

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 01 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng:

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. a^6 . C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

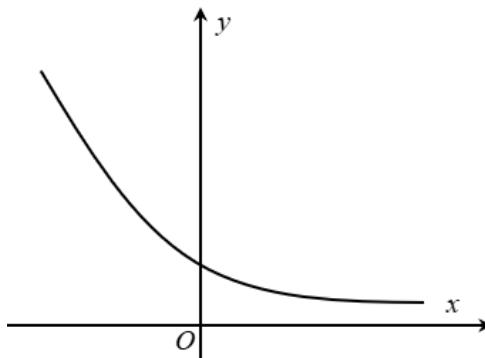
Câu 3. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A. 15. B. 90. C. 10. D. 30.

Câu 4. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2 b^3$?

- A. 24. B. 25. C. 22. D. 23.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào sau đây?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = (0,8)^x$. C. $y = \log_{0,4} x$. D. $y = (\sqrt{2})^x$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 7. Tính thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân, cạnh góc vuông là a , cạnh bên bằng $2a$.

- A. $V = \frac{1}{2}a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 4a^3$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1$ là

- A. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. B. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(1; 5)$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đường vuông góc chung của AA' và BC' là AB . Nhận xét nào dưới đây **sai**?

- A. $\widehat{A'C'B'} = 90^\circ$. B. $\widehat{ABC} = 90^\circ$. C. $\widehat{A'B'B} = 90^\circ$. D. $\widehat{ABC'} = 90^\circ$.

Câu 10. Trong không gian cho hai đường thẳng phân biệt $a; b$ và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.
C. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$. D. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Khi đó thể tích của khối tứ diện $OABC$ là :

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 12. Cho một khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B . Nếu giữ nguyên chiều cao h , còn diện tích đáy tăng lên 3 lần thì ta được một khối chóp mới có thể tích là:

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình $9^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 4^{x+1} = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Nếu đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$ thì phương trình đã cho trở thành $9t^2 - 13t + 4 = 0$.

b) Phương trình đã cho có hai nghiệm, trong đó có một nghiệm nguyên âm.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng 0.

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm và đều là nghiệm nguyên dương.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với hình vuông đáy $ABCD$. Nhận xét sai là

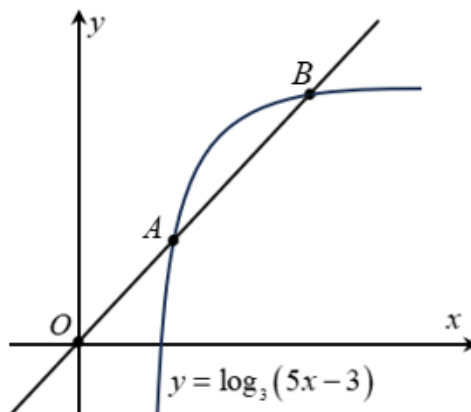
a) Tam giác SBC vuông tại B .

b) Tam giác SDC vuông tại C .

c) Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

d) Mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng (SAD) .

Câu 15. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB .



a) Hoành độ của điểm B là một số nguyên.

b) Trung điểm của đoạn thẳng OB có tọa độ $\left(\frac{12}{5}; 1\right)$.

c) Gọi H là hình chiếu của điểm B xuống trục hoành. Khi đó $S_{\triangle OBH} = \frac{\sqrt{61}}{25}$

d) Đoạn thẳng AB có độ dài bằng $\frac{\sqrt{61}}{5}$.

- Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .
- a) Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
- b) Đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC)
- c) Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\frac{6a}{11}$
- d) Cosin góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{33}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab) = 4$; với $b > 1 > a > 0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3(ab^2)$ tương ứng bằng bao nhiêu?
- Câu 18.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 5]$ để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$.
- Câu 19.** Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?
- Câu 20.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AE và BC . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng MN và BD . Tính $\sin \alpha$
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1, AD = 2\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1, AD = \sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng:

A. $a^{\frac{1}{6}}$.

B. a^6 .

C. $a^{\frac{2}{3}}$.

D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Với mọi số thực dương a ta có: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là $(1; +\infty)$.

Câu 3. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. 15.

B. 90.

C. 10.

D. 30.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = 6.5 = 30$.

Câu 4. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2 b^3$?

A. 24.

B. 25.

C. 22.

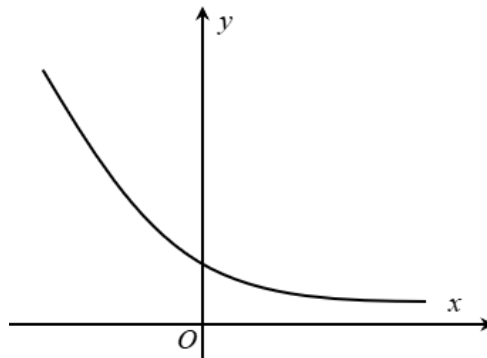
D. 23.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{\sqrt{a}} a^2 b^3 = 2 \log_a (a^2 b^3) = 2(2 + 3 \log_a b) = 2(2 + 9) = 22$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào sau đây?



A. $y = \log_2 x$.

B. $y = (0,8)^x$.

C. $y = \log_{0,4} x$.

D. $y = (\sqrt{2})^x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ và hàm số nghịch biến suy ra $y = (0,8)^x$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 7. Tính thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân, cạnh góc vuông là a , cạnh

bên bằng $2a$.

A. $V = \frac{1}{2}a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân, cạnh góc vuông là a , cạnh bên bằng $2a$ là: $V = Bh = \frac{1}{2}a^2 \cdot 2a = a^3$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1$ là

A. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(1; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-1 < \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \Leftrightarrow 0 < x-1 < 4 \Leftrightarrow 1 < x < 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 5)$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đường vuông góc chung của AA' và BC' là AB . Nhận xét nào dưới đây **sai**?

A. $\widehat{A'C'B'} = 90^\circ$.

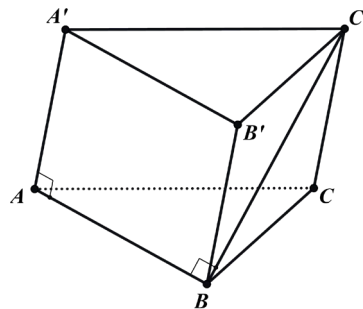
B. $\widehat{ABC} = 90^\circ$.

C. $\widehat{A'B'B} = 90^\circ$.

D. $\widehat{ABC'} = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn A



Vì AB là đường vuông góc chung của AA' và BC' nên $AB \perp BC \Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ$

Vậy nên $\widehat{A'C'B'} = 90^\circ$ là sai.

Câu 10. Trong không gian cho hai đường thẳng phân biệt $a; b$ và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$.

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

B. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

C. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

D. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề sai là: Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Khi đó thể tích của khối tứ diện $OABC$ là :

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{a^3}{6}$.

Câu 12. Cho một khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B . Nếu giữ nguyên chiều cao h , còn diện tích đáy tăng lên 3 lần thì ta được một khối chóp mới có thể tích là:

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $B' = 3B$ nên thể tích khối chóp mới là $V = \frac{1}{3}B'h = \frac{1}{3}.3Bh = Bh$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình $9^{x+1} - 13.6^x + 4^{x+1} = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Nếu đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$ thì phương trình đã cho trở thành $9t^2 - 13t + 4 = 0$.

b) Phương trình đã cho có hai nghiệm, trong đó có một nghiệm nguyên âm.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng 0.

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm và đều là nghiệm nguyên dương.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 9^{x+1} - 13.6^x + 4^{x+1} = 0 \Leftrightarrow 9.9^x - 13.6^x + 4.4^x = 0 \Leftrightarrow 9.\frac{9^x}{4^x} - 13.\frac{6^x}{4^x} + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13.\left(\frac{3}{2}\right)^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

a) Đúng: Nếu đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$ thì phương trình đã cho trở thành $9t^2 - 13t + 4 = 0$.

b) Đúng: Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên, trong đó có một nghiệm nguyên âm.

c) Sai: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng -2 .

d) Sai: Phương trình đã cho có hai nghiệm và chỉ có một nghiệm nguyên dương.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với hình vuông đáy $ABCD$.

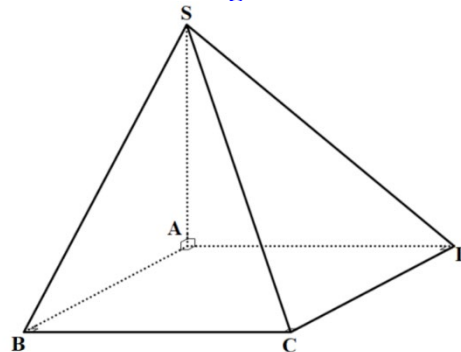
a) Tam giác SBC vuông tại B .

b) Tam giác SDC vuông tại C .

c) Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

d) Mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng (SAD) .

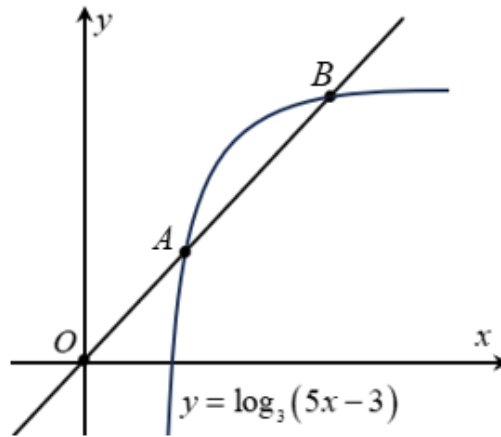
Lời giải



a) Đúng: Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \text{Tam giác } SBC \text{ vuông tại } B$.

- b) Sai: Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow$ tam giác SCD vuông tại D .
- c) Đúng: Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.
- d) Đúng: Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$.

Câu 15. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB .



- a) Hoành độ của điểm B là một số nguyên.
- b) Trung điểm của đoạn thẳng OB có tọa độ $\left(\frac{12}{5}; 1\right)$.
- c) Gọi H là hình chiếu của điểm B xuống trục hoành. Khi đó $S_{\Delta OBH} = \frac{\sqrt{61}}{25}$
- d) Đoạn thẳng AB có độ dài bằng $\frac{\sqrt{61}}{5}$.

Lời giải

Gọi $A(x_1, \log_3(5x_1 - 3))$. Vì A là trung điểm OB nên $B(2x_1; 2\log_3(5x_1 - 3))$.

Vì B thuộc đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ nên

$$2\log_3(5x_1 - 3) = \log_3(10x_1 - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 - 3 > 0 \\ 10x_1 - 3 > 0 \\ (5x_1 - 3)^2 = 10x_1 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 - 3 > 0 \\ x = \frac{6}{5} \\ x = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = \frac{6}{5}.$$

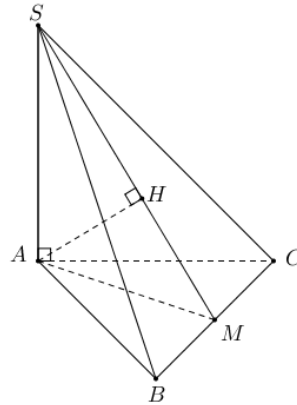
$$\text{Vì thế } A\left(\frac{6}{5}; 1\right), B\left(\frac{12}{5}; 2\right) \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{61}}{5}.$$

$$\text{Hình chiếu điểm } B \text{ xuống trục hoành là } H\left(\frac{12}{5}; 0\right) \Rightarrow BH = 2 \text{ và } OH = \frac{12}{5} \Rightarrow S_{\Delta OBH} = \frac{12}{5}$$

- a) Đúng: Hoành độ của điểm B là một số nguyên.
- b) Sai: Trung điểm của đoạn thẳng OB là điểm A có tọa độ $\left(\frac{6}{5}; 1\right)$.
- c) Sai: Gọi H là hình chiếu của điểm B xuống trục hoành. Khi đó $S_{\Delta OBH} = \frac{12}{5}$
- d) Đúng: Đoạn thẳng AB có độ dài bằng $\frac{\sqrt{61}}{5}$.

- Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .
- a) Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
- b) Đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC)
- c) Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\frac{6a}{11}$
- d) Cosin góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{33}$

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .

Ta có: $AH \perp SM$.

Mặt khác $BC \perp (SAM)$ nên $BC \perp AH$. Ta suy ra $AH \perp (SBC)$.

Nên SH là hình chiếu của SA lên mặt phẳng (SBC) .

Ta suy ra góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) là góc $\alpha = \widehat{ASH}$.

Xét tam giác SAM vuông tại A ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{11}{6a^2}$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{6a^2}{11} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Xét tam giác SAH vuông tại H ta có: $\sin \widehat{ASH} = \frac{AH}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{66}}{11}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$.

a) Đúng: Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

b) Đúng: Đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC)

c) Sai: Độ dài đoạn thẳng AH bằng $\frac{6a}{11}$

d) Sai: Cosin góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{33}}{11}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab) = 4$; với $b > 1 > a > 0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3(ab^2)$ tương ứng bằng bao nhiêu?

Lời giải

Với $b > 1 > a > 0$ ta có :

$$\log_a^2(ab) = 4 \Leftrightarrow (\log_a a + \log_a b)^2 = 4 \Leftrightarrow (1 + \log_a b)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \log_a b = 2 \\ 1 + \log_a b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_a b = -3 \end{cases}$$

Vì $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b > 1 \end{cases}$ nên $\log_a b = -3$.

$$\text{Khi đó: } \log_a^3(ab^2) = (\log_a a + 2\log_a b)^3 = (1 + 2(-3))^3 = -125.$$

Câu 18. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 5]$ để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$.

Lời giải

Điều kiện $5^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Ta có $\log_2(5^x - 1) \leq m \Leftrightarrow 5^x - 1 \leq 2^m$.

Ta có $5^x - 1 \geq 4$ với mọi $x \geq 1$.

Để bất phương trình có nghiệm $x \geq 1$ thì $2^m \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 2 \xrightarrow{m \in [0; 5]} m = \{2; 3; 4; 5\}$ nên tổng các giá trị của tham số m bằng **14**.

Câu 19. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?

Lời giải

Theo hình thức lãi kép, tổng số tiền cả gốc lẫn lãi trong tài khoản của người đó sau n tháng là:

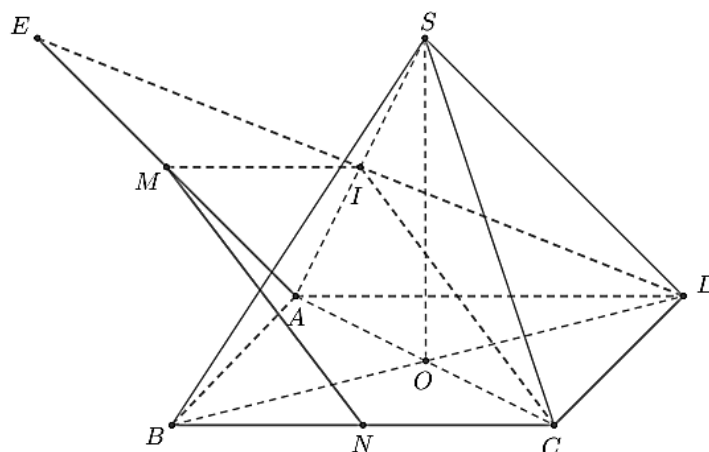
$$A = 200(1 + 0,58\%)^n = 200.1,0058^n \text{ (triệu đồng)}.$$

$$\text{Theo đề bài } A \geq 225 \Rightarrow 200.1,0058^n \geq 225 \Leftrightarrow 1,0058^n \geq \frac{9}{8} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0058} \frac{9}{8} \approx 20,37.$$

Vì ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn nên phải sau ít nhất 21 tháng người đó mới có tối thiểu **225** triệu đồng trong tài khoản.

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AE và BC . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng MN và BD . Tính $\sin \alpha$

Lời giải



Gọi I là trung điểm SA thì $IMNC$ là hình bình hành nên $MN \parallel IC$.

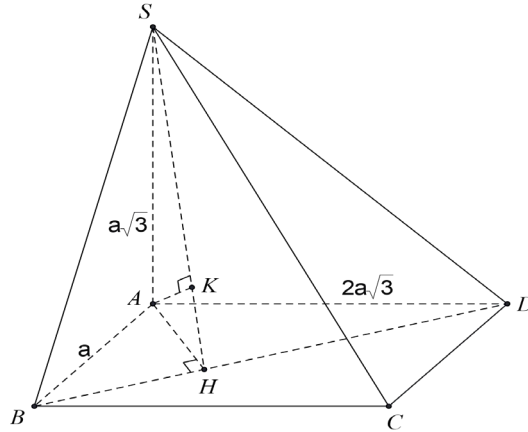
Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp IC$ mà $MN \parallel IC \Rightarrow BD \perp MN$ nên góc giữa hai đường thẳng

MN và BD bằng 90° hay $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 1$

Vậy **$\sin \alpha = 1$** .

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1, AD = 2\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



$$\text{Do } S_{SAD} = 3 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AD \Rightarrow SA = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

Mặt khác ta có $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Kẻ $AH \perp BD$ tại H , $AK \perp SH$ tại $K \Rightarrow d(A, (SBD)) = AK$.

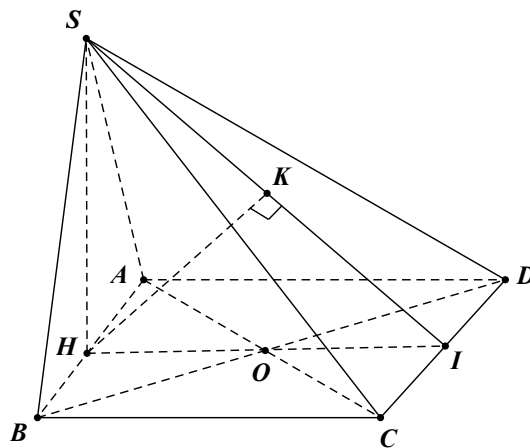
$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{13} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{39}}{13}.$$

$$\Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{39}}{13}}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + \left(\frac{2\sqrt{39}}{13}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{51}}{17}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{2\sqrt{51}}{17} \approx 0,84.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1, AD = \sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD , kẻ $HK \perp SI$.

Vì tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$$\begin{cases} CD \perp HI \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SIH) \Rightarrow CD \perp HK \Rightarrow HK \perp (SCD)$$

$$CD \parallel AB \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK$$

$$\text{Suy ra } HK = \frac{3}{2}; HI = AD = \sqrt{3}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHI \text{ ta có } SH = \sqrt{\frac{HI^2 \cdot HK^2}{HI^2 - HK^2}} = 3$$

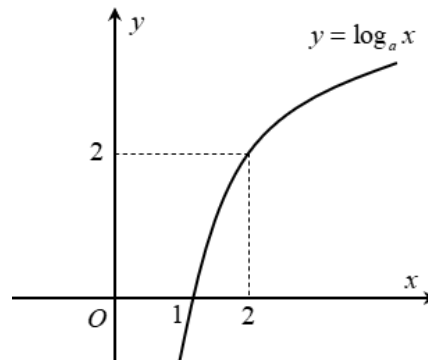
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,73.$$

-----HẾT-----

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 02 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng:
A. 6. B. 81. C. 9. D. 3.
- Câu 2.** Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là
A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 3.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là
A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{\pi}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi B^2h$.
- Câu 4.** Cho $a > 0$ thỏa mãn $\log a = 7$. Giá trị của $\log(100a)$ bằng
A. 9. B. 700. C. 14. D. 7.
- Câu 5.** Tìm a để đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên.



- A. $a = \sqrt{2}$. B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 2$
- Câu 6.** Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x-5} = 27$ là
A. 0. B. -8. C. -2. D. 2.
- Câu 7.** Cho khối hộp chữ nhật có kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
A. 16. B. 12. C. 48. D. 8.
- Câu 8.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(2-x) \leq 1$.
A. $[0; +\infty)$. B. $[0; 2]$. C. $(-\infty; 2)$. D. $[0; 2)$.
- Câu 9.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng
A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 10.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?
A. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $b \subset (P)$ thì $b \perp a$.
C. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$. D. Nếu $b // a$ thì $b // (P)$.
- Câu 11.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\tan \varphi = \sqrt{7}$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

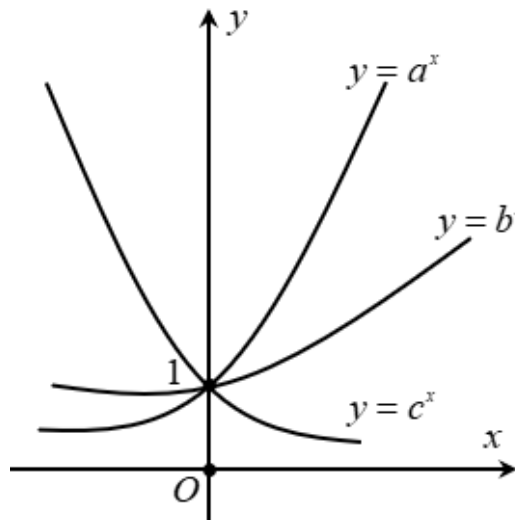
Câu 13. Cho phương trình: $\log_2^2(x+1) - 6\log_2\sqrt{x+1} + 2 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > -1$.
- b) Nếu đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 6t + 2 = 0$.
- c) Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên dương.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 6.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

- a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB .
- b) Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .
- c) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° .

Câu 15. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của các hàm số mũ $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$



- a) Từ đồ thị, hàm số $y = a^x$ là hàm số nghịch biến.
- b) Hàm số $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c < 1$.
- c) Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a < b$.
- d) Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên ta suy ra được $a > b > 1 > c$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, góc giữa SC và (SAB) là 45° và $\widehat{ASB} = 30^\circ$.

- a) Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng.
- b) Tam giác SBC vuông cân tại C .
- c) Hai đường thẳng AB và CB vuông góc với nhau.
- d) Nếu gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V thì tỷ số $\frac{a^3}{V}$ bằng $\frac{3}{8}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2024; 2024)$ để hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?
- Câu 18.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$.
- Câu 19.** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu (đơn vị: phút) kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?
- Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$ các cạnh còn lại đều bằng a . Tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC (đơn vị: độ)
- Câu 21.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD'
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 3 và đường chéo $AC = 3$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ (đơn vị thể tích).

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 6. B. 81. C. 9. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$.

Câu 2. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\frac{1}{3}$ là số không nguyên nên hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là $(1; +\infty)$.

Câu 3. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{\pi}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi B^2h$.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 4. Cho $a > 0$ thỏa mãn $\log a = 7$. Giá trị của $\log(100a)$ bằng

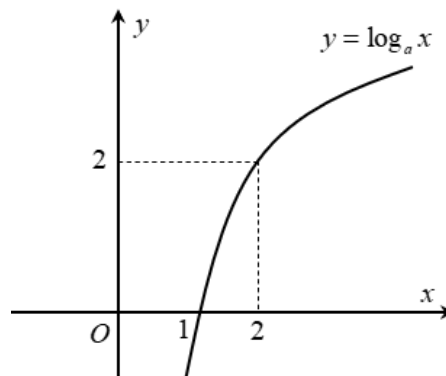
- A. 9. B. 700. C. 14. D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log(100a) = \log 100 + \log a = 2 + \log a = 2 + 7 = 9$.

Câu 5. Tìm a để đồ thị hàm số $y = \log_a x (0 < a \neq 1)$ có đồ thị là hình bên.



- A. $a = \sqrt{2}$. B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 2$

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 2)$ nên $2 = \log_a 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$.

Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x-5} = 27$ là

- A. 0. B. -8. C. -2. **D. 2.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-2x-5} = 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x-5} = 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } 4 + (-2) = 2.$$

Câu 7. Cho khối hộp chữ nhật có kích thước 2;4;6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16.

B. 12.

C. 48.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp là $V = 2.4.6 = 48$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(2-x) \leq 1$.

A. $[0; +\infty)$.

B. $[0; 2]$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $[0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = (-\infty; 2)$. Ta có: $\log_2(2-x) \leq 1 \Leftrightarrow 2-x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq 0$. Vậy $S = [0; 2)$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 45° .

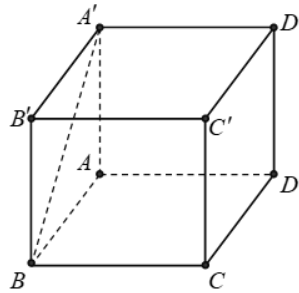
B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Vì $CD \parallel AB$ nên $(BA', CD) = (BA', BA) = \widehat{ABA'} = 45^\circ$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

B. Nếu $b \subset (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

D. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.

Lời giải

Chọn D

A. Đúng vì $\begin{cases} a \perp (P) \\ a \parallel b \end{cases} \Rightarrow b \perp (P)$ nên đáp án **D** sai.

B. Đúng vì $\begin{cases} a \perp (P) \\ b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$.

C. Đúng vì $\begin{cases} a \perp (P) \\ b \parallel (P) \end{cases} \Rightarrow b \perp a$.

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \sqrt{7}$.

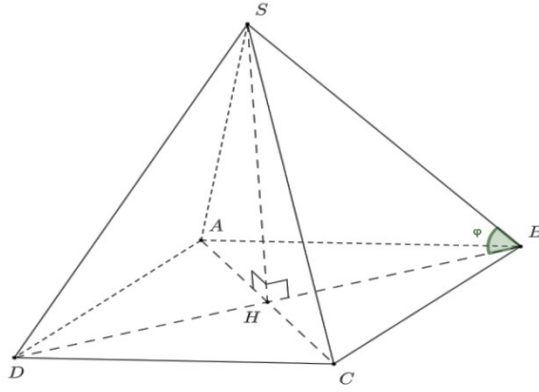
B. $\varphi = 60^\circ$.

C. $\varphi = 45^\circ$.

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $H = AB \cap CD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow \varphi = (SB, (ABCD)) = \widehat{SAH}$.

Xét tam giác SBH vuông tại H , có $BH = \frac{BD}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{BH}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình: $\log_2^2(x+1) - 6\log_2\sqrt{x+1} + 2 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > -1$.

b) Nếu đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 6t + 2 = 0$.

c) Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên dương.

d) Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 6.

Lời giải

Điều kiện: $x > -1$.

Ta có: $\log_2^2(x+1) - 6\log_2\sqrt{x+1} + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0$

Đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$.

So với điều kiện thấy thỏa mãn. Vậy tổng các nghiệm là: $1+3=4$.

a) Đúng: Điều kiện xác định của phương trình là $x > -1$.

b) Sai: Nếu đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0$.

c) Đúng: Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên dương là $x=1$ hoặc $x=3$

d) Sai: Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 4.

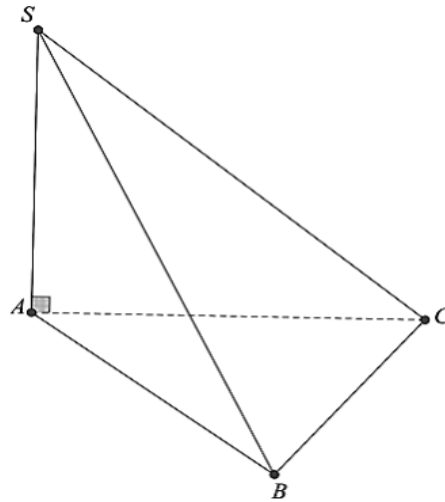
Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB .

b) Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- c) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° .

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC & (\text{do } SA \perp (ABC)) \\ AB \perp BC & (\text{gt}) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Xét 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \\ SB \cap AB = \{B\} \end{cases}$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBA); (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$$

Xét SAB tam giác vuông tại A , có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

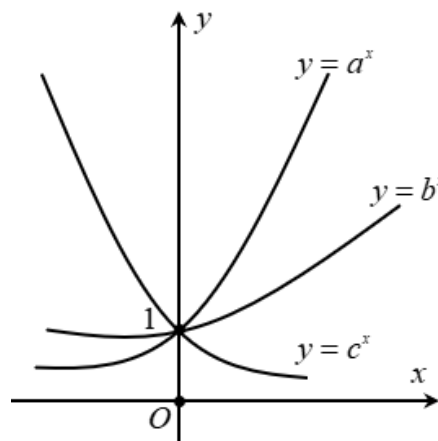
a) Đúng: Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB .

b) Đúng: Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)

c) Sai: Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Sai: Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° .

Câu 15. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của các hàm số mũ $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$



- a) Từ đồ thị, hàm số $y = a^x$ là hàm số nghịch biến.
b) Hàm số $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c < 1$.
c) Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a < b$.
d) Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên ta suy ra được $a > b > 1 > c$.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra: Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y = c^x$ là hàm số nghịch biến.

Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a, b > 1$

Do $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c < 1$.

Nếu lấy $x = m$ khi đó tồn tại $y_1, y_2 > 0$ để $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$. Dễ thấy $y_1 > y_2$ nên $a > b$.

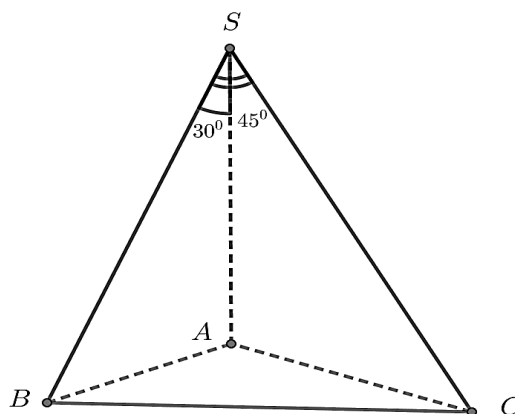
Vậy $a > b > 1 > c$

- a) Sai: Từ đồ thị, hàm số $y = a^x$ là hàm số đồng biến.
b) Đúng: Hàm số $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c < 1$.
c) Sai: Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a > b$.
d) Đúng: Hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y = c^x$ là hàm số nghịch biến nên ta suy ra được $a > b > 1 > c$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, góc giữa SC và (SAB) là 45° và $\widehat{ASB} = 30^\circ$.

- a) Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng.
b) Tam giác SBC vuông cân tại C .
c) Hai đường thẳng AB và CB vuông góc với nhau.
d) Nếu gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V thì tỷ số $\frac{a^3}{V}$ bằng $\frac{3}{8}$.

Lời giải



Theo giả thiết, $\triangle SAB$ vuông tại A có $SB = a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Khi đó, $SA = SB \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a}{2}$

và $AB = SB \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $(SAB) \perp (ABC)$. Vậy hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) cùng vuông góc với (SAB) nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{CSB} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle SBC$ vuông cân tại $B \Rightarrow BC = SB = a\sqrt{3}$.

Mặt khác, $BC \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B .

Khi đó, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{3a^2}{4}$ và $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3}{8}$.

Vậy tỉ số $\frac{a^3}{V} = \frac{8}{3}$.

a) Đúng: Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC).

b) Sai: Tam giác SBC vuông cân tại B .

c) Đúng: Hai đường thẳng AB và CB vuông góc với nhau.

d) Sai: Nếu gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V thì tỉ số $\frac{a^3}{V}$ bằng $\frac{8}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2024; 2024)$ để hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

Lời giải

Hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m < (x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m < \min_{x \in \mathbb{R}} (x+1)^2 \Leftrightarrow m < 0$$

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-2024; 2024) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-2024; 0) \end{cases}$ nên có **2023** giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 18. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$.

Lời giải

Điều kiện $1 < x < \frac{11}{2}$.

Ta có $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \log_{2-\sqrt{3}}(x-1) + \log_{2-\sqrt{3}} \frac{1}{11-2x} \geq 0 \Leftrightarrow \log_{2-\sqrt{3}} \left(\frac{x-1}{11-2x} \right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{11-2x} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-12}{11-2x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > \frac{11}{2} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện suy ra $1 < x \leq 4$

Vậy bất phương trình có **3** nghiệm nguyên.

Câu 19. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu (đơn vị: phút) kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Lời giải

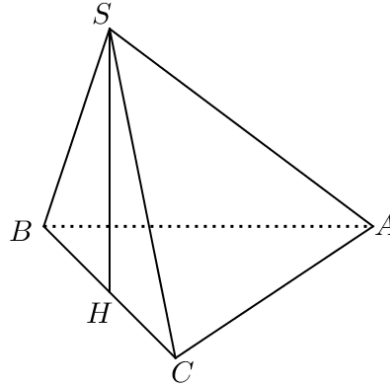
Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con

Khi đó ta có: $625000 = S(0) \cdot 2^3 \Leftrightarrow S(0) = 78125$ con.

Thời gian để số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con là: **$10000000 = 78125 \cdot 2^t \Leftrightarrow t = 7$ phút.**

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$ các cạnh còn lại đều bằng a . Tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC (đơn vị: độ)

Lời giải

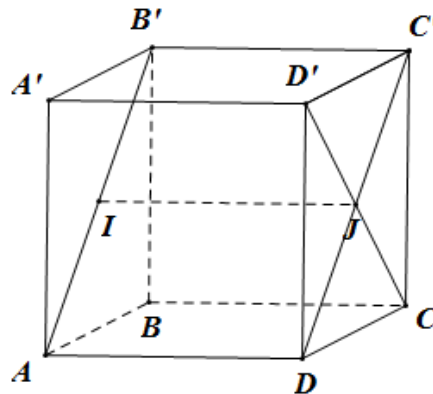


Gọi $\alpha = \widehat{(SB, AC)}$. Do $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \alpha &= \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{SB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{|(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AS}) \cdot \overrightarrow{AC}|}{a^2} = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}|}{a^2} = \frac{|\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}|}{a^2} \\ &= \frac{|SA \cdot AC \cdot \cos 60^\circ|}{a^2} = \cos 60^\circ. \text{ Khi đó } \alpha = \widehat{(SB, AC)} = 60^\circ \end{aligned}$$

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD'

Lời giải



Gọi $I; J$ lần lượt là trung điểm của AB' và CD'

Suy ra J lần lượt là trung điểm của DC' . Do đó $IJ \parallel AD$; $IJ = AD = 2a$ (1)

$$\text{Mặt khác } \left. \begin{array}{l} AD \perp DD' \\ AD \perp DC \end{array} \right\} \Rightarrow AD \perp (DD'C'C) \Rightarrow AD \perp CD' \quad (2)$$

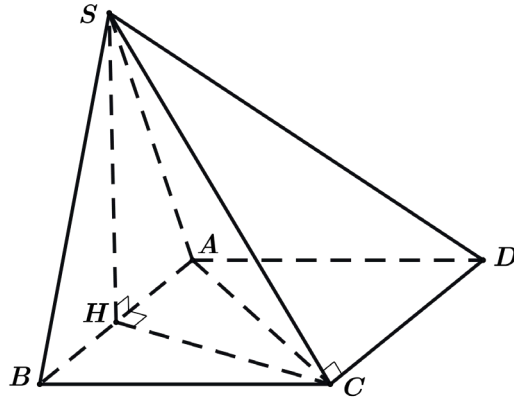
Tương tự $AD \perp AB'$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có: IJ là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB' và CD'

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng 4.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 3 và đường chéo $AC = 3$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ (đơn vị thể tích).

Lời giải



Ta có diện tích đáy $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ACD} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$, vì $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp SH \\ AB \perp CH \text{ (do } AB = BC = CA) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHC)$, vì $CD \parallel AB \Rightarrow CD \perp (SHC)$.

Lại có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SC \perp CD, SC \subset (SCD) \\ HC \perp CD, HC \subset (ABCD) \end{cases}$ suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}$.

Suy ra $\triangle SHC$ vuông cân tại $H \Rightarrow SH = CH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

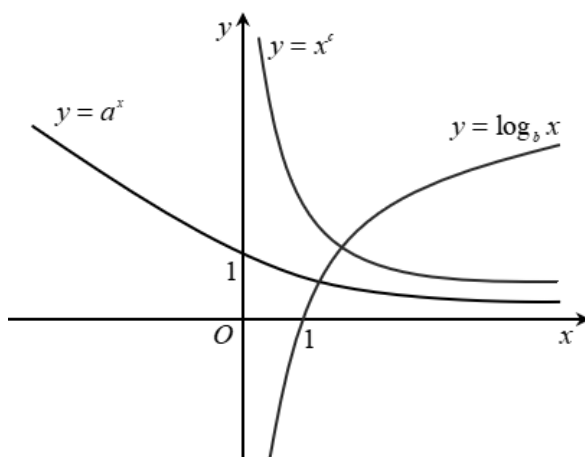
Vậy $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4} = \frac{27}{4} = 6,75$ (đơn vị thể tích).

-----HẾT-----

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 03 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
 Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng
 A. a^3 . B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. $a^{\frac{7}{6}}$. D. $a^{\frac{5}{6}}$.
- Câu 2.** Một khối chóp có thể tích bằng 21 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối chóp đó bằng
 A. 21. B. $\frac{7}{3}$. C. 7. D. 63.
- Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 2x - 3)^{-4}$ là
 A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$. C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $D = (-1; 3)$.
- Câu 4.** Cho a là một số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a a^{\frac{1}{3}}$ bằng
 A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.
- Câu 5.** Cho các đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = x^c$ ở hình vẽ sau đây.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < c < 1 < a < b$. B. $c < 0 < a < 1 < b$. C. $c < 0 < a < b < 1$. D. $0 < c < a < b < 1$.
- Câu 6.** Trong không gian mặt phẳng (P) và đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (P) . Hãy chọn mệnh đề phát biểu **đúng** trong các mệnh đề dưới đây?
 A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) song song với (P) .
 B. Không tồn tại mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) song song với (P) .
 C. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) vuông góc với (P) .
 D. Tồn tại duy nhất một đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) và Δ vuông góc với d .
- Câu 7.** Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $T = x_1^2 + x_2^2$.
 A. $T = 27$. B. $T = 9$. C. $T = 3$. D. $T = 1$.
- Câu 8.** Cho một hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a , có thể tích V , chiều cao h . Khi đó h được xác định bởi công thức nào sau đây?
 A. $h = \frac{a^2}{3V}$. B. $h = \frac{3V}{a^2}$. C. $h = \frac{V}{a^2}$. D. $h = \frac{V}{3a^2}$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) < \log_{\frac{1}{3}}(2x-1)$.

