

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2			$+\infty$
		1			1		

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

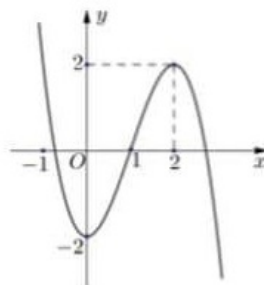
A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Câu 3. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r , chiều cao h bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $\pi r^2 h$.

D. $2\pi r h$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 20.

B. 0.

C. 4.

D. -16.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{4}$?

A. $M(1; 2; 5)$.

B. $N(1; -2; 5)$.

C. $Q(-1; 2; -5)$.

D. $P(2; 3; 4)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và $BC = a$ (minh họa hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

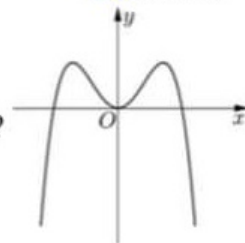
Câu 8. Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

- A. 45π . B. 15π . C. 60π . D. 180π .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; 2; 3)$. B. $(1; -2; -3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^3 - 2x^2$.
C. $y = -x^3 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = 12$ và $u_5 = 9$. Giá trị công sai d của cấp số cộng đó là

- A. $d = \frac{4}{3}$. B. $d = 3$. C. $d = \frac{3}{4}$. D. $d = -3$.

Câu 12. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^3$. B. $a^4 = b$. C. $a = b^4$. D. $a^3 = b$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó

$\int_2^3 f'(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 10. C. -3. D. 7.

Câu 14. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A. $2 \sin 2x + C$. B. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $-2 \sin 2x + C$.

Câu 15. Bất phương trình $3^{x^2+1} > 3^{2x+1}$ có tập nghiệm là

- A. $S = (0; 2)$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (-2; 0)$.

Câu 16. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{4x-3}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $2 \ln(4x-3) + C$. B. $\frac{1}{2} \ln(4x-3) + C$. C. $\frac{1}{4} \ln(4x-3) + C$. D. $4 \ln(4x-3) + C$.

Câu 17. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. $2\pi R$.

B. πR^2 .

C. $4\pi R^2$.

D. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3(1; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_4(2; -1; 3)$.

C. $\vec{n}_2(2; 1; -1)$.

D. $\vec{n}_1(2; 1; 3)$.

Câu 19. Trên giá sách có 8 quyển sách Văn và 10 quyển sách Toán, các quyển này đôi một phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 quyển sách trên giá?

A. 80.

B. 10.

C. 8.

D. 18.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vector $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là

A. $(-1; 2; -3)$.

B. $(-3; 2; -1)$.

C. $(2; -1; -3)$.

D. $(2; -3; -1)$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 1) = 3$ là

A. $x = \frac{7}{3}$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = \frac{10}{3}$.

Câu 22. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $x = 3$.

B. $x = -2$.

C. $x = 4$.

D. $x = -1$.

Câu 23. Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau thời gian 10 năm nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức nào dưới đây?

A. $10^8 \cdot (1 + 0,7)^{10}$ (đồng).

B. $10^8 \cdot (1 + 0,07)^{10}$ (đồng).

C. $10^8 \cdot 0,07^{10}$ (đồng).

D. $10^8 \cdot (1 + 0,007)^{10}$ (đồng).

Câu 24. Môđun của số phức $2 + i$ là

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 5.

Câu 25. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

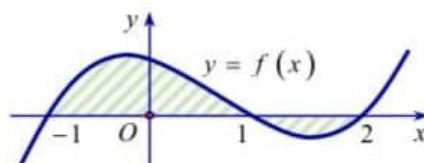
A. $\frac{1}{3} \log_2 a$.

B. $3 + \log_2 a$.

C. $3 \log_2 a$.

D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

Câu 26. Gọi S là diện tích miền hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây, với $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.



Công thức tính S là

$$\text{A. } S = -\int_{-1}^2 f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \left| \int_{-1}^2 f(x) dx \right|.$$

$$\text{C. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

$$\text{D. } S = \int_{-1}^2 f(x) dx.$$

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$ là

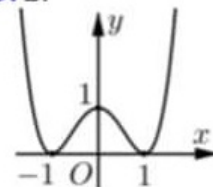
A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0$.

B. $a > 0, b > 0$.

C. $a < 0, b < 0$.

D. $a < 0, b > 0$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$.

Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -2 + 1t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Câu 30. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (2 + i)^2$ là điểm nào dưới đây ?

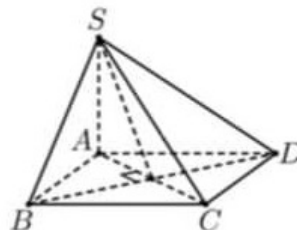
A. $P(3; 4)$.

