

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

|                  |
|------------------|
| Mã đề thi<br>001 |
|------------------|

**Câu 1.** Đạo hàm của hàm số  $y = x.3^x$  là

A.  $y' = 3^x \ln 3$ .

C.  $y' = (1+x)3^x$ .

B.  $y' = (1+x \ln 3)3^x$ .

D.  $y' = 3^x$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A.  $x = 2$ .

B.  $x = 0$ .

C.  $x = 1$ .

D.  $x = -1$ .

|         |           |      |     |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $2$ |           | $1$ |     | $+\infty$ |

**Câu 3.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt?

A. 720.

B. 120.

C. 96.

D. 600.

**Câu 4.** Tích phân  $\int_{\sqrt{3}}^3 x^2 dx = a + b\sqrt{3}$ , ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $a - 2b$  bằng

A. 10.

B. 7.

C. 8.

D. 11.

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3-x) + (x-1)^\pi$  là

A.  $(-\infty; 3) \setminus \{1\}$ .

B.  $(-\infty; 1)$ .

C.  $(3; +\infty)$ .

D.  $(1; 3)$ .

**Câu 6.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $AC' = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lập phương đó bằng

A.  $a^3$ .

B.  $3\sqrt{3}a^3$ .

C.  $4a^3$ .

D.  $2a^3$ .

**Câu 7.** Cho số phức  $z = 3 - 5i$ . Phần ảo của  $z$  là

A.  $i$ .

B.  $-5$ .

C. 3.

D. 5.

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x^2 - x)(x - 2)$ . Số điểm cực trị của của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4

D. 1.

**Câu 9.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $4^{\log_2 a}$  bằng

A.  $\frac{a}{2}$ .

B.  $\sqrt{a}$ .

C.  $a^2$ .

D.  $2^a$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(1; 2)$ .

B.  $(2; +\infty)$ .

C.  $(-2; 2)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $1$  |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-2$ |     | $2$ |     | $-\infty$ |

**Câu 11.** Nếu  $\int_{-1}^3 f(x)dx = -1$  và  $\int_{-1}^1 f(x)dx = -2$  thì  $\int_1^3 2f(x)dx$  bằng

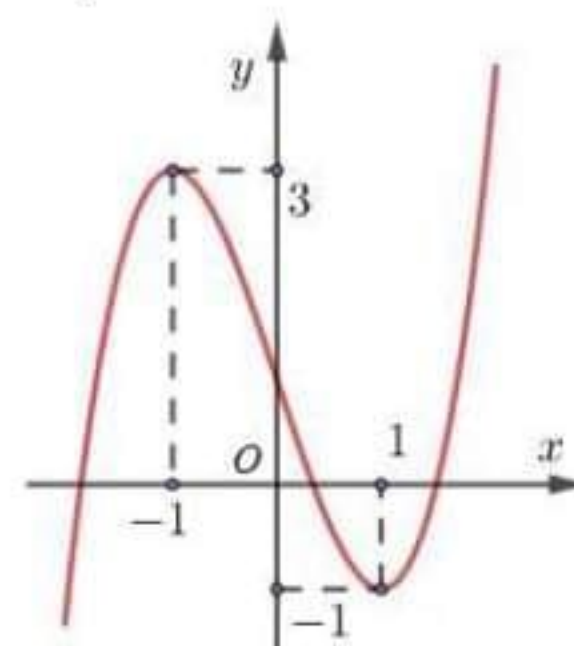
- A. -6. B. -2. C. 2. D. 6.

**Câu 12.** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Điểm  $M$  biểu diễn số phức  $w = (1 - 2i)\bar{z} + 3i$  có tọa độ là

- A. (8;2). B. (1;8). C. (8;-1). D. (2;8).

**Câu 13.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là

- A. 2. B. 3.  
C. 0. D. 1.



**Câu 14.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1$  là

- A.  $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$ . B.  $\left(1; \frac{5}{4}\right)$ . C.  $(-\infty; 2)$ . D. (1;5).

**Câu 15.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 - 3i)z + 5 = 7i$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ . B.  $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ . C.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ . D.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .

**Câu 16.** Cho khối nón có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $a\sqrt{3}$ . Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

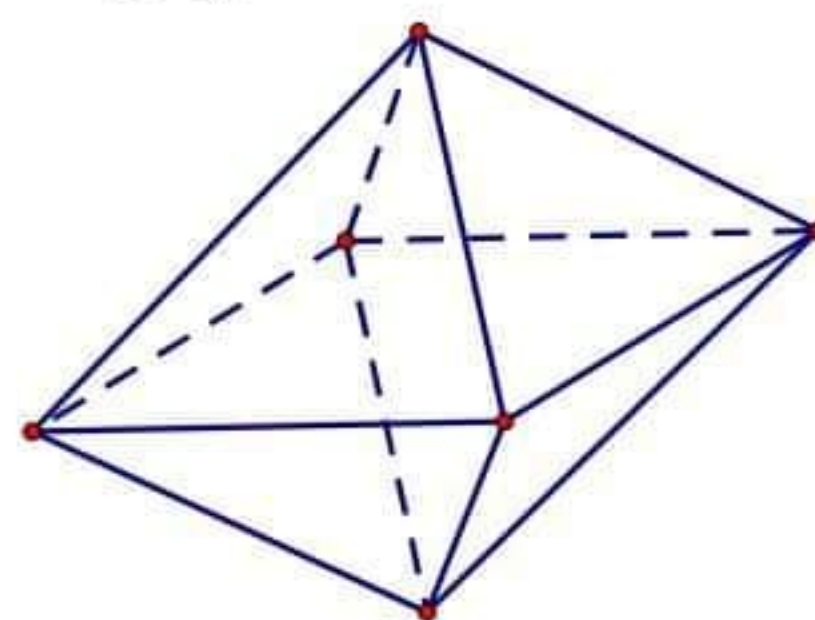
- A.  $\frac{\pi a^2}{2}$ . B.  $4\pi a^2$ . C.  $8\pi a^2$ . D.  $2\pi a^2$ .

**Câu 17.** Cấp số cộng có số hạng đầu bằng 2, công sai bằng 4. Số hạng thứ 3 của cấp số cộng đó bằng

- A. 10. B. 12. C. 6. D. 8.

**Câu 18.** Cho hình bát diện đều cạnh  $a$  (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối bát diện đều này là

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ . B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .  
C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$ . D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$ .



**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + 2021$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\int f(x)dx = -\cos x + 2021x + C$ . B.  $\int f(x)dx = \cos x + 2021x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \cos x + C$ . D.  $\int f(x)dx = -\cos x + C$ .

**Câu 20.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là đường thẳng

- A.  $y = 1$ . B.  $x = 2$ . C.  $x = 1$ . D.  $x = -2$ .

**Câu 21.** Thể tích của khối cầu có đường kính bằng  $2a$  là

- A.  $\frac{8}{3}\pi a^3$ . B.  $4\pi a^3$ . C.  $\frac{4}{3}\pi a^3$ . D.  $2\pi a^3$ .

**Câu 22.** Hàm số  $y = \ln(4 - x^2)$  đồng biến trên khoảng

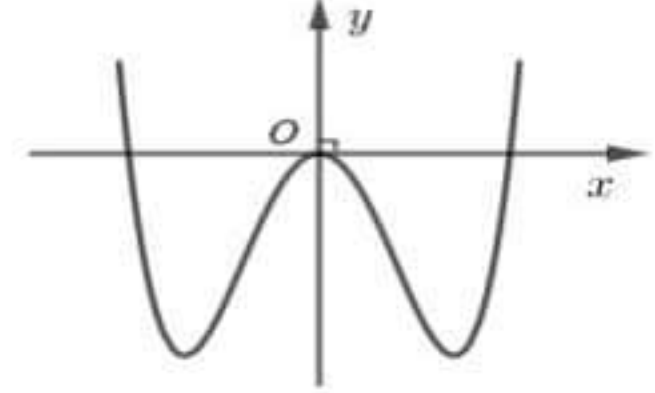
- A.  $(-2; 2)$ . B.  $(-\infty; 2)$ . C.  $(0; 2)$ . D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = e^{-3x+1}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\int f(x) dx = -3e^{-3x+1} + C$ . B.  $\int f(x) dx = e^{-3x+1} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ . D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ .

**Câu 24.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A.  $y = -x^3 + 3x^2$ . B.  $y = x^4 - 3x^2$ .  
C.  $y = x^3 - 3x^2$ . D.  $y = -x^4 + 3x^2$ .



**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;2)$ ,  $B(3;1;0)$ ,  $C(-1;1;1)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  có tọa độ là

- A.  $(2;1;1)$ . B.  $(3;3;3)$ . C.  $(1;1;1)$ . D.  $(6;2;2)$ .

**Câu 26.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có điểm cực đại  $A(0; -3)$  và điểm cực tiểu  $B(-1; -5)$ . Tính giá trị của  $P = a + 2b + 3c$ .

- A.  $P = 3$ . B.  $P = -5$ . C.  $P = -9$ . D.  $P = -15$ .

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(3;1;0)$  và  $B(-1;1;1)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 7 - 4t \\ y = 1 \\ z = -1 + t \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$ .

**Câu 28.** Một học sinh tô ngẫu nhiên 5 câu trắc nghiệm (mỗi câu có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có 1 phương án đúng). Xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu bằng

- A.  $\frac{15}{1024}$ . B.  $\frac{3}{4}$ . C.  $\frac{243}{1024}$ . D.  $\frac{1}{1024}$ .

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$  và  $B(3;1;0)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là

- A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ . B.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 8$ . D.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ . Cosin của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ . B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 31.** Nếu  $\int_3^5 2f(x) dx = 3$  thì  $\int_1^2 f(2x+1) dx$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ . B. 3. C. 6. D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(-1;2;1)$  và  $N(3;0;-1)$ . Mặt phẳng trung trực của  $MN$  có phương trình là

A.  $4x - 2y - 2z + 1 = 0$ .

B.  $-2x + y + z + 1 = 0$ .

C.  $x + y - 2 = 0$ .

D.  $-2x + y + z + 7 = 0$ .

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2+1} - 2m^2 = 0$  có nghiệm.

A.  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .

B.  $m > 0$ .

C.  $-1 \leq m \leq 1$ .

D.  $m \neq 0$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = \frac{(m^2 - m)x^3}{3} + (m^2 - m)x^2 + mx + 2$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 3.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(1;-2;1)$ ?