- A. $S = (-1; 2)$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $BC \perp (SAB)$. B. $AC \perp (SBD)$.
C. $AC \perp (SAB)$. D. $AC \perp (SAD)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác đều. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $(SAB) \perp (ABC)$.
B. Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\widehat{AHS}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .
C. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là $\widehat{ACB}$.
D. $(SAC) \perp (ABC)$.

Câu 12. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng a . Thể tích V của khối chóp đó là

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{7}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ và $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- a) Hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.
b) Hàm số $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ nằm bên phải trục tung.
d) Đồ thị hàm số $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$ cắt trục tung.

Câu 14. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$ và kẻ $AM \perp BC$.

- a) Đường thẳng SG vuông góc với mặt phẳng (ABC) .
b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA}$.
c) Đoạn thẳng SM có độ dài bằng $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.
d) Giá trị góc α giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- Câu 15.** Cô Lan có số tiền ban đầu 120 triệu đồng được gửi tiết kiệm với lãi suất năm không đổi là 6% .
- Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi hàng quý là khoảng 161,623 triệu đồng.
 - Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi hàng tháng là khoảng 161,862 triệu đồng.
 - Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi liên tục là khoảng 161,483 triệu đồng.
 - Thời gian cần thiết để cô Lan thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là 180 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục khoảng 13 năm.

(Kết quả được tính theo đơn vị triệu đồng và làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

- Câu 16.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BC . Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 30° . Tam giác $A'BC$ đều và có diện tích bằng $\sqrt{3}$.
- Độ dài cạnh BC bằng $\sqrt{2}$.
 - Hai đường thẳng BC và AM vuông góc với nhau.
 - Góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° .
 - Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Cho $\log_a x = 4$ và $\log_b x = 6$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.
- Câu 18.** Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$.
- Câu 19.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?
- Câu 20.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60° , đáy ABC là tam giác đều cạnh 1 và A' cách đều A, B, C . Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.
- Câu 21.** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng a . Tính số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC')$ và (ABC) ?
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = \sqrt{10}$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết rằng mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác $\triangle SAB$ và $\triangle SCD$ bằng 2. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	B	B	B	C	B	B	C	A	C	A

PHẦN II.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III.

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2,4	-2	30	1	30	1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
 Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

- A. a^3 . B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. $a^{\frac{7}{6}}$. D. $a^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 2. Một khối chóp có thể tích bằng 21 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối chóp đó bằng

- A. 21. B. $\frac{7}{3}$. C. 7. D. 63.

Lời giải

Chọn C

Gọi V là thể tích, S là diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp đã cho.

Ta có $V = \frac{1}{3}Sh \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = 7$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 2x - 3)^{-4}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$. C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $D = (-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 2x - 3)^{-4}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$.

Câu 4. Cho a là một số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a a^{\frac{1}{3}}$ bằng

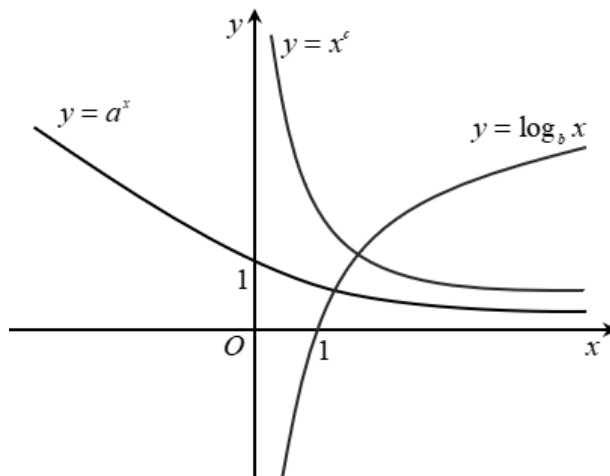
- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 5. Cho các đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = x^c$ ở hình vẽ sau đây.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $0 < c < 1 < a < b$. **B.** $c < 0 < a < 1 < b$. **C.** $c < 0 < a < b < 1$. **D.** $0 < c < a < b < 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị $y = x^c$ đi xuống nên $c < 0$, đồ thị $y = a^x$ đi xuống nên $0 < a < 1$, đồ thị $y = \log_b x$ đi lên nên $b > 1$.

Câu 6. Trong không gian mặt phẳng (P) và đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (P) . Hãy chọn mệnh đề phát biểu **đúng** trong các mệnh đề dưới đây?

- A.** Tồn tại duy nhất một mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) song song với (P) .
B. Không tồn tại mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) song song với (P) .
C. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) vuông góc với (P) .
D. Tồn tại duy nhất một đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) và Δ vuông góc với d .

Lời giải

Chọn C

Tồn tại duy nhất một mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và (α) vuông góc với (P) .

Câu 7. Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $T = x_1^2 + x_2^2$.

- A.** $T = 27$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2-3x+2} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy $T = x_1^2 + x_2^2 = 9$.

Câu 8. Cho một hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a , có thể tích V , chiều cao h . Khi đó h được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A.** $h = \frac{a^2}{3V}$. **B.** $h = \frac{3V}{a^2}$. **C.** $h = \frac{V}{a^2}$. **D.** $h = \frac{V}{3a^2}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$. Vậy $h = \frac{3V}{a^2}$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) < \log_{\frac{1}{3}}(2x-1)$.

- A.** $S = (-1; 2)$. **B.** $S = (2; +\infty)$. **C.** $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **D.** $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}}(x+1) < \log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$$

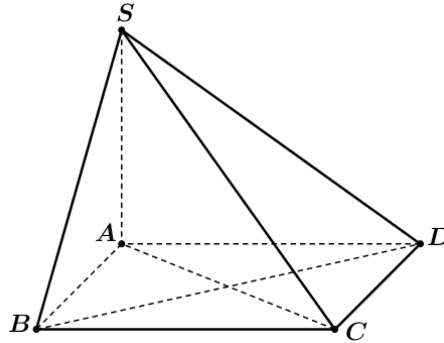
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.** $BC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $AC \perp (SAB)$. **D.** $AC \perp (SAD)$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC.$$

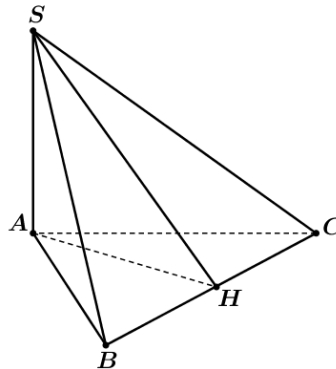
$$\text{Vậy có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ SA \cap AB = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác đều. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $(SAB) \perp (ABC)$.
B. Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\widehat{AHS}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .
C. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là $\widehat{ACB}$.
D. $(SAC) \perp (ABC)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAC) \perp (ABC)$.

Do ABC là tam giác đều nên $AH \perp BC$ mà $BC \perp SA$ nên $BC \perp SH$, suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{AHS}$.

Câu 12. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng a . Thể tích V của khối chóp đó là

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khối chóp tứ giác đều nên đáy là hình vuông có diện tích là: $S = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$

Thể tích V của khối chóp đó là: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.2a^2.a = \frac{2a^3}{3}$ (đvtt).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ và $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

a) Hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ nằm bên phải trục tung.

d) Đồ thị hàm số $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$ cắt trục tung.

Lời giải

a) Đúng: Hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

b) Sai: Vì cơ số $\frac{2023}{2024} \in (0;1)$ nên hàm số $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

c) Đúng: Hàm số $y = \log_{\frac{2024}{2023}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ nên có đồ thị nằm bên phải trục tung.

d) Sai: Vì $\left(\frac{2023}{2024}\right)^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số $y = \left(\frac{2023}{2024}\right)^x$ không cắt trục tung.

Câu 14. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$ và kẻ $AM \perp BC$.

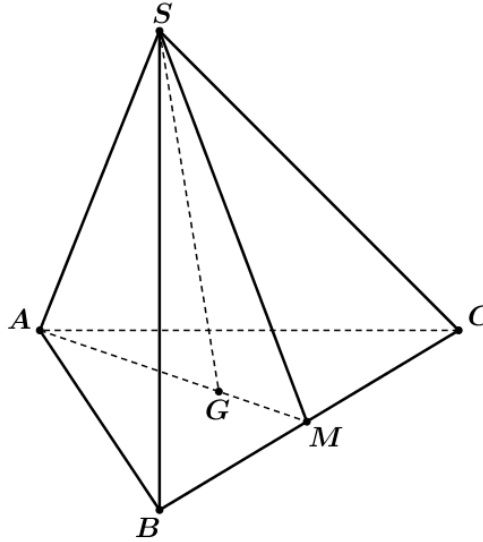
a) Đường thẳng SG vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA}$.

c) Đoạn thẳng SM có độ dài bằng $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

d) Giá trị góc α giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

Lời giải



Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Vì hình chóp $S.ABC$ đều nên $SG \perp (ABC)$.

Ta có: GM là hình chiếu của SM trên mặt phẳng (ABC) nên $SM \perp BC$.

$$\text{Lại có: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SBC) \supset SM \perp BC \\ (ABC) \supset AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC)(ABC)) = \widehat{SMA} = \widehat{SMG}.$$

Xét $\triangle ABC$ đều có AM là đường trung tuyến, G là trọng tâm nên $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Tam giác SMB vuông tại M nên:

$$SM^2 = SB^2 - BM^2 = \left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow SM = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Tam giác SGM vuông tại G nên: $\cos \widehat{SMG} = \frac{GM}{SM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SMG} = 60^\circ$.

a) Đúng: Đường thẳng SG vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

b) Đúng: Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA}$.

c) Sai: Đoạn thẳng SM có độ dài bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$

d) Đúng: Giá trị góc α giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- Câu 15.** Cô Lan có số tiền ban đầu 120 triệu đồng được gửi tiết kiệm với lãi suất năm không đổi là 6%.
- Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi hàng quý là khoảng 161,623 triệu đồng.
 - Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi hàng tháng là khoảng 161,862 triệu đồng.
 - Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi liên tục là khoảng 161,483 triệu đồng.
 - Thời gian cần thiết để cô Lan thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là 180 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục khoảng 13 năm.
- (Kết quả được tính theo đơn vị triệu đồng và làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải

Công thức lãi kép theo định kì để tính tổng số tiền thu được $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^t$, trong đó P là số tiền vốn ban đầu, r là lãi suất năm (r cho dưới dạng số thập phân), n là số kì tính lãi trong một năm và t là số kì gửi.

Công thức lãi kép liên tục $A = Pe^{rt}$, ở đây r là lãi suất năm (r cho dưới dạng số thập phân) và t là số năm gửi tiết kiệm.

Ta có: $P = 120, r = 6\% = 0,06, n = 4, t = 20$.

Thay vào công thức trên, ta được: $A = 120 \left(1 + \frac{0,06}{4}\right)^{20} = 120 \cdot 1,015^{20} \approx 161,623$ (triệu đồng).

Ta có: $P = 120, r = 6\% = 0,06, n = 12, t = 60$. Thay vào công thức trên, ta được:

$$A = 120 \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{60} = 120 \cdot 1,005^{60} \approx 161,862 \text{ (triệu đồng)}$$

Ta sử dụng công thức lãi kép liên tục $A = Pe^{rt}$, ở đây r là lãi suất năm (r cho dưới dạng số thập phân) và t là số năm gửi tiết kiệm.

Ta có: $P = 120, r = 6\% = 0,06, t = 5$ nên $A = 120 \cdot e^{0,06 \cdot 5} = 120 \cdot e^{0,3} \approx 161,983$ (triệu đồng).

Ta có phương trình: $180 = 120 \cdot e^{rt} \Leftrightarrow 2e^{0,06t} = 3$

Lấy logarit tự nhiên của hai vế của phương trình, ta có: $0,06t = \ln(1,5)$

Do đó, $t = \frac{\ln(1,5)}{0,06} \approx 11,55$ năm.

Vậy thời gian cần để cô Lan thu được số tiền là 150 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục là khoảng 11,55 năm.

a) Đúng: Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi hàng quý là khoảng 161,623 triệu đồng.

b) Đúng: Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi hàng tháng là khoảng 161,862 triệu đồng.

c) Sai: Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Lan thu được sau 5 năm nếu được tính lãi kép theo thể thức tính lãi liên tục là khoảng 161,983 triệu đồng.

d) Sai: Thời gian cần thiết để cô Lan thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là 180 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục khoảng 11,55 năm.

Câu 16. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BC . Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 30° . Tam giác $A'BC$ đều và có diện tích bằng $\sqrt{3}$.

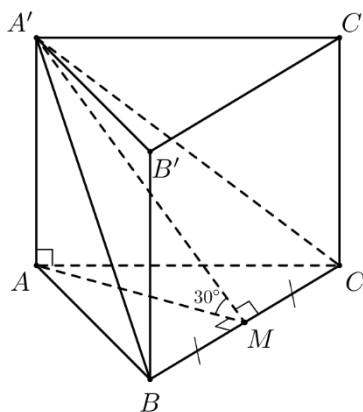
a) Độ dài cạnh BC bằng $\sqrt{2}$.

b) Hai đường thẳng BC và AM vuông góc với nhau.

c) Góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45°

d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



$$\text{Đặt } BC = x \Rightarrow S_{\triangle A'BC} = x^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2.$$

Gọi M là trung điểm của BC suy ra $BC \perp A'M$ (Do tam giác $\triangle A'BC$ đều). Khi đó ta có:

$$\begin{cases} BC \perp A'M \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp AM.$$

$$\text{Vậy } ((A'BC); (ABC)) = (A'M; AM) = \widehat{A'MA} = 30^\circ \Rightarrow AA' = A'M \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Áp dụng công thức: } S' = S \cdot \cos \varphi \Rightarrow S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'BC} \cdot \cos 30^\circ = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra thể tích của lăng trụ là: } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

- a) Sai: Độ dài cạnh BC bằng 2.
 b) Đúng: Hai đường thẳng BC và AM vuông góc với nhau.
 c) Sai: Góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°
 d) Đúng: Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho $\log_a x = 4$ và $\log_b x = 6$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} = \frac{\log_a x \cdot \log_b x}{\log_a x + \log_b x} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{12}{5}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{12}{5} = 2,4.$$

Câu 18. Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 4^x + 4^{-x} = 7 &\Leftrightarrow 2^{2x} + 2^{-2x} = 7 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 = 7 \\ &\Leftrightarrow (2^x)^2 + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} + (2^{-x})^2 - 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{5 + 3}{8 - 4 \cdot 3} = -2.$$

Câu 19. Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

Lời giải

Lãi suất năm là 8% nên lãi suất kì hạn 6 tháng sẽ là $r = 4\% = 0,04$. Thay

$P = 100; r = 0,04; A = 120$ vào công thức $A = P(1 + r)^t$, ta được:

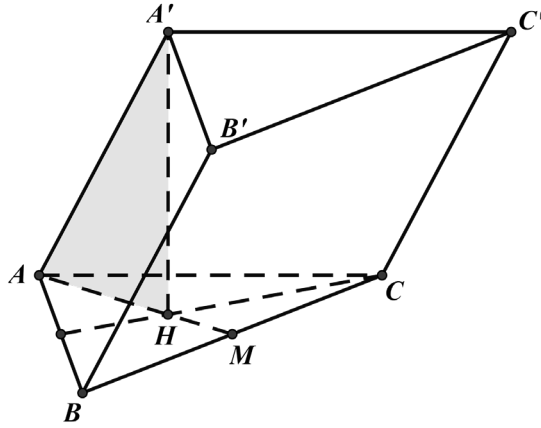
$$120 = 100(1 + 0,04)^t \Rightarrow 1,2 = 1,04^t \Rightarrow t = \log_{1,04} 1,2 \approx 4,65.$$

Vậy sau 5 kì gửi tiết kiệm kì hạn 6 tháng, tức sau 30 tháng, người đó sẽ nhận được ít nhất 120 triệu đồng.

Câu 20. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60° , đáy ABC là tam giác đều cạnh 1 và A' cách đều A, B, C . Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

Lời giải

Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC . Vì A' cách đều A, B, C nên hình chiếu vuông góc của đỉnh A' là H cũng cách đều A, B, C . Khi đó khoảng cách giữa hai đáy chính là $A'H$.

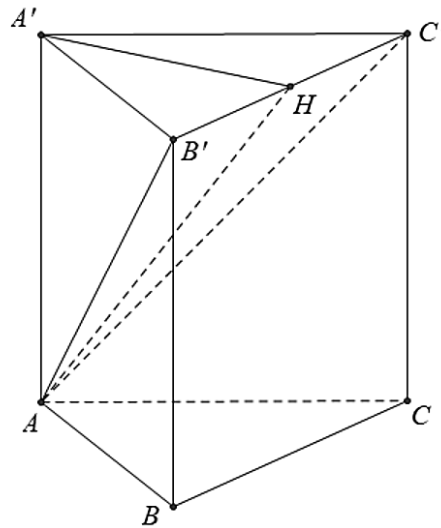


Xét tam giác $AA'H$ có:
$$\begin{cases} H = 90^\circ \\ AH = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = 1. \\ (\widehat{AA', (ABC)}) = \widehat{A'AH} = 60^\circ \end{cases}$$

Vậy khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ là $A'H = 1$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng a . Tính số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) ?

Lời giải



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, do các tam giác $\Delta A'B'C'$, $\Delta AB'C'$ lần lượt cân đỉnh A' và A nên $AH \perp B'C'$, $A'H \perp B'C'$

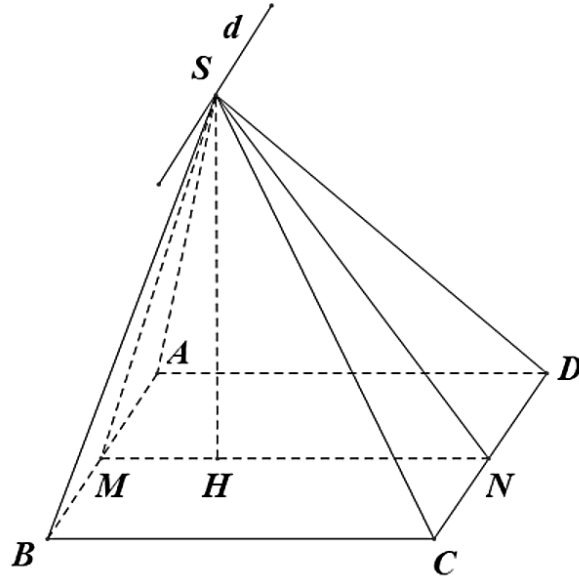
Suy ra: $(\widehat{(AB'C'), (ABC)}) = (\widehat{(AB'C'), (A'B'C')}) = (\widehat{AH, A'H}) = \widehat{AHA'}$

Xét tam giác: AHA' có $\widehat{A} = 90^\circ$, $A'H = a\sqrt{3}$ và $\tan \widehat{AHA'} = \frac{AA'}{A'H} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{AHA'} = 30^\circ$.

Vậy số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) bằng 30° .

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = \sqrt{10}$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết rằng mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác ΔSAB và ΔSCD bằng 2. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Vì $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{cases}$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và song song với AB, CD .

d đi qua S và song song với AB, CD .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Vì $SA = SB, SC = SD$ nên $SM \perp AB, SN \perp CD \Rightarrow SM \perp d, SN \perp d \Rightarrow d \perp (SMN)$.

Mà mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau nên $SM \perp SN$. Kẻ $SH \perp MN$ (1).

Vì $d \perp (SMN) \Rightarrow d \perp SH \Rightarrow SH \perp AB$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot AB \cdot AD$.

Đặt $SM = x, SN = y \Rightarrow SH = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Ta có $SM^2 + SN^2 = MN^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 10$.

Mặt khác $S_{SAB} + S_{SCD} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot x \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot y \cdot 1 = 2 \Leftrightarrow x + y = 4$.

Suy ra $xy = \frac{(x+y)^2 - (x^2 + y^2)}{2} = 3 \Rightarrow SH = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 1$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng 1.

-----HẾT-----

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 04 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$.

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 2. Giả sử a, b và α là các số thực tùy ý ($a > 0, b > 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(ab)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. B. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. C. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = a^\alpha \cdot b^{\frac{1}{\alpha}}$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3}{2}a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 9a^3$.

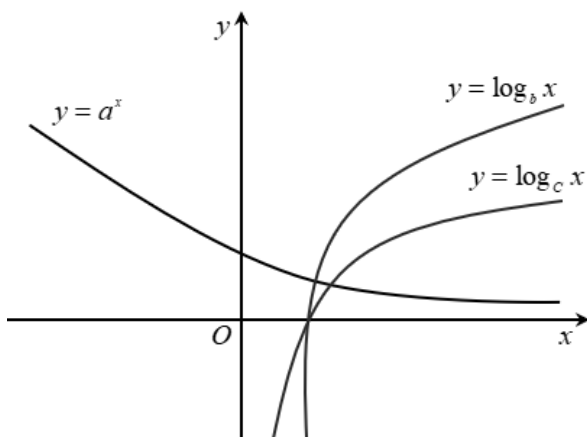
Câu 4. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2 + \log_4 a$ bằng

- A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. B. $\frac{5}{2}\log_2 a$. C. $\log_2 a$. D. $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 5. Một khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng 6 và cạnh đáy bằng 2. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 12. B. 8. C. 24. D. 6.

Câu 6. Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định **đúng**?



- A. $b > c > a$. B. $b > a > c$. C. $a > b > c$. D. $c > b > a$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{1}{3}$ là

- A. $x = 27$. B. $x = \sqrt[3]{3}$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{1}{27}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.
 C. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 9. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. B. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.
 C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$. D. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $BD \perp (SAC)$. B. $SA \perp (ABC)$. C. $CD \perp (SBC)$. D. $BC \perp (SAB)$.
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là
- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là
- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_{27}(3^{x+2} - 9) = m$ với m là tham số. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.
- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 0$.
- b) Khi $m = 1$ phương trình có một nghiệm là $x = \log_3 2$.
- c) Đặt $\log_3(3^x - 1) = t$. Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 + 2t - 3m = 0$.
- d) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > -\frac{1}{3}$.
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C . Tam giác SAB vuông cân tại S và $\widehat{BSC} = 60^\circ$; $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SB, SA , φ là góc giữa đường thẳng AB và CM .
- a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $a\sqrt{3}$
- b) Tam giác SBC là tam giác đều
- c) Đường thẳng MN song song với đường thẳng AB và $(\widehat{AB, CM}) = (\widehat{MN, CM})$
- d) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CM bằng $\frac{\sqrt{6}}{8}$
- Câu 15.** Ông X gửi vào ngân hàng số tiền 300 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 6%/năm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.
- a) Số tiền lãi ông X nhận được ở năm đầu tiên là 6 triệu đồng.
- b) Công thức tính số tiền ông X nhận được cả gốc và lãi sau n năm gửi tiền là $T_n = 300000000 \cdot (1 + 6\%)^n$ đồng.
- c) Số tiền ông X nhận được sau 5 năm là nhiều hơn 410 triệu đồng.
- d) Nếu ông X muốn nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 500 triệu đồng thì cần gửi ít nhất 9 năm.
- Câu 16.** Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Gọi M, O, N lần lượt là trung điểm của AB, AC, CD , qua S dựng đường thẳng $Sx \parallel AB$.
- a) Đường thẳng Sx vuông góc với mặt phẳng (SMN) .
- b) Tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành.
- c) Đoạn thẳng SO có độ dài bằng $a\sqrt{2}$.
- d) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Biết $4^x + 4^{-x} = 14$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Đáp án:.....

Câu 18. Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_a 3 \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:.....

Câu 19. Sau một tháng thi công, công trình xây dựng lớp học từ thiện cho học sinh vùng cao đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, đơn vị xây dựng quyết định từ tháng thứ hai tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kề trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

Đáp án:.....

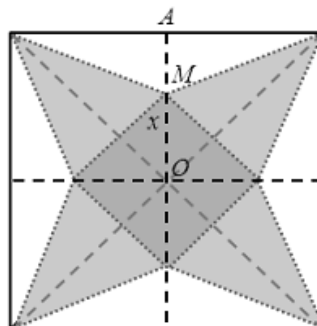
Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) .

Đáp án:.....

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

Đáp án:.....

Câu 22. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 cm, $OM = x$ (cm). Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất (đơn vị: cm)



Đáp án:.....

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	B	B	B	D	B	D	D	C	D	B

PHẦN II.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) S	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III.

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	4	-4	18	60	1	8

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$.

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Câu 2. Giả sử a, b và α là các số thực tùy ý ($a > 0, b > 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(ab)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. B. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. C. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = a^\alpha \cdot b^{\frac{1}{\alpha}}$.

Lời giải

Chọn C

Công thức đúng: $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3}{2}a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 9a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có chiều cao lăng trụ $h = 3a$.

Thể tích của khối lăng trụ $V = Bh = 3a^3$.

Câu 4. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2 + \log_4 a$ bằng

- A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. B. $\frac{5}{2}\log_2 a$. C. $\log_2 a$. D. $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^2 + \log_4 a = 2\log_2 a + \frac{1}{2}\log_2 a = \frac{5}{2}\log_2 a$.

Câu 5. Một khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng 6 và cạnh đáy bằng 2. Thể tích của khối chóp đó bằng

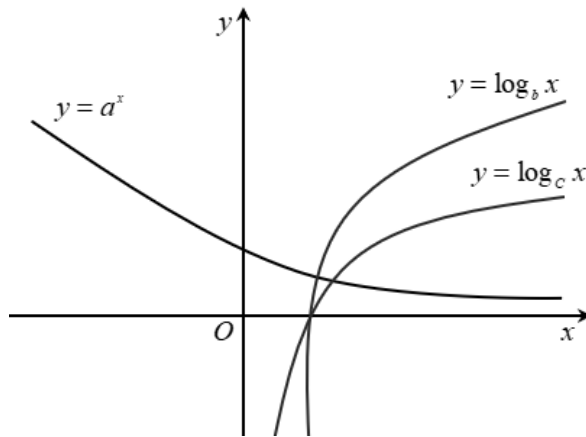
- A. 12. B. 8. C. 24. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} S_{\text{day}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 6 = 8$

Câu 6. Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định **đúng**?



A. $b > c > a$.

B. $b > a > c$.

C. $a > b > c$

D. $c > b > a$.

Lời giải

Chọn D

Hàm $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Hàm $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đồng biến nên $b, c > 1$

Đường thẳng $y = 1$ cắt ĐTHS $y = \log_c x$, $y = \log_b x$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là c và b . Ta thấy $b < c$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{1}{3}$ là

A. $x = 27$.

B. $x = \sqrt[3]{3}$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $x = \frac{1}{27}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3 x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 3^{\frac{1}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{3}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là

A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có. $2^{2+x^2} > 16 \Leftrightarrow 2 + x^2 > 4 \Leftrightarrow x^2 > 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

Câu 9. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

B. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

D. Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Lời giải

Chọn D

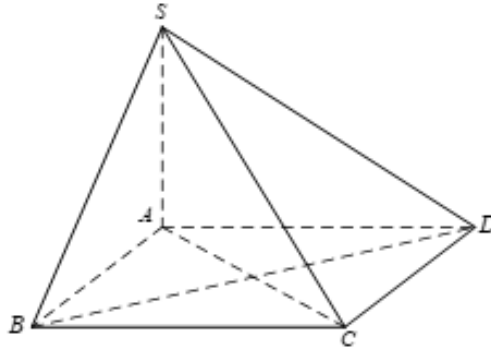
Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $BD \perp (SAC)$. B. $SA \perp (ABC)$. C. $CD \perp (SBC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ mà theo đáp án C có $CD \perp (SBC)$, (SBC) và (SAD) có điểm chung S nên (SBC) và (SAD) trùng nhau. Vô lý vậy C sai.

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \text{D đúng.}$$

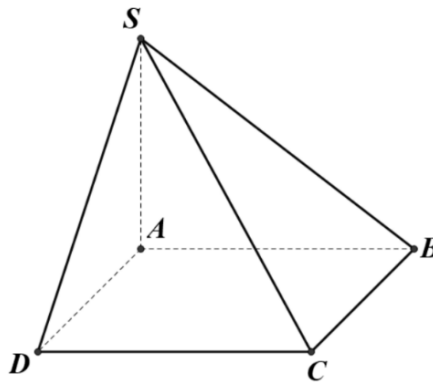
$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABC) \Rightarrow \text{B đúng.}$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .

Lời giải

Chọn D



Vì $CD \parallel AB$ nên $d(SB, CD) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = AD = a$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_{27}(3^{x+2} - 9) = m$ với m là tham số. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 0$.
 b) Khi $m = 1$ phương trình có một nghiệm là $x = \log_3 2$.
 c) Đặt $\log_3(3^x - 1) = t$. Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 + 2t - 3m = 0$.
 d) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > -\frac{1}{3}$.

Lời giải

a) Sai: Điều kiện xác định: $\begin{cases} 3^x - 1 > 0 \\ 3^{x+2} - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

b) Sai: Khi $m = 1$ phương trình có dạng:

$$\begin{aligned} \log_3(3^x - 1) \cdot \log_{27}(3^{x+2} - 9) &= 1 \Leftrightarrow \log_3(3^x - 1) \cdot \log_{3^3}[3^2(3^x - 1)] = 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(3^x - 1) \cdot [\log_3(3^x - 1) + 2] &= 3 \Leftrightarrow [\log_3(3^x - 1)]^2 + 2\log_3(3^x - 1) - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(3^x - 1) = 1 \\ \log_3(3^x - 1) = -3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x - 1 = 3 \\ 3^x - 1 = \frac{1}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 4 \\ 3^x = \frac{28}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 4 \\ x = \log_3 \frac{28}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\log_3 2 \\ x = \log_3 \frac{28}{27} \end{cases} \end{aligned}$$

c) Đúng: $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_{27}(3^{x+2} - 9) = m \Leftrightarrow \log_3(3^x - 1) \cdot \log_{3^3}[3^2(3^x - 1)] = m$
 $\Leftrightarrow \log_3(3^x - 1) \cdot [\log_3(3^x - 1) + 2] = 3m \Leftrightarrow [\log_3(3^x - 1)]^2 + 2\log_3(3^x - 1) - 3m = 0$.

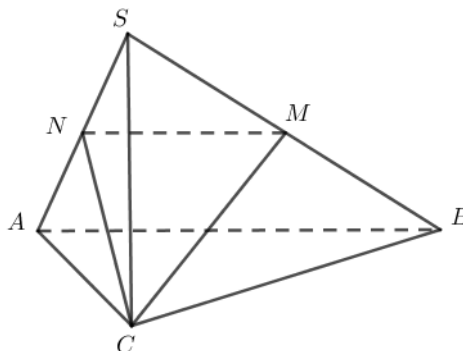
Khi đó đặt $\log_3(3^x - 1) = t$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 + 2t - 3m = 0$ (1).

d) Đúng: Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C . Tam giác SAB vuông cân tại S và $\widehat{BSC} = 60^\circ$; $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SB, SA , φ là góc giữa đường thẳng AB và CM .

- a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $a\sqrt{3}$
 b) Tam giác SBC là tam giác đều
 c) Đường thẳng MN song song với đường thẳng AB và $(\widehat{AB, CM}) = (\widehat{MN, CM})$
 d) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CM bằng $\frac{\sqrt{6}}{8}$

Lời giải



Đặt $SA = a$. Suy ra $SB = CA = CB = a$ và $AB = a\sqrt{2}$.

Lại có $\widehat{BSC} = 60^\circ$. Suy ra tam giác SBC đều nên $SC = a$.

Suy ra $CM = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ hay MN song song với AB .

Khi đó $(\widehat{AB, CM}) = (\widehat{MN, CM})$. Áp dụng định lí cosin vào tam giác CMN ta có:

$$\cos \widehat{CMN} = \frac{MC^2 + MN^2 - CN^2}{2MC \cdot MN} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{AB, CM}) = \cos(\widehat{MN, CM}) = |\cos \widehat{CMN}| = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

a) Sai: Độ dài đoạn thẳng AB bằng $a\sqrt{2}$

b) Đúng: Tam giác SBC là tam giác đều

c) Đúng: Đường thẳng MN song song với đường thẳng AB và $(\widehat{AB, CM}) = (\widehat{MN, CM})$

d) Sai: Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CM bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}$

Câu 15. Ông X gửi vào ngân hàng số tiền 300 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 6%/năm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Số tiền lãi ông X nhận được ở năm đầu tiên là 6 triệu đồng.

b) Công thức tính số tiền ông X nhận được cả gốc và lãi sau n năm gửi tiền là $T_n = 300000000 \cdot (1 + 6\%)^n$ đồng.

c) Số tiền ông X nhận được sau 5 năm là nhiều hơn 410 triệu đồng.

d) Nếu ông X muốn nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 500 triệu đồng thì cần gửi ít nhất 9 năm.

Lời giải

a) Sai: Vì số tiền lãi năm đầu tiên bằng số tiền gửi nhân với lãi suất: $300 \times 6\% = 18$ triệu đồng.

b) Đúng: Áp dụng công thức: $T_n = A \cdot (1 + r)^n$.

Theo giả thiết $A = 300000000$; $r = 6\%$ nên suy ra số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n năm gửi tiền là $T_n = 300000000 \cdot (1 + 6\%)^n$ đồng

c) Sai: Vì số tiền ông nhận được sau 5 năm gửi là $T_5 = 300000000 \cdot (1 + 6\%)^5 \approx 401467673$ đồng, nhỏ hơn 410 triệu đồng.

d) Đúng: Công thức tính số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n năm gửi tiền là $T_n = 300000000 \cdot (1 + 6\%)^n$ đồng.

Theo giả thiết ta có $T_n > 500000000 \Leftrightarrow 300000000 \cdot (1 + 6\%)^n > 500000000$

$$\Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \frac{5}{3} \approx 8,77.$$

Vậy sau ít nhất 9 năm thì ông X thu được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 500 triệu đồng.

Câu 16. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Gọi M, O, N lần lượt là trung điểm của AB, AC, CD , qua S dựng đường thẳng $Sx \parallel AB$.

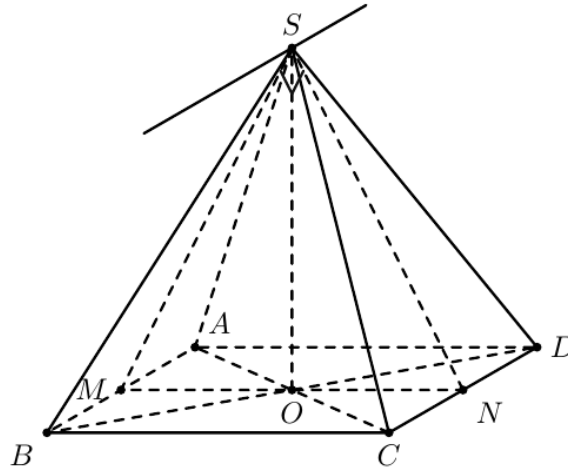
a) Đường thẳng Sx vuông góc với mặt phẳng (SMN)

b) Tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành

c) Đoạn thẳng SO có độ dài bằng $a\sqrt{2}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Lời giải



Gọi M, O, N lần lượt là trung điểm của AB, AC, CD nên $AB \perp SM, CD \perp SN$.

Qua S dựng đường thẳng $Sx \parallel AB$.

$$\text{Vì } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \text{ nên } (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD. \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} Sx \perp SM \\ Sx \perp SN \end{cases} \Rightarrow Sx \perp (SMN) \Rightarrow \widehat{MSN} = 90^\circ.$$

Hình chóp $S.ABCD$ đều $\Rightarrow ABCD$ là hình vuông, có $AC = 4a \Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow MN = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SO = \frac{MN}{2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot (2a\sqrt{2})^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3.$$

a) Đúng: Đường thẳng Sx vuông góc với mặt phẳng (SMN)

b) Sai: Tứ giác $ABCD$ là một hình vuông do khối chóp này là khối chóp đều

c) Đúng: Đoạn thẳng SO có độ dài bằng $2a\sqrt{2}$

d) Sai: Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Biết $4^x + 4^{-x} = 14$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4 \text{ (vì } 2^x + 2^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}.$$

$$\text{Vậy } P = 4.$$

Câu 18. Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3} \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2 = \log_{a^3} \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = \frac{1}{3} \log_a \frac{a^5}{\frac{1}{b^{\frac{1}{4}}}} = \frac{1}{3} \left(\log_a a^5 - \log_a b^{\frac{1}{4}} \right) = \frac{1}{3} \left(5 - \frac{1}{4} \log_a b \right)$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{1}{4} \log_a b = 6 \Rightarrow \log_a b = -4.$$

Câu 19. Sau một tháng thi công, công trình xây dựng lớp học từ thiện cho học sinh vùng cao đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, đơn vị xây dựng quyết định từ tháng thứ hai tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

Lời giải

Theo dự kiến, cần 24 tháng để hoàn thành công trình. Vậy khối lượng công việc trên một tháng theo dự tính là: $\frac{1}{24}$ (công trình)

$$\text{Khối lượng công việc của tháng thứ 2 là: } T_2 = \frac{1}{24} + 0,04 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{24}(1 + 0,04)^1$$

Khối lượng công việc của tháng thứ 3 là:

$$T_3 = \left(\frac{1}{24} + 0,04 \cdot \frac{1}{24} \right) + 0,04 \cdot \left(\frac{1}{24} + 0,04 \cdot \frac{1}{24} \right) = \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,04)^2$$

$$\text{Như vậy khối lượng công việc của tháng thứ } n \text{ là: } T_n = \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,04)^{n-1}$$

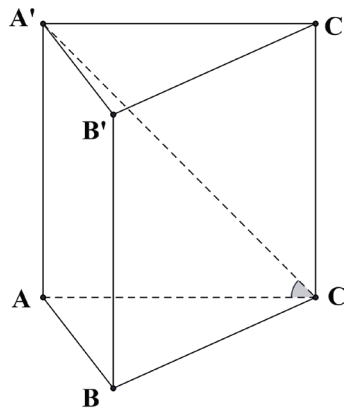
$$\text{Ta có: } \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,04)^0 + \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,04)^1 + \dots + \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,04)^{n-1} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{24} \cdot \frac{1 - (1 + 0,04)^n}{1 - (1 + 0,04)} = 1 \Leftrightarrow (1 + 0,04)^n = \frac{49}{25} \Leftrightarrow n = \log_{1+0,04} \frac{49}{25} \approx 17,2$$

Vậy công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ 18 từ khi khởi công.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) .

