

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)
b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại giao điểm của đồ thị với trục tung

Câu 2 (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $1 + \sin x = \cos^2 x + \sin x \cos x$
b) Cho số phức $z = (3 - 2i)(1 + 3i) - 5$. Tính mô đun của số phức $w = iz + \bar{z} - 2$

Câu 3 (0,5 điểm). Giải phương trình $16^x - 4^{x+1} - 5 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 6y^2 + 3(x - 5y) = 14 \\ \sqrt{3-x} + \sqrt{y+4} = x^3 + y^2 - 5 \end{cases}$$

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x - e^{2x}) dx$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng đáy ($ABCD$) trùng với giao điểm của hai đường chéo. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy ($ABCD$) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$ và khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng ($AB'C$)

Câu 7 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $P(-1; 0; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua P và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm Q thuộc d sao cho $PQ = 3$

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác nhọn ABC có trực tâm $H(5; 5)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x + y - 8 = 0$. Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đi qua hai điểm $P(7; 3)$ và $Q(4; 2)$. Tính diện tích tam giác ABC

Câu 9 (0,5 điểm). Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ 15 câu hỏi trong một ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi. Bạn Nam đã học thuộc 8 câu trong ngân hàng đề thi. Tính xác suất để bạn Nam rút ngẫu nhiên được một đề thi có ít nhất hai câu đã học thuộc

Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a > 2, b > 0, c > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

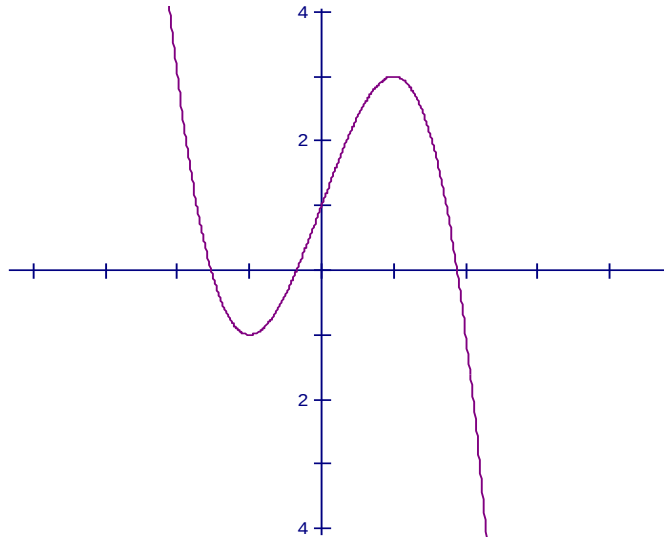
$$P = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 4a + 5}} - \frac{1}{(a-1)(b+1)(c+1)}.$$

.....Hết.....

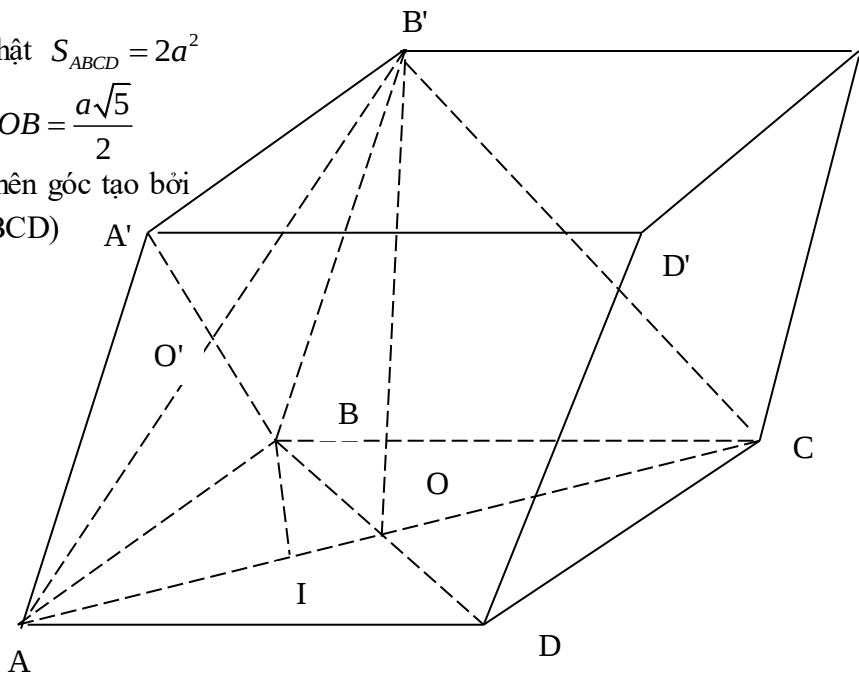
Họ và tên :Số báo danh.....