A.  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$ .

B.  $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{1}$ .

C.  $d_4: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$ .

D.  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .

**Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$  có tọa độ tâm  $I$  là

A.  $I(0;1;-2)$ .

B.  $I(0;1;2)$ .

C.  $I(0;-1;2)$ .

D.  $I(1;1;-2)$ .

**Câu 37.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , góc giữa 2 mặt phẳng  $(A'B'C')$  và  $(BCC'B')$  bằng  $60^\circ$ , hình chiếu của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng  $AA'$  và  $B'C$  bằng

A.  $\frac{3a}{4}$ .

B.  $\frac{a}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a}{4}$ .

**Câu 38.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 + 4z + 13 = 0$ . Khi đó môđun của số phức  $w = (z_1 + z_2)i + z_1z_2$  bằng

A.  $13\sqrt{5}$ .

B.  $\sqrt{195}$ .

C.  $\sqrt{185}$ .

D. 13.

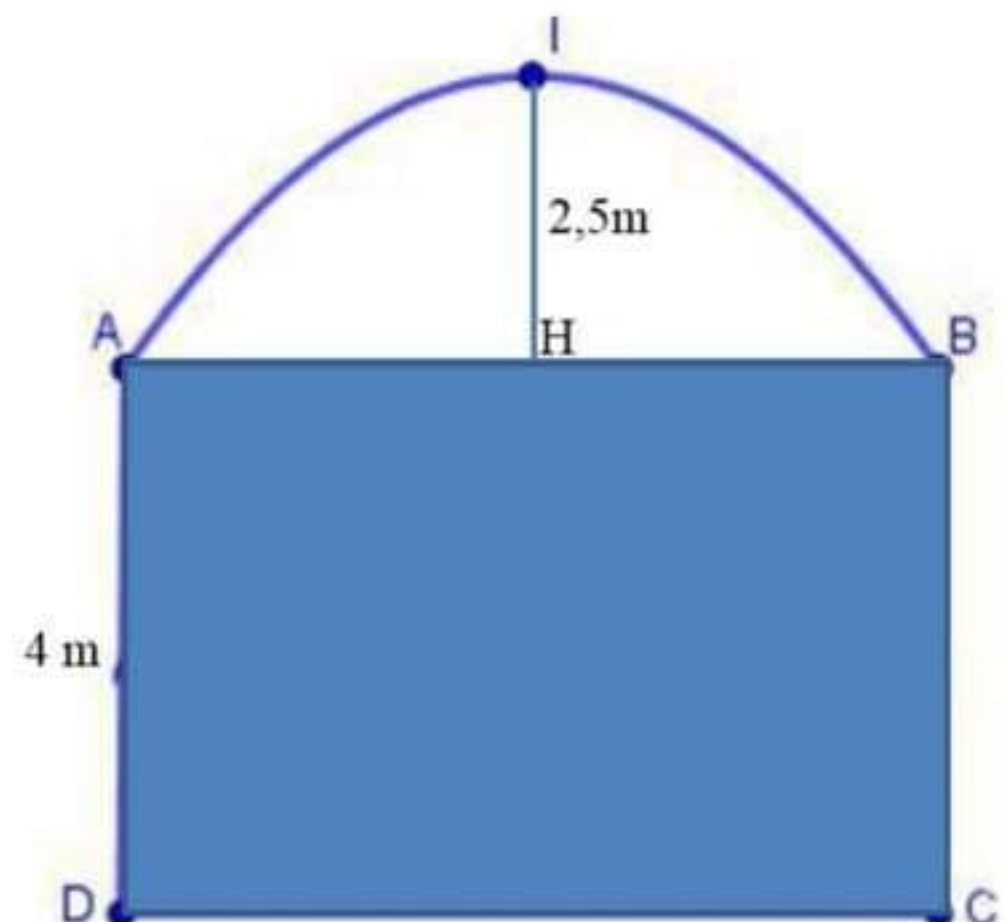
**Câu 39.** Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với  $IH = 2,5m$ , phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là  $AD = 4m, AB = 6m$ . Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là  $1.000.000đ/m^2$  và giá để làm phần cổng phía trên là  $1.200.000đ/m^2$ . Số tiền gia đình đó phải trả là

A. 24.400.000 đ.

B. 36.000.000 đ.

C. 38.000.000 đ.

D. 38.800.000 đ.



**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$  trên đoạn  $[0;4]$  bằng  $\frac{1}{2}$ ?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(2) = 3$ ,  $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2$ ,  $\int_0^2 xf'(x) dx = 3$ .

Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- A. 5.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 42.** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i = |z|(1 + i)$  và  $|z| > 3$ . Giá trị của biểu thức  $S = 2x - 3y$  là

- A. -6.                      B. -3.                      C. 6.                      D. 3.

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 2BC = 2a\sqrt{3}$ ,  $AC = a$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các cạnh  $SB$  và  $SC$  lần lượt là  $M$  và  $N$ . Thể tích của khối đa diện  $AMNCB$  bằng

- A.  $\frac{24}{169}a^3$ .                      B.  $\frac{25}{338}a^3$ .                      C.  $\frac{25}{169}a^3$ .                      D.  $\frac{12}{169}a^3$ .

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  và  $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1;0;1)$  lần lượt cắt  $d_1, d_2$  tại  $B$  và  $C$ . Độ dài  $BC$  bằng

- A.  $\frac{7\sqrt{6}}{4}$ .                      B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 45.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $\frac{\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2}{\sqrt{m-2^x}} < 0$  có không quá 3 nghiệm nguyên dương?

- A. 127.                      B. 128.                      C. 63.                      D. 64.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$  và hai điểm  $A(-1;1;1)$ ,  $B(2;-2;1)$ . Điểm  $M$  di chuyển trên mặt cầu  $(S)$ . Giá trị lớn nhất của  $|2MA - 3MB|$  đạt được là:

- A.  $\sqrt{65}$ .                      B.  $\sqrt{67}$ .                      C.  $\sqrt{69}$ .                      D.  $\sqrt{61}$ .

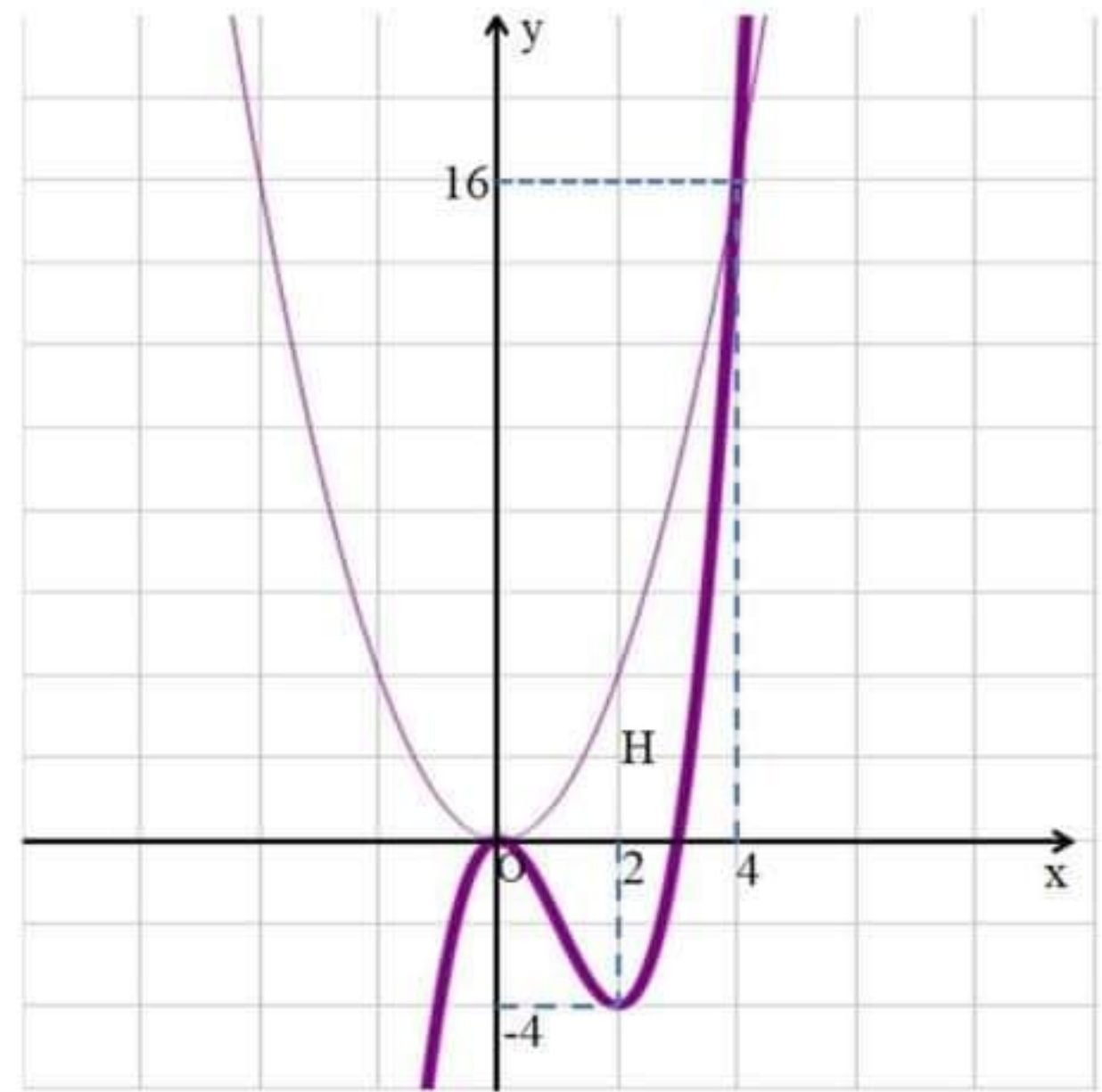
**Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình sau có nghiệm duy nhất?

$$\log_{\frac{1}{m}} \left( \sqrt{x^2 + mx + 5} + 1 \right) \cdot \log_5 (x^2 + mx + 6) + \log_m 3 \geq 0.$$

- A. 4.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 48.** Cho hình  $H$  giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc 2 (nét mảnh) và đồ thị hàm số bậc 3 (nét đậm) như hình vẽ. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình  $H$  quanh trục  $Ox$  là

- A.  $\frac{1024}{35}\pi$ .                      B.  $\frac{4096}{35}$ .  
C.  $\frac{5017}{35}\pi$ .                      D.  $\frac{4096}{35}\pi$ .



**Câu 49.** Cho số phức  $z$  thay đổi thỏa mãn  $|\sqrt{3}z + i| = 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = |z - 1| + |z + 1| + |z + \sqrt{3}i|$  là

- A.  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $\frac{16}{\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $\frac{8}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = x^3 - (m + 2)x^2 - (2m + 13)x - m - 2$  có đồ thị  $(C_m)$ , đường thẳng  $d: y = mx + m + 8$  và điểm  $I(1; 4)$ . Tính tổng tất cả các giá trị của tham số  $m$ , biết rằng đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, C$  với  $A$  có hoành độ bằng  $-2$  và tam giác  $IBC$  cân tại  $I$ .

