

CHUYÊN ĐỀ 1. HÀM SỐ PHẦN 1

- Câu 1:** Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = \frac{2x+2017}{|x|+1}$ (1). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
A. Đồ thị hàm số (1) không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số (1) có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2, y = 2$ và không có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số (1) có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ và không có tiệm cận đứng.
D. Đồ thị hàm số (1) không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1, x = 1$.
- Câu 3:** Tìm tất cả m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung.
A. Không tồn tại m . **B.** $0 < m < \frac{1}{3}$. **C.** $m < \frac{1}{3}$. **D.** $m < 0$.
- Câu 4:** Phương trình $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi:
A. $-6 \leq m \leq -\frac{3}{2}$. **B.** $-1 \leq m \leq 3$. **C.** $m \geq 3$. **D.** $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.
- Câu 5:** Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{3+9^x}$, $x \in \mathbb{R}$. Nếu $a+b=3$ thì $f(a)+f(b-2)$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{3}{4}$.
- Câu 6:** Với giá trị nào của m thì hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ nằm về hai phía so với trục hoành?
A. $m > 3$. **B.** $-1 < m < \sqrt{2}$. **C.** $m < 3$. **D.** $2 < m < 3$.
- Câu 7:** Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.
A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$. **B.** $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$. **C.** $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$. **D.** $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.
- Câu 8:** Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.
A. $m = 4 \pm \sqrt{10}$. **B.** $m = 4 \pm \sqrt{3}$. **C.** $m = 2 \pm \sqrt{3}$. **D.** $m = 2 \pm \sqrt{10}$.
- Câu 9:** Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$ là $a + \ln b$. Giá trị của tích ab là
A. 45. **B.** 81. **C.** 108. **D.** 115.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + x - 1}{4x^2 + bx + 9}$ có đồ thị (C) (a, b là các hằng số dương, $ab = 4$). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang $y = c$ và có đúng 1 tiệm cận đứng. Tính tổng $T = 3a + b - 24c$

A. $T = 1$. B. $T = 4$. C. $T = 7$. D. $T = 11$.

Câu 11: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

A. $m > 6$. B. $m = 9$. C. $m < 0$. D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên $[1, 2]$.

A. $m > \frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{1}{3}$. C. $m \geq -1$. D. $m > -8$.

Câu 13: Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; \frac{3}{2})$. D. $(\frac{3}{2}; 2)$.

Câu 14: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là:

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

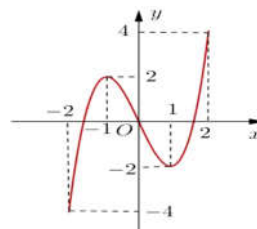
Câu 15: Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = 2018$. B. $m - n^2 = -2018$. C. $m - n^2 = 1$. D. $m - n^2 = -1$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. B. $m \leq -\sqrt{2}$. C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. D. $m \geq \sqrt{2}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.



A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 18: Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

A. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{-1\}$. B. $m \in (-1; 2] \setminus \{-1\}$. C. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. D. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$.

- Câu 19:** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c > 0 \\ 8+4a+2b+c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 20:** Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là
A. $\{0\}$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $\emptyset$ **D.** $(-\infty; -1) \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$.
- Câu 21:** Trên đoạn $[-2; 2]$, hàm số $y = \frac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ khi và chỉ khi
A. $m = 2$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m = -2$. **D.** $m < 0$.
- Câu 22:** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.
A. $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right]$. **B.** $m \in [5; 6]$. **C.** $m \in \left(5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$. **D.** $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$.
- Câu 23:** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 4x + 2017$. Định m để phương trình $y' = m^2 - m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0; m]$
A. $\left(\frac{1+\sqrt{2}}{3}; 2\right)$. **B.** $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{3}; 2\right)$. **C.** $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{2}; 2\right)$. **D.** $\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2\right]$.
- Câu 24:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(16x^2+1) - (m+1)x + m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \infty)$.
A. $m \in (-\infty; -3]$. **B.** $m \in [3; +\infty)$. **C.** $m \in (-\infty; -3)$. **D.** $m \in [-3; 3]$.
- Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.
A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; 0)$.
C. $m \in (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 1)$.
- Câu 26:** Phương trình $2^{23x^3} \cdot 2^x - 1024^{x^2} + 23x^3 = 10x^2 - x$ có tổng các nghiệm gần nhất với số nào dưới đây
A. 0,35. **B.** 0,40. **C.** 0,50. **D.** 0,45.
- Câu 27:** Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0; 4), B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1; 3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. **B.** $m = -2$ hoặc $m = 3$.
C. $m = 3$. **D.** $m = -2$ hoặc $m = -3$.
- Câu 28:** Cho hàm số $y = \frac{x}{2} + \sin^2 x, x \in [0; \pi]$. Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

A. $\left(0; \frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$.

B. $\left(\frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}\right)$.

C. $\left(0; \frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}\right)$.

D. $\left(\frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$.

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = x + m \cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $|m| \leq 1$.

B. $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $|m| \geq 1$.

D. $m < \frac{1}{2}$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $-4 \leq m \leq \frac{2}{3}$.

B. $m \geq 2$.

C. $\begin{cases} m > 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

D. $m \leq 2$.

Câu 31: Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

B. $a + 2b = 2\sqrt{3}$.

C. $a^2 + b^2 \leq 4$.

D. $a + 2b \geq \frac{1+\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $m \leq 0$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \geq 12$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

A. $m \in [-5; 2)$.

B. $m \in (-\infty; 2]$.

C. $m \in (2; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -5)$.

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

A. $m = -1; m = 9$.

B. $m = -1$.

C. $m = 9$.

D. $m = 1; m = -9$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng

$\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$?

A. $1 \leq m < 2$.

B. $m \leq 0; 1 \leq m < 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq 0$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ giảm trên nửa khoảng $[1; +\infty)$?

A. $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$.

C. $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$.

D. $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$.

Câu 37: Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m-3)x^2 + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ là $\left[-\infty; \frac{p}{q}\right]$, trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và $q > 0$. Hỏi tổng $p + q$ là?

A. 5.

B. 9.

C. 7.

D. 3.

- Câu 38:** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 39:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1} = x + m$ có nghiệm thực?
- A. $m \geq 2$. B. $m \leq 2$. C. $m \geq 3$. D. $m \leq 3$.
- Câu 40:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = m + 4x - x^2$ có đúng 2 nghiệm dương?
- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $-3 < m < \sqrt{5}$. C. $-\sqrt{5} < m < 3$. D. $-3 \leq m < 3$.
- Câu 41:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình: $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?
- A. $-1 \leq m \leq 3$. B. $0 \leq m \leq 2$. C. $0 \leq m \leq 3$. D. $-1 \leq m \leq 2$.
- Câu 42:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ có hai nghiệm thực?
- A. $m \geq -\frac{7}{2}$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m \geq \frac{9}{2}$. D. $\forall m \in \mathbb{R}$.
- Câu 43:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho mọi nghiệm của bất phương trình: $x^2 - 3x + 2 \leq 0$ cũng là nghiệm của bất phương trình $mx^2 + (m+1)x + m + 1 \geq 0$?
- A. $m \leq -1$. B. $m \leq -\frac{4}{7}$. C. $m \geq -\frac{4}{7}$. D. $m \geq -1$.
- Câu 44:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x \geq 1$?
- A. $m < \frac{2}{3}$. B. $m \geq \frac{2}{3}$. C. $m \geq \frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{3}{2}$.
- Câu 45:** Bất phương trình $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4 - x} \geq 2\sqrt{3}$ có tập nghiệm là $[a; b]$. Hỏi tổng $a + b$ có giá trị là bao nhiêu?
- A. -2. B. 4. C. 5. D. 3.
- Câu 46:** Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 6x + 11} > \sqrt{3 - x} - \sqrt{x - 1}$ có tập nghiệm $(a; b]$. Hỏi hiệu $b - a$ có giá trị là bao nhiêu?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. -1.
- Câu 47:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.
- A. $m < -1$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $m > 1$. D. $-1 \leq m < 0$.
- Câu 48:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.
- A. $m = 0$. B. $m = -\frac{2}{3}$. C. $m = \frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

- Câu 49:** Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.
- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.
- Câu 50:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ có hai điểm cực trị A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng: $y = x + 2$.
- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$.
- Câu 51:** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cách đều đường thẳng có phương trình: $y = x - 1$ (d).
- A. $m = 0$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{9}{2} \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -\frac{9}{2}$.
- Câu 52:** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành 1 tứ giác nội tiếp.
- A. $m = \pm 1$. B. $m = 1$. C. Không tồn tại m . D. $m = -1$.
- Câu 53:** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn hơn 1.
- A. $m < -1$. B. $m > 2$.
C. $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. Không tồn tại m .
- Câu 54:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (Trong đó O là gốc tọa độ).
- A. $m = -1$. B. $m = 1$.
C. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{17}{11}$. D. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{17}{11}$.
- Câu 55:** Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích 48 cm^2 , hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng:
- A. $16\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $4\sqrt{3} \text{ cm}$ C. 24 cm D. $8\sqrt{3} \text{ cm}$
- Câu 56:** Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$)?
- A. $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^2}{9}$. C. $\frac{2a^2}{9}$. D. $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$.
- Câu 57:** Cho hàm số $y = \frac{2\cos^2 x + |\cos x| + 1}{|\cos x| + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Khi đó $M+m$ bằng
- A. -4 . B. -5 . C. -6 . D. 3 .
- Câu 58:** Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.
- A. $M = m + \frac{2}{3}$. B. $M = m + 1$. C. $M = \frac{3}{2}m$. D. $M = m + \frac{3}{2}$.

- Câu 59:** Cho hai số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện $(x+y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Giá trị lớn nhất M của biểu thức $A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$ là:
A. $M = 0$. **B.** $M = 0$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = 16$.
- Câu 60:** Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{3x+9}$ có đường tiệm cận đứng là $x = a$ và đường tiệm cận ngang là $y = b$. Giá trị của số nguyên m nhỏ nhất thỏa mãn $m \geq a + b$ là
A. 0. **B.** -3. **C.** -1. **D.** -2.
- Câu 61:** Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ (C). Gọi M là điểm bất kỳ trên (C), d là tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất của d là
A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 2.
- Câu 62:** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m). Tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$ là
A. $m > 1$ hoặc $m < -1$. **B.** $m < -1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m > 1$.
- Câu 63:** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C). Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Hỏi giá trị của $x_0 + 2y_0$ bằng bao nhiêu?
A. $-\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.
- Câu 64:** Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C), đường thẳng $d: y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.
A. $m = -1$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -5$.
- Câu 65:** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Biết khoảng cách từ $I(-1; 2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất thì tung độ của điểm M nằm ở góc phần tư thứ hai, gần giá trị nào nhất?
A. $3e$. **B.** $2e$. **C.** e . **D.** $4e$.
- Câu 66:** Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị hàm số (C) tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị (C) đến Δ bằng?
A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.
- Câu 67:** Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến tại một điểm M bất kỳ của (C) luôn cắt hai tiệm cận của (C) tại A và B . Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là
A. 4. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 68: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C). Tổng khoảng cách từ một điểm M thuộc (C) đến hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất bằng?

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 69: Tọa độ cặp điểm thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+4}{x-2}$ đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x - 2y - 6 = 0$ là

- A. (4;4) và (-1;-1). B. (1;-5) và (-1;-1).
C. (0;-2) và (3;7). D. (1;-5) và (5;3).

Câu 70: Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì m thuộc khoảng nào?

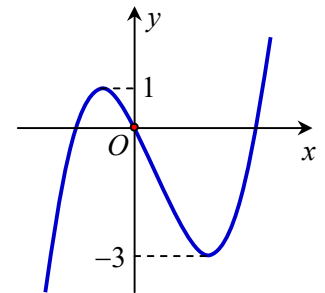
- A. (0;2). B. (-4;-2). C. (-2;0). D. (2;4).

Câu 71: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$ là

- A. $\min P = -80$. B. $\min P = -91$. C. $\min P = -83$. D. $\min P = -63$.

Câu 72: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là

- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
C. $m = -1$ hoặc $m = 3$. D. $1 \leq m \leq 3$.



Câu 73: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1		0		$+\infty$

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

- A. $\frac{1}{2} < m < 1$. B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$. C. $0 < m < 1$. D. $0 < m \leq 1$.

Câu 74: (CHUYÊN THÁI BÌNH – L4) Cho hàm số $y = f(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 75: (CHUYÊN THÁI BÌNH – L4) Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (m - x^3)\sqrt{1 - x^3}$ đồng biến trên (0; 1).

- A. $m \geq -2$. B. $m \leq -2$. C. $m > 1$. D. $m < 1$.

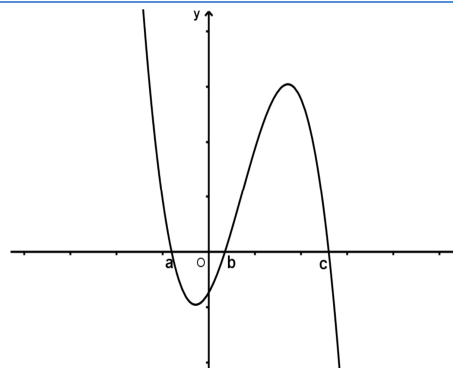
Câu 76: (CHUYÊN THÁI BÌNH – L4) Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi; 2017\pi]$?

- A. vô nghiệm. B. 2017. C. 2022. D. 2023.

PHẦN 2

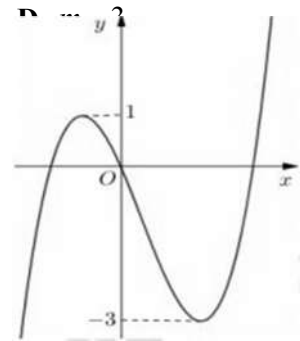
- Câu 77:** Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có đồ thị (C_m). Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.
A. $m > -3$ **B.** $m < -3$ **C.** $m > 3$ **D.** $m < 3$
- Câu 78:** Cho hàm số: $y = x^4 - 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm này tạo thành một tam giác đều
A. $m = 2 - \sqrt[3]{3}$ **B.** $2 - \sqrt{3}$ **C.** $3 - \sqrt{2}$ **D.** $3 - \sqrt[3]{2}$
- Câu 79:** Cho hàm số $y = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả những điểm trên đồ thị (C) sao cho hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại những điểm đó là giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = \frac{4x^2 + 3}{x^4 + 1}$
A. $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ **B.** $\left(-1; -\frac{3}{2}\right); \left(\frac{4}{3}; \frac{40}{27}\right)$
C. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1+\sqrt{2}}{4}\right); \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1+\sqrt{2}}{4}\right)$ **D.** $\left(\frac{1}{2}; 0\right); (-2; -10)$
- Câu 80:** Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) đi qua điểm $A(-5; 5)$. Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc toạ độ).
A. $m = 0$ **B.** $m = 0; m = 2$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = -2$
- Câu 81:** Cho hàm số: $y = \frac{x+2}{x-1}$ (C). Tìm a sao cho từ $A(0, a)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) nằm ở hai phía trục Ox .
A. $\left(\frac{-2}{3}; +\infty\right)$ **B.** $(-2; +\infty) \setminus \{1\}$ **C.** $(-2; +\infty)$ **D.** $\left(\frac{-2}{3}; +\infty\right) \setminus \{1\}$
- Câu 82:** Hai điểm M, N thuộc hai nhánh của đồ thị $y = \frac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng?
A. 8 **B.** 4 **C.** $x_M < 3$ **D.** $8\sqrt{2}$.
- Câu 83:** Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số đã cho có cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$
A. $m = 1$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = -1$
- Câu 84:** Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.
A. $m - n^2 = 2018$. **B.** $m - n^2 = -2018$. **C.** $m - n^2 = 1$. **D.** $m - n^2 = -1$.

- Câu 85:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
- A. $f(c) > f(a) > f(b)$.
 B. $f(c) > f(b) > f(a)$.
 C. $f(a) > f(b) > f(c)$.
 D. $f(b) > f(a) > f(c)$.



- Câu 86:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (2m-1)x - (3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- A. $-3 \leq m \leq -\frac{1}{5}$. B. $-3 < m < -\frac{1}{5}$. C. $m < -3$. D. $m \geq -\frac{1}{5}$.
- Câu 87:** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số: $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3
- A. $m < 0$ hoặc $m > 6$ B. $m > 6$ C. $m < 0$ D. $m = 9$
- Câu 88:** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C). Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các tiệm cận của (C).
- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{3}$
- Câu 89:** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm k để đường thẳng $d: y = kx + 2k + 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.
- A. 12 B. -4 C. -3 D. 1
- Câu 90:** Nếu đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x+1}$ cắt đường thẳng (d): $2x + y = m$ tại hai điểm AB sao cho độ dài AB nhỏ nhất thì
- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = -2$ D. $m = 2$
- Câu 91:** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 1 - m^2$. Tìm m để trên đồ thị hàm số có hai điểm đối xứng qua gốc tọa độ
- A. $-1 \leq m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$ B. $-1 < m < 0$ hoặc $m > 1$
 C. $1 > m > 0$ hoặc $m < -1$ D. $1 \geq m \geq 0$ hoặc $m \leq -1$
- Câu 92:** Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ có đồ thị (C_m) và đường thẳng $d: y = m^2x + 2m^3$. Biết rằng m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) là hai giá trị thực của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$. Phát biểu nào sau đây là **đúng** về quan hệ giữa hai giá trị m_1, m_2 ?
- A. $m_1 + m_2 = 0$. B. $m_1^2 + 2m_2 > 4$. C. $m_2^2 + 2m_1 > 4$. D. $m_1 - m_2 = 0$.
- Câu 93:** Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm của 2 đường tiệm cận của (C). Tìm tọa độ điểm M trên (C) sao cho độ dài IM là ngắn nhất?
- A. $M_1(0; -3)$ và $M_2(-2; 5)$ B. $M_1(1; -1)$ và $M_2(-3; 3)$
 C. $M_1\left(2; -\frac{1}{3}\right)$ và $M_2\left(-4; \frac{7}{3}\right)$ D. $M_1\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{3}\right)$ và $M_2\left(-\frac{5}{2}; \frac{11}{3}\right)$

- Câu 94:** Giá trị của tham số m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2mx + m^2 + 1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ đạt giá trị nhỏ nhất là:
 A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = -2$
- Câu 95:** Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ hợp với 2 trục tọa độ 1 tam giác có diện tích S bằng:
 A. $S = 1,5$ B. $S = 2$ C. $S = 3$ D. $S = 1$
- Câu 96:** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ có đồ thị (C) . Giá trị của m thì (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$ là
 A. $m < 1$ B. $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $-\frac{1}{4} < m < 1$ D. $\frac{1}{4} < m < 1$
- Câu 97:** Cho hàm số $y = (x - m)^3 - 3x + m^2$ (1). Gọi M là điểm cực đại của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị m thích hợp đồng thời là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị khác của m . Số điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài là:
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 0
- Câu 98:** Cho một tam giác đều ABC cạnh a . Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên cạnh BC , hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định giá trị lớn nhất của hình chữ nhật đó?
 A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ C. 0 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$
- Câu 99:** Cho hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = mx - m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ đạt giá trị nhỏ nhất với $A(-1; 1)$.
 A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = -1$
- Câu 100:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là:
 A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$ B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$
 C. $m = -1$ hoặc $m = 3$ D. $1 \leq m \leq 3$
- Câu 101:** Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1 (O là gốc tọa độ).
 A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = \pm 1$ D. $m = 3$
- Câu 102:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2\sin^2 x}{\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}}$ là
 A. 0 B. 4 C. 8 D. 2
- Câu 103:** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ có đồ thị (C) , với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$ B. $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$
 C. $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$ D. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$

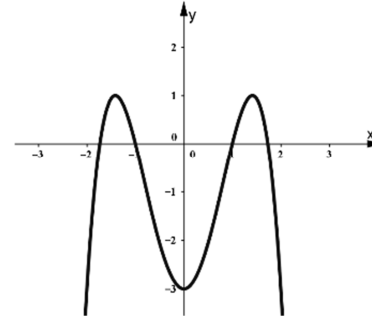


Câu 104: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 105: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$
 B. $a < 0, b > 0, c < 0$
 C. $a < 0, b < 0, c < 0$
 D. $a > 0, b < 0, c < 0$



Câu 106: Cho hàm số: $y = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ (C) Tìm những điểm trên đồ thị (C) có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tiếp tuyến tại điểm đó tạo với 2 đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

- A. $M = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$ B. $M = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$
 C. $M = (1; 2 + \sqrt{2})$ D. $M = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 + \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$

Câu 107: Cho hàm số: $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$ (C) và điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = a$. Với giá trị nào của a thì tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) 2 điểm phân biệt khác M.

- A. $\begin{cases} |a| < \sqrt{3} \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} |a| < \sqrt{3} \\ a \neq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < \sqrt{3} \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} |a| < \sqrt{7} \\ a \neq \pm 2 \end{cases}$

Câu 108: Cho hàm số: $y = \frac{2x-3}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đó cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{2}IB$, với $I(2, 2)$.

- A. $y = -x + 2$; $y = -x - 3$ B. $y = x + 2$; $y = -x + 6$
 C. $y = -x + 2$; $y = -x + 6$ D. $y = x - 2$; $y = x - 6$

Câu 109: Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ (m là tham số) có đồ thị là (C_m) , đường thẳng d có phương trình $y = x + 4$ và điểm $K(1; 3)$. Tìm các giá trị của tham số m để d cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(0; 4)$, B, C sao cho tam giác KBC có diện tích bằng $8\sqrt{2}$.

- A. $m = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$ B. $m = \frac{1 \pm \sqrt{137}}{2}$ C. $m = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ D. $m = \frac{1 \pm \sqrt{142}}{2}$

Câu 110: Cho hàm số: $y = x^3 - 2009x$ có đồ thị là (C). M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 , tiếp tuyến của (C) tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n = 4; 5; \dots$), gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ điểm M_n . Tìm n để: $2009x_n + y_n + 2^{2013} = 0$

- A. $n = 685$ B. $n = 627$ C. $n = 675$ D. $n = 672$

Câu 111: Cho hàm số $y = \frac{3x-2m}{mx+1}$ với m là tham số. Xác định m để đường thẳng d cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại C, D sao cho diện tích ΔOAB bằng 2 lần diện tích ΔOCD .

A. $m = \pm \frac{5}{3}$ B. $m = \pm 3$ C. $m = \pm \frac{2}{3}$ D. $m = \pm \frac{1}{3}$

Câu 112: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số. Tìm các giá trị của m để trên (C_m) có duy nhất một điểm có hoành độ âm mà tiếp tuyến của (C_m) tại điểm đó vuông góc với đường thẳng $d: x + 2y = 0$.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{2}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$ C. $0 < m < \frac{1}{3}$ D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{5}{3} \end{cases}$

Câu 113: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $P(2;5)$. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác PAB đều.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là:

A. $m = 1, m = -5$ B. $m = 1, m = 4$ C. $m = 6, m = -5$ D. $m = 1, m = -8$

Câu 114: Cho hàm số $y = x^4 - mx^3 + 4x + m + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số ban đầu có 3 cực trị và trọng tâm của tam giác với 3 đỉnh là tọa độ các điểm cực trị trùng với tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x}{4x-m}$.

A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = 4$ D. $m = 3$

Câu 115: Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m+1)x + 2$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài lớn hơn 4.

A. $m < \frac{1-\sqrt{21}}{2}$ B. $m < \frac{1-\sqrt{21}}{2}$ hoặc $m > \frac{1+\sqrt{21}}{2}$

C. $m > \frac{1+\sqrt{21}}{2}$ D. $\frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2}$

Câu 116: Đường thẳng $d: y = x + a$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ (H) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (H) tại A và B . Tìm a để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $a = 1$ B. $a = 2$ C. $a = -5$ D. $a = -1$

Câu 117: Tìm m để phương trình $x^4 - (2m+3)x^2 + m + 5 = 0$ có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn: $-2 < x_1 < -1 < x_2 < 0 < x_3 < 1 < x_4 < 3$

A. Không có m B. $m = 1$ C. $m = 4$ D. $m = 3$

Câu 118: Cho hàm số: $y = x^3 - \frac{3}{2}mx^2 + \frac{1}{2}m^3$. Xác định m để đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $m = 0; m = \pm \sqrt{2}$ B. $m = 0$

C. $m = \pm \sqrt{2}$ D. $m = 0; m = \sqrt{2}$

Câu 119: Cho hàm số $y=x^3-(m+1)x^2-(2m^2-3m+2)x+2m(2m-1)$. Xác định m để hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

- A. $-3 < m < 2$ B. $-2 \leq m \leq 2$ C. $-3 \leq m \leq 1$ D. $-3 \leq m \leq 2$

Câu 120: Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

- A. $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}m$. B. $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}m$. C. $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}m$. D. $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}m$.

Câu 121: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c > 0 \\ 8+4a+2b+c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 122: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

- A. $\{0\}$. B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $\emptyset$ D. $(-\infty; -1) \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$.

Câu 123: Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4), B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. B. $m = -2$ hoặc $m = 3$. C. $m = 3$. D. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Câu 124: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$ là:

- A. $\min P = -83$ B. $\min P = -63$ C. $\min P = -80$ D. $\min P = -91$

Câu 125: Gọi (C_m) là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - m + 2017$. Tìm m để (C_m) có đúng 3 điểm chung phân biệt với trục hoành, ta có kết quả:

- A. $m = 2017$ B. $2016 < m < 2017$ C. $m \geq 2017$ D. $m \leq 2017$

Câu 126: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{\sqrt{mx^4+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. $m = 0$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m > 3$

Câu 127: Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + a - 4|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $a = 3$ B. $a = 2$ C. $a = 1$ D. Một giá trị khác

Câu 128: Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sqrt{x^3 + 2(1 + \sqrt{x^3 + 1})} + \sqrt{x^3 + 2(1 - \sqrt{x^3 + 1})}$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

PHẦN 3.1

Câu 129: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

A. 2.250.000

B. 2.350.000

C. 2.450.000

D. 2.550.000

Câu 130: Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 40 quả bưởi. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 5000 đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là 50 quả. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi quả là 30.000 đồng.

A. 44.000đ

B. 43.000đ

C. 42.000đ

D. 41.000đ

Câu 131: Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30 - \frac{5m}{2}\right)^2$ đồng. Tính số hành khách trên mỗi chuyến xe để nhà xe thu được lợi nhuận mỗi chuyến xe là lớn nhất?

A. 30

B. 40

C. 50

D. 60

Câu 132: Một công ty chuyên sản xuất thùng phi nhận được đơn đặt hàng với yêu cầu là thùng phi phải chứa được $16\pi(m^3)$ mỗi chiếc. Hỏi chiếc thùng phải có kích thước như thế nào để sản xuất ít tốn vật liệu nhất?

A. $R = 2(m), h = 4(m)$ B. $R = 4(m), h = 2(m)$ C. $R = 3(m), h = 4(m)$ D. $R = 4(m), h = 4(m)$

Câu 133: Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là $100m^2$. Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là $1(kg/m^2)$ tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi $(200g/m^2)$ tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu kg tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống).

A. $\frac{230}{3}kg$

B. 70kg

C. 72kg

D. 69kg

Câu 134: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,25x^2(30 - x)$ trong đó $x(mg)$ và $x > 0$ là lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng bao nhiêu:

A. 15mg

B. 30mg

C. 40mg

D. 20mg

Câu 135: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $G(t) : 45t^2 - t^3$, (kết quả khảo sát được trong 10 tháng vừa qua). Nếu xem $G'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người / ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ:

A. 25

B. 30

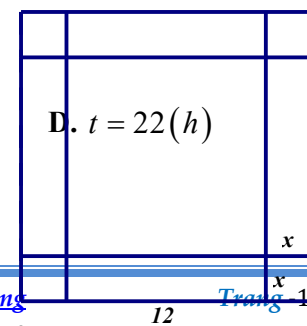
C. 20

D. 15

Câu 136: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ trong ngày cho bởi công thức

$$h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12.$$

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t = 10(h)$ B. $t = 14(h)$ C. $t = 15(h)$ D. $t = 22(h)$ 

Câu 137: (Đề minh họa Quốc gia 2017): Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh $x(cm)$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được cái hộp không nắp. Tìm x để được một cái hộp có thể tích lớn nhất.

