

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi
CHUẨN

Họ, tên thí sinh:.....Lớp:

Câu 1: Hàm số $y = -x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2: Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$

- A. $L = 0$. B. $L = 3$. C. $L = \frac{3}{5}$. D. $L = +\infty$.

Câu 3: Từ các điểm A, B, C, D, E không có ba điểm nào thẳng hàng. Ta có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của tam giác được lấy từ 5 điểm A, B, C, D, E .

- A. $C_5^3 = 10$. B. $A_5^3 = 60$. C. $P_5 = 120$. D. $P_3 = 6$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$.Tìm tọa độ vector $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(0; -27; 3)$. B. $(1; 2; -7)$. C. $(0; 27; 3)$. D. $(0; 27; -3)$.

Câu 5: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6: Tính nguyên hàm $I = \int (2^x + 3^x) dx$

- A. $I = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $I = \frac{\ln 2}{2^x} + \frac{\ln 3}{3^x} + C$. C. $I = \frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + C$. D.
 $I = -\frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + C$.

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 2}{2 - x}$ trên đoạn $[-2; 1]$.

A. $\max_{x \in [-2;1]} y = 1; \min_{x \in [-2;1]} y = 0.$

B. $\max_{x \in [-2;1]} y = 1; \min_{x \in [-2;1]} y = -2.$

C. $\max_{x \in [-2;1]} y = 0; \min_{x \in [-2;1]} y = -2.$

D. $\max_{x \in [-2;1]} y = 1; \min_{x \in [-2;1]} y = -1.$

Câu 8: Hàm số nào sau đây được gọi là hàm số lũy thừa ?

A. $y = x^{-3}.$

B. $y = 3^{-x}.$

C. $y = e^x.$

D. $y = \ln x.$

Câu 9: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx.$

B. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$

C. $\int f'(x)dx = f(x) + C.$

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx.$

Câu 10: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. $y = \sin \sqrt{x}.$

B. $y = \tan 2x.$

C. $y = \cos 2x.$

D. $y = \cot(x+1).$

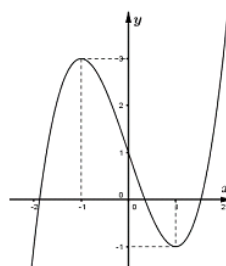
Câu 11: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ ?

A. $y = x^3 - 3x + 1.$

B. $y = -x^3 - 3x + 1.$

C. $y = x^3 + 3x + 1.$

D. $y = -x^3 + 3x + 1.$



Câu 12: Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $a.$

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}.$

Câu 13: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x.$

A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}.$

B. $y' = \frac{1}{x}.$

C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}.$

D. $y' = 3^x \ln 3.$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(-1;1;0), \vec{b}(1;1;0), \vec{c}(1;1;1).$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$

D. $\vec{c} \perp \vec{b}$

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - 6.$ Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 4$ là bao nhiêu?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Xác định a và b để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

- A. $a=2; b=-2$. B. $a=-1; b=-2$. C. $a=2; b=2$. D. $a=1; b=2$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+1}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in [-1; 1]$.
C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in (-1; 1)$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2-8)x + 2$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

- A. $m = -9$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

- A. $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$. B. $y' = \frac{2}{3}x$. C. $y' = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$. D. $y' = \frac{2}{3x^3}$.

Câu 20: Đồ thị hàm số nào sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

- A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = -x^3 - 2x^2 + x - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
C. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Câu 22: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$. Tính số đo của góc B .

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

Câu 23: Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

- A. 13. B. 14. C. 15. D. 16.

Câu 24: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{6}a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $2\sqrt{6}a^3$. B. $6\sqrt{3}a^3$. C. $\sqrt{6}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 25: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi (không phải hình vuông). Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. Bốn mặt bên của hình lăng trụ đã cho là các hình chữ nhật bằng nhau.
 B. Hình lăng trụ đã cho có 5 mặt phẳng đối xứng.
 C. Trung điểm của đường chéo AC' là tâm đối xứng của hình lăng trụ.
 D. Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB' \cdot S_{A'B'C'D'}$.

Câu 26: Một hộp có 3 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh, lấy ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi đỏ và 2 bi xanh?