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm ,thí sinh không được sử dụng tài liệu)

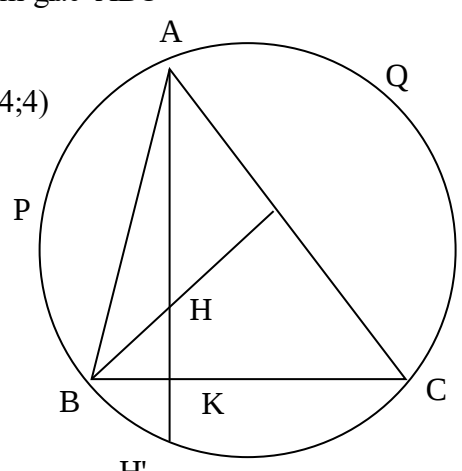
ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm																			
1	a.(1,0 điểm)																				
	Với $m=1$ hàm số trở thành : $y = -x^3 + 3x + 1$ TXĐ: $D = R$ $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$	0.25																			
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại $x=1, y_{CD} = 3$, đạt cực tiểu tại $x=-1, y_{CT} = -1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0.25																			
	* Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>3</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$	0.25
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																
y'	+	0	-	0	+																
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$														
Đồ thị: 	0.25																				
	b.(1,0 điểm)																				
	Giao của đồ thị với trục Oy tại điểm M(0;3)	0.25																			
	Ta có $y'(0) = 3$	0.25																			
	Phương trình tiếp tuyến tại M(0;3) là : $y = y'(0)(x - 0) + 1$ $y = 3x + 1$	0.25 0,25																			
2.	a) (0,5 điểm)																				
	$1 + \sin x = \cos^2 x + \sin x \cos x$ $\Leftrightarrow \sin x = -\sin^2 x + \sin x \cos x \Leftrightarrow \sin x(\sin x - \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x - \cos x + 1 = 0 \end{cases}$	0.25																			

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0.25
	b) (0,5 điểm) $z = (3 - 2i)(1 + 3i) - 5 = 4 + 7i$, suy ra : $\bar{z} = 4 - 7i$	0.25
	$w = iz + \bar{z} - 2 = -5 - 3i$ Vậy $ W = \sqrt{34}$	0.25
3.	(0,5 điểm)	
	$16^x - 4.4^x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = -1 \\ 4^x = 5 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow x = \log_4 5$ Vậy nghiệm của PT là $x = \log_4 5$	0.25
4.	(1,0 điểm) Giải hệ pt $\begin{cases} x^3 - y^3 - 6y^2 + 3(x - 5y) = 14 \\ \sqrt{3 - x} + \sqrt{y + 4} = x^3 + y^2 - 5 \end{cases}$	
	Đk $x \leq 3, y \geq -4$ Pt(1) $\Leftrightarrow x^3 + 3x = (y + 2)^3 + 3(y + 2)$ (3) Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ trên R. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0 \forall t \in R \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R. Nên pt (3) $\Leftrightarrow x = y + 2 \Leftrightarrow y = x - 2$, do $y \geq -4 \Rightarrow x \geq -2$	0.25
	Thế $y = x - 2$ vào pt(2) ta được : $\sqrt{x + 2} + \sqrt{3 - x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$ $\Leftrightarrow 3x^3 + 3x^2 - 12x - 12 - \left[(x + 4) - 3\sqrt{x + 2}\right] + \left[(5 - x) - 3\sqrt{3 - x}\right] = 0$ $\Leftrightarrow 3(x - 2)(x^2 - x - 2) + \frac{x^2 - x - 2}{x + 4 + 3\sqrt{x + 2}} + \frac{x^2 - x - 2}{5 - x + 3\sqrt{3 - x}} = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2 \\ 3(x + 2) + \frac{1}{x + 4 + 3\sqrt{x + 2}} + \frac{1}{5 - x + 3\sqrt{3 - x}} = 0 \end{cases}$	0.25
	Gpt $3(x + 2) + \frac{1}{x + 4 + 3\sqrt{x + 2}} + \frac{1}{5 - x + 3\sqrt{3 - x}} = 0$, do $-2 \leq x \leq 3$ nên VT > 0 $\Rightarrow$ phương trình vô nghiệm Vậy hpt có nghiệm : $(-1; -3)$ và $(2; 0)$	0.25
5.	(1,0 điểm) .Tích phân $I = \int_0^1 (x - e^{2x}) dx$	

	$I = \int_0^1 (x - e^{2x})x dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x e^{2x} dx$	0.25
	Tính $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$	0.25
	Tính $\int_0^1 x e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big _0^1 = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$	0.25
	Vậy $I = \frac{1}{12} - \frac{e^2}{4}$	0.25
6.	(1,0 điểm) .	
	Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = 2a^2$ Ta có $BD = a\sqrt{5} \Rightarrow OB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ Vì $B'O \perp (ABCD)$ nên góc tạo bởi cạnh bên BB' và $(ABCD)$ bằng $B'BO = 60^\circ$ 	0,25
	Trong tam giác vuông $B'BO$, Ta có $B'O = BO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ Thể tích $V_{ABCD A'B'C'D'} = B'O \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot 2a^2 = a^3 \sqrt{15}$	0,25
	Gọi O' là giao điểm của AB' và $A'B$, ta có O' là trung điểm AB' và $O' \in (AB'C)$ Khoảng cách $d(A', (AB'C)) = d(B, (AB'C))$ Kẻ $BI \perp AC$ tại I, c/m được $BI \perp (AB'C) \Rightarrow d(A', (AB'C)) = BI$	0,25
	Trong tam giác ABC vuông tại C ta có $BI = \frac{AB \cdot BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ Vậy khoảng cách $d(A', (AB'C)) = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$	0,25
7	(1,0 điểm) .	
	Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 1)$ Vì $(\alpha) \perp d$ nên (α) nhận $\vec{u}_d = (-2; 1; 1)$ làm VTPT	0,25