- A. $x = 6(cm)$ B. $x = 3(cm)$ C. $x = 2(cm)$ D. $x = 4(cm)$

Câu 138: Cuốn sách giáo khoa cần một trang chữ có diện tích là $384cm^2$. Lề trên và dưới là $3cm$, lề trái và lề phải là $2cm$. Kích thước tối ưu của trang giấy?

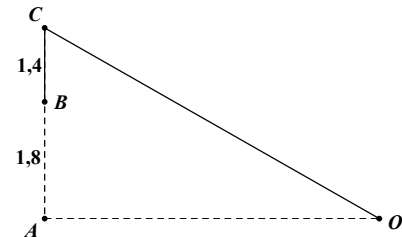
- A. Dài $24cm$, rộng $17cm$ B. Dài $30cm$, rộng $20cm$
C. Dài $24cm$, rộng $18cm$ D. Dài $24cm$, rộng $19cm$

Câu 139: Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 16cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $36cm^2$ B. $20cm^2$ C. $16cm^2$ D. $30cm^2$

Câu 140: Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 mét và đặt ở độ cao 1,8 mét so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đó? Biết rằng góc $\widehat{BOC}$ là góc nhọn.

- A. $AO = 2,4m$ B. $AO = 2m$
C. $AO = 2,6m$ D. $AO = 3m$



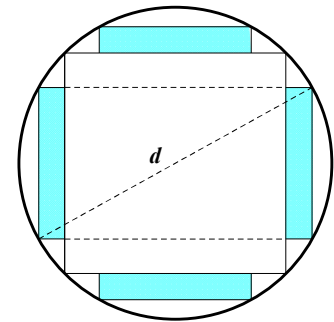
Câu 141: Một công trình nghệ thuật kiến trúc trong công viên thành phố Việt Trì có dạng là một tòa nhà hình chóp tứ giác đều nội tiếp một mặt cầu có bán kính 5(m). Toàn bộ tòa nhà đó được trang trí các hình ảnh lịch sử và tượng anh hùng, do vậy để có không gian rộng bên trong tòa nhà người ta đã xây dựng tòa nhà sao cho thể tích lớn nhất. Tính chiều cao của tòa nhà đó.

- A. $h = \frac{20}{3}(m)$ B. $h = \frac{22}{3}(m)$ C. $h = \frac{23}{3}(m)$ D. $h = \frac{25}{3}(m)$

Câu 142: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 480 - 20n(g)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

- A. 14 B. 13 C. 12 D. 11

Câu 143: (Trích luận văn thạc sĩ Nguyễn Văn Bảo): Một khúc gỗ tròn hình trụ cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. Hãy xác định kích thước của các miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất. Biết đường kính khúc gỗ là d .



- A. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$, dài $\frac{\sqrt{7 - \sqrt{17}}}{4}d$
B. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{15}d$, dài $\frac{\sqrt{7 - \sqrt{17}}}{4}d$
C. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{14}d$, dài $\frac{\sqrt{7 - \sqrt{17}}}{4}d$ D. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{13}d$, dài $\frac{\sqrt{7 - \sqrt{17}}}{4}d$

Câu 144: Nhà Long muốn xây một hồ chứa nước có dạng một khối hộp chữ nhật có nắp đậy có thể tích bằng $576m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền thuê nhân công để xây hồ tính theo m^2 là 500.000 đồng/ m^2 . Hãy xác định kích thước của hồ chứa nước sao cho chi phí thuê nhân công là ít nhất và chi phí đó là bao nhiêu?

- A. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 216 triệu
 B. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 215 triệu
 C. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 214 triệu
 D. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 213 triệu.

Câu 145: Một công ty chuyên sản xuất container muốn thiết kế các thùng gỗ đựng hàng ở bên trong có dạng hình hộp chữ nhật và không có nắp, có đáy là hình vuông. Thùng gỗ có thể chứa được $62,5m^3$. Hỏi các cạnh của hình hộp chữ nhật có độ dài là bao nhiêu để tổng diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy của thùng là nhỏ nhất?

- A. Cạnh bên: $2,5m$, cạnh đáy: $5m$.
 B. Cạnh bên: $4m$, cạnh đáy: $\frac{5\sqrt{10}}{4}m$
 C. Cạnh bên: $3m$, cạnh đáy: $\frac{5\sqrt{10}}{6}m$
 D. Cạnh bên: $5m$, cạnh đáy: $\frac{5\sqrt{2}}{2}m$.

Câu 146: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R , nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp?

- A. $2R^2$ B. $5R^2$ C. R^2 D. $3R^2$

Câu 147: (Đề thi thử Việt Trì lần I): Để thiết kế một chiếc bể cá hình chữ nhật có chiều cao là $60cm$, thể tích là $96.000cm^3$, người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100.000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là:

- A. $83.200.000$ đồng B. 382.000 đồng
 C. 83.200 đồng D. $8.320.000$ đồng.

Câu 148: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy là hình vuông không có nắp có thể tích chứa được $4dm^3$. Tìm kích thước của thùng để lượng vàng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau:

- A. Cạnh đáy: $2dm$, cao: $1dm$.
 B. Cạnh đáy: $2dm$, cao: $2dm$.
 C. Cạnh đáy: $1dm$, cao: $2dm$.
 D. Cạnh đáy: $2dm$, cao: $3dm$.

Câu 149: Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ m^2 và thu được $1,5$ tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên $0,5kg$. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

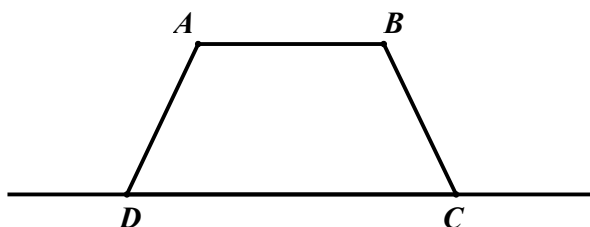
- A. 512 con B. 511 con C. 510 con D. 509 con

Câu 150: Người ta cần làm một hộp theo dạng một khối lăng trụ đều không nắp với thể tích lớn nhất từ một miếng tôn hình vuông có cạnh là 1 mét. Thể tích của hộp cần làm.

- A. $V = \frac{2}{27} dm^3$ B. $V = \frac{3}{27} dm^3$ C. $V = \frac{4}{27} dm^3$ D. $V = \frac{5}{27} dm^3$

Câu 151: (Đề minh học HSG Phú Thọ 2016-2017)

Một người nông dân có ba tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài $a(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân ABCD như hình vẽ (Bờ sông là đường thẳng CD không phải rào). Hỏi ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là bao nhiêu m^2 ?



A. $\sqrt{3}a^2$ B. $\frac{5\sqrt{3}a^2}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$

Câu 152: Một công ty muốn làm đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá thành để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. B' là điểm trên bờ sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9km. Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo hướng ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách A một đoạn bằng:

A. 9km B. 6,5km C. 5km D. 4km.

Câu 153: Một gia đình cần xây một cái bể nước hình trụ có thể chứa được $150m^3$ có đáy được làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn, bể mặt làm bằng kính. Tính chi phí thấp nhất cần dùng để xây bể nước đó. biết giá thành vật liệu làm bằng bê tông có giá thành là 100.000 đồng/ m^2 , làm bằng tôn là 90.000 đồng/ m^2 , bể mặt làm bằng kính là 120.000 đồng/ m^2 . (số tiền để xây được tính lấy giá trị lớn hơn gần nhất với số tiền tính toán trên lý thuyết).

A. 15.041.000đ B. 15.040.000đ C. 15.039.000đ D. 15.038.000đ

Câu 154: Có một tấm gỗ hình vuông có độ dài cạnh là 2m. Cắt tấm gỗ đó thành tấm gỗ có hình dạng là một tam giác vuông sao cho tổng của một cạnh tam giác vuông và cạnh huyền của tấm gỗ tam giác vuông đó bằng 1,2m. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ tam giác vuông đó bằng bao nhiêu để tam giác vuông có diện tích lớn nhất.

A. 0,8m B. 0,9m C. 1m D. 1,1m

Câu 155: Anh Tuấn muốn xây dựng một hồ ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được $3200cm^3$, tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hồ ga bằng 2. Xác định diện tích đáy của hồ ga để khi xây hồ tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. $170cm^2$ B. $160cm^2$ C. $150cm^2$ D. $140cm^2$

Câu 156: Một trung tâm thương mại bán 2500 ti vi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 100.000 đồng một cái ti vi mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200.000 đồng cộng thêm 90.000 đồng mỗi cái ti vi. Trung tâm nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là ít nhất. Biết rằng mỗi lần đặt hàng về chỉ có một nửa trong số đó được trưng bày ở cửa hàng.

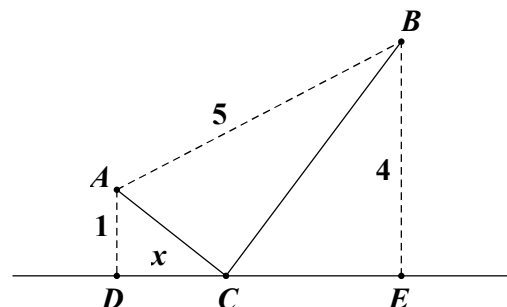
A. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 ti vi B. Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 125 ti vi
C. Đặt hàng 10 lần, mỗi lần 250 ti vi D. Đặt hàng 50 lần, mỗi lần 50 ti vi

Câu 157: Mùa này công ty sách định ra 2 cuốn trắc nghiệm Lý và Toán với giá sản xuất là 200.000 đồng và 300.000 đồng. Khi đó hàm lợi ích chúng ta là $u(x; y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$, với x, y là số lượng hai cuốn sách được in ra. Nhưng ban quản trị chỉ đồng ý đưa ra số tiền 300.000.000 đồng. Theo bạn phải sản xuất số lượng như thế nào để đạt doanh thu cho công ty sách cao nhất?

A. $\left(\frac{3000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu. B. $\left(\frac{2000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu. C. $\left(\frac{3001}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu. D. $\left(\frac{2001}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.

Câu 158: Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao 1m và 4m, đỉnh của hai cây cột cách nhau 5m. Người ta chọn một vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất.

A. $\sqrt{41}$ B. $\sqrt{37}$
C. $\sqrt{29}$ D. $3\sqrt{5}$



Câu 159: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có

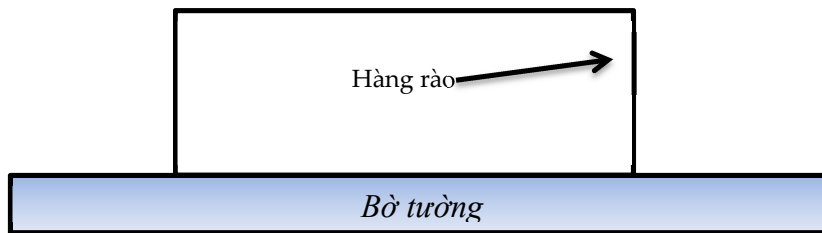
tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của hình hộp lớn nhất là bao nhiêu?

- A. 8 B. 12. C. $8\sqrt{2}$ D. $24\sqrt{3}$.

Câu 160: Một ca sĩ có buổi diễn âm nhạc có giá vé đã thông báo là 600 đô la thì sẽ có 1000 người đặt vé. Tuy nhiên sau khi đã có 1000 người đặt vé với giá 600 đô la thì quản lí kinh doanh của ca sĩ này nhận thấy, cứ mỗi 20 đô la giảm giá vé thì sẽ thu hút thêm 100 người mua vé nên ông quyết định mở ra một chương trình giảm giá vé. Tìm giá vé phù hợp để có được số tiền vé thu vào là cao nhất và số tiền đó là bao nhiêu?

- A. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 800 000 đô la.
B. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 6400 000 đô la.
C. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 11 000 đô la.
D. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 110 000 đô la.

Câu 161: Bác nông dân muốn làm hàng rào trồng ra hình chữ nhật có chiều dài song song với hàng tường gạch. Bác chỉ làm ba mặt hàng rào bởi vì mặt thứ tư bác tận dụng luôn bờ tường. Bác dự tính sẽ dùng 200m lưới để làm nên toàn bộ hàng rào đó. Diện tích đất trồng rau lớn nhất bác có thể rào nên là:



- A. $1500m^2$. B. $10\,000m^2$.
C. $2500m^2$. D. $5000m^2$.

Câu 162: Một người có một dây ruy băng dài 130 cm, người đó cần bọc dải ruy băng này quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải ruy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $4000\pi\,cm^3$ B. $1000\pi\,cm^3$
C. $2500\pi\,cm^3$ D. $5000\pi\,cm^3$



Câu 163: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công

$$\text{thức } V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right) \quad (0 \leq t \leq 90)$$

Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng.

- A. Tốc độ bơm giảm từ phút 60 đến phút thứ 90.
B. Tốc độ bơm luôn giảm.
C. Tốc độ bơm tăng từ phút 0 đến phút thứ 75.
D. Cả A, B, C đều sai.

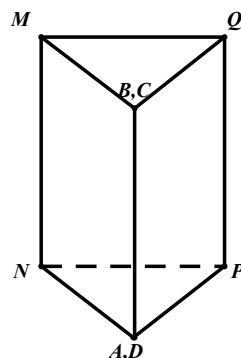
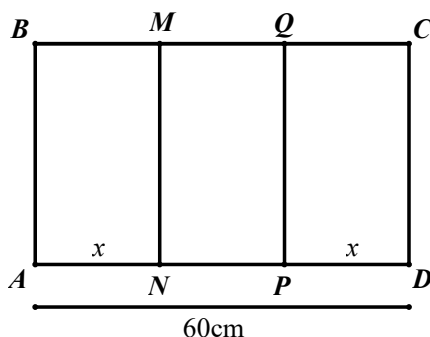
Câu 164: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất?

- A. 0,7 B. 0,6 C. 0,8. D. 0,5.

Câu 165: Do nhu cầu sử dụng người ta cần tạo ra một lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao h , có thể tích là $1m^3$. Với a, h như thế nào để đỡ tốn nhiều vật liệu nhất?

- A. $a = 1; h = 1$. B. $a = \frac{1}{3}; h = \frac{1}{3}$ C. $a = \frac{1}{2}; h = \frac{1}{2}$ D. $a = 2; h = 2$.

Câu 166: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật ABCD có $AD = 60\text{cm}$. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ để được 1 hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?



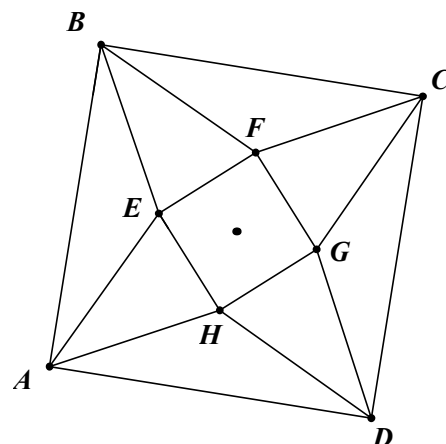
- A. $x = 20$ B. $x = 30$ C. $x = 45$ D. $x = 40$

Câu 167: Một sợi dây kim loại 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1.

Câu 168: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn An nhờ bố làm hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông ABCD có cạnh bằng a , cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB; BFC; CGD; DHA; sau đó gò các tam giác AEH; BEF; CFG; DGH sao cho 4 đỉnh A, B, C, D trùng nhau như hình vẽ. Thể tích lớn nhất của khối tứ giác đều tạo được là:

- A. $\frac{a^3}{36}$ B. $\frac{a^3}{24}$
C. $\frac{a^3}{54}$ D. $\frac{a^3}{81}$



Câu 169: Trong các hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R , hãy tìm hình trụ có thể tích lớn nhất.

- A. $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ B. $\frac{5\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ C. $\frac{7\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ D. $\frac{8\pi R^3}{3\sqrt{3}}$

Câu 170: Cho số dương m , hãy phân tích m thành tổng của hai số dương sao cho tích của chúng là lớn nhất.

- A. $\frac{m}{5}$ B. $\frac{m}{4}$ C. $\frac{m}{3}$ D. $\frac{m}{2}$

Câu 171: Tìm hai số có hiệu là 13 sao cho tích của chúng là bé nhất.

- A. $-\frac{13}{2}$ và $\frac{13}{2}$ B. $-\frac{13}{4}$ và $\frac{39}{4}$ C. $-\frac{13}{5}$ và $\frac{52}{5}$ D. $-\frac{13}{6}$ và $\frac{65}{6}$

Câu 172: Hãy tìm tam giác vuông có diện tích lớn nhất nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$).

- A. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$
- B. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{5\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$
- C. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{4\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$
- D. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{3\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$

Câu 173: Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định vị trí của điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

- A. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$
- B. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{7}$
- C. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$
- D. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{13}$

Câu 174: Cho một parabol (P): $y = x^2$ và điểm $A(-3;0)$. Xác định điểm M thuộc parabol (P) sao cho khoảng cách AM là ngắn nhất và tìm khoảng cách ngắn nhất đó.

- A. $M_0(-1;3); AM_0 = \sqrt{7}$
- B. $M_0(-1;1); AM_0 = \sqrt{5}$
- C. $M_0(-2;1); AM_0 = \sqrt{5}$
- D. $M_0(-2;3); AM_0 = \sqrt{11}$

Câu 175: Một tạp chí được bán với giá 20 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: Lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng.

1) a) Tính tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí

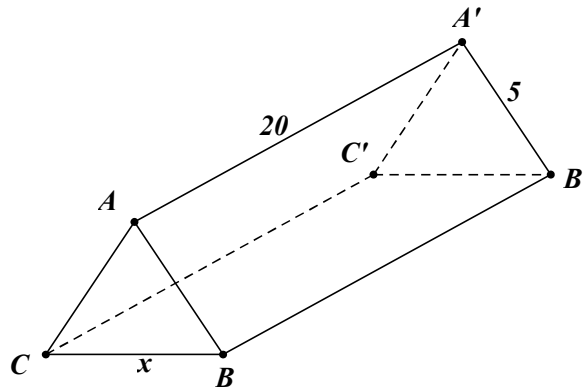
b) Tỷ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tính $M(x)$ theo x và tìm số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình là thấp nhất.

2) Các khoản thu bao gồm tiền bán tạp chí và 90 triệu nhận được từ quảng cáo và sự trợ giúp cho báo chí. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết.

- a) Chứng minh rằng số tiền lãi khi in x cuốn tạp chí là $L(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$.
- b) Hỏi in bao nhiêu cuốn thì có lãi.
- c) In bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất? tính số tiền lãi.

Câu 176: Một hành lang giữa hai tòa nhà có hình dạng của hình lăng trụ đứng. Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A''$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m, Gọi x (mét) là độ dài cạnh BC.

- a) Tính thể tích V của hình lăng trụ theo x.
- b) Tìm x sao cho hình lăng trụ có thể tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Câu 177: Cho hình vuông ABCD với cạnh có độ dài cạnh bằng 1 và cung $\widehat{AB}$ là một phần tư đường tròn tâm A, bán kính AB chứa trong hình vuông. Tiếp tuyến tại điểm M của cung $\widehat{BD}$ cắt đoạn thẳng CD tại điểm P và cắt đoạn thẳng BC tại điểm Q. Đặt $x = DP$ và $y = PQ$

- Chứng minh rằng $PQ^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$ và $PQ = x + y$. Từ đó tính y theo x.
- Tính PQ theo x và tìm x để PQ có độ dài nhỏ nhất.

Câu 178: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là $7(km)$. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc $4(km/h)$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6(km/h)$. Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất.

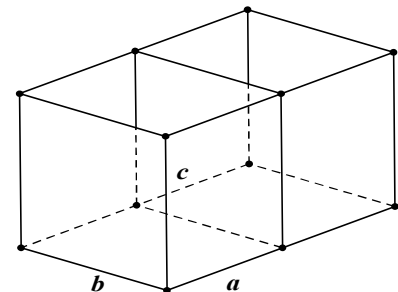
Câu 179: Một hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu bán kính a.

- Chứng minh rằng thể tích của hình chóp là: $V = \frac{4a^2x^2}{3(x-2a)}$, trong đó x là chiều cao của hình chóp.
- Với giá trị nào của x, hình chóp có thể tích nhỏ nhất.

Câu 180: Một sợi dây kim loại dài $60(cm)$ được cắt thành hai đoạn, đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông, đoạn thứ hai uốn thành hình tròn. Phải cắt sợi dây như thế nào để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

Câu 181: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn bằng nhau, không có nắp ở phía trên với thể tích $1,296m^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước mỗi ngăn là a, b, c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a, b, c bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dày của kính không đáng kể.

- $a = 3,6cm; b = 0,6cm; c = 0,6cm$.
- $a = 2,4cm; b = 0,9cm; c = 0,6cm$
- $a = 0,9cm; b = 1,2cm; c = 0,6cm$
- $a = 1,2cm; b = 1,2cm; c = 0,9cm$.



PHẦN 3.2

Câu 182: Một vật chuyển động có phương trình là

$$S(t) = 40 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right), (t(s)), \text{ quãng đường tính theo đơn vị mét.}$$

- Tính vận tốc của vật chuyển động tại thời điểm $t=4(s)$
- Tính gia tốc của vật chuyển động tại thời điểm $t=6(s)$.

Câu 183: Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là $S(t) = 50t^2, (t(s))$, độ cao tính theo đơn vị là mét.

- a. Tính vận tốc của vật rơi tự do tại thời điểm $t=6(s)$.
 b. Sau thời gian bao lâu thì vật rơi tự do đạt vận tốc $50(m/s)$.

Câu 184: Một vật chuyển động có vận tốc được biểu thị bởi công thức là $v(t) = 5t^2 + 7t, (t(s))$, trong đó $v(t)$ tính theo đơn vị là (m/s)

- a. Tính gia tốc của vật tại thời điểm $t=2(s)$.
 b. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc chuyển động của vật bằng 12 m/s.

Câu 185: (Đề KSCL THPT Việt Trì)

Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 1 + 3t^2 - t^3, t(s)$. Vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất khi t bằng bao nhiêu.

- A. $t = 4$ B. $t = 3$ C. $t = 2$ D. $t = 1$

Câu 186: Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

- A. $15h$ B. $16h$ C. $17h$ D. $18h$

Câu 187: (đề minh họa Quốc gia 2017)

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10, (t(s))$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 0,2m B. 2m C. 10m D. 20m.

Câu 188: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 300km (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước 6km/h. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong thời gian t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số; E tính bằng jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất là bao nhiêu?

- A. 9km/h B. 6km/h C. 10km/h D. 12km/h

Câu 189: (trích từ Luận văn thạc sĩ Nguyễn Văn Bảo)

Chi phí về nhiên liệu của một tàu được chia làm hai phần. Trong đó phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 ngàn đồng/giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10km/h$ thì phần thứ hai bằng 30 ngàn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất?

- A. 10km/h B. 15km/h C. 20km/h D. 25km/h

Câu 190: Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8m/s^2$ và t tính bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5s$ bằng:

- A. 49m/s B. 25m/s C. 10m/s D. 18m/s

Câu 191: Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc $t=2s$ là:

- A. $4m/s^2$ B. $6m/s^2$ C. $8m/s^2$ D. $12m/s^2$

Câu 192: Cho chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

- A. $0m/s^2$ B. $6m/s^2$ C. $24m/s^2$ D. $12m/s^2$

Câu 193: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 100$, trong đó t tính bằng giây (s). Chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm:

- A. $t = 1$ B. $t = 16$ C. $t = 5$ D. $t = 3$

Câu 194: Một vật đang chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2 (m/s^2)$. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc?

- A. $11100m$ B. $\frac{6800}{3}m$ C. $\frac{4300}{3}m$ D. $\frac{5800}{3}m$

Câu 195: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) (m/s)$, có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1} (m/s^2)$. vận tốc ban đầu của vật là $6m/s$. Vận tốc của vật sau 10 giây là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

- A. $14m/s$ B. $13m/s$ C. $11m/s$ D. $12m/s$

Câu 196: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2m+1)x - 3m^2 + 2 \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} ?$$

- A. $m \leq 2$. B. $m \leq -\frac{5}{2}$ C. $m \geq -\frac{5}{2}$ D. $m \leq 3$

Câu 197: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = mx^3 - 3x^2 + (m-2)x - 3m + 2 \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} ?$$

- A. $m \leq 2$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq -1$ D. $m \leq -1$

Câu 198: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số: $y = \frac{mx+1}{x+m}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $m \leq 1$ hoặc $m \geq -1$. B. $m < -1$ hoặc $m > 1$.
C. $m \leq 2$ hoặc $m \geq -1$. D. $m \leq 2$ hoặc $m \geq 1$.

Câu 199: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3} \text{ đồng biến trên } [2; +\infty)$$

- A. $m \geq \frac{2}{3}$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq -1$ D. $m \leq -1$

Câu 200: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1 \text{ nghịch biến trên khoảng } (0; +\infty) ?$$

- A. $m \leq 1$ B. $m \leq -1$ C. $m \geq -1$ D. $m \leq 0$

Câu 201: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số: $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên

$$\text{khoảng } \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$$

- A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. B. $m \leq 0$.
C. $1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 202: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = x^3 - mx^2 - (2m^2 - 7m + 7)x + 2(m-1)(2m-3) \text{ đồng biến trên khoảng } (2; +\infty)?$$

- A. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$ B. $-1 < m \leq \frac{5}{2}$ C. $-1 < m < \frac{5}{2}$ D. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{5}{2}$

Câu 203: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$m\sqrt{x^2 - 2x + 2} + m + 2x - x^2 \leq 0 \text{ có nghiệm } x \in [0; 1 + \sqrt{3}].$$

- A. $m \leq \frac{2}{3}$. B. $m \leq -1$. C. $m \geq \frac{2}{3}$. D. $m \leq 0$.

Câu 204: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$m(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} + 2) = 2\sqrt{1-x^4} + \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} \text{ có nghiệm.}$$

- A. $m \leq \sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 205: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \quad (1) \text{ có nghiệm.}$$

- A. $m \leq \sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. C. $-1 < m \leq \frac{1}{3}$. D. $m \leq -1$.

Câu 206: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1 \text{ có 2 nghiệm thực phân biệt.}$$

- A. $m \leq 9$. B. $m \geq \frac{9}{2}$. C. $-1 < m$. D. $m \leq 7$.

Câu 207: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực phân biệt

$$\sqrt[4]{2x} + \sqrt{2x} + 2\sqrt[4]{6-x} + 2\sqrt{6-x} = m, (m \in \mathbb{R})$$

- A. $2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6$ B. $2\sqrt{6} + 3\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 8$
C. $\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6$ D. $\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6$

Câu 208: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực đại, cực tiểu.

- A. $(-3; -2) \cup (-2; 1)$. B. $(-3; -2)$. C. $-1 < m$. D. $(-2; 1)$.

Câu 209: [ĐHĐ12]: Tìm m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

- A. $m = \frac{2}{3}$. B. $m = 5$. C. $-1 < m$. D. $m = 7$.

Câu 210: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại hai điểm $x_1; x_2$ sao cho: $|x_1 - x_2| \geq 8$.

- A. $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{64}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{64}}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{63}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{63}}{2} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{61}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{61}}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{65}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{65}}{2} \end{cases}$.

- Câu 211:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$ đạt cực trị tại hai điểm $x_1; x_2$ sao cho: $x_1 + 2x_2 = 1$.
- A. $m = \frac{2}{3}$ hoặc $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = -5$. D. $m = 2$.
- Câu 212:** [ĐH B12] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ có hai điểm cực trị tạo thành 1 tam giác OAB có diện tích bằng 48
- A. $m = 2$. B. $m = \pm 2$ C. $m = -2$ D. $m = \pm 3$
- Câu 213:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 4.
- A. $m = \sqrt[5]{16}$. B. $m = \sqrt[5]{17}$. C. $m = \sqrt[5]{18}$. D. $m = \sqrt[5]{19}$.
- Câu 214:** [DDHB07] Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O .
- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \pm \frac{1}{3}$. C. $m = \pm \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{2}$.
- Câu 215:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ có cực đại, cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$.
- A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.
- Câu 216:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.
- A. $m = 0$. B. $-1 \leq m < 0$. C. $m = 2$. D. $m = -1$.
- Câu 217:** [DDHB11] Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.
- A. $m = 0$. B. $m = 2 - \sqrt{8}$. C. $m = 2$. D. $m = 2 \pm \sqrt{8}$.
- Câu 218:** [ĐH A12] Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.
- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.
- Câu 219:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x^4}{4} - (3m+1)x^2 + 2(m+1)$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ O.
- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{3}$. C. $m = \frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{5}$.
- Câu 220:** (Đề minh họa 2017). Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.
- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.
- Câu 221:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - m$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có một góc bằng 120°

A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ B. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{5}}$ D. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$.

