-6; 15)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$
 A. $(7; 19)$. **B. $(-7; 19)$.** C. $(7; -19)$. D. $(-7; -19)$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có } \vec{u} + \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{b} - \vec{a} = (-7; 19).$$

- Câu 14:** [0H1-5.3-1] Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{b} = \vec{0}$, $\vec{b} = (2; -3)$.
 A. $(2; -3)$. B. $(-2; -3)$. **C. $(-2; 3)$.** D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} + \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = -\vec{b} = (-2; 3)$.

Câu 15. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$$

- A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. **C. $(-3; -3)$.** D. $(-2; -3)$.

Lời giải**Chọn C**

Gọi $E(x; y)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CB}$$

$$(x-1; y-1) = 2(-2; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=-4 \\ y-1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy $E(-3; -3)$.

Câu 16. [0H1-5.3-2] Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. **B. $\vec{u} = (9; -11)$** C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có } \vec{u} = 2(2; -4) - (-5; 3) = (9; -11).$$

Câu 17: [0H1-5.3-2] Cho 3 điểm $A(-4; 0)$, $B(-5; 0)$, $C(3; 0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}.$$

- A. $(-2; 0)$.** B. $(2; 0)$. C. $(-4; 0)$. D. $(-5; 0)$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } M \in Ox \text{ nên } M(x; 0). \text{ Do } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \text{ nên } x = \frac{-4-5+3}{3} = -2.$$

Câu 18: [0H1-5.3-2] Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. B. $\vec{b} = (-1; 5)$. C. $\vec{a} + \vec{b} = (2; 7)$. **D. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$.**

Lời giải**Chọn D**

$$\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (-1; 5) \Rightarrow \vec{a} - \vec{b} = (4; -3).$$

Câu 19: [0H1-5.3-2] Cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{v} = -5\vec{i} - \vec{j}$. Gọi $(X; Y)$ là tọa độ của $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ thì tích XY bằng:

A. -57.

B. 57.

C. -63.

D. 63.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = 2(2\vec{i} - 3\vec{j}) - 3(-5\vec{i} - \vec{j}) = 19\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow X = 19, Y = -3 \Rightarrow XY = -57.$$

Dạng 4: Xác định tọa độ các điểm của một hình

PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3).$$

Ví dụ 2. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

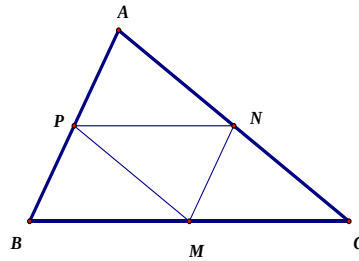
Lời giải

Gọi $C(x; y)$.

$$\text{Vì } O \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}.$$

Ví dụ 3. Cho $M(2;0)$, $N(2;2)$, $P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của $\triangle ABC$. Tọa độ B là:

Lời giải



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên
$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Toạ độ của điểm P là

Lời giải

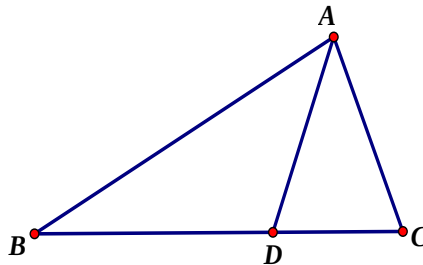
Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

G là trọng tâm tam giác MNP nên ta có:
$$\begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC với $AB=5$ và $AC=1$. Tính toạ độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A , biết $B(7; -2), C(1; 4)$.

Lời giải



Theo tính chất đường phân giác: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow DB = 5DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -5\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DB} = (7-x; -2-y); \overrightarrow{DC} = (1-x; 4-y)$.

Suy ra:
$$\begin{cases} 7-x = -5(1-x) \\ -2-y = -5(4-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Vậy $D(2; 3)$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C , D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

Suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 3 = 1 - x_D \\ 2 + 1 = -4 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [0H1-5.3-1] Cho $A(4; 0)$, $B(2; -3)$, $C(9; 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $(3; 5)$.

B. $(5; 1)$.

C. $(15; 9)$.

D. $(9; 15)$.

Lời giải

Chọn B

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{4 + 2 + 9}{3} \\ y_G = \frac{-3 + 6}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 5 \\ y_G = 1 \end{cases} \Rightarrow G(5; 1).$$

Câu 2. [0H1-5.3-1] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $(-3; 4)$.

B. $(4; 0)$.

C. $(\sqrt{2}; 3)$.

D. $(3; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có tọa độ } G = \left(\frac{3+1+5}{3}; \frac{5+2+2}{3} \right) = (3; 3).$$

Câu 3. [0H1-5.3-1] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

- A. $(6; 4)$. B. $(2; 10)$. **C. $(3; 2)$.** D. $(8; -21)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } I = \left(\frac{2+4}{2}; \frac{-3+7}{2} \right) = (3; 2).$$

Câu 4. [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A=(3;5)$, $B=(1;2)$, $C=(5;2)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:

- A. $(-3;4)$. B. $(4;0)$. C. $(\sqrt{2};3)$. **D. $(3;3)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $G(x_G; y_G)$ là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G = (3; 3).$$

Câu 5: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(-1; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là:

- A. $(3; 3)$. **B. $(2; 2)$.** C. $(1; 1)$. D. $(4; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Để } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow G(2; 2).$$

Câu 6: [0H1-5.3-1] Cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2;3)$, $B(5;4)$, $C(2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là

- A. $(3;3)$** B. $(2;2)$ C. $(1;1)$ D. $(4;4)$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow G(3;3).$$

- Câu 7:** [0H1-5.3-1] Cho hai điểm $B(3;2)$, $C(5;4)$. Toạ độ trung điểm M của BC là
A. $M = (-8;3)$. **B.** $M(4;3)$. **C.** $M(2;2)$. **D.** $M = (2;-2)$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_C + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M(4;3).$$

- Câu 8:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho ba điểm $A(5;-2)$, $B(0;3)$, $C(-5;-1)$. Khi đó trọng tâm $\triangle ABC$ là:
A. $G(0;11)$. **B.** $G(1;-1)$. **C.** $G(10;0)$. **D.** $G(0;0)$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow G(0;0).$$

- Câu 9:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:
A. $I(6;4)$ **B.** $I(2;10)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(8;-21)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I(3;2).$$

- Câu 10:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$ và $C(2;0)$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(3;7)$. **B.** $G(6;3)$. **C.** $G\left(-3, \frac{7}{3}\right)$ **D.** $G\left(2; \frac{7}{3}\right)$.

Lời giải.**Chọn D.**

$$\text{Đề } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow G\left(2; \frac{7}{3}\right).$$

Câu 11: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(4;7)$.

B. $I(-2;3)$.

C. $I\left(2; \frac{7}{2}\right)$.

D. $I\left(-2; \frac{7}{2}\right)$.

Lời giải.**Chọn C.**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I\left(2; \frac{7}{2}\right).$$

Câu 12: [0H1-5.3-1] Cho tam giác ABC với $A(-3;6)$; $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là :

A. $C(5;-4)$.

B. $C(5;4)$.

C. $C(-5;4)$.

D. $C(-5;-4)$.

Lời giải.**Chọn C.**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Rightarrow C(-5;4).$$

Câu 13: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2)$, $B(1;-5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB .

A. $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$.

B. $G\left(\frac{5}{3}; 2\right)$.

C. $G(1;3)$.

D. $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải**Chọn A**

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B}{3} = \frac{0+4+1}{3} = \frac{5}{3} \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B}{3} = \frac{0+2-5}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3}; -1\right).$$

Câu 14. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$ và trọng tâm là gốc O . Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $(-1; -7)$.**B. $(2; -2)$.****C. $(-3; -5)$.****D. $(1; 7)$.****Lời giải****Chọn A**

$$\text{Gọi } C(x; y). \text{ Ta có } O \text{ là trọng tâm} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}$$

Vậy $C(-1; -7)$.

Câu 15. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6; 1)$, $B(-3; 5)$ và trọng tâm $G(-1; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

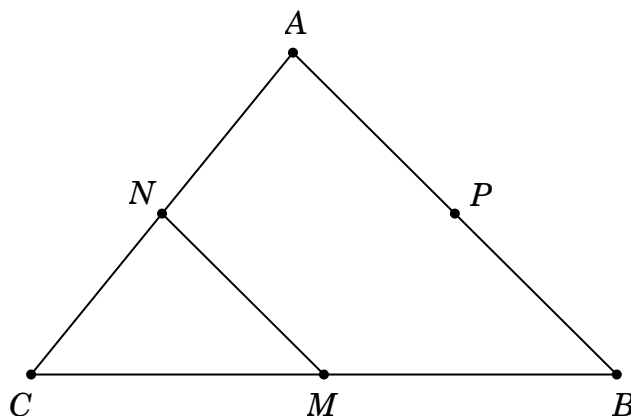
A. $(6; -3)$.**B. $(-6; 3)$.****C. $(-6; -3)$.****D. $(-3; 6)$.****Lời giải****Chọn C**

$$\text{Gọi } C(x; y). \text{ Ta có } G \text{ là trọng tâm} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6+(-3)+x}{3} = -1 \\ \frac{1+5+y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy $C(-6; -3)$.

Câu 16. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2; 3)$, $N(0; -4)$, $P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?

A. $(1; 5)$.**B. $(-3; -1)$.****C. $(-2; -7)$.****D. $(1; -10)$.****Lời giải****Chọn B**



Gọi $A(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow (x+1; y-6) = (-2; -7)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=-2 \\ y-6=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}. \text{ Vậy } A(-3; -1)..$$

Câu 17. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(6; 5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4; 3)$.

B. $(3; 4)$.

C. $(4; 4)$.

D. $(8; 6)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x; y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-1; y-1) = (3; 3)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ y-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy $D(4; 4)$.

Câu 18. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(5; 5)$.

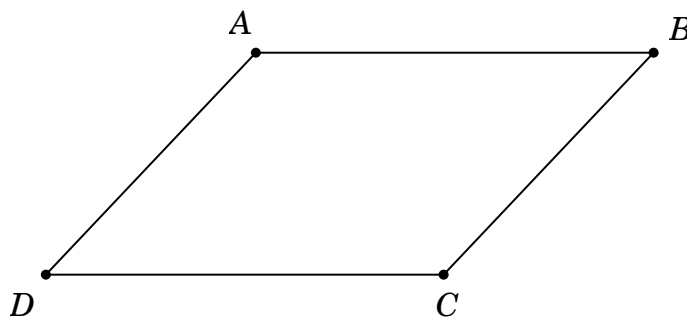
B. $(5; -2)$.

C. $(5; -4)$.

D. $(-1; -4)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $D(x; y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-2; y-1) = (3; 4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy $D(5; 5)$.

Câu 19. [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A=(-1;3), B=(2;0), C=(6;2)$. Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(9;-1)$.

B. $(3;5)$.

C. $(5;3)$.

D. $(-1;9)$.

Lời giải

Chọn B

$ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -3), \overrightarrow{DC} = (6-x; 2-y), D(x; y)$.

$$\text{Nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-x=3 \\ 2-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow D(3;5).$$

Câu 20: [0H1-5.3-2] Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;1), B(-1;2), C(0;1)$. Tọa độ điểm D là:

A. $(2;0)$.

B. $(-2;0)$

C. $(-2;2)$.

D. $(2;-2)$

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $D(x, y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (-2;1), \overrightarrow{DC} = (-x;1-y)$

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -x=-2 \\ 1-y=1 \end{cases} \Rightarrow D(2;0).$$

Câu 21: [0H1-5.3-2] Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CA, AB . Biết $A(1;3), B(-3;3), C(8;0)$. Giá trị của $x_M + x_N + x_P$ bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 6.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có : M là trung điểm $BC \Rightarrow x_M = \frac{5}{2}$

N là trung điểm $AC \Rightarrow x_N = \frac{9}{2}$

P là trung điểm $AB \Rightarrow x_P = -1$

$$\Rightarrow x_M + x_N + x_P = \frac{5}{2} + \frac{9}{2} - 1 = 6$$

Câu 22: [0H1-5.3-2] Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;0), B(0;-1), C(4;4)$. Toạ độ đỉnh D là:

A. $D(2;3)$.B. $D(6;3)$.C. $D(6;5)$ D. $D(2;5)$.

Lời giải.

Chọn D.

Gọi $D(x,y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2;-1), \overrightarrow{DC} = (4-x;4-y)$

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x=2 \\ 4-y=-1 \end{cases} \Rightarrow D(2;5).$$

Câu 23: [0H1-5.3-2] Cho tam giác ABC với $A(-5;6), B(-4;-1)$ và $C(4;3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành:

A. $D(3;10)$.B. $D(3;-10)$.C. $D(-3;10)$.D. $D(-3;-10)$.

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $D(x,y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (1;-7), \overrightarrow{DC} = (4-x;3-y)$

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x=1 \\ 3-y=-7 \end{cases} \Rightarrow D(3;10).$$

Dạng 5: Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai vector. Phân tích một vector qua hai vector không cùng phương
PHẦN 1: CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Lời giải

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4), \overrightarrow{AM} = (-1; y-2)$. Do đó, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với

$$\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10. \text{ Vậy } M(0; 10).$$

Ví dụ 2. Cho các vector $\vec{a} = (4; -2), \vec{b} = (-1; -1), \vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vector $\vec{b}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$.

Lời giải

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1), B(2; 2-2m), C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m), \overrightarrow{AC} = (4; 4)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3), B(-3; 6), C(1; -2)$. Xác định điểm E trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, E thẳng hàng.