B. $M(5; 4)$.

C. $N(4; 5)$.

D. $Q(4; 3)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$.



Thể tích khối chóp đã cho bằng

$$\text{A. } \frac{2a^3}{3}.$$

$$\text{B. } \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{C. } \frac{a^3}{3}.$$

$$\text{D. } a^3.$$

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tích là một số lẻ bằng

$$\text{A. } \frac{11}{42}.$$

$$\text{B. } \frac{9}{42}.$$

$$\text{C. } \frac{121}{210}.$$

$$\text{D. } \frac{1}{2}.$$

Câu 33. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức $2z_1 + \bar{z}_2$ bằng

A. 0.

B. -2.

C. -4.

D. 4.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

$$\text{A. } (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$$

$$\text{B. } (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

$$\text{C. } (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$$

$$\text{D. } (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$. Vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ có độ dài bằng

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. 3.

Câu 36. Cho phương trình $\log_3^2(3x) - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[9; 27]$ là

- A. $[4; 5]$. B. $(4; 5]$. C. $[2; 3]$. D. $[2; 3)$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 38. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - 8x^2 + m|$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 18. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. -2. B. 9. C. 7. D. 0.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 1; 0)$, $B(2; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là

- A. $x + y - z - 4 = 0$. B. $3x + z - 4 = 0$. C. $3x + z - 2 = 0$. D. $x + y - z - 2 = 0$.

Câu 40. Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2$ bằng

- A. $\frac{25}{2}$. B. 20. C. 25. D. 32.

Câu 41. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $5\sqrt{39}\pi$. B. $10\sqrt{3}\pi$. C. $10\sqrt{39}\pi$. D. $20\sqrt{3}\pi$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-2	2		-3		$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m + 5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. 12. B. 14. C. 11. D. 13.

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$, biết $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$.

Khi đó $\int_1^2 f(x^2)dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(2;1;0), C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (5; 2; -1)$.

B. $\vec{n} = (5; 2; 1)$.

C. $\vec{n} = (-5; 2; -1)$.

D. $\vec{n} = (5; -2; -1)$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 3$ và

$f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng

A. $-\frac{10}{3}$.

B. $-\frac{5}{3}$.

C. $-\frac{11}{3}$.

D. $-\frac{7}{3}$.

Câu 48. Cho hình vuông $ABCD$ có các đỉnh A, B, C tương ứng nằm trên các đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = 2 \log_a x$ và $y = 3 \log_a x$. Biết rằng diện tích hình vuông bằng 36, cạnh AB song song với trục hoành. Khi đó a bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt[6]{3}$.

C. $\sqrt[3]{6}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, $AB = a, BC = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° , thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3 .

B. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{6}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số

$y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại ?

A. 18.

B. 17.

C. 36.

D. 35.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1-D	2-B	3-C	4-D	5-B	6-B	7-C	8-B	9-B	10-A
11-D	12-D	13-A	14-C	15-C	16-B	17-C	18-C	19-D	20-A
21-C	22-D	23-B	24-A	25-C	26-C	27-D	28-A	29-A	30-A
31-C	32-A	33-D	34-D	35-D	36-C	37-D	38-C	39-D	40-B
41-D	42-B	43-B	44-C	45-C	46-D	47-A	48-B	49-C	50-A

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Cách giải:

Ta có: $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$ nên số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn D.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị xác định các khoảng mà đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

Chọn B.

Câu 3 (NB)

Phương pháp:

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r , chiều cao h bằng: $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r , chiều cao h bằng: $V = \pi r^2 h$.

Chọn C.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

- Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm $x_i \in [-3; 3]$.
- Tính $y(-3), y(3), y(x_i)$.
- Kết luận: $\min_{[-3;3]} f(x) = \min \{y(-3); y(3); y(x_i)\}$.

Cách giải:

Ta có $f(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3].$$

Ta có $f(-3) = -16, f(3) = 20, f(-1) = 4, f(1) = 0$.

Vậy $\min_{[-3;3]} f(x) = f(-3) = -16$.

Chọn D.**Câu 5 (NB):****Phương pháp:**

Đường thẳng $d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$.

Cách giải:

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{4}$ đi qua điểm $N(1; -2; 5)$.

Chọn B.**Câu 6 (TH):****Phương pháp:**

- Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đó.
- Sử dụng định lý Pytago và tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông để tính góc.

Cách giải:

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) .

$$\Rightarrow \angle(SC; (ABC)) = \angle(SC; AC) = \angle SCA.$$

Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAC có $\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle SCA = 30^\circ$.