- A.  $-12$ .                      B.  $-6$ .                      C.  $-4$ .                      D.  $-10$ .

----- HẾT -----

TRƯỜNG &amp; THPT

CHUYÊN HÀ TĨNH

MÃ ĐỀ: .....

THI THỬ TN12 LẦN 1 MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2020 - 2021

Thời gian: 90 phút



**Câu 1.** Đạo hàm của hàm số  $y = x.3^x$  là

- A.**  $y' = 3^x \cdot \ln 3$ .      **B.**  $y' = (1 + x \ln 3) \cdot 3^x$ .      **C.**  $y' = (1 + x) \cdot 3^x$ .      **D.**  $y' = 3^x$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

|         |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |     |      |     |     |     |     |     | $+\infty$ |

Diagram showing the function values at critical points:  $f(x)$  starts at  $+\infty$  at  $x = -\infty$ , decreases to a local minimum of  $1$  at  $x = -1$ , increases to a local maximum of  $2$  at  $x = 0$ , decreases to a local minimum of  $1$  at  $x = 1$ , and then increases to  $+\infty$  at  $x = +\infty$ .

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.**  $x = 2$ .      **B.**  $x = 0$ .      **C.**  $x = 1$ .      **D.**  $x = -1$ .

**Câu 3.** Từ các chữ số  $0; 1; 2; 3; 4; 5$  lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt?

- A.** 720.      **B.** 120.      **C.** 96.      **D.** 600.

**Câu 4.** Tích phân  $\int_{\sqrt{3}}^3 x^2 dx = a + b\sqrt{3}$ , ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $a - 2b$  bằng

- A.** 10.      **B.** 7.      **C.** 8.      **D.** 11.

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3 - x) + (x - 1)^\pi$

- A.**  $(-\infty; 3) \setminus \{1\}$ .      **B.**  $(-\infty; 1)$ .      **C.**  $(3; +\infty)$ .      **D.**  $(1; 3)$ .

**Câu 6.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $AC' = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lập phương đó bằng

- A.**  $a^3$ .      **B.**  $3\sqrt{3}a^3$ .      **C.**  $4a^3$ .      **D.**  $2a^3$ .

**Câu 7.** Cho số phức  $z = 3 - 5i$ . Phần ảo của  $z$

- A.**  $i$ .      **B.**  $-5$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $5$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x^2 - x)(x - 2)$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 2.      **B.** 3.      **C.** 4.      **D.** 1.

**Câu 9.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $4^{\log_2 a}$  bằng

- A.**  $\frac{a}{2}$ .      **B.**  $\sqrt{a}$ .      **C.**  $a^2$ .      **D.**  $2^a$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên

|         |           |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $1$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |     |     |     |     |     | $-\infty$ |

Diagram showing the function values at critical points:  $f(x)$  starts at  $+\infty$  at  $x = -\infty$ , decreases to a local minimum of  $-2$  at  $x = 1$ , increases to a local maximum of  $2$  at  $x = 2$ , and then decreases to  $-\infty$  at  $x = +\infty$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(1; 2)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-2; 2)$ .      D.  $(-\infty; 1)$ .

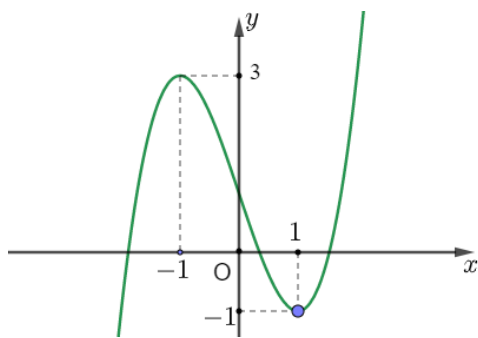
**Câu 11.** Nếu  $\int_{-1}^3 f(x)dx = -1$  và  $\int_{-1}^1 f(x)dx = -2$  thì  $\int_1^3 2f(x)dx$  bằng

- A.  $-6$ .      B.  $-2$ .      C.  $2$ .      D.  $0$ .

**Câu 12.** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Điểm  $M$  biểu diễn số phức  $w = (1 - 2i)\bar{z} + 3i$  có tọa độ là

- A.  $(8; 2)$ .      B.  $(1; 8)$ .      C.  $(8; -1)$ .      D.  $(2; 8)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là



- A.  $2$ .      B.  $3$ .      C.  $1$ .      D.  $0$ .

**Câu 14.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1$  là

- A.  $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$ .      B.  $\left(1; \frac{5}{4}\right)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(1; 5)$ .

**Câu 15.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 - 3i)z + 5 = 7i$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .      B.  $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .      C.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .      D.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .

**Câu 16.** Cho khối nón có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $a\sqrt{3}$ . Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{\pi a^2}{2}$ .      B.  $4\pi a^2$ .      C.  $8\pi a^2$ .      D.  $2\pi a^2$ .

**Câu 17.** Cho cấp số cộng có số hạng đầu bằng  $2$ , công sai bằng  $4$ . Số hạng thứ  $3$  của cấp số cộng đó bằng

- A.  $10$ .      B.  $12$ .      C.  $6$ .      D.  $8$ .

**Câu 18.** Cho hình bát diện đều cạnh  $a$ . Thể tích khối bát diện đều này là

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + 2021$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A.  $\int f(x)dx = -\cos x + 2021x + C$ .      B.  $\int f(x)dx = \cos x + 2021x + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \cos x + C$ .      D.  $\int f(x)dx = -\cos x + C$ .

**Câu 20.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là đường thẳng

- A.  $y = 1$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -2$ .

**Câu 21.** Thể tích của khối cầu có đường kính bằng  $2a$  là

- A.  $\frac{8}{3}\pi a^3$ .      B.  $4\pi a^3$ .      C.  $\frac{4}{3}\pi a^3$ .      D.  $2\pi a^3$ .

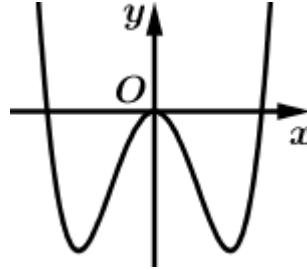
**Câu 22.** Hàm số  $y = \ln(4 - x^2)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(-\infty; 2)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = e^{-3x+1}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\int f(x)dx = -3e^{-3x+1} + C$ .      B.  $\int f(x)dx = e^{-3x+1} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ .      D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ .

**Câu 24.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?



- A.  $y = -x^3 + 3x^2$ .      B.  $y = x^4 - 3x^2$ .      C.  $y = x^3 - 3x^2$ .      D.  $y = -x^4 + 3x^2$ .

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;2)$ ,  $B(3;1;0)$ ,  $C(-1;1;1)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  có tọa độ là

- A.  $(2;1;1)$ .      B.  $(3;3;3)$ .      C.  $(1;1;1)$ .      D.  $(6;2;2)$ .

**Câu 26.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có điểm cực đại  $A(0;-3)$  và điểm cực tiểu  $B(-1;-5)$ . Tính giá trị của  $P = a + 2b + 3c$ .

- A.  $P = 3$ .      B.  $P = -5$ .      C.  $P = -9$ .      D.  $P = -15$ .

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(3;1;0)$  và  $B(-1;1;1)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 7 - 4t \\ y = 1 \\ z = -1 + t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$ .

**Câu 28.** Một học sinh tô ngẫu nhiên 5 câu trắc nghiệm (mỗi câu có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có 1 phương án đúng). Xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu bằng

- A.  $\frac{15}{1024}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $\frac{243}{1024}$ .      D.  $\frac{1}{1024}$ .

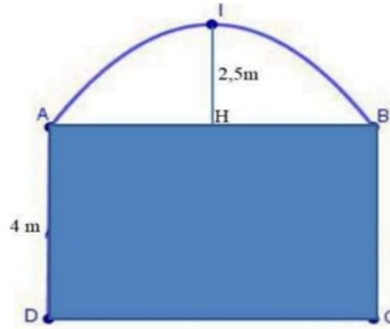
**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$  và  $B(3;1;0)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là

- A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ .      B.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 8$ .      D.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ . Côsin của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

- Câu 31.** Nếu  $\int_3^5 2f(x)dx = 3$  thì  $\int_1^2 f(2x+1)dx$
- A.  $\frac{3}{2}$ . B. 3. C. 6. D.  $\frac{3}{4}$ .
- Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(-1;2;1)$  và  $N(3;0;-1)$ . Mặt phẳng trung trực của  $MN$  có phương trình là
- A.  $4x - 2y - 2z + 1 = 0$ . B.  $-2x + y + z + 1 = 0$ . C.  $x + y - 2 = 0$ . D.  $-2x + y + z + 7 = 0$ .
- Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2+1} - 2m^2 = 0$  có nghiệm.
- A.  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$ . B.  $m > 0$ . C.  $(-\infty; 0)$ . D.  $(0; 1)$ .
- Câu 34.** Cho hàm số  $y = \frac{(m^2 - m)x^3}{3} + (m^2 - m)x^2 + mx + 2$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?
- A. 3. B. 5. C. 1. D. 2.
- Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(1; -2; 1)$ ?
- A.  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$ . B.  $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{1}$ .
- C.  $d_3: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$ . D.  $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .
- Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$  có tọa độ tâm  $I$  là
- A.  $I(0; 1; -2)$ . B.  $I(0; 1; 2)$ . C.  $I(0; -1; 2)$ . D.  $I(1; 1; -2)$ .
- Câu 37.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'B'C')$  và  $(BCC'B')$  bằng  $60^\circ$ , hình chiếu của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $B'C$  bằng
- A.  $\frac{3a}{4}$ . B.  $\frac{a}{2}$ . C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . D.  $\frac{a}{4}$ .
- Câu 38.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 + 4z + 13 = 0$ . Khi đó môđun của số phức  $w = (z_1 + z_2)i + z_1z_2$  bằng
- A.  $13\sqrt{5}$ . B.  $\sqrt{195}$ . C.  $\sqrt{185}$ . D. 13.
- Câu 39.** Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với  $IH = 2,5\text{ m}$ , phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là  $AD = 4\text{ m}$ ,  $AB = 6\text{ m}$ . Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là  $1.000.000(\text{đ/m}^2)$  và giá để làm phần cổng phía trên là  $1.200.000(\text{đ/m}^2)$ . Số tiền gia đình đó phải trả là



- A. 24.400.000 đ.      B. 36.000.000 đ.      C. 38.000.000 đ.      D. 38.800.000 đ.

**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$  trên đoạn  $[0;4]$  bằng  $\frac{1}{2}$ ?

- A. 0.      B. 2.      C. 3.      D. 1.