Lời giải

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE} = (x+3; y-6), \overrightarrow{EC} = (1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

Lời giải

Gọi $I(x;y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y = 3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

PHẦN 2: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [0H1-5.4-1] Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương thì:

A. $m = -6$.

B. $m = 6$.

C. $m = -\frac{2}{3}$.

D. $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} = (2; -3) \text{ và } \vec{b} = (1; m) \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{m}{-3} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}.$$

Câu 2: [0H1-5.4-1] Hai vectơ nào có tọa độ sau đây là cùng phương?

A. $(1; 0)$ và $(0; 1)$.

B. $(2; 1)$ và $(2; -1)$.

C. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$.

D. $(3; -2)$ và $(6; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{i} = (1; 0)$ và $-\vec{i} = (-1; 0)$ cùng phương.

Câu 3. [0H1-5.4-2] Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(-2; -2)$, $C(-7; -7)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $G(2; 2)$ là trọng tâm tam giác ABC .

B. B ở giữa hai điểm A và C .

C. A ở giữa hai điểm B và C .

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (6; 6)$ và $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$

Vậy A ở giữa hai điểm B và C .

Câu 4. [0H1-5.4-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-1; 5)$, $B(5; 5)$, $C(-1; 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A, B, C thẳng hàng.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Câu 5. [0H1-5.4-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 3)$, $\overrightarrow{CD} = (-8; -6) = -2\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Câu 6. [0H1-5.4-2] Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng.

B. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ cùng hướng.

D. $2\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2; -8)$

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \Rightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \Rightarrow \vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = 3 > 0 \Rightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

Câu 7. [0H1-5.4-2] Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} = (-5; 0), \vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vector đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

C. $\vec{u} = (4; 2), \vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

D. $\vec{a} = (6; 3), \vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (-5; 0) = \frac{5}{4}(-4; 0) = \frac{5}{4}\vec{b} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

Câu 8: [0H1-5.4-2] Các điểm và các vector sau đây cho trong hệ trục $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (giả thiết m, n, p, q là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\vec{a} = (m; 0) \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{i}$.

B. $\vec{b} = (0; n) \Leftrightarrow \vec{b} // \vec{j}$.

C. Điểm $A(n; p) \in x'Ox \Leftrightarrow n = 0$.

D. $A(0; p), B(q; p)$ thì $AB // x'Ox$.

Lời giải

Chọn C

$A(n; p) \in x'Ox \Leftrightarrow p = 0$.

Câu 9: [0H1-5.4-2] Hai vector nào sau đây **không** cùng phương:

A. $\vec{a} = (3; 5)$ và $\vec{b} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{10}{7}\right)$.

B. $\vec{c}$ và $-4\vec{c}$.

C. $\vec{i} = (1; 0)$ và $\vec{m} = \left(-\frac{5}{2}; 0\right)$.

D. $\vec{m} = (-\sqrt{3}; 0)$ và $\vec{n} = (0; -\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{m} = (-\sqrt{3}; 0)$ và $\vec{n} = (0; -\sqrt{3})$. Ta có: $a_1b_2 - a_2b_1 = (-\sqrt{3})(-\sqrt{3}) - 0 = 3 \neq 0$

Vậy $\vec{m}$ và $\vec{n}$ không cùng phương.

Câu 10: [0H1-5.4-2] Cho $\vec{u} = (2x-1; 3)$, $\vec{v} = (1; x+2)$. Có hai giá trị x_1, x_2 của x để $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$. Tính $x_1.x_2$.

A. $\frac{5}{3}$.

B. $-\frac{5}{3}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{u}, \vec{v} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{2x-1}{1} = \frac{3}{x+2} \text{ (với } x \neq -2)$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0. \text{ Vậy } x_1.x_2 = -\frac{5}{2}.$$

Câu 11: [0H1-5.4-2] Trong mặt phẳng Oxy, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 1)$, $\vec{c} = (-4; 2)$. Biết $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{i}$.

B. $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{i}$.

C. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{j}$.

D. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{i}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } \vec{u} = (x; y). \text{ Ta có } \begin{cases} x = 3.1 + 2.(-3) + 4.(-4) = -19 \\ y = 3.2 + 2.1 + 4.2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (-19; 16).$$

Câu 11: [0H1-5.5-2] Cho bốn điểm $A(2; 5)$, $B(1; 7)$, $C(1; 5)$, $D(0; 9)$. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng:

A. A, B, C.

B. A, C, D.

C. B, C, D.

D. A, B, D.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB}(-1; 2), \overrightarrow{AC}(-1; 0), \overrightarrow{AD}(-2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow A, B, D \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 12. [0H1-5.5-2] Trong hệ tọa độ Oxy, cho 4 điểm $A(3; 0)$, $B(4; -3)$, $C(8; -1)$, $D(-2; 1)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. B, C, D.

B. A, B, C.

C. A, B, D.

D. A, C, D.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC} = (5; -1); \overrightarrow{AD} = (-5; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD}. \text{ Vậy ba điểm } A, C, D \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 13. [0H1-5.5-2] Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2m; -m), B(2m; m)$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng AB đi qua O ?

A. $m = 3$.

B. $m = 5$.

C. $\forall m \in \mathbb{R}$.

D. Không có m .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA} = (-2m; -m)$, $\overrightarrow{OB} = (2m; m)$. Đường thẳng AB đi qua O khi $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ cùng phương. Mặt khác ta thấy $\overrightarrow{OA} = (-2m; -m) = -(2m; m) = -\overrightarrow{OB}, \forall m \in \mathbb{R}$ nên AB đi qua $O, \forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 14. [0H1-5.5-2] Cho 2 điểm $A(-2; -3), B(4; 7)$. Tìm điểm $M \in y'Oy$ thẳng hàng với A và B .

A. $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

B. $M\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

C. $M(1; 0)$.

D. $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn B

$M \in y'Oy \Rightarrow M(0; m)$. $\overrightarrow{AM} = (2; m+3); \overrightarrow{AB} = (6; 10)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\frac{2}{6} = \frac{m+3}{10} \Leftrightarrow 3(m+3) = 10 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

Câu 15. [0H1-5.5-2] Ba điểm nào sau đây **không** thẳng hàng ?

A. $M(-2; 4), N(-2; 7), P(-2; 2)$.

B. $M(-2; 4), N(5; 4), P(7; 4)$.

C. $M(3; 5), N(-2; 5), P(-2; 7)$.

D. $M(5; -5), N(7; -7), P(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

C. $\overrightarrow{MN} = (-5; 0), \overrightarrow{MP} = (-5; 2) \Rightarrow \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ không cùng phương $\Rightarrow M, N, P$ không thẳng hàng.

Câu 16: [0H1-5.5-2] Cho ba điểm $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng ?

A. $m = 10$.

B. $m = -6$.

C. $m = 2$.

D. $m = -10$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (4; 4); \overrightarrow{AC} = (m-2; 8)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{m-2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m = 10$.

Câu 17: [0H1-5.5-2] Cho $A(0; -2)$, $B(-3; 1)$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với trục $x'Ox$.

- A. $M(-2; 0)$. B. $M(2; 0)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. D. $M(0; -2)$.

Lời giải

Chọn A

$$M(x; 0) \in x'Ox \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (x; 2); \overrightarrow{AB} = (-3; 3).$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{-3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = -2.$$

$$\text{Vậy, } M(-2; 0).$$

Câu 18: [0H1-5.5-2] Cho bốn điểm $A(1; -1)$, $B(2; 4)$, $C(-2; -7)$, $D(3; 3)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

- A. A, B, C . B. A, B, D . C. B, C, D . D. A, C, D .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (1; 5), \overrightarrow{AC} = (-3; -6), \overrightarrow{AD} = (2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \Rightarrow A, C, D \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 19: [0H1-5.5-2] Cho hai điểm $M(-2; 2)$, $N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

- A. $P(0; 4)$. B. $P(0; -4)$. C. $P(-4; 0)$. D. $P(4; 0)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } P \in Ox \text{ nên } P(x; 0), \text{ mà } \overrightarrow{MP} = (x+2; -2); \overrightarrow{MN} = (3; -1)$$

$$\text{Do } M, N, P \text{ thẳng hàng nên } \frac{x+2}{3} = \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 20: [0H1-5.7-2] Cho 3 vector $\vec{a} = (5; 3)$; $\vec{b} = (4; 2)$; $\vec{c} = (2; 0)$. Hãy phân tích vector $\vec{c}$ theo 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. C. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. D. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Giả sử } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}, \text{ ta có: } \begin{cases} 5m + 4n = 2 \\ 3m + 2n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 3 \end{cases}.$$

Câu 21. [0H1-5.4-3] Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-2; -3)$, $D(-2; -1)$.

Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0; -1)$.

Chọn khẳng định đúng

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng.

D. Cả ba đều đúng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2)$, $\overrightarrow{DC} = (0; -2) \xrightarrow{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}} ABCD$ là hình bình hành.

Trung điểm AC là $(0; -1) \Rightarrow$ (III) đúng.

$\overrightarrow{AC} = (-4; -4)$, $\overrightarrow{BD} = (-4; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 16 \neq 0 \Leftrightarrow AC, BD$ không vuông góc nhau.

Câu 22. [0H1-5.3-3] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1; 0)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 7)$ và $\overrightarrow{AM} = (m-2; 3)$.

Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3)$, $B(-3; 6)$, $C(1; -2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

C. $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6), \overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3=2(1-x) \\ y-6=2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3), B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), C(1;-2), D(15;0)$. Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC.

A. $I\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải**Chọn D**

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của BD và AC.

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15; y), \overrightarrow{DB}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra $\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x+23y-15=0$ (1)

$\overrightarrow{AI}(x-6; y-3), \overrightarrow{AC}(-5; -5)$ cùng phương suy ra $\frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x-y-3=0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng BD và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 25. Cho ba điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD=5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$. **B.** $\left(-\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{7}; \frac{15}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $2\overrightarrow{BD}=5\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BD}(x_D; y_D-1), \overrightarrow{DC}(3-x_D; -y_D)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right).$$

Câu 26. Cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

A. $M_1(0;1)$, $M_2(3;2)$. **B.** $M_1(1;0)$, $M_2(3;2)$. **C.** $M_1(1;0)$, $M_2(2;3)$. **D.** $M_1(0;1)$, $M_2(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \pm 3\overrightarrow{BM}$

Gọi $M(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BM}(x-2; y-1)$; $\overrightarrow{BC}(-3; -3)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -3 = 3(x-2) \\ -3 = 3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} -3 = -3(x-2) \\ -3 = -3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1;0)$, $M_2(3;2)$.

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B, D của hình bình hành.

A. $B(2;1)$, $D(0;1)$. **B.** $B(0;1)$; $D(4;-1)$. **C.** $B(0;1)$; $D(2;1)$. **D.** $B(2;1)$, $D(4;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có I là trung điểm AC nên $C(4;-1)$

Gọi $D(2a; a) \Rightarrow B(2-2a; 2-a)$

$\overrightarrow{AK}(1;-1)$, $\overrightarrow{AB}(4-2a;-1-a)$

Vì $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1} = \frac{-1-a}{-1} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow D(2;1)$, $B(0;1)$.

CHUYÊN ĐỀ
VECTO
(CHƯƠNG 1 LỚP 10)

Ban thực hiện	Tên giáo viên	Đơn vị công tác
GV Soạn	Thầy Phạm Phú Quốc	Trường THPT Nguyễn Tri Phương (Lâm Đồng)
GV phản biện	Thầy Nguyễn Thanh Tâm	Trung tâm BDVH_LTĐH Số 1 Tây Ninh (Tây Ninh)
TT Tổ soạn	Cô Phạm Thị Hoài	Trường THCS Nguyễn Hiền (Nha Trang)
TT Tổ phản biện	Thầy Nguyễn Văn Vũ	Trường THPT YaLy (Gia Lai)
Người triển khai	Thầy Phạm Lê Duy	Trường THPT Chu Văn An (An Giang)

BÀI 5. ÔN TẬP CHƯƠNG 1

- Câu 1:** [0H1-1.1-1] Vectơ có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là
A. AB . **B.** $|\overrightarrow{AB}|$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 2:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.
A. $\vec{u} = (-8; -6)$. **B.** $\vec{u} = (8; 6)$. **C.** $\vec{u} = (-4; -3)$. **D.** $\vec{u} = (4; 3)$.
- Câu 3:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .
A. $C(1; -4)$. **B.** $C(1; 0)$. **C.** $C(1; 4)$. **D.** $C(9; -4)$.
- Câu 4:** [0H1-1.1-1] Xét các mệnh đề sau
 (I): Vectơ $\vec{0}$ không là vectơ có độ dài bằng 0.
 (II): Vectơ $\vec{0}$ không là vectơ có nhiều phương.
A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** (I) và (II) đúng. **D.** (I) và (II) sai.
- Câu 5:** [0H1-2.6-1] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng
A. $2a$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.
- Câu 6:** [0H1-3.2-1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
A. $I(1; 3)$. **B.** $I(-1; -3)$. **C.** $I(3; 2)$. **D.** $I(3; -2)$.
- Câu 7:** [0H1-3.3-1] Cho tam giác ABC với $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2; -1)$. Tọa độ đỉnh C là
A. $(6; -4)$. **B.** $(6; -3)$. **C.** $(4; -5)$. **D.** $(2; 1)$.
- Câu 8:** [0H1-3.1-1] Cho các điểm A, B, C, D và số thực k . Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $AB = |k|CD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$. **B.** $AB = kCD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = |k|CD$. **D.** $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = kCD$.
- Câu 9:** [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ là
A. $\vec{u} = (2; 2)$. **B.** $\vec{u} = (-4; 1)$. **C.** $\vec{u} = (1; -4)$. **D.** $\vec{u} = (-1; 4)$.
- Câu 10:** [0H1-1.1-1] Mệnh đề nào sau đây sai?
A. G là trọng tâm $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. Ba điểm A, B, C bất kì thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

C. I là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ với mọi điểm M .

D. $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 11: [0H1-1.1-1] Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 12: [0H1-5.3-1] Cho hai điểm $A(-3;1)$ và $B(1;-3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;-2)$.