- A. $\frac{12}{35}$. B. $\frac{7}{440}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{4}{35}$.

Câu 27: Viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ của biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$.

- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

- A. 60° B. 75° C. 45° D. 30°

Câu 29: Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$

- A. $T = [-2; 1]$ B. $T = [-1; 1]$
 C. $T = (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ D. $T = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 30: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB .

- A. $AB = 3$. B. $AB = 2\sqrt{2}$. C. $AB = 2$. D. $AB = 1$.

Câu 31: Tìm $H = \int \sqrt[4]{2x-1} dx$.

- A. $H = \frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$. B. $H = (2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$. C. $H = \frac{1}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$. D.
 $H = \frac{8}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$.

Câu 32: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 6t^2 - t^3 - 9t + 1$, s tính theo mét, t tính theo giây. Trong 5 giây đầu tiên, hãy tìm t mà tại đó vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất?

- A. $t = 1$. B. $t = 2$. C. $t = 3$. D. $t = 4$.

Câu 33: Cho $\log_{a^2+1} 27 = b^2 + 1$. Hãy tính giá trị của biểu thức $I = \log_{\sqrt{3}} \sqrt[6]{a^2 + 1}$ theo b .

- A. $\frac{1}{b^2 + 1}$. B. $\frac{3}{b^2 + 1}$. C. $\frac{4}{3(b^2 + 1)}$. D. $\frac{1}{36(b^2 + 1)}$.

Câu 34: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $\max_{[-1;1]} f(x) = e$. B. $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$. C. $\max_{[-1;1]} f(x) = 2e$. D. $\max_{[-1;1]} f(x) = \frac{1}{e}$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác OAB vuông tại O , với O là gốc tọa độ.

- A. $m = \frac{2}{3}$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Câu 36: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 37: Hàm số $F(x) = \frac{1}{4} \ln^4 x + C$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây:

- A. $f(x) = \frac{\ln^3 x}{x}$. B. $f(x) = \frac{1}{x \ln^3 x}$. C. $f(x) = \frac{x}{\ln^3 x}$. D. $f(x) = \frac{x \ln^3 x}{3}$.

Câu 38: Biết đường thẳng $y = x$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ tại điểm $M(1; 1)$. Tìm các số thực b, c .

A. $b = 1, c = 1$.

B. $b = 1, c = -1$.

C. $b = -1, c = 1$.

D. $b = -1, c = -1$.

Câu 39: Tìm nguyên hàm $J = \int (x+1)e^{3x} dx$.

A. $J = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + C$

B. $J = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

C. $J = (x+1)e^{3x} - \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

D. $J = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} + \frac{1}{9}e^{3x} + C$.

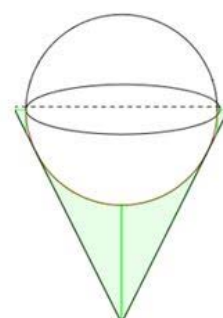
Câu 40: Một bình đựng đầy nước có dạng hình nón (không có đáy). Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi(dm^3)$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình dưới đây). Tính thể tích nước còn lại trong bình.

A. $12\pi(dm^3)$.

B. $4\pi(dm^3)$.

C. $6\pi(dm^3)$.

D. $24\pi(dm^3)$.



Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; +\infty)$, liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'			+	0	-
y				0	-
				-1	
				-2	-3

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (0; 2)$ và $x_2 \in (2; +\infty)$.

A. $(-2; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-3; -1)$.

Câu 42: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và biết tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$

A. $S = \frac{9}{246}$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = 123$. D. $S = \frac{49}{246}$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;1)$, $B(0;2;3)$, $C(2;1;0)$. Độ dài đường cao của tam giác kẻ từ C là:

A. $\sqrt{26}$ B. $\frac{\sqrt{26}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{26}}{3}$ D. 26

Câu 44: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi(m^3)$. Tìm bán kính r của đáy bồn sao cho bồn được làm ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $r = 0,8m$. B. $r = 1,2m$. C. $r = 2m$. D. $r = 2,4m$.