	Vậy PT mặt phẳng (α) là : $-2(x+1)+1(y-0)+1(z-4)=0$ $\Leftrightarrow -2x+y+z-6=0$	0,25
	Vì $Q \in d$ nên $Q(-1-2t; 3+t; 4+t)$ $PQ=3 \Leftrightarrow PQ^2=9 \Leftrightarrow (-2t)^2+(3+t)^2+t^2=9 \Leftrightarrow 6t^2+6t=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=-1 \end{cases}$	0,25
	Vậy $Q(-1; 3; 4)$ hoặc $Q(1; 2; 3)$	0,25

8	(1,0 điểm) . Gọi H' là giao điểm của AH với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC Ta c/m được H' đối xứng với H qua BC Phương trình đt AH là : $x - y = 0$ Gọi K là giao điểm của AH và BC ,ta tìm được $K(4;4)$ K là trung điểm HH' suy ra $H'(3;3)$	0,25
		
	Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đi qua 3 điểm H', P, Q là $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 36 = 0$	0,25
	Tọa độ điểm A (với $A \neq H'$) là nghiệm hệ pt $\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x - 8y + 36 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 3 \\ x = y = 6 \end{cases}$ Suy ra $A(6;6)$ Tọa độ B, C là nghiệm hpt $\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x - 8y + 36 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases}$	0,25
	Ta tính được $BC = 3\sqrt{2}$ Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot d(A, BC) = 6$	0,25

9	(0,5 điểm)	
	Lấy ngẫu nhiên 4 câu hỏi từ ngân hàng đề để lập một đề thi, có $C_{15}^4 = 1365$ đề thi Bạn Nam rút ngẫu nhiên được một đề có 2 câu đã thuộc, có $C_8^2 \cdot C_7^2 = 588$ cách	0,25
	Bạn Nam rút ngẫu nhiên được một đề có 3 câu đã thuộc, có $C_8^3 \cdot C_7^1 = 392$ cách Bạn Nam rút ngẫu nhiên được một đề có 4 câu đã thuộc, có $C_8^4 = 70$ cách Vậy xác suất cần tìm là: $p = \frac{588 + 392 + 70}{1365} = \frac{10}{13}$	0,25

	(1,0 điểm)Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a > 2, b > 0, c > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 4a + 5}} - \frac{1}{(a - 1)(b + 1)(c + 1)}$													
10	Đặt $a_1 = a - 2 \Rightarrow a_1 > 0$. Khi đó: $P = \frac{1}{2\sqrt{a_1^2 + b^2 + c^2 + 1}} - \frac{1}{(a_1 + 1)(b + 1)(c + 1)}$ Ta có: $a_1^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \frac{(a_1 + b)^2}{2} + \frac{(c + 1)^2}{2} \geq \frac{1}{4}(a_1 + b + c + 1)^2$ Dấu "$=$" $\Leftrightarrow a_1 = b = c = 1$. Ta lại có $(a_1 + 1)(b + 1)(c + 1) \leq \left(\frac{a_1 + 1 + b + 1 + c + 1}{3}\right)^3 = \left(\frac{a_1 + b + c + 3}{3}\right)^3$ Dấu "$=$" $\Leftrightarrow a_1 = b = c = 1$.	0,25												
	Do đó : $P \leq \frac{1}{a_1 + b + c + 1} - \frac{27}{(a_1 + b + c + 3)^3}$. Dấu "$=$" $\Leftrightarrow a_1 = b = c = 1$ Đặt $t = a_1 + b + c + 1 \Rightarrow t > 1$. Khi đó $P \leq \frac{1}{t} - \frac{27}{(t + 2)^3}, t > 1$.	0,25												
	Xét hàm $f(t) = \frac{1}{t} - \frac{27}{(t + 2)^3}, t > 1; f'(t) = -\frac{1}{t^2} + \frac{81}{(t + 2)^4};$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t + 2)^4 = 81.t^2 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (Do $t > 1$). $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$ Ta có BBT. <table><tr><td>t</td><td>1</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td colspan="3"> 0 $\nearrow$ $\frac{1}{8}$ $\searrow$ 0 </td></tr></table>	t	1	4	$+\infty$	$f'(t)$	+	0	-	$f(t)$	0 $\nearrow$ $\frac{1}{8}$ $\searrow$ 0			0,25
t	1	4	$+\infty$											
$f'(t)$	+	0	-											
$f(t)$	0 $\nearrow$ $\frac{1}{8}$ $\searrow$ 0													
	Từ bảng biến thiên ta có $\max f(t) = f(4) = \frac{1}{8} \Leftrightarrow t = 4$ Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{1}{8}$, đạt được khi $(a; b; c) = (3; 1; 1)$.	0,25												

.....**Hết**.....