B. $(-1;-1)$.

C. $(4;-4)$.

D. $(-4;4)$.

Câu 13: [0H1-5.3-1] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (3;-4)$, $\vec{b} = (-1;2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

A. $\vec{a} + \vec{b} = (4;-6)$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = (2;-2)$.

C. $\vec{a} + \vec{b} = (-4;6)$.

D. $\vec{a} + \vec{b} = (-3;-8)$.

Câu 14: [0H1-2.5-1] Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 15: [0H1-2.4-1] Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức véc tơ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 16: [0H1-1.1-2] Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; O là trung điểm của IJ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Câu 17: [0H1-1.1-2] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Câu 18: [0H1-1.5-2] Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Câu 19: [0H1-1.6-2] Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 20: [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{IC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 21: [0H1-1.5-2] Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4$. B. Đáp án khác. C. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 12$. D. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4\sqrt{5}$.

Câu 22: [0H1-2.4-2] Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N). B. $50\sqrt{3}$ (N). C. $100\sqrt{3}$ (N). D. Đáp án khác.

Câu 23: [0H1-5.3-2] Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $\vec{u} = (9; -5)$. B. $\vec{u} = (-1; 5)$. C. $\vec{u} = (7; -7)$. D. $\vec{u} = (9; -11)$.

Câu 24: [0H1-1.1-2] Cho 4 điểm A , B , C , D . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MA}$ là $N \equiv M$.
 B. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.
 C. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là $A \equiv B$.
 D. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai vectơ đối nhau là $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Câu 25: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2; -2)$; $B(5; -4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$.

A. $G\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$. B. $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $G(1; -2)$. D. $G\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$

Câu 26: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -3)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1; 0)$.
 B. Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(3; -1)$.
 C. Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1; 3)$.
 D. Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0; -3)$.

Câu 27: [0H1-1.1-2] Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $ABCD$ là hình thoi.

C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $ABCD$ là hình thang cân.

Câu 28: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho ba điểm $A(-2;5)$, $B(2;2)$, $C(10;-5)$. Tìm điểm $E(m;1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

A. $E(-2;1)$.

B. $E(0;1)$.

C. $E(2;1)$.

D. $E(-1;1)$.

Câu 29: [0H1-2.7-2] Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

A. $R = 2a$.

B. $R = 3a$.

C. $R = a$.

D. $R = a\sqrt{2}$.

Câu 30: [0H1-3.5-2] Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=1$.

B. $a+b = \frac{1}{2}$.

C. $a+b = \frac{3}{4}$.

D. $a+b = \frac{1}{4}$.

Câu 31: [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC . Gọi I, J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 32: [0H1-3.6-2] Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

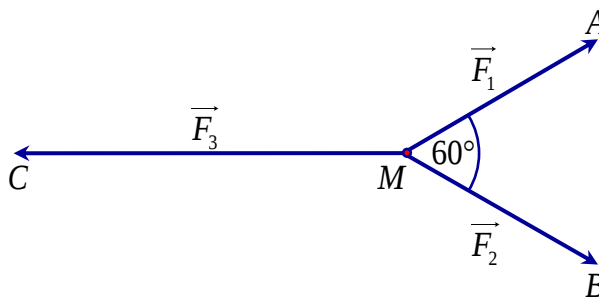
A. M trùng C .

B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

C. M trùng B .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Câu 33: [0H1-3.5-2] Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng 25N và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là



A. $25\sqrt{3}\text{N}$.

B. $50\sqrt{3}\text{N}$.

C. $50\sqrt{2}\text{N}$.

D. $100\sqrt{3}\text{N}$.

Câu 34: [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Câu 35: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; 3)$ và tâm $I(-1; 1)$. Biết điểm $M(4; 9)$ nằm trên đường thẳng AD và điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành?

A. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

B. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-4; -2)$, $D(2; 4)$.

C. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-1; 4)$, $D(-1; -2)$.

D. Tọa độ các đỉnh $C(4; 1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

Câu 36: [0H1-5.7-3] Cho tứ giác $ABCD$ trên cạnh AB , CD lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 37: [0H1-5.5-4] Cho $\triangle ABC$. Gọi M , N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M , N , P thẳng hàng.

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

Câu 38: [0H1-5.8-3] Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = \frac{1}{2}|\vec{b}| = 1$, $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15}$. Đặt $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{v} = 2k\vec{a} - \vec{b}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của k sao cho $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$

A. $k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

B. $k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

C. $k = 5 + \frac{\sqrt{17}}{2}$.

D. $k = 5 \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 39: [0H1-5.7-3] Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB , CD lấy lần lượt các điểm M , N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 40: [0H1-5.8-3] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Câu 41: [0H1-5.8-3] Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$. B. $E(3; 0)$. C. $E(1; 0)$. D. $E(2; 0)$.

Câu 42: [0H1-2.0-3] Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2. B. 4. C. 8. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 43: [0H1-3.7-3] Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

- A. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
- B. M nằm trên đường trung trực của BC .
- C. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
- D. M nằm trên đường thẳng qua trung điểm AB và song song với BC .

Câu 44: [0H1-3.5-3] Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm được xác định: $4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AM}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 45: [0H1-1.5-3] Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: [0H1-1.5-3] Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
- C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Câu 47: [0H1-1.5-3] Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 48: [0H1-5.0-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 49: [0H1-1.5-3] Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB=a$, $CD=2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

A. $\frac{5a}{2}$. B. $\frac{7a}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 50: [0H1-5.3-3] Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $B(1; -3)$ và $C(1; 2)$. Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của $\triangle ABC$, biết $AB=3$, $AC=4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$. B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$. C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$. D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 51: [0H1-5.3-3] Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

A. $(2; 4)$. B. $(0; 4)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 0)$.

Câu 52: [0H1-3.5-3] Cho hai lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $300(N)$ và $400(N)$. $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(N)$. B. $700(N)$. C. $100(N)$. D. $500(N)$.

Câu 53: [0H1-3.0-3] Cho tam giác ABC , M và N là hai điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A , M , N thẳng hàng.

A. 3. B. $-\frac{1}{3}$. C. 2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 54: [0H1-3.7-4] Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho:
 $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

- A. Tập hợp các điểm M là một đường tròn.
- B. Tập hợp của các điểm M là một đường thẳng.
- C. Tập hợp các điểm M là tập rỗng.
- D. Tập hợp các điểm M chỉ là một điểm trùng với A .

Câu 55: [0H1-3.0-4] Tam giác ABC là tam giác nhọn có AA' là đường cao. Khi đó vectơ $\vec{u} = (\tan B)\overrightarrow{A'B} + (\tan C)\overrightarrow{A'C}$ là

A. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$. B. $\vec{u} = \vec{0}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:

Câu 1: [0H1-1.1-1] Vectơ có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là

- A. AB . B. $|\overrightarrow{AB}|$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 2: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.

- A. $\vec{u} = (-8; -6)$. B. $\vec{u} = (8; 6)$. C. $\vec{u} = (-4; -3)$. D. $\vec{u} = (4; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\overrightarrow{AB} = (8; 6).$$

Câu 3: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $C(1; -4)$. B. $C(1; 0)$. C. $C(1; 4)$. D. $C(9; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điểm } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_I - x_A - x_B \\ y_C = 3y_I - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3 - 3 - (-1) = 1 \\ y_C = -3 - (-1) - 2 = -4 \end{cases}$$

Vậy điểm $C(1; -4)$.

Câu 4: [0H1-1.1-1] Xét các mệnh đề sau

(I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.

(II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn C.

Véc tơ – không là véc tơ có điểm đầu, điểm cuối trùng nhau nên có độ dài bằng 0.

Véc tơ – không cùng phương với mọi véc tơ.

Câu 5: [0H1-2.6-1] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Câu 6: [0H1-3.2-1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I(1; 3)$. B. $I(-1; -3)$. C. $I(3; 2)$. **D. $I(3; -2)$.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB: \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2).$$

Câu 7: [0H1-3.3-1] Cho tam giác ABC với $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2; -1)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(6; -4)$. B. $(6; -3)$. **C. $(4; -5)$.** D. $(2; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = -5 \end{cases}.$$

Vậy $C(4; -5)$.

Câu 8: [0H1-3.1-1] Cho các điểm A, B, C, D và số thực k . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AB = |k|CD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$. B. $AB = kCD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = |k|CD$. D. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = kCD$.

Lời giải

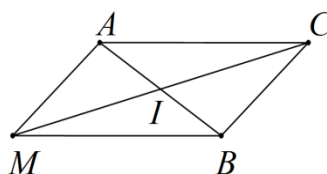
Chọn C.

Theo định nghĩa phép nhân véc tơ với một số.

Câu 9: [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ là

- A. $\vec{u} = (2; 2)$. B. $\vec{u} = (-4; 1)$. **C. $\vec{u} = (1; -4)$.** D. $\vec{u} = (-1; 4)$.

Lời giải

Chọn C.Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (4; -6)$, $\overrightarrow{BC} = (-3; 2)$.Nên $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (1; -4)$.**Câu 10:** [0H1-1.1-1] Mệnh đề nào sau đây **sai**?**A.** G là trọng tâm $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.**B.** Ba điểm A, B, C bất kì thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.**C.** I là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ với mọi điểm M .**D.** $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.**Lời giải****Chọn C.**Với mọi điểm M , ta dựng hình bình hành $AMBC$.Khi đó, theo quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$.**Câu 11:** [0H1-1.1-1] Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?**A.** $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.**B.** $\overrightarrow{AG} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.**C.** $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.**D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.**Lời giải****Chọn C.**Gọi M là trung điểm BC , ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.**Câu 12:** [0H1-5.3-1] Cho hai điểm $A(-3; 1)$ và $B(1; -3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là**A.** $(-2; -2)$.**B.** $(-1; -1)$.**C.** $(4; -4)$.**D.** $(-4; 4)$.**Lời giải****Chọn C.** $\overrightarrow{AB} = (1 - (-3); -3 - 1) = (4; -4)$.**Câu 13:** [0H1-5.3-1] Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.**A.** $\vec{a} + \vec{b} = (4; -6)$.**B.** $\vec{a} + \vec{b} = (2; -2)$.**C.** $\vec{a} + \vec{b} = (-4; 6)$.**D.** $\vec{a} + \vec{b} = (-3; -8)$.**Lời giải****Chọn B.**

$$\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); -4 + 2) = (2; -2).$$

Câu 14: [0H1-2.5-1] Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MP}$.

B. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{PR}$.

C. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MR}$.

D. $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RN} = \vec{MN}$.

Câu 15: [0H1-2.4-1] Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $\vec{CD} + \vec{CB} = \vec{CA}$.

B. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

C. $\vec{BA} + \vec{BD} = \vec{BC}$.

D. $\vec{CD} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

Câu 16: [0H1-1.1-2] Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; O là trung điểm của IJ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} - \vec{BC})$.

B. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.

C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$.

D. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{IA} + \vec{AC} + \vec{CJ} + \vec{IB} + \vec{BD} + \vec{DJ}) = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$ suy ra **C.** đúng.

$\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{DB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$ suy ra **B.** đúng.

$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 2(\vec{OI} + \vec{OJ}) = \vec{0}$ suy ra **D.** đúng.

Câu 17: [0H1-1.1-2] Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\vec{BA} + \vec{DA} = \vec{BA} + \vec{DC}$.

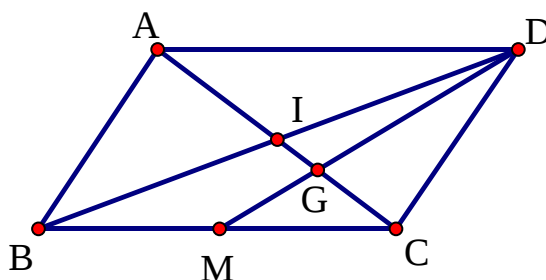
B. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.

C. $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |\vec{DA} + \vec{DC}|$.

D. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\vec{BA} + \vec{DA} = \vec{BA} + \vec{DC} \Leftrightarrow \vec{DA} = \vec{DC}$ (vô lý) $\rightarrow$ A sai.

G là trọng tâm tam giác BCD ; A là một điểm nằm ngoài tam giác $BCD \rightarrow$ đẳng thức ở đáp án B đúng.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}|$ và $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}|$. Mà $|\overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{BD}| \rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IC}$ đối nhau, có độ dài bằng nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; tương tự $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \rightarrow$ đáp án D là đúng.

Câu 18: [0H1-1.5-2] Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$

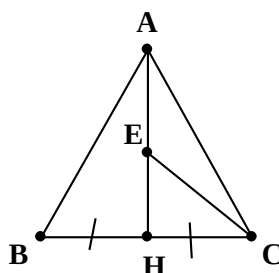
A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$. C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$. **D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |2\overrightarrow{CE}| = 2CE$ (với E là trung điểm của AH).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 19: [0H1-1.6-2] Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. **C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.** D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.

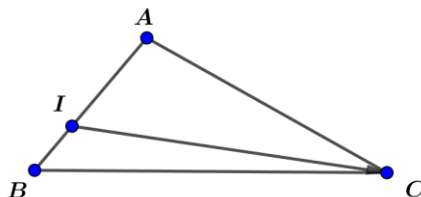
Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$.

Câu 20: [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. **C. $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.** D. $\overrightarrow{IC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C.