Câu 45: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thỏa mãn $\sin \alpha + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sqrt{2}$. Tính $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{9-4\sqrt{2}}{7}$. B. $\frac{9+4\sqrt{2}}{7}$. C. $\frac{-9+4\sqrt{2}}{7}$. D. $-\frac{9+4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (3m-1)x + 6m$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20$.

A. $m = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{3}$. B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$. C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$. D. $m = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$.

Câu 47: Cho chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD , H là giao điểm của CN và DM , $SH \perp (ABCD)$, $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC .

A. $\frac{a\sqrt{13}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{12}}{\sqrt{19}}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.

Câu 48: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $AB = 5a; BC = 6a; CA = 7a$. Các mặt bên (SAB) và $(SBC), (SCA)$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3 8\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $8\sqrt{3}a^3$. D. $4\sqrt{3}a^3$.

Câu 49: Tìm hệ số chứa x^{10} trong khai triển $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{3n}$ với n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$.

A. $2^5 C_{19}^{10}$. B. $2^5 C_{19}^{10} x^{10}$. C. $2^9 C_{19}^{10}$. D. $2^9 C_{19}^{10} x^{10}$.

Câu 50: Cho phương trình $\left(\sqrt{5}+1\right)^x+2m\left(\sqrt{5}-1\right)^x=2^x$. Tìm m để phương trình có 1 nghiệm duy nhất.

A. $m \leq 0; m = \frac{1}{8}$.

B. $m < 0; m = \frac{1}{8}$.

C. $0 < m \leq \frac{1}{8}$.

D. $m < 0$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ CHUẨN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	A	A	A	A	D	A	A	C	A	A	A	D	C	D	D	B	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	B	D	B	C	A	C	A	D	A	B	A	A	A	C	A	C	A	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
B	D	C	C	D	B	B	C	A	A										

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đáp án B

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 6x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

X	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	$-\frac{5}{16}$	$-\infty$	

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 2. Chọn đáp án C.

Câu 3. Chọn đáp án A

Câu 4. Chọn A

$$\text{Có } \vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c} = (2; -5; 3) - 4(0; 2; -1) - 2(1; 7; 2) = (2; -5; 3) - (0; 8; -4) - (2; 14; 4)$$

$$= (2 - 0 - 2; -5 - 8 - 14; 3 + 4 - 4) = (0; -27; 3). \text{ Vậy } \vec{d} = (0; -27; 3).$$

Câu 5. Đáp án A

$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Hàm số luôn đồng biến trên tập xác định nên không có cực trị.

Câu 6: Chọn A.
$$I = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$

Câu 7. Đáp án D

$$y' = \frac{(4x+1)(2-x) + (2x^2+x-2)}{(2-x)^2} = \frac{-2x^2+8x}{(2-x)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 4 \notin [-2; 1] \end{cases}$$

$$f(-2) = 1, f(0) = -1, f(1) = 1 \Rightarrow \max_{[-2; 1]} f(x) = 1, \min_{[-2; 1]} f(x) = -1$$

Câu 8: Chọn A. Hàm số lũy thừa là hàm số có dạng $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Chọn A.

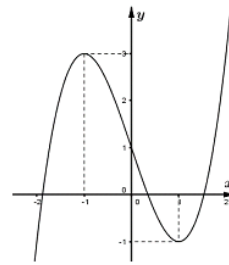
Câu 10: Đáp án C

Hướng dẫn giải: $y = \cos 2x$ luôn xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 11. Đáp án A

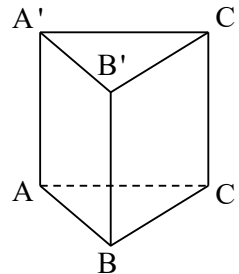
- Đồ thị hướng lên nên chỉ có A, C thỏa.

- Đi qua $(1; -1); (-1; 3)$ chỉ có A thỏa.