Câu 222: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m = \sqrt[3]{3}$. B. $m = \sqrt[3]{9}$ C. $m = \sqrt[3]{13}$ D. $m = \sqrt[3]{14}$

PHẦN 3.3

Câu 223: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{m-x}{x+2} (H_m)$ và đường thẳng $d: 2x + 2y - 1 = 0$ giao nhau tại hai điểm cùng với gốc tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích là $S = \frac{3}{8}$.

A. $m = 3$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 224: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{2x}{x-2} (H)$ và đường thẳng $d: y = x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt thuộc 2 nhánh khác nhau của đồ thị sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó là nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

A. $m = 4$ và $\sqrt{30}$. B. $m = \frac{1}{2}$ và $\sqrt{31}$. C. $m = 0$ và $\sqrt{32}$. D. $m = -1$ và $\sqrt{33}$.

Câu 225: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1} (H)$ và đường thẳng $d: y = x + m2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B thuộc 2 nhánh khác nhau. Xác định m để đoạn AB có độ dài ngắn nhất.

A. $m = 5$. B. $m = -3$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.

Câu 226: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1} (H)$ và đường thẳng $d: y = x + m2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{5}$.

A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 0$. D. $\begin{cases} m = 10 \\ m = -2 \end{cases}$.

Câu 227: Tìm tất cả các giá trị thực của a và b sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1} (C)$ và đường thẳng $d: y = ax + b$ giao nhau tại hai điểm phân biệt, đối xứng nhau qua đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$.

A. $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}$

Câu 228: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1} (C)$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O . (O là gốc tọa độ)

A. $m = 3 \pm \sqrt{5}$. B. $m = 3 - \sqrt{5}$. C. $m = 3 + \sqrt{5}$. D. $m = 2 \pm \sqrt{5}$.

Câu 229: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2(C)$ và đường thẳng $\Delta: y = -x + 2$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;2); B; C$ sao cho tam giác MBC có diện tích $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Câu 230: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} (C_m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$.

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 231: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m (C_m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt với các hoành độ lập thành cấp số cộng.

- A. $m = 11$. B. $m = 10$. C. $m = 9$. D. $m = 8$.

Câu 232: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m^2 + 2m - 5(C)$ có tiếp tuyến tạo với đường thẳng

$$d: x + y + 7 = 0 \text{ góc } \alpha, \text{ biết } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

- A. $m \leq -\frac{1}{4}$ hoặc $m \geq \frac{1}{2}$. B. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1}{3}$.
C. $m \leq -\frac{1}{3}$ hoặc $m \geq \frac{1}{4}$. D. $m \leq -\frac{1}{5}$ hoặc $m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 233: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = -3$ D. $m = -4$

Câu 234: Cho điểm $A(0;m)$, tìm tất cả các giá trị thực của m để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến tới hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}(C)$ sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm về hai phía trục Ox.

- A. $\begin{cases} -2 < m \\ m \neq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{-2}{3} < m \\ m \neq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} \frac{-2}{5} < m \\ m \neq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{-2}{7} < m \\ m \neq 1 \end{cases}$

Câu 235: Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x+2}(C)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) tạo với trục tọa độ một tam giác có trọng tâm nằm trên đường thẳng $d: y = -4x$.

- A. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ B. $M\left(2; \frac{1}{5}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$
C. $M\left(3; \frac{1}{4}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ D. $M\left(5; \frac{1}{3}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Câu 236: (KSCL CHV) Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}(C)$ sao cho tiếp tuyến tại M với (C) cắt các đường tiệm cận của (C) tại A và B để đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất, với I là giao điểm của 2 tiệm cận.

- A. $M\left(4; \frac{5}{2}\right)$ và $M(3;3)$ B. $M\left(0; \frac{3}{2}\right)$ và $M(3;3)$
 C. $M(1;1)$ và $M(3;3)$ D. $M\left(5; \frac{7}{3}\right)$ và $M(3;3)$

Câu 237: Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}(C)$ sao cho khoảng cách từ điểm $I(-1;2)$ tới tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất.

- A. $M(-1+\sqrt{3}; 2-\sqrt{3}), M(-1-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$
 B. $M(0;-1), M(-1-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$
 C. $M(2;1), M\left(1; \frac{1}{2}\right)$
 D. $M(0;-1), M(2;1)$

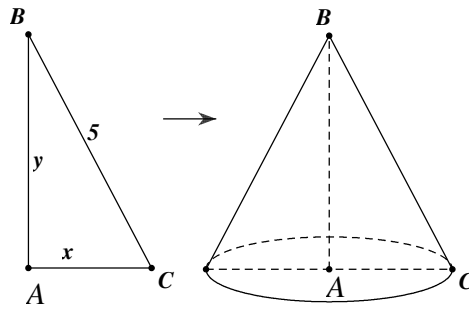
Câu 238: Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}(C)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A, B và có độ dài AB ngắn nhất.

- A. $M(3;3), M\left(0; \frac{3}{2}\right)$ B. $M(3;3), M\left(4; \frac{5}{2}\right)$
 C. $M\left(6; \frac{9}{4}\right), M(1;1)$ D. $M(3;3), M(1;1)$.

Câu 239: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1(C)$, đường thẳng $d: y = mx + m + 3$ giao nhau tại $A(-1;3), B, C$ và tiếp tuyến của (C) tại B và C vuông góc nhau.

- A. $\begin{cases} m = \frac{-3+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-3-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = \frac{-2+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-2-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$
 C. $\begin{cases} m = \frac{-4+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-4-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = \frac{-5+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-5-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

Câu 240: cho tam giác vuông ABC có độ dài cạnh huyền bằng 5(đơn vị độ dài). Người ta quay tam giác ABC quanh trục một cạnh góc vuông để sinh ra hình nón, với kích thước nào của tam giác ABC thì hình nón sinh ra có thể tích lớn nhất?



A. $x = 5\sqrt{\frac{2}{3}}, y = \frac{5}{\sqrt{3}}$

B. $x = 3, y = 4$.

C. $x = \sqrt{10}, y = \sqrt{15}$

D. Một kết quả khác.

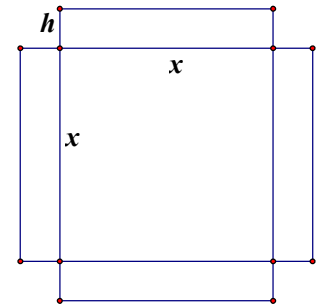
Câu 241: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(cm)$, chiều cao là $h(cm)$ và có thể tích là $500(cm^3)$. Hãy tìm độ dài cạnh của hình vuông sao cho chiếc hộp được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất:

A. $5cm$

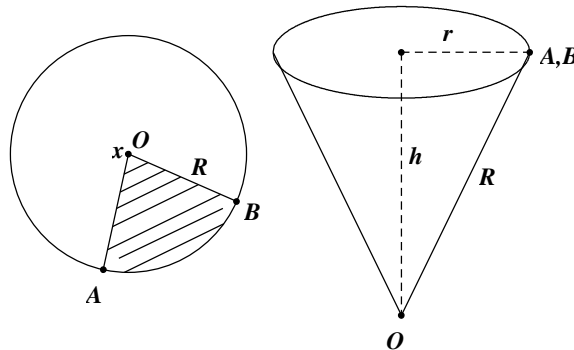
B. $10cm$

C. $2cm$

D. $3cm$



Câu 242: Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 243: sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày bao nhiêu?

A. Ngày thứ 10.

B. Ngày thứ 15.

C. Ngày thứ 20.

D. Ngày thứ 25.

Câu 244: Có một mảnh đất hình vuông ABCD cạnh a . Người ta cần làm một cái trại có đáy là hình thang ABCM với điểm M thuộc cạnh AD và $AM = x$ ($0 \leq x \leq a$). Dựng cái cột vuông góc với $mp(ABCD)$ tại A. Giả sử đỉnh cột là S, chiều cao cột là y , ($y > 0$). Nếu $x^2 + y^2 = a^2$, giá trị lớn nhất của thể tích trại dạng chóp S.ABCM là:

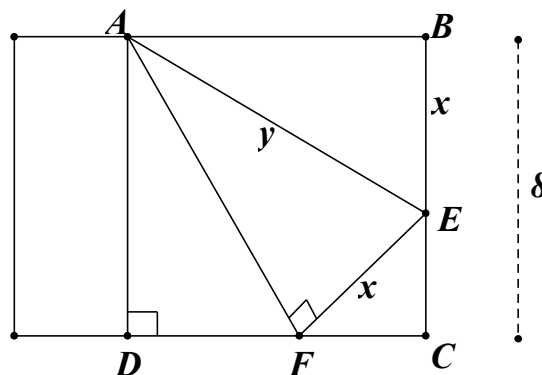
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 245: Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12cm và chiều rộng 8cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?

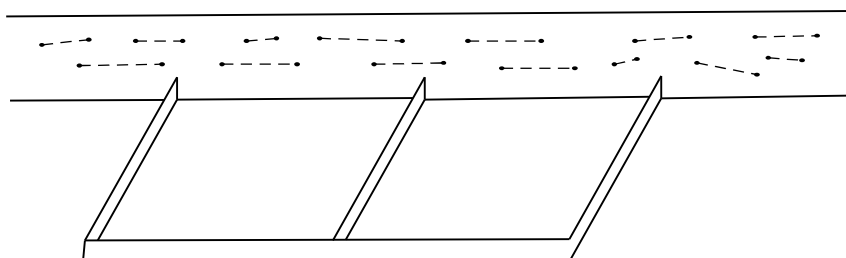


- A. $6\sqrt{5}$ B. $6\sqrt{2}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

Câu 246: Cần đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k \frac{\sin \alpha}{r^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng).

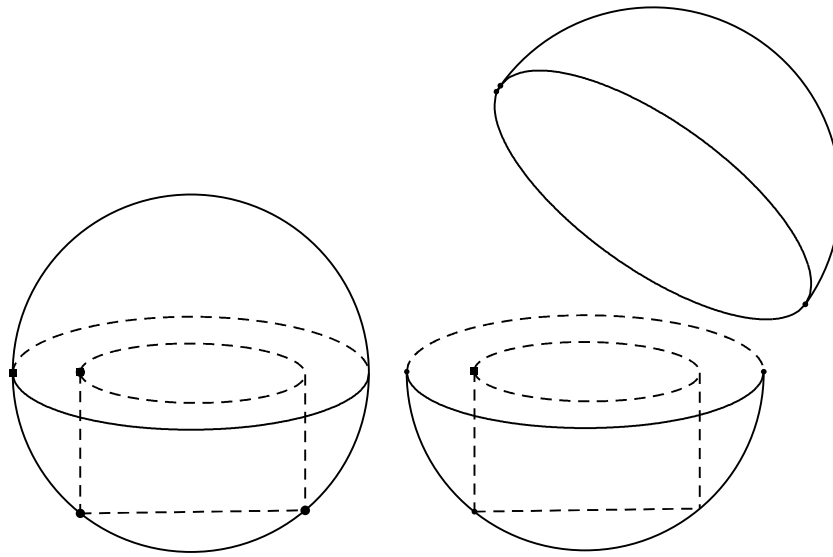
- A. $h = \frac{3a}{2}$ B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $h = \frac{a}{2}$ D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 247: Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí vật liệu là 60 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.



- A. $6250(m^2)$ B. $1250(m^2)$ C. $3250(m^2)$ D. $50(m^2)$

Câu 248: Công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai. Với thiết kế là khối cầu như viên ngọc trai khổng lồ, bên trong là một khối trụ bên trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng, như hình vẽ (hình ảnh chỉ mang tính chất minh họa). Theo dự kiến nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính là $R = 3\sqrt{3}cm$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bì hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



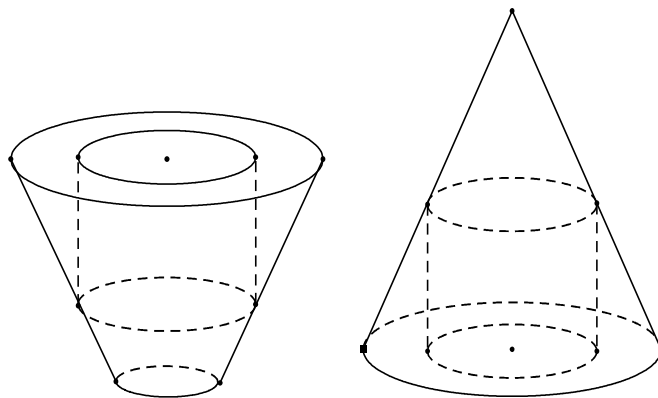
- A. $54\pi cm^3$ B. $18\pi cm^3$ C. $108\pi cm^3$ D. $45\pi cm^3$

Câu 249: Một cái mương được gọi là dạng “Thủy động học” nếu với diện tích thiết diện ngang xác định thì chiều dài đường biên giới hạn là nhỏ nhất. Người ta cần một cái mương dẫn nước với thiết diện ngang là hình chữ nhật có $2m^2$. Hãy xác định kích thước của mương dẫn nước trên để mương có dạng “Thủy động học”?

- A. $1m$ và $2m$. B. $\frac{1}{2}m$ và $4m$.
C. $\frac{3}{2}m$ và $\frac{4}{3}m$. D. $\frac{2}{3}m$ và $3m$.



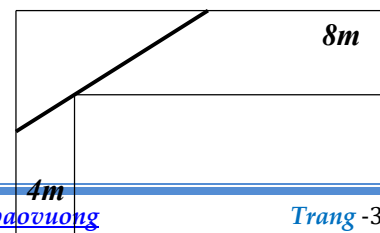
Câu 250: Khi sản xuất hộp mì tôm, các nhà xuất luôn để một khoảng trống nho nhỏ ở dưới đáy hộp để nước chảy xuống dưới và ngấm vào thớ mì, giúp mì chín. Hình vẽ dưới mô tả cấu trúc của một hộp mì tôm (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Thớ mì tôm có dạng hình trụ, hộp mì tôm có dạng hình nón cụt được cắt ra bởi hình nón có chiều cao 9cm và bán kính đáy 6cm. Nhà sản xuất đang tìm cách để sao cho thớ mì tôm có thể tích lớn nhất trong hộp với mục đích thu hút khách hàng. Tìm thể tích lớn nhất đó?



- A. $V = 36\pi$ B. $V = 54\pi$ C. $V = 48\pi$ D. $V = \frac{81}{2}\pi$

Câu 251: Một cái ống có đường kính không đáng kể được mang từ một hẻm $8m$ sang một cái hẻm $4m$ (hình vẽ). Hỏi chiều dài dài nhất của cái ống là bao nhiêu?

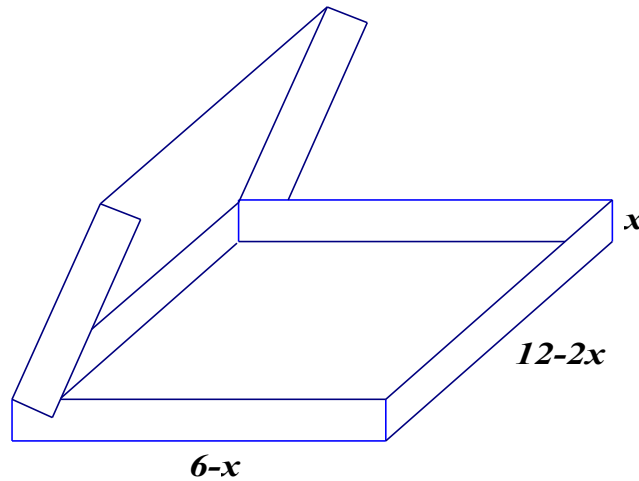
- A. $12\sqrt{2}$ B. $4(1 + \sqrt[3]{4})$



C. $\left(1 + \sqrt[3]{2}\right)^{\frac{3}{2}}$

D. $4\left(1 + \sqrt[3]{2^2}\right)^{\frac{3}{2}}$

Câu 252: một hộp đựng Chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hình hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới là chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0 . Tìm V_0 .



A. 48 đvdt

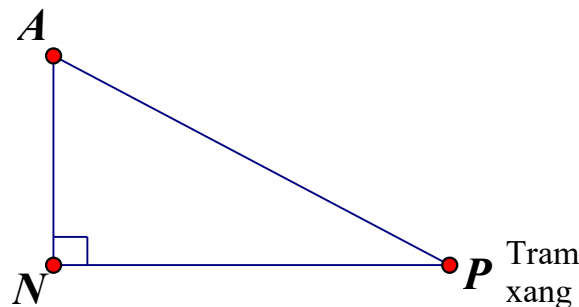
B. 16 đvdt

C. 64 đvdt

D. $\frac{64}{3}$ đvdt.

Câu 253: Một nhà địa chất đang ở vị trí A trong sa mạc, cách con đường thẳng 10km ($AN = 10\text{km}$).

Trên con đường thì xe của nhà địa chất có thể chạy với vận tốc 50km/h nhưng trên sa mạc thì nó chỉ chạy được với vận tốc 30km/h . Nhà địa chất muốn đến một trạm xăng ở vị trí P để tiếp nhiên liệu ở vị trí xuôi theo đường 25km ($NP = 25\text{km}$). Tìm thời gian ngắn nhất để nhà địa chất đến được vị trí trạm xăng P.



A. 44 phút

B. 45 phút

C. 46 phút

D. 47 phút.

Câu 254: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 800m . Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. $200\text{m} \times 200\text{m}$ B. $300\text{m} \times 100\text{m}$ C. $250\text{m} \times 150\text{m}$

D. Chọn khác.

PHẦN 3.4

Câu 255: Một kiến trúc sư muốn thiết kế một kim tự tháp Ai Cập có dạng là một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính bằng 6m . Để tiết kiệm nguyên liệu xây dựng thì kiến trúc sư đó phải thiết kế kim tự tháp sao cho có thể tích nhỏ nhất. hãy tính chiều cao của kim tự tháp đó?

A. 12m

B. 18m

C. 36m

D. 24m

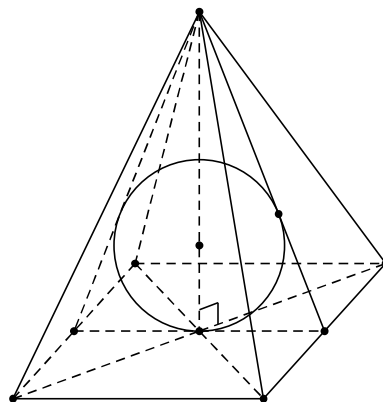
Câu 256: Cho hình trụ (T) có bán kính và chiều cao thay đổi; (T) có hai đường tròn đáy(O) và (O') sao cho có một hình vuông ABCD nội tiếp trong hình trụ (T) (trong đó A, B thuộc đường tròn (O) và C, D thuộc đường tròn (O')). Biết hình vuông ABCD có diện tích $400cm^2$. Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của hình trụ (T) là?

- A. $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{6}}{3}$ B. $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{3}}{9}$
 C. $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{6}}{9}$ D. $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 257: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là $7(km)$. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc $4(km/h)$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6(km/h)$. Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất.

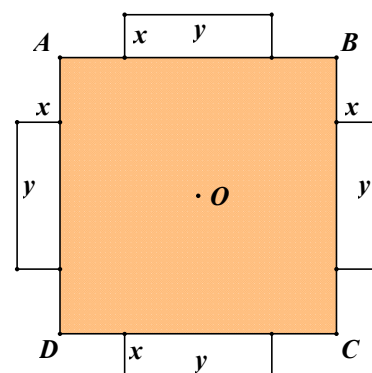
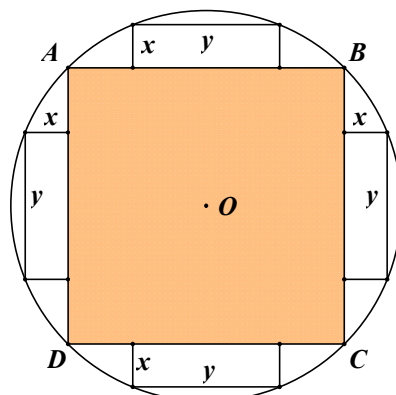
- A. $\frac{\sqrt{74}}{4}$ B. $\frac{29}{12}$
 C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$

Câu 258: Một công trình nghệ thuật kiến trúc công viên có dạng là một tòa nhà hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính là 5m. Toàn bộ tòa nhà đó được trang bị hệ thống điều hòa làm mát do vậy để tiết kiệm điện người ta đã xây dựng tòa nhà sao cho có thể tích nhỏ nhất. Tìm chiều cao tòa nhà này.

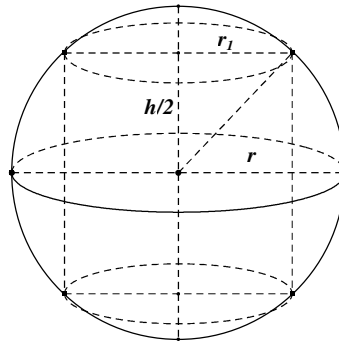


- A. $SO = 20m$ B. $SO = 19m$ C. $SO = 18m$ D. $SO = 17m$

Câu 259: Từ một mảnh bìa hình tròn tâm O, bán kính $R=4cm$, người ta cắt ra một hình gồm 1 hình vuông và 4 hình chữ nhật bằng nhau. Các hình chữ nhật có kích thước là $x(cm)$ và $y(cm)$. Tìm x, y để diện tích hình được cắt ra là lớn nhất.



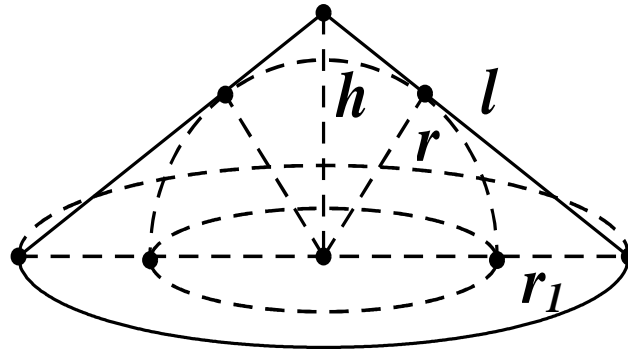
- Câu 260:** Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là $2\pi(m^3)$ mỗi chiếc. Hỏi thùng phải có kích thước thế nào để tiết kiệm vật liệu nhất?
 A. $R = 1m, h = 2m$ B. $R = 1m, h = 3m$ C. $R = 3m, h = 2m$ D. $R = 1m, h = 4m$
- Câu 261:** Một nhà máy dự định sản xuất một loại thùng hình trụ có chiều cao là h , bán kính đáy là r . Biết rằng chi phí sản xuất cho mỗi thùng như vậy được xác định theo công thức: $C = 5\pi r^2 + 60\pi rh$. Hãy xác định r, h sao cho thùng có thể tích mong muốn là $1125cm^3$ với chi phí sản xuất là thấp nhất?
 A. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{5}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{\pi}}$ B. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{6}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{\pi}}$
 C. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{7}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{\pi}}$ D. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{8}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{\pi}}$
- Câu 262:** Một sợi dây cứng dài 1m được cắt thành 2 đoạn, 1 đoạn được cuộn thành hình tròn, đoạn kia thành hình vuông. Tìm độ dài mỗi đoạn nếu tổng diện tích hình tròn và hình vuông là nhỏ nhất?
 A. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{\pi}{4 + \pi}m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{4}{4 + \pi}m$
 B. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{\pi}{4 + \pi}m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{5}{4 + \pi}m$
 C. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{\pi}{4 + \pi}m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{6}{4 + \pi}m$
 D. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{2\pi}{4 + \pi}m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{4}{4 + \pi}m$
- Câu 263:** Một chuyến xe bus có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu 1 chuyến xe chở được x hành khách thì giá cho mỗi hành khách $\left(3 - \frac{x}{40}\right)$ đô. Tính số hành khách trên mỗi chuyến để thu được trên mỗi chuyến lợi nhuận lớn nhất?
 A. 40 hành khách B. 45 hành khách C. 50 hành khách D. 55 hành khách
- Câu 264:** Người ta muốn làm một cái hộp chữ nhật không có nắp và có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích $10cm^3$. Giả sử giá tiền vật liệu làm đáy thùng là 100.000 đồng/ m^2 và vật liệu làm mặt bên là 5.000 đồng/ m^2 . Hãy xác định kích thước của thùng để chi phí của thùng nhỏ nhất.
 A. Dài là $2.\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 5 / \sqrt[3]{(15/4)}$
 B. Dài là $2.\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $3\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 6 / \sqrt[3]{(15/4)}$
 C. Dài là $2.\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 7 / \sqrt[3]{(15/4)}$
 D. Dài là $2.\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $4\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 8 / \sqrt[3]{(15/4)}$
- Câu 265:** Cho hình trụ nội tiếp trong hình cầu bán kính r . Xác định chiều cao và bán kính để hình trụ có thể tích lớn nhất.



- A. $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$ B. $h = \frac{3\sqrt{3}r}{3}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$
 C. $h = \frac{2\sqrt{3}r}{5}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$ D. $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$

Câu 266: Cho nửa hình cầu bán kính r không đổi. Một hình nón có chiều cao h , bán kính đáy là r_1 . Hãy xác định h và r_1 để diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất biết rằng mặt ngoài của hình nón tiếp xúc của mặt cầu và 2 đường tròn đáy đồng tâm và cùng thuộc 1 mặt phẳng.

- A. $r_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{3}r$
 B. $r_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{5}r$
 C. $r_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{5}r$
 D. $r_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{5}r$



Câu 267: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy là hình vuông không có nắp có thể tích là $4l$. Tìm kích thước của thùng để lượng vàng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày dmm của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau:

- A. Cạnh đáy hộp: $x = 2$, chiều cao hộp $h = 1$. B. Cạnh đáy hộp: $x = 3$, chiều cao hộp $h = 2$
 C. Cạnh đáy hộp: $x = 1$, chiều cao hộp $h = 1$. D. Cạnh đáy hộp: $x = 3$, chiều cao hộp $h = 3$

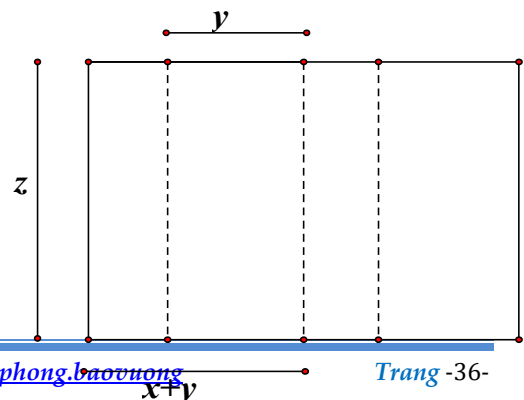
Câu 268: Giả sử một hãng hàng không vận chuyển 8.000 lượt hành khách mỗi tháng với giá vé 1 triệu đồng một lượt. Hãng hàng không muốn tăng giá vé, tuy nhiên bộ phận nghiên cứu thị trường cho biết cứ tăng giá vé thêm 20 nghìn đồng thì lượng khách hàng giảm đi 100 người. Xác định giá vé thích hợp để doanh thu của hãng đạt lợi nhuận cao nhất.

Câu 269: Khi xây nhà mới chủ nhà muốn xây một bể nước sạch bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài d gấp hai lần chiều rộng r và không có nắp, chiều cao h

và có thể tích $\frac{4m^3}{3}$. Khi đó kích thước của hồ nước

sao cho chi phí thấp nhất là

- A. $r = 1, d = 2, h = \frac{2}{3}$ B. $r = \frac{1}{3}, d = \frac{2}{3}, h = 6$
 C. $r = \frac{1}{2}, d = 1, h = \frac{8}{3}$ D. Kết quả khác.



Câu 270: một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi bằng 8, người ta gấp tấm tôn theo các đường như hình vẽ để tạo ra hình hộp chữ nhật. Với kích thước nào của x, y, z thì thể tích hình hộp chữ nhật là lớn nhất.