$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}.$$

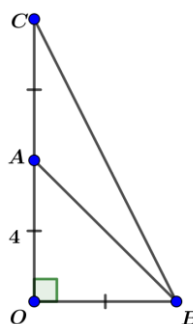
$$\text{Vậy } \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

Câu 21: [0H1-1.5-2] Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

- A. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4$. B. Đáp án khác. C. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 12$. D. $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.



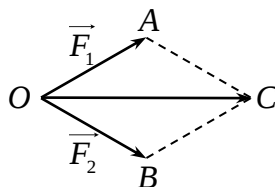
$$\text{Dựng } \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} \Rightarrow |2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{OC^2 + OB^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

Câu 22: [0H1-2.4-2] Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

- A. 100 (N) . B. $50\sqrt{3} \text{ (N)}$. C. $100\sqrt{3} \text{ (N)}$. D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $AOB = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3}(\text{N})$.

Câu 23: [0H1-5.3-2] Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $\vec{u} = (9; -5)$. B. $\vec{u} = (-1; 5)$. C. $\vec{u} = (7; -7)$. D. $\vec{u} = (9; -11)$.

Lời giải

Chọn D.

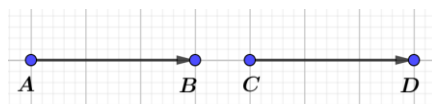
Ta có $\vec{a} = (2; -4)$ và $\vec{b} = (-5; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = (9; -11)$.

Câu 24: [0H1-1.1-2] Cho 4 điểm A, B, C, D . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Điều kiện cần và đủ để $\vec{NA} = \vec{MA}$ là $N \equiv M$.
 B. Điều kiện cần và đủ để $\vec{AB} = \vec{CD}$ là tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.
 C. Điều kiện cần và đủ để $\vec{AB} = \vec{0}$ là $A \equiv B$.
 D. Điều kiện cần và đủ để $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là hai vectơ đối nhau là $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.



Xét 4 điểm A, B, C, D thẳng hàng và $\vec{AB} = \vec{CD}$ nhưng $ABDC$ không là hình bình hành.

Câu 25: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2; -2)$; $B(5; -4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$.

- A. $G\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$. B. $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $G(1; -2)$. D. $G\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_O}{3} = \frac{-2 + 5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_O}{3} = \frac{-2 - 4}{3} = -2 \end{cases}$$

Vậy $G(1; -2)$.

Câu 26: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -3)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1; 0)$.

B. Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(3; -1)$.

C. Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1; 3)$.

D. Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy

+ Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1; 0)$. Đáp án A đúng.

+ Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(-1; 3)$. Đáp án B sai.

+ Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1; 3)$. Đáp án C đúng.

+ Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0; -3)$. Đáp án D đúng.

Câu 27: [0H1-1.1-2] Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $ABCD$ là hình thoi.

C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn D.

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1), nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 28: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; 5)$, $B(2; 2)$, $C(10; -5)$. Tìm điểm $E(m; 1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

A. $E(-2; 1)$.

B. $E(0; 1)$.

C. $E(2; 1)$.

D. $E(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-4; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (8; -7) \Rightarrow \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên A, B, C không thẳng hàng, $\overrightarrow{CE} = (m-10; 6)$. Để $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE thì $\overrightarrow{CE}$ cùng chiều với $\overrightarrow{BA}$

$\Rightarrow \frac{m-10}{-4} = \frac{6}{3} > 0 \Leftrightarrow m = 2$. Vậy $E(2; 1)$.

Câu 29: [0H1-2.7-2] Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

A. $R = 2a$.

B. $R = 3a$.

C. $R = a$.

D. $R = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB})^2 + 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})^2 = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 2OA^2 + OB^2 + 2OC^2 + OD^2 + 2\overrightarrow{MO} \underbrace{(2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD})}_{\vec{0}} = 9a^2$$

$$\Leftrightarrow 6MO^2 + 3a^2 = 9a^2 \Leftrightarrow MO = a.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm O bán kính $R = a$.

Câu 30: [0H1-3.5-2] Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

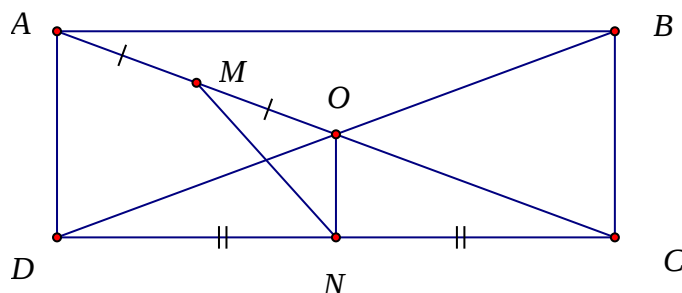
B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{3}{4}$.

D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$$

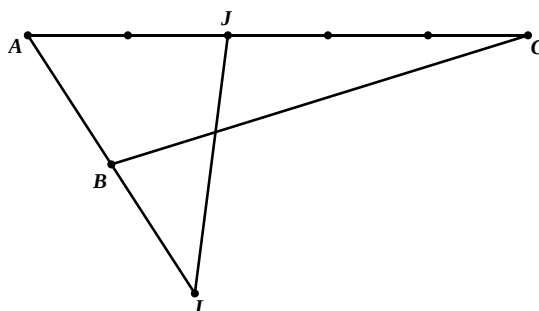
$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}; b = \frac{3}{4}. \text{ Vậy } a + b = 1.$$

Câu 31: [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC . Gọi I, J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D.



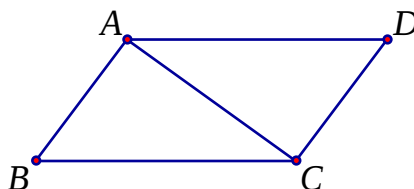
Ta có: $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC} = \frac{2}{5}\vec{AC} - 2\vec{AB}$.

Gọi M là trung điểm AB , ta có: $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM} = \vec{DA}$.

- Câu 32:** [0H1-3.6-2] Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ là
- A. M trùng C .
 - B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.
 - C. M trùng B .
 - D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Lời giải

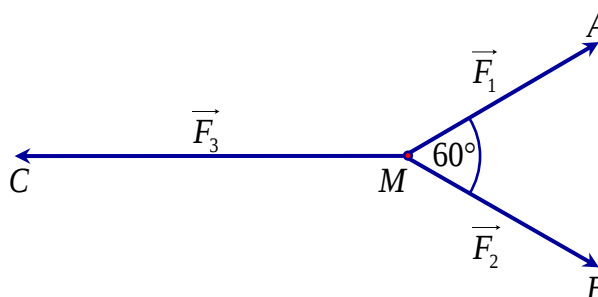
Chọn D.



$$\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{BA} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{CM} = \vec{BA}.$$

Vậy M thỏa mãn $CBAM$ là hình bình hành.

- Câu 33:** [0H1-3.5-2] Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25N và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



A. $25\sqrt{3}\text{N}$.

B. $50\sqrt{3}\text{N}$.

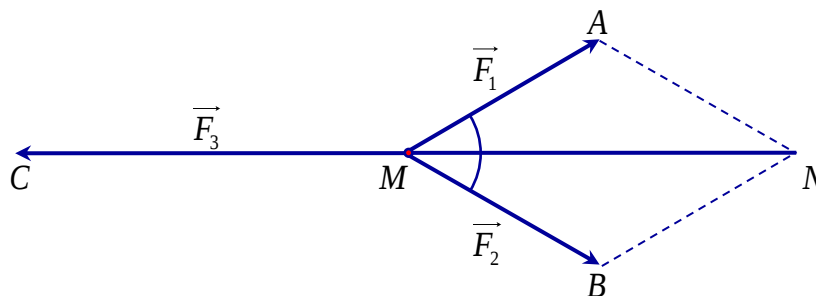
C. $50\sqrt{2}\text{N}$.

D. $100\sqrt{3}\text{N}$.

Lời giải

Chọn A.

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

Câu 34: [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

A. $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

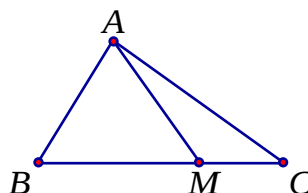
B. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

C. $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$.

D. $\vec{AM} = \frac{2}{5}\vec{AB} + \frac{3}{5}\vec{AC}$.

Lời giải

Chọn A.



Cách 1: Ta có $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{2}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

Cách 2: Ta có $MB = 2MC \Leftrightarrow \vec{MB} = -2\vec{MC}$ (vì $\vec{MB}$ và $\vec{MC}$ ngược hướng)

$$\Leftrightarrow \vec{AB} - \vec{AM} = -2(\vec{AC} - \vec{AM}) \Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}.$$

Câu 35: [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; 3)$ và tâm $I(-1; 1)$. Biết điểm $M(4; 9)$ nằm trên đường thẳng AD và điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành?

A. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

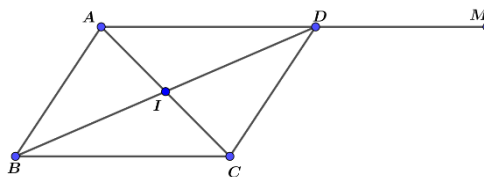
B. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-4; -2)$, $D(2; 4)$.

C. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-1; 4)$, $D(-1; -2)$.

D. Tọa độ các đỉnh $C(4; 1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có I là trung điểm của $AC \Rightarrow C(-4; -1)$.

Điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ $\Rightarrow D(x_D; 2x_D)$.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AD} = (x_D - 2; 2x_D - 3)$.

Mà A, M, D thẳng hàng $\Rightarrow 6(x_D - 2) = 2(2x_D - 3) \Leftrightarrow x_D = 3 \Rightarrow D(3; 6)$.

I là trung điểm $BD \Rightarrow B(-5; -4)$.

Câu 36: [0H1-5.7-3] Cho tứ giác $ABCD$ trên cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

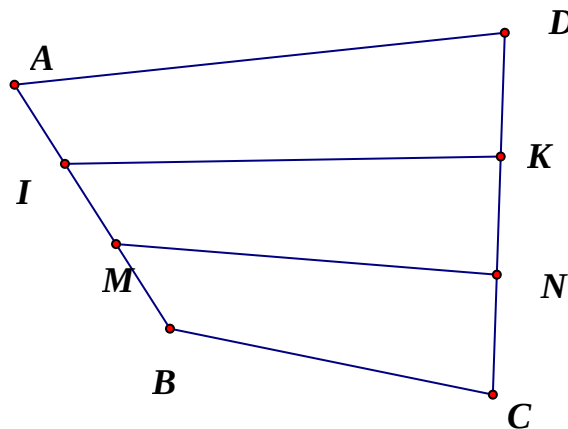
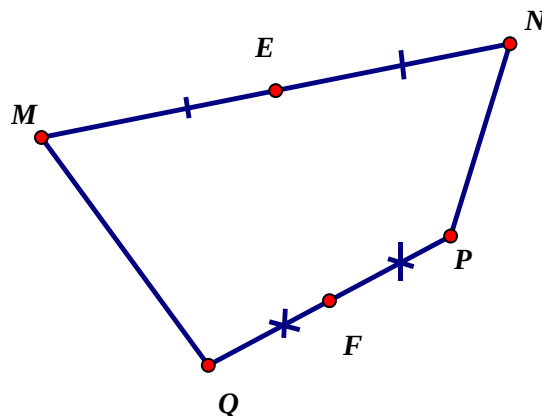
B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta chứng minh bài toán sau:

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của MN, PQ thì ta có: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP})$.

Thật vậy, ta có: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EP} + \overrightarrow{EQ}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{MQ}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP})$

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AM và DN .

Khi đó áp dụng kết quả của bài toán trên ta có: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IK}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MN})\right)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Câu 37: [0H1-5.5-4] Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

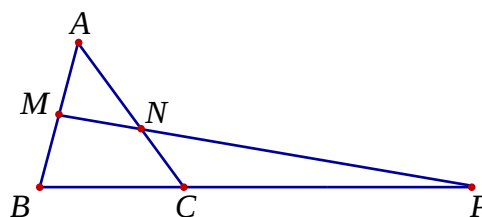
Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Tự luận:

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (1)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{NP} &= \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{BC} \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \left(\frac{1}{k} - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$



Để ba điểm M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{k} - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB} = \frac{3m}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$$

Điều kiện:
$$\begin{cases} \frac{1}{k} - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ -\left(\frac{1}{k} - 1\right) = -\frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $k = \frac{1}{3}$.

Cách 2: Trắc nghiệm:

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{MA}}{\overrightarrow{MB}} = -1$

$$\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP} \Leftrightarrow \overrightarrow{PB} = (1-k)\overrightarrow{PC} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{PB}}{\overrightarrow{PC}} = 1-k$$

$$2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{NC} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{NA}}{\overrightarrow{NC}} = -\frac{3}{2}$$

Theo định lí Mêlêxauýt ba điểm M, N, P thẳng hàng khi

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} \cdot \frac{\overline{PB}}{\overline{PC}} \cdot \frac{\overline{NC}}{\overline{NA}} = 1 \Leftrightarrow (-1) \cdot (1-k) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}.$$

Vậy $k = \frac{1}{3}$.