Câu 12. Chọn A

$$\begin{cases} h = a \\ S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = h.S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$



Câu 13: Chọn A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 14. Chọn D

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0} = \sqrt{2}. \quad |\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}. \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}.$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2.$$

Câu 15. Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\frac{4}{5}x^5 - 6 \right)' = 4x^4. \text{ Suy ra } f'(x) = 4 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Câu 16. Đáp án D

Tiệm cận đứng $x = \frac{2}{b} = 1 \Rightarrow b = 2$

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$

Câu 17. Đáp án D

$$y = \frac{x+m^2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{1-m^2}{(x+1)^2} \Rightarrow y' > 0 \text{ (đồng biến)} \Leftrightarrow -1 < m < 1$$

Câu 18. Đáp án B

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2-8)x + 2$

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 4(2m-1)x - m^2 + 8$

$f''(x) = -6x + 4(2m-1)$

$x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f''(-1) > 0 \end{cases}$

$f'(-1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 8m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -9 \end{cases}$

Với $m = 1$ ta có $f''(-1) > 0$

Với $m = -9$ ta có $f''(-1) < 0$

Vậy $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số $f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2-8)x + 2$ khi và chỉ khi $m = 1$

Câu 19: Chọn A. $y' = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}.$

Câu 20. Đáp án C

- Đồ thị hàm số luôn nằm dưới trục hoành khi và chỉ khi $y = f(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$

- Hàm số bậc ba bất kì luôn nhận được mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$ nên ta có thể loại ngay hàm này, tức là đáp án B sai. Tiếp tục trong ba đáp án còn lại, ta có thể loại ngay đáp án A vì hàm bậc 4 có hệ số bậc cao nhất x^4 là 1 nên hàm này có thể nhận giá trị $+\infty$. Trong hai đáp án C và D ta cần làm rõ:

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 < 0$

D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1 = -(x^2 + 2)^2 + 5 > 0$. Thấy ngay tại $x = 0$ thì $y = 10$ nên loại ngay đáp án này.

Câu 21. Chọn B.

Câu **B** sai vì : Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau, chéo nhau.

Câu 22. Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; -4) \Rightarrow AB = 5$;

$\overrightarrow{AC} = (4; 0; -3) \Rightarrow AC = 5; \overrightarrow{BC} = (7; 0; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{50} \Rightarrow AB = AC; BC^2 = AB^2 + AC^2$. Vậy ΔABC

vuông cân tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$

Câu 23. Chọn B.

Gọi số học sinh nữ của lớp là n ($n \in \mathbb{N}^*, n \leq 28$).

Suy ra số học sinh nam là $30 - n$.

Không gian mẫu là chọn bất kì 3 học sinh từ 30 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ".

- Chọn 2 nam trong $30 - n$ nam, có C_{30-n}^2 cách.
- Chọn 1 nữ trong n nữ, có C_n^1 cách.

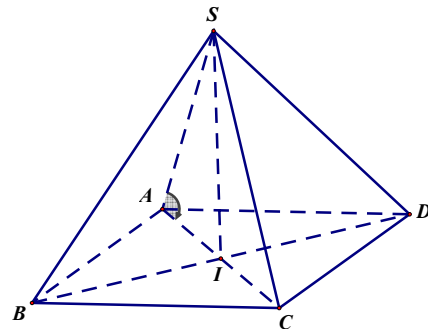
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{30-n}^2 \cdot C_n^1$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{30-n}^2 \cdot C_n^1}{C_{30}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = \frac{12}{29} \Leftrightarrow \frac{C_{30-n}^2 \cdot C_n^1}{C_{30}^3} = \frac{12}{29} \longrightarrow n = 14$.

Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh.

Câu 24. Chọn D



Gọi SI là đường cao hình chóp

$S.ABCD, \left(SA, (ABCD) \right) = \widehat{SAI} = 45^\circ$

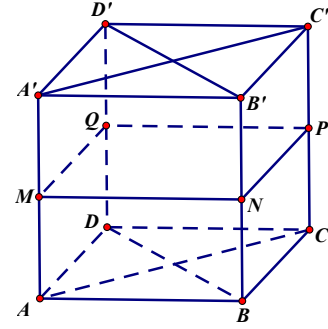
Khi đó tam giác SIA vuông cân tại I

$$SI = IA = \frac{AC}{2} = a\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.6a^2 = 2a^3\sqrt{3}$$

Câu 25. Chọn B

Hình lăng trụ đã cho gồm có 3 mặt phẳng đối xứng là $(ACC'A')$, $(BDD'B')$ và $(MNPQ)$ với M, N, P, Q tương ứng là trung điểm AA', BB', CC', DD' .