A. $2x = 2y = z = \frac{4}{3}$. B. $x = y = \frac{1}{2}$ và $z = 2$.

B. $x = y = \frac{3}{4}$ và $z = \frac{5}{2}$. D. Kết quả khác.

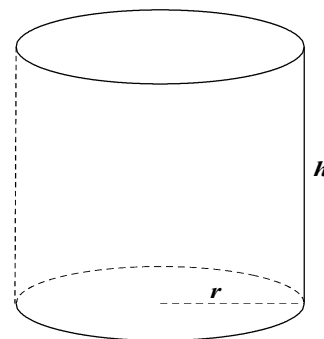
Câu 271: Một chiếc lon hình trụ làm từ các miếng kim loại chứa được 1 lít chất lỏng ở trong, nhưng nhà sản xuất muốn tổng diện tích các miếng kim loại cần dùng là nhỏ nhất. Khi đó kích thước của chiếc lon sẽ như thế nào?

A. Diện tích đáy lon bằng $\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}} (dm^2)$.

B. Tổng diện tích các miếng kim loại là $\sqrt[3]{2\pi} (m^2)$.

C. Đường kính đáy lon là: $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} (dm)$.

D. Thể tích của lon bằng $1m^3$.



Câu 272: Để đo chiều cao h (khoảng cách cao nhất từ đỉnh đến mặt đất) của công Parapol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội, người ta tiến hành đo khoảng cách L giữa hai chân công được $L = 9m$. Người này thấy rằng nếu đứng cách chân công (gần nhất) $0,5m$ thì đầu chạm công, biết người này cao $1,6m$. Tính chiều cao h của công Parapol.

A. $h = \frac{625}{78} m$.

B. $\frac{648}{85} m$.

C. $h = \frac{639}{91} m$.

D. $h = \frac{652}{93} m$.

Câu 273: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DH cao $4m$, song song và cách tường $CH=0,5m$ là:

A. xấp xỉ $5,4902$.

B. Xấp xỉ $5,602$.

C. xấp xỉ $5,5902$.

D. Xấp xỉ $6,5902$.

Câu 274: Một cửa hàng bánh nhỏ vào dịp lễ khai trương đặt ra giá như sau: Nếu 1 lượt khách trong quán có a khách thì giá cho mỗi người sẽ là: $\left(3 - \frac{a}{30}\right)^3$ (đô la). Hỏi với lượng khách bao nhiêu thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất?

A. 10.

B. 20.

C. 15.

D. 23.

Câu 275: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ). Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và nắp làm bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa nước (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: Bê tông 100 nghìn đồng một m^2 , tôn 90 nghìn đồng một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một m^2 .

A. 15 037 000 đồng.

B. 15 038 000 đồng.

C. 15 039 000 đồng.

D. 15 040 000 đồng.

Câu 276: Một công ty kinh doanh thực phẩm ước tính rằng số tiền thu vào ở việc kinh doanh rau được tính xấp xỉ bằng công thức $h(x) = x^2 - 29000x + 1000100000$ và tiền lãi được tính bằng công thức $g(x) = 1000x + 100000$ với x là số tiền cho mỗi kg ra. Tìm x để số tiền bỏ ra là ít nhất.

A. 15000 đồng.

B. 30000 đồng.

C. 10000 đồng.

D. 20000 đồng.

- Câu 277:** Trong giai đoạn từ năm 1980 đến năm 1994, tỉ lệ phần trăm những hộ gia đình ở Mỹ có ít nhất một đầu máy video (VCR) đã được mô hình hóa bởi hàm số sau: $V(t) = \frac{75}{1 + 75 \cdot e^{-0.6t}}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm $0 \leq t \leq 14$. Thời điểm mà con số VCR tăng nhanh nhất gần với giá trị nào nhất sau đây?
 A. $t = 14$. B. $t = 10$. C. $t = 9$. D. $t = 7$.
- Câu 278:** Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ hợp với 2 trục tọa độ 1 tam giác có diện tích S bằng:
 A. $S = 1,5$. B. $S = 2$. C. $S = 3$. D. $S = 1$.
- Câu 279:** tìm m để phương trình $e^{2x} - me^x + 3 - m = 0$ có nghiệm
 A. $m \geq 2$. B. $m > 2$. C. $m < 3$. D. $m > 0$.
- Câu 280:** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ có đồ thị (C). Giá trị của m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$ là:
 A. $m < 1$ B. $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $-\frac{1}{4} < m < 1$ D. $\frac{1}{4} < m < 1$
- Câu 281:** cho hàm số $y = (x - m)^3 - 3x + m^2$ (1). Gọi M là điểm cực đại của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị m thích hợp đồng thời là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị khác của m . Số điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài là:
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 282:** Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1 (O là gốc tọa độ).
 A. $m = \pm 1$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.
- Câu 283:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có tập nghiệm $(-\infty; 0]$:
 $m2^{x+1} + (2m + 1)(3 - \sqrt{5})^x + (3 + \sqrt{5})^x < 0$.
 A. $m \leq -\frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m < \frac{1}{2}$. D. $m < -\frac{1}{2}$.
- Câu 284:** Cho hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = mx - m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ đạt giá trị nhỏ nhất với $A(-1; 1)$.
 A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 285:** Hai điểm M, N thuộc hai nhánh của đồ thị $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng?
 A. 8. B. 4. C. $x_M < 3$ D. $8\sqrt{2}$.
- Câu 286:** Để hàm số $y = x^2(m - x) - m$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ thì giá trị của m phải là:
 A. $m \geq 2$. B. $m \geq 3$. C. $2 \leq m \leq 3$. D. Với mọi m .
- Câu 287:** Hàm số $y = (x^2 - 2x + m + 1)^n$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi:
 A. $m < -1$ hoặc $m > 0$. B. $m = 0$. C. $m > 0$. D. $0 < m < 3$.

Câu 288: Trên sân bay có một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300(m) về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

- A. 300(m). B. $100\sqrt{5}$ (m). C. 200(m). D. $100\sqrt{3}$ (m).

Câu 289: Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) đi qua điểm $A(-5;5)$. Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác OAMN là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

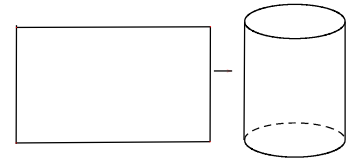
- A. $m = 0$. B. $m = 0; m = 2$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 290: Một máy tính được lập trình để vẽ một chuỗi các hình chữ nhật ở góc phần tư thứ nhất của trục tọa độ Oxy, nội tiếp dưới đường cong $y = e^x$. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể được vẽ bằng cách lập trình trên.

- A. 0,3679 (đvdt). B. 0,3976 (đvdt). C. 0,1353 (đvdt). D. 0,5313 (đvdt).

Câu 291: Bạn An là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:

Bằng kiến thức đã học em hãy giúp bố bạn chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là:



- A. 35cm; 25cm. B. 40cm; 20cm. C. 50cm; 10cm. D. 30cm; 30cm.

Câu 292: Cho hàm số $y = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả những điểm trên đồ thị (C) sao cho hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại những điểm đó là giá trị lớn nhất của hàm số:

$$g(x) = \frac{4x^2 + 3}{x^4 + 1}.$$

- A. $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $\left(-1; -\frac{3}{2}\right); \left(\frac{4}{3}; \frac{40}{27}\right)$.
C. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1+\sqrt{2}}{4}\right); \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{-1+\sqrt{2}}{4}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 0\right); (-2; -10)$.

Câu 293: cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Định m để đồ thị hàm số trên có ba điểm cực trị tạo thành tam giác nhận gốc tọa độ làm trọng tâm.

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 294: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C = c \frac{\sin \alpha}{l^2}$ (α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn, c là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l là khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện). Khoảng cách Nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là:

- A. 1m. B. 1,2m. C. 1,5m. D. 2m.

Câu 295: Cho x và y là hai số thực dương thay đổi sao cho: $x^2 - 2x + 4y^2 = 0$. Giá trị lớn nhất của tích xy gần nhất với số nào?

- A. 0,5. B. 0,6. C. 0,7. D. 0,8.

Câu 296: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm này tạo thành một tam giác đều:

- A. $2 - \sqrt[3]{3}$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $3 - \sqrt{2}$ D. $3 - \sqrt[3]{2}$

Câu 297: Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

- A. $m > -3$. B. $m < -3$. C. $m > 3$. D. $m < 3$.

Câu 298: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2\sin^2 x}{\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}}$ là:

- A. 0. B. 4. C. 8. D. 2.

Câu 299: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát điện (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000USD. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí ít nhất.

- A. 40km. B. 45km. C. 55km. D. 60km.

PHẦN 4

Câu 300: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$?

- A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$ B. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$ C. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$ D. $y = \frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$

Câu 301: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Xét điểm A_1 có hoành độ $x_1 = 1$ thuộc (C) . Tiếp tuyến của (C) tại A_1 cắt (C) tại điểm thứ hai $A_2 \neq A_1$ có hoành độ x_2 . Tiếp tuyến của (C) tại A_2 cắt (C) tại điểm thứ hai $A_3 \neq A_2$ có hoành độ x_3 . Cứ tiếp tục như thế, tiếp tuyến của (C) tại A_{n-1} cắt (C) tại điểm thứ hai $A_n \neq A_{n-1}$ có hoành độ x_n . Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $x_n > 5^{100}$.

- A. 235 B. 234 C. 118 D. 117

Câu 302: Xét các số thực với $a \neq 0, b > 0$ sao cho phương trình $ax^3 - x^2 + b = 0$ có ít nhất hai nghiệm thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức a^2b bằng:

- A. $\frac{4}{27}$ B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{27}{4}$ D. $\frac{4}{15}$

Câu 303: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(0; 2)$

D. $(-\infty; -2)$

Câu 304: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |x|^3 - (2m+1)x^2 + 3m|x| - 5$ có ba điểm cực trị?

A. $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$

B. $\left[0; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$

C. $(-\infty; 0]$

D. $(1; +\infty)$

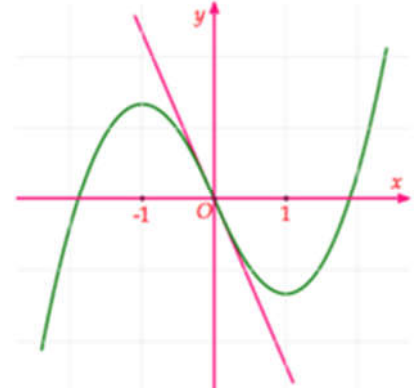
Câu 305: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đường thẳng trong hình vẽ bên là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại gốc tọa độ. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f'(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m < -2$

B. $-2 < m < 0$

C. $0 < m < 2$

D. $m > 2$



Câu 306: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m + 2$. Có bao nhiêu số nguyên dương $m < 2018$ sao cho với mọi bộ ba số thực $a, b, c \in [-1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là độ dài ba cạnh một tam giác nhọn.

A. 1989

B. 1969

C. 1997

D. 2008

Câu 307: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-1)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng?

A. $c + 8a$

B. $c - \frac{7a}{16}$

C. $c + \frac{9a}{16}$

D. $c - a$

Câu 308: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 4)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = f(x^2)$ có đúng 1 điểm cực trị?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 309: Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu

thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$?

A. 8

B. 0

C. 12

D. 4

Câu 310: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $a^2 + b^2 = ?$

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{13}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{9}{2}$

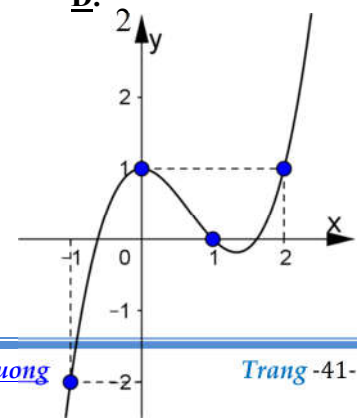
Câu 311: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm

số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào?

A. $x = 1$

B. $x = -1$

C. $x = 0$



D. $x = 2$

Câu 312: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = 8x - x^2$ và trục hoành. Các đường thẳng $y = a, y = b, y = c$ với $0 < a < b < c < 16$ chia (H) thành bốn phần có diện tích bằng nhau. Giá trị của biểu thức $(16-a)^3 + (16-b)^3 + (16-c)^3$ bằng:

A. 2048 B. 3584 C. 2816 D. 3480

Câu 313: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có điều kiện $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-1)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng:

A. $c + 8a$ B. $c - \frac{7a}{16}$ C. $c + \frac{9a}{16}$ D. $c - a$

Câu 314: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lần lượt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 . Tính giá trị của $T = \frac{1}{x_1^2 - 4x_1 + 3} + \frac{1}{x_2^2 - 4x_2 + 3} + \frac{1}{x_3^2 - 4x_3 + 3}$?

A. $T = \frac{1}{2} \left[-\frac{P'(1)}{P(1)} + \frac{P'(3)}{P(3)} \right]$ B. $T = \frac{1}{2} \left[-\frac{P'(1)}{P(1)} - \frac{P'(3)}{P(3)} \right]$
C. $T = \frac{1}{2} \left[\frac{P'(1)}{P(1)} - \frac{P'(3)}{P(3)} \right]$ D. $T = \frac{1}{2} \left[\frac{P'(1)}{P(1)} + \frac{P'(3)}{P(3)} \right]$

Câu 315: Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để GTNN của hàm số $y = |x^2 - 2x + m| + 4x$ bằng -1 ?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 316: Biết rằng tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 + (x+c)^3$ có hệ số góc nhỏ nhất tại tiếp điểm có hoành độ $x = -1$ đồng thời a, b, c là các số thực không âm. Tìm GTLN tung độ của giao điểm đồ thị hàm số với trục tung?

A. 27 B. 3 C. 9 D. 18

Câu 317: Với giá trị thực dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ có các điểm cực trị A và B sao cho tam giác ΔOAB có diện tích bằng $8\sqrt{2}$ thì mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $1 < m < 2$ B. $2 < m < \frac{7}{2}$ C. $3 < m < 4$ D. $m < 1$

Câu 318: Với m để hàm số $y = |x^2 + mx + 1|$ trên $[-1; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất là 1 thì mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $2 < |m| < 4$ B. $1 < |m| < 2$ C. $0 < |m| < 1$ D. $|m| > 4$

Câu 319: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A \in (C)$. Tiếp tuyến với (C) tại A tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất là bao nhiêu?

A. $2 + 2\sqrt{2}$ B. $4 - 2\sqrt{2}$ C. $3 - \sqrt{2}$ D. $4 + 2\sqrt{2}$

ĐÁP ÁN HƯỚNG DẪN

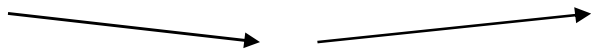
Phần 1.

Câu 1: Chọn B

Ta có: $y = \sqrt{x^6} - mx + 5$

Suy ra: $y' = \frac{3x^5}{|x|^3} - m = \frac{3x^5 - m|x|^3}{|x|^3}$ và hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

TH1: $m = 0$. Ta có: $y' = \frac{5x^5}{|x|^3} = 0$ vô nghiệm và hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	$\parallel$	$+$
y			

Do đó hàm số có đúng một cực trị.

TH2: $m > 0$. Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^5 = m|x|^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3x^5 = mx^3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{m}{3}}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\sqrt{\frac{m}{3}}$	$+\infty$	
y'	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y					

Do đó hàm số có đúng một cực trị.

TH3: $m < 0$. Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^5 = m|x|^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3x^5 = -mx^3 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\sqrt{-\frac{m}{3}}$

x	$-\infty$	$-\sqrt{-\frac{m}{3}}$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$\parallel$
y				

Do đó hàm số có đúng một cực trị.

Vậy trong mọi trường hợp hàm số có đúng một cực trị với mọi tham số m

Chú ý: Thay vì trường hợp 2 ta xét $m > 0$, ta có thể chọn m là một số dương (như $m = 3$) để làm. Tương tự ở trường hợp 3, ta chọn $m = -3$ để làm sẽ cho lời giải nhanh hơn.

Câu 2: Chọn B

Hàm số $y = \frac{2x+2017}{|x|+1}$ (1) có tập xác định là $\mathbb{R}$, nên đồ thị không có tiệm cận đứng

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2017}{|x|+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2017}{|x|+1} = -2$, nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2, y = 2$.

Câu 3: Chọn D

Để hàm số có cực tiểu, tức hàm số có hai cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$3x^2 + 2x + m = 0 \quad (1) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}.$$

Khi đó (1) có hai nghiệm phân biệt x_{CB}, x_{CT} là hoành độ hai điểm cực trị. Theo định lý Viet ta có

$$\begin{cases} x_{CB} + x_{CT} = -\frac{2}{3} < 0 \quad (2) \\ x_{CB} \cdot x_{CT} = \frac{m}{3} \quad (3) \end{cases}, \text{ trong đó } x_{CB} < x_{CT} \text{ vì hệ số của } x^3 \text{ lớn hơn } 0.$$

Để cực tiểu của đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung thì phải có: $x_{CT} > 0$, kết hợp (2) và (3) suy

$$\text{ra (1) có hai nghiệm trái dấu } \Leftrightarrow x_{CB} \cdot x_{CT} = \frac{m}{3} < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Câu 4: Chọn D

Sử dụng máy tính bỏ túi.

$$x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow mx^4 - x^3 + (2m-1)x^2 - x + m = 0$$

Chọn $m = 3$ phương trình trở thành $3x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 3 = 0$ (không có nghiệm thực) nên loại đáp án B, C

Chọn $m = -6$ phương trình trở thành $-6x^4 - x^3 - 13x^2 - x - 6 = 0$ (không có nghiệm thực) nên loại đáp án A

Kiểm tra với $m = 0$ phương trình trở thành $-x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên chọn đáp án D.

Tự luận

$$\text{Ta có } x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} \quad (1)$$

Xét hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^3 + x^2 + x)'(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(x^4 + 2x^2 + 1)'}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(3x^2 + 2x + 1)(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(4x^3 + 4x)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{-x^6 - 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x + 1}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \end{aligned}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	0	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	0
		$-\frac{1}{4}$		$-\frac{3}{4}$	

Phương trình (1) có nghiệm thực khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án D

Câu 5: Chọn A

Ta có: $b - 2 = 1 - a$

$$f(a) = \frac{9^a}{3 + 9^a}; f(b - 2) = f(1 - a) = \frac{9^{1-a}}{3 + 9^{1-a}} = \frac{3}{3 + 9^a}$$

$$\Rightarrow f(a) + f(b - 2) = \frac{9^a}{3 + 9^a} + \frac{3}{3 + 9^a} = 1$$

Câu 6: Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x + m$.

Hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó $\Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Gọi x_1, x_2 là điểm cực trị của hàm số và y_1, y_2 là các giá trị cực trị tương ứng.

Ta có: $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2 = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}m - 2\right)x + \frac{2}{3}m - 2$ nên $y_1 = k(x_1 + 1)$,
 $y_2 = k(x_2 + 1)$.

Yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow k^2(x_1 + 1)(x_2 + 1) < 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{3} - 2 + 1 < 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Vậy $m < 3$ thỏa mãn bài toán.

Câu 7: Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 3m$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

Ta có $y = x^3 - 3mx + 2 = \frac{1}{3}x(3x^2 - 3m) - 2mx + 2 = \frac{1}{3}x \cdot y' - 2mx + 2$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ có phương trình
 $\Delta: y = -2mx + 2$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}$$

Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi $\sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow AI \perp BI$.

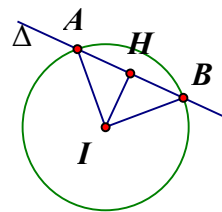
Gọi H là trung điểm AB ta có: $IH = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} = d_{(I, \Delta)}$

$$\text{Mà } d_{(I, \Delta)} = \frac{|2m + 1 - 2|}{\sqrt{4m^2 + 1}}$$

$$\text{Suy ra: } d_{(I, \Delta)} = \frac{|2m + 1 - 2|}{\sqrt{4m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |4m - 2| = \sqrt{2(4m^2 + 1)} \Leftrightarrow 8m^2 - 16m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 8: Chọn A

Hoành độ giao điểm là nghiệm PT: $\frac{2x+1}{x+1} = x+m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + (m-2)x + m-2 = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$.



Đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác , hay

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 12 > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases} (*) .$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f(x) = 0$, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$ (Viète).

Giả sử $A(x_1; x_1 + m - 1), B(x_2; x_2 + m - 1) \Rightarrow AB = \sqrt{2} |x_2 - x_1|$.

Theo giả thiết $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{2} |x_2 - x_1| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 6 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow m = 4 \pm \sqrt{10}$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $m = 4 \pm \sqrt{10}$.

Câu 9: Chọn B

x, y dương ta có: $xy \leq 4y - 1 \Leftrightarrow xy + 1 \leq 4y \leq 4y^2 + 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{x}{y} \leq 4$.

$$\text{Có } P = 12 + 6 \frac{y}{x} + \ln \left(\frac{x}{y} + 2 \right).$$

Đặt $t = \frac{x}{y}$, điều kiện: $0 < t \leq 4$ thì

$$P = f(t) = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t + 2)$$

$$f'(t) = -\frac{6}{t^2} + \frac{1}{t+2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t+2)}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 + \sqrt{21} \\ t = 3 - \sqrt{21} \end{cases}$$

t	0	4
$f'(t)$		—
$P = f(t)$		

$$\frac{27}{2} + \ln 6$$

Từ BBT suy ra $GTNN(P) = \frac{27}{2} + \ln 6$ khi $t = 4$

$$\Rightarrow a = \frac{27}{2}, b = 6 \Rightarrow ab = 81.$$

Câu 10: Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{4}. \text{ Tiệm cận ngang } y = c \Rightarrow \frac{a}{4} = c.$$

(C) có một tiệm cận đứng nên phương trình $4x^2 + bx + 9 = 0$ có nghiệm kép.

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow b = \pm 12. \text{ Vì } b > 0 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{12}.$$

Vậy $T = 11$.

Câu 11: Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (a; b) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \leq 0 \forall x \in (a; b)$$

$$\Delta = m^2 - 6m + 9$$

$$\text{TH1: } \Delta \leq 0 \Rightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{Vô lí}$$

$$\text{TH2: } \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq 3 \Rightarrow y' \text{ có hai nghiệm } x_1, x_2 (x_2 > x_1)$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số luôn nghịch biến trên } (x_1; x_2).$$

Yêu cầu đề bài:

$$\Leftrightarrow x_2 - x_1 > 3 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 > 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P > 9$$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-2) > 9 \Leftrightarrow m^2 - 6m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 12: Chọn C

$$\text{Ta có } y' = (3x^2 - 2x + m)2^{x^3 - x^2 + mx} \ln 2.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1, 2] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1, 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in [1, 2] (*)$$

$$\text{Vì } f(x) = 3x^2 - 2x + m \text{ có } a = 3 > 0, -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} < 2 \text{ nên}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ \Delta' > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 1 \\ ((x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3m \leq 0 \\ 1 - 3m > 0 \\ \frac{1}{3} < 1 \\ \frac{m}{3} - \frac{2}{3} + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{3} \\ m < \frac{1}{3} \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq -1$$

Câu 13: Chọn A

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng $x^3 - 3x^2 + 1 = (3m - 1)x + 6m + 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (3m - 1)x - 6m - 2 = 0$.

Giả sử phương trình $x^3 - 3x^2 - (3m - 1)x - 6m - 2 = 0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn

$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \quad (1).$$

Mặt khác theo Viet ta có $x_1 + x_2 + x_3 = 3 \quad (2)$. Từ (1) và (2) suy ra $x_2 = 1$. Tức $x = 1$ là một nghiệm của phương trình trên. Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $m = -\frac{1}{3}$.

Thử lại $m = -\frac{1}{3}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 14: Chọn A

$$\text{Tập xác định: } D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

Tiệm cận đứng:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x(x - 1)} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x(x - 1)} = -\infty$$

Suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Tiệm cận ngang:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^4}} + 3 + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^4}} + 3 + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang}$$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Câu 15: Chọn D

$$\text{Ta có: } \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Suy ra: } f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$$

$$\Leftrightarrow f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2017) = \frac{m}{n} \text{ (lấy ln hai vế)}$$

$$\Leftrightarrow 2018 - \frac{1}{2018} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow \frac{2018^2 - 1}{2018} = \frac{m}{n}$$

Ta chứng minh $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản.

Giả sử d là ước chung của $2018^2 - 1$ và 2018

Khi đó ta có $2018^2 - 1 : d$, $2018 : d \Rightarrow 2018^2 : d$ suy ra $1 : d \Leftrightarrow d = \pm 1$

Suy ra $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản, nên $m = 2018^2 - 1, n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = -1$.

Câu 16: Chọn D

Ta có: $y = \sin x + \cos x + mx$

$$y' = \cos x - \sin x + m$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \sin x - \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$.

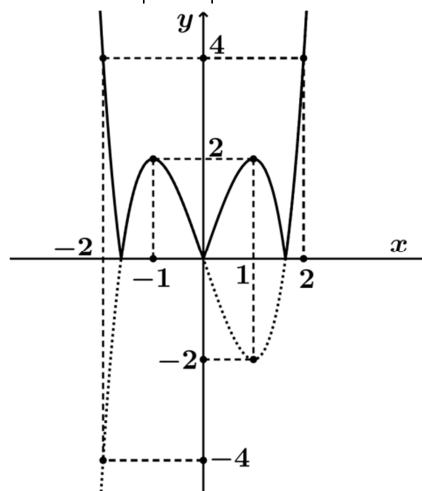
$$\Leftrightarrow m \geq \max_{\mathbb{R}} \varphi(x), \text{ với } \varphi(x) = \sin x - \cos x.$$

$$\text{Ta có: } \varphi(x) = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}.$$

Do đó: $\max_{\mathbb{R}} \varphi(x) = \sqrt{2}$. Từ đó suy ra $m \geq \sqrt{2}$.

Câu 17: Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ là:



Từ đồ thị ta thấy rằng, với m thỏa $0 < m < 2$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có số nghiệm nhiều nhất là 6.

Câu 18: Chọn D

$$y = \frac{x^2 - 4x}{x + m} \text{ có tập xác định là } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\} \text{ và } y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \end{cases}$$

$$x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow 2m(x - 2) \geq -x^2, \forall x \in [1; +\infty) \quad (1)$$

Do $x = 2$ thỏa bất phương trình $2m(x - 2) \geq -x^2$ với mọi m nên ta chỉ cần xét $x \neq 2$.

$$\text{Khi đó (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq \frac{-x^2}{x-2}, \forall x \in [1; 2) \\ 2m \geq \frac{-x^2}{x-2}, \forall x \in (2; +\infty) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{-x^2}{x-2} \text{ trên } [1; +\infty) \setminus \{2\} \text{ có } f'(x) = \frac{-x^2 + 4x}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	2	4	$+\infty$	
y'		+	+	0	-
y	1	$+\infty$	$-\infty$	8	$+\infty$

$$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2m \leq 1 \\ 2m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{2}.$$

Cách khác

$$y = \frac{x^2 - 4x}{x + m} \text{ có tập xác định là } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\} \text{ và } y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \end{cases}$$

$$x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m \leq 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ -m + \sqrt{m^2 + 4m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ m > 0 \\ m < -4 \\ m \geq -1 \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với đk $m > -1$ ta được $-1 < m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 19: Chọn D

Ta có hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên tồn tại số $M > 2$ sao cho $y(M) > 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên tồn tại số $m < -2$ sao cho $y(m) < 0$; $y(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0$ và $y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0$.

Do $y(m) \cdot y(-2) < 0$ suy ra phương trình $y = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(m; -2)$.

$y(-2) \cdot y(2) < 0$ suy ra phương trình $y = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.

$y(2) \cdot y(M) < 0$ suy ra phương trình $y = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(2; M)$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox có 3 điểm chung.