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(2) = 3$ ,  $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2$ ,  $\int_0^2 xf'(x) dx = 3$ .

Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- A. 5.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 42.** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $x; y \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i = |z|(1 + i)$  và  $|z| > 3$ . Giá trị của biểu thức  $S = 2x - 3y$  là

- A. -6.      B. -3.      C. 6.      D. 3.

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 2BC = 2a\sqrt{3}$ ,  $AC = a$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các cạnh  $SB$  và  $SC$  lần lượt là  $M$  và  $N$ . Thể tích của khối đa diện  $AMNCB$  bằng

- A.  $\frac{24}{169}a^3$ .      B.  $\frac{25}{338}a^3$ .      C.  $\frac{25}{169}a^3$ .      D.  $\frac{12}{169}a^3$ .

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  và  $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ .

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1;0;1)$  lần lượt cắt  $d_1, d_2$  tại  $B$  và  $C$ . Độ dài  $BC$  bằng

- A.  $\frac{7\sqrt{6}}{4}$ .      B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 45.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $\frac{\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2}{\sqrt{m-2^x}} < 0$

có không quá 3 nghiệm nguyên dương?

- A. 127.      B. 128.      C. 63.      D. 64.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$  và hai điểm  $A(-1;1;1)$ ;  $B(2;-2;1)$ . Điểm  $M$  di chuyển trên mặt cầu  $(S)$ . Giá trị lớn nhất của  $|2MA - 3MB|$  đạt được là:

- A.  $\sqrt{65}$ .      B.  $\sqrt{67}$ .      C.  $\sqrt{69}$ .      D.  $\sqrt{61}$ .

**Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình sau có nghiệm duy nhất?

$$\log_{\frac{1}{m}} \left( \sqrt{x^2 + mx + 5} + 1 \right) \cdot \log_5 (x^2 + mx + 6) + \log_m 3 \geq 0.$$

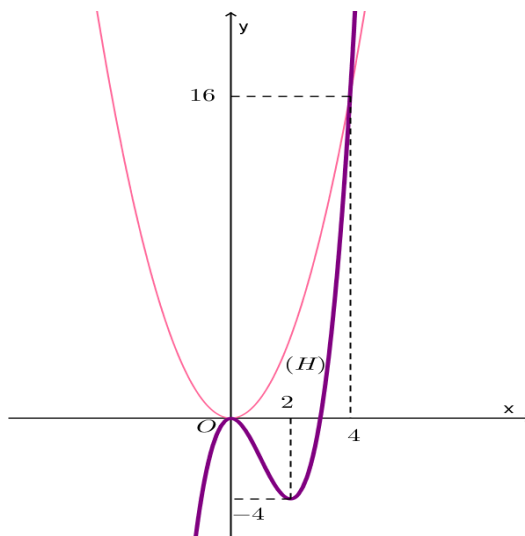
A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Câu 48.** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc hai (nét mảnh) và đồ thị hàm số bậc ba (nét đậm) như hình vẽ. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  là:



A.  $\frac{1024\pi}{35}$ .

B.  $\frac{4096}{35}$ .

C.  $\frac{5017\pi}{35}$ .

D.  $\frac{4096\pi}{35}$ .

**Câu 49.** Cho số phức  $z$  thay đổi thỏa mãn  $|\sqrt{3}z + i| = 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = |z - 1| + |z + 1| + |z + \sqrt{3}i|$$

A.  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ .

B.  $\frac{16}{\sqrt{3}}$ .

C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

D.  $\frac{8}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = x^3 - (m+2)x^2 - (2m+13)x - m - 2$  có đồ thị  $(C_m)$ , đường thẳng  $d: y = mx + m + 8$  và điểm  $I(1;4)$ . Tính tổng tất cả các giá trị của tham số  $m$ , biết rằng đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, C$  với  $A$  có hoành độ bằng  $-2$  và tam giác  $IBC$  cân tại  $I$ .

A.  $-12$ .

B.  $-6$ .

C.  $-4$ .

D.  $-10$ .

HẾT

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**  
**BẢNG ĐÁP ÁN**

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B  | 2.B  | 3.D  | 4.D  | 5.D  | 6.A  | 7.B  | 8.A  | 9.C  | 10.A |
| 11.C | 12.A | 13.B | 14.D | 15.C | 16.D | 17.A | 18.A | 19.A | 20.C |
| 21.C | 22.D | 23.C | 24.B | 25.C | 26.D | 27.A | 28.C | 29.B | 30.D |
| 31.D | 32.B | 33.A | 34.D | 35.B | 36.A | 37.A | 38.C | 39.B | 40.D |
| 41.C | 42.A | 43.B | 44.A | 45.C | 46.B | 47.B | 48.C | 49.D | 50.B |

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1.** Đạo hàm của hàm số  $y = x.3^x$  là

- A.**  $y' = 3^x \cdot \ln 3$ .      **B.**  $y' = (1 + x \ln 3) \cdot 3^x$ .      **C.**  $y' = (1 + x) \cdot 3^x$ .      **D.**  $y' = 3^x$ .

*GVSB: Lương Công Hảo; GVPB: Phạm Hiền*

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Có  $y' = (x.3^x)' = (x)' \cdot 3^x + (3^x)' \cdot x = 3^x + 3^x \cdot \ln 3 \cdot x = (1 + x \ln 3) \cdot 3^x$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

|         |           |      |     |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     |     |           |     |     | $+\infty$ |

$\swarrow$   $\searrow$   $\nearrow$   $\nwarrow$   
 $1$   $2$   $1$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.**  $x = 2$ .      **B.**  $x = 0$ .      **C.**  $x = 1$ .      **D.**  $x = -1$ .

*GVSB: Lương Công Hảo; GVPB: Phạm Hiền*

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Qua BBT có  $y'$  đổi dấu từ  $+$  sang  $-$  khi đi qua  $x = 0$ . Suy ra hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ .

**Câu 3.** Từ các chữ số  $0; 1; 2; 3; 4; 5$  lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt?

- A.** 720.      **B.** 120.      **C.** 96.      **D.** 600.

*GVSB: Lương Công Hảo; GVPB: Phạm Hiền*

**Lời giải**

**Chọn D**

♦ Số các số có 5 chữ số phân biệt lấy từ bộ  $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$  là  $A_6^5 - A_5^4 = 600$ .

**Câu 4.** Tích phân  $\int_{\sqrt{3}}^3 x^2 dx = a + b\sqrt{3}$ , ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $a - 2b$  bằng

- A.** 10.      **B.** 7.      **C.** 8.      **D.** 11.

**Lời giải**

*GVSB: Thu Hà Cao; GVPB: Phạm Hiền*

**Chọn D**

$$\int_{\sqrt{3}}^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{\sqrt{3}}^3 = \frac{1}{3} \left( 3^3 - (\sqrt{3})^3 \right) = 9 - \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow a = 9, b = -1 \Rightarrow a - 2b = 11.$$

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3 - x) + (x - 1)^\pi$

- A.  $(-\infty; 3) \setminus \{1\}$ . B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(3; +\infty)$ . D.  $(1; 3)$ .

Lời giải

GVSB: Thu Ha Cao; GVPB: Phạm Hiền

Chọn D

Hàm số xác định khi  $\begin{cases} 3-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3$ .

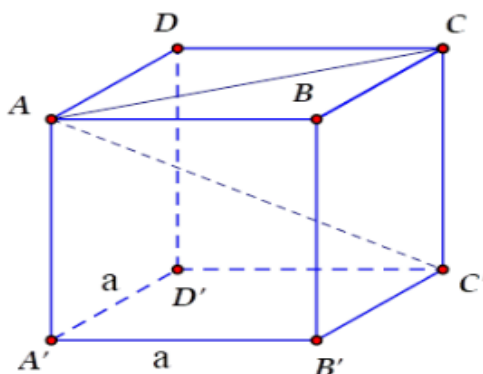
- Câu 6. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $AC' = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lập phương đó bằng

- A.  $a^3$ . B.  $3\sqrt{3}a^3$ . C.  $4a^3$ . D.  $2a^3$ .

Lời giải

GVSB: Thu Ha Cao; GVPB: Phạm Hiền

Chọn A



Hình lập phương cạnh  $a$  có đường chéo bằng  $a\sqrt{3}$ .

Do đó hình lập phương đã cho có cạnh là  $a$ . Thể tích khối lập phương đó bằng  $a^3$ .

- Câu 7. Cho số phức  $z = 3 - 5i$ . Phần ảo của  $z$

- A.  $i$ . B.  $-5$ . C.  $3$ . D.  $5$ .

Lời giải

GVSB: Thu Ha Cao; GVPB: Phạm Hiền

Chọn B

Phần ảo của số phức  $z = 3 - 5i$  là  $-5$ .

- Câu 8. Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x^2 - x)(x - 2)$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

GVSB: Trần Thị Hòa; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

Chọn A

Ta có  $f'(x) = x(x^2 - x)(x - 2) = x^2(x - 1)(x - 2)$ .

$f'(x)$  đổi dấu 2 lần. Vậy hàm số  $f(x)$  có 2 điểm cực trị.

- Câu 9. Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $4^{\log_2 a}$  bằng

- A.  $\frac{a}{2}$ . B.  $\sqrt{a}$ . C.  $a^2$ . D.  $2^a$ .

Lời giải

GVSB: Trần Thị Hòa; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

Chọn C

Ta có  $4^{\log_2 a} = (2^2)^{\log_2 a} = (2^{\log_2 a})^2 = a^2$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên

|         |           |      |   |           |   |
|---------|-----------|------|---|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 1    | 2 | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | —         | 0    | + | 0         | — |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-2$ | 2 | $-\infty$ |   |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.**  $(1; 2)$ .                      **B.**  $(2; +\infty)$ .                      **C.**  $(-\infty; 1)$ .                      **D.**  $(-\infty; 2)$ .

**Lời giải**

**GVSB:** Trần Thị Hòa; **GVPB:** Nguyễn Hiền Lương

**Chọn A**

Từ BBT của hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Câu 11.** Nếu  $\int_{-1}^3 f(x) dx = -1$  và  $\int_{-1}^1 f(x) dx = -2$  thì  $\int_1^3 2f(x) dx$  bằng

- A.**  $-6$ .                      **B.**  $-2$ .                      **C.**  $2$ .                      **D.**  $0$ .

**Lời giải**

**GVSB:** Thiên Minh Nguyễn; **GVPB:** Nguyễn Hiền Lương

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$$

$$\text{Suy ra } \int_1^3 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx = -1 + 2 = 1.$$

$$\text{Nên } \int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2.1 = 2.$$

**Câu 12.** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Điểm  $M$  biểu diễn số phức  $w = (1 - 2i)\bar{z} + 3i$  có tọa độ là

- A.**  $(8; 2)$ .                      **B.**  $(1; 8)$ .                      **C.**  $(8; -1)$ .                      **D.**  $(2; 8)$ .