Lời giải



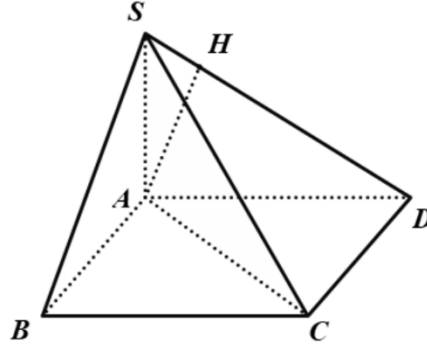
Ta có hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) là AC .

$$\text{Nên } (A'C, (ABC)) = (A'C, AC) = \widehat{A'CA}. \text{ Ta có } \tan \widehat{A'CA} = \frac{A'A}{AC} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 60^\circ.$$

$$\text{Do vậy } (A'C, (ABC)) = 60^\circ.$$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

Lời giải



Dựng điểm D sao cho $ABCD$ là hình chữ nhật. Ta có $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$.

Khi đó $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Trong (SCD) , dựng $AH \perp SD$ ($H \in SD$).

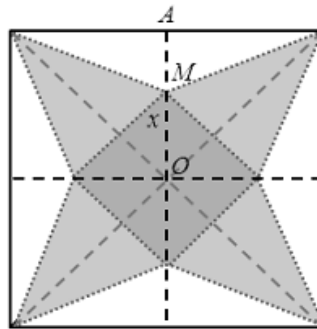
Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Có $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Do đó $d(A, (SCD)) = AH$.

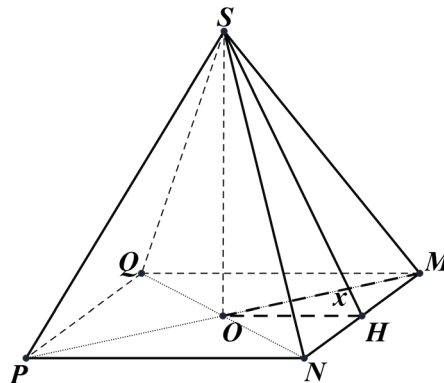
Ta có $AD = BC = \sqrt{2}$.

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = a$. Vậy $d(AB, SC) = AH = 1$.

Câu 22. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 cm, $OM = x$ (cm). Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất (đơn vị: cm)



Lời giải



Giả sử được hình chóp tứ giác đều như hình vẽ có cạnh đáy bằng $x\sqrt{2}$.

Khi đó: $OM = x \Rightarrow OH = HM = \frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow SH = 10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}$.

Suy ra: $SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{20(10 - x)}.$

Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2x^2 \cdot \sqrt{20(10 - x)} = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{40 - 4x}$ (với $0 \leq x \leq 10$).

Tìm giá trị lớn nhất của V ta được $V_{\max} = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot 10^2$ khi $x = 8$.

Có thể tìm giá trị lớn nhất bằng cách áp dụng BĐT Cauchy cho 4 số không âm, ta có:

$$x^2 \cdot \sqrt{40 - 4x} = \sqrt{(40 - 4x) \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} \leq \left(\sqrt{\frac{40 - 4x + x + x + x + x}{4}} \right)^4 \Leftrightarrow \sqrt{40 - 4x} \cdot x^2 \leq 10^2.$$

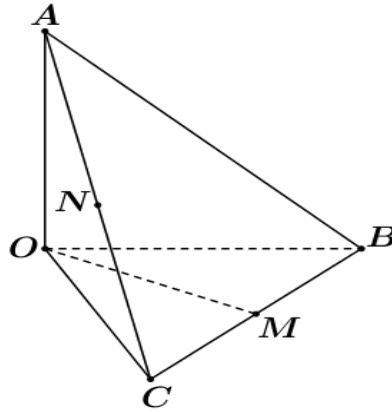
Vậy $V = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot x^2 \sqrt{40 - 4x} \leq \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot 10^2$. Dấu bằng xảy ra khi $40 - 4x = x \Leftrightarrow x = 8$.

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
 B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
 C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
 D. Nếu a và b cùng nằm trong (α) , $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .
- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$ là
- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 3.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng
- A. $a^{\frac{13}{6}}$. B. $a^{\frac{13}{8}}$. C. $a^{\frac{17}{4}}$. D. $a^{\frac{17}{6}}$.
- Câu 4.** Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng
- A. $32a^3$. B. $16a^3$. C. $64a^3$. D. $8a^3$.
- Câu 5.** Với $a > 0$, $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right)$ bằng
- A. 1000. B. $\log\left(100a + \frac{10}{a}\right)$. C. 3. D. $1 + 2\log a$.
- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $AB \perp (ABC)$. B. $AC \perp BD$. C. $CD \perp (ABD)$. D. $BC \perp AD$.
- Câu 7.** Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-2} = 81$ là
- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 8.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$ là
- A. -2. B. -3. C. $\frac{1}{100}$. D. $\frac{1}{1000}$.
- Câu 9.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và thể tích bằng a^3 . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
- A. $\sqrt{3}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.
- Câu 10.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 5 \leq 0$ là
- A. $S = (-\infty; \log_2 5]$. B. $S = (0; \log_2 5]$. C. $S = [0; \log_2 5]$. D. $S = (0; \log_5 2]$.
- Câu 11.** Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng
- A. $\frac{S}{V}$. B. $\frac{3V}{S}$. C. $\frac{V}{S}$. D. $\frac{S}{3V}$.
- Câu 12.** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



- A. $\widehat{ABO}$. B. $\widehat{MNO}$. C. $\widehat{NOM}$. D. $\widehat{OMN}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- Khi $m = 2$ phương trình có 1 nghiệm $x = 3$.
 - Điều kiện xác định của phương trình $x > 0$.
 - Với điều kiện xác định của phương trình, đặt $t = \log_2 x$ ($t > 0$), phương trình đã cho có dạng $t^2 - 2t + 2 - m = 0$
 - Có 2 giá trị nguyên để phương trình có nghiệm $x \in [1; 9]$
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{5}$, đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a$. Dựng AK vuông góc BC và AH vuông góc SK .
- Hai đường thẳng BC và AH vuông góc với nhau.
 - Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC)
 - Đoạn thẳng AK có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}$
 - Tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2}{5}$.
- Câu 15.** Năm 2024 bạn Huyền có số tiền 200 triệu đồng. Do chưa cần sử dụng đến số tiền này nên bạn Huyền gửi tiết kiệm vào một ngân hàng và được nhân viên ngân hàng tư vấn nhiều hình thức gửi khác nhau để bạn Huyền chọn một hình thức gửi.
- Nếu bạn Huyền gửi theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% thì số tiền bạn Huyền thu được cả lãi và gốc sau ba năm là 231,94 triệu.
 - Sau 48 tháng bạn Huyền muốn có số tiền 250 thì bạn Huyền chọn hình thức lãi kép với lãi suất bằng 1,005% một tháng.
 - Bạn Huyền chọn hình thức gửi theo kì hạn 3 tháng với lãi suất không đổi là 6% một năm thì sau 13 quý bạn Huyền có 300 triệu đồng.
 - Vào ngày 01/01/2024 bạn Huyền gửi vào ngân hàng với lãi suất không đổi 5% một năm. Hàng tháng vào ngày 01/01 bạn Huyền rút ra số tiền không đổi là 5 triệu đồng. Sau 44 tháng thì bạn Huyền rút hết số tiền đã gửi trong ngân hàng.
- Câu 16.** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.
- Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
 - Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
 - Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $3\sqrt{3}$.
 - Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{1}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Đáp án:.....

Câu 18. Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Đáp án:.....

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Đáp án:.....

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng ABC ?

Đáp án:.....

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{6}$, cạnh bên $SD = 2\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

Đáp án:.....

Câu 22. Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 2304m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 600000 đồng/ m^2 . Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất (đơn vị: triệu đồng) để xây dựng bể đó là bao nhiêu (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể)?

Đáp án:.....

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	D	C	D	A	C	A	A	C	D

PHẦN II.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III.

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	7	4	15	30	2	578,4

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.** Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong (α) , $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Chọn B

Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$ là
- A.** $[1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định $D = (1; +\infty)$.

- Câu 3.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng
- A.** $a^{\frac{13}{6}}$. **B.** $a^{\frac{13}{8}}$. **C.** $a^{\frac{17}{4}}$. **D.** $a^{\frac{17}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}} = \sqrt{a^3 a^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{a^{\frac{13}{4}}} = a^{\frac{13}{8}}$.

- Câu 4.** Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng
- A.** $32a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $64a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3 = 8a^3$.

- Câu 5.** Với $a > 0$, $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right)$ bằng
- A.** 1000. **B.** $\log\left(100a + \frac{10}{a}\right)$. **C.** 3. **D.** $1 + 2\log a$.

Lời giải

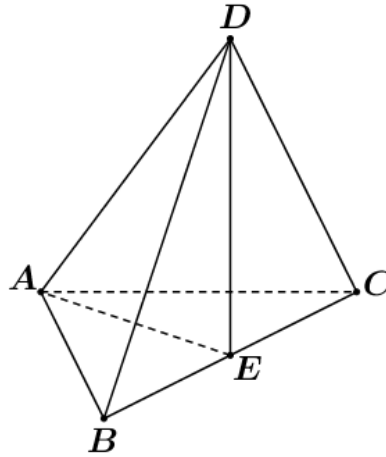
Chọn C

Ta có $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right) = \log\left(100a \cdot \frac{10}{a}\right) = \log 1000 = 3$.

- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $AB \perp (ABC)$. **B.** $AC \perp BD$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $BC \perp AD$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của BC . Khi đó ta có $\begin{cases} AE \perp BC \\ DE \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADE) \Rightarrow BC \perp AD$.

- Câu 7.** Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-2} = 81$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{x^2-2} = 81 \Leftrightarrow 3^{x^2-2} = 3^4 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm thực

- Câu 8.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$ là

- A.** -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** $\frac{1}{1000}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x > 0$

Ta có: $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^{-3} \end{cases}$

Vậy tích hai nghiệm là: $\frac{1}{1000} \cdot 10 = \frac{1}{100}$.

- Câu 9.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và thể tích bằng a^3 . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\sqrt{3}a$. **B.** $2\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích đáy của hình chóp là $S = \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Chiều cao của khối chóp là $h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{a^2 \sqrt{3}} = \sqrt{3}a$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 5 \leq 0$ là

- A.** $S = (-\infty; \log_2 5]$. **B.** $S = (0; \log_2 5]$. **C.** $S = [0; \log_2 5]$. **D.** $S = (0; \log_5 2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow 2^x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \log_2 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 5 \leq 0$ là $S = (-\infty; \log_2 5]$.

Câu 11. Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

- A.** $\frac{S}{V}$. **B.** $\frac{3V}{S}$. **C.** $\frac{V}{S}$. **D.** $\frac{S}{3V}$.

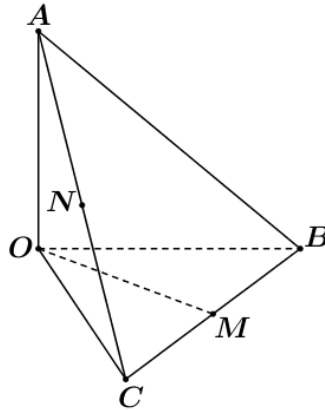
Lời giải

Chọn C

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ.

Ta có thể tích khối lăng trụ là $V = S.h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S}$.

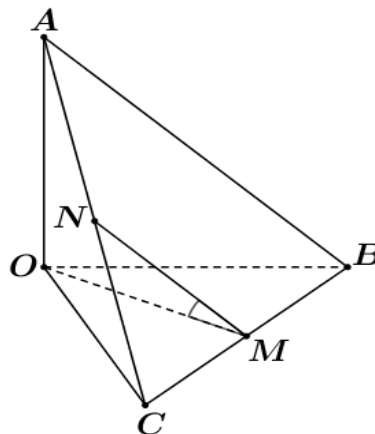
Câu 12. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



- A.** $\widehat{ABO}$. **B.** $\widehat{MNO}$. **C.** $\widehat{NOM}$. **D.** $\widehat{OMN}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AB \parallel MN$ (do MN là đường trung bình của tam giác ABC)

Khi đó $\widehat{(AB; OM)} = \widehat{(MN; OM)} = \widehat{NMO}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- Khi $m = 2$ phương trình có 1 nghiệm $x = 3$.
- Điều kiện xác định của phương trình $x > 0$.
- Với điều kiện xác định của phương trình, đặt $t = \log_2 x$ ($t > 0$), phương trình đã cho có dạng $t^2 - 2t + 2 - m = 0$
- Có 2 giá trị nguyên để phương trình có nghiệm $x \in [1; 9]$

Lời giải

a) Sai: Thay $m = 2$, vào phương trình ta được $\log_3^2 x - \log_3 x^2 = 0$ điều kiện $x > 0$

$$\text{Phương trình } \log_3^2 x - \log_3 x^2 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 0 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$$

b) Đúng: Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

c) Sai: Với $x > 0$, đặt $t = \log_3 x$ phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 2 - m = 0$

d) Đúng: Với $x > 0$, đặt $t = \log_3 x$ do $x \in [1; 9] \Rightarrow t \in [0; 2]$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 2 - m = 0$ (1)

Phương trình (1) $\Leftrightarrow t^2 - 2t + 2 = m$, xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 2$

Vậy để phương trình có nghiệm thì $m \in [1; 2], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2\}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{5}$, đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a$. Dựng AK vuông góc BC và AH vuông góc SK .

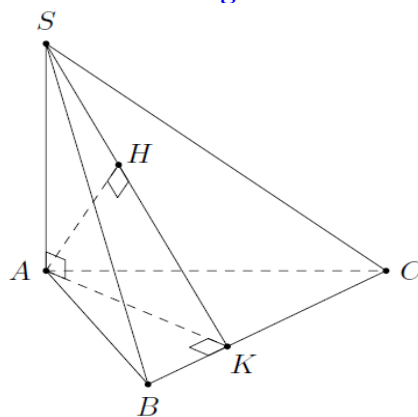
a) Hai đường thẳng BC và AH vuông góc với nhau.

b) Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC)

c) Đoạn thẳng AK có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

d) Tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2}{5}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$ mà $AH \perp SK$ nên $AH \perp (SBC)$.

Do đó SK là hình chiếu vuông góc của SA trên mặt phẳng (SBC)

Đặt $\alpha = (SA; (SBC)) = (SA; SK) = \widehat{ASK}$.

$$\text{Ta có } AK = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Khi đó $\tan \alpha = \frac{AK}{AS} = \frac{\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{5}$.

- a) Đúng: Hai đường thẳng BC và AH vuông góc với nhau.
 b) Đúng: Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC)
 c) Sai: Đoạn thẳng AK có độ dài bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$
 d) Đúng: Tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2}{5}$.

Câu 15. Năm 2024 bạn Huyền có số tiền 200 triệu đồng. Do chưa cần sử dụng đến số tiền này nên bạn Huyền gửi tiết kiệm vào một ngân hàng và được nhân viên ngân hàng tư vấn nhiều hình thức gửi khác nhau để bạn Huyền chọn một hình thức gửi.

- a) Nếu bạn Huyền gửi theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% thì số tiền bạn Huyền thu được cả lãi và gốc sau ba năm là 231,94 triệu.
 b) Sau 48 tháng bạn Huyền muốn có số tiền 250 thì bạn Huyền chọn hình thức lãi kép với lãi suất bằng 1,005% một tháng.
 c) Bạn Huyền chọn hình thức gửi theo kì hạn 3 tháng với lãi suất không đổi là 6% một năm thì sau 13 quý bạn Huyền có 300 triệu đồng.
 d) Vào ngày 01/01/2024 bạn Huyền gửi vào ngân hàng với lãi suất không đổi 5% một năm. Hàng tháng vào ngày 01/01 bạn Huyền rút ra số tiền không đổi là 5 triệu đồng. Sau 44 tháng thì bạn Huyền rút hết số tiền đã gửi trong ngân hàng.

Lời giải

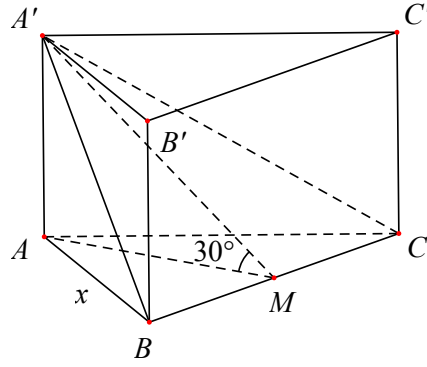
- a) Đúng: Ta có $S_6 = 200 \cdot \left(1 + 5\% \cdot \frac{6}{12}\right)^6 \approx 231,94$.
 b) Đúng: Ta có $250 = 200 \cdot (1 + r\%)^{48} \Leftrightarrow r\% \approx 1,005\%$
 c) Sai: $300 = 200 \cdot \left(1 + 6\% \cdot \frac{3}{12}\right)^n \Leftrightarrow n \approx 27,2$ tức là gần 9 quý
 d) Sai: Ta có $T = 200 \left(1 + 5\% \cdot \frac{1}{12}\right)^n - 5 \frac{\left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^n - 1}{\frac{5\%}{12}}$.

Khi bạn Huyền rút hết tiền thì $T = 200 \left(1 + 5\% \cdot \frac{1}{12}\right)^n - 5 \frac{\left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^n - 1}{\frac{5\%}{12}} = 0 \Rightarrow n \approx 45$ tháng.

Câu 16. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.

- a) Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
 b) Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
 c) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $3\sqrt{3}$.
 d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

Lời giải



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{(A'BC), (ABC)} = \widehat{A'MA} = 30^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle A'MA, \text{ có } A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x.$$

$$S_{A'BC} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 18 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Suy ra đường cao của hình lăng trụ là } h = A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 3,$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều nên } S_{ABC} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} A'A \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \approx 15.59$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 27\sqrt{3}.$$

a) Sai: Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3$.

b) Đúng: Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.

c) Sai: Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng $9\sqrt{3}$.

d) Đúng: Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{1}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Lời giải

Do $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 2x^2 + mx + 2 > 0$.

Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2x^2 + mx + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 < 0$
 $\Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; \dots; 2; 3\}$ nên có 7 giá trị m .

Câu 18. Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x > 2y \end{cases} \text{ . Đặt } \log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y) = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4^t \\ y = 9^t \\ x - 2y = 6^t \end{cases} \Rightarrow 4^t - 2 \cdot 9^t = 6^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t - \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = -1 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = 2 \end{cases}$$

Khi đó $\frac{x}{y} = \left(\frac{4}{9}\right)^t = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^t\right]^2 = 4.$

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Lời giải

Chọn năm 2023 làm mốc tính, số dân hàng tỉ lệ tăng dân số trong vòng 21, từ năm 2020 đến năm 2040 năm là khoảng 0.99% một năm, nên dân số nước ta sau N năm ($-3 \leq N \leq 17$) là:

$$S_N = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N \text{ để dân số là 115 triệu người thì } N \text{ phải thỏa mãn:}$$

$$1150000000 = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N$$

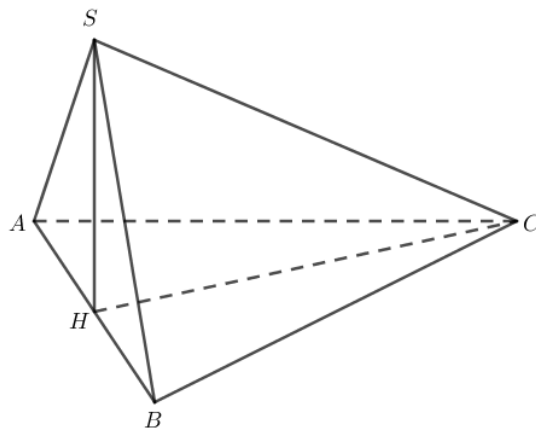
$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{0.99}{100}\right)^N = \frac{115\,000\,000}{99\,186\,471} \Leftrightarrow N \cdot \ln(1.0099) = \ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{\ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)}{\ln(1.0099)} \approx 15,016 \approx 15$$

Như vậy sau 15 năm, tức là năm 2038 thì dân số nước ta ở mức khoảng 115 triệu người.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng ABC ?

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB . Do tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên ta có: $SH = \frac{1}{2}AB = a$ và $SH \perp (ABC)$. Suy ra:

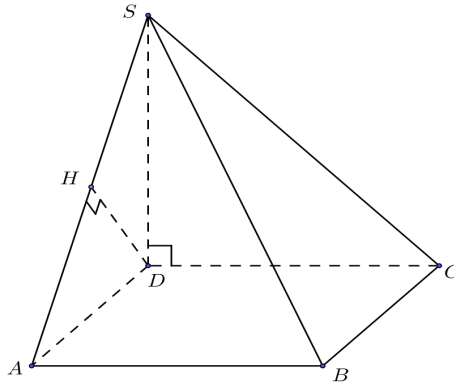
$$\left(\widehat{SC, (ABC)}\right) = \widehat{SCH}.$$

ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$ nên $CH = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SCH vuông tại H có: $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\left(\widehat{SC, (ABC)}\right) = 30^\circ$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{6}$, cạnh bên $SD = 2\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp AD \\ SD \cap AD = D \text{ trong } (SAD) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$$

Vẽ $DH \perp SA$ tại H trong mặt phẳng (SAD)

$$\text{Ta có } \begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp SA \\ AB \cap SA = A \text{ trong } (SAB) \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB)$$

Vì $CD \parallel (SAB)$ nên $d(SB; CD) = d((SAB); CD) = d((SAB); D) = DH$.

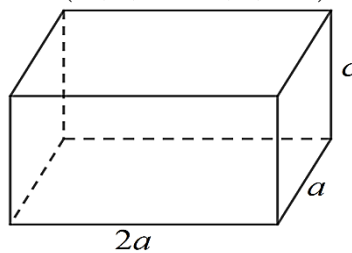
$$\triangle SAD \text{ vuông tại } D \text{ với đường cao } DH \text{ có } DH = \frac{SD \cdot DA}{\sqrt{SD^2 + DA^2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2}} = 2$$

Câu 22. Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 2304m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 600000 đồng/ m^2 . Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất (đơn vị: triệu đồng) để xây dựng bể đó là bao nhiêu (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể)?

Lời giải

Theo bài ra ta có để chi phí thuê nhân công là thấp nhất thì ta phải xây dựng bể sao cho tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là nhỏ nhất.

Gọi ba kích thước của bể là $a, 2a, c$ ($a(\text{m}) > 0, c(\text{m}) > 0$).



Ta có diện tích các mặt cần xây là $S = 2a^2 + 4ac + 2ac = 2a^2 + 6ac$.

$$\text{Thể tích bể } V = a \cdot 2a \cdot c = 2a^2c = 2304 \Rightarrow c = \frac{1152}{a^2}.$$

$$\text{Suy ra } S = 2a^2 + 6a \cdot \frac{1152}{a^2} = 2a^2 + \frac{6912}{a} = 2a^2 + \frac{3456}{a} + \frac{3456}{a} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2a^2 \cdot \frac{3456}{a} \cdot \frac{3456}{a}} = 864.$$

Vậy $S_{\min} = 864\text{m}^2$, khi đó chi phí thấp nhất là $864 \cdot 600000 = 518.4$ triệu đồng.

HẾT

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

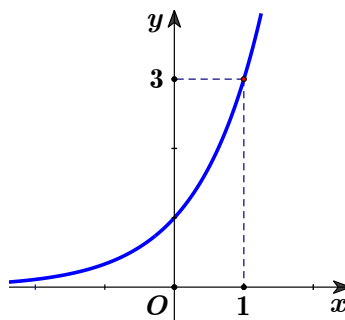
Câu 1. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$ B. $(xy)^n = x^n y^n$ C. $(x^n)^m = x^{n.m}$ D. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(2a)$ bằng

- A. $\frac{\ln 5}{\ln 2}$. B. $\ln(3a)$. C. $\frac{\ln 5a}{\ln 2a}$. D. $\ln \frac{5}{2}$.

Câu 3. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?

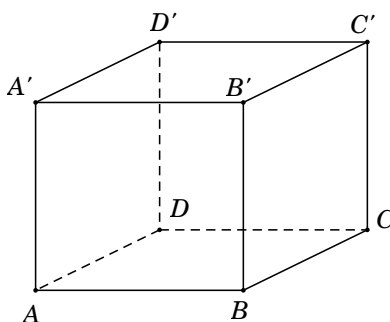


- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 7$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ dưới.



Chọn khẳng định **đúng**?

- A. $BB' \perp C'B$. B. $BB' \perp CD'$. C. $BB' \perp A'D$. D. $BB' \perp CD$.

Câu 6. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu:

- A. Vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng (P) .
 B. Vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mặt phẳng (P) .
 C. Vuông góc với đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) .
 D. Vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) .

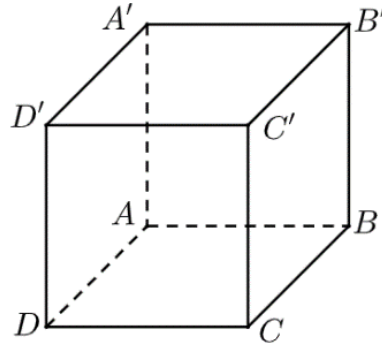
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi O là trung điểm cạnh SC . H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. H là trung điểm của cạnh AB .
- B. H là trung điểm của cạnh BC .
- C. H là trung điểm của cạnh AC .
- D. H là trọng tâm của tam giác ABC .

Câu 8. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 30° .
- D. 45° .

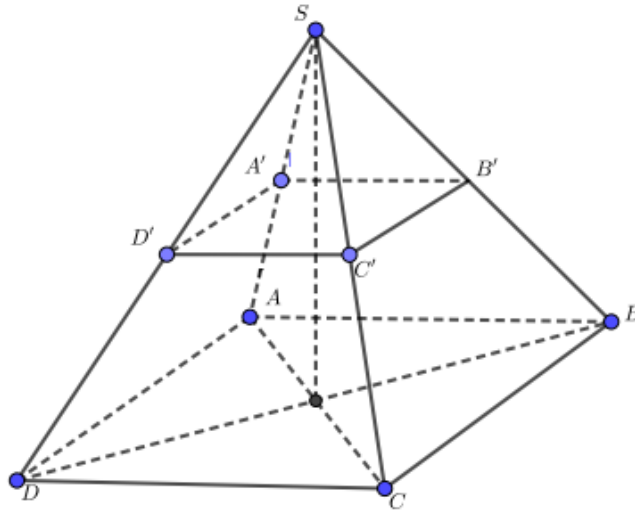
Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Đường vuông góc chung của AD và $C'D'$ đi qua hai điểm nào sau đây?

- A. D và D' .
- B. A và C' .
- C. A và D' .
- D. A và A' .

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Hình nào sau đây là hình chóp cắt đều?



- A. $S.A'B'C'D'$.
- B. $ABCD.A'B'C'D'$.
- C. $ACD.A'C'D'$.
- D. $ABC.A'B'C'$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng MN và BD là

- A. 90° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 30° .

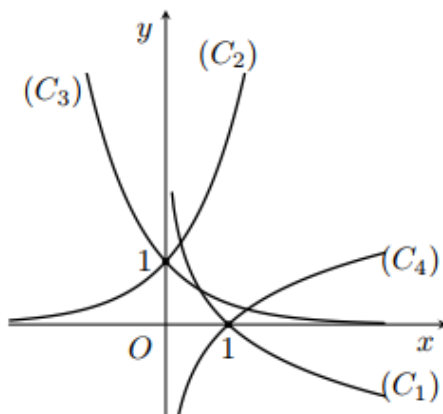
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$, có tam giác ABC và tam giác SBC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Số đo của góc giữa SA và (ABC) là

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 75° .

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ và các đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) là đồ thị của bốn hàm số đã cho như hình vẽ.



- a) Đồ thị của hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là đường cong (C_1) .
- b) Đồ thị của hàm số $y = 3^x$ là đường cong (C_2) .
- c) Đồ thị của hàm số $y = \log_3 x$ là đường cong (C_4) .
- d) Đồ thị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ là đường cong (C_3) .

Câu 14. Cho số thực a dương. Khi đó

- a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = \sqrt[3]{a}$
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^2$
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a}$
- d) $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{-2}$

Câu 15. Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó

- a) $\log_a (a.b) = 1 + \log_a b$
- b) $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \frac{3}{2 \log_a b}$
- c) $\log_a (b.c) = \log_a b \cdot \log_a c$
- d) $\log_a b + 2 \log_a c - \log_a 2 = \log_a (b + c^2 - 2)$

Câu 16. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.

- a) Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
- b) Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
- c) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $(14.5; 15.5)$.
- d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Cho $4^x + 4^{-x} = 2$ và biểu thức $A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $2a - b$.

Câu 18. Cho hàm số các số thực a, b, c thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 16$, $b^{\log_5 7} = 25$, $c^{\log_7 49} = \sqrt{7}$. Giá trị biểu thức $P = a^{(\log_2 5)^2} + b^{(\log_5 7)^2} + c^{(\log_7 49)^2}$ bằng bao nhiêu?

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Câu 20. Thang đo Richtơ được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richtơ. Công thức tính độ chấn động như sau : $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richtơ, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richtơ sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richtơ?

Câu 21. Tháp Phước Duyên ở Chùa Thiên Mụ (Huế) cao bảy tầng, sàn của mỗi tầng đều là hình bát giác đều (như hình bên). Hỏi góc giữa hai cạnh AB và CD là bao nhiêu?



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2$, tam giác SAB vuông tại A , tam giác SBC vuông tại B , $SB = 4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ (kết quả làm tròn đến chữ thập phân thứ hai).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$

B. $(xy)^n = x^n y^n$

C. $(x^n)^m = x^{n.m}$

D. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(2a)$ bằng

A. $\frac{\ln 5}{\ln 2}$.

B. $\ln(3a)$.

C. $\frac{\ln 5a}{\ln 2a}$.

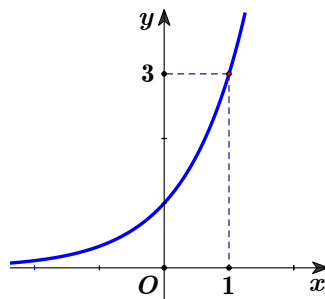
D. $\ln \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(5a) - \ln(2a) = \ln \frac{5a}{2a} = \ln \frac{5}{2}$.

Câu 3. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = 3^x$.

Lời giải

Chọn D

Đây là đồ thị của một hàm số đồng biến nên loại B, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$ nên loại A.

Vậy ta chọn D.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 7$.

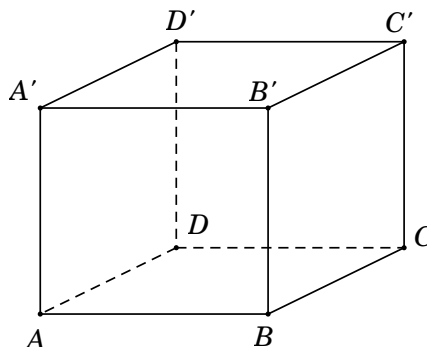
D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{3x-5} = 16 \Leftrightarrow 2^{3x-5} = 2^4 \Leftrightarrow 3x - 5 = 4 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ dưới.



Chọn khẳng định **đúng**?

A. $BB' \perp C'B$.

B. $BB' \perp CD'$.

C. $BB' \perp A'D$.

D. $BB' \perp CD$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\begin{cases} BB' \perp AB \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow BB' \perp CD.$

Câu 6. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu:

A. Vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng (P) .

B. Vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mặt phẳng (P) .

C. Vuông góc với đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) .

D. Vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) .

Lời giải

Chọn D

Ta có định nghĩa: Đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu Δ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi O là trung điểm cạnh SC . H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. H là trung điểm của cạnh AB .

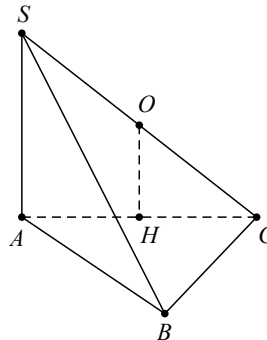
B. H là trung điểm của cạnh BC .

C. H là trung điểm của cạnh AC .

D. H là trọng tâm của tam giác ABC .

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra, ta có $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \parallel SA \Rightarrow H$ là trung điểm của AC .

Câu 8. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

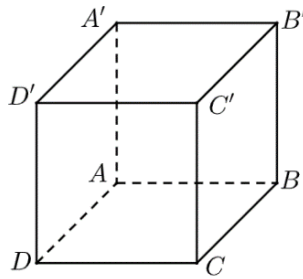
D. 45° .

Lời giải

Chọn A

Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau thì góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 90° .

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Đường vuông góc chung của AD và $C'D'$ đi qua hai điểm nào sau đây?

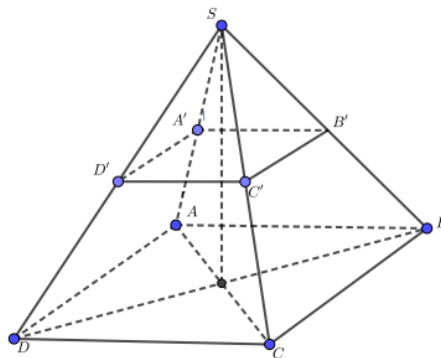
- A. D và D' . B. A và C' . C. A và D' . D. A và A' .

Lời giải

Chọn A

Đường vuông góc chung của AD và $C'D'$ đi qua hai điểm D và D' .

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Hình nào sau đây là hình chóp cắt đều?



- A. $S.A'B'C'D'$. B. $ABCD.A'B'C'D'$. C. $ACD.A'C'D'$. D. $ABC.A'B'C'$.

Lời giải

Chọn B

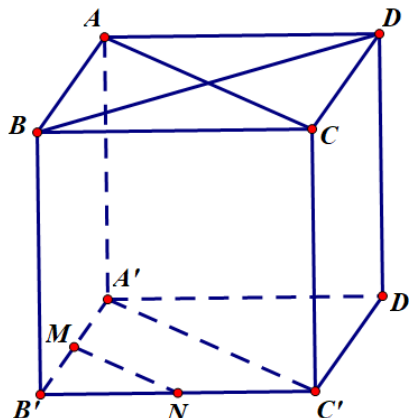
Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông và $SA = SB = SC = SD$. Vì A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD nên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ song song với mặt đáy $(ABCD)$, tứ giác $A'B'C'D'$ là hình vuông và $AA' = BB' = CC' = DD'$. Vậy $ABCD.A'B'C'D'$ là hình chóp cắt đều.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng MN và BD là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Vì M, N lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C'$ nên $MN \parallel A'C'$. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp A'C' \Rightarrow BD \perp MN$. Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và BD là 90° .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$, có tam giác ABC và tam giác SBC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Số đo của góc giữa SA và (ABC) là

A. 30° .

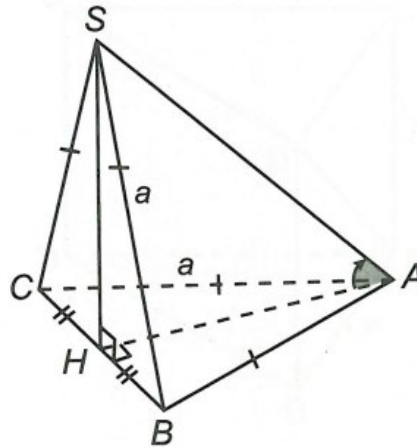
B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải

Chọn B



Ta có $SH \perp (ABC)$.

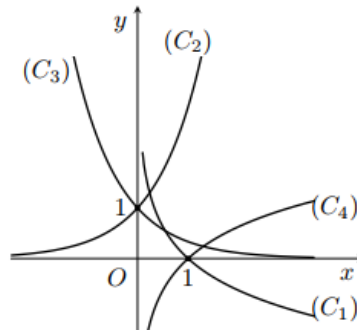
$$\Rightarrow \widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{SAH} = \alpha.$$

$\triangle ABC$ và $\triangle SBC$ là hai tam giác đều cạnh a nên $AH = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\triangle SHA$ vuông cân tại $H \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ và các đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) là đồ thị của bốn hàm số đã cho như hình vẽ.



Lời giải

a) SAI

Vì đồ thị hàm số mũ $y = a^x$ luôn nằm bên trên trục hoành.

b) ĐÚNG

Vì đồ thị (C_2) nằm bên trên trục hoành và đi lên từ trái qua phải (tức đồng biến).

c) ĐÚNG

Vì đồ thị (C_4) nằm bên phải trục tung và đi lên từ trái qua phải (tức đồng biến).

d) SAI

Vì đồ thị hàm số logarit $y = \log_a x$ luôn nằm bên phải trục tung.

Câu 14. Cho số thực a dương. Khi đó

- a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = \sqrt[3]{a}$
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^2$
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a}$
- d) $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{-2}$

Lời giải

- a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{2}{9}} = a^{\frac{31}{18}}$. Vậy $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = \sqrt[3]{a}$ (sai).
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = a^2$. Vậy $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^2$ (đúng).
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$. Vậy $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a}$ (đúng).
- d) Ta có: $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{\sqrt{5}} \cdot a^{-(\sqrt{5}-2)} = a^{\sqrt{5}} \cdot a^{2-\sqrt{5}} = a^{\sqrt{5}+2-\sqrt{5}} = a^2$. Vậy $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{-2}$ (sai).