Câu 26. Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{10}^4 = 210$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = C_3^2.C_7^2 = 63$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{3}{10}$.

Câu 27: Chọn A.

$$P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}\right]^2} \cdot \frac{2}{3}}} = \sqrt[18]{\left(\frac{2}{3}\right)^9} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{9}{18}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Câu 28. Chọn C.

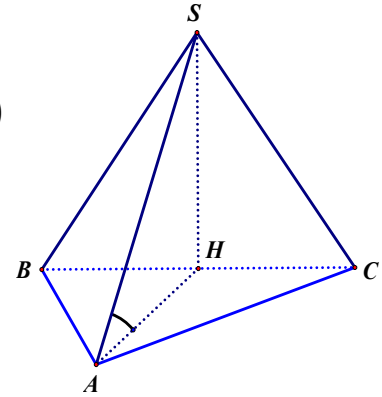
Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nên $SH \perp (ABC)$

Vậy AH là hình chiếu của SH lên mp (ABC)

$$\Rightarrow (SA; (ABC)) = (SA; AH) = \widehat{SAH}$$

Ta có: $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AH$

Mà: $\triangle ABC = \triangle SBC \Rightarrow SH = AH$. Vậy tam giác SAH vuông cân tại $H \Rightarrow \widehat{SAH} = 45^\circ$



Câu 29: Đáp án A

Hướng dẫn giải:

Ta có $\sin x + \cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tập giá trị của hàm số là tập hợp các giá trị của y để phương trình

$$(y-1).\sin x + (y-2)\cos x = (1-2y) \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow (1-y)^2 + (y-2)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow y \in [-2;1]$$

Câu 30. Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow (x-1)^3 = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Khi đó tọa độ các giao điểm là: $A(1;-1), B(2;-1) \Rightarrow \overline{AB} = (1;0)$. Vậy $AB = 1$

Câu 31: Chọn A.

$$\begin{aligned} \int \sqrt[4]{2x-1} dx &= \int (2x-1)^{\frac{1}{4}} dx \\ &= \frac{2}{5} (2x-1)^{\frac{5}{4}} + C \end{aligned}$$

Câu 32: Chọn đáp án B.

$$v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2 - 9, v'(t) = -6t + 12, v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Lập bảng biến thiên ta có:

t	0	2	5	
$v'(t)$	+	0	-	
$v(t)$		3		

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{t \in (0;5)} v(t) = v(2) = 3$

Câu 33: Chọn A.

$$\log_{\sqrt{3}} \sqrt[6]{a^2+1} = \frac{\log_{a^2+1} \sqrt[6]{a^2+1}}{\log_{a^2+1} \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2} \log_{a^2+1} 3} = \frac{1}{3 \log_{a^2+1} 3} = \frac{1}{\log_{a^2+1} 27} = \frac{1}{b^2+1}.$$

Câu 34: Chọn A

Trên đoạn $[-1;1]$, ta có: $f'(x) = xe^x(x+2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$ (loại).

$$\text{Ta có: } f(-1) = \frac{1}{e}; f(0) = 0; f(1) = e$$

Suy ra: $\max_{[-1;1]} f(x) = e$

Câu 35. Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C): $\frac{2x+1}{x+1} = x+m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ g(x) = x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 1 \end{cases}$$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; x_1+m); B(x_2; x_2+m)$

Áp dụng định lý Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

Theo giả thiết tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x_1 x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0 \Leftrightarrow 2(m-1) + m(1-m) + m^2 = 0 \Leftrightarrow 3m = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$$

Câu 36. Đáp án C

Chú ý hàm số luôn xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{|x|+1} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là TCN

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{|x|+1} = 1 \text{ suy ra } y = 1 \text{ là TCN.}$$

Câu 37: Chọn A .

$$F'(x) = \frac{1}{4} \cdot 4 \ln^3 x \cdot (\ln x)' = \frac{\ln^3 x}{x} = f(x)$$

Câu 38. Đáp án C

Thấy rằng $M(1;1)$ là điểm thuộc đường thẳng $y = x$

Đường thẳng $y = x$ là tiếp tuyến của parabol $y = x^2 + bx + c$ tại điểm $M(1;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} M \in (P) \\ y'(1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + b + c = 1 \\ 2 \cdot 1 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ c = 1 \end{cases}. \text{ Vậy cặp } (b; c) = (-1; 1)$$