Vậy $\angle(SC; (ABC)) = 30^\circ$.

Chọn B.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Xác định điểm cực trị là điểm mà qua đó đạo hàm đổi dấu.

Cách giải:

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị $x = -3, x = 1$.

Chọn C.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Thể tích của khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Cách giải:

Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 $\Rightarrow$ bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 5 là:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi.$$

Chọn B.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$.

Cách giải:

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm $I(1; -2; -3)$.

Chọn B.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

- Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra hàm bậc bốn trùng phương hay hàm đa thức bậc ba.

- Dựa vào chiều của nhánh cuối cùng của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm đa thức bậc bốn trùng phương có hệ số $a < 0$ nên chọn đáp án A.

Chọn A.

Câu 11 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $u_n = u_m + (n - m)d$ với d là công sai của cấp số cộng.

Cách giải:

Ta có $d = u_5 - u_4 = 9 - 12 = -3$.

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

- Đưa về cùng cơ số, sử dụng công thức $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$.

- Sử dụng công thức $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ ($0 < a \neq 1, x, y > 0$).

Cách giải:

$$\log_2 a = \log_{16} (ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{4} \log_2 (ab)$$

$$\Leftrightarrow 4 \log_2 a = \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow a^3 = b$$

Chọn D.

Câu 13 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ với $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \int_2^3 f'(x) dx = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3.$$

Chọn A.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nguyên hàm $\int \cos kx dx = \frac{1}{k} \sin kx + C$.

Cách giải:

$$\int f(x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Chọn C.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ với $a > 1$.

Cách giải:

$$3^{x^2+1} > 3^{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 > 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Chọn C.

Câu 16 (TH)

Phương pháp:

- Đưa biến vào vi phân.

- Sử dụng công thức $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(4x-3)}{4x-3} = \frac{1}{2} \ln|4x-3| + C.$$

$$\text{Vì } x \in (1; +\infty) \Rightarrow 4x-3 > 0.$$

$$\text{Vậy } \int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(4x-3) + C.$$

Chọn B.

Câu 17 (NB)

Phương pháp:

Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Cách giải:

Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Chọn C.

Câu 18 (NB)

Phương pháp:

Mặt phẳng $(A): Ax + By + Cz + D = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Cách giải:

Mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Chọn C.

Câu 19 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng tổ hợp.

Cách giải:

Số cách chọn ra 1 quyển sách trên giá là $C_{18}^1 = 18$ cách.

Chọn D.

Câu 20 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng: $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (x; y; z)$.

Cách giải:

Tọa độ vector $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là $(-1; 2; -3)$.

Chọn A.

Câu 21 (NB)

Phương pháp:

Giải phương trình logarit: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

Cách giải:

$\log_2(3x - 1) = 3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 8 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn C.

Câu 22 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định điểm cực đại của hàm số là điểm mà tại đó hàm số liên tục và qua đó đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải:

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn D.

Câu 23 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép: số tiền nhận được sau n kì hạn gửi tiết kiệm là $A_n = A(1+r)^n$ trong đó A là số tiền gốc, r là lãi suất 1 kì hạn, n là số kì hạn gửi.

Cách giải:

Sau thời gian 10 năm nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức: $100000000.(1+7\%)^{10} = 10^8(1+0,07)^{10}$ (đồng).

Chọn B.

Câu 24 (NB)

Phương pháp:

$$z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Cách giải:

Môđun của số phức $2 + i$ là $\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Chọn A.

Câu 25 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\log_a x^m = m \log_a x$ ($0 < a \neq 1, x > 0$).

Cách giải:

$$\log_2 a^3 = 3 \log_2 a.$$

Chọn C.

Câu 26 (TH)

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Cách giải:

Ta có:

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$$

$$= \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

Chọn C.

Câu 27 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$:

- Đường thẳng $y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

- Đường thẳng $x = x_0$ là TCD của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

Cách giải:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(2x - 1)(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{2x - 1}{x + 1} \text{ nên } x = -1 \text{ là TCD của đồ thị hàm số.}$$

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$ là 2.

Chọn D.

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

- Dựa vào nhánh cuối cùng suy ra dấu của hệ số a .

- Dựa vào số điểm cực trị suy ra dấu của hệ số b .

Cách giải:

Nhánh cuối cùng của đồ thị đi lên $\Rightarrow a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0$. Mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0$.

Chọn A.

Câu 29 (TH)

Phương pháp:

- Đường thẳng $d \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_P$.

- Phương trình đường thẳng d đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có 1 VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ là:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Cách giải:

Mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$ có 1 VTPT là: $\vec{n}_\alpha = (1; 3; -1)$.