Câu 15. Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó

- a) $\log_a (a.b) = 1 + \log_a b$
- b) $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \frac{3}{2\log_a b}$
- c) $\log_a (b.c) = \log_a b \cdot \log_a c$
- d) $\log_a b + 2\log_a c - \log_a 2 = \log_a (b + c^2 - 2)$

Lời giải

- a) Ta có: $\log_a (a.b) = \log_a a + \log_a b = 1 + \log_a b$. Vậy $\log_a (a.b) = 1 + \log_a b$ (Đ).
- b) Ta có: $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \log_a a^3 - \log_a b^2 = 3 - 2\log_a b$. Vậy $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \frac{3}{2\log_a b}$ (S).
- c) Ta có: $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$. Vậy $\log_a (b.c) = \log_a b \cdot \log_a c$ (S).
- d) Ta có: $\log_a b + 2\log_a c - \log_a 2 = \log_a b + \log_a c^2 - \log_a 2 = \log_a \left(\frac{b.c^2}{2}\right)$.

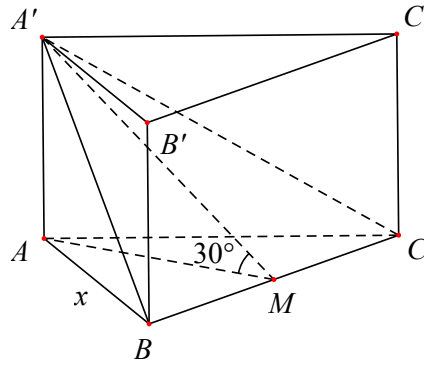
Vậy $\log_a b + 2\log_a c - \log_a 2 = \log_a (b + c^2 - 2)$ (S).

Câu 16. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.

- a) Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
- b) Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
- c) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $(14.5; 15.5)$.
- d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

Lời giải

a-Sai; b- Đúng; c- Sai; d- Đúng



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{((A'BC), (ABC))} = \widehat{A'MA} = 30^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle A'MA, \text{ có } A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x.$$

$$S_{A'BC} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 18 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Suy ra đường cao của hình lăng trụ là } h = A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 3,$$

$\Rightarrow$ a.- Sai

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều nên } S_{ABC} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

$\Rightarrow$ b.- Đúng

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} A'A \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \approx 15.59$$

$\Rightarrow$ c.- Sai

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 27\sqrt{3}.$$

$\Rightarrow$ d.- Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Cho $4^x + 4^{-x} = 2$ và biểu thức $A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $2a - b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4^x + 4^{-x} = 2 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 4 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 4 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 2$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{4 - (2^x + 2^{-x})}{1 + (2^x + 2^{-x})} = \frac{4 - 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}. \quad \text{Vậy } 2a - b = 2 \cdot 2 - 3 = 1.$$

Câu 18. Cho hàm số các số thực a, b, c thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 16$, $b^{\log_5 7} = 25$, $c^{\log_7 49} = \sqrt{7}$. Giá trị biểu thức $P = a^{(\log_2 5)^2} + b^{(\log_5 7)^2} + c^{(\log_7 49)^2}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= a^{(\log_2 5)^2} + b^{(\log_5 7)^2} + c^{(\log_7 49)^2} = \left(a^{\log_2 5}\right)^{\log_2 5} + \left(b^{\log_5 7}\right)^{\log_5 7} + \left(c^{\log_7 49}\right)^{\log_7 49} \\ &= 16^{\log_2 5} + 25^{\log_5 7} + \left(\sqrt{7}\right)^{\log_7 49} = \left(2^4\right)^{\log_2 5} + \left(5^2\right)^{\log_5 7} + \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_7 49} \\ &= \left(2^{\log_2 5}\right)^4 + \left(5^{\log_5 7}\right)^2 + \left(7^{\log_7 49}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^4 + 7^2 + 49^{\frac{1}{2}} = 681. \end{aligned}$$

Vậy giá trị biểu thức $P = 681$.

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Lời giải

Chọn năm 2023 làm mốc tính, số dân hàng tỉ lệ tăng dân số trong vòng 21, từ năm 2020 đến năm 2040 năm là khoảng 0.99% một năm, nên dân số nước ta sau N năm ($-3 \leq N \leq 17$) là:

$S_N = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N$ để dân số là 115 triệu người thì N phải thỏa mãn:

$$\begin{aligned} 115000000 &= 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N \\ \Leftrightarrow \left(1 + \frac{0.99}{100}\right)^N &= \frac{115\,000\,000}{99\,186\,471} \Leftrightarrow N \cdot \ln(1.0099) = \ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right) \\ \Leftrightarrow N &= \frac{\ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)}{\ln(1.0099)} \approx 15,016 \approx 15 \end{aligned}$$

Như vậy sau 15 năm, tức là năm 2038 thì dân số nước ta ở mức khoảng 115 triệu người.

Câu 20. Thang đo Richtơ được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richtơ. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richtơ, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richtơ sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richtơ?

Lời giải

Với trận động đất 8 độ Richtơ.

$$8 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8 = \log \frac{A}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^8 \Leftrightarrow A = 10^8 \cdot A_0.$$

Với trận động đất 5 độ Richtơ.

$$5 = \log A' - \log A_0 \Leftrightarrow 5 = \log \frac{A'}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A'}{A_0} = 10^5 \Leftrightarrow A' = 10^5 \cdot A_0.$$

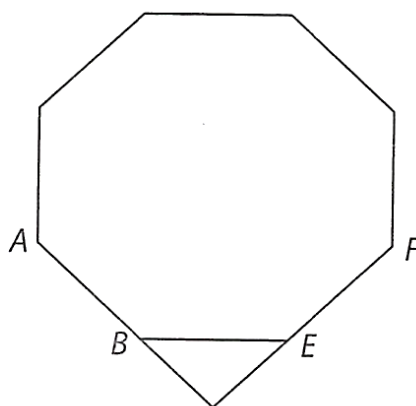
$$\text{Khi đó ta có tỉ lệ: } \frac{A}{A'} = \frac{10^8 \cdot A_0}{10^5 \cdot A_0} = 1000 \Leftrightarrow A = 1000 \cdot A'.$$

Vậy biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richtơ sẽ lớn gấp 1000 lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richtơ.

Câu 21. Tháp Phước Duyên ở Chùa Thiên Mụ (Huế) cao bảy tầng, sàn của mỗi tầng đều là hình bát giác đều (như hình bên). Hỏi góc giữa hai cạnh AB và CD là bao nhiêu độ?



Lời giải



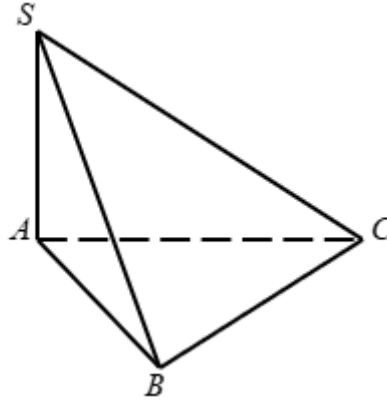
Hình 7.3

Ta có: $CD \parallel EF$ nên $(AB, CD) = (AB, EF)$, với AB , EF là hai cạnh của một hình bát giác đều.

Góc ngoài của một bát giác đều bằng $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ nên $(AB, EF) = 90^\circ$. Suy ra $(AB, CD) = 90^\circ$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2$, tam giác SAB vuông tại A , tam giác SBC vuông tại B , $SB = 4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ (kết quả làm tròn đến chữ thập phân thứ hai).

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp BC \\ SB \perp BC \\ AB \cap SB = B \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$$

$$\text{Mà } \begin{cases} SA \perp AB \\ AB \cap BC = B \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

Do tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2$ nên $AB = BC = \sqrt{2}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} (\sqrt{2})^2 = 1.$$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{16 - 2} = \sqrt{14}$$

$$\text{Suy ra thể tích của khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot 1 = \frac{\sqrt{14}}{3} \approx 1,25.$$

----- **HẾT** -----

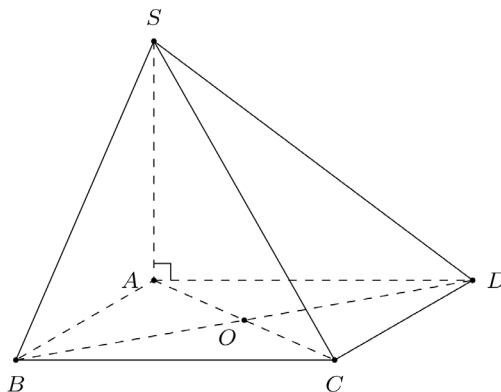
KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024

ĐỀ SỐ 07 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[2022]{a}$ bằng
- A. $a^{\frac{1}{2022}}$. B. $a^{\sqrt{2022}}$. C. a^{2022} . D. $\sqrt{a^{2022}}$.
- Câu 2.** Cho a là số thực dương khác 1, giá trị $\log_a a^5$ bằng
- A. 1. B. 5. C. $2a$. D. a .
- Câu 3.** Với a, b là hai số dương tùy ý, $\ln(ab^2)$ bằng
- A. $\ln a - 2\ln b$. B. $2\ln a + \ln b$. C. $2\ln a \cdot \ln b$. D. $\ln a + 2\ln b$.
- Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 5.** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$
- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = \frac{7}{2}$. D. $x = \frac{9}{2}$.
- Câu 6.** Số nghiệm nguyên dương thỏa mãn bất phương trình $9^x - 3^x - 6 \leq 0$ là.
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?
- A. AC . B. $A'D$. C. BB' . D. AD' .
- Câu 8.** Mệnh đề nào sau đây có thể sai?
- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
D. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song.
- Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $CD \perp (SBD)$. C. $AB \perp (SAC)$. D. $CD \perp AC$.
- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm
- A. B . B. D . C. O . D. A .
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $(SBC) \perp (ABCD)$. B. $(SBC) \perp (SCD)$. C. $(SBC) \perp (SAD)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.



Câu 12. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \log_{2024}(x-1)$.

- a) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
b) Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
c) $f(2024) > f(2025)$.
d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 0)$ và luôn nằm bên phải trục tung.

Câu 14. Cho phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ (1)

- a) Phương trình (1) có một nghiệm $x = 2$.
b) Khi đặt $t = \log_2 x$, phương trình (1) trở thành $t^2 - 7t + 9 = 0$.
c) Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.
d) Giả sử phương trình (1) có hai nghiệm dương là x_1 và x_2 . Khi đó giá trị của $\left(\frac{2023}{128}x_1 \cdot x_2\right)^{2024}$ bằng 2023^{2024} .

Câu 15. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó:

- a) Các cặp cạnh đối của tứ diện luôn vuông góc.
b) DO vuông góc với (ABC) .
c) AD vuông góc với (ABC) .
d) DO vuông góc với BC .

Câu 16. Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng a không chứa trong (P) và không vuông góc với (P) .

- Trên đường thẳng a lấy hai điểm phân biệt M, N và không có điểm nào thuộc (P) . Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M và N trên mặt phẳng (P) .
a) $M'N'$ là hình chiếu vuông góc của MN trên mặt phẳng (P) .
b) Nếu một đường thẳng b chứa trong (P) mà vuông góc với $M'N'$ thì đường thẳng b cũng vuông góc với MN .
c) Nếu a không song song với (P) và một đường thẳng c chứa trong (P) mà song song với $M'N'$ thì đường thẳng c cũng song song với MN .
d) Lấy điểm A thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\triangle AM'N'$ vuông tại M' thì

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Anh Toàn được tuyển dụng vào một công ty đầu năm 2013. Công ty trả lương cho anh theo hình thức: Lương khởi điểm anh nhận là 6 triệu đồng / tháng và cứ sau 3 năm công ty lại tăng lương cho anh thêm 25% số lương đang hưởng. Hiện nay (năm 2024) anh đang được hưởng lương là triệu đồng một tháng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án:

Câu 18. Có ... số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_3(-x^2 + 6x - 4)}$.

Đáp án:

Câu 19. Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+b)^2}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Đáp án:

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, cạnh đáy là $a = 4\sqrt{2}$ cm, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2$ cm. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Số đo góc giữa đường thẳng SM và BN bằng bao nhiêu độ?

Đáp án:

Câu 21. Tam giác ABC có $BC = 2a$, đường cao $AD = a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S sao cho $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB và SC . Diện tích tam giác AEF bằng?

Đáp án:

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh BC .

a) Trong các mặt bên của hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAM) là

b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[2022]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{2022}}$.

B. $a^{\sqrt{2022}}$.

C. a^{2022} .

D. $\sqrt{a^{2022}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[2022]{a} = a^{\frac{1}{2022}}$

Câu 2. Cho a là số thực dương khác 1, giá trị $\log_a a^5$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. $2a$.

D. a .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a a^5 = 5 \log_a a = 5$

Câu 3. Với a, b là hai số dương tùy ý, $\ln(ab^2)$ bằng

A. $\ln a - 2 \ln b$.

B. $2 \ln a + \ln b$.

C. $2 \ln a \cdot \ln b$.

D. $\ln a + 2 \ln b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln(ab^2) = \ln a + \ln b^2 = \ln a + 2 \ln b$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$

A. $x = 5$.

B. $x = 4$.

C. $x = \frac{7}{2}$.

D. $x = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$

Ta có $\log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x+1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.

Câu 6. Số nghiệm nguyên dương thỏa mãn bất phương trình $9^x - 3^x - 6 \leq 0$ là.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$9^x - 3^x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3^x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (3^x - 3)(3^x + 2) \leq 0$

Mà $3^x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (vì $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

Nên $3^x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Mà $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x = 1$

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

A. AC ..

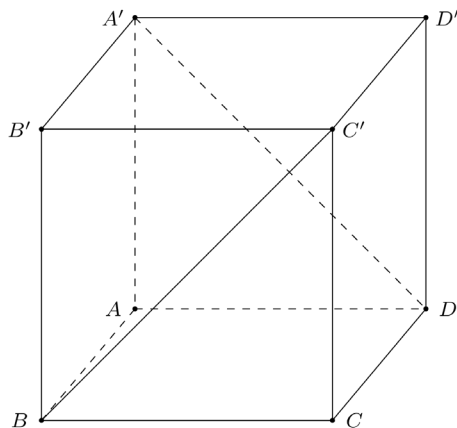
B. $A'D$..

C. BB' ..

D. AD' ..

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC' \parallel AD' \Rightarrow (BC', A'D) = (AD', A'D) = 90^\circ \Rightarrow BC' \perp A'D$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây có thể **sai**?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
- B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
- D.** Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song.

Lời giải

Chọn C

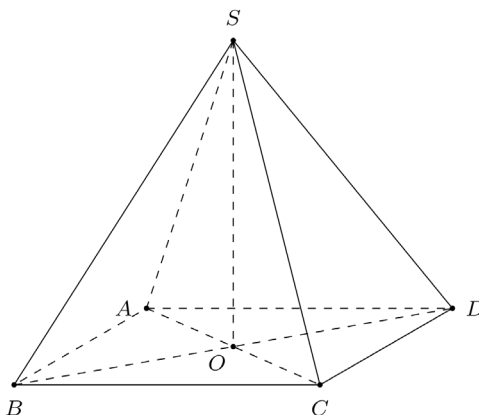
Vì A, B, D đúng $\Rightarrow$ Chọn C.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $SO \perp (ABCD)$.
- B.** $CD \perp (SBD)$.
- C.** $AB \perp (SAC)$.
- D.** $CD \perp AC$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA = SC \Rightarrow \triangle SAC$ cân tại $S \Rightarrow SO \perp AC$. (1)

$SB = SD \Rightarrow \triangle SBD$ cân tại $S \Rightarrow SO \perp BD$. (2)

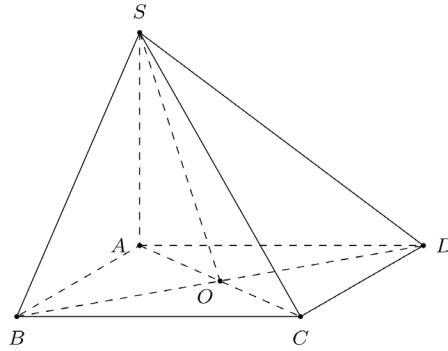
Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm

- A.** B .
- B.** D .
- C.** O .
- D.** A .

Lời giải

Chọn D



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

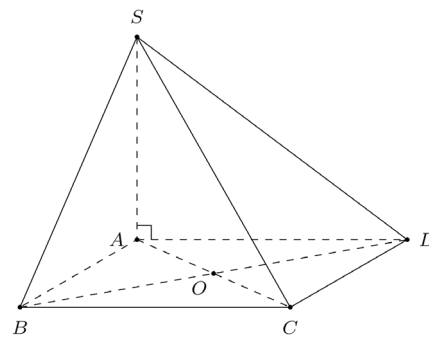
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $(SBC) \perp (ABCD)$.

B. $(SBC) \perp (SCD)$.

C. $(SBC) \perp (SAD)$.

D. $(SBC) \perp (SAB)$.



Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \text{ (gt)} \\ SA \cap AB = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \text{ mà } BC \subset (SBC).$$

Vậy $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 12. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

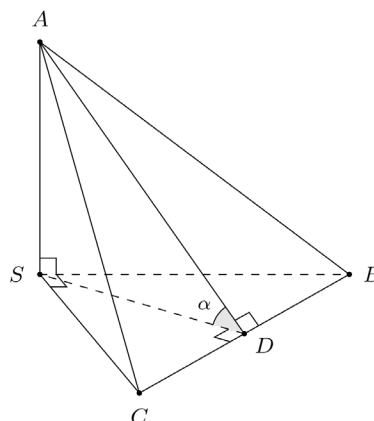
B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$.

C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm cạnh BC .

Ta có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $SD \perp BC$ nên $BC \perp (SAD)$ nên $((SBC), (ABC)) = \widehat{SDA} = \alpha$.

Khi đó tam giác SAD vuông tại S có $SD = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $AD = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ và $\cos \alpha = \frac{SD}{AD} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \log_{2024}(x-1)$.

- a) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- b) Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
- c) $f(2024) > f(2025)$.
- d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 0)$ và luôn nằm bên phải trục tung.

Lời giải

a) SAI

Vì tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$.

b) SAI

Vì tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.

c) SAI

Vì hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ nên $f(2024) < f(2025)$.

d) ĐÚNG

Vì đồ thị của hàm số luôn nằm bên phải trục tung và đi qua điểm $(2; 0)$.

Câu 14. Cho phương trình $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 9 = 0$ (1)

- a) Phương trình (1) có một nghiệm $x = 2$.
- b) Khi đặt $t = \log_2 x$, phương trình (1) trở thành $t^2 - 7t + 9 = 0$.
- c) Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.
- d) Giả sử phương trình (1) có hai nghiệm dương là x_1 và x_2 . Khi đó giá trị của $\left(\frac{2023}{128} x_1 x_2\right)^{2024}$ bằng 2023^{2024} .

Lời giải

a) Thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta thấy không thoả mãn nên câu a) là câu trả lời SAI.

b) Khi đặt $t = \log_2 x$, ta được phương trình $t^2 - 7t + 9 = 0$ nên câu b) là câu trả lời ĐÚNG.

$$\text{c) } \log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \\ x_2 = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \end{cases}$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nên câu c) là câu trả lời SAI.

$$\text{d) Đặt } t = \log_2 x, \text{ ta được phương trình } t^2 - 7t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \\ t = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \\ x_2 = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \end{cases}$$

Ta có:

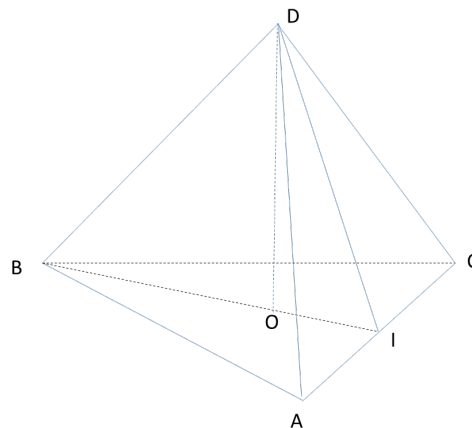
$$\left(\frac{2023}{128} \cdot x_1 \cdot x_2 \right)^{2024} = \left(\frac{2023}{128} \cdot 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \right)^{2024} = \left(\frac{2023}{128} \cdot 128 \right)^{2024} = 2023^{2024}$$

Vậy **d)** là câu trả lời ĐÚNG.

Câu 15. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó

- Các cặp cạnh đối của tứ diện luôn vuông góc.
- DO vuông góc với (ABC) .
- AD vuông góc với (ABC) .
- DO vuông góc với BC .

Lời giải



- Đúng vì $AC \perp (IBD) \Rightarrow AC \perp BD$ tương tự có $AB \perp CD, BC \perp AD$

- b) Đúng vì $AC \perp (IBD) \Rightarrow AC \perp DO$ tương tự có $AB \perp DO$ nên suy ra $DO \perp (ABC)$
- c) Sai vì nếu $AD \perp (BCD) \Rightarrow AD \perp DC$ suy ra tam giác ACD vuông (vô lý)
- d) Đúng vì $DO \perp (ABC) \Rightarrow DO \perp BC$

Câu 16. Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng a không chứa trong (P) và không vuông góc với (P) . Trên đường thẳng a lấy hai điểm phân biệt M, N và không có điểm nào thuộc (P) . Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M và N trên mặt phẳng (P) .

- a) $M'N'$ là hình chiếu vuông góc của MN trên mặt phẳng (P) .
- b) Nếu một đường thẳng b chứa trong (P) mà vuông góc với $M'N'$ thì đường thẳng b cũng vuông góc với MN .
- c) Nếu a không song song với (P) và một đường thẳng c chứa trong (P) mà song song với $M'N'$ thì đường thẳng c cũng song song với MN .
- d) Lấy điểm A thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\triangle AMN'$ vuông tại M' thì $\triangle AMN'$ vuông tại M .

Lời giải

- a) Đúng vì M', N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M và N trên mặt phẳng (P) nên $M'N'$ là hình chiếu vuông góc của MN trên mặt phẳng (P) .
- b) Đúng vì theo định lý ba đường vuông góc thì nếu một đường thẳng b chứa trong (P) vuông góc với MN khi và chỉ khi nó vuông góc với hình chiếu $M'N'$.
- c) Sai vì khi đó MN sẽ song song hoặc trùng với $M'N'$ là điều vô lý.
- d) Sai vì nếu $\triangle AMN'$ vuông tại M thì $MN' \perp MA$, mặt khác $MN' \perp AM' \Rightarrow MN' \perp (AMM') \Rightarrow MN' \perp MM'$ là điều vô lý.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Anh Toàn được tuyển dụng vào một công ty đầu năm 2013. Công ty trả lương cho anh theo hình thức: Lương khởi điểm anh nhận là 6 triệu đồng / tháng và cứ sau 3 năm công ty lại tăng lương cho anh thêm 25% số lương đang hưởng. Hiện nay (năm 2024) anh đang được hưởng lương là triệu đồng một tháng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 11,7

Tính từ năm 2013 đến 2024, anh Toàn đã được 3 lần tăng lương.

Lương của anh Toàn sau lần tăng đầu tiên là: $L_1 = 6.1,25$ triệu

Lương của anh Toàn sau lần tăng thứ 2 là: $L_2 = L_1 + 25\%L_1 = L_1.1,25 = 6.1,25^2$ triệu

Lương của anh Toàn sau lần tăng thứ 3 là: $L_3 = L_2 + 25\%L_2 = L_2.1,25 = 6.1,25^3 \approx 11,7$ triệu

Vậy lương của anh Toàn hiện đang hưởng là 11,7 triệu mỗi tháng.

Câu 18. Có ... số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_3(-x^2 + 6x - 4)}$.

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 3.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} -x^2 + 6x - 4 > 0 \\ \log_3(-x^2 + 6x - 4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{5} < x < 3 + \sqrt{5} \\ -x^2 + 6x - 4 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{5} < x < 3 + \sqrt{5} \\ x \notin \{1; 5\} \end{cases}.$$

Tập xác định $(3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5}) \setminus \{1; 5\}$.

Các số nguyên thuộc tập xác định là: $\{2; 3; 4\}$ và do đó có 3 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 19. Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: $\frac{5}{4}$.

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$

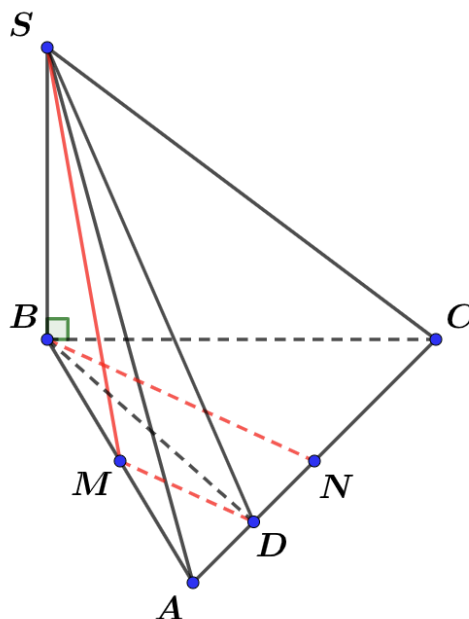
$$\Leftrightarrow a+2b = 3\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a-4b) = 0 \Leftrightarrow a = 4b \text{ (do } a > b \text{)}.$$

$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2 + 12b^2 + b^2}{36b^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, cạnh đáy là $a = 4\sqrt{2}$ cm, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2$ cm. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Số đo góc giữa đường thẳng SM và BN bằng bao nhiêu độ?

Đáp án:

Lời giải



Đáp án: 45 độ.

Gọi D là trung điểm của AN .

+) Xét $\triangle ABN$ có: M là trung điểm của AB và D là trung điểm của AN .

$\Rightarrow MD$ là đường trung bình của $\triangle ABN \Rightarrow MD \parallel BN$.

$\Rightarrow$ Góc giữa SM và BN bằng góc giữa SM và MD .

+) Xét $\triangle ABC$ đều có cạnh là $a = 4\sqrt{2}$ cm, BN vừa là trung tuyến vừa là đường cao.

$$\Rightarrow BN = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6} \text{ cm}.$$

Mà $MD = \frac{1}{2}BN$ (tính chất đường trung bình) $\Rightarrow MD = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$ cm.

+) Ta có: $SB \perp (ABC) \Rightarrow SB \perp BM \Rightarrow \triangle SBM$ là tam giác vuông tại B

$$\Rightarrow SM = \sqrt{SB^2 + BM^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$$

+) $\triangle BND$ vuông tại $N \Rightarrow BD = \sqrt{BN^2 + ND^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \sqrt{26}$ cm.

+) $\triangle SBD$ vuông tại $B \Rightarrow SD = \sqrt{SB^2 + BD^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{26})^2} = \sqrt{30}$ cm.

$$\Rightarrow \cos \widehat{SMD} = \frac{SM^2 + MD^2 - SD^2}{2 \cdot SM \cdot MD} = \frac{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{30})^2}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{SMD} = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 135^\circ.$$

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SM và BN bằng $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

Câu 21. Tam giác ABC có $BC = 2a$, đường cao $AD = a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S sao cho $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB và SC . Diện tích tam giác AEF bằng?

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: $\frac{1}{2}a^2$.

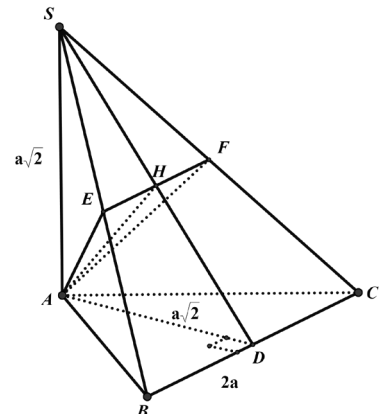
Do $AD \perp BC, SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD)$

$\Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow EF \perp AH$

$$\Rightarrow S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}EF \cdot AH$$

Mà $EF = \frac{1}{2}BC = a$. Do H là trung điểm $SD \Rightarrow AH = a$

$$\Rightarrow S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}a^2$$

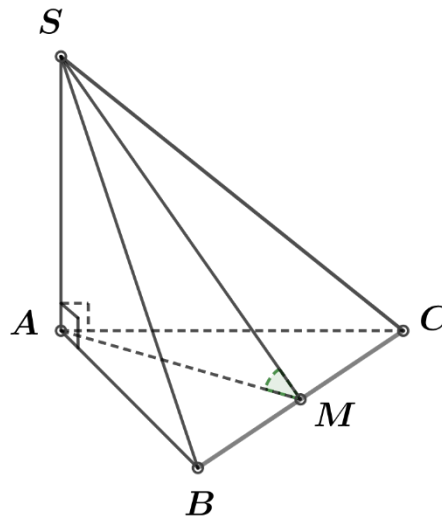


- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh BC .
- a) Trong các mặt bên của hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAM) là
- b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

Lời giải

Đáp án:

- a) (SBC) .
- b) 45° .



- a. Trong các mặt bên của hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAM) là (SBC)

Ta có:

$$BC \perp AM \quad (\Delta ABC \text{ đều})$$

$$BC \perp SA \quad (SA \perp (ABC))$$

$$\text{Suy ra } BC \perp (SAM)$$

$$\text{Mà } BC \subset (SBC)$$

$$\text{Vậy } (SAM) \perp (SBC).$$

- b. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 45° .

Ta có

$$AM \perp BC$$

$$SM \perp BC \quad (BC \perp (SAM))$$

$$\text{Suy ra } ((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA}$$

Xét tam giác SAM vuông tại A , ta có:

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1$$

$$\text{Vậy } \widehat{SMA} = 45^\circ.$$

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 08 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (12 CÂU).

Câu 1. Với $a \neq 0; b \neq 0; m, n$ là các số nguyên, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$. B. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$.
C. $a^m + a^n = a^{m+n}$. D. $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^{m+n}$.

Câu 2. Rút gọn $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} = a^{\frac{m}{n}}$ ($0 < a \neq 1; m, n \in \mathbb{N}$) và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản.

- A. $m + n = 9$. B. $m + n = -7$. C. $m + n = 30$. D. $m + n = 31$.

Câu 3. Với $a > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a m + \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi $m, n \in \mathbb{R}$.
B. $\log_a (m^2) = 2 \log_a |m|$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.
C. $\log_a m \cdot \log_a n = \log_a (m + n)$ với mọi m, n .
D. $\log_a m - \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi m, n .

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

- A. $y = 3x^3 - x$ B. $y = 3^x$. C. $y = (x - 1)^{2x}$. D. $y = \log x^2$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $3^x = \frac{1}{243}$ là?

- A. $x = 5$. B. $x = -5$. C. $x = -\frac{1}{5}$. D. $x = 3^{-5}$.

Câu 6. Phương trình $\log_3 (3x - 2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{25}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$ bằng

- A. 0° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 8. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 9. Trong không gian cho điểm M và đường thẳng d . Có bao nhiêu mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng d ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 10. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước x, y, z ($x, y, z > 0$) là

- A. $\frac{1}{3}xyz$. B. $x^2y^2z^2$. C. xyz . D. $\sqrt{xyz}$.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+8} = 16$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 2024a^2$ và chiều cao $h = a$ là

- A. $2024a^3$. B. $\frac{2024}{3}a^3$. C. $\frac{2024}{3}a^2$. D. $2024a^2$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4 CÂU – MỖI CÂU CÓ 4 Ý)

Câu 13. Hãy nhận xét tính Đúng – Sai của mỗi nhận định sau:

a) $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	
b) $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2 \ln f(x) = 2 \ln g(x)$	
c) Hàm số $y = 2^x \cdot 3^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$	
d) Với mọi $x > y > 0, x \neq 1$ thì $\log_x y < 1$	

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. M là trung điểm của AC .

- a) $SA \perp BC$
- b) $BM \perp (SAC)$
- c) BC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc có số đo là 45°
- d) Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SAC)

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$.

- a) Góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .
- b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .
- c) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng 60° .
- d) Nếu gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) thì ta có $\alpha \in (60^\circ; 160^\circ)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$.

- a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .
- b. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích khối chóp $S.BCD$.
- c. Thể tích khối chóp $S.AMC$ bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- d. Thể tích V của khối tứ diện $ACMN$ bằng $\frac{a^3}{12}$.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu 17. Ở địa phương nọ, người ta tính toán thấy rằng: nếu diện tích khai thác rừng hàng năm không đổi như hiện nay thì sau 60 năm nữa diện tích rừng sẽ hết, nhưng trên thực tế thì diện tích khai thác rừng tăng trung bình hàng năm là 5% / năm. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa diện tích rừng sẽ bị khai thác hết? Giả thiết trong quá trình khai thác, rừng không được trồng thêm, diện tích rừng tự sinh ra và mất đi (do không khai thác) là không đáng kể.
Số năm để khai thác hết diện tích rừng là.....

Câu 18. Số ca bị nhiễm virus Covid-19 ở một quốc gia sau t ngày là $P(t)$ và được tính bởi công thức $P(t) = X \cdot e^{r_0(t-1)}$, trong đó X là số ca bị nhiễm virus trong ngày thống kê đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Hỏi ngày thứ 20 có bao nhiêu ca bị lây nhiễm virus? (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng trong ngày đầu tiên thống kê có 253 ca bị nhiễm bệnh, ngày thứ 10 có 2024 ca bị lây nhiễm và trong suốt quá trình thống kê hệ số lây nhiễm là không đổi?
Ngày thứ 20 số ca bị lây nhiễm virus là.....

Câu 19. Một nhà sử học đến du lịch Đại kim tự tháp Giza (Ai Cập). Hướng dẫn viên du lịch cung cấp thông tin về Đại kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều, với chiều cao $146,6m$ và độ nghiêng của nó là $51^\circ 50' 40''$ (tức là số đo góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy).

Nhà sử học rất muốn thông tin chi tiết hơn nữa về góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mặt bên kề nhau của Đại kim tự tháp. Hãy giúp nhà sử học này tính số đo của góc phẳng nhị diện trên?



Số đo của góc phẳng nhị diện là.....

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AC . Biết $SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB) bằng:.....

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:.....

Câu 22. Ông An muốn làm một bể cá hình hộp chữ nhật không nắp bằng kính có thể tích là $2m^3$ và có chiều cao không đổi là $0,5m$ (giả sử các mép nối là không đáng kể). Giá của kính làm bể là $150000 \text{ đồng}/m^2$. Chi phí mua kính để làm bể cá ít nhất làđồng.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (12 CÂU).

1B	2D	3B	4B	5B	6C	7D	8C	9A	10C	11D	12B			
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	--	--	--

Câu 1. Với $a \neq 0; b \neq 0; m, n$ là các số nguyên, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.

B. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$.

C. $a^m + a^n = a^{m+n}$.

D. $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^{m+n}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Rút gọn $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} = a^{\frac{m}{n}}$ ($0 < a \neq 1; m, n \in \mathbb{N}$) và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản.

A. $m + n = 9$.

B. $m + n = -7$.

C. $m + n = 30$.

D. $m + n = 31$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} = a^{\left(\left(\left(\left(\frac{1}{2}+1\right)^{\frac{1}{2}+1}\right)^{\frac{1}{2}+1}\right)^{\frac{1}{2}+1}\right)^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{15}{16}}$.

Câu 3. Với $a > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_a m + \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi $m, n \in \mathbb{R}$.

B. $\log_a (m^2) = 2 \log_a |m|$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

C. $\log_a m \cdot \log_a n = \log_a (m + n)$ với mọi m, n .

D. $\log_a m - \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi m, n .

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

A. $y = 3x^3 - x$

B. $y = 3^x$.

C. $y = (x-1)^{2x}$.

D. $y = \log x^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Nghiệm của phương trình $3^x = \frac{1}{243}$ là

A. $x = 5$.

B. $x = -5$.

C. $x = -\frac{1}{5}$.

D. $x = 3^{-5}$.

Lời giải

Chọn B

$3^x = \frac{1}{243} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-5} \Leftrightarrow x = -5$.

Câu 6. Phương trình $\log_3 (3x-2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{25}{3}$.

B. $x = 87$.

C. $x = \frac{29}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải

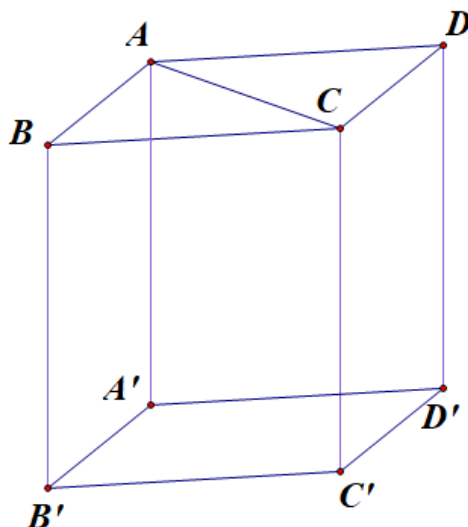
Chọn C

$\log_3 (3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 27 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$ bằng

A. 0° .B. 60° .C. 90° .**D. 45° .**

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng AB và $A'B'$ song song với nhau, nên $(AC, A'B') = (AC, AB) = \widehat{BAC} = 45^\circ$

Câu 8. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng định lý $\begin{cases} a \perp b \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \perp c$.

Câu 9. Trong không gian cho điểm M và đường thẳng d . Có bao nhiêu mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng d ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất trong lý thuyết: Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 10. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước x, y, z ($x, y, z > 0$) là

A. $\frac{1}{3}xyz$.B. $x^2y^2z^2$.**C. xyz .**D. $\sqrt{xyz}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước x, y, z ($x, y, z > 0$) là xyz .

