

ĐỀ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2016

Môn: TOÁN ; Khối 12

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 1 – THANH HÓA

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$.

b) Giải bất phương trình $\log_2(2x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \leq 1$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức Niu - ton của biểu thức $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^n$, $x > 0$. Trong đó n là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^2 - 2C_n^1 = 180$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có A(1; 1; 1), B(1; 2; 1), C(1; 1; 2) và A'(2; 2; 1). Tìm tọa độ các đỉnh B', C' và viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, A'.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos 2\alpha$

b) Đội dự tuyển học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán của một trường phổ thông có 4 học sinh nam khối 12, 2 học sinh nữ khối 12 và 2 học sinh nam khối 11. Để thành lập đội tuyển dự thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán cấp tỉnh nhà trường cần chọn 5 em từ 8 em học sinh trên. Tính xác suất để trong 5 em được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ, có cả học sinh khối 11 và học sinh khối 12.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt đáy (ABCD), đáy ABCD là hình chữ nhật có AD = 3a, AC = 5a, góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (ABCD) bằng 45^0 . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC).

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A, B và AD = 2BC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường chéo BD và E là trung điểm của đoạn HD. Giả sử $H(-1; 3)$, phương trình đường thẳng AE: $4x + y + 3 = 0$ và $C\left(\frac{5}{2}; 4\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B và D của hình thang ABCD.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $\sqrt{x+1} \geq \frac{x^2 - x - 2\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}$ trên tập hợp số thực.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a^2b^2 + c^2b^2 + 1 \leq 3b$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4b^2}{(1+2b)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$

----- HẾT -----

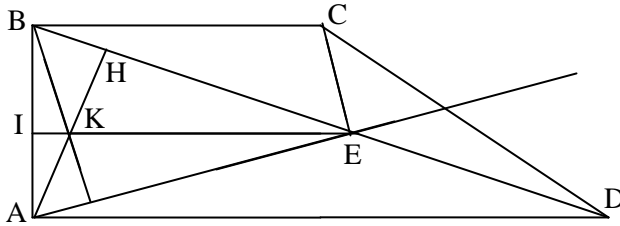
Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Chữ kí giám thị 1: Chữ kí giám thị 2:

Câu	Đáp án	Điểm																							
1	Khảo sát sự biến thiên...	1,0																							
	- TXĐ: $D = \mathbb{R}$																								
	- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(1 - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) = +\infty$	0,25																							
	- Sự biến thiên: +) Ta có: $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$ +) Bảng biến thiên																								
	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">- 1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	- 1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	+	y	$+\infty$		0	1	0						$+\infty$
x	$-\infty$	- 1	0	1	$+\infty$																				
y'	-	0	+	0	+																				
y	$+\infty$		0	1	0																				
					$+\infty$																				
Suy ra: * Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$ và hàm đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$. * Cực trị: $x_{CB} = 0, y_{CB} = 1$ $x_{CT} = \pm 1, y_{CT} = 0$	0,25																								
- Đồ thị:																									
- NX: Đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng																									
0,25																									
2	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất...	1,0																							
	- Ta có $f(x)$ liên tục và xác định trên đoạn $[2; 5]$; $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$	0,25																							
	- Với $x \in [2; 5]$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$	0,25																							
	- Ta có: $f(2) = 3, f(3) = 2, f(5) = 3$	0,25																							
	- Do đó: $\underset{[2;5]}{\text{Max}} f(x) = 3 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 5, \quad \underset{[2;5]}{\text{min}} f(x) = 2 \Leftrightarrow x = 3$	0,25																							
3	a) - Ta có phương trình $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$	0,25																							