**Lời giải**

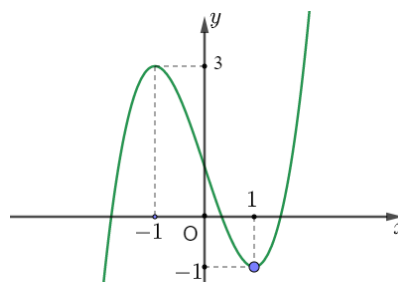
**GVSB:** Thiên Minh Nguyễn; **GVPB:** Nguyễn Hiền Lương

**Chọn A**

$$w = (1 - 2i)\bar{z} + 3i \Leftrightarrow w = (1 - 2i)(2 + 3i) + 3i = 8 + 2i.$$

Nên điểm biểu diễn số phức  $w$  là điểm có tọa độ  $(8; 2)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là



A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

GVSB: ThiênMinh Nguyễn; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

**Chọn B**

Ta có:  $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$ . Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = \frac{5}{2}$ . Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng  $y = \frac{5}{2}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm nên số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là 3.

**Câu 14.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1$  là

A.  $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$ .

B.  $\left(1; \frac{5}{4}\right)$ .

C.  $(-\infty; 2)$ .

D.  $(1; 5)$ .

Lời giải

GVSB: Bùi Hoàng Nguyễn; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

**Chọn D**

Ta có: BPT  $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-1 < \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \Leftrightarrow 1 < x < 5$ .

Vậy tập nghiệm  $S = (1; 5)$ .

**Câu 15.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1-3i)z + 5 = 7i$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A.  $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .

B.  $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .

C.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .

D.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .

Lời giải

GVSB: Bùi Hoàng Nguyễn; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

**Chọn C**

Ta có:  $(1-3i)z + 5 = 7i \Leftrightarrow z = \frac{-5+7i}{1-3i} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$

Suy ra  $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .

**Câu 16.** Cho khối nón có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $a\sqrt{3}$ . Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

A.  $\frac{\pi a^2}{2}$ .

B.  $4\pi a^2$ .

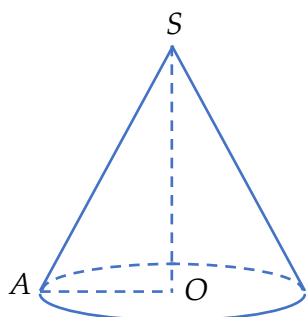
C.  $8\pi a^2$ .

D.  $2\pi a^2$ .

Lời giải

GVSB: Bùi Hoàng Nguyễn; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

**Chọn D**



Theo đề, ta có:  $AO = a, SO = a\sqrt{3}$

Suy ra, đường sinh  $l = SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = 2a$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là  $S_{xq} = \pi rl = \pi AO.SA = 2a^2\pi$ .

**Câu 17.** Cho cấp số cộng có số hạng đầu bằng 2, công sai bằng 4. Số hạng thứ 3 của cấp số cộng đó bằng

**A.** 10.

**B.** 12.

**C.** 6.

**D.** 8.

**Lời giải**

**GVSB: Anh Tuấn; GVPB:**

**Chọn A**

Ta có số hạng thứ 3 của cấp số cộng là  $u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2.4 = 10$ .

**Câu 18.** Cho hình bát diện đều cạnh  $a$ . Thể tích khối bát diện đều này là

**A.**  $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .

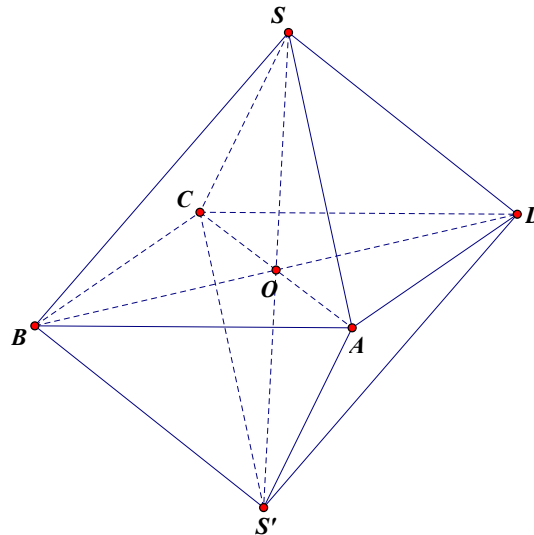
**C.**  $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$ .

**Lời giải**

**GVSB: Anh Tuấn; GVPB:**

**Chọn A**



Gọi  $V$  là thể tích khối bát diện đều cạnh  $a$ . Ta có  $V = 2V_{S.ABCD}$ .

Do tứ giác  $ABCD$  là hình vuông nên  $AC = BD = BC\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Ta có  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OA \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Mà  $S_{ABCD} = AB^2 = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

Vậy  $V = 2 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + 2021$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

**A.**  $\int f(x)dx = -\cos x + 2021x + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = \cos x + 2021x + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = \cos x + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = -\cos x + C$ .

**Lời giải**

*GVSB: Anh Tuấn; GVPB:*

**Chọn A**

Ta có  $\int f(x)dx = \int (\sin x + 2021)dx = -\cos x + 2021x + C$ .

**Câu 20.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là đường thẳng

- A.  $y = 1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -2$ .

**Lời giải**

*GVSB: Trần Ngọc; GVPB:*

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

**Câu 21.** Thể tích của khối cầu có đường kính bằng  $2a$  là

- A.  $\frac{8}{3}\pi a^3$ .                      B.  $4\pi a^3$ .                      C.  $\frac{4}{3}\pi a^3$ .                      D.  $2\pi a^3$ .

**Lời giải**

*GVSB: Trần Ngọc; GVPB:*

**Chọn C**

Ta có bán kính mặt cầu  $R = a$ , suy ra  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3$ .

**Câu 22.** Hàm số  $y = \ln(4 - x^2)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-2; 2)$ .                      B.  $(-\infty; 2)$ .                      C.  $(0; 2)$ .                      D.  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

*GVSB: Trần Ngọc; GVPB:*

**Chọn D**

Tập xác định  $D = (-2; 2)$ .

Ta có  $y' = \frac{-2x}{4 - x^2}$ .

Trên  $D$  ta có  $4 - x^2 > 0$  nên hàm số đồng biến khi  $y' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x}{(2-x)(2+x)} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$ .

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = e^{-3x+1}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\int f(x)dx = -3e^{-3x+1} + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = e^{-3x+1} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ .

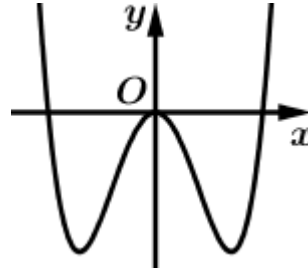
**Lời giải**

*GVSB: Thúy Bình Đình; GVPB: Don Lee*

**Chọn C**

Ta có  $\int f(x)dx = \int e^{-3x+1}dx = -\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$ .

**Câu 24.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?



A.  $y = -x^3 + 3x^2$ .

B.  $y = x^4 - 3x^2$ .

C.  $y = x^3 - 3x^2$ .

D.  $y = -x^4 + 3x^2$ .

Lời giải

GVSB: Thúy Bình Đình; GVPB: Don Lee

Chọn B

Đường cong hình bên là đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  với  $a > 0$ .

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;2)$ ,  $B(3;1;0)$ ,  $C(-1;1;1)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  có tọa độ là

A.  $(2;1;1)$ .

B.  $(3;3;3)$ .

C.  $(1;1;1)$ .

D.  $(6;2;2)$ .

Lời giải

GVSB: Thúy Bình Đình; GVPB: Don Lee

Chọn C

$$\text{Trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ có tọa độ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

Vậy  $G(1;1;1)$ .

**Câu 26.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có điểm cực đại  $A(0;-3)$  và điểm cực tiểu  $B(-1;-5)$ . Tính giá trị của  $P = a + 2b + 3c$ .

A.  $P = 3$ .

B.  $P = -5$ .

C.  $P = -9$ .

D.  $P = -15$ .

Lời giải

GVSB: Thúy Bình Đình; GVPB: Don Lee

Chọn D

$$\text{Đồ thị hàm số đi qua điểm } A(0;-3) \text{ và } B(-1;-5) \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b + c = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ c = -3 \end{cases} \quad (1)$$

$$y = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx.$$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu } B(-1;-5) \Rightarrow -4a - 2b = 0. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \begin{cases} a + b = -2 \\ -4a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow y = 2x^4 - 4x^2 - 3 \Rightarrow y' = 8x^3 - 8x \Rightarrow y'' = 24x^2 - 8.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$y''(0) = -8 < 0 \Rightarrow A(0; -3)$  là điểm cực đại.

$y''(-1) = 16 > 0 \Rightarrow B(-1; -5)$  là điểm cực tiểu.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow P = a + 2b + 3c = -15.$$

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(3;1;0)$  và  $B(-1;1;1)$  có phương trình là

**A.**  $\begin{cases} x = 7 - 4t \\ y = 1 \\ z = -1 + t \end{cases}$  .      **B.**  $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$  .      **C.**  $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$  .      **D.**  $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$  .

**Lời giải**

**GVSB:** Phạm Thái; **GVPB:** Nguyễn Minh Đức

**Chọn A**

Đường thẳng  $AB$  có vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{AB} = (-4; 0; 1)$

$$\text{Do đó } AB: \begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Suy ra đường thẳng  $AB$  cũng đi qua  $C(7;1;-1)$

$$\text{Vậy } AB: \begin{cases} x = 7 - 4t \\ y = 1 \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

**Câu 28.** Một học sinh tô ngẫu nhiên 5 câu trắc nghiệm (mỗi câu có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có 1 phương án đúng). Xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu bằng

**A.**  $\frac{15}{1024}$  .      **B.**  $\frac{3}{4}$  .      **C.**  $\frac{243}{1024}$  .      **D.**  $\frac{1}{1024}$  .

**Lời giải**

**GVSB:** Phạm Thái; **GVPB:** Nguyễn Minh Đức

**Chọn C**

Xác suất tô sai 1 câu là  $\frac{3}{4}$

$$\text{Vậy xác suất để học sinh đó tô sai cả 5 câu là: } \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1024}.$$

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$  và  $B(3;1;0)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là

**A.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$  .      **B.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$  .  
**C.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 8$  .      **D.**  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$  .