Câu 20: Chọn A

Có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$. Nên hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$. Vậy ta tìm điều kiện để hàm số không có tiệm cận đứng.

$$\text{Xét phương trình: } (mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 - 2x + 1 = 0 & (1) \\ 4x^2 + 4mx + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{TH1: Xét } m = 0, \text{ ta được } y = \frac{2x - 1}{(-2x + 1)(4x^2 + 1)} = -\frac{1}{4x^2 + 1} \text{ (thỏa ycbt)}$$

$$\text{TH2: Xét } m \neq 0. \text{ Có: } \Delta_1 = 1 - m \text{ và } \Delta_2 = 4m^2 - 4$$

$$\text{Th2a. Cả 2 phương trình (1) và (2) đều vô nghiệm: } \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m < 0 \\ 4m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

$$\text{Th2b: (1) vô nghiệm, (2) có nghiệm kép } x = \frac{1}{2}: \text{ ta thấy trường hợp này vô lí (vì } m > 1)$$

$$\text{Th2c: (2) vô nghiệm, (1) có nghiệm kép } x = \frac{1}{2}: \text{ ta thấy trường hợp này vô lí (vì } -1 < m < 1)$$

Câu 21: Chọn B

Cách 1: Với $m = 0$ thì $y = 0$ nên $\max_{[-2;2]} y = 0$ khi $x = 1$.

Với $m \neq 0$.

$$\text{Đặt } x = \tan t, \text{ ta được } y = \frac{m}{2} \cdot \sin 2t. \text{ Với } x \in [-2; 2] \text{ thì } t \in [-\arctan 2; \arctan 2].$$

Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ tương ứng với $t = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Khi } m > 0 \text{ thì } \max_{[-\arctan 2; \arctan 2]} y = \frac{m}{2} \text{ khi và chỉ khi } t = \frac{\pi}{4}.$$

Khi $m < 0$ thì $\max_{[-\arctan 2; \arctan 2]} y = \frac{m}{2}$ khi và chỉ khi $t = -\frac{\pi}{4}$.

Vậy $m \geq 0$ thỏa mãn bài toán.

Cách 2: Ta có $y' = \frac{m(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$,

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = 0$ là hàm hằng nên cũng coi GTLN của nó bằng 0 khi $x = 1$

TH2: $m \neq 0$. Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (n) \\ x = 1 & (n) \end{cases}$

Vì hàm số đã cho liên tục và xác định nên ta có hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ trên

đoạn $[-2; 2]$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y(1) \geq y(-2) \\ y(1) \geq y(2) \\ y(1) \geq y(-1) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0 \Rightarrow m > 0 \text{ (do } m \neq 0 \text{)}$

Vậy $m \geq 0$

Chú ý: Ngoài cách trên trong TH2 $m \neq 0$, ta có thể xét $m > 0$, $m < 0$ rồi lập BBT cũng tìm được kết quả như trên.

Câu 22: Chọn B

$$+) \sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{m+x-x^2} \quad (1)$$

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 2$

$$+) (1) \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{-x^2+x+2} = -x^2+x+m$$

$$\text{Đặt: } -x^2+x=t; f(x)=-x^2+x; f'(x)=-2x+1$$

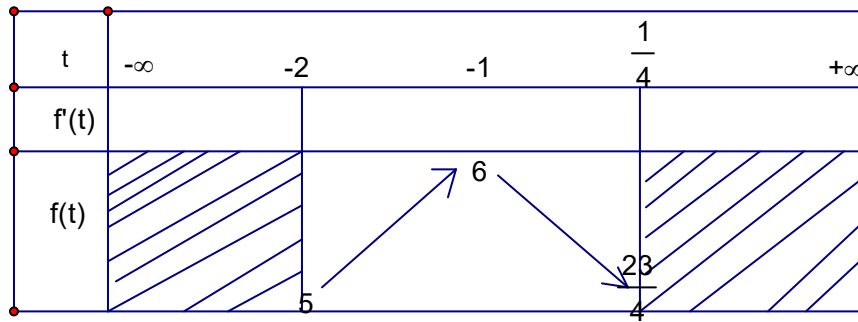
$$f(-1)=2, f(2)=-2, f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4} \Rightarrow t \in \left[-2; \frac{1}{4}\right]$$

$$(1) \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{t+2} = t+m \Leftrightarrow 2\sqrt{t+2} = t+m-3 \Leftrightarrow m = 2\sqrt{t+2} + 3 - t$$

$$\text{Đặt } f(t) = 2\sqrt{t+2} + 3 - t$$

$$f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t+2}} - 1 = \frac{1-\sqrt{t+2}}{\sqrt{t+2}}. f'(t) = 0 \Rightarrow 1-\sqrt{t+2} = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Bảng biến thiên



$$+)-x^2 + x = t \Leftrightarrow -x^2 + x - t = 0$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta = 1 - 4t > 0 \Leftrightarrow t < \frac{1}{4}$$

$$\text{Do đó để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có nghiệm } t \in \left[-2; \frac{1}{4}\right]$$

$$\text{Từ bảng biến thiên} \Rightarrow m \in [5; 6].$$

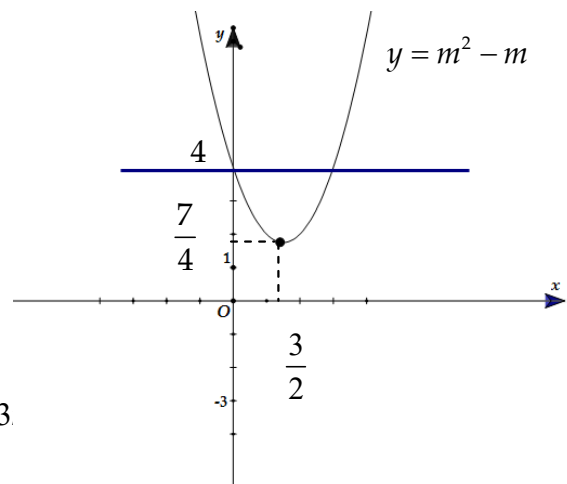
Câu 23: Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = m^2 - m \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = m^2 - m$$

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 - 3x + 4 \quad (P)$$

Yêu cầu bài toán :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \frac{7}{4} < m^2 - m \leq m^2 - 3m + 4 \\ m^2 - m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \frac{7}{4} < m^2 - m \\ m^2 - m \leq m^2 - 3 \\ m^2 - m \leq 4 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ m < \frac{1-2\sqrt{2}}{2} \\ m > \frac{1+2\sqrt{2}}{2} \\ m \leq 2 \\ 0 < m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2\right]$$

Câu 24: Chọn B

$$\text{Ta có: } y = \ln(16x^2 + 1) - (m+1)x + m + 2$$

$$y' = \frac{32x}{16x^2 + 1} - (m+1)$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2 + 1} - (m+1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Cách 1: $\frac{32x}{16x^2 + 1} - (m+1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 32x - (m+1)(16x^2 + 1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -16(m+1)x^2 + 32x - (m+1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -16(m+1) < 0 \\ \Delta' = 16^2 - 16(m+1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -16m^2 - 32m + 240 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \leq -5 \Leftrightarrow m \geq 3. \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Cách 2: $\frac{32x}{16x^2 + 1} - (m+1) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2 + 1} \leq m+1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m+1 \geq \max_{\mathbb{R}} g(x), \text{ với } g(x) = \frac{32x}{16x^2 + 1}$$

Ta có: $g'(x) = \frac{-512x^2 + 32}{(16x^2 + 1)^2}$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0; g\left(\frac{1}{4}\right) = 4; g\left(-\frac{1}{4}\right) = -4$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$		
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	0				4	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{\mathbb{R}} g(x) = 4$

Do đó: $m+1 \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 25: Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-(1+\cot^2 x)(m \cot x - 1) + m(1+\cot^2 x)(\cot x - 1)}{(m \cot x - 1)^2} = \frac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m \cot x - 1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \cot x - 1 \neq 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \\ y' = \frac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m \cot x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \vee m \geq 1 \\ 1-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Câu 26: Chọn D

$$\text{Ta có } 2^{23x^3} \cdot 2^x - 1024^{x^2} + 23x^3 = 10x^2 - x \Leftrightarrow 2^{23x^3+x} + 23x^3 + x = 2^{10x^2} + 10x^2$$

Hàm số $f(t) = 2^t + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên

$$2^{23x^3+x} + 23x^3 + x = 2^{10x^2} + 10x^2 \Leftrightarrow 23x^3 + x = 10x^2 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{5 \pm \sqrt{2}}{23}$$

Tổng các nghiệm bằng $\frac{10}{23} \approx 0,4347$

✎ **Mẹo:** Khi làm trắc nghiệm có thể dùng “Định lý Vi-ét cho phương trình bậc ba”

Nếu phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thì:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}; x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{c}{a}; x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$$

Câu 27: Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị (C) : $x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = 4$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (m+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \varphi(x) = x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Với $x = 0$, ta có giao điểm là $A(0;4)$.

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi(0) = m + 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \end{cases} \quad (*)$$

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A, B(x_B; x_B + 2), C(x_C; x_C + 2)$ với x_B, x_C là nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Theo định lý Viet, ta có: } \begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B \cdot x_C = m + 2 \end{cases}$$

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d(M, BC) = 4$.

Phương trình d được viết lại là: $d: y = x + 4 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$.

$$\text{Mà } d(M, BC) = d(M, d) = \frac{|1 - 3 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó: } BC = \frac{8}{d(M, BC)} = \frac{8}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow BC^2 = 32$$

$$\text{Ta lại có: } BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = 2(x_C - x_B)^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B \cdot x_C = 16 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(m + 2) = 16$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 24 = 0 \Leftrightarrow m = 3; m = -2.$$

Đối chiếu với điều kiện, loại đi giá trị $m = -2$.

Câu 28: Chọn A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}. y' = \frac{1}{2} + \sin 2x. \text{ Giải } y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên có 2 giá trị $x = \frac{7\pi}{12}$ và $x = \frac{11\pi}{12}$ thỏa mãn điều kiện.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{7\pi}{12}$		$\frac{11\pi}{12}$		π
y'		+	0	-	0	+	
y							

Hàm số đồng biến $\left(0; \frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$

Câu 29: Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 1 - m \sin x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = 0$ ta có $0 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Trường hợp 2: $m > 0$ ta có $\sin x \leq \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$

Trường hợp 3: $m < 0$ ta có $\sin x \geq \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq -1$

Vậy $|m| \leq 1$

Câu 30: Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = m - 3 + (2m + 1)\sin x$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m + 1)\sin x \leq 3 - m, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = -\frac{1}{2}$ ta có $0 \leq \frac{7}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m < -\frac{1}{2}$ ta có $\sin x \geq \frac{3-m}{2m+1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-m}{2m+1} \leq -1$

$$\Leftrightarrow 3 - m \geq -2m - 1 \Leftrightarrow m \geq -4$$

Trường hợp 3: $m > -\frac{1}{2}$ ta có:

$$\sin x \leq \frac{3-m}{2m+1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-m}{2m+1} \geq 1 \Leftrightarrow 3-m \geq 2m+1 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}. \text{ Vậy } m \in \left[-4; \frac{2}{3}\right]$$

Câu 31: Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 2 + a\cos x - b\sin x$

Áp dụng bất đẳng thức Schwartz ta có $2 - \sqrt{a^2 + b^2} \leq y' \leq 2 + \sqrt{a^2 + b^2}$

Yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow 2 - \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 4.$$

Câu 32: Chọn D

Cách 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$

- Trường hợp 1:

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \text{ (hn)} \\ 36 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$$

- Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \leq 0$ (*)

✓ Trường hợp 2.1: $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ suy ra $m = 0$. Nghiệm còn lại của $y' = 0$ là $x = 4$ (không thỏa (*))

✓ Trường hợp 2.2: $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 \text{ (vl)} \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{không có } m. \text{ Vậy } m \geq 12$$

Cách 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0; +\infty)$.

x	0	2	$+\infty$
g'	+	0	-
g	0	12	$-\infty$

Câu 33: Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên $(1;3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow g(x) = x^2 + 1 \geq m, \forall x \in (1;3)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;3)$.

x	1	3
g'	+	0
g	2	10

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 34: Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$

Ta không xét trường hợp $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $a = 1 > 0$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \text{ hay } m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 9 \end{cases}$$

Câu 35: Chọn B

+) Điều kiện $\tan x \neq m$. Điều kiện cần để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ là $m \notin (0;1)$

$$+) y' = \frac{2-m}{\cos^2 x (\tan x - m)^2}.$$

+) Ta thấy: $\frac{1}{\cos^2 x (\tan x - m)^2} > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right); m \notin (0; 1)$

+) Để hs đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2 > 0 \\ m \leq 0; m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0 \text{ hoặc } 1 \leq m < 2$

Câu 36: Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$mx^2 + 14mx + 14 \leq 0, \forall x \geq 1, \text{ tương đương với } g(x) = \frac{-14}{x^2 + 14x} \geq m \quad (1)$$

Dễ dàng có được $g(x)$ là hàm tăng $\forall x \in [1; +\infty)$, suy ra $\min_{x \geq 1} g(x) = g(1) = -\frac{14}{15}$

Kết luận: $(1) \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} g(x) \geq m \Leftrightarrow -\frac{14}{15} \geq m$

Câu 37: Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -4x^3 + 2(2m - 3)x$.

Hàm số nghịch biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq x^2 + \frac{3}{2} = g(x), \forall x \in (1; 2)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1; 2)$. $g'(x) = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên

x	1	2
g'	+	0
g	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. Vậy $p + q = 5 + 2 = 7$.

Câu 38: Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2} = \frac{g(x)}{(x - m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x > 1$ và $m \leq 1$ (1)

Vì $\Delta_g' = 2(m + 1)^2 \geq 0, \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 \leq x_2 \leq 1$

$$\text{Điều kiện tương đương là } \begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2.$$

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 39: Chọn B

Đặt $t = \sqrt{x+1}, t \geq 0$. Phương trình thành: $2t = t^2 - 1 + m \Leftrightarrow m = -t^2 + 2t + 1$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 1, t \geq 0; f'(t) = -2t + 2$

Bảng biến thiên của $f(t)$:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		+	0
$f(t)$	1	2	$-\infty$

Từ đó suy ra phương trình có nghiệm khi $m \leq 2$.

Câu 40: Chọn B

Đặt $t = f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Ta có $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Xét $x > 0$ ta có bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
$f(x)$	$\sqrt{5}$	1	$+\infty$

Khi đó phương trình đã cho trở thành $m = t^2 + t - 5 \Leftrightarrow t^2 + t - 5 - m = 0$ (I).

Nếu phương trình (I) có nghiệm t_1, t_2 thì $t_1 + t_2 = -1$. (I) có nhiều nhất 1 nghiệm $t \geq 1$.

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (I) có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Đặt $g(t) = t^2 + t - 5$. Ta đi tìm m để phương trình $g(t) = m$ có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Ta có $g'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (1; \sqrt{5})$.

Bảng biến thiên:

t	1	$\sqrt{5}$
$g'(t)$	+	
$g(t)$	-3	$\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $-3 < m < \sqrt{5}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 41: Chọn B

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$. Điều kiện: $t \geq 1$.

Phương trình thành: $t^2 + t - 2m - 2 = 0$ (*). Khi $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$

(*) $\Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 + t - 2}{2} = m$. Bảng biến thiên :

t	1	2
$f'(t)$	+	
$f(t)$	0	2

Từ bảng biến thiên ta có : $0 \leq m \leq 2$

Câu 42: Chọn C

Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{2}$

Phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 1 = mx$ (*)

Vì $x = 0$ không là nghiệm nên (*) $\Leftrightarrow m = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$

Xét $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$. Ta có $f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2} > 0 \forall x \geq -\frac{1}{2}; x \neq 0$

Bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	
$f(x)$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm thì $m \geq \frac{9}{2}$.

Câu 43: Chọn C

Bất phương trình $x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$.

Bất phương trình $mx^2 + (m+1)x + m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m(x^2 + x + 1) \geq -x - 2 \Leftrightarrow m \geq \frac{-x-2}{x^2+x+1}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{-x-2}{x^2+x+1}$ với $1 \leq x \leq 2$. Có $f'(x) = \frac{x^2+4x+1}{(x^2+x+1)^2} > 0, \forall x \in [1;2]$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \geq \max_{[1;2]} f(x) \Leftrightarrow m \geq -\frac{4}{7}$

Câu 44: Chọn A

Bpt $\Leftrightarrow 3mx < x^3 - \frac{1}{x^3} + 2, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow 3m < x^2 - \frac{1}{x^4} + \frac{2}{x} = f(x), \forall x \geq 1$.

Ta có $f'(x) = 2x + \frac{4}{x^5} - \frac{2}{x^2} \geq 2\sqrt{2x\left(\frac{4}{x^5}\right)} - \frac{2}{x^2} = \frac{4\sqrt{2}-2}{x^2} > 0$ suy ra $f(x)$ tăng.

Ycbt $\Leftrightarrow f(x) > 3m, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} f(x) = f(1) = 2 > 3m \Leftrightarrow \frac{2}{3} > m$

Câu 45: Chọn C

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 4$. Xét $f(x) = \sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x}$ trên đoạn $[-2;4]$.

Có $f'(x) = \frac{3(x^2+x+1)}{\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} > 0, \forall x \in (-2;4)$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[-2;4]$, bpt $\Leftrightarrow f(x) \geq f(1) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x \geq 1$.

So với điều kiện, tập nghiệm của bpt là $S = [1;4] \Rightarrow a+b = 5$.

Câu 46: Chọn A

Điều kiện: $1 \leq x \leq 3$; bpt $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+2} + \sqrt{x-1} > \sqrt{(3-x)^2+2} + \sqrt{3-x}$

Xét $f(t) = \sqrt{t^2 + 2} + \sqrt{t}$ với $t \geq 0$. Có $f'(t) = \frac{t}{2\sqrt{t^2 + 2}} + \frac{1}{2\sqrt{t}} > 0, \forall t > 0$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. (1) $\Leftrightarrow f(x-1) > f(3-x) \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$

So với điều kiện, bpt có tập nghiệm là $S = (2; 3]$

Câu 47: Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 4(m+1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m+1)} \right].$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang

$$\text{dương khi } x \text{ đi qua nghiệm này} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 48: Chọn C

Ta có : $y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1)$,

$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta = 13m^2 - 4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \cdot (1)$$

x_1, x_2 là các nghiệm của $g(x)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

$$\text{Do đó } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Chọn C**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 4x^3 - 4(1 - m^2)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 - m^2 \end{cases}$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi: $|m| < 1$

Tọa độ điểm cực trị $A(0; m+1)$

$$B(\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$C(-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$\overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{1-m^2}; 0)$$

Phương trình đường thẳng BC : $y + m^4 - 2m^2 - m = 0$

$$d(A, BC) = m^4 - 2m^2 + 1, \quad BC = 2\sqrt{1-m^2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot d[A, BC] = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

Câu 50: Chọn C**[Phương pháp tự luận]**

Ta có : $y = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m \neq 1$

Ta có : $A(1; 3m-1) \ B(m; -m^3 + 3m^2)$

Hệ số góc đt AB là : $k = -(m-1)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $k = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3(y+1)x^2 + 6yx - \frac{(6x^2 - 6(y+1)x + 6y)(12x - 6(y+1))}{36}$

Bước 3 : Cacl $x = i$, $y = 1000$

Kết quả : $1001000 - 9980001.i$. Hay : $y = 1001000 - 9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $y = m^2 - m - (m-1)^2 x$

Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

Câu 51: Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 3x^2 - 6x - m$$

Hàm số có 2 cực trị $m > -3$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, ta có: $x_1 + x_2 = 2$

Bấm máy tính:

$$x^3 - 3x^2 - mx + 2 - (3x^2 - 6x - m)\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \\ -\frac{994}{3} - \frac{2006}{3}i = -\frac{1000-6}{3} - \frac{2000+6}{3}i = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(x_1; -\frac{2m+6}{3}x_1 - \frac{m-6}{3}\right); B\left(x_2; -\frac{2m+6}{3}x_2 - \frac{m-6}{3}\right)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; -m)$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3} \quad (\Delta)$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta // d \text{ or } \Delta \equiv d \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2m+6}{3} = 1 \\ -m = 1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì $m = 0$.

Câu 52: Chọn A

$$y' = y = 4x^3 - 4m^2x$$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị là: $A(0; m^4 + 1), B(-m; 1), C(m; 1)$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác $ABOC$. Do tính chất đối xứng, ta có:

A, O, I thẳng hàng $\Rightarrow AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác $ABOC$.

$$\text{Vậy } AB \perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m^2 - m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m = \pm 1$ (thỏa mãn).

Câu 53: Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Ba điểm cực trị là $A(0; m), B(-\sqrt{m}; m - m^2), C(\sqrt{m}; m - m^2)$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0; m - m^2)$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC = m^2 \sqrt{m}$$

Chu vi của $\triangle ABC$ là: $2p = AB + BC + AC = 2(\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m})$

Bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là: $r = \frac{S_{\triangle ABC}}{p} = \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}}$

Theo bài ra: $r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m}(\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m})}{m^4} > 1$ (vì $m > 0$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{m}(\sqrt{m+m^4}-\sqrt{m}) > m^2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+m^5} > m^2+m \Leftrightarrow m^2-m-2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Sử dụng công thức } r = \frac{b^2}{4|a| + \sqrt{16a^2 - 2ab^3}} \Rightarrow r = \frac{4m^2}{4 + \sqrt{16 + 16m^3}} = \frac{m^2}{1 + \sqrt{1 + m^3}}$$

$$\text{Theo bài ra: } r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2}{1 + \sqrt{1 + m^3}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2(\sqrt{1 + m^3} - 1)}{m^3} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^3} - 1 > m$$

$$\sqrt{1 + m^3} > m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^3} > m + 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

Câu 54: Chọn D

Ta có: $y' = m(3x^2 - 6x)$

Với mọi $m \neq 0$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3m - 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -m - 3 \end{cases}$. Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Giả sử $A(0; 3m - 3); B(2; -m - 3)$.

$$\text{Ta có: } 2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 11m^2 + 6m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy giá trị } m \text{ cần tìm là: } \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$$

Câu 55: Chọn A

Cách 1

Gọi cạnh của hình chữ nhật: $a, b; 0 < a, b \leq 48$

Ta có: $ab = 48 \Leftrightarrow b = \frac{48}{a}$. Chu vi: $P(a) = 2\left(a + \frac{48}{a}\right)$

$$P'(a) = 2\left(1 - \frac{48}{a^2}\right); P'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4\sqrt{3}$$

Bảng biến thiên:

a	0	$4\sqrt{3}$	48
$P'(a)$	–	0	+
$P(a)$			

Cách 2

Áp dụng bất đẳng thức Côsi: $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{48} = 8\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow$ chu vi nhỏ nhất: $2(a + b) = 16\sqrt{3}$

Hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng $16\sqrt{3}$ khi cạnh bằng $4\sqrt{3}$.

Câu 56: Chọn A

Cạnh góc vuông x , $0 < x < \frac{a}{2}$; cạnh huyền: $a - x$

Cạnh góc vuông còn lại là: $\sqrt{(a - x)^2 - x^2}$

Diện tích tam giác $S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - 2ax}$. $S'(x) = \frac{a(a - 3x)}{2\sqrt{a^2 - 2ax}}$; $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$
$S'(x)$	+	0	–
$S(x)$			

Tam giác có diện tích lớn nhất bằng $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi cạnh góc vuông $\frac{a}{3}$, cạnh huyền $\frac{2a}{3}$.

Câu 57: Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Đặt $t = |\cos x|$, $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow y = f(t) = \frac{2t^2 + t + 1}{t + 1}$, $0 \leq t \leq 1$

$f'(t) = \frac{2t^2 + 4t}{(t + 1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2 \notin [0, 1] \end{cases} \Rightarrow f(0) = 1, f(1) = 2$

Vậy $\min_{\mathbb{R}} y = 1$, $\max_{\mathbb{R}} y = 2$

Câu 58: Chọn B

$$\text{Đặt } t = \sin x, -1 \leq t \leq 1 \Rightarrow y = f(t) = \frac{t+1}{t^2+t+1}, f'(t) = \frac{-t^2-2t}{(t^2+t+1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [-1; 1] \\ t = -2 \notin [-1; 1] \end{cases} \Rightarrow f(0) = 1, f(-1) = 0, f(1) = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } M = 1, m = 0$$

Câu 59: Chọn D

$$A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{x^3 + y^3}{x^3 y^3} = \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{x^3 y^3} = \left(\frac{x+y}{xy} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^2.$$

$$\text{Đặt } x = ty. \text{ Từ giả thiết ta có: } (x+y)xy = x^2 + y^2 - xy \Rightarrow (t+1)ty^3 = (t^2 - t + 1)y^2$$

$$\text{Do đó } y = \frac{t^2 - t + 1}{t^2 + t}; x = ty = \frac{t^2 - t + 1}{t + 1}. \text{ Từ đó } A = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^2 = \left(\frac{t^2 + 2t + 1}{t^2 - t + 1} \right)^2.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 + 2t + 1}{t^2 - t + 1} \Rightarrow f'(t) = \frac{-3t^2 + 3}{(t^2 - t + 1)^2}.$$

$$\text{Lập bảng biến thiên ta tìm giá trị lớn nhất của } A \text{ là: } 16 \text{ đạt được khi } x = y = \frac{1}{2}.$$

Câu 60: Chọn D

$$\text{Ta có đường tiệm cận đứng là } x = -3 \text{ và đường tiệm cận ngang là } y = \frac{1}{3}$$

$$\text{Nên } a = -3, b = \frac{1}{3}$$

$$\text{Do đó } m \geq a + b \Leftrightarrow m \geq -\frac{8}{3} \Rightarrow m = -2$$

Câu 61: Chọn D

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ có dạng } M \left(x_0; \frac{2x_0 - 3}{x_0 - 2} \right) \text{ với } x_0 \neq 2$$

$$\text{Phương trình tiệm cận đứng, ngang lần lượt là } x - 2 = 0 \text{ } (d_1), y - 2 = 0 \text{ } (d_2).$$

$$\text{Ta có } d = d(M, d_1) + d(M, d_2) = |x_0 - 2| + \frac{1}{|x_0 - 2|} \geq 2$$

Câu 62: Chọn A

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (-3m+1)x - 3m-2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + (-3m+1)x - 3m-2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{g(x)}$

(C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Gọi $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm phương trình (1) nên theo Viet ta có $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3m - 1 \\ x_2 x_3 = -3m - 2 \end{cases}$.

Vậy

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 &\Leftrightarrow 1 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 > 15 \\ &\Leftrightarrow (3m-1)^2 + 2(3m+2) - 14 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \vee m < -1 \end{aligned}$$

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$.

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra ngay trên đáp án

+ Với $m = -2$, ta giải phương trình bậc ba: $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$ thu được 3 nghiệm

$x_1 = -6.37..., x_2 = 1, x_3 = -0.62...$ Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán.

Cụ thể ta tính $(-6.4)^2 + 1^2 + (-0.63)^2 = 42.3569 > 15 \Rightarrow$ loại C, D.

+ Với $m = 2$, ta làm tương tự thu được 3 nghiệm $x_1 = 6.27..., x_2 = 1, x_3 = -1.27...$

Tính $6.2^2 + 1^2 + (-1.3)^2 = 41.13 > 15 \Rightarrow$ loại B.

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$.

Câu 63: Chọn A

- Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0-1}{2(x_0+1)}\right) \in (C)$ với $x_0 \neq -1$ là điểm cần tìm.
- Gọi Δ tiếp tuyến của (C) tại M ta có phương trình.

$$\Delta: y = f'(x_0)(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)} = \frac{1}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)}.$$

- Gọi $A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2}; 0\right)$ và $B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0 + 1)^2}\right)$.
- Khi đó Δ tạo với hai trục tọa độ ΔOAB có trọng tâm là

$$G\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6}; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2}\right).$$
- Do G thuộc đường thẳng $4x + y = 0 \Rightarrow -4 \cdot \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6} + \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2} = 0$

$$\Leftrightarrow 4 = \frac{1}{(x_0 + 1)^2} \text{ (vì } A, B \text{ không trùng } O \text{ nên } x_0^2 - 2x_0 - 1 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = \frac{1}{2} \\ x_0 + 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} \\ x_0 = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$
- Vì $x_0 > -1$ nên chỉ chọn $x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow x_0 + 2y_0 = -\frac{7}{2}$.

Câu 64: Chọn A

- Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\frac{-x+1}{2x-1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ g(x) = 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \quad (*) \end{cases}.$$

- Theo định lý Viet ta có $x_1 + x_2 = -m$; $x_1 x_2 = \frac{-m-1}{2}$. Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.
- Ta có $y' = \frac{-1}{(2x-1)^2}$, nên tiếp tuyến của (C) tại A và B có hệ số góc lần lượt là

$$k_1 = -\frac{1}{(2x_1-1)^2} \text{ và } k_2 = -\frac{1}{(2x_2-1)^2}. \text{ Vậy}$$

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 &= -\frac{1}{(2x_1-1)^2} - \frac{1}{(2x_2-1)^2} = -\frac{4(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 2}{[4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2} \\ &= -(4m^2 + 8m + 6) = -4(m+1)^2 - 2 \leq -2 \end{aligned}$$

- Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = -1$.
 Vậy $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất bằng -2 khi $m = -1$.