Câu 38: [0H1-5.8-3] Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = \frac{1}{2}|\vec{b}| = 1, |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15}$. Đặt $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{v} = 2k\vec{a} - \vec{b}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của k sao cho $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$

A. $k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** $k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $k = 5 + \frac{\sqrt{17}}{2}$. **D.** $k = 5 \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15} \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 - 4\vec{a}\vec{b} = 15 \Leftrightarrow 2\vec{a}\vec{b} = 1.$$

$$\vec{u}\vec{v} = (\vec{a} + \vec{b})(2k\vec{a} - \vec{b}) = 2k|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 + (2k-1)\vec{a}\vec{b} = 2k - 4 + \frac{2k-1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \left(|\vec{u}||\vec{v}|\right)^2 &= \left(|(\vec{a} + \vec{b})|| (2k\vec{a} - \vec{b})|\right)^2 = \left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a}\vec{b}\right)\left(4k^2|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 4k\vec{a}\vec{b}\right) \\ &= (5 + 2\vec{a}\vec{b})(4k^2 + 4 - 4k\vec{a}\vec{b}) = 6(4k^2 + 4 - 2k) \Rightarrow |\vec{u}||\vec{v}| = \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)}. \end{aligned}$$

$$(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ \Rightarrow \cos(60^\circ) = \frac{\vec{u}\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2k - 4 + \frac{2k-1}{2}}{\sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)}} \Leftrightarrow \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)} = 6k - 9$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)} = 6k - 9 \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{3}{2} \\ \sqrt{6(4k^2 + 4 - 2k)} = 6k - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{3}{2} \\ 12k^2 - 96k + 57 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{3}{2} \\ k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 39: [0H1-5.7-3] Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB , CD lấy lần lượt các điểm M , N sao cho $3\overline{AM} = 2\overline{AB}$ và $3\overline{DN} = 2\overline{DC}$. Tính vectơ $\overline{MN}$ theo hai vectơ $\overline{AD}$, $\overline{BC}$.

A. $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AD} + \frac{1}{3}\overline{BC}$.

B. $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AD} - \frac{2}{3}\overline{BC}$.

C. $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AD} + \frac{2}{3}\overline{BC}$.

D. $\overline{MN} = \frac{2}{3}\overline{AD} + \frac{1}{3}\overline{BC}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} \\ &= \frac{2}{3}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}. \end{aligned}$$

Câu 40: [0H1-5.8-3] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Do M trên trục hoành $\Rightarrow M(x; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

$$\overrightarrow{AM} = (x-2; 3), \quad \overrightarrow{BM} = (x-3; 4)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có chu vi tam giác } AMB: P_{ABM} &= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(3-x)^2 + 4^2} \geq \sqrt{2} + \sqrt{(x-2+3-x)^2 + (3+4)^2} \\ &\Leftrightarrow P_{ABM} \geq 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x-2}{3-x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right). \end{aligned}$$

Cách 2: Lấy đối xứng A qua Ox ta được $A'(2; 3)$. Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu bằng xảy ra khi M trùng với giao điểm của $A'B$ với Ox .

Câu 41: [0H1-5.8-3] Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$. B. $E(3; 0)$. C. $E(1; 0)$. D. $E(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{EM} = (-1-a; -2); \quad \overrightarrow{EN} = (3-a; 2); \quad \overrightarrow{EP} = (4-a; -1)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP} = (6-3a; -1).$$

$$\text{Do đó: } |\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}| = \sqrt{(6-3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6-3a)^2 + 1} \geq 1.$$

Giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ bằng 1.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6-3a=0 \Leftrightarrow a=2$.

Vậy $E(2; 0)$.

Câu 42: [0H1-2.0-3] Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC=12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2.

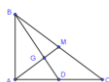
B. 4.

C. 8.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của BC . M cũng là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC tại A .

Ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Mà G là trọng tâm tam giác vuông ABC nên $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Do đó: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Suy ra $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 2|\overrightarrow{GM}| = \frac{2}{3}|\overrightarrow{AM}| = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BC = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 = 4$.

Câu 43: [0H1-3.7-3] Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

A. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

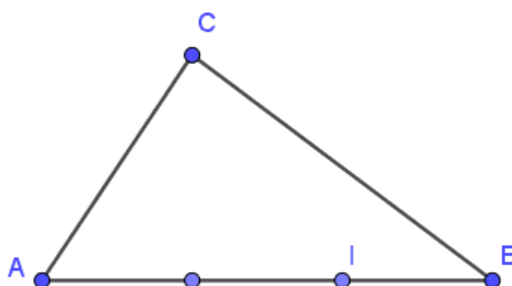
B. M nằm trên đường trung trực của BC .

C. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

D. M nằm trên đường thẳng qua trung điểm AB và song song với BC .

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA}$, ta có:

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{MI}.$$

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA}.$$

$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MI}| = 6|\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = 2AB.$$

Vậy M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.

Câu 44: [0H1-3.5-3] Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm được xác định: $4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AM}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } 4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) - 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 45: [0H1-3.5-3] Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GB} - (-\overrightarrow{GB}) \text{ vì } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |2\overrightarrow{GB}| = 2GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 46: [0H1-1.5-3] Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Lời giải

Chọn A.

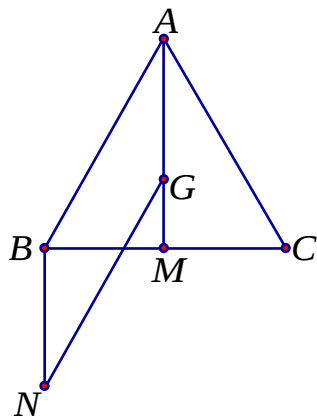
Gọi M là trung điểm BC . Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2}BC$. Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 47: [0H1-1.5-3] Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC , dựng điểm N sao cho $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AG}$.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC})| = |2\overrightarrow{GB}| = 2.GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 48: [0H1-5.0-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

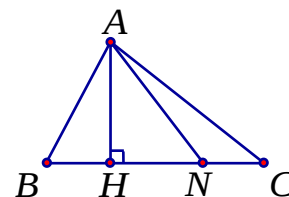
Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

$$\text{Theo đề ta có: } S_{ABN} = 3S_{ACN} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AH.BN = \frac{3}{2}AH.CN \Leftrightarrow BN = 3CN$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = -3(\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BC}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BC} (*)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BN} = (x_N - 2; y_N - 3); \overrightarrow{BC} = (-3; -5).$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_N - 2) = 3(-3) \\ 4(y_N - 3) = 3(-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -\frac{1}{4} \\ y_N = -\frac{3}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right).$$



Câu 49: [0H1-1.5-3] Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = a$, $CD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

A. $\frac{5a}{2}$.

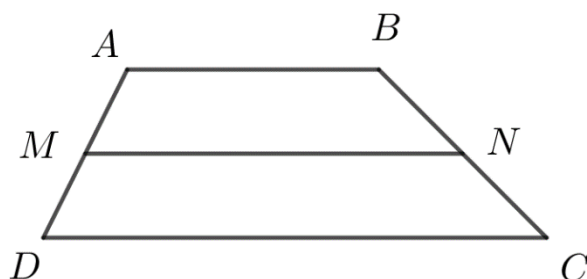
B. $\frac{7a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có M, N là trung điểm của AD và BC nên $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } |\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}| &= |\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MA}| \\ &= |\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{NM}| = |\overrightarrow{NM}| = NM = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{3a}{2}. \end{aligned}$$

Câu 50: [0H1-5.3-3] Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $B(1; -3)$ và $C(1; 2)$. Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của $\triangle ABC$, biết $AB = 3$, $AC = 4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$.

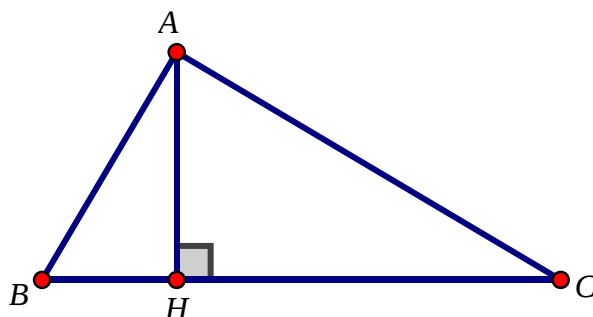
B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$.

C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$.

D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB$. Do đó: $\frac{CH}{BH} = \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow HC = \frac{16}{9}HB$.

Mà $\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HB}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{HC} = -\frac{16}{9}\overrightarrow{HB}$.

Khi đó, gọi $H(x; y)$ thì $\overrightarrow{HC} = (1-x; 2-y)$, $\overrightarrow{HB} = (1-x; -3-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 1-x = -\frac{16}{9}(1-x) \\ 2-y = -\frac{16}{9}(-3-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(1; -\frac{6}{5}\right).$$

Câu 51: [0H1-5.3-3] Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

$$P \in Oy \Rightarrow P(0; y).$$

$$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0).$$

$$\text{Điểm } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}.$$

Câu 52: [0H1-3.5-3] Cho hai lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(\text{N})$.

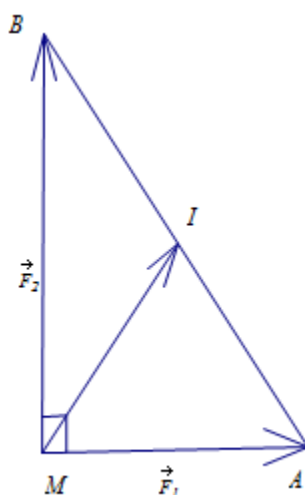
B. $700(\text{N})$.

C. $100(\text{N})$.

D. $500(\text{N})$.

Lời giải

Chọn D.



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.

Câu 53: [0H1-3.0-3] Cho tam giác ABC , M và N là hai điểm thỏa mãn: $\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB}$, $\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

A. 3.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. 2.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AM} = \vec{BC} - \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AM} = -\vec{AC} + 2\vec{BC}$$

$$\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{CA} + \vec{AN} = x\vec{AC} - \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AN} = (x+1)\vec{AC} - \vec{BC}$$

Để A, M, N thẳng hàng thì $\exists k \neq 0$ sao cho $\vec{AM} = k\vec{AN}$

$$\text{Hay } (x+1)\vec{AC} - \vec{BC} = k(-\vec{AC} + 2\vec{BC}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -k \\ -1 = 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-1}{2} \\ x = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Câu 54: [0H1-3.7-4] Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho:

$$|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}| = |2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}|.$$

A. Tập hợp các điểm M là một đường tròn.

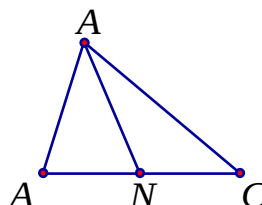
B. Tập hợp của các điểm M là một đường thẳng.

C. Tập hợp các điểm M là tập rỗng.

D. Tập hợp các điểm M chỉ là một điểm trùng với A .

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC} = \vec{0}$.

$$|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}| = |2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}| \Leftrightarrow |2\vec{MI} + \vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC}| = |\vec{BA} + \vec{CA}| \quad (1).$$

Gọi N là trung điểm BC . Ta được: $(1) \Leftrightarrow 2|\vec{MI}| = 2|\vec{AN}| \Leftrightarrow IM = AN$.

I, A, N cố định nên tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I , bán kính AN .

Câu 55: [0H1-3.0-4] Tam giác ABC là tam giác nhọn có AA' là đường cao.

Khi đó vectơ $\vec{u} = (\tan B)\overrightarrow{A'B} + (\tan C)\overrightarrow{A'C}$ là

A. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

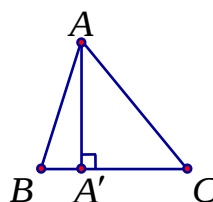
B. $\vec{u} = \vec{0}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.



$$\vec{u} = (\tan B)\overrightarrow{A'B} + (\tan C)\overrightarrow{A'C} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{AA'}{BA'}\overrightarrow{A'B} + \frac{AA'}{CA'}\overrightarrow{A'C}.$$

Ta thấy hai vectơ $\frac{AA'}{BA'}\overrightarrow{A'B}$ và $\frac{AA'}{CA'}\overrightarrow{A'C}$ ngược hướng và độ dài mỗi vectơ bằng AA' nên chúng là hai vectơ đối nhau. Vậy $\vec{u} = \vec{0}$.

Ban thực hiện	Tên giáo viên	Đơn vị công tác
GV Soạn	Thầy Nguyễn Thanh Tâm	TT BDVH_LTĐH Số 1 Tây Ninh (Tây Ninh)
GV phản biện	Cô Phạm Thị Thu Nga	Trường THPT chuyên Lương Văn Chánh (Phú Yên)
TT Tổ soạn	Cô Phạm Thị Hoài	Trường THCS Nguyễn Hiền (Nha Trang)
TT Tổ phản biện	Thầy Nguyễn Văn Vũ	Trường THPT YaLy (Gia Lai)
Người triển khai	Thầy Phạm Lê Duy	Trường THPT Chu Văn An (An Giang)

Chương I: VECTO

KIỂM TRA 1 TIẾT CHƯƠNG 1 BÀI KIỂM TRA SỐ 1

I. MỤC TIÊU:

Kiến thức:

Ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương I.

Kĩ năng:

Chứng minh được đẳng thức vectơ.
 Tìm được điểm thoả mãn các điều kiện cho trước.
 Phân tích được một vectơ qua các vectơ cho trước.
 Sử dụng tốt các tính chất trung điểm và trọng tâm

Thái độ:

Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác.

II. CHUẨN BỊ:

Giáo viên: Giáo án. Đề kiểm tra.

Học sinh: Ôn tập toàn bộ kiến thức chương 1.

III. MA TRẬN ĐỀ:

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA

Mức độ Chủ đề		Biết	Hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao	Tổng	
						Số câu	Số điểm
Các định nghĩa		2 0,8	1 0,4			3	1,2
Tổng và hiệu hai vector		2 0,8	2 0,8	1 0,4		5	2,0
Tích vector với một số		2 0,8	1 0,4	1 0,4	1 0,4	5	2,0
Hệ trục tọa độ		3 1,2	4 2,0	3 1,2	2 0,8	12	4,8
Tổng	Số câu	9	8	5	3	25	
	Số điểm	3,6	3,2	2,0	1,2		10,0

MÔ TẢ MA TRẬN

Kiến thức	Câu	Mô tả
Các định nghĩa	1	NB: Mệnh đề đúng (sai) về khái niệm mối quan hệ giữa hai vectơ cùng phương, cùng hướng, đối nhau, bằng nhau
Các định nghĩa	2	NB: Nhận biết được các véc tơ cùng phương, cùng hướng, bằng nhau trong hình.