Vì đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng d có 1 VTCP $\vec{u}_d = -\vec{n}_\alpha = (-1; -3; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Chọn A.**Câu 30 (TH)****Phương pháp:**

- Thực hiện phép khai triển hàng đẳng thức tìm số phức z .
- Cho số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Cách giải:

Ta có: $z = (2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 3 + 4i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (2 + i)^2$ là điểm $P(3; 4)$.

Chọn A.**Câu 31 (TH)****Phương pháp:**

- Chứng minh ΔSBD đều, gọi $O = AC \cap BD$, tính SO .
- Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông SOA tính SA .
- Tính $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$.

Cách giải:

Dễ thấy $\Delta SAB = \Delta SAD$ (2 cạnh góc vuông) $\Rightarrow SB = SD \Rightarrow \Delta SBD$ cân tại S .

Lại có $\angle SBD = 60^\circ (gt) \Rightarrow \Delta SBD$ đều.

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $\triangle SBD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $SO = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông SOA : $SA = \sqrt{SO^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Chọn C.

Câu 32 (TH)

Phương pháp:

- Tính số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 2 số bất kì từ 21 số nguyên dương đầu tiên.
- Gọi A là biến cố: “chọn được hai số có tích là một số lẻ”, tính số phần tử của biến cố A là số cách chọn ra 2 số cùng lẻ từ 21 số nguyên dương đầu tiên.
- Tính xác suất của biến cố A.

Cách giải:

Số cách chọn 2 số bất kì từ 21 số nguyên dương đầu tiên là $C_{21}^2 \rightarrow n(\Omega) = C_{21}^2$.

Gọi A là biến cố: “chọn được hai số có tích là một số lẻ” $\Rightarrow$ 2 số được chọn phải cùng lẻ.

Số các số lẻ từ 21 số nguyên dương đầu tiên là $\frac{21-1}{2} + 1 = 11$.

$$\Rightarrow n(A) = C_{11}^2.$$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố A là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{11}^2}{C_{21}^2} = \frac{11}{42}.$$

Chọn A.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

- Xác định số phức $\overline{z_2}$.
- Thực hiện phép cộng số phức, tính $2z_1 + \overline{z_2}$ và suy ra phần ảo của nó.

Cách giải:

$$2z_1 + \overline{z_2} = 2(1+i) + (3+2i) = 5+4i \text{ có phần ảo bằng 4.}$$

Chọn D.

Câu 34 (TH)**Phương pháp:**

- Tính bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (z_A - z_I)^2}$
- Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R có phương trình là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Cách giải:

Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(0+1)^2 + (4-2)^2 + (-1-1)^2} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$, bán kính $R = 3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Chọn D.**Câu 35 (TH)****Phương pháp:**

- Tính $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$
- Sử dụng công thức $\vec{u} = (x; y; z) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Cách giải:

Ta có: $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (1; 2; 2) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$.

Chọn D.**Câu 36 (VD)****Phương pháp:**

- Đặt $t = \log_3 x$. Tìm khoảng giá trị $t \in [a; b]$.
- Đưa bài toán trở thành tìm m để phương trình bậc 2 ẩn t có 2 nghiệm phân biệt thuộc $[a; b]$.
- Tìm điều kiện để phương trình bậc hai ẩn t có 2 nghiệm phân biệt, sau đó giải tìm hai nghiệm theo m .
- Cho các nghiệm đã tìm được thuộc $[a; b]$ và tìm m .

Cách giải:

Ta có:

$$\log_3^2(3x) - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 x + 1)^2 - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 4 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = \log_3 x$, với $x \in [9; 27] \Rightarrow t \in [2; 3]$, phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt $t_1, t_2 \in [2; 3]$.

Ta có $\Delta = m^2 - 4(2m - 4) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 16 > 0 \Leftrightarrow (m - 4)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 4$.

Khi đó (**) có 2 nghiệm phân biệt
$$\begin{cases} t_1 = \frac{m + m - 4}{2} = m \\ t_2 = \frac{m - m + 4}{2} = 2 \in [2; 3] \end{cases}$$

Vậy $m \in [2; 3]$.

Chọn C.

Câu 37 (VD)

Phương pháp:

Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ nghịch biến trên $(\alpha; \beta)$ khi $\begin{cases} y' < 0 \\ \frac{-d}{c} \notin (\alpha; \beta) \end{cases}$.

Cách giải:

ĐKXD: $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 9}{(x + m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $\begin{cases} y' < 0 \\ -m \notin (-\infty; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq -1$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1\}$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 38 (VD)

Phương pháp:

- Xét hàm số $g(x) = x^4 - 8x^2 + m$ trên $[1; 3]$.