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+8} = 16$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2-4x+8} = 16 \Leftrightarrow 2^{x^2-4x+8} = 2^4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 8 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 12. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 2024a^2$ và chiều cao $h = a$ là

A. $2024a^3$.

B. $\frac{2024}{3}a^3$.

C. $\frac{2024}{3}a^2$.

D. $2024a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.2024a^2.a = \frac{2024}{3}a^3$

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4 CÂU – MỖI CÂU CÓ 4 Ý)

Câu 13. Hãy nhận xét tính Đúng – Sai của mỗi nhận định sau:

a) $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	
b) $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2 \ln f(x) = 2 \ln g(x)$	
c) Hàm số $y = 2^x \cdot 3^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$	
d) Với mọi $x > y > 0, x \neq 1$ thì $\log_x y < 1$	

Lời giải

a) $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	Sai vì thiếu điều kiện xác định Sửa lại: $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$
b) $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2 \ln f(x) = 2 \ln g(x)$	Sai Sửa lại: $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2 \ln f(x) = 2 \ln g(x) $
c) Hàm số $y = 2^x \cdot 3^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$	Đúng vì $y = 2^x \cdot 3^{-x} = \frac{2^x}{3^x} = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$
d) Với mọi $x > y > 0, x \neq 1$ thì $\log_x y < 1$	Sai vì Nếu $x > 1$ thì $x > y > 0 \Rightarrow \log_x x > \log_x y \Rightarrow \log_x y < 1$ Nếu $0 < x < 1$ thì $x > y > 0 \Rightarrow \log_x x < \log_x y \Rightarrow \log_x y > 1$

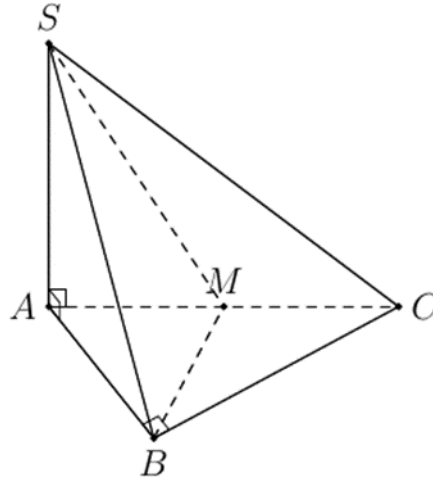
Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. M là trung điểm của AC .

- $SA \perp BC$
- $BM \perp (SAC)$
- BC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc có số đo là 45°
- Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SAC)

Lời giải

- Đ
- Đ
- S
- S

Đáp án chi tiết



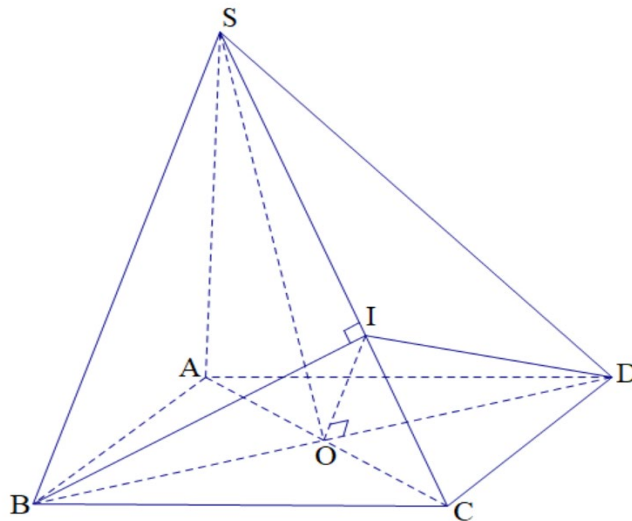
- a) $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$
 b) Vì tam giác ABC cân tại B nên $BM \perp AC$ mà $BM \perp SA$ nên $BM \perp (SAC)$
 c) Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên $BC \perp AB$ mà $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$ nên BC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc có số đo là 90°

d) Ta có:
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ AC \perp SA (SA \perp (ABC)) \Rightarrow ((SAB), (SAC)) = \widehat{BAC} = 45^\circ \text{ nên d sai} \\ AB \perp SA (SA \perp (ABC)) \end{cases}$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$.

- a) Góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .
 b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .
 c) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng 60° .
 d) Nếu gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) thì ta có $\alpha \in (60^\circ; 160^\circ)$.

Lời giải



a) Đúng

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$. Vậy góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .

b) Đúng

Do $SA \perp (ABCD)$ tại điểm A nên hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD . Suy ra góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc giữa SD và AD và bằng góc $\widehat{SDA}$. Tam giác SAD vuông cân tại A nên $\widehat{SDA} = 45^\circ$.

c) Sai

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó ta có $BO \perp AC$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BO$.

Vậy có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$ tại O nên hình chiếu của SB lên (SAC) là SO .

Suy ra góc giữa SB và (SAC) là góc giữa SB và SO và bằng góc $\widehat{BSO}$.

Tam giác SAD vuông ở $A \Rightarrow SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAB vuông ở $A \Rightarrow SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác ABD vuông ở $A \Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$.

Nên suy ra tam giác SBD là tam giác đều, vì vậy SO là đường cao đồng thời là đường phân giác nên $\widehat{BSO} = 30^\circ$.

d) Sai

Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Kẻ $BI \perp SC, I \in SC$

Suy ra $DI \perp SC$.

Vậy có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (SCD) = SC \\ BI \subset (SBC), BI \perp SC \\ DI \subset (SCD), DI \perp SC \end{cases}$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng góc giữa hai đường thẳng BI và DI .

Tam giác SDC vuông ở D , DI là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{DI^2} = \frac{1}{DS^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow DI = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Tương tự cũng tính được $BI = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác IBD cân ở I , O là trung điểm BD

$$\Rightarrow IO \perp BD \Rightarrow \sin \widehat{OID} = \frac{OD}{ID} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{OID} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BID} = 120^\circ \Rightarrow (\widehat{IB, ID}) = 60^\circ.$$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$.

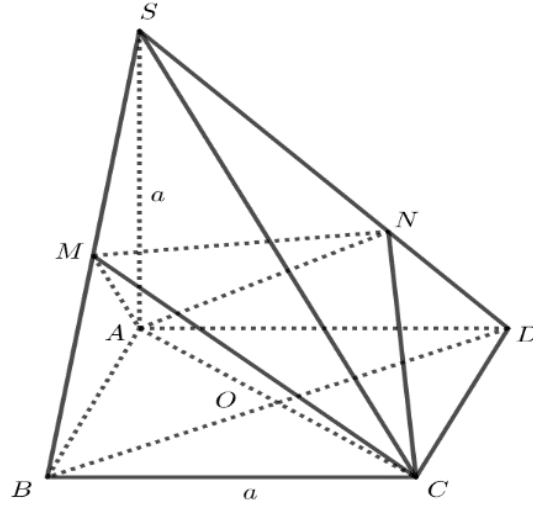
a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

b. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích khối chóp $S.BCD$.

c. Thể tích khối chóp $S.AMC$ bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối chóp $S.ABCD$.

d. Thể tích V của khối tứ diện $ACMN$ bằng $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải



a. Sai.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

b. Đúng.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.BCD}$.

c. Sai.

Ta có: $\frac{V_{S.AMC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMC} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}$.

d. Đúng.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Vì $\frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(N, (ABCD)) = \frac{1}{3} SA = \frac{a}{3}$.

Do $\frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2} SA = \frac{a}{2}$.

Mà $V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{S.CMN} - V_{M.ABC} - V_{N.ADC}$

Mặt khác $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$.

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} V_{S.ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3}{18}$.

$\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.BCD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.CMN} = \frac{1}{3} V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3}{18}$.

$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} d(M, (ABCD)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{12}$.

$V_{N.ADC} = \frac{1}{3} d(N, (ABCD)) \cdot S_{ADC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{18}$.

Vậy $V_{ACMN} = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{12} - \frac{a^3}{18} = \frac{a^3}{12}$.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

- Câu 17.** Ở địa phương nọ, người ta tính toán thấy rằng: nếu diện tích khai thác rừng hàng năm không đổi như hiện nay thì sau 60 năm nữa diện tích rừng sẽ hết, nhưng trên thực tế thì diện tích khai thác rừng tăng trung bình hàng năm là 5% / năm. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa diện tích rừng sẽ bị khai thác hết? Giả thiết trong quá trình khai thác, rừng không được trồng thêm, diện tích rừng tự sinh ra và mất đi (do không khai thác) là không đáng kể.
Số năm để khai thác hết diện tích rừng là.....

Lời giải

Gọi S là diện tích rừng khai thác hàng năm theo dự kiến. Ta có tổng diện tích rừng là $60S$. Trên thực tế diện tích rừng khai thác tăng 5% / năm nên diện tích rừng đã khai thác trong năm thứ n là $S(1+0,05)^{n-1}$.

Tổng diện tích rừng đã khai thác sau năm thứ n là

$$S + S(1+0,05)^1 + S(1+0,05)^2 + \dots + S(1+0,05)^{n-1} = S \frac{(1+0,05)^n - 1}{0,05}$$

Sau n năm khai thác hết nếu:

$$S \frac{(1+0,05)^n - 1}{0,05} = 60S \Leftrightarrow (1,05)^n - 1 = 3 \Leftrightarrow (1,05)^n = 4 \Leftrightarrow n = \log_{1,05} 4 \approx 28,41$$

Vậy sau 29 năm diện tích rừng sẽ bị khai thác hết.

- Câu 18.** Số ca bị nhiễm virus Covid-19 ở một quốc gia sau t ngày là $P(t)$ và được tính bởi công thức $P(t) = X \cdot e^{r_0(t-1)}$, trong đó X là số ca bị nhiễm virus trong ngày thống kê đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Hỏi ngày thứ 20 có bao nhiêu ca bị lây nhiễm virus? (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng trong ngày đầu tiên thống kê có 253 ca bị nhiễm bệnh, ngày thứ 10 có 2024 ca bị lây nhiễm và trong suốt quá trình thống kê hệ số lây nhiễm là không đổi?
Ngày thứ 20 số ca bị lây nhiễm virus là.....

Lời giải

Theo giả thiết ta có $P(1) = X = 253$.

$$\text{Ngày thứ 10 có 2024 ca nên } P(10) = X \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow 2024 = 253 \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow r_0 = \frac{\ln 8}{9}.$$

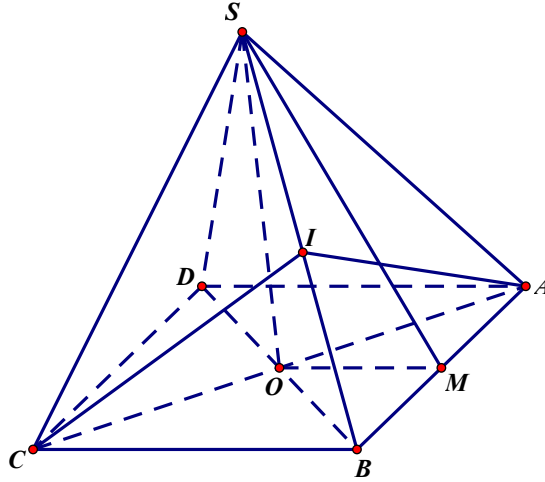
$$\text{Vậy ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh là } P(20) = 253 \cdot e^{\frac{19 \ln 8}{9}} \approx 20401.$$

- Câu 19.** Một nhà sử học đến du lịch Đại kim tự tháp Giza (Ai Cập). Hướng dẫn viên du lịch cung cấp thông tin về Đại kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều, với chiều cao 146,6 m và độ nghiêng của nó là $51^\circ 50' 40''$ (tức là số đo góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy). Nhà sử học rất muốn thông tin chi tiết hơn nữa về góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mặt bên kề nhau của Đại kim tự tháp. Hãy giúp nhà sử học này tính số đo của góc phẳng nhị diện trên?



Số đo của góc phẳng nhị diện là.....

Lời giải



+ Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ như hình vẽ, $O = AC \cap BD$, M là trung điểm của AB . Khi đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $[S, AB, O]$.

Ta có $SM \perp AB$ và $OM \perp AB$, suy ra $\widehat{SMO}$ là góc phẳng nhị diện $[S, AB, O]$.

Xét tam giác SMO ta có $\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} \Rightarrow BC = 2OM = \frac{2SO}{\tan \widehat{SMO}} \approx 230,36(m)$

+ Tìm số đo của góc phẳng nhị diện hai mặt bên, tức là số đo của góc phẳng nhị diện $[A, SB, C]$

Kẻ $AI \perp SB$, lại có $SB \perp AC$ (vì $AC \perp (SBD)$) từ đó suy ra $SB \perp CI$.

Vậy góc phẳng nhị diện $[A, SB, C]$ là góc $\widehat{AIC}$.

Hai tam giác $\triangle SAB = \triangle SBC$ suy ra hai đường cao $AI = CI$, tam giác $\triangle IAC$ cân tại I .
Đặt $a = 230,36; h = 146,6$

Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$;

$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$$

Trong tam giác cân SAB ta có $S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} AI \cdot SB = \frac{1}{2} SM \cdot AB \Rightarrow AI = \frac{SM \cdot AB}{SB} = \frac{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \cdot a}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}}$

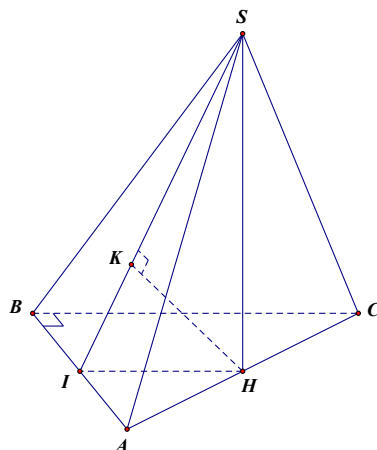
$$\cos \widehat{AIC} = \frac{AI^2 + CI^2 - AC^2}{2 AI \cdot CI} = \frac{2a^2 \left(\frac{4h^2 + a^2}{2(2h^2 + a^2)} \right) - 2a^2}{2 \cdot \frac{4h^2 + a^2}{2(2h^2 + a^2)} a^2} = \frac{-a^2}{4h^2 + a^2}, \text{ thay số}$$

$$a = 230,36; h = 146,6$$

Ta suy ra được $\widehat{AIC} \approx 112^\circ 26' 16''$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AC . Biết $SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB) bằng:.....

Lời giải



Dựng $HI \perp AB$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} AB \perp IH \\ AB \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SIH) \text{ và } (SIH) \cap (SAB) = SI$.

Dựng $HK \perp SI$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HK \perp AB \\ HK \perp SI \end{array} \right\} \Rightarrow HK \perp (SAB)$.

Vậy $d(H, (SAB)) = HK$.

Do $HI \parallel BC$ nên dễ dàng chỉ ra được I là trung điểm của AB và $IH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$IA = IB = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Ta có $AB \perp SI$ nên $SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Do $SH \perp IH$ nên xét tam giác vuông SIH có:

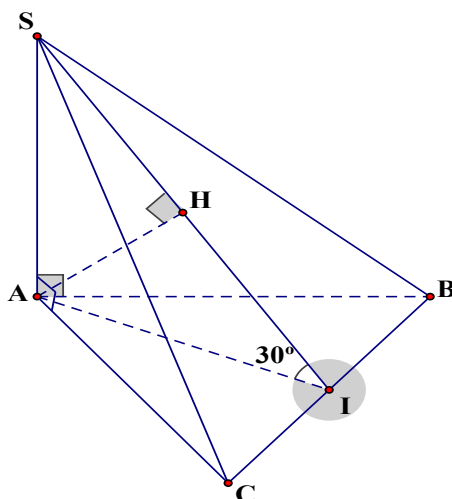
$$SH = \sqrt{SI^2 - IH^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}} = a; \quad HK = \frac{SH \cdot HI}{SI} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Do vậy, ta có $d(H, (SAB)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° .

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:.....

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC , khi đó góc giữa $\text{mp}(SBC)$ và $\text{mp}(ABC)$ là $\widehat{SIA} = 30^\circ$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A, (SBC)) = AH = a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x , mà AI là đường cao nên: $2a = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \left(\frac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{8a^3}{9}$.

Câu 22. Ông An muốn làm một bể cá hình hộp chữ nhật không nắp bằng kính có thể tích là $2m^3$ và có chiều cao không đổi là $0,5m$ (giả sử các mép nối là không đáng kể). Giá của kính làm bể là 150000 đồng/ m^2 . Chi phí mua kính để làm bể cá ít nhất làđồng.

Lời giải

Gọi $x(m)$ là độ dài 1 cạnh của đáy.

Diện tích đáy của bể cá là $S = \frac{2}{0,5} = 4(m^2)$. Suy ra độ dài cạnh còn lại của đáy là $\frac{4}{x}(m)$.

Để chi phí mua kính làm bể là thấp nhất thì tổng diện tích các mặt của hình hộp là nhỏ nhất. Tổng

diện tích các mặt là $S = 0,5 \cdot x \cdot 2 + \frac{4}{x} \cdot 0,5 \cdot 2 + 4 = x + \frac{4}{x} + 4(m^2)$.

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{x})^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}} + 8 \\ &= \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 + 8 \geq 8 \end{aligned}$$

Vậy S nhỏ nhất bằng $8(m^2) \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 2$

Chi phí mua kính ít nhất là $8 \cdot 150000 = 1200000$ đồng.

Đáp án: 1200000 đồng.

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 09 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(a.b)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha$.
B. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.
C. $(a^\alpha)^{\frac{1}{\beta}} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$, $\beta \neq 0$.
D. $a^\alpha.b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$.

Câu 2. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a.\sqrt[3]{a})$

- A. $\frac{1}{3}$.
B. 3.
C. 4.
D. $\frac{4}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

- A. $S = \{10\}$.
B. $S = \emptyset$.
C. $S = \{7\}$.
D. $S = \{6\}$

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 243$ là:

- A. $x > 2$.
B. $x > 3$.
C. $x > \frac{5}{2}$.
D. $x < \frac{5}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $BC \perp SB$.
B. $BC \perp SA$.
C. $BC \perp SD$.
D. $SA \perp BD$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $(SBD) \perp (ABCD)$.
B. $(SAC) \perp (ABCD)$.
C. $SO \perp (ABCD)$.
D. $(SAD) \perp (SAB)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

- A. $\widehat{SOM}$.
B. $\widehat{SCO}$.
C. $\widehat{SBO}$.
D. $\widehat{SMO}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. AK .
B. AC .
C. AB .
D. AH .

Câu 9. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn ước tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần?

- A. $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ.
B. $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ.
C. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ.
D. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giờ.

Câu 10. Nếu ngày 20 – 10 – 2023, cô Hoa dùng số tiền 500 000 000 đồng để gửi tiết kiệm với lãi suất 6%/ năm cho kì hạn một tháng thì ngày 20 – 11 – 2024, tổng số tiền cô Hoa nhận được là bao nhiêu?

- A. 530 000 000 đồng.
B. 533 493 100 đồng.
C. 1 066 464 130 đồng.
D. 500 000 000 đồng.

- Câu 11.** Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính tan của góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy của kim tự tháp.



- A. $\frac{49\sqrt{3}}{90}$. B. $\frac{49\sqrt{2}}{90}$. C. $\frac{49\sqrt{2}}{45}$. D. $\frac{49\sqrt{3}}{45}$.

- Câu 12.** Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa 10 m^3 nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài 2,5 m và chiều rộng 2 m. Tính chiều cao của bể nước.

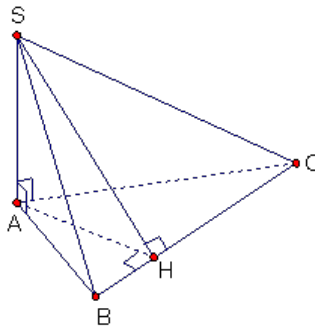
- A. $h = 3 \text{ m}$. B. $h = 1 \text{ m}$. C. $h = 1,5 \text{ m}$. D. $h = 2 \text{ m}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho $a > 0$, $a \neq 1$.

- a) Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
 b) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
 c) Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 d) Giá trị của biểu thức $a^{4\log_a 2 \sqrt{5}}$ bằng $7\sqrt{5}$.

- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC (tham khảo hình vẽ).



- a) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAH) .
 b) Tam giác SAH vuông tại H .
 c) Tứ diện $S.ABC$ có hai mặt là tam giác vuông.
 d) Đường thẳng AH vuông góc với BC .

- Câu 15.** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 250 nghìn con.

- a) Sau 6 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 1 triệu con.
 b) Sau 7 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 2 triệu con.
 c) Sau 8 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 3 triệu con.
 d) Số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là giảm dần theo thời gian.

- Câu 16.** Người ta cần làm một bể cá dạng hình hộp chữ nhật không nắp, hai kích thước của đáy lần lượt là $0,5\text{ m}$ và 1 m .
- a) Nếu tổng diện tích bốn mặt xung quanh của bể là 3 m^2 thì dung tích của bể là $0,5\text{ m}^3$
- b) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 25 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 8 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5\text{ m}$.
- c) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 10 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 15 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5\text{ m}$.
- d) Để trang trí người ta đặt vào đáy một quả cầu thủy tinh có bán kính 5 cm . Sau đó đổ đầy bể 300 lít nước thì chiều cao của bể cá là $60,10\text{ cm}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$.
- Câu 18.** Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2024, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?
- Câu 19.** Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.
- Câu 20.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Hãy tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp.
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $\sqrt{7}$, $SA = SB = SC$, SC tạo với đáy một góc 60° , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, SD .
- Câu 22.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I

1D	2D	3A	4C	5C	6A	7D	8D	9A	10B	11B	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

PHẦN II

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)Đ
b)Đ	b)S	b)Đ	b)S
c)S	c)Đ	c)S	c)S
d)S	d)Đ	d)S	d)Đ

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0	1000	4	46	1,5	0,9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
 Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

B. $(a.b)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha$.

B. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

C. $(a^\alpha)^{\frac{1}{\beta}} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}, \beta \neq 0$.

D. $a^\alpha.b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn D

Với $a, b > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ta có khẳng định $a^\alpha.b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$ sai, các khẳng định còn lại đúng.

Câu 2. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a.\sqrt[3]{a})$

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. 4.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a(a.\sqrt[3]{a}) = \log_a\left(a.a^{\frac{1}{3}}\right) = \log_a\left(a^{\frac{4}{3}}\right) = \frac{4}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

A. $S = \{10\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{7\}$.

D. $S = \{6\}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 243$ là:

A. $x > 2$.

B. $x > 3$.

C. $x > \frac{5}{2}$.

D. $x < \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x} > 243 \Leftrightarrow 3^{2x} > 3^5 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $BC \perp SB$.

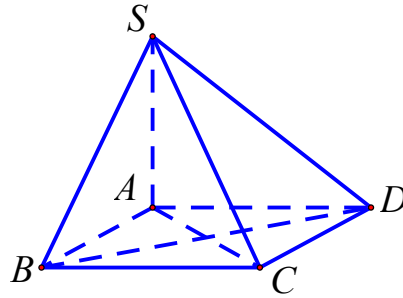
B. $BC \perp SA$.

C. $BC \perp SD$.

D. $SA \perp BD$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC \parallel AD$ nên BC không vuông góc với SD .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

A. $(SBD) \perp (ABCD)$.

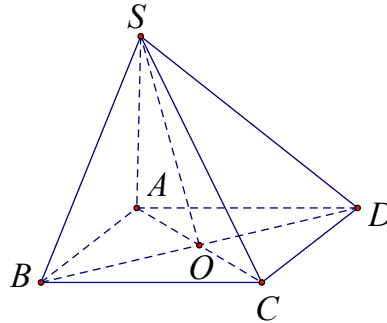
B. $(SAC) \perp (ABCD)$.

C. $SO \perp (ABCD)$.

D. $(SAD) \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC \perp BD, AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SBD)$. Do $AC \subset (ABCD)$ nên $(ABCD) \perp (SBD)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

A. $\widehat{SOM}$.

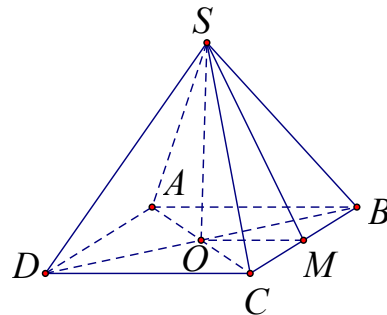
B. $\widehat{SCO}$.

C. $\widehat{SBO}$.

D. $\widehat{SMO}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$.

Hai tam giác SBC và OBC cân đáy BC nên $SM \perp BC, OM \perp BC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc giữa SM, OM hay chính là $\widehat{SMO}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

A. AK .

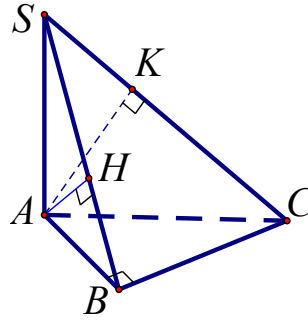
B. AC .

C. AB .

D. AH .

Lời giải

Chọn D



Ta có $BC \perp SA$, $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$. Lại có $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC)$ tại H . Vậy $d(A, (SBC)) = AH$.

Câu 9. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn ước tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần?

- A.** $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ. **B.** $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ. **C.** $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ. **D.** $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giờ.

Lời giải

Chọn A

Thay các dữ kiện ta có phương trình $300 = 100.e^{5r} \Rightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$.

Để số lượng vi khuẩn tăng 10 lần (tức 1000 con), ta có $1000 = 100.e^{\frac{\ln 3}{5}t} \Rightarrow t = \frac{5}{\log 3}$.

Câu 10. Nếu ngày 20 – 10 – 2023, cô Hoa dùng số tiền 500 000 000 đồng để gửi tiết kiệm với lãi suất 6%/ năm cho kì hạn một tháng thì ngày 20 – 11 – 2024, tổng số tiền cô Hoa nhận được là bao nhiêu?

- A.** 530 000 000 đồng. **B.** 533 493 100 đồng.
C. 1 066 464 130 đồng. **D.** 500 000 000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Khoản tiền gốc: $P = 500\,000\,000$ đồng

Lãi suất hằng năm: $r = 6\%$

Số lần rút lãi trong 1 năm: $n = 12$

Số kì hạn: $N = 13$

Tổng số tiền cô Hoa nhận được là: $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N = 500\,000\,000 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{13} = 533\,493\,100$ đồng

Câu 11. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính tan của góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy của kim tự tháp.



A. $\frac{49\sqrt{3}}{90}$.

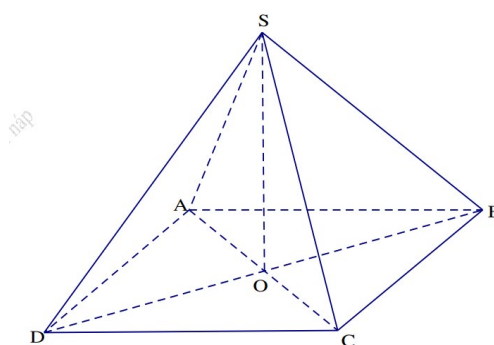
B. $\frac{49\sqrt{2}}{90}$.

C. $\frac{49\sqrt{2}}{45}$.

D. $\frac{49\sqrt{3}}{45}$.

Lời giải

Chọn B



Xét hình chóp đều $S.ABCD$ có O là tâm hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$. Dẫn đến góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SAO} = \alpha$.

Ta có $\tan \alpha = \frac{SO}{AO} = \frac{98}{90\sqrt{2}} = \frac{49\sqrt{2}}{90}$.

Câu 12. Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa 10 m^3 nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài $2,5 \text{ m}$ và chiều rộng 2 m . Tính chiều cao của bể nước.

A. $h = 3 \text{ m}$.

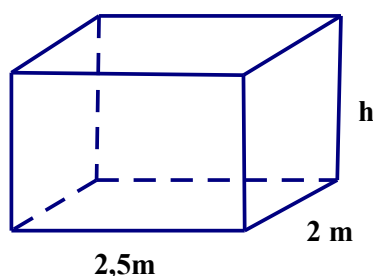
B. $h = 1 \text{ m}$.

C. $h = 1,5 \text{ m}$.

D. $h = 2 \text{ m}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi chiều cao của bể nước là h .

Thể tích của bể nước là: $V = (2,5).2.h = 10 \Rightarrow h = 2 \text{ (m)}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho $a > 0$, $a \neq 1$.

a) Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.

b) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.

c) Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(-\infty; +\infty)$.

d) Giá trị của biểu thức $a^{4\log_{a^2}\sqrt{5}}$ bằng $7\sqrt{5}$.

Lời giải

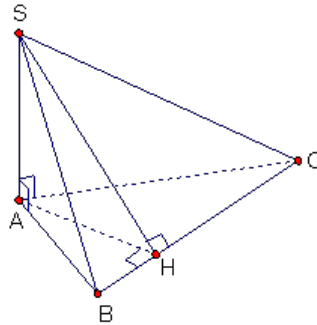
a) Sai: Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; a)$.

b) Đúng: Khi $x = 1$ ta có $\log_a 1 = 0$.

c) Sai: Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(0; +\infty)$.

d) Sai: Ta có $a^{4\log_{a^2}\sqrt{5}} = a^{2\log_a\sqrt{5}} = a^{\log_a(\sqrt{5})^2} = 5$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC (tham khảo hình vẽ).



a) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAH) .

b) Tam giác SAH vuông tại H .

c) Tứ diện $S.ABC$ có hai mặt là tam giác vuông.

d) Đường thẳng AH vuông góc với BC .

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $SH \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

b) Sai. Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AH$ nên tam giác SAH vuông tại A .

c) Đúng. Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ và $SA \perp AC$. Vậy ta có hai tam giác vuông tại A là SAB và SAC , cũng là hai mặt bên của tứ diện.

d) Đúng. Do $BC \perp (SAH)$ nên $AH \perp BC$.

Câu 15. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0).2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 250 nghìn con.

a) Sau 6 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 1 triệu con.

b) Sau 7 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 2 triệu con.

c) Sau 8 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 3 triệu con.

d) Số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là giảm dần theo thời gian.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S(4) = S(0).2^4 \Rightarrow S(0) = \frac{S(4)}{2^4}.$$

Gọi thời gian để số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm có 1 triệu con là t phút

$$S(0).2^t = 1000000 \Leftrightarrow \frac{250000}{2^4}.2^t = 1000000 \Leftrightarrow t = 6.$$

a) Vậy sau 6 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 1 triệu con nên a) đúng.

b) Vậy sau 7 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 2 triệu con nên b) đúng.

c) Vậy sau 8 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 4 triệu con nên c) sai.

d) Số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là tăng dần theo thời gian nên d) sai.

Câu 16. Người ta cần làm một bể cá dạng hình hộp chữ nhật không nắp, hai kích thước của đáy lần lượt là $0,5 m$ và $1 m$.

- a) Nếu tổng diện tích bốn mặt xung quanh của bể là $3 m^2$ thì dung tích của bể là $0,5 m^3$
b) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 25 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 8 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5 m$.
c) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 10 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 15 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5 m$.
d) Để trang trí người ta đặt vào đáy một quả cầu thủy tinh có bán kính $5 cm$. Sau đó đổ đầy bể 300 lít nước thì chiều cao của bể cá là $60,10 cm$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

a) Gọi x là chiều cao của bể cần xây ($x > 0$).

Tổng diện tích bốn mặt xung quanh của bể là: $(x.0,5).2 + (x.1).2 = 3 \Rightarrow x = 1$.

Thể tích của bể là: $V = 1.1.0,5 = 0,5 m^3$. Vậy a) đúng.

b) Thể tích nước cần chảy vào bể khi nước trong bể dâng cao $0,5$ mét là

$$V = 0,5.1.0,5 = 0,25(m^3). \text{ Có } 0,25(m^3) = 250 \text{ lít.}$$

Vậy thời gian để nước chảy vào bể dâng cao $0,5$ mét là $\frac{250}{25} = 10$ phút. Vậy b) sai

c) Thể tích nước cần chảy vào bể khi nước trong bể dâng cao $0,5$ mét là

$$V = 0,5.1.0,5 = 0,25(m^3). \text{ Có } 0,25(m^3) = 250 \text{ lít.}$$

Vậy thời gian để nước chảy vào bể dâng cao $0,5$ mét là $\frac{250}{10} = 25$ phút. Vậy c) sai.

d) $300 l = 300 dm^3 = 300.000 cm^3$

$$\text{Thể tích khối cầu thủy tinh là } V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{500\pi}{3}.$$

$$\text{Thể tích bể cá là } V_2 = 300.000 + \frac{500\pi}{3}.$$

$$\text{Chiều cao bể cá là } h = \frac{V_2}{50.100} \approx 60,10 \text{ cm}. \text{ Vậy d) đúng.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$

Lời giải

Đặt $2^x = 3^y = 6^{-z} = t$ với $t > 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = t \\ 3^y = t \\ 6^{-z} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác: } \log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}.$$

$$\begin{aligned} M &= xy + yz + xz = \log_3 t \cdot \log_2 t - \log_3 t \cdot \log_6 t - \log_6 t \cdot \log_2 t = \log_3 t \cdot \log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t) \cdot \log_6 t \\ &= \log_3 t \cdot \log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t) \cdot \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t} = 0. \end{aligned}$$

Câu 18. Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2024, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

Lời giải

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+1$ là: $600(1+6\%)^1$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+2$ là: $600(1+6\%)^2$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+n$ là: $600(1+6\%)^n$.

Ta có: $600(1+6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow (1+6\%)^n > \frac{5}{3} \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \frac{5}{3} \approx 8,76$

Như vậy kể từ năm 2024 thì năm 2033 là năm đầu tiên diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha.

Câu 19. Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

Lời giải

$$\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{3x-7}{x+3} < 1 \\ \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{7}{3}; +\infty \right) \\ x \in (-3; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{7}{3}; 3 \right].$$

Suy ra $a = \frac{7}{3}$; $b = 3$.

Vậy $P = 3a - b = 3 \cdot \frac{7}{3} - 3 = 4$.

Câu 20. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Hãy tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp.

Lời giải

Gọi I là trung điểm BC. Suy ra: $SI \perp BC$ và $HI \perp BC$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SIH}$

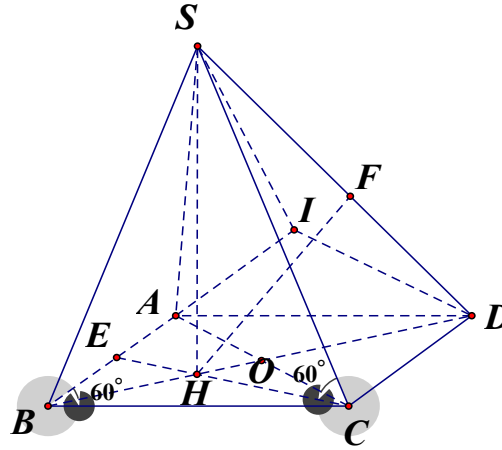
Ta có: $HI = \frac{AB}{2} = 131$ (m)

Xét $\triangle SHI$ vuông tại H ta có: $\tan \widehat{SIH} = \frac{SH}{HI} = \frac{\sqrt{18578}}{131} \Rightarrow \widehat{SIH} \approx 46^\circ$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là khoảng 46° .

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $\sqrt{7}$, $SA = SB = SC$, SC tạo với đáy một góc 60° , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, SD .

Lời giải



Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC , Vì $\triangle ABC$ đều và $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$

$$\text{Lại có } \begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SH \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (SC; (ABCD)) = \widehat{SCH} = 60^\circ$$

Từ D dựng $DI \parallel AC$ cắt AB tại $I \Rightarrow AC \parallel (SDI)$

$$\Rightarrow d(AC; SD) = d(AC; (SDI)) = d(O; (SDI))$$

$$\text{Mặt khác } \frac{d(O; (SDI))}{d(H; (SDI))} = \frac{OD}{HD} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(O; (SDI)) = \frac{3}{4} d(H; (SDI)).$$

Vì $AC \perp DH \Rightarrow HD \perp ID$, mà $SH \perp ID \Rightarrow ID \perp (SHD)$

Từ H dựng $HF \perp SD \Rightarrow HF \perp (SDI) \Rightarrow d(H; (SDI)) = HF$.

$$\text{Ta có } EC = \frac{\sqrt{21}}{2} \Rightarrow HC = \frac{2}{3} EC = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

Trong tam giác SHC có $SH = HC \tan 60^\circ = a$

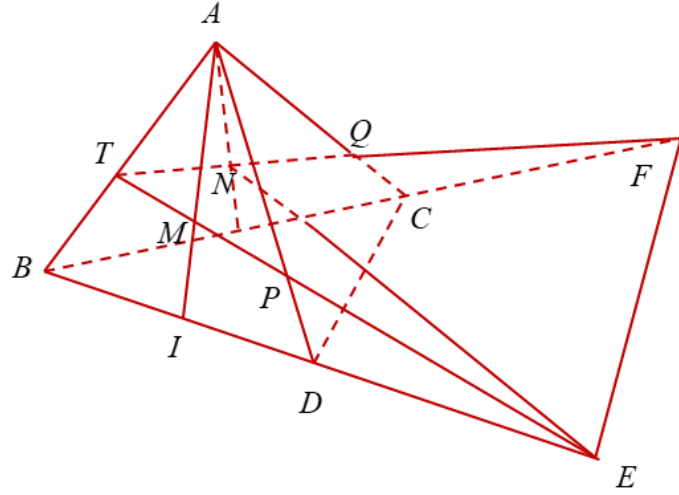
$$\text{Mà } HD = HO + OD = \frac{4}{3} OD = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

$$\text{Trong tam giác } SHD \text{ có } \frac{1}{HF^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{\sqrt{7}^2} + \frac{3}{4 \cdot \sqrt{7}^2} = \frac{7}{4 \cdot 7} \Rightarrow HF = 2$$

$$\Rightarrow d(AC; SD) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2\sqrt{7}\sqrt{7}}{7} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Câu 22. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

Lời giải



Thể tích khối tứ diện đều cạnh $2\sqrt{2}$ là: $\frac{8}{3}$.