Tổng và hiệu hai vector	3	NB: Tính đúng sai của quy tắc 3 điểm đối với phép cộng, trừ hai vector, quy tắc hình bình hành.
Tổng và hiệu hai vector	4	NB: Độ dài của vector là tổng (hiệu) hai vector cho trước (xác định vector tổng, hiệu bằng quy tắc ba điểm)
Tích vector với một số	5	NB: Khái niệm tích một số với vector.
Tích vector với một số	6	NB: Hệ thức véc tơ đối với trọng tâm tam giác.
Hệ trục tọa độ	7	NB: Các công thức liên quan tới tọa độ của vector và các phép toán
Hệ trục tọa độ	8	NB: Xác định tọa độ của vector $\vec{v}$ biết....
Hệ trục tọa độ	9	NB: Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ biết.....
Các định nghĩa	10	TH: Cho $\overrightarrow{AB} \neq 0$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn: $ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} $
Tổng và hiệu hai vector	11	TH: Áp dụng quy tắc cộng trừ vào bài toán vector
Tổng và hiệu hai vector	12	TH: Bài toán liên quan tới các đẳng thức vector
Tích vector với một số	13	TH: Hệ thức véc tơ đối với trung điểm đoạn thẳng hoặc trọng tâm tam giác áp dụng trong rút gọn hệ thức véc tơ.
Hệ trục tọa độ	14	TH: Tìm tọa độ trung điểm hoặc trọng tâm tam giác
Hệ trục tọa độ	15	TH: Tìm điều kiện để hai vector cùng phương hoặc bằng nhau
Hệ trục tọa độ	16	TH: Các phép toán liên quan tới tổng hiệu vecto
Hệ trục tọa độ	17	TH: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(...), C(...)$ và N, M lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$.
Tổng và hiệu hai vector	18	VDT: Bài toán thực tế liên quan tới tổng hiệu 2 vecto
Tích vector với một số	19	VDT: Bài toán tính độ dài tổ hợp vector
Hệ trục tọa độ	20	VDT: Các phép toán liên quan tới các phép toán vector
Hệ trục tọa độ	21	VDT: Tìm tọa độ điểm thỏa mãn 1 đẳng thức vector,.
Hệ trục tọa độ	22	VDT: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ $A(...), B(...)$. Tìm tọa độ $C \in Ox$ sao cho A, B, C thẳng hàng
Tích vector với một số	23	VDC: Tìm điểm M thỏa mãn đẳng thức vector cho trước hoặc bài toán liên quan tới phân tích vector
Hệ trục tọa độ	24	VDC: Bài toán liên quan tới tọa độ đỉnh, trọng tâm tam giác
Hệ trục tọa độ	25	VDC: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (...), \vec{b} = (...), \vec{c} = (...)$. Biết $\vec{c} = m.\vec{a} + n.\vec{b}$. Tính $m+n$

SỞ GD VÀ ĐT ABC
TRƯỜNG THPT

ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT – NĂM HỌC 2018 2019
Môn: TOÁN – Hình học 10, CHƯƠNG I, Đề 1
Thời gian làm bài: 45 phút

Họ và tên: Lớp:	<u>Điểm:</u>
--	---------------------

Chọn đáp án đúng nhất.

- Câu 1.** [0H1-1.1-1] Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.
 B. Có ít nhất hai vector có cùng phương với mọi vector.
 C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.
 D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.
- Câu 2.** [0H1-1.4-1] Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:
- A. 4. B. 6. C. 7. D. 9.
- Câu 3.** [0H1-2.2-1] Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.
- Câu 4.** [0H1-2.5-1] Cho tam giác ABC đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:
- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. Một đáp án khác.
- Câu 5.** [0H1-3.0-1] Cho số thực k và vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Chọn khẳng định **sai**?
- A. Vector $k\vec{a}$ cùng phương với $\vec{a}$ với mọi số thực k .
 B. Vector $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.
 C. Vector $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k \geq 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k \leq 0$ và có độ dài bằng $k \cdot |\vec{a}|$.
 D. Điều kiện cần và đủ để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số k để $\vec{a} = k\vec{b}$.
- Câu 6.** [0H1-3.3-1] Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm tam giác. Trong các biểu thức sau, đâu là biểu thức đúng?
- A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ với điểm M tùy ý.

Câu 7. [0H1-5.7-1] Cho $\vec{u} = (-3; 2); \vec{v} = (2; 3)$. Khi đó $\vec{w} = (-3; 15)$ được biểu diễn là

- A. $\vec{w} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$. B. $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}$. C. $\vec{w} = 3\vec{u} + 3\vec{v}$. D. $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$.

Câu 8. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{u} = (-3; 2), \vec{w} = (7; 3)$. Biết $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}$, tọa độ $\vec{v}$ là

- A. $\left(5; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-5; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(5; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 9. [0H1-5.3-1] Cho $A\left(-4; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(2; \frac{7}{6}\right)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\left(2; \frac{10}{3}\right)$. B. $\left(6; \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(3; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(1; \frac{5}{3}\right)$.

Câu 10. [0H1-3.6-2] Cho hình bình hành $ABCD$ với E là trung điểm của BC ; F là điểm thuộc đường thẳng AC sao cho $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{EF}|$. Có bao nhiêu điểm F thỏa mãn điều kiện đã cho

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 11. [0H1-2.2-2] Cho 5 điểm M, N, P, Q, R . Vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng:

- A. $\overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{PR}$. C. $\overrightarrow{MR}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 12. [0H1-2.5-2] Cho 4 điểm A, B, C, D , Ta có đẳng thức sau:

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 13. [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC , E là điểm trên cạnh BC sao cho $BE = \frac{1}{4}BC$. Hãy chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 14. [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(5; -2), B(0; 3), C(-5; -1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

- A. $(0; 0)$. B. $(10; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(0; 11)$.

Câu 15. [0H1-3.5-2] Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây là cùng phương:

- A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.

C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Câu 16. [0H1-2.2-2] Cho tam giác ABC , gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

Xét các mệnh đề sau: (I) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$, (II) $\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AI}$, (III) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CJ} = \vec{0}$.

Mệnh đề sai là

A. Chỉ (I).

B. (II) và (III)..

C. Chỉ (II).

D. (I) và (III)..

Câu 17. [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(1;3), C(13;5)$ và N, M lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (6;1)$.

B. $\overrightarrow{MN} = (7;4)$.

C. $\overrightarrow{MN} = (12;2)$.

D. $\overrightarrow{MN} = (14;8)$.

Câu 18. [0H1-3.5-3] Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt tại O , có cường độ bằng nhau và tạo với nhau một góc 120° . Biết cường độ lực tổng hợp của hai lực đó là $100(N)$. Tính cường độ của lực $\vec{F}_1$.

A. $|\vec{F}_1| = 100(N)$.

B. $|\vec{F}_1| = 100\sqrt{3}(N)$.

C. $|\vec{F}_1| = 50(N)$.

D. $|\vec{F}_1| = 50\sqrt{3}(N)$.

Câu 19. [0H1-2.6-3] Cho tam giác đều ABC cạnh $AB = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 4\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 6\sqrt{3}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{3}$.

Câu 20. [0H1-2.2-3] Cho 4 điểm A, B, C, D phân biệt. Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $2\overrightarrow{BD}$.

Câu 21. [0H1-5.3-3] Cho hai điểm $M(1;6)$ và $N(6;3)$. Tìm điểm P mà $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{PN}$.

A. $P(11;0)$.

B. $P(6;5)$.

C. $P(2;4)$.

D. $P(0;11)$.

Câu 22. [0H1-5.6-3] Cho hai điểm $M(-2;2), N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$.

B. $P(0;-4)$.

C. $P(-4;0)$.

D. $P(4;0)$.

Câu 23. [0H1-3.5-4] (Quy) Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB = 5, BC = 6, CA = 7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

A. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

B. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.

C. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.

D. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Câu 24. [0H1-3.8-4] Cho $\triangle ABC$ có $A(0;-2), B(4;0), C(1;1)$ và G là trọng tâm. Nếu M là điểm trên đường thẳng d có phương trình $y = 2$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ bé nhất thì tọa độ của vector $\overrightarrow{MG}$ là:

A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right).$

B. $\left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right).$

C. $\left(0; \frac{7}{3}\right).$

D. $\left(0; -\frac{7}{3}\right).$

Câu 25. [0H1-5.3-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (1; -2)$, $\vec{c} = (3; -1)$. Biết $\vec{a} = x\vec{b} + y\vec{c}$. Tính $A = xy - x - y$.

A. $A = -5.$

B. $A = -6.$

C. $A = -3.$

D. $A = -1.$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	A	C	D	C	A	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	D	A	A	A	A	A
21	22	23	24	25					
A	D	C	D	D					

ĐÁP ÁN CHI TIẾT.

Câu 1. [0H1-1.1-1] Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.
 B. Có ít nhất hai vector có cùng phương với mọi vector.
 C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.
 D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.

Lời giải

Chọn A.

Vì Vector không cùng phương với mọi vector.

Câu 2. [0H1-1.3-1] Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

A. 4.

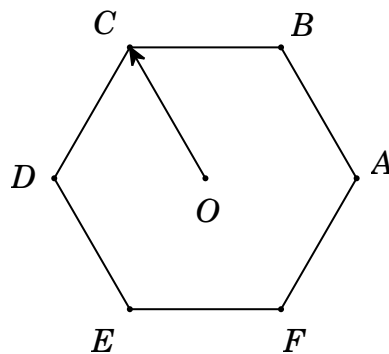
B. 6.

C. 7.

D. 9

Lời giải

Chọn B.



Đó là các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}$.

Câu 3. [0H1-2.2-1] Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Chọn C

Xét các đáp án:

• Đáp án.

A. Ta có $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$. Vậy A sai.

- Đáp án. **B.** Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy B sai.
- Đáp án. **C.** Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. Vậy C đúng.

Câu 4. [0H1-2.6-1] Cho tam giác ABC đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:

- A.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$. **B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. **D.** Một đáp án khác.

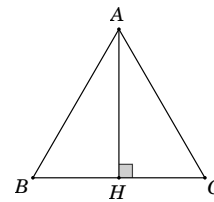
Lời giải

Chọn A.

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta lại có } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$



Câu 5. [0H1-3.0-1] Cho số thực k và vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Chọn khẳng định **sai**?

- A.** Vector $k\vec{a}$ cùng phương với $\vec{a}$ với mọi số thực k .
B. Vector $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.
C. Vector $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k \geq 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k \leq 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.
D. Điều kiện cần và đủ để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số k để $\vec{a} = k\vec{b}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 6. [0H1-3.3-1] Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm tam giác. Trong các biểu thức sau, đâu là biểu thức đúng?

- A.** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ với điểm M tùy ý.

Lời giải

Chọn D.

Câu 7. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{u} = (-3; 2)$, $\vec{v} = (2; 3)$. Khi đó $\vec{w} = (-3; 15)$ được biểu diễn là

- A.** $\vec{w} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$. **B.** $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}$. **C.** $\vec{w} = 3\vec{u} + 3\vec{v}$. **D.** $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử a, b là cặp số thỏa mãn $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x_w = a.x_u + b.x_v \\ y_w = a.y_u + b.y_v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 = -3a + 2b \\ 15 = 2a + 3b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases}$.

Câu 8. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{u} = (-3; 2), \vec{w} = (7; 3)$. Biết $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}$, tọa độ $\vec{v}$ là

A. $\left(5; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(-5; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

D. $\left(5; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử $\vec{v}(a, b)$ thỏa mãn $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x_w = x_u + 2x_v \\ y_w = y_u + 2y_v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 = -3 + 2a \\ 3 = 2 + 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 9. [0H1-5.3-1] Cho $A\left(-4; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(2; \frac{7}{6}\right)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(2; \frac{10}{3}\right)$.

B. $\left(6; \frac{2}{3}\right)$.

C. $\left(3; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(1; \frac{5}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Theo định nghĩa vector, $\overrightarrow{AB}\left(6; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 10. [0H1-1.5-2] Cho hình bình hành $ABCD$ với E là trung điểm của BC ; F là điểm thuộc đường thẳng AC sao cho $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{EF}|$. Có bao nhiêu điểm F thỏa mãn điều kiện đã cho

A. 0.

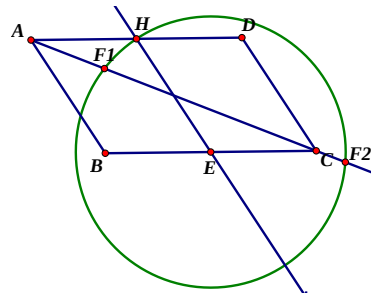
B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.



dựng $EH // AB$. Đường tròn (E, EH) cắt AC tại hai điểm F_1, F_2 .

Câu 11. [0H1-2.2-2] Cho 5 điểm M, N, P, Q, R . Vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng:

A. $\overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

Sử dụng quy tắc cộng:

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP}) + (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$$

Câu 12. [0H1-2.3-2] Cho 4 điểm A, B, C, D . Ta có đẳng thức sau:

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 13. [0H1-3.5-2] Cho tam giác ABC , E là điểm trên cạnh BC sao cho $BE = \frac{1}{4}BC$. Hãy chọn đẳng thức đúng:

A. $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì khi phân tích $\overrightarrow{AE} = h\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$ thì hai số h, k không thể lớn hơn 1, không có số âm và không thể bằng nhau.