- Tìm $\min_{[1;3]} g(x), \max_{[1;3]} g(x)$.

- Suy ra $\max_{[1;3]} f(x) = \max \left\{ \left| \min_{[1;3]} g(x) \right|, \left| \max_{[1;3]} g(x) \right| \right\}$

- Xét từng trường hợp $\max_{[1;3]} f(x) = \left| \min_{[1;3]} g(x) \right|, \max_{[1;3]} f(x) = \left| \max_{[1;3]} g(x) \right|$ và tìm m .

Cách giải:

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^4 - 8x^2 + m \text{ trên } [1; 3] \text{ ta có } g'(x) = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1; 3] \\ x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } g(1) = m - 7, g(3) = m + 9, g(2) = m - 16.$$

$$\Rightarrow \min_{[1;3]} g(x) = g(2) = m - 16, \max_{[1;3]} g(x) = g(3) = m + 9.$$

$$\Rightarrow \max_{[1;3]} f(x) = \max\{|m - 16|; |m + 9|\}.$$

$$\text{TH1: } \max_{[1;3]} f(x) = |m - 16| \Rightarrow \begin{cases} |m - 16| = 18 \\ |m - 16| \geq |m + 9| \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

$$\text{TH2: } \max_{[1;3]} f(x) = |m + 9| \Rightarrow \begin{cases} |m + 9| = 18 \\ |m - 16| \leq |m + 9| \end{cases} \Leftrightarrow m = 9$$

$$\Rightarrow S = \{-2; 9\}.$$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S bằng $-2 + 9 = 7$.

Chọn C.

Câu 39 (TH)

Phương pháp:

- Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overline{AB}$ làm VTPT.
- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

Cách giải:

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3; 0; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(3; 0; 1)$ và có 1 VTPT $\vec{n} = -\frac{1}{2}\overline{AB} = (1; 1; -1)$ có phương trình là $1(x - 3) + 1(y - 0) - 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0$.

Chọn D.

Câu 40 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng các công thức

$$\log_a x^m = m \log_a x \quad (0 < a \neq 1, x > 0)$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} (0 < a, b \neq 1)$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y (0 < a \neq 1, x, y > 0).$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y (0 < a \neq 1, x, y > 0).$$

$$\text{- Tìm } \log_2 a, \log_2 b, \log_2 a + \log_2 b.$$

$$\text{- Sử dụng biến đổi } (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab.$$

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{cases} \log_2 a = \log_b 16 \\ ab = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 4 \log_b 2 = \frac{4}{\log_2 b} \\ \log_2 (ab) = \log_2 64 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a \cdot \log_2 b = 4 \\ \log_2 a + \log_2 b = 6 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \left(\log_2 \frac{a}{b} \right)^2 = (\log_2 a - \log_2 b)^2 = (\log_2 a + \log_2 b)^2 - 4 \log_2 a \cdot \log_2 b = 6^2 - 4 \cdot 4 = 20.$$

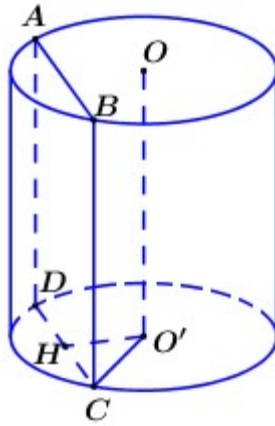
Chọn B.

Câu 41 (VD)

Phương pháp:

- Giả sử cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$, với AD là chiều cao của hình trụ.
- Sử dụng giả thiết thiết diện thu được có diện tích bằng 30 tính CD .
- Gọi H là trung điểm của CD , chứng minh $d(OO'; (ABCD)) = O'H$.
- Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông tính bán kính đáy hình trụ.
- Diện tích xung quanh khối trụ có chiều cao h , bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rh$.

Cách giải:



Giả sử cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.

Gọi H là trung điểm của CD ta có $O'H \perp (ABCD)$ nên $d(OO'; (ABCD)) = O'H = 1$.

Vì hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3} \Rightarrow AD = 5\sqrt{3}$. Mà $S_{ABCD} = AD \cdot CD = 30 \Rightarrow CD = 2\sqrt{3} \Rightarrow CH = \sqrt{3}$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông $O'HC$ có: $O'C = \sqrt{O'H^2 + HC^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi$.

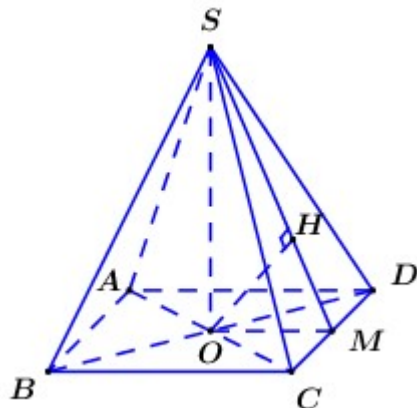
Chọn D.