Gọi $P = ME \cap AD$; $T = ME \cap AB$. Trong mặt phẳng (ABC) đường thẳng TN cắt AC, BC lần lượt tại Q, F . Khi đó mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện đã cho phần chứa đỉnh A là tứ diện $ATPQ$.

Gọi I là trung điểm BD . Xét $\triangle AID$ ta có: $\frac{ED}{EI} \cdot \frac{MI}{MA} \cdot \frac{PA}{PD} = 1$ (định lý Menelaus) $\Rightarrow \frac{PA}{PD} = 3$.

Tương tự ta có: $\frac{QA}{QC} = 3$

Xét $\triangle AIB$ ta có: $\frac{EI}{EB} \cdot \frac{TB}{TA} \cdot \frac{MA}{MI} = 1 \Leftrightarrow \frac{TB}{TA} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác ta có: $\frac{V_{ATPQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AT}{AB} \cdot \frac{AP}{AD} \cdot \frac{AQ}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80} \Rightarrow V_{ATPQ} = \frac{27}{80} \cdot \frac{(2\sqrt{2})^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{9}{10} = 0,9$.

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 10 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $P = x^{\frac{3}{2}}$. B. $P = x^3$. C. $P = x^{\frac{3}{4}}$. D. $P = x$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

- A. $\mathbb{R}$ B. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ C. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ D. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A. $x = 25$. B. $x = \frac{32}{3}$. C. $x = 32$. D. $x = \frac{25}{3}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^2$ là

- A. $[4; +\infty)$. B. $(-\infty; 4]$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 5. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với Δ ?

- A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 2.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây sai?

- A. $(SAC) \perp (SBC)$. B. $(SAB) \perp (ABC)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

- A. AC' . B. AB' . C. AD' . D. AA' .

Câu 9. Quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có: $N(t) = N_0 \cdot e^{rt}$ trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ. Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn lên đến 1 triệu con.

- A. 14,7. B. 14,5. C. 14,6. D. 14,8.

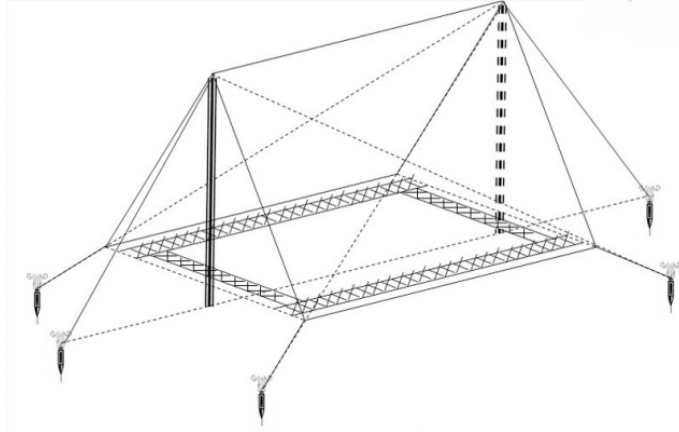
Câu 10. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng, kì hạn 1 năm, thể thức lãi kép, với lãi suất 7,2%. Hỏi nếu không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi thì tối thiểu sau bao nhiêu năm người gửi có được 165 triệu đồng? Biết rằng nếu rút trước kì hạn thì không được tính lãi trong kì hạn đó.

- A. 9 năm. B. 6 năm. C. 8 năm. D. 7 năm.

Câu 11. Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris. Toàn bộ kim tự tháp được xây bằng kính cùng các khớp nối kim loại, cao 20,6 m với đáy hình vuông mỗi cạnh 35 m. Trong một sự kiện nghệ thuật, ban tổ chức muốn căng một sợi dây từ tâm của sàn nhà đến bốn mặt bên. Hãy ước lượng độ dài tối thiểu của sợi dây.

- A. 13,34m. B. 13m. C. 14m. D. 14,34m.

Câu 12. Một nhóm thám hiểm muốn dựng một cái lều để nghỉ qua đêm như hình.



Biết rằng tấm bạt trải để che phía trên có kích thước dài 8m rộng 5m và được gấp đôi sao cho lều dài 8m. Biết rằng lều sẽ đứng vững nhất khi hai mặt bên của lều tạo với mặt đất một góc 45° . Tính thể tích của lều?

- A. $15m^3$. B. $10m^3$. C. $25m^3$. D. $50m^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 13. Cho hàm số $y = \log_2(x-1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (1; +\infty)$.
 b) Hàm số đã cho liên tục trên $(0; +\infty)$.
 c) Đồ thị hàm số đã cho nằm bên phải đường thẳng $d: x = 1$
 d) Đồ thị hàm số đã cho đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{8}}(x-1)^3$ qua trục hoành.

Câu 14. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = a$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của SB, SC, AC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Góc giữa hai đường thẳng SB, JK bằng 60° .
 b) Hai đường thẳng IJ và AB vuông góc.
 c) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .
 d) Tam giác SBK vuông tại B .

Câu 15. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (giờ), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 200 con và sau 4 giờ có 800 con. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $r < \ln 2$.
 b) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn có được gấp 8 lần số lượng vi khuẩn ban đầu.
 c) Số lượng vi khuẩn có được vượt quá 1 triệu con sau 24 giờ.
 d) Số lượng vi khuẩn tăng thêm đạt hơn 3 276 700 con sau 28 giờ.

Câu 16. Một nhóm học sinh dựng lều trại có dạng hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy bằng a mét và đỉnh hình chóp cách mặt đáy h mét. Gọi V là thể tích của lều trại. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Khi $a = 4$ và $h = 3$ thì $V > 20(m^3)$.
 b) $V < V_1$ với V_1 là thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 3 mét.
 c) Khi a tăng lên gấp đôi và h không đổi thì V cũng tăng lên gấp đôi.
 d) Khi h giảm một nửa và a không đổi thì V cũng giảm một nửa.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $S = (x_1 - x_2)^2$
- Câu 18.** Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi)?
- Câu 19.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?
- Câu 20.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét? Tính chiều cao kim tự tháp đó?



- Câu 21.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{13}$; $AD = \sqrt{39}$, và SA vuông góc với $(ABCD)$. Biết góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Lấy điểm I thuộc cạnh SD sao cho $SI = \frac{1}{2}ID$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và AI bằng bao nhiêu?
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 2\sqrt{3}$; $BC = 6$; $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.** $P = x^{\frac{3}{2}}$. **B.** $P = x^3$. **C.** $P = x^{\frac{3}{4}}$. **D.** $P = x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

- A.** $\mathbb{R}$ **B.** $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ **D.** $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn D

ĐKXD: $3x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$. Vậy TXD: $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A.** $x = 25$. **B.** $x = \frac{32}{3}$. **C.** $x = 32$. **D.** $x = \frac{25}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

Với điều kiện phương trình đã cho tương đương $3x = 5^2 = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^2$ là

- A.** $[4; +\infty)$ **B.** $(-\infty; 4]$ **C.** $(4; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^2 \Leftrightarrow x-2 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 4$.

Câu 5. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với Δ ?

- A.** 1. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

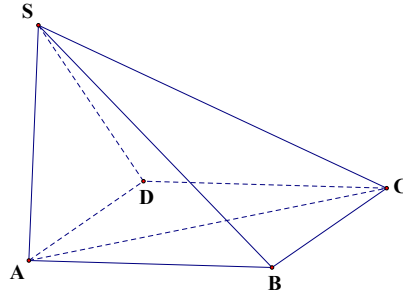
Trong không gian có vô số đường thẳng qua O và vuông góc với Δ .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

- A.** 60° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn C



Hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC . Do đó góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.

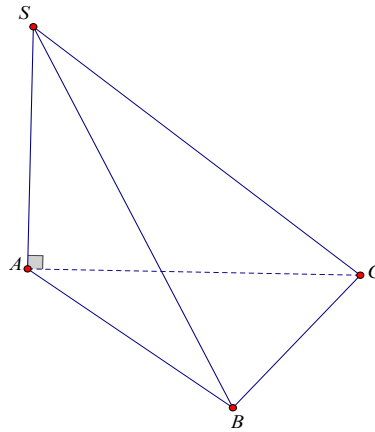
Tam giác SAC có $SC = SA = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân $\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAC) \perp (SBC)$. **B.** $(SAB) \perp (ABC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB), (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAB), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow \text{B, C đúng.}$

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC)$

$\Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow \text{D đúng.}$

Vậy đáp án sai là A.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

A. AC' .

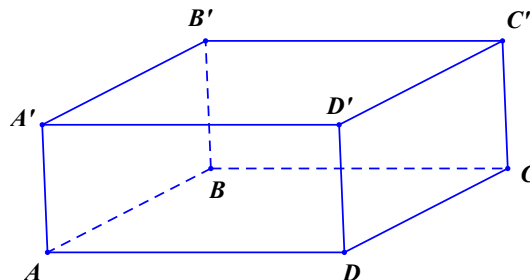
B. AB' .

C. AD' .

D. AA' .

Lời giải

Chọn D



Ta có $d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA'$

- Câu 9.** Quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có: $N(t) = N_0 \cdot e^{rt}$ trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ. Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn lên đến 1 triệu con.
A. 14,7. **B.** 14,5. **C.** 14,6. **D.** 14,8.

Lời giải

Chọn A

1 triệu con = 1 000 000 con.

Ta có sau 1 giờ tăng lên 800 con, suy ra $500 \cdot e^{r \cdot 1} = 800 \Rightarrow r = \ln 1,6$.

Ta có $N(t) = 500 \cdot e^{rt} = 1000000 \Leftrightarrow t = \frac{1}{r} \ln 2000 = \frac{\ln 2000}{\ln 1,6} \approx 14,7$ giờ.

Vậy sau 14,7 giờ.

- Câu 10.** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng, kì hạn 1 năm, thể thức lãi kép, với lãi suất 7,2% Hỏi nếu không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi thì tối thiểu sau bao nhiêu năm người gửi có được 165 triệu đồng? Biết rằng nếu rút trước kì hạn thì không được tính lãi trong kì hạn đó.
A. 9 năm. **B.** 6 năm. **C.** 8 năm. **D.** 7 năm.

Lời giải

Chọn C

Công thức lãi kép: $T_n = T_0 (1 + r\%)^n$,

trong đó: T_0 là số tiền gửi ban đầu

T_n là số tiền cả gốc lẫn lãi sau n kì.

$r\%$ là lãi suất một kì.

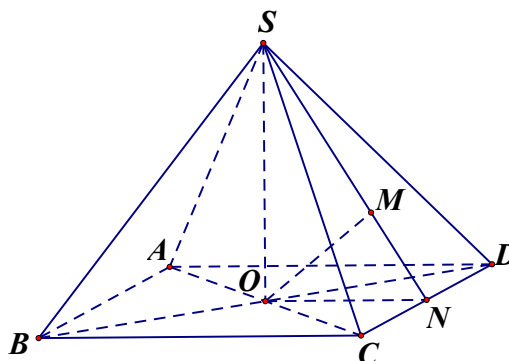
Áp dụng công thức trên ta có:

$$100 \cdot 10^6 (1 + 7,2\%)^n \geq 165 \cdot 10^6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,072} \left(\frac{165}{100} \right) \approx 7,2.$$

- Câu 11.** Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris. Toàn bộ kim tự tháp được xây bằng kính cùng các khớp nối kim loại, cao 20,6 m với đáy hình vuông mỗi cạnh 35 m. Trong một sự kiện nghệ thuật, ban tổ chức muốn căng một sợi dây từ tâm của sân nhà đến bốn mặt bên. Hãy ước lượng độ dài tối thiểu của sợi dây.
A. 13,34m. **B.** 13m. **C.** 14m. **D.** 14,34m.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình chóp $S.ABCD$ có cùng kích thước với Kim tự tháp kính Louvre.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và N là trung điểm CD . Từ O hạ đường vuông góc xuống SN .

Ta có: $\left. \begin{array}{l} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OM$.

Mà: $OM \perp SN$.

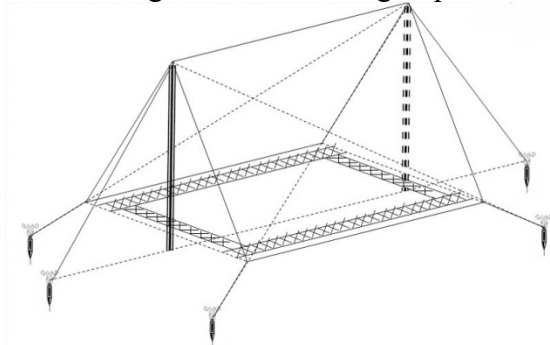
Nên: $OM \perp (SCD)$.

Suy ra: $OM = d[O; (SCD)]$ là khoảng cách ngắn nhất để căng dây.

Xét $\triangle SON$ vuông tại O: $SO = 20,6m$ và $ON = \frac{35}{2}m$.

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2} \Rightarrow OM \approx 13,34m$$

Câu 12. Một nhóm thám hiểm muốn dựng một cái lều để nghỉ qua đêm như hình.



Biết rằng tấm bạt trải để che phía trên có kích thước dài 8m rộng 5m và được gấp đôi sao cho lều dài 8m. Biết rằng lều sẽ đứng vững nhất khi hai mặt bên của lều tạo với mặt đất một góc 45° . Tính thể tích của lều?

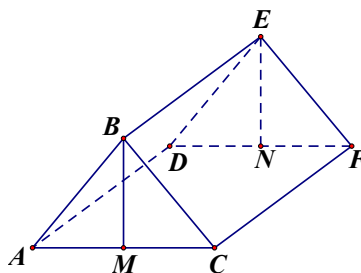
A. $15m^2$.

B. $10m^2$.

C. $25m^2$.

D. $50m^2$.

Lời giải



Giả sử lều trụ đứng $ABC.DEF$ có cùng kích thước với cái lều cần dựng. Khi đó,

$$AB = BC = \frac{5}{2}m, AD = CF = 8m.$$

Theo bài ra, ta có: $[(BCFE), (ACFD)] = (BC, AC) = \widehat{ACB} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B.

$$\text{Vậy thể tích của lều là } V = S.h = \frac{1}{2}.AB.BC.AD = \frac{1}{2}.\frac{5}{2}.\frac{5}{2}.8 = 25m^2.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = \log_2(x-1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (1; +\infty)$.

b) Hàm số đã cho liên tục trên $(0; +\infty)$.

c) Đồ thị hàm số đã cho nằm bên phải đường thẳng $d: x = 1$

d) Đồ thị hàm số đã cho đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{8}}(x-1)^3$ qua trục hoành.

Lời giải

Ta có: Hàm số $y = \log_2(x-1)$ xác định khi và chỉ khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$, nên hàm số liên tục trên $(1; +\infty)$ và có đồ thị nằm bên phải đường thẳng $d : x = 1$

Ta có : $y = \log_{\frac{1}{8}}(x-1)^3 = \log_{2^{-3}}(x-1)^3 = \frac{3}{-3} \log_2(x-1) = -\log_2(x-1)$ nên đồ thị hai hàm số

đối xứng qua trục hoành.

a) Đúng: Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (1; +\infty)$.

b) Sai: Hàm số đã cho liên tục trên $(1; +\infty)$.

c) Đúng: Đồ thị hàm số đã cho nằm bên phải đường thẳng $d : x = 1$

d) Đúng: Đồ thị hai hàm số đối xứng qua trục hoành.

Câu 14. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = a$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của SB, SC, AC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

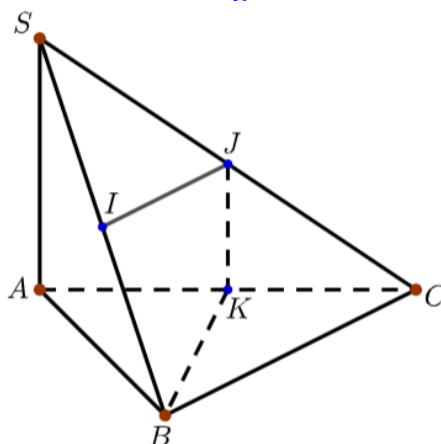
a) Góc giữa hai đường thẳng SB, JK bằng 60° .

b) Hai đường thẳng IJ và AB vuông góc.

c) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

d) Tam giác SBK vuông tại B .

Lời giải



Ta có: $SA = AB = a$, $SA \perp AB$ (vì $SA \perp (ABC)$) nên $\triangle SAB$ vuông cân tại A

$$\Rightarrow \widehat{ASB} = \widehat{ABS} = 45^\circ$$

JK là đường trung bình trong tam giác SAC nên $JK \parallel SA$

$$\text{Suy ra: } (SB, JK) = (SB, SA) = \widehat{ASB} = 45^\circ.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} IJ \parallel BC \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow IJ \perp AB$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

Ta có: $\triangle ABC$ cân tại B , K là trung điểm của AC nên $BK \perp AC$

$SA \perp (ABC)$, $BK \subset (ABC)$ nên $BK \perp SA$

Do đó: $BK \perp (SAC) \Rightarrow BK \perp SK \Rightarrow \triangle SBK$ vuông tại K .

a) Sai: Góc giữa hai đường thẳng SB, JK bằng 45° .

b) Đúng: Hai đường thẳng IJ và AB vuông góc.

c) Đúng: Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

d) Sai: Tam giác SBK vuông tại K .

- Câu 15.** Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (giờ), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 200 con và sau 4 giờ có 800 con. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- a) $r < \ln 2$.
 - b) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn có được gấp 8 lần số lượng vi khuẩn ban đầu.
 - c) Số lượng vi khuẩn có được vượt quá 1 triệu con sau 24 giờ.
 - d) Số lượng vi khuẩn tăng thêm đạt hơn 3 276 700 con sau 28 giờ.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $s(4) = 800$ và $A = 200$ nên

$$800 = 200.e^{4r} \Leftrightarrow e^{4r} = 4 \Leftrightarrow 4r = \ln 4 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 4}{4} = \frac{\ln 2}{2} \approx 0,3466$$

b) Đúng: Số lượng vi khuẩn có được sau 6 giờ là $s(6) = 200.e^{\frac{\ln 2}{2} \cdot 6} = 1600$ (con)

c) Sai: Số lượng vi khuẩn có được sau 24 giờ là $s(24) = 200.e^{\frac{\ln 2}{2} \cdot 24} = 819\,200$ (con).

d) Sai: Số lượng vi khuẩn tăng thêm sau 28 giờ là $200.e^{\frac{\ln 2}{2} \cdot 28} - 200 = 3\,276\,600$ (con).

- Câu 16.** Một nhóm học sinh dựng lều trại có dạng hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy bằng a mét và đỉnh hình chóp cách mặt đáy h mét. Gọi V là thể tích của lều trại. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Khi $a = 4$ và $h = 3$ thì $V > 20$ (m^3).
- b) $V < V_1$ với V_1 là thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 3 mét.
- c) Khi a tăng lên gấp đôi và h không đổi thì V cũng tăng lên gấp đôi.
- d) Khi h giảm một nửa và a không đổi thì V cũng giảm một nửa.

Lời giải

a) Sai.

Đáy lều là hình vuông, có diện tích là: $S = 16$ (m^2).

Lều có chiều cao: $h = 3$ (m).

Thể tích của lều là: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 3 = 16$ (m^3).

b) Đúng.

Thể tích của khối lập phương là: $V_1 = 3^3 = 27$ (m^3).

c) Sai.

Khi lều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h thì thể tích của lều là $V = \frac{1}{3}a^2h$.

Khi a tăng lên gấp đôi và h không đổi thì thể tích lều bằng $\frac{1}{3}(2a)^2.h = 4\left(\frac{1}{3}a^2.h\right) = 4V$.

d) Đúng.

Khi h giảm một nửa và a không đổi thì thể tích lều bằng $\frac{1}{3}a^2 \cdot \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}a^2.h\right) = \frac{V}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $S = (x_1 - x_2)^2$

Lời giải

Điều kiện: $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho trở thành

$$2 \log_3 (x-2) + 2 \log_3 |x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3 (x-2)|x-4| = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ (x-2)(x-4) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 6x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, PT có nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{2}; x_2 = 3$. Vậy $S = 2$.

Câu 18. Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi)?

Lời giải

Gọi T_n là tiền vốn lẫn lãi sau t tháng, a là số tiền ban đầu

Tháng 1 ($t = 1$): $T_1 = a(1+r)$

Tháng 2 ($t = 2$): $T_2 = a(1+r)^2$

.....

Tháng n ($t = n$): $T_n = a(1+r)^t$

$$T_n = a(1+r)^t \Rightarrow t = \frac{\ln \frac{T_n}{a}}{\ln(1+r)} = \frac{\ln \frac{140}{100}}{\ln(1+1\%)} \approx 33,815 \text{ (tháng)}$$

Để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu thì $n > \frac{t}{12} \approx 2,818$

Vậy $n = 3$.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Lời giải

$$\log_5(x^2 + 1) + 1 \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow \log_5 5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

$$\text{Bất phương trình nghiệm đúng với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}$$

(để thấy $m = 0$ không thỏa mãn hệ)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta_{(1)} = 16 - 4m^2 < 0 \\ 5 - m > 0 \\ \Delta_{(2)} = 16 - 4(5 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \vee m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \vee m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

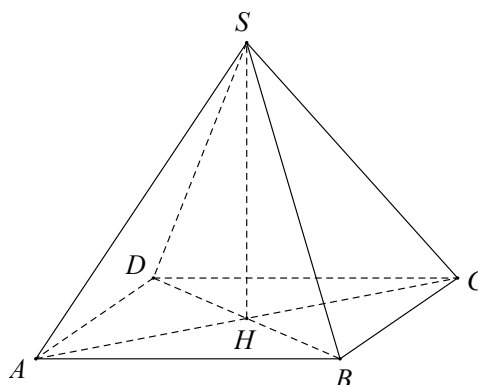
Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 3$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m .

Câu 20. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét? Tính chiều cao kim tự tháp đó?



Lời giải



Ta giả sử các cạnh và đỉnh của kim tự tháp như hình vẽ. Vì $S.ABCD$ hình chóp tứ giác đều nên SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. ($H = AC \cap BD$)

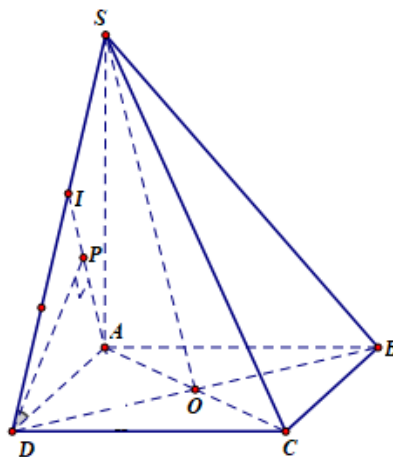
Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2}$ (m)

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2} \text{ (m)}$$

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578} \approx 136$ (m). Vậy chiều cao của kim tự tháp là khoảng 136 mét.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{13}$; $AD = \sqrt{39}$, và SA vuông góc với $(ABCD)$. Biết góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Lấy điểm I thuộc cạnh SD sao cho $SI = \frac{1}{2}ID$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và AI bằng bao nhiêu?

Lời giải



Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA} = 60^\circ$.

Ta có: $SA = AD$, $\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{13}$ và $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = 2\sqrt{39}$.

Theo giả thiết $SI = \frac{1}{2}ID \Rightarrow SI = \frac{1}{3}SD = \frac{2}{3}\sqrt{39}$ và $ID = \frac{4\sqrt{39}}{3}$.

Ta có: $CD \parallel (ABI) \Rightarrow d(CD, AI) = d(CD, (ABI)) = d(D, (ABI))$.

Trong (SAD) . Kẻ $DP \perp AI$ tại P . Ta có $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp DP$.

Do đó $DP \perp (ABI) \Rightarrow d(D, (ABI)) = DP$.

$$IA^2 = SI^2 + SA^2 - 2SI \cdot SA \cdot \cos \widehat{ISA} = \left(\frac{2}{3}\sqrt{39}\right)^2 + (3\sqrt{13})^2 - 2 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{39} \cdot 3\sqrt{13} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{169}{3}$$

$$\Rightarrow IA = \frac{13\sqrt{3}}{3}.$$

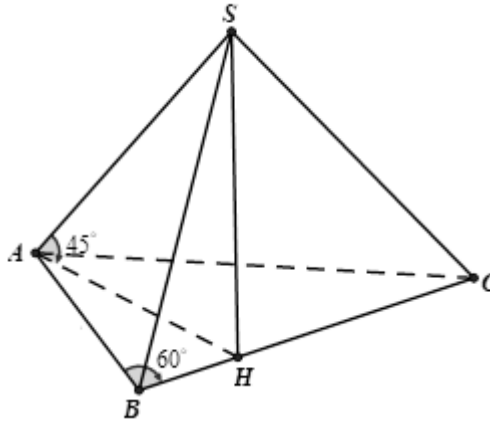
$$S_{\Delta ADI} = \frac{1}{2}DI \cdot DA \cdot \sin \widehat{ADI} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{39}}{3} \cdot \sqrt{39} \cdot \sin 60^\circ = 13\sqrt{3}$$

$$\text{Và } S_{\Delta ADI} = \frac{1}{2}DP \cdot AI \Rightarrow 13\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{13\sqrt{3}}{3} \cdot DP \Rightarrow DP = 6.$$

Vậy $d(CD, AI) = 6$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 2\sqrt{3}$; $BC = 6$; $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) , $H \in BC$.

$(SA, (ABC)) = \widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta SHA$ vuông cân $\Rightarrow SH = HA$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{6} \cdot AH \cdot 2\sqrt{3} \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 3 \cdot AH.$$

Do đó: $V_{\min} \Leftrightarrow AH_{\min} \Leftrightarrow AH \perp BC$ tại H .

$$\text{Ta có: } \sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

Vậy $V_{\min} = 3 \cdot 3 = 9$.

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 11 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho số thực a, b, m, n ($a, b > 0$). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. B. $(a^m)^n = a^{m+n}$. C. $(a+b)^m = a^m + b^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2025}(3-x)$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^x = 25$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -2$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

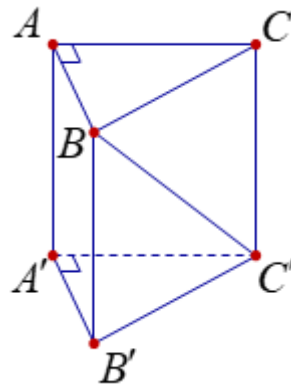
Câu 5. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong mp $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề dưới đây.

- A. $SA \perp SB$. B. $SA \perp CD$. C. $SA \perp BD$. D. $SA \perp BC$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A (tham khảo hình vẽ bên). Xác định góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$.



- A. $\widehat{BC'B'}$. B. $\widehat{BC'A'}$. C. $\widehat{BC'C}$. D. $\widehat{B'BC'}$.

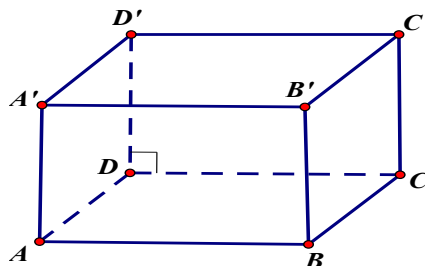
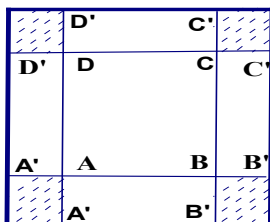
Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $2a$. C. $3a$. D. a .

Câu 9. Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức sau $A = P.e^{r \cdot t}$, trong đó P là dân số năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng vào năm 2020 dân số Việt Nam khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91%. Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2030.

- A. 106,61 triệu người. B. 105,61 triệu người. C. 241,82 triệu người. D. 100 triệu người.

- Câu 10.** Cô Vân gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% một năm. Tính số tiền cô Vân thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập thứ hai).
- A.** 191,44 triệu. **B.** 192,02 triệu. **C.** 192,01 triệu. **D.** 192,1 triệu.
- Câu 11.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy là $230m \times 230m$, cạnh bên dài 219 mét. Chiều cao của kim tự tháp đó là
- A.** 137,2m **B.** 156,6m **C.** 146,7m **D.** 120m
- Câu 12.** Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.



- A.** $5000cm^3$ **B.** $4500cm^3$ **C.** $5200cm^3$ **D.** $4800cm^3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho hàm số $y = \log_3 x$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:
- a) Đồ thị (C) luôn đi qua điểm (0;1).
- b) Hàm số $y = \log_3 x$ có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x = -\infty$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ đối xứng với đồ thị (C) qua trục hoành.
- d) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = 1$ tại duy nhất 1 điểm.
- Câu 14.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , có cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:
- a) Góc giữa đường thẳng SC và $mp(ABCD)$ bằng 60° .
- b) Đường thẳng DA vuông góc với đường thẳng SB .
- c) Đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).
- d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD lên mặt phẳng (SAB) là SB .
- Câu 15.** Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05% /năm (nguồn: <https://www.worldmeters.infor/world-population>). Nếu tốc độ này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:
- $$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t \text{ (tỉ người).}$$
- a) Tốc độ tăng dân số hàng năm là 1,05%.
- b) Dân số thế giới vào năm 2025 gần 8,213 tỉ người.
- c) Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7. Dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 là 7,918 tỉ người
- d) Dân số thế giới gấp đôi dân số năm 2020 vào năm 2040.
- Câu 16.** Bạn An có một chiếc vali cũ hình hộp chữ nhật có chiều dài 75cm, chiều rộng 45cm và chiều cao 30cm. Bạn An muốn mua một chiếc vali mới có chiều dài 105cm, chiều rộng 75cm và chiều cao 30cm.
- a) Thể tích chiếc vali cũ có thể tích bằng $101250cm^3$.
- b) Diện tích đáy của chiếc vali mới là 215 cm^2 .

- c) Thể tích chiếc vali mới lớn hơn thể tích chiếc vali cũ là 135000 cm^3 .
d) Tổng diện tích các mặt bên của vali mới là 10800 cm^2 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0$. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình bằng.....
- Câu 18.** Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,6\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.
- Câu 19.** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2+1) + 1 \geq \log_5(mx^2+4x+m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S .
- Câu 20.** Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh $1m$ để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất?
- Câu 21.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$, $AB = 1$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng.....
- Câu 22.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là.....

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho số thực a, b, m, n ($a, b > 0$). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. **B.** $(a^m)^n = a^{m+n}$. **C.** $(a+b)^m = a^m + b^m$. **D.** $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lũy thừa ta có: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2025}(3-x)$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định là: $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Vậy hàm số có TXĐ: $D = (-\infty; 3)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^x = 25$ là

- A.** $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

$5^x = 25 \Leftrightarrow 5^x = 5^2 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A.** $x > 9$. **B.** $1 < x < 9$. **C.** $x > 10$. **D.** $1 < x < 10$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 1$

$\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x > 9$.

Câu 5. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong mp $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Chọn B

Nếu a và b cùng vuông góc với c thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

C sai do:

Giả sử hai đường thẳng a và b chéo nhau, ta dựng đường thẳng c là đường vuông góc chung của a và b . Khi đó góc giữa a và c bằng với góc giữa b và c và cùng bằng 90° , nhưng hiển nhiên hai đường thẳng a và b không song song.

D sai do: giả sử a vuông góc với c , b song song với c , khi đó góc giữa a và c bằng 90° , còn góc giữa b và c bằng 0° .

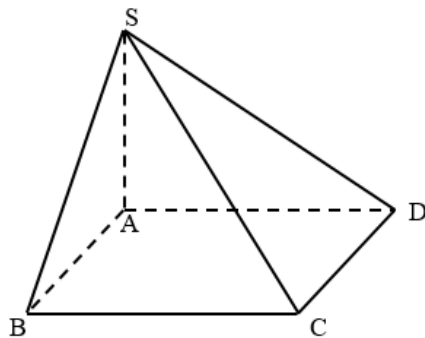
Do đó B đúng.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề dưới đây.

- A.** $SA \perp SB$. **B.** $SA \perp CD$. **C.** $SA \perp BD$. **D.** $SA \perp BC$.

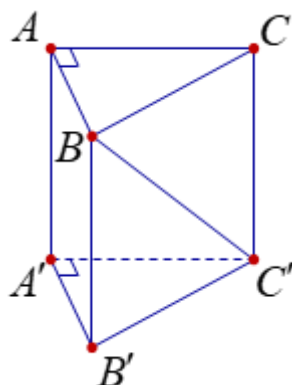
Lời giải

Chọn A



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$, $SA \perp BD$ và $SA \perp BC$.

- Câu 7.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A (tham khảo hình vẽ bên). Xác định góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$.



- A.** $\widehat{BC'B'}$. **B.** $\widehat{BC'A'}$. **C.** $\widehat{BC'C}$. **D.** $\widehat{B'BC'}$.

Lời giải

Chọn A

Giả thiết, ta có: $BB' \perp (A'B'C')$ nên $B'C'$ là hình chiếu vuông góc của BC' xuống mặt phẳng $(A'B'C')$ do đó giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ là góc $\widehat{BC'B'}$.

- Câu 8.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** $\frac{a}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** a .

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $AA' = a$.

- Câu 9.** Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức sau $A = P.e^{r \cdot t}$, trong đó P là dân số năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng vào năm 2020 dân số Việt Nam khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91%. Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2030.

- A.** 106,61 triệu người. **B.** 105,61 triệu người.
C. 241,82 triệu người. **D.** 100 triệu người.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A = 97,34.e^{0,91\% \cdot 10} = 106,61$ triệu người

- Câu 10.** Cô Vân gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% một năm. Tính số tiền cô Vân thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập thứ hai).

- A.** 191,44 triệu. **B.** 192,02 triệu. **C.** 192,01 triệu. **D.** 192,1 triệu.

Lời giải

Chọn C

Công thức lãi kép theo kì hạn tính số tiền thu được sau N kì gửi là

$$A = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N$$

Trong đó, P Số tiền gửi ban đầu

r là lãi suất hàng năm

n là số lần tính lãi trong một năm

N là số kì gửi

Vậy ta có $A = 150 \cdot \left(1 + \frac{5\%}{2}\right)^{10} = 192,01$ triệu

Câu 11. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy là $230m \times 230m$, cạnh bên dài 219 mét. Chiều cao của kim tự tháp đó là

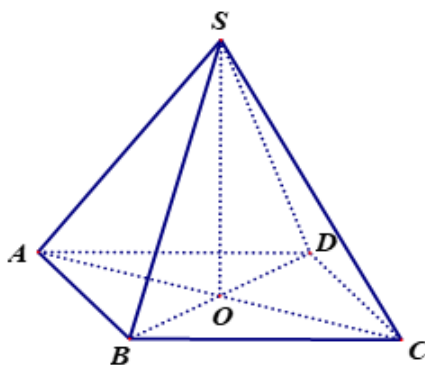
A. 137,2m

B. 156,6m

C. 146,7m

D. 120m

Lời giải

Chọn C

Xem kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình vẽ.

$SO \perp (ABCD)$, O là tâm hình vuông $ABCD$

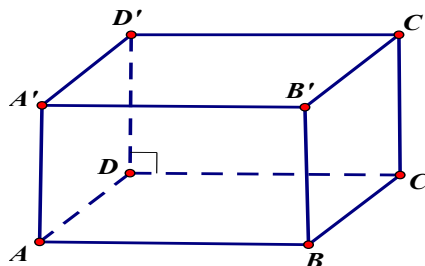
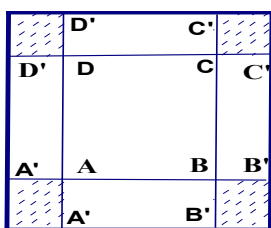
Xét tam giác SOA vuông tại O .

Ta có: $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = 115\sqrt{2}$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} \approx 146,7$$

Vậy chiều cao của kim tự tháp gần bằng 146,7m.

Câu 12. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.



A. $5000cm^3$

B. $4500cm^3$

C. $5200cm^3$

D. $4800cm^3$

Lời giải

Chọn D

Sau khi cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp có đáy là hình vuông cạnh 20cm và chiều cao 12cm

Do đó thể tích hình hộp tạo thành là: $V = 20 \cdot 20 \cdot 12 = 4800cm^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = \log_3 x$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị (C) luôn đi qua điểm $(0;1)$.
- b) Hàm số $y = \log_3 x$ có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x = -\infty$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ đối xứng với đồ thị (C) qua trục hoành.
- d) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = 1$ tại duy nhất 1 điểm.

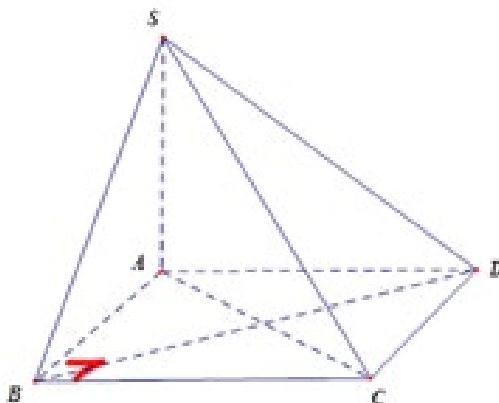
Lời giải

- a) Sai: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là $D = (0; +\infty)$.
- b) Đúng:
- c) Đúng: Tính chất hàm số $y = \log_a x$ có cơ số nghịch đảo đối xứng qua trục hoành trên cùng tập xác định.
- d) Đúng: $\log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3$. duy nhất tại điểm $A(3;1)$.

Câu 14. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , có cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

- a) Góc giữa đường thẳng SC và $mp(ABCD)$ bằng 60° .
- b) Đường thẳng DA vuông góc với đường thẳng SB .
- c) Đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC) .
- d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD lên mặt phẳng (SAB) là SB .

Lời giải



- a) Sai: AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SCA}$

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SAC vuông cân tại A .

Vậy $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

- b) Đúng: $DA \perp (SAB) \Rightarrow DA \perp SB$.