Câu 14. [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(5; -2), B(0; 3), C(-5; -1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

A. $(0; 0)$.

B. $(10; 0)$.

C. $(1; -1)$.

D. $(0; 11)$.

Lời giải

Chọn A.

Sử dụng công thức tính tọa độ trọng tâm G khi biết tọa độ ba đỉnh A, B, C .

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Câu 15. [0H1-3.5-2] Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây là cùng phương:

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.

C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Lời giải

Chọn D:

Cách 1: Sử dụng kiến thức nếu $\vec{u} = k\vec{v}$ thì $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Cách 2: Cho $\vec{u}(x; y); \vec{v}(x'; y')$. Lập tỉ số $\frac{x}{x'}; \frac{y}{y'}$, nếu $\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$ thì $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Chú ý: Xét tỉ số dấu trước để loại phương án.

Câu 16. [0H1-2.2-2] Cho tam giác ABC , gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

Xét các mệnh đề sau: (I) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$, (II) $\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AI}$, (III) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CJ} = \vec{0}$.

Mệnh đề sai là

A. Chỉ (I).

B. (II) và (III).

C. Chỉ (II).

D. (I) và (III).

Lời giải

Chọn A:

Sử định nghĩa phép cộng vector

Phân tích phương án nhiễu:

B, C, D: Học sinh nhầm lẫn tính chất vector.

Câu 17. [0H1-2.2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(1;3), C(13;5)$ và N, M lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$

A. $\overrightarrow{MN} = (6;1)$.

B. $\overrightarrow{MN} = (7;4)$.

C. $\overrightarrow{MN} = (12;2)$.

D. $\overrightarrow{MN} = (14;8)$.

Lời giải

Chọn A:

Sử dụng $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$.

Phân tích phương án nhiễu:

B, C, D: Học sinh nhầm lẫn công thức tính tọa độ của vector.

Câu 18. [0H1-3.5-3] Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt tại O , có cường độ bằng nhau và tạo với nhau một góc 120° . Biết cường độ lực tổng hợp của hai lực đó là $100(\text{N})$. Tính cường độ của lực $\vec{F}_1$.

A. $|\vec{F}_1| = 100(\text{N})$.

B. $|\vec{F}_1| = 100\sqrt{3}(\text{N})$.

C. $|\vec{F}_1| = 50(\text{N})$.

D. $|\vec{F}_1| = 50\sqrt{3}(\text{N})$

Lời giải

Chọn A:

Sử dụng các tính chất của hình thoi, tam giác đều.

Phân tích phương án nhiều:

B,C, D: Học sinh nhầm lẫn tính chất.

Câu 19. [0H1-2.6-3] Cho tam giác đều ABC cạnh $AB = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 4\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 6\sqrt{3}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn A:**

Sử dụng các tính chất của hình thoi, tam giác đều.

Phân tích phương án nhiều:

B,C, D: Học sinh nhầm lẫn tính chất.

Câu 20. [0H1-2.2-3] Cho 4 điểm A, B, C, D phân biệt. Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $2\overrightarrow{BD}$.

Lời giải**Chọn A:**

Sử dụng các tính chất của phép cộng trừ vector.

Phân tích phương án nhiều:

B,C, D: Học sinh nhầm lẫn tính chất.

Câu 21. [0H1-5.3-3] Cho hai điểm $M(1; 6)$ và $N(6; 3)$. Tìm điểm P mà $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{PN}$.

A. $P(11; 0)$.

B. $P(6; 5)$.

C. $P(2; 4)$.

D. $P(0; 11)$.

Lời giải**Chọn A:**

$$\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = \frac{1-2.6}{1-2} = 11 \\ y_P = \frac{6-2.3}{1-2} = 0 \end{cases} \Rightarrow P(11; 0).$$

Câu 22. [0H1-2.7-3] Cho hai điểm $M(-2; 2)$, $N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $P(0; 4)$.

B. $P(0; -4)$.

C. $P(-4; 0)$.

D. $P(4; 0)$.

Hướng dẫn giải:

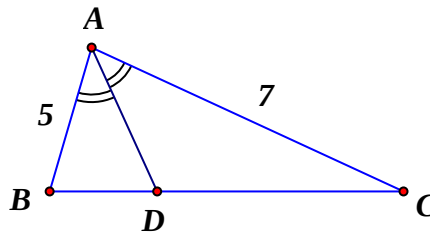
Chọn D

Do $P \in Ox$ nên $P(x; 0)$, mà $\overrightarrow{MP} = (x+2; -2); \overrightarrow{MN} = (3; -1)$

Do M, N, P thẳng hàng nên $\frac{x+2}{3} = \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 23. [0H1-3.5-4] Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

- A. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$. B. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 24. [0H1-5.3-4] Cho $\triangle ABC$ có $A(0; -2)$, $B(4; 0)$, $C(1; 1)$ và G là trọng tâm. Nếu M là điểm trên đường thẳng d có phương trình $y = 2$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ bé nhất thì tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MG}$ là:

- A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$. B. $\left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. C. $\left(0; \frac{7}{3}\right)$. D. $\left(0; -\frac{7}{3}\right)$.

Lời giải**Chọn D.**

Vì G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$ nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MG}|$ bé nhất $\Leftrightarrow MG$ bé nhất $\Leftrightarrow M$ là chân đường vuông góc kẻ từ G đến d .

$$\text{Khi đó } x_M = x_G \Rightarrow M\left(\frac{5}{3}; 2\right) \Rightarrow \overrightarrow{MG} = \left(0; -\frac{7}{3}\right).$$

Câu 25. [0H1-5.3-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (1; -2)$, $\vec{c} = (3; -1)$. Biết $\vec{a} = x\vec{b} + y\vec{c}$. Tính $A = xy - x - y$.

- A. $A = -5$. B. $A = -6$. C. $A = -3$. D. $A = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \vec{a} = x\vec{b} + y\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 1 \\ -2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}. \text{Do đó } A = xy - x - y = -1.$$

-----HẾT-----

Chương I: VECTO HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

KIỂM TRA 1 TIẾT CHƯƠNG 1

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức:

- Ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương I.

2. Kỹ năng:

- Biết được khái niệm vector, giá của vector, hai vector cùng phương, hai vector cùng hướng, độ dài vector.
- Vận dụng tính độ dài vector.
- Hiểu và vận dụng được các quy tắc: Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, quy tắc trừ để giải toán.
- Tích của một số với một vector:
- Biết biểu diễn một vector thông qua một vector cho trước.
- Biết phân tích một vector thông qua hai vector cùng phương.
- Biết được các khái niệm trục tọa độ, hệ trục tọa độ.
- Biết được tọa độ của điểm, của vector trên trục và trong hệ trục tọa độ.
- Biết và vận dụng được công thức tính tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm tam giác.

3. Thái độ:

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác.

II. CHUẨN BỊ:

1. **Giáo viên:** Giáo án. Đề kiểm tra.

2. **Học sinh:** Ôn tập toàn bộ kiến thức chương 1.

III. MA TRẬN ĐỀ:

MA TRẬN NHẬN THỨC

Chủ đề hoặc mạch kiến thức, kỹ năng	Tầm quan trọng (Mức cơ bản trọng tâm của KTKN)	Trọng số (Mức độ nhận thức của Chuẩn KTKN)	Tổng điểm	Tổng điểm theo thang điểm 10
Định nghĩa vector:	15	3	50	1.0
Tổng của hai vectơ	20	4	60	2.0
Tổng của hai vectơ	20	4	60	2.0
Tích của một số với một vector:	15	2	30	1.0
Hệ trục tọa độ:	30	5	80	4.0
	100%		280	10

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA

Mức độ Chủ đề	Biết	Hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao	Tổng	
					Số câu	Số điểm
Định nghĩa Véc tơ	2 0,8	1 0,4			3	1,2
Cộng hai vectơ	1 0,4	3 1,2			4	1,6
Hiệu hai vectơ	1 0,4	1 0,4	1 0,4	1 0,4	4	1,6
Nhân một số với 1 vectơ	2 0,8	1 0,4	1 0,4	2 0,8	6	2,4
Hệ trục tọa độ	3 1,2	2 0,8	3 1,2		8	3,2
Tổng	Số câu Số điểm	9 3,6	8 3,4	5 2,0	3 1,2	25 10,0

MÔ TẢ MA TRẬN

Kiến thức	Câu	Mô tả
ĐN-VT	1	Nhận biết: Định nghĩa hai vectơ cùng phương.
ĐN-VT	2	Nhận biết: Hai vectơ bằng nhau.
Cộng VT	3	Nhận biết: quy tắc 3 điểm.
Hiệu-VT	4	Nhận biết: quy tắc hiệu.
Nhân -VT	5	Nhận biết: Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Chọn đáp án đúng.
Nhân-VT	6	Nhận biết: Dựa vào tính chất phép nhân một số với 1 vectơ.
Hệ trục tọa độ	7	Nhận biết: Tọa độ của điểm M theo hai vectơ đơn vị.
Hệ trục tọa độ	8	Nhận biết: Tọa độ tổng hai vectơ.
Hệ trục tọa độ	9	Nhận biết: Công thức tính tọa độ vectơ $\overline{AB}$.
ĐN-VT	10	Thông hiểu: Tìm số vectơ bằng vectơ cho trước.
Nhân-VT	11	Thông hiểu: Tìm số vectơ bằng vectơ cho trước.
Cộng -VT	12	Thông hiểu: Cho 4 điểm bất kỳ. Chọn đáp án đúng khi tìm tổng các vectơ
Hiệu-VT	13	Thông hiểu: Chọn đáp án sai trong quy tắc 3 điểm, quy tắc hiệu hai vectơ.
Cộng -VT	14	Thông hiểu: Cho hình vuông. Tính độ dài của tổng 2 vectơ.
Cộng-VT	15	Thông hiểu: Cho tam giác. Xác định vị trí điểm.
Hệ trục tọa độ	16	Thông hiểu: Tọa độ trọng tâm của tam giác.
Hệ trục tọa độ	17	Thông hiểu: Cho trước tọa độ hai vectơ. Tìm tọa độ của vectơ biểu diễn theo hai vectơ cho trước.
Hiệu -VT	18	Vận dụng thấp: Tính độ dài một vectơ.
Hệ trục tọa độ	19	Vận dụng thấp: Tìm tọa độ 1 điểm qua phép: tổng, hiệu, tích (vận dụng các quy tắc, các tính chất của hai vectơ).
Nhân-VT	20	Vận dụng thấp: Cho tam giác đều. Tính độ dài một vectơ (sử dụng t/c trung điểm đoạn thẳng).

Hệ trục tọa độ	21	Vận dụng thấp: Tìm tọa độ đỉnh thứ tư của hình bình hành.
Hệ trục tọa độ	22	Vận dụng thấp: Tìm tọa độ điểm, thỏa điều kiện ba điểm thẳng hàng.
Nhân-VT	23	Vận dụng cao: Biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương.
Nhân-VT	24	Vận dụng cao: Biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương.
Cộng-Trừ-Nhân	25	Vận dụng cao: Xác định tập hợp điểm M thỏa điều kiện bài toán.

SỞ GD VÀ ĐT ABC
TRƯỜNG THPT

ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT – NĂM HỌC 2018-2019

Môn: TOÁN – Hình học, CHƯƠNG I, Đề 2

Thời gian làm bài: 45 phút

Họ và tên: Lớp:	<u>Điểm:</u>
--	---------------------

Chọn đáp án đúng nhất.

- Câu 1.** [0H1-1.1-1] Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.
 B. Có ít nhất hai vector có cùng phương với mọi vector.
 C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.
 D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.
- Câu 2.** [0H1-1.6-1] Hai vector được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi
- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
 B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
 C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.
 D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.
- Câu 3.** [0H1-2.2-1] Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$.
 C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.
- Câu 4.** [0H1-2.2-2] Gọi O là tâm hình bình hành ABCD. Đẳng thức nào sau đây sai?
- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.
- Câu 5.** [0H1-3.3-2] Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM và trọng tâm G. Khẳng định nào sau đây đúng:
- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.
 C. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
- Câu 6.** [0H1-3.3-2] Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM và trọng tâm G. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

C. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 7. [0H1-5.2-1] Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

A. $(0;1)$. B. $(1;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;1)$.

Câu 8. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

A. $(-4; 6)$. B. $(2; -2)$. C. $(4; -6)$. D. $(-3; -8)$.

Câu 9. [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-5; 2)$, $B(10; 8)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $(5; 10)$. B. $(15; 6)$. C. $(5; 6)$. D. $(-50; 16)$.

Câu 10. [0H1-5.4-2] Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

A. $ABCD$ là hình bình hành. B. $ABDC$ là hình bình hành.
C. AD và BC có cùng trung điểm. D. $AB = CD$.

Câu 11. [0H1-1.6-2] Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 12. [0H1-2.3-2] Cho bốn điểm A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 13. [0H1-2.3-2] Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$. B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$.
C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$. D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Câu 14. [0H1-2.5-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$

A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 15. [0H1-2.7-2] Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $MABC$ là hình bình hành. B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$. D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 16. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $(6;-3)$. B. $(-6;3)$. C. $(-6;-3)$. D. $(-3;6)$.

Câu 17. [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (1;-1)$, $\vec{b} = (0;2)$. Xác định tọa độ của vector $\vec{x}$ sao cho $\vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a}$.