**Lời giải**

**GVSB:** Phạm Thái; **GVPB:** Nguyễn Minh Đức

**Chọn B**

Ta có

Mặt cầu có tâm  $I(2;1;1)$ .

Mặt cầu có bán kính  $R = AI = \sqrt{2}$

Vậy mặt cầu có phương trình:  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ . Côsin của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCD)$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

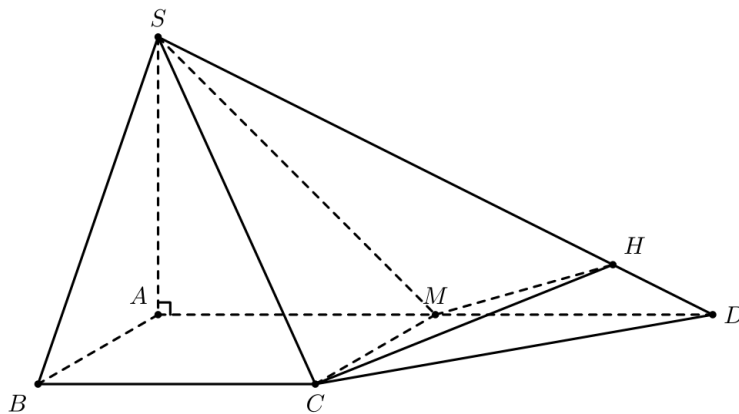
C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thắng; GVPB: Nguyễn Minh Đức

Chọn D



Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$  thì  $ABCM$  là hình vuông nên  $CM \perp AD$  suy ra  $CM \perp (SAD)$ .

Kẻ  $MH \perp SD$  ( $H \in SD$ ) thì  $SD \perp (CMH)$ .

Ta có  $\begin{cases} (SAD) \cap (SCD) = SD \\ SD \perp (CMH) \end{cases}$  nên góc giữa  $(SAD)$  và  $(SCD)$  là góc  $\widehat{MHC}$ .

Trong  $\triangle SAD$  thì  $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{SDA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Trong  $\triangle MHD$  vuông tại  $H$  thì  $\sin \widehat{SDA} = \frac{MH}{MD} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

Trong  $\triangle MHC$  vuông tại  $M$  thì

$$\bullet HC = \sqrt{MC^2 + MH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\bullet \cos \widehat{MHC} = \frac{MH}{HC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 31.** Nếu  $\int_3^5 2f(x)dx = 3$  thì  $\int_1^2 f(2x+1)dx$

A.  $\frac{3}{2}$ .

B. 3.

C. 6.

D.  $\frac{3}{4}$ .

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thắng; GVPB: Nguyễn Minh Đức

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \int_1^2 f(2x+1)dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f(2x+1)d(2x+1) = \frac{1}{2} \int_3^5 f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}.$$

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(-1;2;1)$  và  $N(3;0;-1)$ . Mặt phẳng trung trực của  $MN$  có phương trình là

**A.**  $4x-2y-2z+1=0$ .

**B.**  $-2x+y+z+1=0$ .

**C.**  $x+y-2=0$ .

**D.**  $-2x+y+z+7=0$ .

**Lời giải**

GVSB: Nguyễn Thắng; GVPB: Nguyễn Minh Đức

**Chọn B**

Gọi  $I(1;1;0)$  là trung điểm  $MN$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (4; -2; -2) = 2(2; -1; -1).$$

Mặt phẳng trung trực của  $MN$  đi qua  $I$  và nhận vector  $\vec{n} = (-2; 1; 1)$  làm VTPT nên có phương trình là  $-2(x-1)+1(y-1)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow -2x+y+z+1=0$ .

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2+1}-2m^2=0$  có nghiệm.

**A.**  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$

**B.**  $m > 0$ .

**C.**  $(-\infty; 0)$ .

**D.**  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

GVSB: Giang Sơn GVPB: Phạm Thanh Liêm

**Chọn A**

Phương trình đưa về  $2^{x^2+1}=2m^2$ .

Nhận xét  $2^{x^2+1} \geq 2$ , điều kiện có nghiệm là  $2m^2 \geq 2 \Leftrightarrow m^2 \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = \frac{(m^2-m)x^3}{3} + (m^2-m)x^2 + mx + 2$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.** 3.

**B.** 5.

**C.** 1.

**D.** 2.

**Lời giải**

GVSB: Giang Sơn GVPB: Phạm Thanh Liêm

**Chọn D**

$$\text{Xét } m^2-m=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \Rightarrow y=2 \\ m=1 \Rightarrow y=x+2 \end{cases}, \text{ chọn } m=1.$$

Xét  $m^2-m > 0$ .

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $b^2-3ac \leq 0 \Leftrightarrow (m^2-m)^2 - m(m^2-m) \leq 0$

$$\Leftrightarrow (m^2-m)(m^2-2m) \leq 0 \Leftrightarrow m^2(m-1)(m-2) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}.$$

Như vậy  $1 \leq m \leq 2$  dẫn đến 2 giá trị nguyên  $m$  cần tìm.

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(1;-2;1)$ ?

A.  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$ .

B.  $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{1}$ .

C.  $d_3: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$ .

D.  $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .

Lời giải

GVSB: Giang Sơn GVPB: Phạm Thanh Liêm

Chọn B

Thử trực tiếp ta có  $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{1}$  đi qua  $M(1; -2; 1)$ .

- Câu 36. Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$  có tọa độ tâm  $I$  là  
 A.  $I(0; 1; -2)$ . B.  $I(0; 1; 2)$ . C.  $I(0; -1; 2)$ . D.  $I(1; 1; -2)$ .

Lời giải

GVSB: Trần Xuân Thiện; GVPB: Phạm Thanh Liêm

Chọn A

♦ Mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$  có tâm  $I(0; 1; -2)$ .

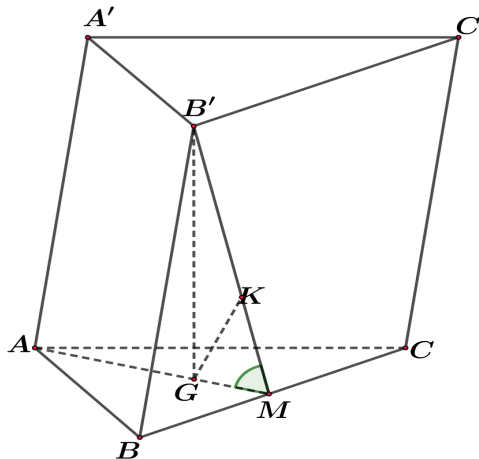
- Câu 37. Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'B'C')$  và  $(BCC'B')$  bằng  $60^\circ$ , hình chiếu của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $B'C$  bằng

A.  $\frac{3a}{4}$ . B.  $\frac{a}{2}$ . C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . D.  $\frac{a}{4}$ .

Lời giải

GVSB: Vũ Viên; GVPB: Phạm Thanh Liêm

Chọn A



Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

Từ giả thiết ta có  $B'G \perp (ABC)$ .

Ta có  $\alpha = ((A'B'C'), (BCC'B')) = ((ABC), (BCC'B')) = \widehat{B'MG} = 60^\circ$ .

Vì  $AA' \parallel (BCC'B')$

nên  $d(AA', B'C) = d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B')) = 3.d(G, (BCC'B'))$ .

Gọi  $K$  là hình chiếu của  $G$  lên mặt phẳng  $(BCC'B') \Rightarrow d(G, (BCC'B')) = GK$ .

Ta có  $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ .

$$\text{Xét tam giác vuông } GMK: \sin 60^\circ = \frac{GK}{GM} \Rightarrow GK = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}.$$

$$\Rightarrow d(AA', B'C) = 3.GK = \frac{3a}{4}.$$

**Câu 38.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 + 4z + 13 = 0$ . Khi đó môđun của số phức  $w = (z_1 + z_2)i + z_1z_2$  bằng

A.  $13\sqrt{5}$ .

B.  $\sqrt{195}$ .

C.  $\sqrt{185}$ .

D. 13.

Lời giải

GVSB: Vũ Viên; GVPB: Phạm Thanh Liêm

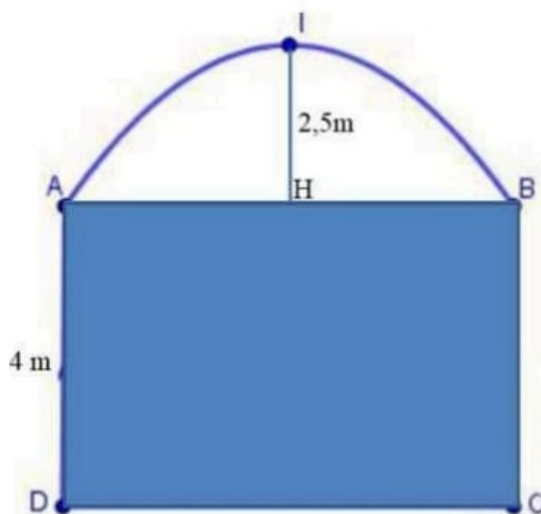
**Chọn C**

Gọi  $z_1, z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 + 4z + 13 = 0$ . Áp dụng định lí Viet ta có:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -4 \\ z_1 z_2 = 13 \end{cases} \Rightarrow w = (z_1 + z_2)i + z_1 z_2 = -4i + 13.$$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{4^2 + 13^2} = \sqrt{185}.$$

**Câu 39.** Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với  $IH = 2,5\text{ m}$ , phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là  $AD = 4\text{ m}$ ,  $AB = 6\text{ m}$ . Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là  $1.000.000(\text{đ}/\text{m}^2)$  và giá để làm phần cổng phía trên là  $1.200.000(\text{đ}/\text{m}^2)$ . Số tiền gia đình đó phải trả là



A. 24.400.000 đ.

B. 36.000.000 đ.

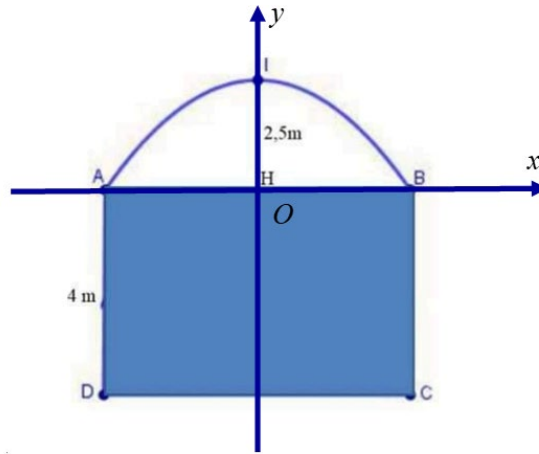
C. 38.000.000 đ.