- c) Đúng: $AC \perp BD$; $BD \perp SA$. Suy ra $(SAC) \perp BD$.

- d) Sai, ta có $DA \perp (SAB)$. Khi đó SA là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD lên mặt phẳng (SAB) .

Câu 15. Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05% /năm (nguồn: <https://www.worldmeters.infor/world-population>). Nếu tốc độ này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:

$$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t \text{ (tỉ người).}$$

- a) Tốc độ tăng dân số hàng năm là 1,05%.
- b) Dân số thế giới vào năm 2025 gần 8,213 tỉ người.

- c) Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7. Dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 là 7,918 tỉ người
- d) Dân số thế giới gấp đôi dân số năm 2020 vào năm 2040.

Lời giải

- a) Đúng: Tốc độ tăng dân số hàng năm là 1,05%.
- b) Đúng: Năm 2025 ứng với $t = 5$ nên có dân số thế giới là:

$$P(5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^5 \approx 8,213 \text{ (tỉ người)}.$$

- c) Đúng Với giả thiết tăng tốc độ dân số 1,05% /năm không đổi, công thức (*) được áp dụng để tính dân số thế giới tại thời điểm bất kì sau năm 2020. Chẳng hạn, dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 (ứng với $t = 1,5$) là

$$P(1,5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^5 \approx 7,918 \text{ (tỉ người)}.$$

- d) Sai: Dân số thế giới gấp đôi năm 2020 là năm 2087. Vì $2 = (1 + 0,0105)^n \Rightarrow n = 67$.

Câu 16. Bạn An có một chiếc vali cũ hình hộp chữ nhật có chiều dài 75 cm, chiều rộng 45 cm và chiều cao 30 cm. Bạn An muốn mua một chiếc vali mới có chiều dài 105 cm, chiều rộng 75 cm và chiều cao 30 cm.

- a) Thể tích chiếc vali cũ có thể tích bằng 101250 cm^3 .
- b) Diện tích đáy của chiếc vali mới là 215 cm^2 .
- c) Thể tích chiếc vali mới lớn hơn thể tích chiếc vali cũ là 135000 cm^3 .
- d) Tổng diện tích các mặt bên của vali mới là 10800 cm^2 .

Lời giải

- a) Đúng: Thể tích chiếc vali cũ: $V_1 = 75 \cdot 45 \cdot 30 = 101250 \text{ cm}^3$.
- b) Sai: Diện tích đáy vali mới là $S = 105 \cdot 75 = 7875 \text{ cm}^2$.
- c) Đúng: Thể tích chiếc vali mới: $V_2 = 105 \cdot 75 \cdot 30 = 236250 \text{ cm}^3$. Thể tích chiếc vali mới lớn hơn thể tích chiếc vali cũ là: $V_2 - V_1 = 135000 \text{ cm}^3$.
- d) Đúng: Tổng diện tích các mặt bên của vali mới là $S = 2 \cdot 30(105 + 75) = 10800 \text{ cm}^2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0$. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình bằng.

Lời giải

Xét phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0$.

Điều kiện xác định: $x > 2$.

Phương trình có dạng:

$$\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0 \Leftrightarrow 2 \log_2(x-2) - \log_2(x+28) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-2)^2 = \log_2(x+28) \Leftrightarrow (x-2)^2 = x+28 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (tm)} \\ x = -3 \text{ (l)} \end{cases}.$$

Do đó tập nghiệm của phương trình là $S = \{8\}$.

Vậy tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình bằng 64.

Câu 18. Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.

Lời giải

Số tiền ông Nam có được sau 3 năm là: $x(1 + 0,066)^3$ (triệu đồng).

Số tiền lãi ông Nam có được sau 3 năm là: $x(1+0,066)^3 - x$ (triệu đồng).

Để sau 3 năm số tiền lãi của ông Nam mua được chiếc xe máy trị giá 26 triệu đồng thì

$$x(1+0,066)^3 - x \geq 26 \Leftrightarrow x \geq 123,0154905.$$

Vậy ông Nam phải gửi tối thiểu 124 triệu đồng.

Câu 19. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2+1)+1 \geq \log_5(mx^2+4x+m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S .

Lời giải

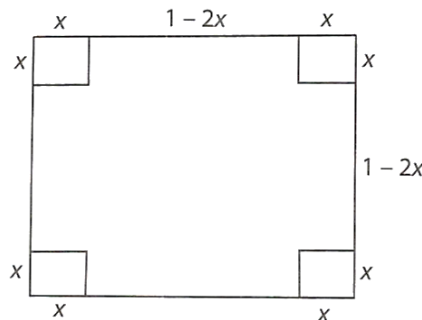
Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2+4x+m > 0 \\ 5(x^2+1) \geq mx^2+4x+m \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}$ (dễ thấy

$$m=0 \text{ không thỏa mãn hệ}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta_{(1)} = 16 - 4m^2 < 0 \\ 5 - m > 0 \\ \Delta_{(2)} = 16 - 4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m=3$. Vậy tổng các phần tử của S là 3.

Câu 20. Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh $1m$ để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Lời giải



Hình 7.59

Gọi $x(m)$ là chiều dài cạnh hình vuông nhỏ tại mỗi góc của tấm tôn được cắt bỏ đi (với $0 < x < \frac{1}{2}$).

Thể tích hình hộp chữ nhật nhận được là

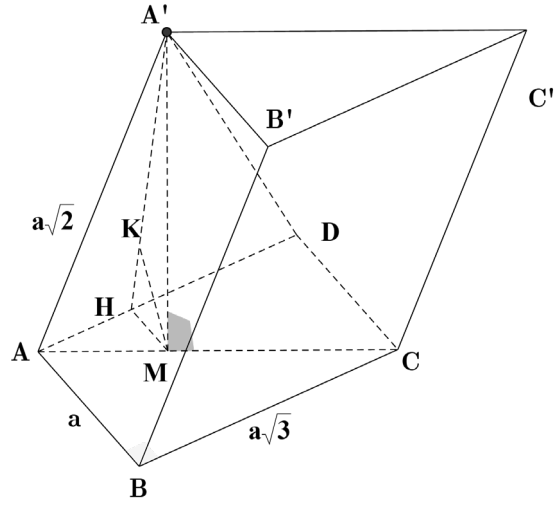
$$V = (1-2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot (1-2x) \cdot (1-2x) \cdot 4x \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1-2x+1-2x+4x}{3} \right)^3 = \frac{2}{27}$$

Dấu "=" xảy ra khi $1-2x=4x \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy để thể tích chiếc thùng là lớn nhất thì các cạnh của hình vuông được cắt bỏ đi là $\frac{1}{6}m$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BC = \sqrt{3}, AB = 1$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng.

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABCD$, vì tam giác ABC là tam giác vuông tại B nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Suy ra $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (A'AD)$.

Do đó $d(BC, AA') = d(BC, (A'AD)) = d(C, (A'AD))$.

Mà $3\overline{AM} = \overline{AC}$ nên $d(C, (A'AD)) = 3d(M, (A'AD))$.

Kẻ $MH \perp AD \Rightarrow (A'MH) \perp (A'AD) = A'H$.

Kẻ $MK \perp A'H \Rightarrow MK \perp (A'AD) \Rightarrow MK = d(M, (A'AD))$.

Mặt khác ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2 \Rightarrow AM = \frac{1}{3}AC = \frac{2}{3} \Rightarrow A'M = \sqrt{A'A^2 - AM^2} = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

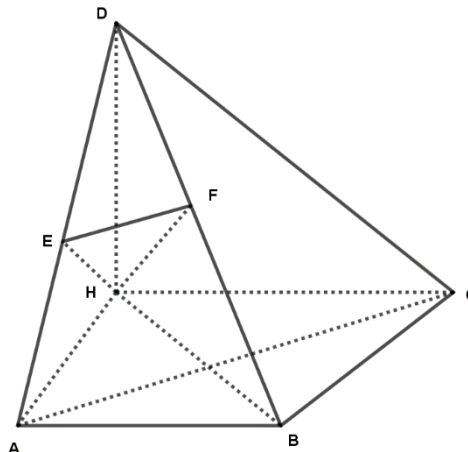
Và $MH \parallel CD \Rightarrow \frac{MH}{CD} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}$.

Suy ra $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{A'M^2} + \frac{1}{MH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{MK^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{14}}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{MK^2} = \frac{135}{14a^2} \Leftrightarrow MK = \frac{\sqrt{210}}{45}$.

Vậy $d(BC, AA') = d(C, (A'AD)) = 3d(M, (A'AD)) = 3MK = 3 \cdot \frac{\sqrt{210}}{45} = \frac{\sqrt{210}}{15}$.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là.

Lời giải



Gọi H thuộc mặt phẳng (ABC) và $DH \perp (ABC)$.

Ta có $\begin{cases} BA \perp DA \\ BA \perp DH \end{cases} \Rightarrow BA \perp AH$. Tương tự $\begin{cases} BC \perp BD \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp BH$.

Tam giác ABH có $AB = a$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$; $\widehat{CBH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} = 45^\circ$ suy ra $\triangle ABH$ vuông cân tại $A \Rightarrow AH = AB = a$.

Áp dụng định lý côsin ta có $BC = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$.

Kẻ HE , HF lần lượt vuông góc với DA , DB .

Suy ra $HE \perp (ABD)$, $HF \perp (BCD)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng góc $\widehat{EHF}$.

Tam giác EHF vuông tại E , ta có $HE = \frac{a \cdot DH}{\sqrt{a^2 + DH^2}}$, $HF = \frac{DH \cdot a \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + DH^2}}$.

Mặt khác: $\cos \widehat{EHF} = \frac{HE}{HF} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{DH^2 + 2a^2}}{\sqrt{2 \cdot DH^2 + 2a^2}} \Rightarrow DH = a$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{6}$.

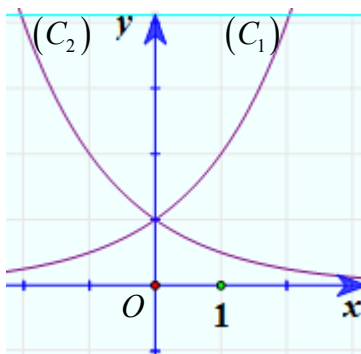
KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 12 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý. Chọn khẳng định đúng.

- A.** $\sqrt{a^3} = a^6$. **B.** $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$. **C.** $\sqrt{a^3} = a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $\sqrt{a^3} = a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $0 < b < 1 < a$. **B.** $0 < a < b < 1$. **C.** $0 < b < a < 1$. **D.** $0 < a < 1 < b$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 2^x$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -2$.

Câu 4. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $b \geq c$. **B.** $b \leq c$. **C.** $b > c$. **D.** $b < c$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và DA bằng

- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng với góc giữa hai đường thẳng nào sau đây?

- A.** SB và AB . **B.** SB và BC . **C.** SB và SA . **D.** SB và SC .

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hình lập phương là hình lăng trụ đều.
B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Câu 8. Công thức tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A.** $V = \frac{1}{3}B.h$. **B.** $V = B.h$. **C.** $V = \frac{2}{3}B.h$. **D.** $V = \frac{1}{2}B.h$.

Câu 9. Phương trình $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 , với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là

- A.** $4\log_3 2$. **B.** 1. **C.** $3\log_3 2$. **D.** $2\log_2 3$.

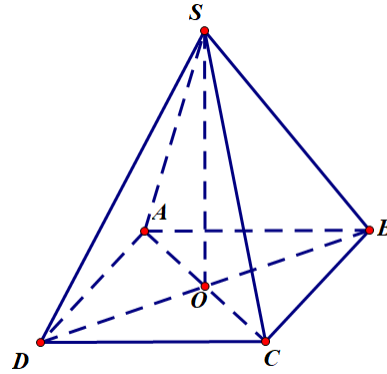
Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AB \perp (SBC)$. B. $AC \perp (SBC)$. C. $SA \perp (ABCD)$. D. $SO \perp (ABCD)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ; SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. Hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ vuông góc.
 B. Hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ vuông góc.
 C. Hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ vuông góc.
 D. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2^x$, xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$
 b) Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$
 c) Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại đúng 1 điểm
 d) Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' tương ứng là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD . Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $(SBC) \perp (SAB)$
 b) $AB' \perp (SBC)$
 c) $AD' \perp (SCD)$
 d) Các điểm A, B', C', D' là 4 đỉnh của một tứ diện

Câu 15. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$. Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau đây:

- a) $x = 2$ là một nghiệm của bất phương trình.
 b) $x = 0$ là một nghiệm nguyên của bất phương trình.
 c) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
 d) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 3)$.

Câu 16. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau đây:

- a) Hình lăng trụ đã cho có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh.
 b) Các mặt của hình lăng trụ đã cho là hình bình hành.
 c) Hai mặt phẳng $(AB'C'D)$, $(A'BCD')$ vuông góc với nhau.
 d) Biết rằng, ba mặt có chung một đỉnh của hình lăng trụ có diện tích lần lượt 10cm^2 , 20cm^2 , 32cm^2 . Khi đó, diện tích toàn phần của hình lăng trụ bằng 124 cm^2 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho a, b là các số thực dương. Biết rằng, $\frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b + a \cdot b^{\frac{1}{3}}}{a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{3}} + b \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{3}}} = a^\alpha \cdot b^\beta$. Hãy tính giá trị của biểu

thức $A = 3\alpha - 3\beta$.

Câu 18. Cho $x > 0$ thỏa mãn $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính $(\log_2 x)^2$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỉ số $\frac{SQ}{SD}$.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' . Khi đó tỉ số $\frac{MA}{MC'}$ bằng bao nhiêu?

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Hỏi sau mấy giờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

..... **HẾT**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. a^6 .

B. $a^{\frac{3}{2}}$.

C. $a^{\frac{2}{3}}$.

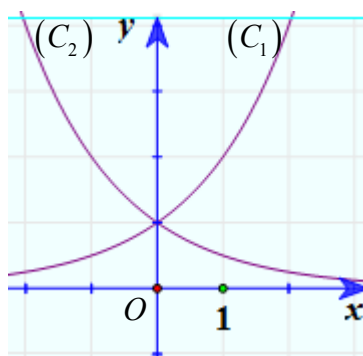
D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức lũy thừa với số mũ hữu tỉ $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $0 < b < 1 < a$.

B. $0 < a < b < 1$.

C. $0 < b < a < 1$.

D. $0 < a < 1 < b$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị (C_2) , có $0 < b < 1$

Từ đồ thị (C_1) , có $a > 1$

Vậy $0 < b < 1 < a$

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 2^x$ là

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình có $2^{2x-1} = 2^x$
 $\Leftrightarrow x = 1$

Câu 4. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b \geq c$.

B. $b \leq c$.

C. $b > c$.

D. $b < c$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số logarit $y = \log_5 x$ có cơ số là 5 nên hàm số đồng biến.

Từ $\log_5 b \geq \log_5 c \Rightarrow b \geq c$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và DA bằng

A. 30° .

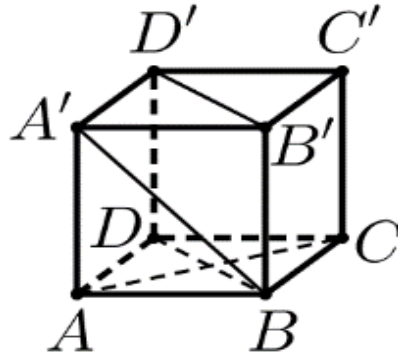
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D

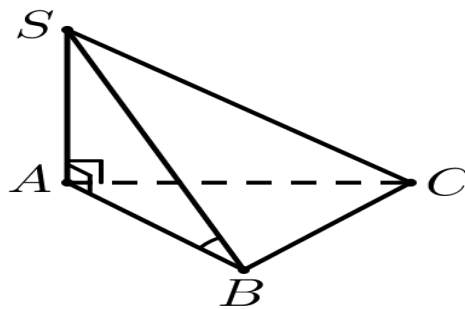


Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng với góc giữa hai đường thẳng nào sau đây?

- A.** SB và AB . **B.** SB và BC . **C.** SB và SA . **D.** SB và SC .

Lời giải

Chọn A



Vì $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng (ABC) .

Do đó $(\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB})$.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hình lập phương là hình lăng trụ đều.
B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa lăng trụ đều thì đáp án A là đáp án đúng.

Câu 8. Công thức tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A.** $V = \frac{1}{3}B.h$. **B.** $V = B.h$. **C.** $V = \frac{2}{3}B.h$. **D.** $V = \frac{1}{2}B.h$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính thể tích khối lăng trụ là $V = B.h$.

Câu 9. Phương trình $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$, với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là

- A.** $4\log_3 2$. **B.** 1. **C.** $3\log_3 2$. **D.** $2\log_2 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $9^x - 3.3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 3.3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}.$

Với $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0$ và $x_2 = \log_3 2$.

Suy ra $2x_1 + 3x_2 = 3\log_3 2$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$

Kết hợp điều kiện ta được $x = 1$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AB \perp (SBC)$.

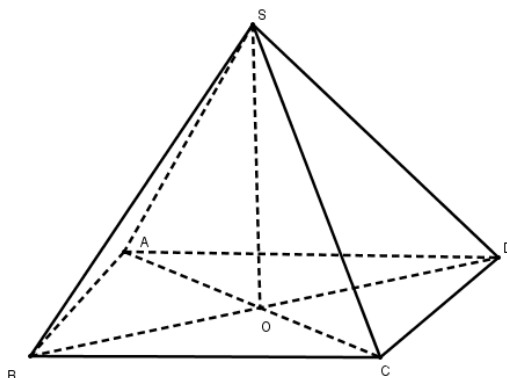
B. $AC \perp (SBC)$.

C. $SA \perp (ABCD)$.

D. $SO \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn D



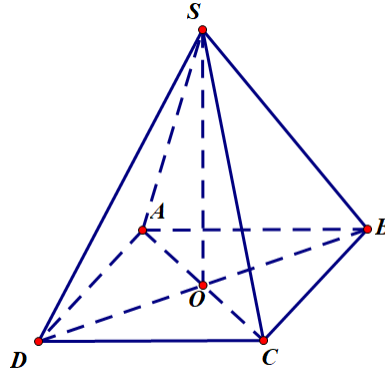
Vì $ABCD$ là hình vuông tâm O nên O là trung điểm của AC và BD .

Tam giác SAC có $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S suy ra $SO \perp AC$.

Tam giác SBD có $SB = SD$ nên tam giác SBD cân tại S suy ra $SO \perp BD$.

Vậy $SO \perp (ABCD)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ; SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là Sai?



- A.** Hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ vuông góc.
- B.** Hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ vuông góc.
- C.** Hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ vuông góc.
- D.** Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc.

Lời giải

Chọn A

$$SO \perp (ABCD) \Rightarrow \begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \text{ Do đó B, C đúng}$$

$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD) \text{ do đó D đúng}$$

Vậy A sai (có thể giải thích bằng cách tính góc nhị diện)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2^x$, xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$
- b) Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$
- c) Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại đúng 1 điểm
- d) Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó

Lời giải

Hàm số mũ $y = 2^x$ với cơ số $2 > 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, tập giá trị là $(0; +\infty)$, hàm số đồng biến trên tập xác định và đồ thị hàm số không cắt trục Ox (luôn nằm trên), cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$

Vậy ta có thể xác định được

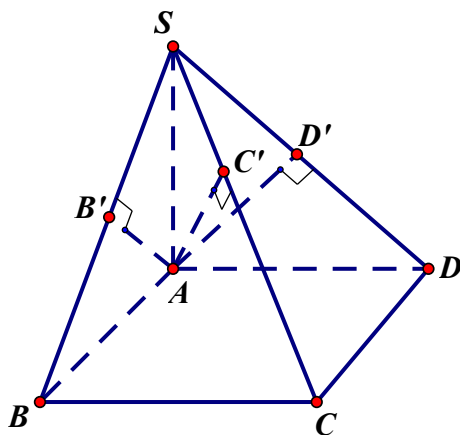
- a) Đúng
- b) Đúng
- c) Sai
- d) Đúng

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' tương ứng là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD . Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $(SBC) \perp (SAB)$

- b) $AB' \perp (SBC)$
 c) $AD' \perp (SCD)$
 d) Các điểm A, B', C', D' là 4 đỉnh của một tứ diện

Lời giải



Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Do đó, $(SBC) \perp (SAB)$

Đường thẳng AB' thuộc (SAB) và vuông góc với SB nên $AB' \perp (SBC)$

Tương tự $AD' \perp (SCD)$

Ta có $AB' \perp SC, AD' \perp SC$. Các đường thẳng AB', AC', AD' cùng đi qua A và vuông góc với SC nên cùng thuộc một mặt phẳng do đó bốn điểm A, B', C', D' đồng phẳng

Vậy ta có

- a) Đúng
 b) Đúng
 c) Đúng
 d) Sai

Câu 15. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$. Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau đây:

- a) $x = 2$ là một nghiệm của bất phương trình.
 b) $x = 0$ là một nghiệm nguyên của bất phương trình.
 c) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
 d) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 3)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2 - 4x > -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x < 1 \vee x > 3$.

- a) Sai.
 b) Đúng.
 c) Đúng.
 d) Sai.

Câu 16. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau đây:

- a) Hình lăng trụ đã cho có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh.
 b) Các mặt của hình lăng trụ đã cho là hình bình hành.

c) Hai mặt phẳng $(AB'C'D)$, $(A'BCD')$ vuông góc với nhau.

d) Biết rằng, ba mặt có chung một đỉnh của hình lăng trụ có diện tích lần lượt 10cm^2 , 20cm^2 , 32cm^2 . Khi đó, diện tích toàn phần của hình lăng trụ bằng 124cm^2 .

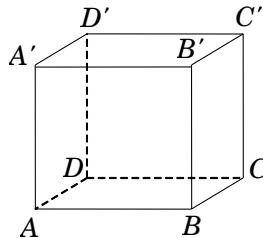
Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

d) Đúng.



$$S_p = 2(10 + 20 + 32) = 124(\text{cm}^2).$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho a, b là các số thực dương. Biết rằng, $\frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b + a \cdot b^{\frac{1}{3}}}{a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{3}} + b \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{3}}} = a^\alpha \cdot b^\beta$. Hãy tính giá trị của biểu

thức $A = 3\alpha - 3\beta$.

Lời giải

Ta có

$$\frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a \cdot a^{-\frac{1}{3}} + b \cdot b^{-\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}$$

Suy ra, $\alpha = \frac{1}{3}$ và $\beta = \frac{1}{3}$.

Vậy $A = 3 \cdot \frac{1}{3} - 3 \cdot \frac{1}{3} = 1 - 1 = 0$.

Câu 18. Cho $x > 0$ thỏa mãn $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính $(\log_2 x)^2$

Lời giải

Cách 1. Đặt $t = \log_2 x$, ta có

$$\log_8 x = \log_{2^3} x = \frac{1}{3} \cdot \log_2 x = \frac{t}{3}$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{t}{3} = \log_8 t \Leftrightarrow \log_2 \frac{t}{3} = \frac{1}{3} \log_2 t$$

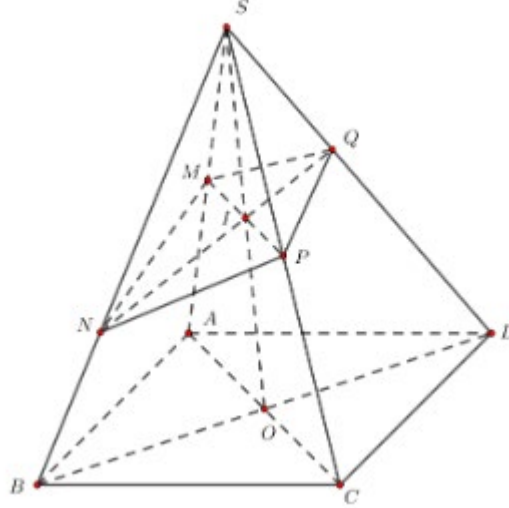
$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{t}{3} = \log_2 \sqrt[3]{t} \Leftrightarrow \frac{t}{3} = \sqrt[3]{t} \Leftrightarrow t = 3\sqrt{3} \Rightarrow (\log_2 x)^2 = t^2 = 27$$

Cách 2. Nhập $\log_2(\log_8 x) - \log_8(\log_2 x) \xrightarrow{\text{Shift+Calc}}$ ra x lưu A

Nhập $(\log_2 A)^2$ ra kết quả 27

- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỉ số $\frac{SQ}{SD}$.

Bài giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của MP và SO thì Q là giao điểm của NI với SD . I là trung điểm của SO .

Đặt $\frac{SD}{SQ} = x$. Do $2\vec{SO} = \vec{SB} + \vec{SD}$ nên $4\vec{SI} = \frac{3}{2}\vec{SN} + x\vec{SQ} \rightarrow x = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

Vậy $\frac{SQ}{SD} = \frac{2}{5} = 0,4$.

- Câu 20.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' . Khi đó tỉ số $\frac{MA}{MC'}$ bằng bao nhiêu?

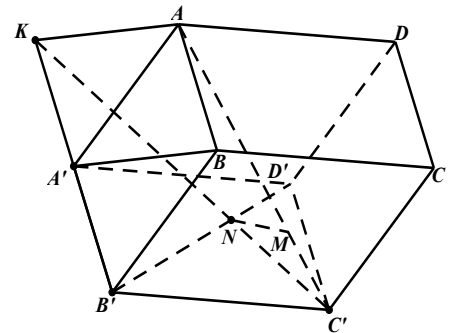
Lời giải

Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA' . Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK \parallel BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

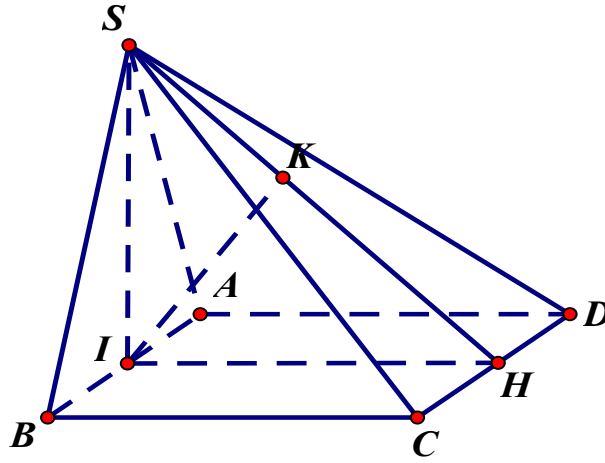
Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M . Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales, ta có $\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2$.



- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB .

Ta có $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

Mà $SI \perp AB, SI \subset (SAB)$. Suy ra $SI \perp (ABCD)$.

Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD, CD \subset (SCD) \\ AB \not\subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

Do đó: $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(I, (SCD))$

Gọi H là trung điểm của CD .

Trong mp(SIH), kẻ $IK \perp SH$

Ta có: $\begin{cases} CD \perp IH, CD \perp SI \\ IH \cap SI = I; IH, SI \subset (SIH) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SIH) \Rightarrow CD \perp IK.$

Ta có: $\begin{cases} IK \perp CD, IK \perp SH \\ CD \cap SH = H; CD, SH \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow IK \perp (SCD).$

Vậy $d(I, (SCD)) = IK$.

Ta có $SI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SIH$ có $IK = \frac{SI \cdot IH}{\sqrt{SI^2 + IH^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

Vậy $d(AB, SC) = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 22. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Hỏi sau mấy giờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

Lời giải

Sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000 nên ta có

$$6000 = 9000 \cdot 10^{-2\alpha} \Rightarrow \frac{2}{3} = 10^{-2\alpha} \Rightarrow -2\alpha = \log \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \log \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{2}$$

Do đó, để mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000 thì

$$9000 \cdot 10^{-\alpha t} \leq 1000$$

$$\Leftrightarrow 10^{-\alpha t} \leq \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow -\alpha t \leq \log \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow t \geq -\frac{2}{\alpha} \log \frac{1}{3} = -\frac{2}{\frac{1}{2} \log \frac{3}{2}} \cdot \log \frac{1}{3} = \frac{4 \log 3}{\log \frac{3}{2}}$$

Khi làm tròn đến hàng đơn vị thời gian ít nhất là 11 (giờ).

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 13 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[5]{a^3}$ bằng:

- A. $a^{\frac{3}{5}}$. B. $a^{\frac{5}{3}}$. C. $a^{\frac{1}{2}}$. D. a^2 .

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-x)^3$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(3x-4) = 3$ là

- A. $\{2\}$. B. $\{-1\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-2\}$.

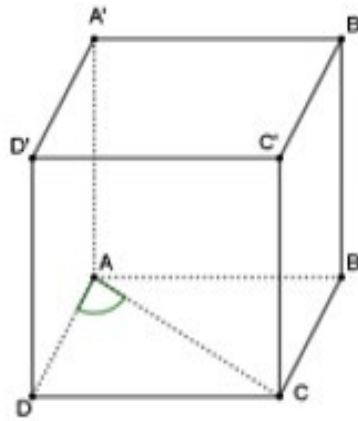
Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A. $S = (-\infty; 0)$. B. $S = (0; +\infty)$. C. $S = [0; +\infty)$. D. $S = \mathbb{R}$.

Câu 5. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

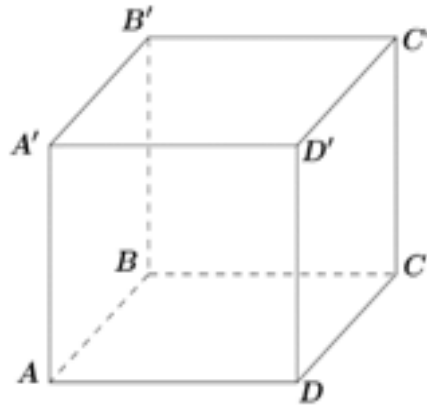
- A. 1. B. 3. C. 2. D. Vô số.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'D'D)$ bằng



- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $(AA'B'B) \perp (DD'C'C)$. B. $(AA'B'B) \perp (ABC'D')$.
C. $(AA'B'B) \perp (BBC'C)$. D. $(AA'B'B) \perp (A'B'CD)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa AD và SB ?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 9. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

- A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

Câu 10. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5%/kì hạn, theo hình thức lãi kép với kì hạn 6 tháng. Giả sử lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi, khi đó tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm bằng

- A. 110250000 đồng. B. 105000000 đồng. C. 110000000 đồng. D. 110200000 đồng.

Câu 11. Hai mái nhà trong hình dưới đây là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8m$; $OA = 2,8m$; $OB = 4m$. Số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà xấp xỉ bằng



- A. 80° . B. 88° . C. 143° . D. 87° .

Câu 12. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều như hình vẽ sau. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 40 cm, 80 cm, cạnh bên của sọt dài 80 cm.

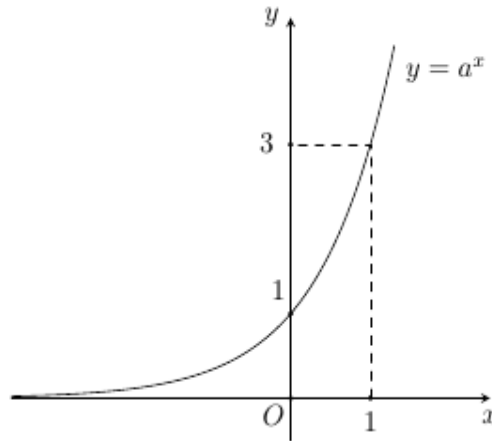


Thể tích của sọt đã cho bằng

- A. $279375(cm^3)$. B. $279370(cm^3)$. C. $279378(cm^3)$. D. $279377(cm^3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ dưới đây.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- b) Hàm số cho bởi công thức $y = 3^x$.
- c) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ tại điểm có hoành độ không âm.
- d) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại điểm có hoành độ dương.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- a) $SO \perp (ABCD)$
- c) $CD \perp (SBD)$
- c) $AB \perp (SAC)$
- d) $CD \perp AC$

Câu 15. Theo báo cáo chính phủ dân số của nước ta tính đến năm 2018 là 95,93 triệu người. Giả sử tỷ lệ tăng trưởng dân số trung bình hàng năm là 1,33% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Dân số kể từ năm 2018 được tính theo công thức: $N = 95,93 \cdot (1 + 1,33\%)^n$ (với n là số năm).
- b) Dân số nước ta vào năm 2025 gần bằng 105,23 triệu người (tính từ năm 2018).
- c) Từ năm 2018 đến năm 2027, dân số nước ta sẽ tăng khoảng 12,50 triệu người.
- d) Gọi m là số năm để dân số nước ta đạt gần 108,04 triệu người (tính từ năm 2018). Khi đó $P = 2\log_3 m + 1 = 10$.

Câu 16. Một khối gỗ có dạng hình lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt 3(cm), 4(cm), 5(cm) và chiều cao 7cm. Mỗi mét khối gỗ này có giá trị 5 triệu đồng.

- a) Diện tích xung quanh khối gỗ bằng 84cm^2 .
- b) Diện tích toàn phần khối gỗ bằng 90cm^2 .
- c) Thể tích khối gỗ bằng 22cm^3
- d) Giá trị khối gỗ này là 208 triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4^{x^2+2} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0$.
- Câu 18.** Thầy Linh dự định sửa nhà, do chưa đủ tiền, thầy Linh gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý với lãi suất 1,25% một quý. Hỏi sau bao lâu thầy Linh có ít nhất 125 triệu cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu. (kết quả tính theo năm).
- Câu 19.** Cho bất phương trình $2\log_3^2 x - (2a + \sqrt{2})\log_3 x + \sqrt{2}a < 0$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a bất phương trình trên có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10. Tìm số phần tử của tập S ?
- Câu 20.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Giả sử có một kho báu được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Từ mặt bên của kim tự tháp người ta dự định khoan một đoạn đường thẳng đến kho báu, độ dài ngắn nhất của đoạn đường đó xấp xỉ bằng:....
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng:
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $\sqrt{a}$. Tìm a ?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[5]{a^3}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{5}}$.

B. $a^{\frac{5}{3}}$.

C. $a^{\frac{1}{2}}$.

D. a^2 .

Lời giải

Chọn A

Với mọi số thực dương a ta có: $\sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-x)^3$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$. Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-x)^3$ là $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(3x-4) = 3$ là

A. $\{2\}$.

B. $\{-1\}$.

C. $\{4\}$.

D. $\{-2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $3x-4 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$.

$$\Rightarrow 3x-4 = 2^3 \Rightarrow 3x-4 = 8 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{4\}$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

A. $S = (-\infty; 0)$.

B. $S = (0; +\infty)$.

C. $S = [0; +\infty)$.

D. $S = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình tương đương $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > \left(\frac{e}{\pi}\right)^0 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = (-\infty; 0)$.

Câu 5. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

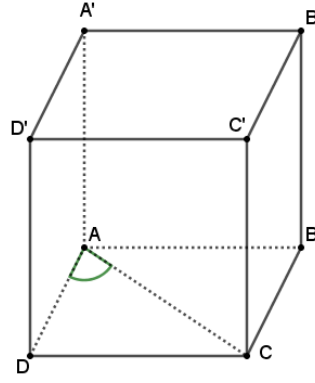
D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất 1: Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'D'D)$ bằng



A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

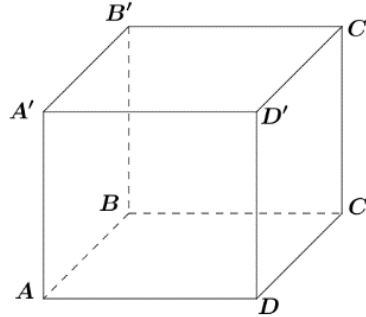
Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ADD'A').$

Do đó $(AC; (ADD'A')) = (AC; AD) = \widehat{CAD} = 45^\circ.$

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $(AA'B'B) \perp (DD'C'C).$

B. $(AA'B'B) \perp (ABC'D').$

C. $(AA'B'B) \perp (BBC'C).$

D. $(AA'B'B) \perp (A'B'CD).$

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa AD và SB ?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}.$

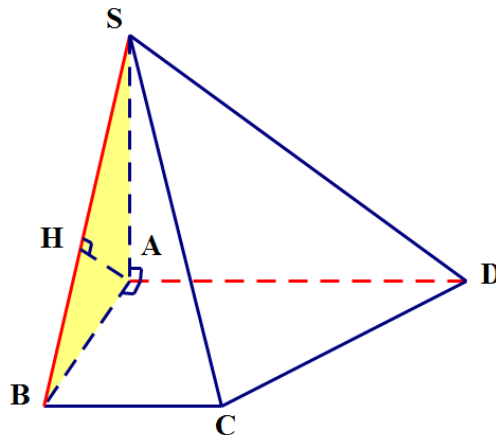
B. $\frac{a}{2}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải

Chọn D



Trong (SAB) , dựng $AH \perp SB$.

Ta có: $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AH.$

Khi đó: $d(AD, SB) = AH.$

Xét tam giác SAB vuông tại A có $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Câu 9. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109.256.100. **B.** 108.374.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.

Lời giải

Chọn B

Lấy năm 2017 làm mốc, ta có $A = 93.671.600; n = 2035 - 2017 = 18.$

$\Rightarrow$ Dân số Việt Nam vào năm 2035 là $S = 93.671.600 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,81}{100}} \approx 108.374.700.$

Câu 10. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5%/kì hạn, theo hình thức lãi kép với kì hạn 6 tháng. Giả sử lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi, khi đó tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm bằng

A. 110250000 đồng. **B.** 105000000 đồng. **C.** 110000000 đồng. **D.** 110200000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Một năm tương ứng với 2 kì hạn. Do đó:

Tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm là:

$$S = 100 \cdot 10^6 (1 + 5\%)^2 = 110250000 (\text{đồng}).$$

Câu 11. Hai mái nhà trong hình dưới đây là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8m$; $OA = 2,8m$; $OB = 4m$. Số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà xấp xỉ bằng



A. 80° .

B. 88° .

C. 143° .

D. 87° .

Lời giải

Chọn B

Vì hai mái nhà là hai hình chữ nhật nên góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà là góc $\widehat{AOB}.$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác AOB ta có: $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = \frac{1}{28}.$

Vậy góc $\widehat{AOB} \approx 88^\circ.$

Câu 12. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều như hình vẽ sau. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 40 cm , 80 cm , cạnh bên của sọt dài 80 cm .