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ <p>- KL: Phương trình có ba họ nghiệm...</p>	0,25
	<p>b)- ĐK: $x > 2$</p> <p>- Khi đó bất phương trình có dạng: $\log_2(2x-1) + \log_2(x-2) \leq 1$</p> $\Leftrightarrow \log_2[(2x-1)(x-2)] \leq 1$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 5x \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$	0,25
	- Kết hợp điều kiện ta có: $x \in \left(2; \frac{5}{2}\right]$	0,25
4	Tìm số hạng chứa...	1,0
	- ĐK: $n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$	
	- Khi đó: $A_n^2 - 2C_n^1 = 180 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -12 \end{cases} \xrightarrow{DK} n = 15$	0,25
	- Khi $n = 15$ ta có: $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-1)^k 2^k x^{\frac{15-3k}{2}}$	0,25
	Mà theo bài ra ta có: $\frac{15-3k}{2} = 3 \Leftrightarrow k = 3$	0,25
	Do đó số hạng chứa x^3 trong khai triển trên là: $C_{15}^3 (-1)^3 2^3 x^3 = -3640x^3$	0,25
5	Tìm tọa độ điểm và...	1,0
	- Do ABC.A'B'C' là hình lăng trụ nên $\overline{BB'} = \overline{AA'} \Rightarrow B'(2;3;1)$	0,25
	Tương tự: $\overline{CC'} = \overline{AA'} \Rightarrow C'(2;2;2)$	0,25
	- Gọi phương trình mặt cầu (S) cần tìm dạng	
	$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0, a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$	
	Do A, B, C và A' thuộc mặt cầu (S) nên:	
	$\begin{cases} 2a + 2b + 2c + d = -3 \\ 2a + 4b + 2c + d = -6 \\ 2a + 2b + 4c + d = -6 \\ 4a + 4b + 2c + d = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c = -\frac{3}{2} \\ d = 6 \end{cases}$	0,25
	- Do đó phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0$	0,25
6	a) Ta có: $P = \frac{1 + \cos \alpha}{2} - (2 \cos^2 \alpha - 1)$	0,25
	$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{5}\right) - \left(2 \cdot \frac{9}{25} - 1\right) = \frac{27}{25}$	0,25
	b)- Số cách chọn 5 em học sinh từ 8 học sinh trên là $C_8^5 = 56$ cách	
	- Để chọn 5 em thỏa mãn bài ra, ta xét các trường hợp sau	
	+ 1 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 3 nam khối 12 có: $C_2^1 C_2^1 C_4^3$ cách	
	+ 1 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^1 C_2^2 C_4^2$ cách	0,25
	+ 2 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^2 C_2^1 C_4^2$ cách	
	+ 2 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 1 nam khối 12 có: $C_2^2 C_2^2 C_4^1$ cách	

	<p>Số cách chọn 5 em thỏa mãn bài ra là:</p> $C_2^1 C_2^1 C_4^3 + C_2^1 C_2^2 C_4^2 + C_2^2 C_2^1 C_4^2 + C_2^2 C_2^2 C_4^1 = 44 \text{ cách}$ <p>- Vậy xác suất cần tính là: $\frac{44}{56} = \frac{11}{14}$</p>	0,25
7	Tính thể tích và...	1,0
	- Tính thể tích	0,25
	+ Ta có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 4a$	
	+ Mà $((SCD), (ABCD)) = SDA = 45^\circ$ nên $SA = AD = 3a$	
	Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 12a^3$ (đvtt)	0,25
- Tính góc...	0,25	
+ Dụng điểm K sao cho $\overline{SK} = \overline{AD}$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên CK, khi đó: $DK \perp (SBC)$. Do đó: $(SD, (SBC)) = DSH$		
+ Mặt khác $DH = \frac{DC \cdot DK}{KC} = \frac{12a}{5}$, $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = 3a\sqrt{2}$	0,25	
$SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \frac{3a\sqrt{34}}{5}$	0,25	
Do đó: $(SD, (SBC)) = DSH = \arccos \frac{SH}{SD} = \arccos \frac{\sqrt{17}}{5} \approx 34^\circ 27'$		
8	Tìm tọa độ các đỉnh...	1,0
		