D. 38.800.000 đ.

Lời giải

GVSB: Vũ Viên; GVPB: Phạm Thanh Liêm

**Chọn B**



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ: Gốc tọa độ  $O$  trùng điểm  $H$ ,  $A$  và  $B$  thuộc trục  $Ox$ ,  $H$  thuộc trục  $Oy$ .

Khi đó  $H(0;0)$ ,  $I(0;2,5)$ ,  $B(3;0)$ ,  $A(-3;0)$ .

Gọi parabol cần tìm có dạng  $(P): y = ax^2 + bx + c$ .

$$\text{Do } A, B, I \text{ thuộc } (P) \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} 9a - 3b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ c = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{18} \\ b = 0 \\ c = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Do đó parabol là  $(P): y = -\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2}$ .

Diện tích phần phía trên công có hình dạng là một parabol là

$$\int_{-3}^3 \left( -\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = \left( -\frac{5}{18} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x \right) \Big|_{-3}^3 = 10.$$

Giá tiền để làm phần công phía trên là  $10 \times 1.200.000 = 12.000.000$ .

Diện tích phần phía dưới là một hình chữ nhật là  $4 \cdot 6 = 24$ .

Giá tiền để làm phần công được tô màu là  $24 \times 1.000.000 = 24.000.000$ .

Số tiền gia đình đó phải trả là  $12.000.000 + 24.000.000 = 36.000.000$ .

**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$  trên đoạn  $[0;4]$  bằng  $\frac{1}{2}$ ?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

**GVSB:** Nguyễn Việt Dũng; **GVPB:** Giao Nguyen

**Chọn D**

$$\text{Hàm số } y = \frac{x-m^2-2}{x-m}.$$

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{m\}.$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x-m)^2}.$$

$$\text{Vì } m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \text{ với } \forall m \Rightarrow y' > 0 \text{ với } \forall m$$

$\Rightarrow$  Hàm số đồng biến trong từng khoảng xác định với  $\forall m$ .

$$\text{Do đó, giá trị lớn nhất của hàm số } y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m} \text{ trên đoạn } [0; 4] \text{ bằng } \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0; 4] \\ y(4) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0; 4] \\ \frac{4 - m^2 - 2}{m - 2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0; 4] \\ 4 - 2m^2 = m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0; 4] \\ 2m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0; 4] \\ \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy có 1 giá trị của tham số  $m$  thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(2) = 3$ ,  $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2$ ,  $\int_0^2 xf'(x) dx = 3$ .

$$\text{Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Việt Dũng; GVPB: Giao Nguyen

**Chọn C**

$$\bullet \text{ Gọi } A = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx.$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{dx}{2\sqrt{x}} = dt \Rightarrow dx = 2\sqrt{x} dt.$$

$$x = 1 \Rightarrow t = 1; x = 4 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow A = \int_1^2 \frac{f(t) \cdot 2\sqrt{x} dt}{\sqrt{x}} = 2 \int_1^2 f(t) dt.$$

$$\text{Mà } A = 2 \Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1.$$

$$\bullet \text{ Gọi } B = \int_0^2 xf'(x) dx.$$

$$\text{Ta có: } B = \int_0^2 xf'(x) dx = \int_0^2 x d(f(x)) = xf(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx = 2f(2) - \int_0^2 f(x) dx.$$

$$\text{Mà } f(2) = 3 \text{ và } B = 3 \Rightarrow 6 - \int_0^2 f(x) dx = 3 \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 3.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = 3 - 1 = 2.$$

**Câu 42.** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i = |z|(1 + i)$  và  $|z| > 3$ . Giá trị của biểu thức  $S = 2x - 3y$  là

A. -6.

B. -3.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Việt Dũng; GVPB: Giao Nguyen

**Chọn A**

Số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )  $\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Ta có:  $z + 2 + i = |z|(1 + i) \Leftrightarrow x + yi + 2 + i = |z| + |z|i \Leftrightarrow x + 2 + (y + 1)i = |z| + |z|i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = |z| \\ y + 1 = |z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ (x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\text{Mà } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} > 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow S = 2x - 3y = 2.3 - 3.4 = -6.$$

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 2BC = 2a\sqrt{3}$ ,  $AC = a$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các cạnh  $SB$  và  $SC$  lần lượt là  $M$  và  $N$ . Thể tích của khối đa diện  $AMNCB$  bằng

**A.**  $\frac{24}{169}a^3$ .

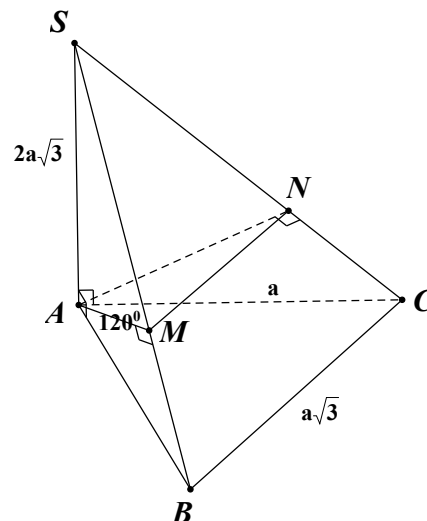
**B.**  $\frac{25}{338}a^3$ .

**C.**  $\frac{25}{169}a^3$ .

**D.**  $\frac{12}{169}a^3$ .

**Lời giải**

**GVSB:** Quách Đăng Thăng; **GVPB:** Giao Nguyen

**Chọn B**

Xét tam giác  $ABC$ , theo định lý Cô sin ta có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$   
 $\Leftrightarrow 3a^2 = AB^2 + a^2 - 2AB.a.\cos 120^\circ \Leftrightarrow 3a^2 = AB^2 + AB - 2a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} AB = a \\ AB = -2a \end{cases}$

Suy ra  $AB = a$ .

Vì  $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases}$  và  $AB = AC = a$ ,  $SA$  chung nên  $\triangle SAB = \triangle SAC$ .

Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các cạnh  $SB$  và  $SC$  lần lượt là  $M$  và  $N$  nên  $AM = AN$  và  $MN \parallel BC$ , suy ra  $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$ .

Ta có  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{13}$  và  $SA^2 = SM.SB \Rightarrow \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SM.SB}{SB^2} \Leftrightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{12}{13}$ .

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \left( \frac{SM}{SB} \right)^2 = \frac{144}{169} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{144}{169} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Lại có } V_{S.ABC} = V_{S.AMN} + V_{AMNCB} \Rightarrow V_{AMNCB} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = V_{S.ABC} - \frac{144}{169} V_{S.ABC} = \frac{25}{169} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{AMNCB} = \frac{25}{169} V_{S.ABC} = \frac{25a^3}{338}.$$

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  và  $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ .

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1;0;1)$  lần lượt cắt  $d_1, d_2$  tại  $B$  và  $C$ . Độ dài  $BC$  bằng

**A.**  $\frac{7\sqrt{6}}{4}$ .      **B.**  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .      **C.**  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .      **D.**  $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải**

**GVSB: Quách Đăng Thăng; GVPB:**

**Chọn A**

$$\text{Ta có phương trình tham số của } d_1, d_2 \text{ là } d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = s \\ y = 1+2s \\ z = s \end{cases}.$$

$$\text{Vì } d \cap d_1 = B \Rightarrow B \in d_1 \Rightarrow B(1+t; -1-t; 2t) \text{ và } d \cap d_2 = C \Rightarrow C \in d_2 \Rightarrow C(s; 1+2s; s).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = (t; -1-t; 2t-1), \overrightarrow{AC} = (s-1; 1+2s; s-1).$$

$$\text{Do } A, B, C \text{ thẳng hàng nên } \exists k \neq 0: \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} t = k(s-1) \\ -1-t = k(1+2s) \\ 2t-1 = k(s-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = k(s-1) \\ -1-t = k(1+2s) \\ 2t-1 = t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ k(s-1) = 1 \\ k(1+2s) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ ks - k = 1 \\ 2ks + k = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ ks = -\frac{1}{3} \\ k = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ s = \frac{1}{4} \\ k = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } B(2; -2; 2), C\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right) \Rightarrow BC = \frac{7\sqrt{6}}{4}.$$

**Câu 45.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $\frac{\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2}{\sqrt{m-2^x}} < 0$

có không quá 3 nghiệm nguyên dương?

**A.** 127.      **B.** 128.      **C.** 63.      **D.** 64.

**Lời giải**

**GVSB: Quách Đăng Thăng; GVPB:**

**Chọn C**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ m - 2^x > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 2^x \Rightarrow m > 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2}{\sqrt{m - 2^x}} < 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m - 2^x > 0 \\ \log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m - 2^x > 0 \\ (\log_3 x - 1)(\log_3 x - 2) < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m - 2^x > 0 \\ 1 < \log_3 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m > 2^x \\ 3 < x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2^x \\ 3 < x < 9 \end{cases} \quad (I). \end{aligned}$$

Để bất phương trình có không quá 3 nghiệm nguyên dương khi và chỉ bất phương trình  $m > 2^x$  có không quá 3 nghiệm nguyên dương  $x \in (3; 9)$ .

Xét hàm số  $y = f(x) = 2^x$  với  $x \in (3; 9)$  có  $f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 > 0, \forall x$ .

Bảng biến thiên

| $x$     | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8 | 9   |
|---------|---|---|---|----|---|---|-----|
| $f'(x)$ |   |   | + | —  |   |   |     |
| $f(x)$  | 8 |   |   | 64 |   |   | 512 |

Từ bảng biến thiên suy ra  $m \leq 64$ .

Mà  $m > 1$  và  $m$  nguyên dương nên  $m \in \{2; 3; 4; \dots; 64\}$ .

Vậy có 63 giá trị nguyên dương của tham số  $m$  thỏa mãn.

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$  và hai điểm  $A(-1; 1; 1)$ ;  $B(2; -2; 1)$ . Điểm  $M$  di chuyển trên mặt cầu  $(S)$ . Giá trị lớn nhất của  $|2MA - 3MB|$  đạt được là:

A.  $\sqrt{65}$ .

B.  $\sqrt{67}$ .

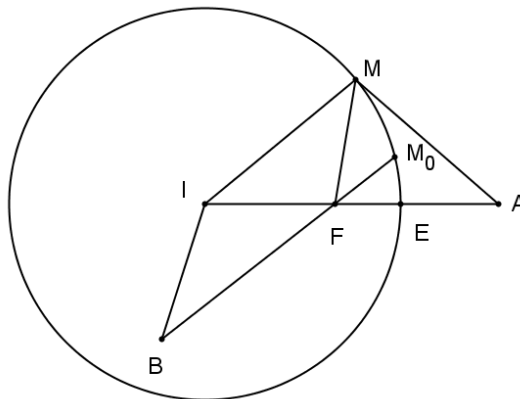
C.  $\sqrt{69}$ .