Câu 42 (TH)

Phương pháp:

- Chứng minh $d(SC; AB) = d(A; (SCD))$
- Đổi điểm tính khoảng cách chứng minh $d(SC; AB) = d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$.
- Gọi M là trung điểm của CD , trong (SOM) kẻ $OH \perp SM (H \in SM)$, chứng minh $OH \perp (SCD)$.
- Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SOM để tính OH .

Cách giải:



Ta có $AB // CD \Rightarrow AB // (SCD) \supset SC \Rightarrow d(SC; AB) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD))$.

$$\text{Lại có } AO \cap (SCD) = C \Rightarrow \frac{d(A; (SCD))}{d(O; (SCD))} = \frac{AC}{OC} = 2 \Rightarrow d(SC; AB) = d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$$

Gọi M là trung điểm của CD , trong (SOM) kẻ $OH \perp SM$ ($H \in SM$) ta có:

$$\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH$$

$$\begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp SM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } SOM : OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(SC; AB) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn B.

Câu 43 (VD)

Phương pháp:

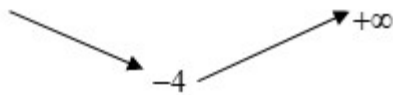
- Đặt $t = x^2 - 4x$, với $x \in (0; +\infty)$, đưa phương trình về dạng $f(t) = m(*)$.
- Xác định mỗi nghiệm t cho bao nhiêu nghiệm x trên từng khoảng cụ thể.
- Tìm điều kiện về số nghiệm của phương trình $(*)$ để phương trình ban đầu có ít nhất 5 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

$$\text{Đặt } t = x^2 - 4x, \text{ với } x \in (0; +\infty), \text{ khi đó phương trình trở thành } 3f(t) = m + 5 \Leftrightarrow f(t) = \frac{m+5}{3}(*).$$

$$\text{Ta có } t'(x) = 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in (0; +\infty).$$

BBT:

x	0	2	$+\infty$
t'	-	0	+
t	0		$+\infty$

Dựa vào BBT đề bài cho, ta thấy phương trình $f(t) = \frac{m+5}{3}$ có tối đa 4 nghiệm, mỗi nghiệm $t \in (-4; 0)$ cho 2 nghiệm x phân biệt, mỗi nghiệm $t \in [0; +\infty) \cup \{-4\}$ cho 1 nghiệm x .

Để phương trình ban đầu có ít nhất 5 nghiệm thuộc $(0; +\infty)$ thì phương trình (*):

TH1: Có 1 nghiệm $t \in (-4; 0)$ và 3 nghiệm $t \in [0; +\infty) \cup \{-4\}$ (ktm).

TH2: Có 2 nghiệm $t \in (-4; 0)$ và 1 nghiệm $t \in [0; +\infty) \cup \{-4\}$ (ktm).

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 < \frac{m+5}{3} \leq 2 \\ -3 \leq \frac{m+5}{3} \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < m+5 \leq 5 \\ -9 \leq m+5 \neq -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -11 < m \leq 0 \\ -14 \leq m \neq -11 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-14; 0] \setminus \{-11\}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ Có 14 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 44 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $z = x + yi$, khai triển $|2z - i| = |2 + iz|$ tìm mối quan hệ giữa x, y .

- Chứng minh $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$, từ đó tìm $P = |z_1 + z_2|$.

Cách giải:

Đặt $z = x + yi$ ta có:

$$|2z - i| = |2 + iz|$$

$$\Leftrightarrow |2x + 2yi - i| = |2 + i(x + yi)|$$

$$\Leftrightarrow |2x + (2y - 1)i| = |(2 - y) + xi|$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + (2y - 1)^2 = (2 - y)^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$$

Đặt $z_1 = x_1 + y_1i, z_2 = x_2 + y_2i$, xét

$$A = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$$

$$\begin{aligned}
&= \left| (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i \right|^2 + \left| (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)i \right|^2 \\
&= (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \\
&= 2(x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2)
\end{aligned}$$

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$ nên $\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 1 \\ x_2^2 + y_2^2 = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow A = 2(1 + 1) = 4$$

$$\Rightarrow |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 4$$

$$\Rightarrow |z_1 + z_2|^2 = 4 - |z_1 - z_2|^2 = 3$$

$$\Rightarrow P = |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$$

Chọn C.