Câu 65: Chọn C

Phương pháp tự luận

- Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$.

- Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0+1}\right) \in (C), (x_0 \neq -1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M là

$$y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0+1} \Leftrightarrow 3x - (x_0+1)^2 y + 2x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0.$$

$$d(I, \Delta) = \frac{6|x_0+1|}{\sqrt{9+(x_0+1)^4}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{9}{(x_0+1)^2} + (x_0+1)^2}} \leq \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{9}}} = \sqrt{6}.$$

- Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{9}{(x_0+1)^2} = (x_0+1)^2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 2 - \sqrt{3} (L) \\ x_0 = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 2 + \sqrt{3} (N) \end{cases}.$$

Tung độ này gần với giá trị e nhất trong các đáp án.

Phương pháp trắc nghiệm

Ta có $IM \perp \Delta \Rightarrow cx_0 + d = \pm \sqrt{|ad - bc|} \Rightarrow x_0 + 1 = \pm \sqrt{|2+1|}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{3} (L) \\ x_0 = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{3} (N) \end{cases}.$$

Câu 66: Chọn D

Phương pháp tự luận

- Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0-2}{x_0+1}\right) \in (C), (x_0 \neq -1), I(-1;1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng

$$\Delta: y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{x_0-2}{x_0+1}.$$

- Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là $A\left(-1; \frac{x_0-5}{x_0+1}\right)$.
- Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là $B(2x_0+1;1)$.
- Ta có $IA = \frac{6}{|x_0+1|}, IB = 2|x_0+1| \Rightarrow IA \cdot IB = 12$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIAB là

$S_{IAB} = pr$, suy ra

$$r = \frac{S_{IAB}}{p} = \frac{IA \cdot IB}{IA + IB + AB} = \frac{IA \cdot IB}{IA + IB + \sqrt{IA^2 + IB^2}} \leq \frac{IA \cdot IB}{2\sqrt{IA \cdot IB} + \sqrt{2 \cdot IA \cdot IB}} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}.$$

- Suy ra $r_{\max} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \Leftrightarrow IA = IB \Leftrightarrow |x_0-1|^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 1 - \sqrt{3} \\ x_M = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}.$

$$\bullet \quad \overline{IM}(\sqrt{3}; -\sqrt{3}) \Rightarrow |\overline{IM}| = \sqrt{6}.$$

Phương pháp trắc nghiệm

$$\bullet \quad IA = IB \Rightarrow \Delta IAB \text{ vuông cân tại } I \Rightarrow IM \perp \Delta.$$

$$\bullet \quad cx_M + d = \pm \sqrt{|ad - bc|} \Rightarrow x_M + 1 = \pm \sqrt{|1 + 2|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_M = 1 - \sqrt{3} \\ x_M = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_M = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\overline{IM}| = \sqrt{6}.$$

Câu 67: Chọn D

Lấy điểm $M\left(m; 2 + \frac{1}{m-2}\right) \in (C)$ với $m \neq 2$. Ta có $y'(m) = -\frac{1}{(m-2)^2}$.

Tiếp tuyến tại M có phương trình $d: y = -\frac{1}{(m-2)^2}(x-m) + 2 + \frac{1}{m-2}$.

Giao điểm của d với tiệm cận đứng là $A\left(2; 2 + \frac{2}{m-2}\right)$.

Giao điểm của d với tiệm cận ngang là $B(2m-2; 2)$.

Ta có $AB^2 = 4\left[(m-2)^2 + \frac{1}{(m-2)^2}\right] \geq 8$, suy ra $AB \geq 2\sqrt{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $(m-2)^2 = 1$, nghĩa là $m = 3$ hoặc $m = -1$.

Câu 68: Chọn D

Điểm $M\left(0, \frac{3}{2}\right)$ nằm trên trục Oy . Khoảng cách từ M đến hai trục là $d = \frac{3}{2}$.

Xét những điểm M có hoành độ lớn hơn $\frac{3}{2} \Rightarrow d = |x| + |y| > \frac{3}{2}$.

Xét những điểm M có hoành độ nhỏ hơn $\frac{3}{2}$:

$$\bullet \quad \text{Với } 0 < x < \frac{3}{2} \Rightarrow y > \frac{3}{2} \Rightarrow d = |x| + |y| > \frac{3}{2}$$

$$\bullet \quad \text{Với } -\frac{3}{2} < x < 0; y > 0 \Rightarrow d = -x + x + 1 + \frac{1}{x+2} = 1 + \frac{1}{x+2}; d' = -\frac{1}{(x+2)^2} < 0.$$

Chúng ta tìm hàm số nghịch biến. Suy ra $\min d = y(0) = \frac{3}{2}$.

Câu 69: Chọn B

Gọi đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}x - 3$ suy ra $\Delta: y = -2x + m$.

Giả sử Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Khi đó hoành độ của A, B là nghiệm của phương trình

$$\frac{x+4}{x-2} = -2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ \underbrace{2x^2 - (m+3)x + 2m + 4}_{h(x)} = 0 \end{cases}$$

Điều kiện cần:

Để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt thì phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2,

$$\text{tức là } \begin{cases} \Delta > 0 \\ h(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m - 23 > 0 \\ -6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 - 4\sqrt{3} \\ m > 5 + 4\sqrt{3} \end{cases} (*).$$

Điều kiện đủ:

Gọi I là trung điểm của AB , ta có:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = 2x_I + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{m+3}{4} \\ y_I = \frac{m+3}{2} + m \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{m+3}{4}; \frac{3m+3}{2}\right).$$

Để hai điểm A, B đối xứng nhau qua $d: x - 2y - 6 = 0$ khi

$$I \in d \Leftrightarrow \frac{m+3}{4} - 2 \cdot \frac{3m+3}{2} - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3 \text{ (thỏa điều kiện (*))}.$$

$$\text{Với } m = -3 \text{ phương trình } h(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -1 \\ x = 1 \Rightarrow y = -5 \end{cases}$$

Vậy tọa hai điểm cần tìm là $(1; -5)$ và $(-1; -1)$.

Câu 70: Chọn B

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

- Đạo hàm: $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x+m)^2}$.

- Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$ thì $y'(2) = 0 \Rightarrow \frac{4 + 4m + m^2 - 1}{(2+m)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

- Với $m = -3 \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x-3)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$. Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ nên $m = -3$ ta nhận.

- Với $m = -1 \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ nên $m = -1$ ta loại.

Câu 71: Chọn C

Ta có

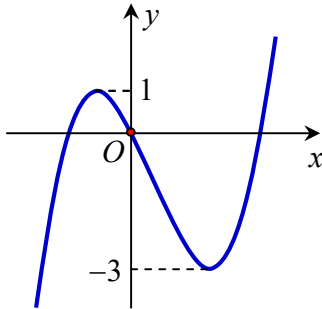
$$x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y) + 8\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{y+3} \geq 4(x+y) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x+y \leq 8 \Rightarrow x+y \in [4; 8]$$

$$\text{Xét biểu thức } P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy \geq 16(x+y) + 7xy = 7x(y+3) + 16y - 5x.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} y+3 \geq 0 \\ y \geq 4-x \end{cases} \Rightarrow P \geq 16(4-x) - 5x = 64 - 21x, \text{ kết hợp với}$$

$$x+y \geq 4 \Rightarrow x \in [3; 7] \Rightarrow 64 - 21x \geq -83$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là -83 **Câu 72: Chọn A**Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ gồm hai phần:

- Phần 1 là phần đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ nằm phía trên trục hoành;
- Phần 2 là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đã cho hình bên ta suy ra dạng đồ thị của hàm số

$y = f(x) + m$. Khi đó hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ và trục hoành tại nhiều nhất hai điểm chung

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+m \leq 0 \\ -3+m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}.$$

Câu 73: Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=0 \\ f'(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=1 \end{cases}, \text{ suy ra } y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1.$$

$$\text{NX: } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$					$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 0 1 $\frac{1}{2}$ 0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt

$x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 74: Chọn C

Ta có $f(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x^3 - x)(x^4 - 13x^2 + 36) = x^7 - 14x^5 + 49x^3 - 36x$

$$f'(x) = 7x^6 - 70x^4 + 147x^2 - 36$$

Đặt $t = x^2, t \geq 0$

Xét hàm $g(t) = 7t^3 - 70t^2 + 147t - 36$

Do phương trình $g'(t) = 21t^2 - 140t + 147 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt và $g(0) = -36 < 0$

nên $g(t) = 0$ có 3 nghiệm dương phân biệt

Do đó $f'(x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 75: Chọn B

+ Tập xác định: $D = (-\infty; 1]$.

$$+ y' = -3x^2\sqrt{1-x^3} - \frac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}} \cdot (m - x^3) = \frac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}} (3x^3 - m - 2).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\frac{m+2}{3}} \end{cases}$$

* Trường hợp 1: $m = -2$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	1
y'		$-$	$+$

Dựa vào BXD, ta có $y' < 0, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.

* Trường hợp 2: $m \neq -2$.

Để hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ thì $\sqrt[3]{\frac{m+2}{3}} < 0 \Leftrightarrow m < -2$.

Vậy $m \leq -2$ thì hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.

Câu 76: Chọn D

Ta có hàm số $y = 2017^{\sin x} - \sin x - \sqrt{2 - \cos^2 x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Xét hàm số $y = 2017^{\sin x} - \sin x - \sqrt{2 - \cos^2 x}$ trên $[0; 2\pi]$.

Ta có

$$y' = \cos x \cdot 2017^{\sin x} \cdot \ln 2017 - \cos x - \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{2\sqrt{2 - \cos^2 x}} = \cos x \cdot \left(2017^{\sin x} \cdot \ln 2017 - 1 - \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} \right)$$

Do vậy trên $[0; 2\pi]$, $y' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \vee x = \frac{3\pi}{2}$.

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2017 - 1 - \sqrt{2} > 0; \quad y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2017} - 1 - \sqrt{2} < 0$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	
y'	+	0	-	0	+
y	0	$y\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$y\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	0	

Vậy trên $[0; 2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y(\pi) = 0$, nên trên $[0; 2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có ba nghiệm phân biệt là 0, π , 2π .

Suy ra trên $[-5\pi; 2017\pi]$ phương trình có đúng $2017 - (-5) + 1 = 2023$ nghiệm.

PHẦN 2

Câu 77: Chọn B

Số giao điểm của đồ thị (Cm) với Ox là số nghiệm của phương trình $x^3 + mx + 2 = 0$

Với $m = 0$ vô nghiệm nên không có giao điểm

Với $m \neq 0$ ta có

$$m = -x^2 - \frac{2}{x} = f(x); (*)$$

$$f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2(x^3 - 1)}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 1$$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-3	$-\infty$	

Số nghiệm phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m > -3$ thì phương trình (*) có 1 nghiệm duy nhất.

Câu 78: Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m - 2)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 - m \end{cases}$$

Hàm số có CĐ, CT $\Leftrightarrow$ PT $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 2$ (*)

Khi đó tọa độ các điểm cực trị là: $A(0, m^2 - 5m + 5)$, $B(\sqrt{2-m}; 1-m)$, $C(-\sqrt{2-m}; 1-m) \Rightarrow$

$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{2-m}; -m^2 + 4m - 4)$; $\overrightarrow{AC} = (-\sqrt{2-m}; -m^2 + 4m - 4)$ Do $\triangle ABC$ luôn cân tại A, nên

bài toán thỏa mãn khi $\hat{A} = 60^\circ \Leftrightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt[3]{3}$

Câu 79: Chọn B

* Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $g(x) = \frac{4x^2 + 3}{x^4 + 1}$

- Đặt $t = x^2$, với $t \geq 0$ ta có hàm số $g(t) = \frac{4t + 3}{t^2 + 1}$;

- $g'(t) = \frac{-4t^2 - 6t + 4}{(t^2 + 1)^2}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -2; t = \frac{1}{2}$;

- Ta lại có: $\lim_{t \rightarrow -\infty} g(t) = 0$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 0$, bảng biến thiên của hàm số:

t	$-\infty$		-2	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(t)$	- 0 +			+ 0 -		
$g(t)$	0 	-1 		3 	4 	

- Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $g(x) = 4$, đạt được khi $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

* Tìm các điểm thuộc đồ thị (C)

- Ta có: $y' = 3x^2 - x$, giả sử điểm $M_0(x_0, f(x_0)) \in (C)$, thì hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại M_0 là $f'(x_0) = 3x_0^2 - x_0$

- Vậy: $3x_0^2 - x_0 = 4$ suy ra $x_0 = -1$; $x_0 = \frac{4}{3}$, tung độ tương ứng $f(-1) = -\frac{3}{2}$; $f(\frac{4}{3}) = \frac{40}{27}$

+ Có hai điểm thỏa mãn giả thiết $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$; $\left(\frac{4}{3}; \frac{40}{27}\right)$.

Câu 80: Chọn C

Do các điểm O và A thuộc đường thẳng $\Delta: y = -x$ nên để $OAMN$ là hình bình hành thì

$$MN = OA = 5\sqrt{2}$$

Hoành độ của M và N là nghiệm của pt: $\frac{2x-4}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (3-m)x - (m+4) = 0$ ($x \neq -1$) (1)

Vì $\Delta = m^2 - 2m + 25 > 0, \forall m$, nên (1) luôn có hai nghiệm phân biệt, (d) luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt

Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của (1) ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 3 \\ x_1 x_2 = -(m + 4) \end{cases}$$

Gọi $M(x_1; -x_1 + m), N(x_2; -x_2 + m) \Rightarrow MN^2 = 2(x_1 - x_2)^2 = 2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 2m^2 - 4m + 50$

$$MN = 5\sqrt{2} \Rightarrow 2m^2 - 4m + 50 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases}$$

+ $m = 0$ thì O, A, M, N thẳng hàng nên không thỏa mãn.

+ $m = 2$ thỏa mãn.

Câu 81: Chọn D

Đường thẳng qua $A(0, a)$ có hệ số góc k có phương trình $y = kx + a$ tiếp xúc (C)

$$\Leftrightarrow kx + a = \frac{x+2}{x-1} \text{ có nghiệm kép} \Leftrightarrow (kx + a)(x-1) = x+2 \text{ có nghiệm kép}$$

$$\Leftrightarrow kx^2 - (k-a+1)x - (a-2) = 0 \text{ có nghiệm kép}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = (k-a+1)^2 - 4k(a-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ h(k) = k^2 + 2(a+5)k + (a-1)^2 = 0 \end{cases} \text{ có 2 nghiệm } k$$

phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 12(a+2) > 0 \\ h(0) = (a-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (-2; +\infty) \setminus \{1\} \quad (1)$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_1 = \frac{k_1 - (a-1)}{2k_1} \Rightarrow y_1 = \frac{k_1 + (a+1)}{2} \\ x_2 = \frac{k_2 - (a-1)}{2k_2} \Rightarrow y_2 = \frac{k_2 + (a+1)}{2} \end{cases}$$

Mà

$$y_1 y_2 < 0 \Rightarrow [k_1 + (a+1)][k_2 + (a+1)] < 0$$

$$\Leftrightarrow k_1 k_2 + (a+1)(k_1 + k_2) + (a+1)^2 = -4(3a+2) < 0$$

$$\Rightarrow a > \frac{-2}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow a \in \left(\frac{-2}{3}; +\infty\right) \setminus \{1\}$$

Câu 82: Chọn A

Giả sử $x_M < 3, x_N > 3$, khi đó $M\left(3-m; 3-\frac{8}{m}\right), N\left(3+n; 3+\frac{8}{n}\right)$ với $m, n > 0$

$$MN^2 = (m+n)^2 + \left(\frac{8}{m} + \frac{8}{n}\right)^2 \geq (2\sqrt{mn})^2 + 64\left(2\sqrt{\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n}}\right)^2 = 4\left(mn + \frac{64}{mn}\right) \geq 64$$

$\Rightarrow MN \geq 8$. Kết luận MN ngắn nhất bằng 8

Câu 83: Chọn C

+ $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6mx = 0$. Đồ thị có 2 điểm cực trị khi: $m \neq 0$

+ Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y = 2m^2 x - 3m - 3$

- + Trung điểm 2 điểm cực trị là $I(m; 2m^3 - 3m - 1)$
- + Điều kiện để 2 điểm cực trị đối xứng qua $d: x + 8y - 74 = 0$
$$\begin{cases} 2m^2 \cdot (-\frac{1}{8}) = -1 \\ m + 8(2m^3 - 3m - 1) - 74 = 0 \end{cases}$$
- + Từ đó thấy $m = 2$ thỏa mãn hệ trên.

Câu 84: Chọn C

Xét các số thực $x > 0$

Ta có: $\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Vậy, $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}}$,

hay $\frac{m}{n} = \frac{2018^2 - 1}{2018}$

Ta chứng minh $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản.

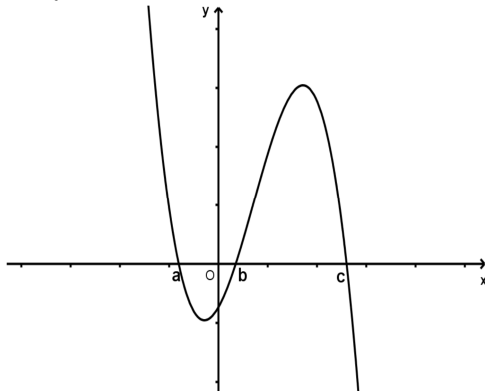
Giả sử d là ước chung của $2018^2 - 1$ và 2018

Khi đó ta có $2018^2 - 1 : d$, $2018 : d \Rightarrow 2018^2 : d$ suy ra $1 : d \Leftrightarrow d = \pm 1$

Suy ra $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản, nên $m = 2018^2 - 1, n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = -1$.

Câu 85: Chọn A



Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên các đoạn $[a; b]$ và $[b; c]$, lại có $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

Do đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y = f'(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases}$ là:

$$S_1 = \int_a^b |f'(x)| dx = - \int_a^b f'(x) dx = -f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b). \text{ Vì } S_1 > 0 \Rightarrow f(a) > f(b) \quad (1)$$

Tương tự: diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y = f'(x) \\ y = 0 \\ x = b \\ x = c \end{cases}$ là:

$$S_2 = \int_b^c |f'(x)| dx = \int_b^c f'(x) dx = f(x) \Big|_b^c = f(c) - f(b). S_2 > 0 \Rightarrow f(c) > f(b) \quad (2).$$

Mặt khác, dựa vào hình vẽ ta có: $S_1 < S_2 \Leftrightarrow f(a) - f(b) < f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c) \quad (3).$

(có thể so sánh $f(a)$ với $f(b)$ dựa vào dấu của $f'(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và so sánh $f(b)$ với $f(c)$ dựa vào dấu của $f'(x)$ trên đoạn $[b; c]$).

Từ (1), (2) và (3) ta có đáp án

Câu 86: Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = (2m - 1) + (3m + 2)\sin x$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x$ tức là: $(2m - 1) + (3m + 2)\sin x \leq 0 \quad (1), \forall x$

+) $m = -\frac{2}{3}$ thì (1) thành $-\frac{7}{3} \leq 0, \forall x$

+) $m > -\frac{2}{3}$ thì (1) thành $\sin x \leq \frac{1-2m}{3m+2} \Rightarrow \frac{1-2m}{3m+2} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{5m+1}{3m+2} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < m \leq -\frac{1}{5}$

+) $m < -\frac{2}{3}$ thì (1) thành $\sin x \geq \frac{1-2m}{3m+2} \Rightarrow \frac{1-2m}{3m+2} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{m+3}{3m+2} \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m < -\frac{2}{3}$

Kết hợp được: $-3 \leq m \leq -\frac{1}{5}$

Câu 87: Chọn A

Dùng BBT để xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số trên các khoảng

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)x$$

$$\Delta' = 9(m-1)^2 - 36(m-2) = 9m^2 - 54m + 81 \geq 0$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 3$

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $y' = 0 (x_1 < x_2)$

Theo viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$

Ta có BBT:

t	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
y'	+	0	- 0	+
y				

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1, x_2) \Rightarrow$ pt $y' = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow m \neq 3$

Gọi Độ dài khoảng nghịch biến của hàm số là D

$$D = |x_1 - x_2| \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = (1 - m)^2 - 4(m - 2) = m^2 - 6m + 9$$

$$D > 3 \Leftrightarrow D^2 > 9 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 > 9 \Leftrightarrow m^2 - 6m > 0 \Leftrightarrow m < 0 \text{ hoặc } m > 6 \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 88: Chọn A

Gọi $M\left(m; \frac{m+1}{m-1}\right) \in (C) (m \neq 1)$. Tổng khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận $x=1$ và $y=1$ là:

$$S = |m-1| + \left| \frac{m+1}{m-1} - 1 \right| = |m-1| + \frac{2}{|m-1|} \geq 2\sqrt{|m-1| \cdot \frac{2}{|m-1|}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow |m-1| = \frac{2}{|m-1|} \Leftrightarrow |m-1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{2}$$

Câu 89: Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:

$$\frac{2x+1}{x+1} = kx + 2k + 1 \Leftrightarrow 2x + 1 = (x+1)(kx + 2k + 1); (x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow kx^2 + (3k-1)x + 2k = 0 \quad (1); \quad (x \neq -1)$$

d cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 1 \\ \Delta = k^2 - 6k + 1 > 0 \\ k(-1)^2 + (3k-1)(-1) + 2k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Khi đó: $A(x_1; kx_1 + 2k + 1), B(x_2; kx_2 + 2k + 1)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1).

$$\text{Theo định lý Viet ta có} \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-3k+1}{k} \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } d(A; Ox) = d(B; Ox) \Leftrightarrow |kx_1 + 2k + 1| = |kx_2 + 2k + 1|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 \\ kx_1 + 2k + 1 = -kx_2 - 2k - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \end{cases}$$

Do hai điểm A, B phân biệt nên ta loại nghiệm $x_1 = x_2$. Do đó $k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3$

Câu 90: Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x-4}{x+1} = -2x + m \quad (x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - (m-3)x - m - 4 = 0$$

$$\Delta = (m+1)^2 + 40 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Suy ra (d) luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm A, B

$$x_A + x_B = \frac{m-3}{2}; \quad x_A \cdot x_B = \frac{-m-4}{2};$$

$$y_A = -2x_A + m; \quad y_B = -2x_B + m$$

$$y_B - y_A = -2(x_B - x_A)$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{5(x_B - x_A)^2}$$

$$= \sqrt{5[(x_B + x_A)^2 - 4x_A x_B]} = \sqrt{5\left[\left(\frac{m-3}{2}\right)^2 - 4\frac{-m-4}{2}\right]} = \sqrt{\frac{5}{4}[(m+1)^2 + 40]} \geq 5\sqrt{2}$$

Vậy AB nhỏ nhất khi $m = -1$

Câu 91: Chọn B

Gọi hai điểm đối xứng nhau qua O là $A(x_0, y_0), B(-x_0, -y_0)$

Khi đó ta có $y_0 = x_0^3 - 3mx_0^2 + 3(m^2 - 1)x_0 + 1 - m^2$ và $-y_0 = -x_0^3 - 3mx_0^2 - 3(m^2 - 1)x_0 + 1 - m^2$

Từ đó suy ra: $-6mx_0^2 + 2 - 2m^2 = 0(*)$

Nếu $x_0 = 0$ thì $2 - 2m^2 = 0$ suy ra $y_0 = 1 - m^2 = 0$. Vậy $A \equiv B \equiv O$

Do đó: đồ thị hàm số có hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O

$$\Leftrightarrow \text{phương trình } (*) \text{ có nghiệm khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2 - 2m^2 \neq 0 \\ \Delta' = 6m(2 - 2m^2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0 \text{ hay } m > 1$$

Câu 92: Chọn A

$$x^3 + 3mx^2 - m^2x - 3m^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -m \text{ (DK : } m \neq 0) \\ x = -3m \end{cases}$$

$$ycbt \Leftrightarrow x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83 \Leftrightarrow m^4 + m^4 + 81m^4 = 83 \Leftrightarrow m = \pm 1 \Rightarrow m_1 + m_2 = 0.$$

Câu 93: Chọn B

Gọi $M\left(m; \frac{m-3}{m+1}\right)$ thuộc đồ thị, có $I(-1; 1)$

$$IM = \sqrt{(m+1)^2 + \frac{16}{(m+1)^2}}, IM = \sqrt{(m+1)^2 + \frac{16}{(m+1)^2}} \geq \sqrt{2\sqrt{16}} \geq 2\sqrt{2}$$

IM nhỏ nhất khi $IM = 2\sqrt{2}$. Khi đó $(m+1)^2 = 4$. Tìm được hai điểm $M_1(1; -1)$ và $M_2(-3; 3)$.

Câu 94: Chọn C

Vì với m tùy ý ta luôn có $3x^2 + 2mx + m^2 + 1 > 0 \quad \forall x$ nên diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^2 (3x^2 + 2mx + m^2 + 1) dx = \left[x^3 + mx^2 + (m^2 + 1)x \right]_0^2 = 2m^2 + 4m + 10 = 2(m+1)^2 + 8$$

S đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8 khi $m = -1$. (dùng casio thử nhanh hơn)

Câu 95: Chọn D

Ta có kết quả: Nếu đồ thị hàm số $y = \frac{u(x)}{v(x)}$ có điểm cực trị $(x_o; y_o)$ thì $y_o = \frac{u'(x_o)}{v'(x_o)}$

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y=2x-2$ (d)

(d) cắt 2 trục tọa độ tại 2 điểm A(0;-2), B(1;0) nên diện tích tam giác OAB bằng 1

Câu 96: Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases}$$

(C) và trục hoành cắt nhau tại 3 điểm phân biệt: $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{4} \end{cases}$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 1 < 4 \Leftrightarrow 1 + 2m + 1 < 4 \Leftrightarrow m < 1$$

Câu 97: Chọn A

Ta có $y' = 3(x-m)^2 - 3, y'' = 6(x-m)$

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}.$$

Vì $x = x_1 = m - 1, y''(m - 1) < 0$ nên hàm số đạt cực đại $x = x_1 = m - 1$ tại và giá trị cực đại là $y_1 = m^2 - 3m + 2$.

Tương tự, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_2 = m + 1$ và giá trị cực tiểu là $y_2 = m^2 - 3m - 2$.

Ta giả sử điểm M là điểm cực đại của đồ thị hàm số ứng với giá trị m_1 và là điểm cực tiểu ứng của đồ thị hàm số ứng với giá trị m_2 .

$$\text{Từ YCBT suy ra hệ phương trình } \begin{cases} m_1 - 1 = m_2 + 1 \\ m_1^2 - 3m_1 + 2 = m_2^2 - 3m_2 - 2 \end{cases}$$

Giải hệ ta tìm được nghiệm $m_1 = \frac{3}{2}, m_2 = -\frac{1}{2}$ và suy ra tồn tại duy nhất một điểm $M\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ thỏa bài toán.

Câu 98: Chọn A

Gọi H là trung điểm của BC $\Rightarrow BH = CH = \frac{a}{2}$

Đặt $BM = x, 0 < x < \frac{a}{2}$, ta có:

$$MN = 2MH = 2(BH - BM) = 2\left(\frac{a}{2} - x\right) = a - 2x$$

Tam giác MBQ vuông ở M, $\hat{B} = 60^\circ$ và $BM = x \Rightarrow QM = x\sqrt{3}$

Hình chữ nhật MNPQ có diện tích:

$$S(x) = MN \cdot QM = (a - 2x)x\sqrt{3} = \sqrt{3}(ax - 2x^2)$$

$$S'(x) = \sqrt{3}(a - 4x); S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{4} \in \left(0; \frac{a}{2}\right)$$

Ta có BBT

x	0	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{2}$
S'	$+$	0	$-$
S		$\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$	

$$\text{Vậy } \max_{x \in \left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{\sqrt{3}}{8}a^2 \text{ khi } x = \frac{a}{4}$$

Câu 99: Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: \frac{x}{1-x} = mx - m = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ mx^2 - 2mx + m + 1 = 0 \end{cases} (1)$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow m < 0$

Gọi I là trung điểm của MN $\Rightarrow I(1; -1)$ cố định.