D.  $\sqrt{61}$ .

Lời giải

GVSB: Bùi Thanh Sơn; GVPB:

Chọn B



Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -1; 0)$ , bán kính  $R = 2$ .

Ta có:  $IA = 3$ ;  $IB = \sqrt{3}$ .

Gọi  $E = AI \cap (S)$ ; điểm  $F$  xác định bởi  $\overline{IF} = \frac{2}{3}\overline{IE} \Rightarrow IF = \frac{4}{3} \Rightarrow \overline{IF} = \frac{4}{9}\overline{IA} \Rightarrow F\left(\frac{1}{9}; -\frac{1}{9}; \frac{4}{9}\right)$ .

Dễ thấy  $\triangle MAI \sim \triangle FMI \Rightarrow \frac{MA}{MF} = \frac{IA}{IM} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2MA = 3MF$ .

Ta có:  $|2MA - 3MB| = 3|MF - MB| \leq 3BF = \sqrt{67}$ .

Vậy  $\min|2MA - 3MB| = \sqrt{67}$  khi  $M = BF \cap (S)$  sao cho  $F$  nằm giữa  $B$  và  $M$ .

**Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình sau có nghiệm duy nhất?

$$\log_{\frac{1}{m}}\left(\sqrt{x^2 + mx + 5} + 1\right) \cdot \log_5(x^2 + mx + 6) + \log_m 3 \geq 0.$$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

GVSB: Bùi Thanh Sơn; GVPB:

**Chọn B**

ĐK:  $0 < m \neq 1$ .

Bất phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì suy ra phương trình

$\log_{\frac{1}{m}}\left(\sqrt{x^2 + mx + 5} + 1\right) \cdot \log_5(x^2 + mx + 6) + \log_m 3 = 0$  (1) có nghiệm duy nhất.

**ĐK cần:** Dễ thấy nếu  $x_0$  là nghiệm của (1) thì  $-m - x_0$  cũng là nghiệm của (1)

$\Rightarrow x_0 = -m - x_0 \Rightarrow x_0 = -\frac{m}{2}$  là nghiệm của (1).

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{m}}\left(\sqrt{5 - \frac{m^2}{4}} + 1\right) \cdot \log_5\left(6 - \frac{m^2}{4}\right) + \log_m 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_m\left(\sqrt{5 - \frac{m^2}{4}} + 1\right) \cdot \log_5\left(6 - \frac{m^2}{4}\right) = \log_m 3 \Leftrightarrow \log_3\left(\sqrt{5 - \frac{m^2}{4}} + 1\right) \cdot \log_5\left(6 - \frac{m^2}{4}\right) = 1 \quad (2)$$

Xét hàm số  $f(t) = \log_3(t+1) \cdot \log_5(t^2+1)$  trên  $[0; +\infty)$

$$f'(t) = \frac{1}{(t+1)\ln 3} \cdot \log_5(t^2+1) + \frac{2t}{(t^2+1)\ln 5} \cdot \log_3(t+1) > 0 \quad \forall t \in [0; +\infty)$$

$\Rightarrow$  Hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $[0; +\infty)$

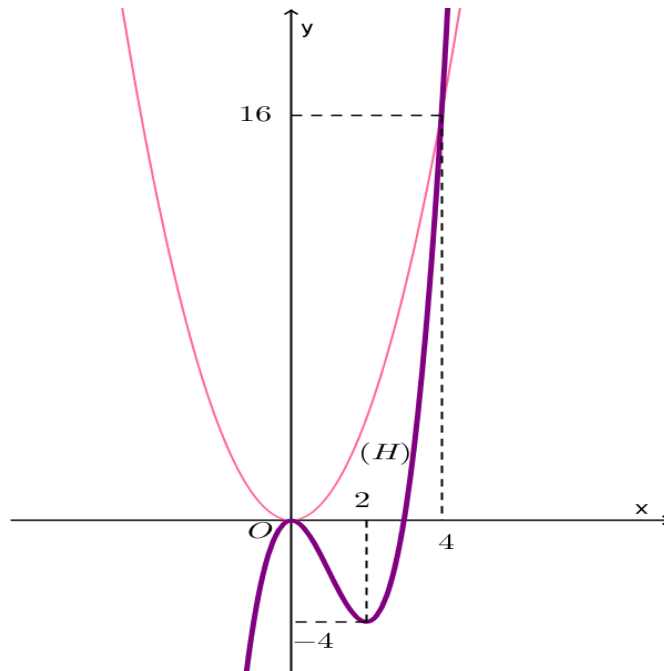
Mà  $f(2) = 1$

$$\text{Do đó } (2) \Leftrightarrow f\left(\sqrt{5 - \frac{m^2}{4}}\right) = f(1) \Leftrightarrow \sqrt{5 - \frac{m^2}{4}} = 1 \Leftrightarrow m = 2.$$

**ĐK đủ:** Thử lại thấy với  $m = 2$  thì bất phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $x = -1$ .

Vậy có một giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 48.** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc hai (nét mảnh) và đồ thị hàm số bậc ba (nét đậm) như hình vẽ. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  là:



A.  $\frac{1024\pi}{35}$ .

B.  $\frac{4096}{35}$ .

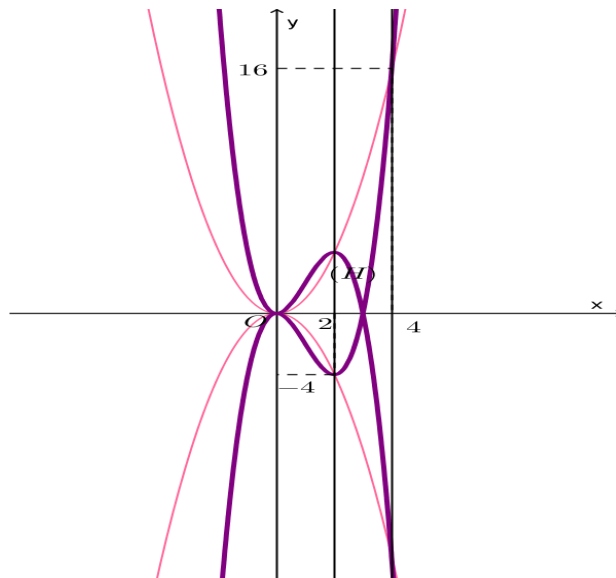
C.  $\frac{5017\pi}{35}$ .

D.  $\frac{4096\pi}{35}$ .

Lời giải

GVSB: Bùi Thanh Sơn; GVPB:

Chọn C



Từ đồ thị suy ra hàm số bậc hai là  $y = x^2$  và hàm số bậc ba là  $y = x^3 - 3x^2$ .

Xét các phương trình:

$$\bullet \quad x^2 = x^3 - 3x^2 \Leftrightarrow x^2(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\bullet \quad x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\bullet \quad x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục  $Ox$  là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^3 - 3x^2)^2 dx + \pi \int_2^4 x^4 dx - \pi \int_3^4 (x^3 - 3x^2)^2 dx = \frac{5017\pi}{35}.$$

**Câu 49.** Cho số phức  $z$  thay đổi thỏa mãn  $|\sqrt{3}z + i| = 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = |z - 1| + |z + 1| + |z + \sqrt{3}i| \text{ là}$$

**A.**  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ .

**B.**  $\frac{16}{\sqrt{3}}$ .

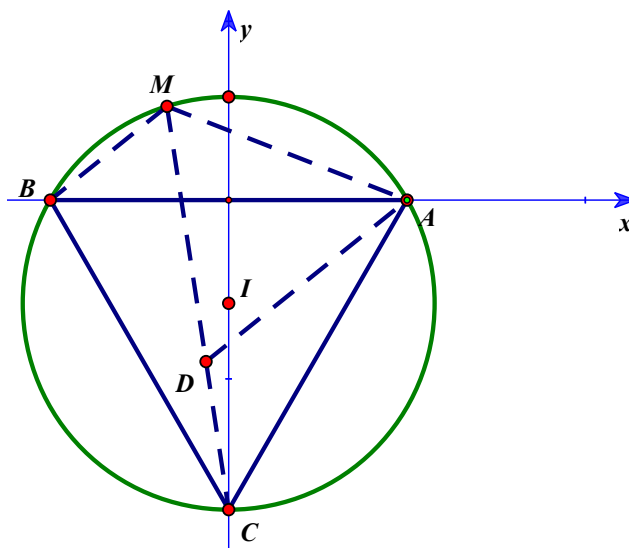
**C.**  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

**D.**  $\frac{8}{\sqrt{3}}$ .

Lời giải

GVSB: Lê Duy Hiền; GVPB: Lê Hồng Vân

**Chọn D**



+ Gọi  $M$  là điểm biểu diễn của  $z$  thì  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  có tâm  $I\left(0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ , bán kính

$$R = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

+ Gọi  $A(1; 0), B(-1; 0), C(0; -\sqrt{3})$ . Ta thấy  $A, B, C \in (C)$  và tam giác  $ABC$  đều.

+ Không mất tính tổng quát giả sử  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{AB}$ . Lấy  $D$  thuộc đoạn  $MC$  sao cho  $MD = MA$ . Ta có  $\widehat{AMD} = \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle MAD$  đều  $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACD \Rightarrow MB = DC$

+ Do đó :  $S = MA + MB + MC = 2MC$  lớn nhất khi  $MC$  lớn nhất hay  $MC$  là đường kính.

$$\text{Vậy } \max S = 4R = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = x^3 - (m+2)x^2 - (2m+13)x - m - 2$  có đồ thị  $(C_m)$ , đường thẳng  $d: y = mx + m + 8$  và điểm  $I(1; 4)$ . Tính tổng tất cả các giá trị của tham số  $m$ , biết rằng đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, C$  với  $A$  có hoành độ bằng  $-2$  và tam giác  $IBC$  cân tại  $I$ .

**A.**  $-12$ .

**B.**  $-6$ .

**C.**  $-4$ .

**D.**  $-10$ .

Lời giải

GVSB: Lê Duy Hiền; GVPB: Lê Hồng Vân:

**Chọn B**

+ Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(C_m)$  là:

$$x^3 - (m+2)x^2 - (2m+13)x - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = m+5 \end{cases}$$

+ Để đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thì  $\begin{cases} m \neq -7 \\ m \neq -6 \end{cases}$

+ Giả sử  $B(-1; 8), C(m+5; m^2+6m+8)$ . Đỉnh tam giác  $IBC$  cân tại  $I$

$$\text{thi } IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow 20 = (m+4)^2 + (m^2 + 6m + 4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -6(l) \\ m = -2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có ba giá trị của  $m$  thỏa mãn nên tổng các giá trị của  $m$  bằng  $-6$ .

**HẾT**