Câu 45 (TH)

Phương pháp:

- Tìm $f(x) = g'(x)$ và suy ra hàm $f(x^2)$.
- Tính tích phân, sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản

Cách giải:

Vì $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$.

$$\Rightarrow f(x) = g'(x) = x - 1.$$

Khi đó ta có $f(x^2) = x^2 - 1$

$$\Rightarrow \int_1^2 f^2(x) dx = \int_1^2 (x^2 - 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_1^2 = \frac{4}{3}.$$

Chọn C.

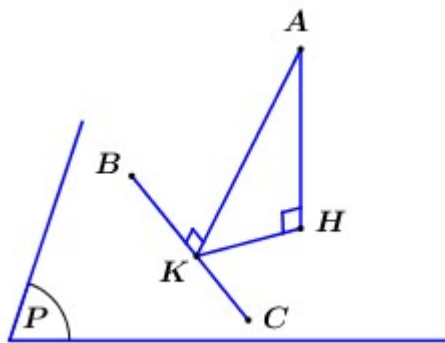
Câu 46 (VD)

Phương pháp:

- Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên $(P), BC$. Chứng minh $AH \leq AK \Rightarrow d(A; (P))_{\max} = AK$.
- Viết phương trình đường thẳng BC , tham số hóa tọa độ điểm $K \in BC$.

- Sử dụng $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AK}$.

Cách giải:



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên $(P), BC$.

Ta có $AH \perp (P) \Rightarrow AH \perp HK \Rightarrow \Delta AHK$ vuông tại $H \Rightarrow AH \leq AK$ hay $d(A; (P)) \leq d(A; BC)$.

Do đó $d(A; (P))$ lớn nhất khi $AH \equiv AK \Rightarrow H \equiv K$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (0; -1; 2) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $BC: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

Vì $K \in BC \Rightarrow K(2; 1 - t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (1; -t; 2t - 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 0 + t + 2(2t - 1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AK} = \left(1; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right) // (5; -2; -1)$.

Vậy khi $d(A; (P))$ lớn nhất thì (P) có 1 VTPT $\vec{n} = (5; -2; -1)$.

Chọn D.

Câu 47 (VDC)

Phương pháp:

- Áp dụng tích phân từng phần với $\int_0^2 x f'(x) dx$.

- Từ giả thiết $f(0) = 3, f(x) + f(2 - x) = x^2 - 2x + 2$ tính $f(2)$.

- Lấy tích phân hai vế biểu thức $f(x) + f(2 - x) = x^2 - 2x + 2$.

- Sử dụng phương pháp đổi biến số, tính $J = \int_0^2 f(2 - x) dx$, từ đó tính $\int_0^2 f(x) dx$ và tính I .

Cách giải:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \int_0^2 xf'(x)dx = xf(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)dx$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } f(0) = 3, f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2.$$

$$\Rightarrow f(0) + f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 2 - f(0) = 2 - 3 = -1.$$

$$\Rightarrow I = 2f(2) - \int_0^2 f(x)dx = 2 - \int_0^2 f(x)dx.$$

Lấy tích phân hai vế biểu thức $f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2$ ta có

$$\int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 f(2-x)dx = \int_0^2 (x^2 - 2x + 2)dx = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Xét } J = \int_0^2 f(2-x)dx, \text{ đặt } t = 2-x \Rightarrow dt = -dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=2 \\ x=2 \Rightarrow t=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J = -\int_2^0 f(t)dt = \int_0^2 f(x)dx.$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow I = -2 - \frac{4}{3} = -\frac{10}{3}.$$

Chọn A.

Câu 48 (VDC)

Phương pháp:

- Gọi $A(m; \log_a m), B(n; 2\log_a n); C(p; 3\log_3 p) (m, n, p > 0)$.
- Tính $\overline{AB}$, sử dụng điều kiện cạnh AB song song với trục hoành tìm m theo n .
- Tính AB , giải phương trình tìm m, n .
- Tính $\overline{BC}$, sử dụng điều kiện $BC \perp AB$ tìm p .
- Giải phương trình độ dài cạnh BC tìm a .