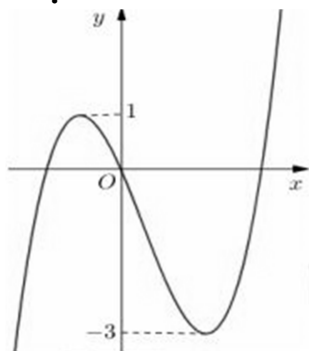
Ta có: $AM^2 + AN^2 = 2AI^2 + \frac{MN^2}{2}$

Do $AM^2 + AN^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MN$ nhỏ nhất

$$MN^2 = (x_2 - x_1)^2(1+m)^2 = -4m - \frac{4}{m} \geq 8. \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $\min(AM^2 + AN^2) = 20$ khi $m = -1$

Câu 100: Chọn A



Đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ là đồ thị hàm số $y = f(x)$ tịnh tiến trên trục Oy m đơn vị

Để đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y = f(x) + m$ xảy ra hai trường hợp sau:

- + Nằm phía trên trục hoành hoặc điểm cực tiểu thuộc trục Ox và cực đại dương
- + Nằm phía dưới trục hoành hoặc điểm cực đại thuộc trục Ox và cực tiểu dương

Khi đó $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 101: Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$. Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì $m \neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;1)$ và $B(2m; -4m^3 + 1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B lên trục tung, ta có $BH = |2m|$. Diện tích của tam giác OAB là

$$S = \frac{1}{2} BH \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot |2m|$$

Theo đề bài $S=1$ nên ta có $\frac{1}{2} \cdot |2m| = 1$ suy ra $m = \pm 1$. Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 102: Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, ta có $f(x) = \frac{2\sin^2 x}{\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}} = \frac{2\sin^2 x}{1 - \frac{1}{2}\sin^2 x} = \frac{4\sin^2 x}{2 - \sin^2 x}$.

Đặt $\sin^2 x = t$ ($t \in [0;1]$), hàm số trở thành $g(t) = \frac{4t}{-t+2}$ với $t \in [0;1]$, ta có

$$g'(t) = \frac{8}{(-t+2)^2} > 0 \forall t \in [0;1], \text{ suy ra hàm số đồng biến trên } [0;1], \text{ vậy}$$

$$\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \max_{t \in [0;1]} g(t) = g(1) = 4, \text{ xảy ra khi } t = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 103: Chọn B

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$. Dựa vào đồ thị ta tìm được $-4 < m < 0$ thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

Ta có $y(0) \cdot y(1) < 0$; $y(1) \cdot y(3) < 0$; $y(3) \cdot y(4) < 0$ do đó $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$

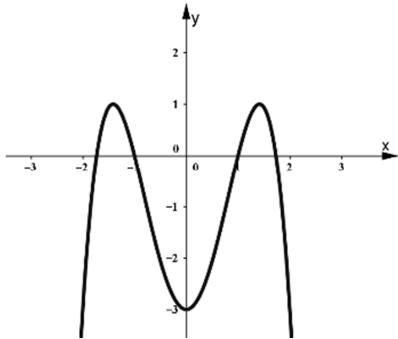
Câu 104: Chọn A

$$y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x - m) - \frac{1}{\cos^2 x}(\tan x - 2)}{(\tan x - m)^2} = \frac{2 - m}{\cos^2 x(\tan x - m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi hàm số xác định trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $y' \geq 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq m, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \\ 2 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$$

Câu 105: Chọn B



Do giới hạn của y khi x tiến tới vô cùng thì $-\infty$ nên $a < 0$. Loại A và D

$$y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$$

Do $a < 0$ mà nếu $b < 0$ thì phương trình $2ax^2 + b$ vô nghiệm

Nên $b > 0$ thì hàm số mới có 3 cực trị.

Câu 106: Chọn D

$$\text{Gọi } M = (a; y(a)) \in (C); a > 0 \text{ thì } y(a) = a + 1 + \frac{1}{a-1} = \frac{a^2}{a-1}$$

$$\text{PTTT của } (C) \text{ tại } M \text{ là: } y - y(a) = y'(a)(x - a) \Leftrightarrow y = \frac{a^2 - 2a}{(a-1)^2}(x - a) + \frac{a^2}{a-1} \quad (d)$$

Tiệm cận đứng $x = 1$; Tiệm cận xiên $y = x + 1$

Giao điểm của 2 tiệm cận là $I = (1; 2)$

$$\text{Giao điểm của } d \text{ với tiệm cận đứng } x = 1 \text{ là } A = \left(1; \frac{2a}{a-1}\right)$$

Với tiệm cận xiên là: $B = (2a - 1; 2a)$

$$\text{Ta có } AI = \frac{2}{|a-1|}; BI = 2\sqrt{2}|a-1|, \text{ nên } AI \cdot BI = 4\sqrt{2} \text{ vì } a > 1$$

$$\text{Lại có } \angle AIB = \frac{\pi}{4} \text{ suy ra } AB^2 = AI^2 + BI^2 - 2AI \cdot BI \cos \frac{\pi}{4} = AI^2 + BI^2 - \sqrt{2}AI \cdot BI$$

$$\text{Theo bất đẳng thức Cô si: } AB^2 \geq 2AI \cdot BI - \sqrt{2}AI \cdot BI = (2 - \sqrt{2})AI \cdot BI$$

$$\Leftrightarrow AB \geq 2\sqrt{2(\sqrt{2}-1)} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } p \text{ là chu vi tam giác ABI thì: } p = AB + AI + BI \geq AB + 2\sqrt{AI \cdot BI} \geq 2\sqrt{2(\sqrt{2}-1)} + 4\sqrt{2}$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow AI = BI \Leftrightarrow a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } \min p = 2\sqrt{2(\sqrt{2}-1)} + 4\sqrt[4]{2} \Leftrightarrow a = 1 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$$

$$\text{Hay điểm cần tìm là } M = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}; 2 + \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$$

Câu 107: Chọn A

Điểm $M \in (C)$, $x_M = a \Rightarrow y_M = \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2}$ ta có Pt tiếp tuyến với (C) có dạng

$$(\Delta): y = y'_{x_M}(x - x_M) + y_M \text{ với } y'_M = 2a^3 - 6a$$

$$\Rightarrow (\Delta) \quad y = (2a^3 - 6a)(x - a) + \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2}$$

Hoành độ giao điểm của (Δ) và (C) là nghiệm của phương trình

$$\frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2} = (2a^3 - 6a)(x - a) + \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2} \Leftrightarrow (x - a)^2(x^2 + 2ax + 3a^3 - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ g(x) = x^2 + 2ax + 3a^3 - 6 = 0 \end{cases}$$

Bài toán trở thành tìm a để $g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác a

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{g(x)} = a^2 - (3a^2 - 6) > 0 \\ g(a) = 6a^2 - 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3 < 0 \\ a^2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| < \sqrt{3} \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$$

Câu 108: Chọn C

$$\text{Gọi } M \left(x_0; \frac{2x_0 - 3}{x_0 - 2} \right) \in (C). \text{ PTTT của } (C) \text{ tại } M: y = -\frac{1}{(x_0 - 2)^2}x + \frac{2x_0^2 - 6x_0 + 6}{(x_0 - 2)^2}$$

Do $AB = \sqrt{2}IB$ và tam giác AIB vuông tại I $\Rightarrow IA = IB$ nên hệ số góc của tiếp tuyến $k = 1$ hoặc $k = -1$. vì $y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0$ nên ta có hệ số góc tiếp tuyến $k = -1$.

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0 - 2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ có hai phương trình tiếp tuyến $y = -x + 2$; $y = -x + 6$

Câu 109: Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4 \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0 (*) \end{cases}$$

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (2; +\infty)$$

Khi đó $B = (x_1; x_1 + 4)$, $C = (x_2; x_2 + 4)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$.

$$\text{Theo Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1 x_2} = 2\sqrt{2(m^2 - m - 2)}$$

Ta có khoảng cách từ K đến d là $h = \sqrt{2}$. Do đó diện tích ΔKBC là:

$$S = \frac{1}{2} \cdot h \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 2 \sqrt{2(m^2 - m - 2)} = 2\sqrt{m^2 - m - 2}$$

$$S = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - m - 2} = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{137}}{2} (TM).$$

Câu 110: Chọn D

Gọi $M_k(x_k; y_k)$ suy ra tiếp tuyến tại $M_k: y - y_k = y'(x_k)(x - x_k)$

$$\Leftrightarrow y = (3x_k^2 - 2009)(x - x_k) + x_k^3 - 2009x_k$$

Tọa độ điểm M_{k+1} được xác định:

$$x^3 - 2009x = (3x_k^2 - 2009)(x - x_k) + x_k^3 - 2009x_k \Leftrightarrow (x - x_k)(x^2 + x \cdot x_k - 2x_k^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = x_k \vee x = -2x_k \Rightarrow x_{k+1} = -2x_k$$

Ta có: $x_1 = 1; x_2 = -2; x_3 = 4; \dots; x_n = (-2)^{n-1}$

$$2009x_n + y_n + 2^{2010} = 0 \Leftrightarrow 2009x_n + x_n^3 - 2009x_n + 2^{2010} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = -2^{2013} = (-2)^{2013} \Leftrightarrow 3n - 3 = 2013 \Leftrightarrow n = 672$$

Câu 111: Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị: $3mx^2 - 3m^2x - m = 0, x \neq \frac{-1}{m}$

Vì $m \neq 0$ nên phương trình $\Leftrightarrow 3x^2 - 3mx - 1 = 0$ (*). Ta có $\Delta = 9m^2 + 12 > 0, \forall m \neq 0$ và

$f\left(\frac{-1}{m}\right) = \frac{3}{m^2} + 2 \neq 0, \forall m \neq 0$ (ở đây $f(x)$ là vế trái của (*)) nên d luôn cắt đồ thị tại 2 điểm A, B

phân biệt $\forall m \neq 0$

Ta có $A(x_1; 3x_1 - 3m), B(x_2; 3x_2 - 3m)$ với x_1, x_2 là 2 nghiệm của (*). Kẻ đường cao OH của

$$\Delta OAB \text{ ta có } OH = d(0; d) = \frac{|-3m|}{\sqrt{10}} \text{ và } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (3x_2 - 3x_1)^2} = \sqrt{10(x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{10(x_1 + x_2)^2 - 40x_1x_2} = \sqrt{10m^2 + \frac{40}{3}}$$

(Định lý Viet đối với (*)).

Mặt khác ta có $C(m; 0), D(0; -3m)$ (để ý $m \neq 0$ thì C, D, O phân biệt). Ta tìm m để

$$S_{\Delta OAB} = 2S_{\Delta OCD} \text{ hay } \sqrt{10m^2 + \frac{40}{3}} \cdot \frac{|-3m|}{\sqrt{10}} = 2|m||3m| \Leftrightarrow m = \pm \frac{2}{3}$$

Câu 112: Chọn C

$y' = mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m$. Tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2

Ta tìm $m: mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m = 2$ (*) có đúng một nghiệm âm

$$(*) \Leftrightarrow (x-1)(mx+3m-2) = 0 \Leftrightarrow x=1 \text{ hoặc } mx = 2-3m$$

$m=0$: không thỏa yêu cầu

$$m \neq 0, \text{ yêu cầu bài toán xảy ra khi } \frac{2-3m}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{2}{3} \end{cases}$$

Câu 113: Chọn C

$$\frac{2x-1}{x+1} = -x+m \Leftrightarrow x^2 - (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1), \text{ với } x \neq -1$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ 0.m - 3 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng } \forall m)$$

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1), ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 3 \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

Giả sử $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$

Khi đó ta có: $AB = \sqrt{2(x_1 - x_2)^2}$

$$PA = \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (-x_1 + m - 5)^2} = \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2},$$

$$PB = \sqrt{(x_2 - 2)^2 + (-x_2 + m - 5)^2} = \sqrt{(x_2 - 2)^2 + (x_1 - 2)^2}$$

Suy ra $\triangle PAB$ cân tại P

Do đó $\triangle PAB$ đều $\Leftrightarrow PA^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 2(x_1 - x_2)^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) - 6x_1 x_2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}. \text{ Vậy giá trị cần tìm là } m = 1, m = -5.$$

Câu 114: Chọn C

Hàm số đã cho có 3 cực trị khi phương trình $y'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 3mx^2 + 4 = 0 \text{ có 3 nghiệm phân biệt}$$

$$\text{Xét } g(x) = 4x^3 - 3mx^2 + 4 \text{ có } g'(x) = 12x^2 - 6mx \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \frac{m}{2}$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \text{ và } g(0) = 4 > 0, g\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{16 - m^3}{4} \text{ nên } g(x) = 0$$

$$\text{có 3 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} > 0 \\ \frac{16 - m^3}{4} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2\sqrt[3]{2} \quad (\text{học sinh có thể lập bảng biến thiên})$$

của hàm $\mu(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ để tìm ra kết quả trên)

Khi đó tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x}{4x - m}$ là $I\left(\frac{m}{4}; 1\right)$

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$ là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho thì

x_1, x_2, x_3 là nghiệm phương trình: $4x^3 - 3mx^2 + 4 = 0$ nên theo định lý Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3m}{4} \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{m}{4} \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1) = \frac{9m^2}{16} \end{cases}$$

Viết hàm số ban đầu dưới dạng: $y(x) = y'(x)\left(\frac{x}{4} - \frac{m}{16}\right) + \left(-\frac{3m^2 x^2}{16} + 3x + \frac{5m}{4} + 2\right)$, vì thế

$$y_i = y(x_i) = y'(x_i)\left(\frac{x_i}{4} - \frac{m}{16}\right) + \left(-\frac{3m^2x_i^2}{16} + 3x_i + \frac{5m}{4} + 2\right) = -\frac{3m^2x_i^2}{16} + 3x_i + \frac{5m}{4} + 2$$

$$\text{do } y'(x_i) = 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\text{Từ đó: } \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = -\frac{m^2}{16}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + (x_1 + x_2 + x_3) + \frac{5m}{4} + 2 = -\frac{9m^4}{16^2} + \frac{5m}{4} + 2$$

$$\text{Trọng tâm của tam giác ABC là } G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right) \equiv I\left(\frac{m}{4}; 1\right) \text{ khi và chỉ}$$

$$\text{khi: } \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{9m^4}{16^2} + \frac{5m}{4} + 2 = 1 \Leftrightarrow (m-4)(9m^3 + 36m^2 + 144m + 64) = 0$$

Vì $m > 2\sqrt[3]{2}$ nên $m = 4$ là giá trị duy nhất cần tìm.

Câu 115: Chọn B

$$\text{Ta có } D = \mathbb{R}, \quad y' = 3x^2 + 6mx + 3(m+1) = 3(x^2 + 2mx + m+1)$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + m+1 = 0 \quad (1)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài lớn hơn 4 $\Leftrightarrow y' \leq 0$ trên đoạn có độ dài lớn hơn 4 $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) thỏa mãn $|x_1 - x_2| > 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |2\sqrt{\Delta'}| > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' > 4 \Leftrightarrow m^2 - m - 1 > 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \vee m > \frac{1 + \sqrt{21}}{2}.$$

Vậy hàm số (1) nghịch biến trên một đoạn có độ dài lớn hơn 4

$$\Leftrightarrow m < \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \vee m > \frac{1 + \sqrt{21}}{2}$$

Câu 116: Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (H) :

$$\frac{-x+1}{2x-1} = x+a \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ 2x^2 + 2ax - a - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

$$\text{Đặt } g(x) = 2x^2 + 2ax - a - 1$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \Delta'_g = a^2 + 2a + 2 > 0, \forall a \\ g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \neq 0, \forall a \end{cases} \text{ nên } (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ khác } \frac{1}{2} \text{ với mọi } a.$$

Vậy d luôn cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi a .

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo định lý Vi-ét ta có

$$x_1 + x_2 = -a, \quad x_1 x_2 = \frac{-a-1}{2}.$$

$$\text{Tiếp tuyến tại } A \text{ và } B \text{ có hệ số góc là } k_1 = \frac{-1}{(2x_1-1)^2}; k_2 = \frac{-1}{(2x_2-1)^2}$$

$$\text{Ta có } k_1 + k_2 = \frac{-1}{(2x_1-1)^2} + \frac{-1}{(2x_2-1)^2} = -\left[\frac{(2x_1-1)^2 + (2x_2-1)^2}{(2x_1-1)^2(2x_2-1)^2} \right]$$

$$= -\left[4(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 - 4(x_1 + x_2) + 2\right] \quad (\text{do } (2x_1 - 1)^2 (2x_2 - 1)^2 = 1)$$

$$= -4(a+1)^2 - 2 \leq -2, \forall a. \text{ Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow a = -1$$

Vậy $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất bằng -2 khi $a = -1$.

Câu 117: Chọn A

Đặt $x^2 = X \geq 0$, ta có phương trình: $f(X) = X^2 - (2m+3).X + m + 5 = 0^{(*)}$

để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm thỏa mãn: $0 < X_1 < X_2$. Khi đó $x_1 = -\sqrt{X_2}; x_2 = -\sqrt{X_1}; x_3 = \sqrt{X_1}; x_4 = \sqrt{X_2}$

$$\text{Do đó: } -2 < -\sqrt{X_2} < -1 < -\sqrt{X_1} < 0 < \sqrt{X_1} < 1 < \sqrt{X_2} < 3$$

$$\Leftrightarrow 2 > \sqrt{X_2} > 1 > \sqrt{X_1} > 0 \Leftrightarrow 4 > X_2 > 1 > X_1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} af(1) < 0 \\ af(0) > 0 \\ af(4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+3 < 0 \\ m+5 > 0 \\ -7m+9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m > -5 \\ m < \frac{9}{7} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ không tồn tại m thỏa mãn bài toán.

Câu 118: Chọn A

$$\text{PT hoành độ giao điểm: } x^3 - \frac{3}{2}mx^2 - x + \frac{1}{2}m^3 = 0 \quad (1)$$

Đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C $\Leftrightarrow$ pt (1) có 3 nghiệm phân biệt x_A, x_B, x_C . Theo Vi et ta có: $x_A + x_B + x_C = \frac{3}{2}m \quad (2)$

$$\text{theo gt } AB = BC \Leftrightarrow 2x_B = x_A + x_C \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) } \Rightarrow x_B = \frac{m}{2}. \text{ Vậy } x = \frac{m}{2} \text{ là một nghiệm của (1).}$$

$$\text{Chia } f(x) = x^3 - \frac{3}{2}mx^2 - x + \frac{1}{2}m^3 \text{ cho } x - \frac{m}{2} \text{ ta được:}$$

$$f(x) = \left(x - \frac{m}{2}\right) \left(x^2 - mx - 1 - \frac{m^2}{2}\right) - \frac{m}{2} + \frac{m^3}{4}.$$

$$x = \frac{m}{2} \text{ là nghiệm của (1) } \Leftrightarrow -\frac{m}{2} + \frac{m^3}{4} = 0 \Leftrightarrow m=0, m = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{Khi đó } f(x) = \left(x - \frac{m}{2}\right) \left(x^2 - mx - 1 - \frac{m^2}{2}\right) \text{ có 3 nghiệm phân biệt}$$

$$\text{vì } \varphi(x) = x^2 - mx - 1 - \frac{m^2}{2} \text{ có 2 nghiệm trái dấu và có } \varphi\left(\frac{m}{2}\right) = -1 - \frac{3m^2}{4} \neq 0. \forall m$$

$$\text{Vậy: } m = 0; m = \pm\sqrt{2}$$

Câu 119: Chọn D

Ta có:

$$y' = g(x) = 3x^2 - 2(m+1)x - (2m^2 - 3m + 2)$$

$$\Delta' = 7m^2 - 7m + 7 = 7(m^2 - m + 1) > 0, \forall m$$

$$y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} g(2) \geq 0 \\ \frac{S}{2} - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 + m - 6 \leq 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 2$$

Câu 120: Chọn D



Bạn A chia sợi dây thành hai phần có độ dài $x(m)$ và $20 - x(m)$, $0 < x < 20$ (như hình vẽ).

Phần đầu uốn thành tam giác đều có cạnh $\frac{x}{3}(m)$, diện tích $S_1 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{36}(m^2)$

Phần còn lại uốn thành hình vuông có cạnh $\frac{20-x}{4}(m)$, diện tích $S_2 = \left(\frac{20-x}{4}\right)^2 (m^2)$

Tổng diện tích hai hình nhỏ nhất khi $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{3}}{36} + \left(\frac{20-x}{4}\right)^2$ nhỏ nhất trên khoảng $(0; 20)$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x\sqrt{3}}{18} - \frac{20-x}{8} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{180}{4\sqrt{3}+9}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{180}{4\sqrt{3}+9}$	20
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta được $x = \frac{180}{4\sqrt{3}+9}$.

Câu 121: Chọn D

Ta có hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên tồn tại số $M > 2$ sao cho $y(M) > 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên tồn tại số $m < -2$ sao cho $y(m) < 0$; $y(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0$ và $y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0$.

Do $y(m) \cdot y(-2) < 0$ suy ra phương trình $y = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(m; -2)$.

$y(-2) \cdot y(2) < 0$ suy ra phương trình $y = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.

$y(2) \cdot y(M) < 0$ suy ra phương trình $y = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(2; M)$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox có 3 điểm chung.

Câu 122: Chọn A

Có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$. Nên hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$. Vậy ta tìm điều kiện để hàm số không có tiệm cận đứng.

$$\text{Xét phương trình: } (mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 - 2x + 1 = 0 & (1) \\ 4x^2 + 4mx + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

TH1: Xét $m = 0$, ta được $y = \frac{2x-1}{(-2x+1)(4x^2+1)} = -\frac{1}{4x^2+1}$ (thỏa ycbt)

TH2: Xét $m \neq 0$. Có: $\Delta_1 = 1 - m$ và $\Delta_2 = 4m^2 - 4$

Th2a. Cả 2 phương trình (1) và (2) đều vô nghiệm: $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m < 0 \\ 4m^2-4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$

Th2b: (1) vô nghiệm, (2) có nghiệm kép $x = \frac{1}{2}$: ta thấy trường hợp này vô lí (vì $m > 1$)

Th2c: (2) vô nghiệm, (1) có nghiệm kép $x = \frac{1}{2}$: ta thấy trường hợp này vô lí (vì $-1 < m < 1$)

Câu 123: Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị (C) : $x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = 4$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (m+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \varphi(x) = x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Với $x = 0$, ta có giao điểm là $A(0;4)$.

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi(0) = m + 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \end{cases} \quad (*)$$

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A, B(x_B; x_B + 2), C(x_C; x_C + 2)$ với x_B, x_C là nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Theo định lí Viet, ta có: } \begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B \cdot x_C = m + 2 \end{cases}$$

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d(M, BC) = 4$.

Phương trình d được viết lại là: $d: y = x + 4 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$.

$$\text{Mà } d(M, BC) = d(M, d) = \frac{|1 - 3 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó: } BC = \frac{8}{d(M, BC)} = \frac{8}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow BC^2 = 32$$

$$\text{Ta lại có: } BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = 2(x_C - x_B)^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B \cdot x_C = 16 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(m + 2) = 16$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 24 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \vee m = -2.$$

Đối chiếu với điều kiện, loại đi giá trị $m = -2$.

Câu 124: Chọn A

$$\text{Ta có } x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y) + 8\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{y+3} \geq 4(x+y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0 \end{cases} \text{ Mâu thuẫn}$$

$$x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x + y \leq 8 \Rightarrow x + y \in [4; 8]$$

Xét biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy$ và đặt

$$t = x + y \in [4; 8] \Rightarrow P = 4t^2 + 7xy.$$

$$\text{Lại có } (x+3)(y+3) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq -3(x+y) - 9 \Rightarrow P \geq 4(x+y)^2 - 21(x+y) - 63 \\ = 4t^2 - 21t - 63.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 4t^2 - 21t - 63 \text{ trên đoạn } [4; 8] \text{ suy ra } P_{\min} = f(7) = -83$$

Câu 125: Chọn A

- Phương pháp: Tìm m để phương trình ẩn x tham số m có n nghiệm phân biệt thuộc khoảng K
- + Cô lập m, đưa phương trình về dạng $m = f(x)$
- + Vẽ đồ thị (hoặc bảng biến thiên) của $y = f(x)$ trên K
- + Biện luận để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại n điểm phân biệt trên K
- Cách giải: (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình

$$x^4 - 2x^2 - m + 2017 = 0 \Leftrightarrow m = x^4 - 2x^2 + 2017 \text{ có 3 nghiệm phân biệt.}$$

$$\text{Xét hàm số } y = x^4 - 2x^2 + 2017 \text{ trên } \mathbb{R}$$

$$\text{Có } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \pm 1. \text{ Bảng biến thiên:}$$

x	$-\infty$	0		0	1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$			2017			$+\infty$
							
		2016			2016		

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $m = 2017$

Câu 126: Chọn C

$$\text{Đồ thị hàm số } y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}} \text{ có hai đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi các giới hạn}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a (a \in \mathbb{R}), \lim_{x \rightarrow -\infty} y = b (b \in \mathbb{R}) \text{ tồn tại. Ta có:}$$

$$+ \text{ với } m = 0 \text{ ta nhận thấy } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \text{ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.}$$

$$+ \text{ Với } m < 0, \text{ khi đó hàm số có TXĐ } D = \left(-\sqrt[4]{-\frac{3}{m}}; \sqrt[4]{-\frac{3}{m}} \right), \text{ khi đó } \lim_{x \rightarrow +\infty} y, \lim_{x \rightarrow -\infty} y \text{ không tồn tại suy ra đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.}$$

$$+ \text{ Với } m > 0, \text{ khi đó hàm số có TXĐ } D = \mathbb{R} \text{ suy ra } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right)}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^2}}}, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{2}{x^2}}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ suy}$$

ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.

Vậy $m > 0$ thỏa YCBT.

Câu 127: Chọn A

$$\text{Ta có } y = |x^2 + 2x + a - 4| = |(x+1)^2 + a - 5|. \text{ Đặt } u = (x+1)^2 \text{ khi đó } \forall x \in [-2; 1] \text{ thì } u \in [0; 4] \text{ Ta được hàm số } f(u) = |u + a - 5|. \text{ Khi đó}$$

$$\text{Max}_{x \in [-2; 1]} y = \text{Max}_{u \in [0; 4]} f(u) = \text{Max}\{f(0), f(4)\} = \text{Max}\{|a - 5|; |a - 1|\}$$

$$\text{Trường hợp 1: } |a - 5| \geq |a - 1| \Leftrightarrow a \leq 3 \Rightarrow \text{Max}_{u \in [0; 4]} f(u) = 5 - a \geq 2 \Leftrightarrow a = 3$$

Trường hợp 2: $|a-5| \leq |a-1| \Leftrightarrow a \geq 3 \Rightarrow \underset{u \in [0;4]}{\text{Max}} f(u) = a-1 \geq 2 \Leftrightarrow a = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\underset{x \in [-2;1]}{\text{Max}} y = 2 \Leftrightarrow a = 3$

Câu 128: Chọn C

$$y = \sqrt{x^3 + 2(1 + \sqrt{x^3 + 1})} + \sqrt{x^3 + 2(1 - \sqrt{x^3 + 1})}$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{(\sqrt{x^3 + 1} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x^3 + 1} - 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow y = |\sqrt{x^3 + 1} + 1| + |\sqrt{x^3 + 1} - 1|$$

Điều kiện để hàm số xác định $x \geq -1$

$$\text{Ta có } y = \sqrt{x^3 + 1} + 1 + |\sqrt{x^3 + 1} - 1|$$

- Nếu $-1 \leq x < 0$ thì $\sqrt{x^3 + 1} - 1 < 0 \Rightarrow |\sqrt{x^3 + 1} - 1| = 1 - \sqrt{x^3 + 1} \Rightarrow y = 2$

- Nếu $x \geq 0$ thì $\sqrt{x^3 + 1} - 1 \geq 0 \Rightarrow y = 2\sqrt{x^3 + 1} \geq 2$

Vậy: $y \geq 2, \forall x \geq -1, y = 2 \Leftrightarrow x = 0$

PHẦN 3.1.