Câu 39: Chọn A .

$$\begin{cases} u = x + 1 \\ dv = e^{3x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{3} \int e^{3x} dx = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + C.$$

Câu 40. Chọn C

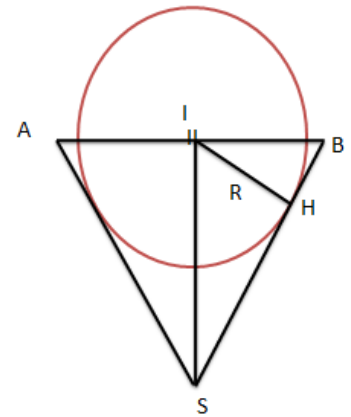
+)Ta có $IS = 2R, IH = R$

+)Thể tích nước tràn ra là nửa thể tích mặt cầu

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 18\pi \Rightarrow R = 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{IS^2} = \frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \Rightarrow IB = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{\text{còn}} = \frac{1}{3} \cdot \pi IB^2 \cdot IS = 24\pi \Rightarrow \text{Thể tích còn lại là } 6\pi (dm^3)$$



Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; +\infty)$, liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'			+	0	-
y					
				0	-1
				-2	-3

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (0; 2)$ và $x_2 \in (2; +\infty)$.

A. $(-2; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-3; -1)$.

Đáp án B

Dựa vào bảng biến thiên

Câu 42: Chọn đáp án D.

Gọi d là công sai của cấp số đã cho

$$\text{Ta có: } S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5S &= \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246} \\ \Rightarrow S &= \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Câu 43. Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 2), \overrightarrow{AC} = (1; 1; -1)$. Độ dài đường cao kẻ từ C của tam giác ABC là:

$$d(C, AB) = \frac{|\overrightarrow{[AB, AC]}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{\sqrt{26}}{3}.$$

Câu 44. Đáp án C

$$\text{Ta có: } V = \pi r^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{16}{r^2}$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ là: } S(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{32\pi}{r}, (r > 0)$$

$$\text{Khi đó: } S'(r) = 4\pi r - \frac{32\pi}{r^2}, \text{ cho } S'(r) = 0 \Leftrightarrow r = 2$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $r = 2$ (m)

Câu 45. Chọn đáp án D

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin \alpha = \sqrt{2} - \sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 2 \Leftrightarrow 3 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 1 (l) \\ \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Ta có $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = -\frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 46. Đáp án B

PT hoành độ: $x^3 - 3mx^2 + (3m-1)x + 6m = 0 \Leftrightarrow (x+1)[x^2 - (3m+1)x + 6m] = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 = x_3 \\ x^2 - (3m+1)x + 6m = 0 (*) \end{cases}$$

(*) có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 18m + 1 > 0 \\ 9m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3-2\sqrt{2}}{3}; m > \frac{3+2\sqrt{2}}{3} \\ m \neq -\frac{2}{9} \end{cases}$

Gt $\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 19 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 19 \Rightarrow (3m+1)^2 - 18m = 19$.

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 12m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

Câu 47. Chọn B.

- Kẻ $HK \perp SC (K \in SC)$

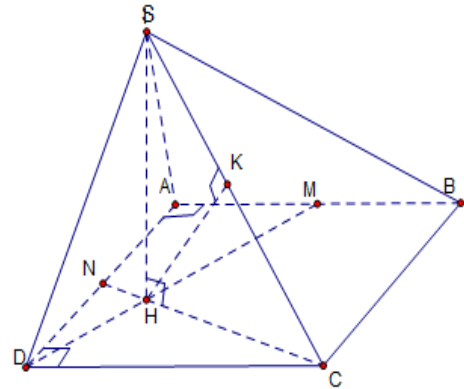
- Dễ chứng minh được CN vuông góc với DM, vì:

$$\widehat{DCN} + \widehat{DNC} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{ADM} + \widehat{DNC} = 90^\circ$$

$$(do: \widehat{ADM} = \widehat{DCN}) \Leftrightarrow \widehat{NHC} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} DM \perp CN \\ DM \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow DM \perp (SHC)$$

$$\Rightarrow DM \perp HK$$



Vậy: $DM \perp HK; SC \perp HK \Rightarrow d(DM; SC) = HK$

Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{SH^2}$, Mặt khác: tam giác DNC vuông tại D và DH là đường cao nên ta có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DN^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow DH^2 = \frac{a^2}{5}$$

$$\text{Ta có: } HC^2 = DC^2 - DH^2 \Rightarrow HC^2 = a^2 - \frac{a^2}{5} \Rightarrow HK = a\sqrt{\frac{12}{19}}$$