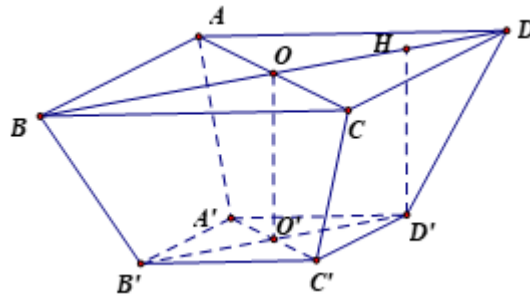


Thể tích của sọt đã cho bằng

- A. $279375(\text{cm}^3)$. B. $279370(\text{cm}^3)$. C. $279378(\text{cm}^3)$. D. $279377(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn D



Sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $S_1 = S_{ABCD} = 80^2 = 6400(\text{cm}^2)$, $S_2 = S_{A'B'C'D'} = 40^2 = 1600(\text{cm}^2)$.

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình vuông ABCD và A'B'C'D'.

Kẻ $D'H \perp BD$ tại H. Khi đó OHDO' là hình chữ nhật.

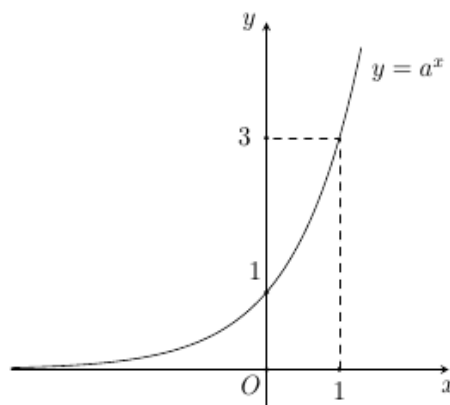
Ta có $OD = 40\sqrt{2}(\text{cm})$, $OH = O'D' = 20\sqrt{2}(\text{cm}) \Rightarrow DH = 20\sqrt{2}(\text{cm})$.

$OO' = D'H = \sqrt{DD'^2 - DH^2} = 20\sqrt{14}(\text{cm})$.

Thể tích của sọt: $V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1.S_2}) \approx 279377(\text{cm}^3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ dưới đây.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

b) Hàm số cho bởi công thức $y = 3^x$.

c) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ tại điểm có hoành độ không âm.

d) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại điểm có hoành độ dương.

Lời giải

a) **SAI**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) **ĐÚNG**

Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(1; 3)$ suy ra $a = 3$.

c) **SAI**

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 3^x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là:

$$3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1.$$

d) **SAI**

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 3^x$ và đường thẳng $y = -x + 1$ là:

$$3^x = -x + 1 \quad (1)$$

Ta có hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đường thẳng $y = -x + 1$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta lại có $3^0 = -0 + 1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

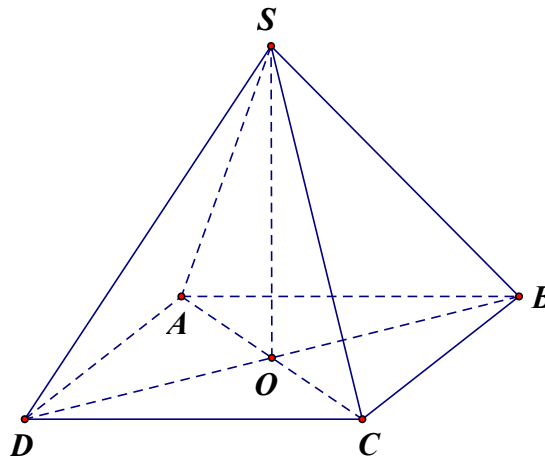
a) $SO \perp (ABCD)$

c) $CD \perp (SBD)$

c) $AB \perp (SAC)$

d) $CD \perp AC$

Lời giải



Tam giác SAC cân tại S và SO là trung tuyến $\Rightarrow SO \perp AC$

Tam giác SBD cân tại S và SO là trung tuyến $\Rightarrow SO \perp BD$

Từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$

Do $ABCD$ là hình thoi nên CD không vuông góc với BD . Do đó CD không vuông góc với (SBD) .

Tương tự AB không vuông góc với (SAC) .

Vậy mệnh đề a: đúng

mệnh đề b: sai

mệnh đề c: sai

mệnh đề d: sai

Câu 15. Theo báo cáo chính phủ dân số của nước ta tính đến năm 2018 là 95,93 triệu người. Giả sử tỷ lệ tăng trưởng dân số trung bình hàng năm là 1,33% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Dân số kể từ năm 2018 được tính theo công thức: $N = 95,93.(1+1,33\%)^n$ (với n là số năm).
- b) Dân số nước ta vào năm 2025 gần bằng 105,23 triệu người (tính từ năm 2018).
- c) Từ năm 2018 đến năm 2027, dân số nước ta sẽ tăng khoảng 12,50 triệu người.
- d) Gọi m là số năm để dân số nước ta đạt gần 108,04 triệu người (tính từ năm 2018). Khi đó $P = 2\log_3 m + 1 = 10$.

Đáp án:

- a) Đúng
- b) Đúng

$$N = 95,93.(1+1,33\%)^7 \approx 105,23 \text{ triệu người}$$

- c) Sai

$$\text{Số dân tăng từ năm 2018 đến năm 2027: } N = 95,93.(1+1,33\%)^9 - 95,93 \approx 12,11 \text{ triệu người.}$$

- d) Sai

$$108,04 = 95,93.(1+1,33\%)^n \Rightarrow n = 9 = m$$

$$P = 2\log_3 9 + 1 = 5$$

Câu 16. Một khối gỗ có dạng hình lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt 3(cm), 4(cm), 5(cm) và chiều cao 7cm. Mỗi mét khối gỗ này có giá trị 5 triệu đồng.

- a) Diện tích xung quanh khối gỗ bằng 84cm^2 .
- b) Diện tích toàn phần khối gỗ bằng 90cm^2 .
- c) Thể tích khối gỗ bằng 22cm^3
- d) Giá trị khối gỗ này là 208 triệu đồng.

Lời giải

Có chu vi đáy $C = 3 + 4 + 5 = 12$.

$$\text{a) Đúng. } S_{xq} = C.h = 12.7 = 84(\text{cm}^2)$$

$$\text{b) Sai. } S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 84 + 2.6 = 96(\text{cm}^2)$$

$$\text{c) Sai. } V_{lt} = S_{\text{đáy}}.h = 6.7 = 42(\text{cm}^3)$$

$$\text{d) Sai. Tiền khối gỗ } T = 42.5 = 210 \text{ (triệu đồng).}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4^{x^2+2} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$4^{x^2+2} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0 \Leftrightarrow 2^{2(x^2+2)} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^{x^2+2} \geq 2^2; (t \geq 4) \text{ nhận được } t^2 - 9t + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1 < 4(l) \text{ hoặc } t = 8$$

Với $t = 8$, nhận được:

$$2^{x^2+2} = 8 = 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Vậy tổng bình phương các nghiệm } 1^2 + (-1)^2 = 2.$$

Câu 18. Thầy Linh dự định sửa nhà, do chưa đủ tiền, thầy Linh gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý với lãi suất 1,25% một quý. Hỏi sau bao lâu thầy Linh có ít nhất 125 triệu cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu. (kết quả tính theo năm).

Lời giải

Ta có số tiền thu được sau t quý là:

$$T = 100(1+1,25\%)^t$$

Theo đề, ta có:

$$\begin{aligned}
T \geq 125 &\Leftrightarrow 100(1+1,25\%)^t \geq 125 \\
&\Leftrightarrow (1+1,25\%)^t \geq \frac{5}{4} \\
&\Leftrightarrow \log_{\frac{5}{4}}(1+1,25\%)^t \geq \log_{\frac{5}{4}} \frac{5}{4} \\
&\Leftrightarrow t \cdot \log_{\frac{5}{4}}(1+1,25\%) \geq 1 \\
&\Leftrightarrow t \geq \frac{1}{\log_{\frac{5}{4}}(1+1,25\%)} = 17,96
\end{aligned}$$

Suy ra số quý tối thiểu: $t = 18$ quý = 4 năm 6 tháng = 4,5 năm.

Câu 19. Cho bất phương trình $2\log_3^2 x - (2a + \sqrt{2})\log_3 x + \sqrt{2}a < 0$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a bất phương trình trên có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10. Tìm số phần tử của tập S ?

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$, bất phương trình trở thành $2t^2 - (2a + \sqrt{2})t + \sqrt{2}a < 0$ (1).

$$\text{Ta có } 2t^2 - (2a + \sqrt{2})t + \sqrt{2}a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \\ t = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Do $a \in \mathbb{N}^*$ nên (1) có nghiệm là $\frac{\sqrt{2}}{2} < t < a$.

$$\text{Suy ra } \frac{\sqrt{2}}{2} < \log_3 x < a \Leftrightarrow 3^{\frac{\sqrt{2}}{2}} < x < 3^a.$$

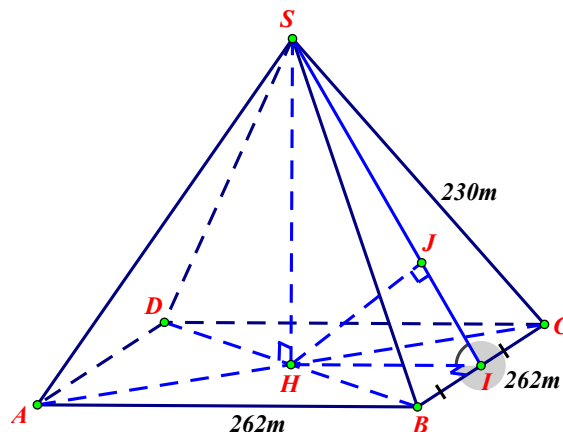
Ứng với mỗi a bất phương trình đã cho có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10 $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ 3^a \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < a \leq \log_3 13$.

Mà $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a = 2 \Rightarrow S = \{2\}$.

Vậy tập S có 1 số phần tử.

Câu 20. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Giả sử có một kho báu được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Từ mặt bên của kim tự tháp người ta dự định khoan một đoạn đường thẳng đến kho báu, độ dài ngắn nhất của đoạn đường đó xấp xỉ bằng:....

Lời giải



Giả sử các cạnh và đỉnh của kim tự tháp như hình vẽ. Vì $S.ABCD$ hình chóp tứ giác đều nên $SH \perp (ABCD)$ ($H = AC \cap BD$)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2}$ (m).

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2} \text{ (m)}.$$

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H, ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}$ (m).

Kẻ HJ vuông góc với SI, vì $BC \perp HI, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp HJ$.

$HJ \perp SI, HJ \perp BC \Rightarrow HJ \perp (SBC) \Rightarrow HJ = d(H, (SBC))$.

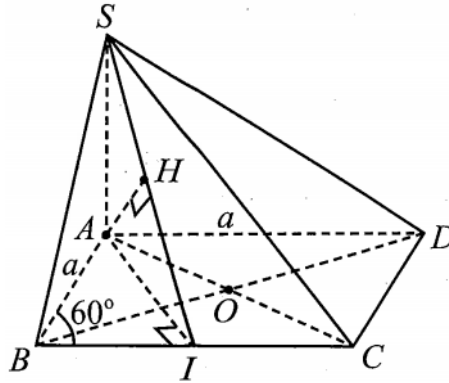
Do đó HJ là đoạn đường ngắn nhất từ mặt bên đến kho báu.

Trong tam giác SHI vuông tại H, ta có: $HJ = \frac{SH \cdot SI}{\sqrt{SH^2 + SI^2}} \approx 94$ (m).

Vậy độ dài ngắn nhất cần tìm xấp xỉ 94 (m).

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ, SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng:

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AD \not\subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

$\triangle ABC$ đều do $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $AB = BC$.

Gọi I là trung điểm BC, khi đó: $AI \perp BC$ (do $\triangle ABC$ đều), mà

$BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI)$ theo giao tuyến SI.

Kẻ $AH \perp SI$ tại H $\Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

$\triangle ABC$ đều cạnh $a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

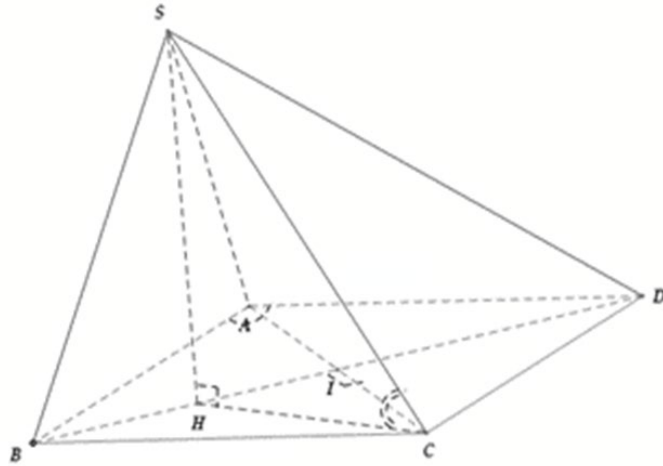
Xét $\triangle SAI$ vuông tại A có đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{4} = d(A, (SBC)).$$

Vậy $d(AD, SC) = \frac{3a}{4}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD) là H sao cho H là trung điểm của BI. Góc giữa SC và (ABCD) bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $\sqrt{a}$. Tìm a?

Lời giải



Tam giác ABD đều cạnh $2\sqrt{3} \Rightarrow BD = 2\sqrt{3} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác

$$ABC: AC = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos 120^\circ} = 6 \Rightarrow IC = 3$$

$$\text{Xét tam giác } IHC \text{ vuông tại } I: HC = \sqrt{IH^2 + IC^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{39}}{2}$$

Do tam giác SHC vuông tại H , có $\widehat{SCH} = (\widehat{SC}, (\widehat{ABCD})) = 45^\circ$ nên tam giác SHC vuông cân

$$\text{tại } H. \text{ Suy ra: } HC = SH = \frac{\sqrt{39}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD: V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot SH = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} = \sqrt{117}$$

Vậy $a = 117$

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 14 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\sqrt{5^\alpha} = (\sqrt{5})^\alpha$. **B.** $\sqrt{5^\alpha} = 5^{\frac{\alpha}{2}}$. **C.** $(5^\alpha)^2 = (25)^\alpha$. **D.** $(5^\alpha)^2 = (5)^{\alpha^2}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

- A.** $\{1\}$. **B.** $\{0; 1\}$. **C.** $\{-1; 0\}$. **D.** $\{0\}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A.** $(\log_3 2; +\infty)$, **B.** $(-\infty; \log_2 3)$, **C.** $(-\infty; \log_3 2)$, **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì chéo nhau.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A.** $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SCB}$. **C.** $\widehat{CSA}$. **D.** $\widehat{CSB}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $(SBC) \perp (SOA)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SCD) \perp (SOA)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Câu 8. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A.** 15. **B.** 90. **C.** 10. **D.** 30.

Câu 9. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5.10^3 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A.** $6579,66(m^3)$. **B.** $7299,90(m^3)$. **C.** $6326,60(m^3)$. **D.** $6083,26(m^3)$.

Câu 10. Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

- A.** 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Câu 11. Giá đỡ ba chân ở hình dưới (coi ba chân gắn cố định vào cùng một điểm), đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng 110cm, biết các chân của giá đỡ dài 129cm. Chiều cao (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của giá đỡ là



A. 112,27cm.

B. 112,28cm.

C. 121,28cm.

D. 211,28cm.

Câu 12. Thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80cm, đáy nhỏ có cạnh bằng 40cm và cạnh bên bằng 80cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:



A. 279377,08cm².

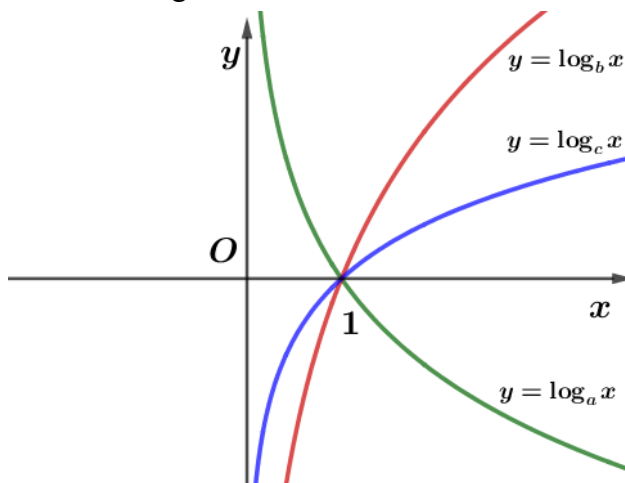
B. 297377,07cm².

C. 279737,08cm².

D. 279377,09cm².

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 13. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



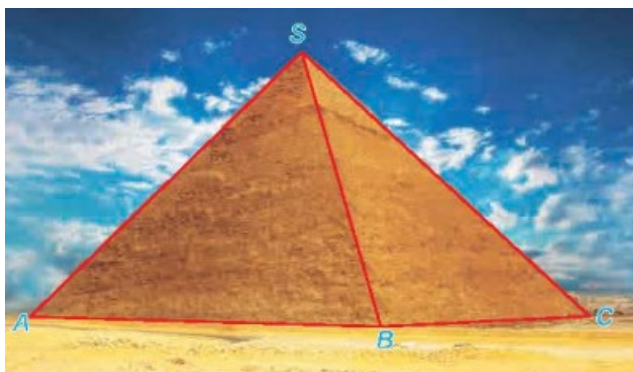
a) Hàm số $y = \log_a x$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

b) Tập xác định của ba hàm số trên đều là khoảng $(0; +\infty)$.

c) $a < c < b$

d) Trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\log_b x > \log_c x$.

Câu 20. Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Tính (gần đúng) góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=1$, $AD=2$. Mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SD , $AH=1$ Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và SC .

Câu 22. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt{5^\alpha} = (\sqrt{5})^\alpha$. B. $\sqrt{5^\alpha} = 5^{\frac{\alpha}{2}}$. C. $(5^\alpha)^2 = (25)^\alpha$. **D. $(5^\alpha)^2 = (5)^{\alpha^2}$.**

Lời giải

Chọn D

$$(5^\alpha)^2 = 5^{2\alpha}.$$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. **C. $(1; +\infty)$.** D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

- A. $\{1\}$. **B. $\{0; 1\}$.** C. $\{-1; 0\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - x + 3 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 - x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 1\}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A. $(\log_3 2; +\infty)$, B. $(-\infty; \log_2 3)$, C. $(-\infty; \log_3 2)$, **D. $(\log_2 3; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

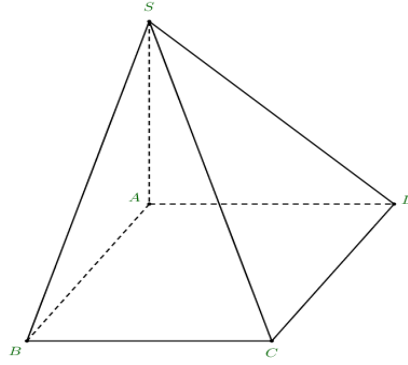
Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A. $\widehat{SCA}$. B. $\widehat{SCB}$. C. $\widehat{CSA}$. **D. $\widehat{CSB}$.**

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA, BC \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$\Rightarrow B$ là hình chiếu vuông góc của C lên (SAB) .

Do đó góc giữa SC và (SAB) là $\widehat{CSB}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(SBC) \perp (SOA)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SCD) \perp (SOA)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp SA, BD \perp AC \\ SA, AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.

Câu 8. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 15. **B.** 90. **C.** 10. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10.$$

Câu 9. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5 \cdot 10^3 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. $6579,66(m^3)$. **B.** $7299,90(m^3)$. **C.** $6326,60(m^3)$. **D.** $6083,26(m^3)$.

Lời giải

Chọn C

Sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có mét khối gỗ là $P_6 = 5 \cdot 10^3 \cdot (1 + 0,04)^6 \approx 632660(m^3)$.

Câu 10. Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, T là số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n tháng. Ta có $T = A(1 + r)^n$.

$$\text{Theo đề } T = 50 \cdot (1,005)^n > 60 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} \frac{6}{5} \approx 36,6.$$

Vậy sau ít nhất 37 tháng thì ông A thu được số tiền cả gốc lẫn lãi hơn 60 triệu đồng.

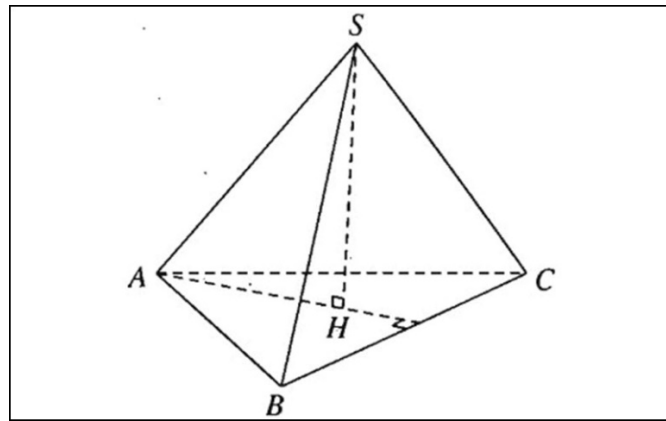
- Câu 11.** Giá đỡ ba chân ở hình dưới (coi ba chân gắn cố định vào cùng một điểm), đang được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng 110cm, biết các chân của giá đỡ dài 129cm. Chiều cao (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của giá đỡ là:



- A. 112,27 cm. B. 112,28 cm. C. 121,28 cm. D. 211,28 cm.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC đều cạnh bằng 110cm, nên $AH = \frac{110\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của giá đỡ là độ dài SH.

$$\text{Vậy } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{129^2 - \left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{37823}{3}} \approx 112,28 \text{ cm}.$$

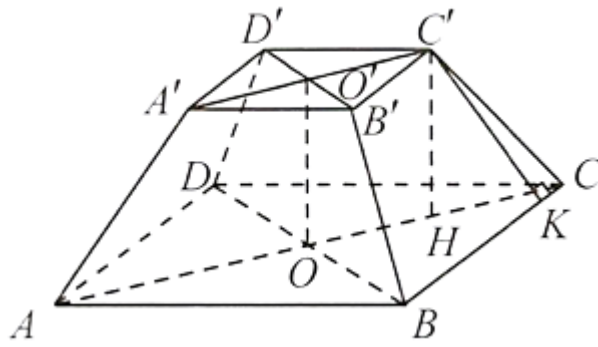
- Câu 12.** Thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80cm, đáy nhỏ có cạnh bằng 40cm và cạnh bên bằng 80cm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:



- A. 279377,08 cm². B. 297377,07 cm². C. 279737,08 cm². D. 279377,09 cm².

Lời giải

Chọn A



Ta có: $OC = 40\sqrt{2}$, $O'C' = 20\sqrt{2}$, suy ra $CH = 20\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông $C'CH$, ta có $C'H = \sqrt{CC'^2 - CH^2} = 20\sqrt{14}$.

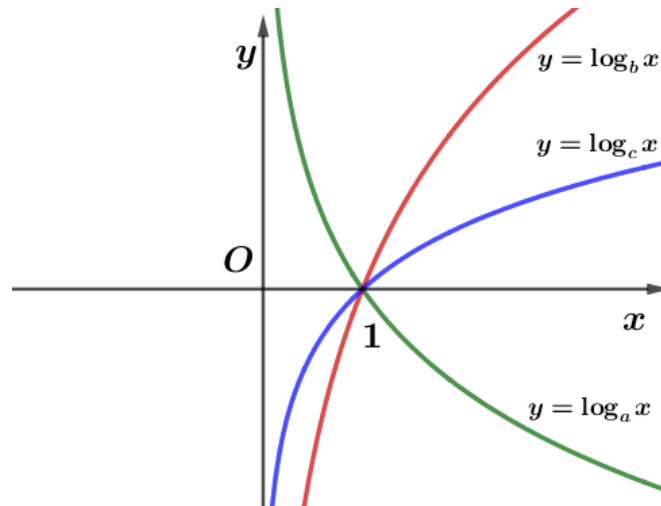
Nên $OO' = C'H = 20\sqrt{14}$.

Thể tích của cái sọt đựng đồ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 20\sqrt{14} \cdot (6400 + \sqrt{6400 \cdot 1600} + 1600) \approx 279377,08 \text{ cm}^3.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 13. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Hàm số $y = \log_a x$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

b) Tập xác định của ba hàm số trên đều là khoảng $(0; +\infty)$.

c) $a < c < b$

d) Trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\log_b x > \log_c x$.

Lời giải

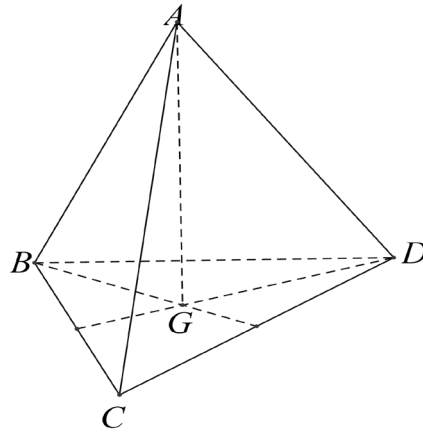
a) Sai: Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

b) Đúng: Tập xác định của ba hàm số trên đều là khoảng $(0; +\infty)$.

c) Sai: Kẻ đường thẳng $y = 1$ thì từ bên trái qua cắt 3 đồ thị theo thứ tự $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ nên $a < b < c$.

d) Đúng: Khi $x > 1$, thì các đường thẳng song song với Oy cắt 2 đồ thị $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ theo thứ tự từ thấp đến cao nên $\log_b x > \log_c x$.

Câu 14. Cho tứ diện đều ABCD cạnh a như hình vẽ bên dưới. Hãy xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



- a) AB vuông góc với CD.
- b) Góc giữa cạnh AD và mặt phẳng (BCD) là $\widehat{ADB}$.
- c) Số mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều nói trên là 3 mặt phẳng.
- d) Mặt phẳng (ADG) là mặt phẳng trung trực của cạnh BC.

Lời giải

- a) Đúng: $CD \perp BG; CD \perp AG \Rightarrow CD \perp (ABG) \Rightarrow CD \perp AB$.
- b) Sai: Góc giữa cạnh AD và mặt phẳng (BCD) là $\widehat{ADG}$.
- c) Sai: Tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.
- d) Đúng: Vì mặt phẳng (ADG) vuông góc với BC tại trung điểm của BC.

Câu 15. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{r \cdot t}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của vi khuẩn là $\frac{\ln 3}{5}$.
- b) Số lượng vi khuẩn đạt được sau 20 phút là $300.e^{\frac{\ln 3}{15}}$.
- c) Thời gian tăng trưởng để số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi gần với kết quả là 3 giờ 9 phút.
- d) Sau 10 giờ ta có số lượng vi khuẩn tăng lên gấp 10 lần so với số lượng vi khuẩn ban đầu.

Lời giải

- a) Đúng: Vì: $S = A.e^{r \cdot t} \Rightarrow 300 = 100.e^{r \cdot 5} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$.
- b) Sai: Vì 20 phút $= \frac{1}{3}$ giờ; $S = A.e^{r \cdot t} = 100.e^{\frac{\ln 3}{5} \cdot \frac{1}{3}} = 100.e^{\frac{\ln 3}{15}}$.
- c) Đúng: Vì từ 100 con, để có 200 con ta có: $200 = 100.e^{\frac{\ln 3}{5} \cdot t} \Leftrightarrow t = 5 \cdot \frac{\ln 2}{\ln 3} \approx 3,15$ giờ
Tức là gần với kết quả là 3 giờ 9 phút.

- d) Sai: Vì $S = 100.e^{\frac{\ln 3}{5} \cdot 10} = 100.e^{2 \ln 3} = 900$ con (< 1000 con).

Câu 16. Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều rộng là x (m), $x > 0$, chiều dài gấp đôi chiều rộng, chiều cao là h (m) và giá thuê thợ xây là 100.000 đồng/ m^2 .

- a) Biểu thức liên hệ giữa x và h là $x^2 \cdot h = 250$.

- b) Công thức tính diện tích xung quanh của hồ và đáy bể là $S = \frac{500}{x} + x^2$ ($x > 0$)
 c) Khi chiều rộng $x = 10$ (m) thì chiều cao của bể chứa nước là $h = 5$ (m).
 d) Khi $x = 5$ (m) thì chi phí thuê nhân công là 15 triệu đồng.

Lời giải

a) Sai: Vì thể tích bể nước bằng $V = 2x^2.h = \frac{500}{3} \Leftrightarrow 3x^2h = 250$.

b) Sai: Vì $3x^2h = 250 \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}$.

Khi đó diện tích xung quanh hồ và đáy bể là $S = 6x.h + 2x^2 = \frac{500}{x} + 2x^2$ ($x > 0$)

c) Sai: Vì khi $x = 10$ (m) thì $3.10^2h = 250 \Leftrightarrow h = \frac{5}{6}$ (m)

d) Đúng: Vì khi $x = 5$ (m) thì chi phí thuê nhân công là $150.100000 = 15000000$ đồng.
 Tức là 15 triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$. Tính tổng S các nghiệm thực của phương trình trên.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

$$2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2 \Leftrightarrow \log_2(2x-2)^2 + \log_2(x-3)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2[(2x-2)(x-3)]^2 = 2 \Leftrightarrow (2x^2 - 8x + 6)^2 = 2^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 6 = 2 \\ 2x^2 - 8x + 6 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2 = 0 \quad (1) \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Ta có:

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \quad (I)$$

$$(2) \Leftrightarrow x = 2.$$

Tập nghiệm của phương trình là: $\{2; 2 + \sqrt{2}\}$.

Vậy tổng các nghiệm của là: $S = 2 + 2 + \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2}$.

Câu 18. Bác Minh gửi tiết kiệm 200 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 6,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Gọi n_0 là số năm tối thiểu để bác Minh thu được ít nhất 350 triệu đồng (cả vốn và lãi). Tính n_0 ?

Lời giải

Ta chứng minh được tổng số tiền bác Minh thu được cả vốn và lãi sau n năm là:
 $A_n = A.(1 + 0,065)^n$.

Bác Minh thu được tối thiểu 350 triệu đồng (cả vốn và lãi) là số n nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình: $350 \leq 200.(1,065)^n \Leftrightarrow (1,065)^n \geq \frac{7}{4} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,065} \frac{7}{4} \approx 8,89 \Rightarrow n_0 = 9$.

Vậy sau ít nhất 9 năm thì bác An thu được số tiền 350 triệu đồng.

Câu 19. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu bao gồm cả gốc lẫn lãi?

Lời giải

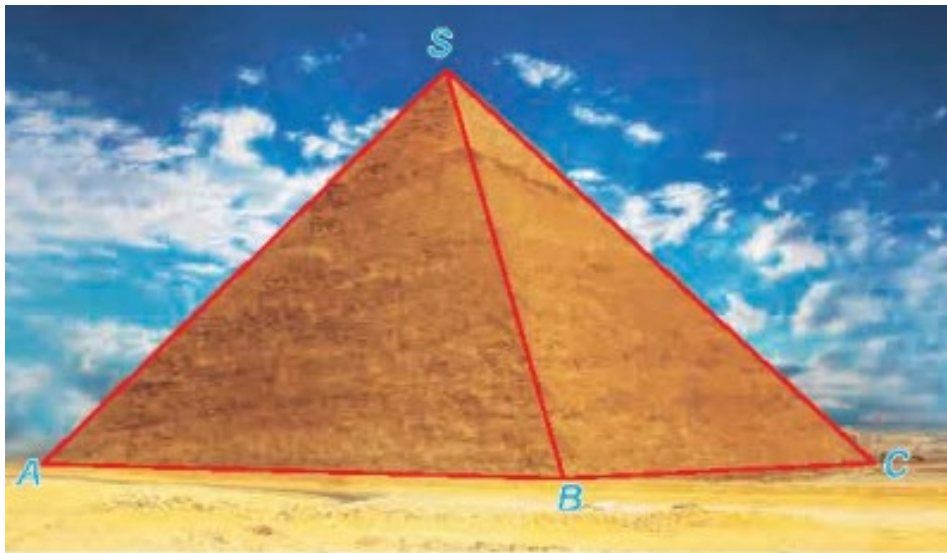
Sau n năm, số tiền người gửi nhận được là $A = 10^8 \cdot 1,06^n$.

Để nhận được số tiền hơn 300 triệu thì

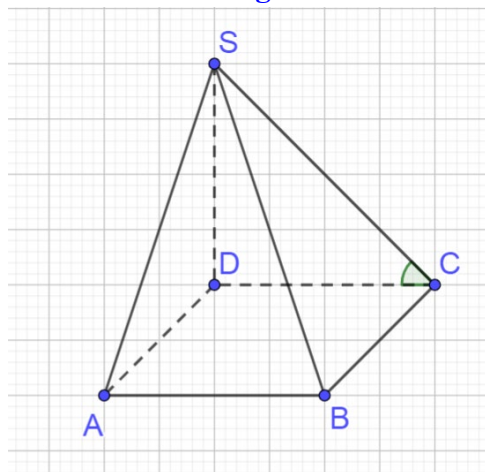
$$A > 3 \cdot 10^8 \Leftrightarrow 10^8 \cdot 1,06^n > 3 \cdot 10^8 \Leftrightarrow 1,06^n > 3 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 3 \approx 18,85.$$

Vậy ít nhất sau 19 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu.

Câu 20. Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Tính (gần đúng) góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải



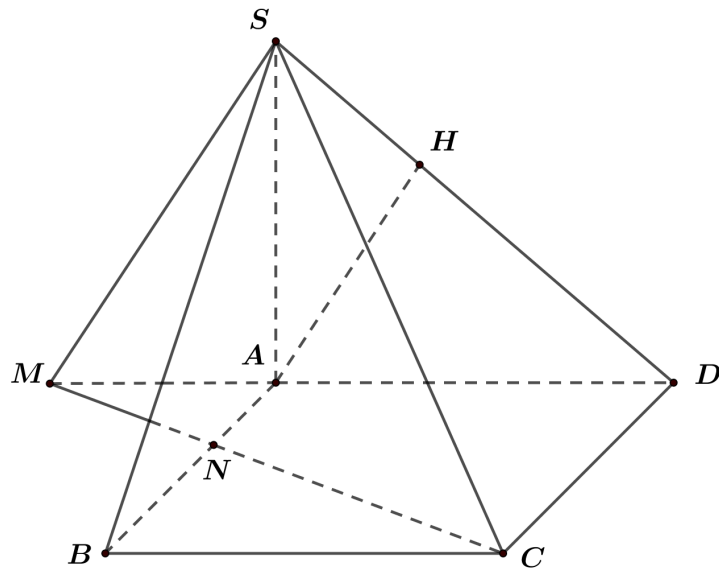
Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{(SC, AB)} = \widehat{(SC, CD)} = \widehat{SCD}$.

Xét tam giác SCD có $\cos \widehat{SCD} = \frac{SC^2 + DC^2 - SD^2}{2SC \cdot DC} = \frac{115}{219}$.

Vậy góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp xấp xỉ $58,32^\circ$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=1$, $AD=2$. Mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SD , $AH=1$ Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và SC .

Lời giải



Đựng $SM \parallel AH, M \in AD, N = CM \cap AB$.

$$\text{Ta có: } HD = \sqrt{3} \Rightarrow SD = \frac{AD^2}{HD} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra: $AM = \frac{1}{3}AD = \frac{2}{3}$; $AN = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4}$.

Ta có: $d(AH, SC) = d(AH, (SMC)) = d(A, (SMN))$.

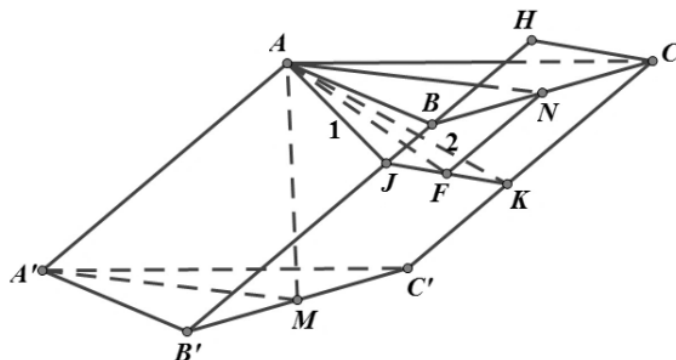
Vì $ASMN$ là tam diện vuông tại A nên

$$\frac{1}{d^2(A, (SMN))} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} \Rightarrow d(A, (SMN)) = \frac{\sqrt{19}}{19}.$$

$$\text{Vậy } d(AH, SC) = \frac{\sqrt{19}}{19} \approx 0,23$$

Câu 22. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi J , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC' , H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ \perp BB'$ (1).

$AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB' \perp (AJK) \Rightarrow BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét ΔAJK có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5$ suy ra ΔAJK vuông tại A .

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF = JF = FK = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC , xét tam giác vuông ANF ta có:

$$\cos \widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ. (AN = A'M = \sqrt{5} \text{ vì } AN \parallel A'M \text{ và } AN = A'M).$$

$$\text{Vậy ta có } S_{\Delta AJK} = \frac{1}{2} AJ \cdot AK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \Rightarrow S_{\Delta AJK} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{S_{\Delta AJK}}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Xét tam giác } AMA' \text{ vuông tại } M \text{ ta có } \widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ \text{ hay } AM = A'M \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = AM \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{15}}{3} \cdot 2 = \frac{2\sqrt{15}}{3} \approx 2,58.$$