	- Qua E dựng đường thẳng song song với AD cắt AH tại K và cắt AB tại I Suy ra: +) K là trực tâm của tam giác ABE, nên $BK \perp AE$.	0,25
	+ K là trung điểm của AH nên $KE \parallel \frac{1}{2} AD$ hay $KE \parallel BC$	
	Do đó: $CE \perp AE \Rightarrow CE: 2x - 8y + 27 = 0$ Mà $E = AE \cap CE \Rightarrow E\left(-\frac{3}{2}; 3\right)$, mặt khác E là trung điểm của HD nên $D(-2; 3)$	0,25
- Khi đó BD: $y - 3 = 0$, suy ra AH: $x + 1 = 0$ nên $A(-1; 1)$.	0,25	
- Suy ra AB: $x - 2y + 3 = 0$. Do đó: $B(3; 3)$. KL: $A(-1; 1)$, $B(3; 3)$ và $D(-2; 3)$	0,25	
9	Giải bất phương trình...	1,0
	- ĐK: $x \geq -1, x \neq 13$	
	- Khi đó: $\sqrt{x+1} \geq \frac{x^2 - x - 2\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{2x+1} - 3} \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + 2 \geq \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 \geq \frac{(x+2)(\sqrt{x+1} - 2)}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}, (*)$	
- Nếu $\sqrt[3]{2x+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 13$ (1)		
thì $(*) \Leftrightarrow (2x+1) + \sqrt[3]{2x+1} \geq (x+1)\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$		

	<p>Do hàm $f(t) = t^3 + t$ là hàm đồng biến trên \mathbb{R}, mà (*):</p> $f(\sqrt[3]{2x+1}) \geq f(\sqrt{x+1}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+1} \geq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x \leq 0$ <p>Suy ra: $x \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[0; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right] \xrightarrow{DK(1)} \text{VN}$</p>	0,25
	<p>- Nếu $\sqrt[3]{2x+1} - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 \leq x < 13$ (2)</p> <p>thì (2*) $\Leftrightarrow (2x+1) + \sqrt[3]{2x+1} \leq (x+1)\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$</p> <p>Do hàm $f(t) = t^3 + t$ là hàm đồng biến trên \mathbb{R}, mà (2*):</p> $f(\sqrt[3]{2x+1}) \leq f(\sqrt{x+1}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+1} \leq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} < x < 13 \\ (2x+1)^2 \leq (x+1)^3 \end{cases}$	0,25
	<p>Suy ra: $x \in [-1; 0] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right) \xrightarrow{DK(2)} x \in [-1; 0] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 13\right)$</p> <p>-KL: $x \in [-1; 0] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 13\right)$</p>	0,25
10	Tìm giá trị nhỏ nhất...	1,0
	<p>- Ta có: $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4b^2}{(1+2b)^2} + \frac{8}{(c+3)^2} = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2b}+1\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$</p> <p>- Đặt $d = \frac{1}{b}$, khi đó ta có: $a^2b^2 + c^2b^2 + 1 \leq 3b$ trở thành $a^2 + c^2 + d^2 \leq 3d$</p>	0,25
	<p>Mặt khác: $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{d}{2}+1\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2} \geq \frac{8}{\left(a+\frac{d}{2}+2\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$</p> $\geq \frac{64}{\left(a+\frac{d}{2}+c+5\right)^2} = \frac{256}{(2a+d+2c+10)^2}$	0,25
	<p>- Mà: $2a+4d+2c \leq a^2+1+d^2+4+c^2+1 = a^2+d^2+c^2+6 \leq 3d+6$</p> <p>Suy ra: $2a+d+2c \leq 6$</p>	0,25
	<p>- Do đó: $P \geq 1$ nên GTNN của P bằng 1 khi $a=1, c=1, b=\frac{1}{2}$</p>	0,25

Chú ý: Nếu học sinh làm cách khác đáp án mà đúng thì căn cứ thang điểm để cho điểm phần đó.