Cách giải:

$$\text{Gọi } A(m; \log_a m), B(n; 2\log_a n); C(p; 3\log_3 p) (m, n, p > 0).$$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (n - m; 2 \log_a n - \log_a m) = \left(n - m; \log_a \frac{n^2}{m} \right).$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} \text{ và } \vec{i}(1;0) \text{ cùng phương nên } \log_a \frac{n^2}{m} = 0 \Leftrightarrow \frac{n^2}{m} = 1 \Leftrightarrow n^2 = m.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (n - n^2; 0) \Rightarrow AB = |n - n^2|.$$

$$\text{Lại có } S_{ABCD} = 36 \Rightarrow AB^2 = 36 \Leftrightarrow AB = 6.$$

$$\Rightarrow |n - n^2| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - n = 6 \\ n^2 - n = -6 \end{cases} (VN) \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -2 \end{cases} (ktm) \Rightarrow m = 9$$

$$\text{Tương tự ta có } \overrightarrow{BC} = \left(p - n; \log_a \frac{p^3}{n^2} \right) \text{ cùng phương với } \vec{j} = (0;1) \text{ nên } p - n = 0 \Leftrightarrow p = n = 3.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = \left(0; \log_a \frac{3^3}{3^2} \right) = (0; \log_a 3) \Rightarrow BC = |\log_a 3|.$$

$$\text{Mà } BC = AB = 6 \Rightarrow |\log_a 3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a 3 = 6 \\ \log_a 3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow a = \sqrt[6]{3}.$$

Chọn B.

Câu 49 (VDC)

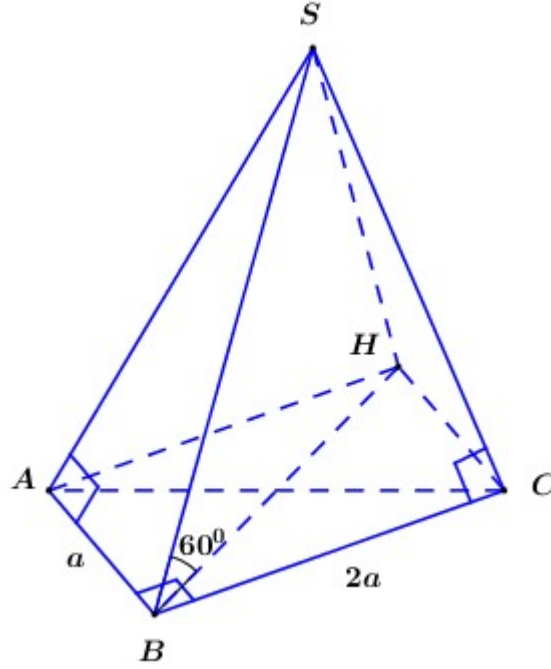
Phương pháp:

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) , chứng minh $ABCH$ là hình chữ nhật.

- Xác định góc giữa SB và mặt đáy là góc giữa SB và hình chiếu vuông góc của SB lên mặt đáy, sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông tính SH .

$$\text{- Tính thể tích } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} . SH . S_{\Delta ABC} .$$

Cách giải:



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) .

Ta có

$$\begin{cases} BC \perp SC (gt) \\ BC \perp SH (SH \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SCH) \Rightarrow BC \perp CH$$

$$\begin{cases} SB \perp SA (gt) \\ AB \perp SH (SH \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAH) \Rightarrow AB \perp AH$$

$\Rightarrow ABCH$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông).

Vì $SH \perp (ABC)$ nên HB là hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC)

$$\Rightarrow \angle(SB; (ABC)) = \angle(SB; HB) = \angle SBH = 60^\circ.$$

Áp dụng định lý Pytago ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$, lại có $ABCH$ là hình vuông nên $BH = AC = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác vuông SBH có $SH = BH \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{15}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{15} \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}.$$

Chọn C.

Câu 50 (VDC)

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -2 + a \cdot \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.

$$y'' = a \cdot \frac{\sqrt{x^2-4x+5} - (x-2) \cdot \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}}{x^2-4x+5}$$

$$y'' = a \cdot \frac{x^2-4x+5 - (x-2)^2}{(x^2-4x+5)\sqrt{x^2-4x+5}} = \frac{1}{(x^2-4x+5)\sqrt{x^2-4x+5}}$$

+ TH1: $a = 0 \Rightarrow y = -2x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số không có cực đại $\Rightarrow a = 0$ không thỏa mãn.

+ TH2: $a \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \Rightarrow y' > 0 \\ a < 0 \Rightarrow y' < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho có cực đại $\Leftrightarrow a < 0$ và phương trình $y' = 0$ có nghiệm.

Đặt $t = x - 2$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow -2 + a \cdot \frac{t}{\sqrt{t^2+1}} = 0 \Leftrightarrow at = 2\sqrt{t^2+1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ a^2 t^2 = 4t^2 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ (a^2 - 4)t^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t^2 = \frac{4}{a^2 - 4} (a \neq \pm 2) \end{cases} (*)$$

$\Rightarrow$ Hệ phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{4}{a^2-4} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện $a < 0, a \in [-20; 20]$ ta có $a \in [-20; -2)$.

Mà $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{-20; -19; -18; \dots; -3\}$

Vậy có 18 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

HẾT

<https://toanmath.com/>