Câu 48. Chọn C

Hạ $SH \perp (ABC)$,

kẻ

$HE \perp AB, HF \perp BC, HJ \perp AC \Rightarrow SE \perp AB, SF \perp BC, SJ \perp AC$.

Ta có $\widehat{SEH} = \widehat{SFH} = \widehat{SJH} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SEH = \triangle SFH = \triangle SJH$

nên $HE = HF = HJ = r$

(r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$)

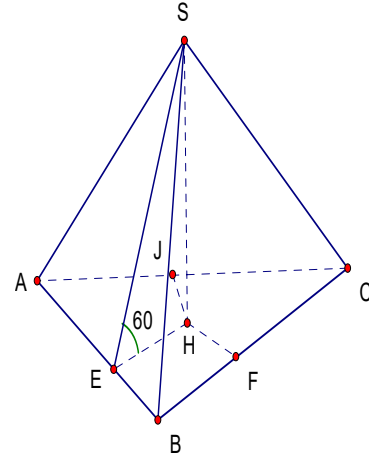
Ta có $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

với $p = \frac{a+b+c}{2} = 9a \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2a^2} = 6a^2\sqrt{6}$

Mặt khác $S_{ABC} = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$

Tam giác vuông SEH có $SH = r \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{2}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6a^2\sqrt{6} \cdot 2a\sqrt{2} = 8a^3\sqrt{3}$

**Câu 49. Chọn đáp án A.**

Từ phương trình $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n \longrightarrow n = 5$.

Với $n = 5$, ta có $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{3n} = \frac{1}{16}(x+2)^4 (x+2)^{15} = \frac{1}{16}(x+2)^{19}$.

Theo khai triển nhị thức Niu-ton, ta có $f(x) = \frac{1}{16}(x+2)^{19} = \frac{1}{16} \sum_{k=0}^{19} C_{19}^k \cdot 2^k \cdot x^{19-k}$.

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển tương ứng với $19-k=10 \Leftrightarrow k=9$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển là $\frac{1}{16} C_{19}^9 2^9 = 2^5 C_{19}^9 = 2^5 C_{19}^{10}$.

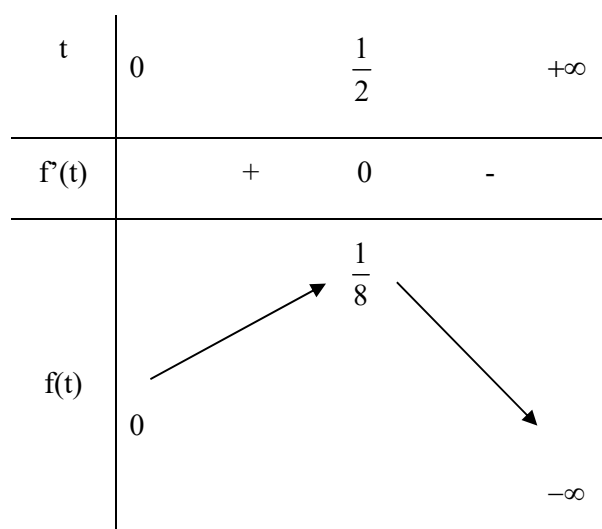
Câu 50: Chọn A

$pt \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x + 2m \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = 1$. Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x, (t > 0)$

Ta được: $t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow -\frac{t^2}{2} + \frac{t}{2} = m$

Xét hàm số $f(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{t}{2}$ trên $(0; +\infty) \Rightarrow f'(t) = -t + \frac{1}{2}$

BBT



$$yctb \Leftrightarrow m \leq 0 ; m = \frac{1}{8}$$