A. $\vec{x} = (-2;0)$. B. $\vec{x} = (-2;4)$. C. $\vec{x} = (-1;1)$. D. $\vec{x} = (-1;3)$.

Câu 18. [0H1-2.6-2] Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$. C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$. D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 19. [0H1-3.6-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;-1)$, $B(2;0)$, $C(3;5)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

A. $D\left(2; \frac{8}{3}\right)$. B. $D(3;3)$. C. $D(6;6)$. D. $D(3;-2)$.

Câu 20. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Khi đó độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $2a$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $4a$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 21. [0H1-3.7-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4;3)$. B. $(3;4)$. C. $(4;4)$. D. $(8;6)$.

Câu 22. [0H1-3.7-3] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;0)$. B. $M(4;0)$. C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Câu 23. [0H1-3.5-3] Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó $\overrightarrow{DE}$ bằng:

A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$. C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Câu 24. [0H1-2.4-3] Cho tam giác ABC , AM là trung tuyến, G là trọng tâm. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của BG và CG . Khi đó $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
 B. $\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
 C. $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
 D. $\frac{5}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 25. [0H1-3.7-4] Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \right|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $r = \frac{a}{3}$.
 B. $r = \frac{a}{9}$.
 C. $r = \frac{a}{2}$.
 D. $r = \frac{a}{6}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.D	5.B	6.B	7.D	8.B	9.B	10.B
11.D	12.A	13.B	14.D	15.D	16.C	17.B	18.D	19.A	20.B
21.C	22.D	23.A	24.B	25.B					

ĐÁP ÁN CHI TIẾT.

Câu 1. [0H1-1.1-1] Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.

B. Có ít nhất hai vector có cùng phương với mọi vector.

C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.

D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.

Lời giải.

Chọn A.

Vì Vector không cùng phương với mọi vector.

Câu 2. [0H1-1.6-1] Hai vector được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.

B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.

C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.

D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Lời giải.

Chọn D.

Câu 3. [0H1-2.2-1] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

Chọn B.

Xét các đáp án:

• Đáp án. **A.** Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy A sai.

• Đáp án. **B.** Ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. Vậy B đúng.

• Đáp án. **C.** Ta có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = -(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) = -\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy C sai.

• Đáp án. **D.** Ta có $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \neq \overrightarrow{AB}$. Vậy D sai.

Câu 4. [0H1-2.2-2] Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

Lời giải.

Chọn D.

Xét các đáp án: D

- Đáp án. đúng.

A. Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy A

- Đáp án.

B. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \end{cases}$. Vậy B

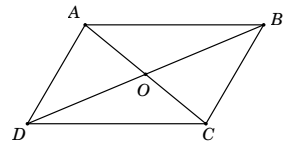
sai.

- Đáp án.

C. Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. Vậy C đúng.

- Đáp án.

D. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} \end{cases}$. Vậy D đúng.



Câu 5. [0H1-3.3-2] Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng:

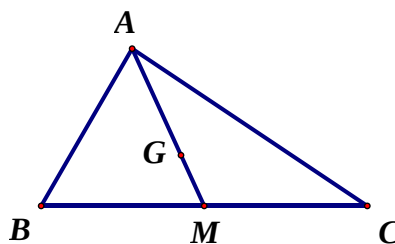
A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

C. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ và M là điểm tùy ý thì

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS dùng sai M là trung điểm của cạnh BC

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Phương án C: Sai **do** HS dùng sai $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{MG}$ là 2 vector ngược chiều

$$\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MG}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai M là trung điểm của cạnh BC

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 6. [0H1-3.3-2] Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng:

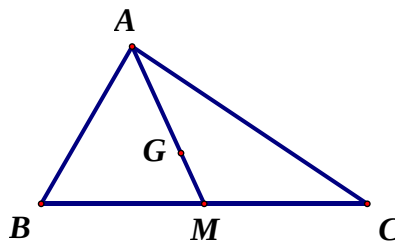
A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

C. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Lời giải.

Chọn B.



Ta có: Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ và M là điểm tùy ý thì

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS dùng sai M là trung điểm của cạnh BC

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Phương án C: Sai **do** HS dùng sai $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{MG}$ là 2 vector ngược chiều

$$\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MG}$$

Phương án D: Sai do HS dùng sai M là trung điểm của cạnh BC

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 7. [0H1-5.2-1] Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A. $(0;1)$. B. $(1;-1)$. C. $(-1;1)$. **D. $(1;1)$.**

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1) \longrightarrow \vec{i} + \vec{j} = (1;1)$.

Câu 8. [0H1-5.3-1] Cho $\vec{a} = (3;-4)$, $\vec{b} = (-1;2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4;6)$. **B. $(2;-2)$.** C. $(4;-6)$. D. $(-3;-8)$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (3+(-1); -4+2) = (2;-2)$.

Câu 9. [0H1-5.3-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-5;2)$, $B(10;8)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.

- A. $(5;10)$. **B. $(15;6)$.** C. $(5;6)$. D. $(-50;16)$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (10 + 5; 8 - 2) = (15; 6)$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do cộng tọa độ với nhau.

Phương án C: Sai do dùng công thức tọa độ của vector, không đổi dấu.

Phương án D: Sai do nhầm lẫn một phần công thức tích vô hướng.

Câu 10. [0H1-5.4-2] Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. $ABDC$ là hình bình hành.

C. AD và BC có cùng trung điểm.

D. $AB = CD$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có:

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$

$$\bullet \text{ Mặt khác, } ABDC \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 11. [0H1-1.6-2] Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

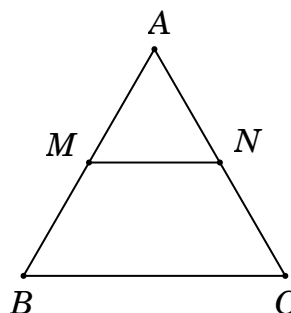
A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

$$\text{Do đó } BC = 2MN \longrightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|.$$

Câu 12. [0H1-2.3-2] Cho bốn điểm A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 13. [0H1-2.3-2] Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây *sai*?

A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.

B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$.

C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$.

D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Lời giải.

Chọn B.

Do $\triangle ABC$ cân tại A , AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Xét các đáp án:

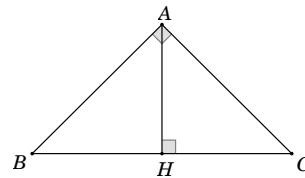
Đáp án **A.** Ta có
$$\begin{cases} |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AB}| = a \\ |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{AC}| = a \end{cases}$$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.

Đáp án **B.** Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BH} \\ \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH} = -\overrightarrow{BH} \end{cases}$$

Đáp án **C.** Ta có $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{AC}$.

Đáp án **D.** Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH}|$. (do $\triangle ABC$ vuông cân tại A).



Câu 14. [0H1-2.5-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$

A. $\frac{a^2}{2}$.

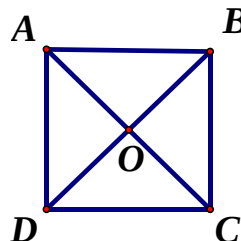
B. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Chọn D.



Ta có: hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O nên đường chéo $BD = a\sqrt{2}$

Mặt khác: $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OD}| = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tính $BD = \sqrt{BA^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{a^4} = a^2$.

$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OD}| = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Phương án B: Sai do HS tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = \left| \frac{a\sqrt{2}}{2} - a \right| = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) a$.

Phương án C: Sai do HS tính $BD = BA + AD = a + a = 2a$.

$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OD}| = OD = \frac{BD}{2} = \frac{2a}{2} = a.$$

Câu 15. [0H1-2.7-2] Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $MABC$ là hình bình hành.

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

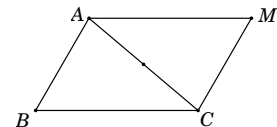
Lời giải.

Chọn A.

Ta có

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$$

$\Rightarrow MABC$ là hình bình hành.



Câu 16. [0H1-5.3-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $(6;-3)$.

B. $(-6;3)$.

C. $(-6;-3)$.

D. $(-3;6)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Gọi } C(x; y). \text{ Ta có } G \text{ là trọng tâm} \longleftrightarrow \begin{cases} \frac{6+(-3)+x}{3} = -1 \\ \frac{1+5+y}{3} = 1 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy $C(-6; -3)$.

Câu 17. [0H1-5.3-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (1; -1)$, $\vec{b} = (0; 2)$. Xác định tọa độ của vector $\vec{x}$ sao cho $\vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a}$.

A. $\vec{x} = (-2; 0)$.

B. $\vec{x} = (-2; 4)$.

C. $\vec{x} = (-1; 1)$.

D. $\vec{x} = (-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a} = (-2; 4)$.

Một lỗi học sinh hay vấp là thay vì $2 - (-2) = 4$ lại bỏ mất 1 dấu trừ thành $2 - 2 = 0$ nên chọn A; hoặc thực hiện phép tính $2\vec{a}$ chỉ nhân 2 vào hoành độ hoặc tung độ nên có thể chọn C, D.

Câu 18. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

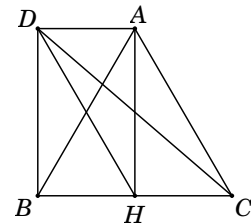
Lời giải.

Chọn D.

Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ACHD$ là hình bình hành.
 $\Rightarrow AHBD$ là hình chữ nhật.

$$|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CD}| = CD.$$

$$\text{Ta có: } CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{AH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$



Câu 19. [0H1-3.6-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; -1)$, $B(2; 0)$, $C(3; 5)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

A. $D\left(2; \frac{8}{3}\right)$.

B. $D(3; 3)$.

C. $D(6; 6)$.

D. $D(3; -2)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $D(x; y)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AD} = (x-1; y+1)$.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 \cdot 2 + 3(x-1) = 0 \\ 1 - 2 \cdot 6 + 3(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

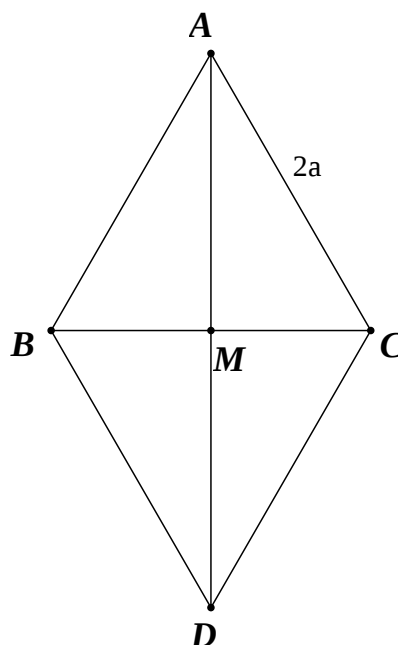
Học sinh dễ sai khi tính toán tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ dẫn đến các kết quả sai.

Câu 20. [0H1-3.4-2] Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Khi đó độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $2a$.B. $2a\sqrt{3}$.C. $4a$.D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Vẽ hình bình hành $ABCD$ và gọi M là trung điểm BC .Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2\sqrt{AB^2 - BM^2} = 2\sqrt{(2a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{3}$ 

Câu 21. [0H1-3.7-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4;3)$.B. $(3;4)$.C. $(4;4)$.D. $(8;6)$.

Lời giải.

Chọn C.

Gọi $D(x;y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\longleftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \longleftrightarrow (x-1; y-1) = (3;3)$

$$\longleftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ y-1=3 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy $D(4;4)$.

Câu 22. [0H1-3.7-3] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;0)$.B. $M(4;0)$.C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải.

Chọn D.

Điểm $M \in Ox \Rightarrow M(m;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 7)$ và $\overrightarrow{AM} = (m-2; 3)$.

Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}..$

Câu 23. [0H1-3.5-3] Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó $\overrightarrow{DE}$ bằng:

A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

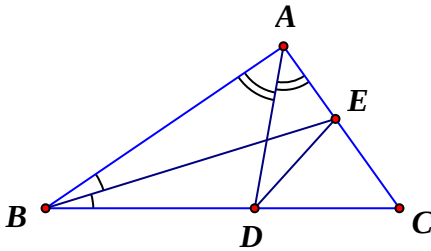
B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$.

C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn A.



AD là phân giác trong của tam giác ABC nên $\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{CD}{CD+DB} = \frac{6}{6+4}$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{6}{10} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}.$$

Tương tự: $\frac{CE}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \overrightarrow{CE} = \frac{5}{9}\overrightarrow{CA}.$

Vậy $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD} = \frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}.$

Câu 24. [0H1-2.4-3] Cho tam giác ABC , AM là trung tuyến, G là trọng tâm. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của BG và CG . Khi đó $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$

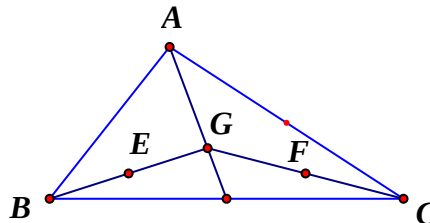
B. $\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$

C. $\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$

D. $\frac{5}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$

Lời giải

Chọn B.



Vì $GEMF$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$

Câu 25. [0H1-3.7-4] Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \right|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $r = \frac{a}{3}$.

B. $r = \frac{a}{9}$.

C. $r = \frac{a}{2}$.

D. $r = \frac{a}{6}$.

Lời giải.

Chọn B.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}).$$

$$\text{Chọn điểm } I \text{ sao cho } 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0}.$$

$$\text{Mà } G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 3\overrightarrow{IG}.$$

$$\text{Khi đó } 9\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{CA} \quad (*).$$

$$\text{Do đó } \left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \right| \Leftrightarrow \left| 9\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} \right| = \left| \overrightarrow{AB} \right| \Leftrightarrow 9MI = AB.$$

Vì I là điểm cố định thỏa mãn $(*)$ nên tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn tâm I ,

$$\text{bán kính } r = \frac{AB}{9} = \frac{a}{9}.$$