Câu 129: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

A. 2.250.000.

B. 2.350.000.

C. 2.450.000.

D. 2.550.000

Lời giải:

Gọi x là giá thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x : đồng; $x \geq 2000.000$ đồng)

Ta có thể lập luận như sau:

Tăng giá 100.000 đồng thì có 2 căn hộ bị bỏ trống.

Tăng giá $x - 2.000.000$ đồng thì có bao nhiêu căn hộ bị bỏ trống.

Theo quy tắc tam xuất ta có số căn hộ bị bỏ trống là:

$$\frac{2(x - 2.000.000)}{100.000} = \frac{x - 2.000.000}{50.000}$$

Do đó khi cho thuê với giá x đồng thì số căn hộ cho thuê là:

$$50 - \frac{x - 2.000.000}{50.000} = -\frac{x}{50.000} + 90$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, ($F(x)$: đồng).

Ta có: $F(x) = \left(-\frac{x}{50.000} + 90\right)x = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$ (bảng số căn hộ cho thuê nhân với giá cho thuê mỗi căn hộ).

Bài toán trở thành tìm GTLN của $F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$, ĐK: $x \geq 2.000.000$

$$F'(x) = -\frac{1}{25.000}x + 90$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2.250.000$$

Bảng biến thiên:

x	$2.000.000$	$2.250.000$	$+\infty$
$F'(x)$	$+$	0	$-$
$F(x)$		$F_{\max}$	

Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2.250.000$

Vậy công ty phải cho thuê với giá 2.250.000 đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Chọn A

Nhận xét:

Sau khi tìm được hàm $F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$. Ta không cần phải đi khảo sát và vẽ bảng biến thiên như trên. Đề đã cho bốn đáp án x , ta dùng phím CALC của MTCT để thay lần lượt các giá trị vào, cái nào làm cho $F(x)$ lớn nhất chính là giá trị cần tìm.

Câu 130: Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 40 quả bưởi. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 5000 đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là 50 quả. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi quả là 30.000 đồng.

A. 44.000đ.

B. 43.000đ.

C. 42.000đ.

D. 41.000đ

Lời giải:

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng, (x : đồng; $30.000 \leq x \leq 50.000$ đồng).

Ta có thể lập luận như sau:

Giá 50.000 đồng thì bán được 40 quả bưởi

Giảm giá 5.000 đồng thì bán được thêm 50 quả.

Giảm giá $50.000 - x$ thì bán được thêm bao nhiêu quả?

Theo quy tắc tam xuất số quả bán thêm được là:

$$(50000 - x) \cdot \frac{50}{5000} = \frac{1}{100}(50000 - x).$$

Do đó Số quả bưởi bán được tương ứng với giá bán x :

$$40 + \frac{1}{100}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($F(x)$: đồng).

$$\text{Ta có: } F(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30.000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16.200.000$$

Bài toán trở thành tìm GTLN của

$$F(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16.200.000, \text{ Đk: } 30.000 \leq x \leq 50.000.$$

$$F'(x) = -\frac{1}{50}x + 840$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{50}x + 840 = 0 \Leftrightarrow x = 42.000$$

Vì hàm $F(x)$ liên tục trên $30.000 \leq x \leq 50.000$ nên ta có:

$$F(30.000) = 0$$

$$F(42.000) = 1.440.000$$

$$F(50.000) = 800.000$$

Vậy với $x = 42.000$ thì $F(x)$ đạt GTLN.

Vậy để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất thì giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng là 42.000 đồng.

Chọn C.

Câu 131: Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30 - \frac{5m}{2}\right)^2$ đồng.

Tính số hành khách trên mỗi chuyến xe để nhà xe thu được lợi nhuận mỗi chuyến xe là lớn nhất.?

A. 30.

B. 40.

C. 50.

D. 60

Lời giải:

Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để số tiền thu được là lớn nhất, ($0 < x \leq 60$)

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($F(x)$: đồng)

Số tiền thu được:

$$F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2 \cdot x = 90.000x - 1500x^2 + \frac{25}{4}x^3$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$F'(x) = 90000 - 3000x + \frac{75}{4}x^2$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 90000 - 3000x + \frac{75}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120(\text{loại}) \\ x = 40(\text{t/m}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	40	60	
$F'(x)$		+	0	-
$F(x)$			$F_{\max}$	

Vậy để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người.

Chọn B.

Câu 132: Một công ty chuyên sản xuất thùng phi nhận được đơn đặt hàng với yêu cầu là thùng phi phải chứa được $16\pi(m^3)$ mỗi chiếc. Hỏi chiếc thùng phải có kích thước như thế nào để sản xuất ít tốn vật liệu nhất?

A. $R = 2(m), h = 4(m)$.

B. $R = 4(m), h = 2(m)$.

C. $R = 3(m), h = 4(m)$.

D. $R = 4(m), h = 4(m)$

Lời giải:

Do thùng phi có dạng hình trụ nên:

$$V_{tru} = \pi R^2 h = 16\pi \Leftrightarrow h = \frac{16}{R^2}, (1)$$

Diện tích toàn phần của thùng phi là:

$$S_{Tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R(h + R), (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$S_{Tp} = 2\pi R \left(\frac{16}{R^2} + R \right) = 2\pi \left(\frac{16}{R} + R^2 \right)$$

$$S'_{Tp} = 2\pi \left(-\frac{16}{R^2} + 2R \right) = \frac{4\pi}{R^2} (R^3 - 8)$$

$$S'_{Tp} = 0 \Leftrightarrow \frac{4\pi}{R^2} (R^3 - 8) = 0 \Leftrightarrow R = 2$$

Bảng biến thiên

R	0	2	$+\infty$
$S'(R)$		0	
$S(R)$			

Vậy để sản xuất thùng phi ít tốn vật liệu nhất thì $R = 2(m)$ và chiều cao là $h = 4(m)$.

Chọn A

Câu 133: Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là $100m^2$. Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là $1(kg / m^2)$ tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi $(200g / m^2)$ tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu kg tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống).

A. $\frac{230}{3}kg$.

B. $70kg$.

C. $72kg$.

D. $69kg$

Lời giải:

Số Kg tôm giống mà ông Thanh thả vụ vừa qua: $100.1 = 100(kg)$.

Gọi x ($0 < x < 100$) là số kg tôm cần thả ít đi trong vụ tới.

Khối lượng trung bình $1(kg / m^2)$ tôm giống thu hoạch được: $2000 : 100 = 20(kg)$

Khi giảm 0,2 kg tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch tăng thêm là $2(kg / m^2)$

Gọi $F(x)$ là hàm sản lượng tôm thu được vụ tới ($F(x) : kg$)

Vậy sản lượng tôm thu hoạch được trong vụ tới có pt tổng quát là:

$$F(x) = (100 - x) \left(20 + \frac{3}{8}x \right) = 2000 + \frac{35}{2}x - \frac{3}{8}x^2$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ lớn nhất.

Ta có:

$$F'(x) = \frac{25}{2} - \frac{3}{4}x$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{25}{2} - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{70}{3}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{70}{3}$	100
$F'(x)$		0	
$F(x)$		$F_{\max}$	

Vậy vụ tới ông Thanh phải thả số kg tôm giống là:

$$100 - \frac{70}{3} = \frac{230}{3} \approx 76,67 (kg)$$

Chọn A

Nhận xét:

Làm sao ta có thể tìm được hàm $F(x)$ và tìm được hệ số $\frac{3}{8}$

Ta có thể hiểu đơn giản như sau: nếu ta không giảm số lượng tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được là: $100 \cdot 20 = 2000 (kg)$ tôm.

Nếu ta giảm số $x (kg)$ tôm giống thì số tôm giống cần thả là $100 - x$ và số kg tôm thu hoạch được là: $(100 - x)(20 + mx) kg$

Theo giả thiết tôm giống giảm $0,2 (kg / m^2)$ thì $100m^2$ giảm $x = 20kg$, sản lượng thu được là $2200kg$.

$$\text{Ta có: } (100 - 20)(20 + m20) = 2200 \Leftrightarrow m = \frac{3}{8}.$$

Câu 134: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,25x^2(30 - x)$ trong đó $x (mg)$ và $x > 0$ là lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng bao nhiêu:

A. 15mg.

B. 30mg.

C. 40mg.

D. 20mg

Lời giải:

$$\text{Ta có: } G(x) = 0,25x^2(30 - x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{40}x^3$$

$$G'(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{40}x^2$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - \frac{3}{40}x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(\text{loại}) \\ x = 20(\text{t/m}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	20	$+\infty$
$G'(x)$		0	
$G(x)$		100	

Dựa vào bảng biến thiên thì bệnh nhân cần tiêm một lượng thuốc 20mg

Chọn D.

Câu 135: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $G(t): 45t^2 - t^3$, (kết quả khảo sát được trong 10 tháng vừa qua). Nếu xem $G'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người / ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ:

A. 25.

B. 30.

C. 20.

D. 15

Lời giải:

Ta có:

$$G'(t) = 90t - 3t^2$$

$$G''(t) = 90 - 6t$$

$$G''(t) = 0 \Leftrightarrow 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

Bảng biến thiên:

T	0	15	$+\infty$
$G''(t)$		0	
$G(t)$		675	

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ 15.

Chọn D

Câu 136: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ trong ngày cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t = 10(h)$.

B. $t = 14(h)$.

C. $t = 15(h)$.

D. $t = 22(h)$

Lời giải

Ta có:

$$h' = -3\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$h' = 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow t = -2 + 6k, (k \in \mathbb{Z}_{(+)})$$

ở đây ta chỉ cần xét một số giá trị

k	1	2	3	4
t	4	10	16	22

Bảng biến thiên:

Ta suy ra được h đạt GTLN khi $t=10$ (h)

Lưu ý: Ngoài cách trên ta có thể làm như sau

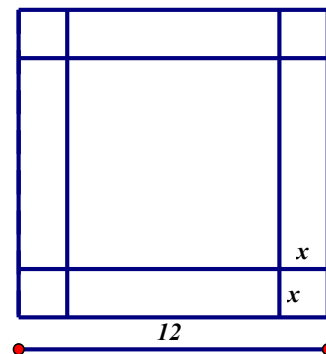
$$\text{Vì } -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow 9 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12 \leq 15.$$

$$\text{Vậy để } h \text{ lớn nhất thì } \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow t = -2 + 12k, (k \in \mathbb{Z}_{(+)})$$

Vậy h đạt GTLN khi $t=10$ (h).

Câu 137: (Đề minh họa Quốc gia 2017): Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được cái hộp không nắp. Tìm x để được một cái hộp có thể tích lớn nhất.

- A. $x = 6$ (cm). B. $x = 3$ (cm).
C. $x = 2$ (cm). D. $x = 4$ (cm)



Lời giải:

Khi cắt tấm nhôm hình vuông và gấp thành một cái hộp thì độ dài cạnh của cái hộp là: $12 - 2x$
Ta có:

$$V = S.h = (12 - 2x)^2 . x = 4x^3 - 48x^2 + 144x \text{ với } 0 < x \leq 6$$

Bài toán trở thành tìm x để V lớn nhất.

Ta có:

$$V' = 12x^2 - 96x + 144$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 96x + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	6
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$		128	

Vậy để thể tích hộp lớn nhất thì $x = 2$ cm

Chọn C

Câu 138: Cuốn sách giáo khoa cần một trang chữ có diện tích là 384cm^2 . Lề trên và dưới là 3cm , lề trái và lề phải là 2cm . Kích thước tối ưu của trang giấy?

- A. Dài 24cm , rộng 17cm . B. Dài 30cm , rộng 20cm .
C. Dài 24cm , rộng 18cm . D. Dài 24cm , rộng 19cm

Lời giải

Gọi chiều dài của trang chữ nhật là $x(cm)$, ($x > 0$)

Chiều rộng của trang chữ nhật là: $\frac{384}{x}cm$

Chiều dài của trang giấy là $x + 6(cm)$

Chiều rộng của trang giấy là: $\frac{384}{x} + 4(cm)$

Diện tích trang giấy: $S = (x + 6)\left(\frac{384}{x} + 4\right) = 408 + 4x + \frac{2304}{x}$

Bài toán trở thành tìm x để S đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có: $S'(x) = 4 - \frac{2304}{x^2}$

$$S' = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{2304}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(t/m) \\ x = -24(loại) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	24	$+\infty$
$S'(x)$		-	0
$S(x)$		-	+
		$S_{\min}$	

Vậy kích thước tối ưu của trang giấy có chiều dài là 30 cm, chiều rộng là 20 cm.

Câu 139: Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 16cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $36cm^2$.

B. $20cm^2$.

C. $16cm^2$.

D. $30cm^2$

Lời giải

Gọi độ dài hình chữ nhật đó là: $x(cm)$. Chiều rộng của hình chữ nhật đó là: $(8 - x)cm$

Suy ra $4 \leq x \leq 8$

Diện tích hình chữ nhật đó là: $S = x(8 - x) = 8x - x^2$

Bài toán trở thành tìm x để S đạt GTLN.

Ta có: $S' = 8 - 2x$; $S' = 0 \Leftrightarrow 8 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 4$

Vì hàm $S(x)$ liên tục trên $4 \leq x \leq 8$, ta có: $S(4) = 16$; $S(8) = 0$

Kết luận: hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng $16cm^2$

Lưu ý: Bài này ta còn có thể sử dụng lý thuyết của lớp 10. Tìm GTLN của parabol với hệ số $a < 0$ thì

$$S_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = S\left(-\frac{b}{2a}\right) = 16$$

Chọn C

Câu 140: Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 mét và đặt ở độ cao 1,8 mét so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đó? Biết rằng góc $\widehat{BOC}$ là góc nhọn.

A. $AO = 2,4m$. B. $AO = 2m$.

C. $AO = 2,6m$. D. $AO = 3m$

Lời giải

Đặt độ dài cạnh $AO = x(cm), (x > 0)$

Suy ra:

$$BO = \sqrt{3,24 + x^2}, CO = \sqrt{10,24 + x^2}$$

Ta sử dụng định lí cosin trong tam giác OBC ta có:

$$\cos \widehat{BOC} = \frac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2.OB.OC} = \frac{(3,24 + x^2) + (10,24 + x^2) - 1,96}{2\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

$$= \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

Vì góc $\widehat{BOC}$ là góc nhọn nên bài toán trở thành bài toán tìm x để

$$F(x) = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

Đạt GTNN.

Đặt $(3,24 + x^2) = t, (t > 3,24)$.

$$\text{Suy ra } F(t) = \frac{t + \frac{63}{25}}{\sqrt{t(t+7)}} = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}}$$

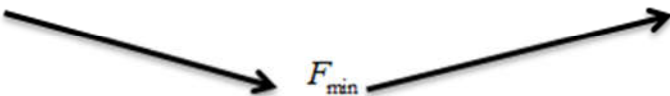
Ta tìm t để $F(t)$ nhận giá trị nhỏ nhất.

$$F'(t) = \left(\frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}} \right)' = \frac{1}{25} \left(\frac{25\sqrt{t(t+7)} - (25t + 63) \left(\frac{2t+7}{2\sqrt{t(t+7)}} \right)}{t(t+7)} \right)$$

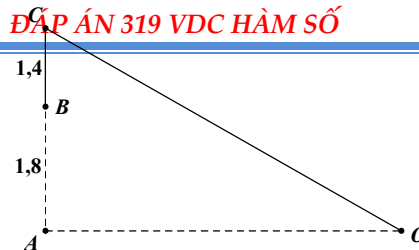
$$= \frac{1}{25} \left(\frac{50(t^2 + 7t) - (25t + 63)(2t + 7)}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right) = \frac{1}{25} \left(\frac{49t - 441}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right)$$

$$F'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 9$$

BBT

t	3,24	9	$+\infty$
$F'(t)$	-	0	+
$F(t)$			

$$\text{Thay vào đặt ta có: } (3,24 + x^2) = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow x = 2,4m$$



Vậy để nhìn rõ nhất thì $AO = 2,4 \text{ m}$.

Chọn A

Câu 141: Một công trình nghệ thuật kiến trúc trong công viên thành phố Việt Trì có dạng là một tòa nhà hình chóp tứ giác đều nội tiếp một mặt cầu có bán kính $5(\text{m})$. Toàn bộ tòa nhà đó được trang trí các hình ảnh lịch sử và tượng anh hùng, do vậy để có không gian rộng bên trong tòa nhà người ta đã xây dựng tòa nhà sao cho thể tích lớn nhất. Tính chiều cao của tòa nhà đó.

A. $h = \frac{20}{3}(\text{m})$. B. $h = \frac{22}{3}(\text{m})$. C. $h = \frac{23}{3}(\text{m})$. D. $h = \frac{25}{3}(\text{m})$

Lời giải

Gọi độ dài cạnh đáy, chiều cao của hình chóp tứ giác đều lần lượt là x và h , ($x > 0$, $h > 0$, m)

Dựng mặt phẳng trung trực của 1 cạnh bên cắt trục đáy ở O , vậy O là tâm mặt cầu. Ta có:

$OS = 5m$, nên $OI = h - 5$, với I là giao của 2 đường chéo đáy. Vì tam giác OIC vuông nên ta có:

$$IC = \sqrt{OC^2 - OI^2} = \sqrt{5^2 - (h - 5)^2} \Leftrightarrow \frac{x\sqrt{2}}{2} = \sqrt{10h - h^2}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{20h - 2h^2}, (5 < h < 10)$$

Ta có thể tích khối chóp tứ giác đều:

$$V(h) = Bh = \frac{1}{3} \left(\sqrt{20h - 2h^2} \right)^2 h = \frac{1}{3} (20h^2 - 2h^3)$$

Bài toán trở thành tìm h để $V(h)$ đạt GTNN.

$$V'(h) = \frac{1}{3} (40h - 6h^2)$$

$$V'(h) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} (40h - 6h^2) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{20}{3}$$

BBT

h	5	$\frac{20}{3}$	10
$V'(h)$	+	0	-
$V(h)$		$V_{\max}$	

Vậy chọn chiều cao đó là $h = \frac{20}{3}(\text{m})$

Chọn A

Câu 142: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 480 - 20n(\text{g})$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 14. B. 13. C. 12. D. 11

Lời giải

Gọi $F(n)$ là hàm cân nặng của n con cá sau vụ thu hoạch trên một đơn vị diện tích

Ta có: $F(n) = (480 - 20n) \cdot n = 480n - 20n^2$

Để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất thì cân nặng của n con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ là lớn nhất.

Bài toán trở thành tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $F(x)$ đạt GTLN.

$$F'(n) = 480 - 40n$$

$$F'(n) = 0 \Leftrightarrow 480 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

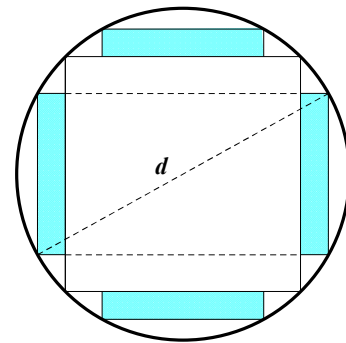
Học sinh tự lập bảng biến thiên.

Vậy phải thả 12 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Chọn C

Câu 143: (Trích luận văn thạc sĩ Nguyễn Văn Bảo): Một khúc gỗ tròn hình trụ cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. Hãy xác định kích thước của các miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất. Biết đường kính khúc gỗ là d .

- A. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$
- B. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{15}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$.
- C. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{14}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$.
- D. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{13}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$



Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng phụ lần lượt là x, y . Đường kính của khúc gỗ là d , khi đó

tiết diện ngang của thanh xà có độ dài cạnh là $\frac{d}{\sqrt{2}}$ và $0 < x < \frac{d(2 - \sqrt{2})}{4}, 0 < y < \frac{d}{\sqrt{2}}$

Theo đề bài ta được hình chữ nhật ABCD như hình vẽ, theo định lý Pitago ta có:

$$\left(2x + \frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = d^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx}$$

Do đó, miếng phụ có diện tích là:

$$S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx} \text{ với } 0 < x < \frac{d(2 - \sqrt{2})}{4}$$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ đạt GTLN.

Ta có:

$$S'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx} + \frac{x(-8x - 2\sqrt{2}d)}{\sqrt{2}\sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx}}$$

$$= \frac{-16x^2 - 6\sqrt{2}dx + d^2}{\sqrt{2}\sqrt{d^2 - 8x^2} - 4\sqrt{2}dx}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -16x^2 - 6\sqrt{2}dx + d^2 = 0 \Leftrightarrow -16\left(\frac{x}{d}\right)^2 - 6\sqrt{2}\left(\frac{x}{d}\right) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$$

BBT

x	0	$\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$	$\frac{(2 - \sqrt{2})}{4}d$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$		$S_{\max}$	

Vậy miếng phụ có kích thước $x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d, y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$

Chọn A

Câu 144: Nhà Long muốn xây một hồ chứa nước có dạng một khối hộp chữ nhật có nắp đậy có thể tích bằng $576m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền thuê nhân công để xây hồ tính theo m^2 là 500.000 đồng/ m^2 . Hãy xác định kích thước của hồ chứa nước sao cho chi phí thuê nhân công là ít nhất và chi phí đó là bao nhiêu?

- A. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 216 triệu.
- B. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 215 triệu.
- C. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 214 triệu.
- D. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 213 triệu.

Lời giải:

Gọi x, y, h lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hồ chứa nước, ($x > 0, y > 0, h > 0, m$)

Ta có: $\frac{y}{x} = 2 \Leftrightarrow y = 2x$

Thể tích hồ chứa nước $V = xyh \Leftrightarrow h = \frac{V}{xy} = \frac{576}{x(2x)} = \frac{288}{x^2}$

Diện tích cần xây dựng hồ chứa nước:

$$S(x) = 2xy + 2xh + 2yh = 2x(2x) + 2x\frac{288}{x^2} + 2(2x)\frac{288}{x^2} = 4x^2 + \frac{1728}{x}$$

Để chi phí nhân công là ít nhất thì diện tích cần xây dựng là nhỏ nhất, mà vẫn đạt thể tích như mong muốn.

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ nhỏ nhất.

$$S(x) = 4x^2 + \frac{1728}{x}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - \frac{1728}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

BBT

x	0	6	$+\infty$
$S'(x)$		0	
$S(x)$		$S_{\min}$	

Vậy kích thước của hồ là: rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Diện tích cần xây: $432m^2$

Chi phí ít nhất là: $432 \times 500.000 = 216.000.000$

Chọn A

Câu 145: Một công ty chuyên sản xuất container muốn thiết kế các thùng gỗ đựng hàng ở bên trong có dạng hình hộp chữ nhật và không có nắp, có đáy là hình vuông. Thùng gỗ có thể chứa được $62,5m^3$. Hỏi các cạnh của hình hộp chữ nhật có độ dài là bao nhiêu để tổng diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy của thùng là nhỏ nhất?

- A. Cạnh bên: $2,5m$, cạnh đáy: $5m$. B. Cạnh bên: $4m$, cạnh đáy: $\frac{5\sqrt{10}}{4}m$.
- C. Cạnh bên: $3m$, cạnh đáy: $\frac{5\sqrt{10}}{6}m$. D. Cạnh bên: $5m$, cạnh đáy: $\frac{5\sqrt{2}}{2}m$.

Lời giải.

Gọi x, h lần lượt là độ dài cạnh đáy hình vuông, chiều cao của thùng gỗ, ($x > 0, h > 0, (m)$).

$$\text{Thể tích thùng gỗ: } V = x^2h \Leftrightarrow h = \frac{V}{x^2} = \frac{62,5}{x^2}$$

Diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy của thùng là:

$$S(x) = x^2 + 4xh$$

$$= x^2 + 4x \cdot \frac{62,5}{x^2}$$

$$= x^2 + \frac{250}{x}$$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ nhỏ nhất.

$$S'(x) = 2x - \frac{250}{x^2}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{250}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

BBT

x	0	5	$+\infty$
$S'(x)$		0	+
$S(x)$			

Vậy để tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng là nhỏ nhất thì cạnh đáy là 5m, chiều cao 2,5m.

Chọn A.

Câu 146: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R , nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp?

A. $2R^2$.

B. $5R^2$.

C. R^2 .

D. $3R^2$

Lời giải

Gọi x là độ dài cạnh của hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính của hình tròn ($0 < x < R$)

Độ dài cạnh còn lại của hình chữ nhật là $2\sqrt{R^2 - x^2}$

Ta có diện tích của hình chữ nhật là: $S(x) = 2x\sqrt{R^2 - x^2}$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ đạt GTLN.

$$S'(x) = 2\sqrt{R^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{2R^2 - 4x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2R^2 - 4x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow 2R^2 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{R\sqrt{2}}{2} \text{ (t/m)} \\ x = \frac{-R\sqrt{2}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

BBT:

x	0	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$	R
$S'(x)$		0	-
$S(x)$			

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là R^2 .

Câu 147: (Đề thi thử Việt Trì lần I) Để thiết kế một chiếc bể cá hình chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích là 96.000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100.000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là:

A. 83.200.000 đồng.

B. 382.000 đồng.

C. 83.200 đồng.

D. 8.320.000 đồng.

Lời giải

Diện tích của đáy hộp là: $S = \frac{V}{h} = \frac{96.000}{60} = 1600cm^2 = 0,16m^2$

Gọi chiều dài cạnh đáy của hộp là $x, (x > 0, m)$

Chiều rộng của hộp là $\frac{0,16}{x}$

Gọi $F(x)$ là hàm chi phí để làm bể cá.

Chi phí để hoàn thành bể cá:

$$F(x) = 0,16 \times 100.000 + 2.0,6x.70.000 + 2.0,6 \cdot \frac{0,16}{x} \cdot 70.000$$

$$= 16.000 + 48.000x + \frac{13440}{x}$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt GTNN.

$$F'(x) = 84.000 - \frac{13440}{x^2}$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 84.000 - \frac{13440}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

BBT

x	0	0,4	$+\infty$
$F'(x)$		0	
$F(x)$		$F_{\min}$	

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là: 83.200 đồng.

Câu 148: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy là hình vuông không có nắp có thể tích chứa được $4dm^3$. Tìm kích thước của thùng để lượng vàng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau:

A. Cạnh đáy: 2dm, cao: 1dm.

B. Cạnh đáy: 2dm, cao: 2dm.

C. Cạnh đáy: 1dm, cao: 2dm.

D. Cạnh đáy: 2dm, cao: 3dm.

Lời giải

Gọi: Độ dài cạnh đáy của hộp là $x, (x > 0, dm)$

Chiều cao của hộp là $h, (h > 0, dm)$. $S(x)$ là diện tích của hộp cần mạ (dm^2)

Ta có khối lượng cần mạ là: $(P_{\text{vàng}} \cdot d) \cdot S(x) = C \cdot S(x)$

Với C là hằng số, $P_{\text{vàng}}$ là khối lượng riêng của vàng.

Ta có: Khối lượng vàng cần mạ tỉ lệ thuận với $S(x)$

$$\text{Thể tích hộp } V = x^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{x^2} = \frac{4}{x^2}$$

$$S(x) = 4xh + x^2 = \frac{16}{x} + x^2$$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$S'(x) = \frac{-16}{x^2} + 2x$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-16}{x^2} + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

BBT

x	0	2	$+\infty$
$S'(x)$		0	
$S(x)$		$S_{\min}$	

Vậy để tiết kiệm nhất lượng vàng cần mạ thì chúng ta phải sản xuất hópj có kích thước cạnh đáy: $x = 2dm$, $cao : h = 1dm$.

Chọn A

Câu 149: Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5kg. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

A. 512 con.

B. 511 con.

C. 510 con.

D. 509 con

Lời giải:

Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là $50.20 = 1000(con)$

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là:

$$1500 : 1000 = 1,5(kg).$$

Gọi số cá giống cần thả ít đi trong vụ này là: $x(con), (x > 0)$

Theo đề bài, giảm 8 con thì mỗi con tăng thêm $0,5kg / con$

Vậy giảm x con thì mỗi con tăng thêm $0,0625x kg / con$.

Tổng số lượng cá thu được ở vụ này:

$$F(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500.$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt GTLN.

Ta có:

$$F'(x) = -0,125x + 61$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow x = 488$$

BBT

x	0	488	1000
$F'(x)$		0	
$F(x)$		$F_{\max}$	

Vậy ông thanh phải thả số cá giống trong vụ này là:

$$1000 - 488 = 512con$$

Chọn A

Câu 150: Người ta cần làm một hộp theo dạng một khối lăng trụ đều không nắp với thể tích lớn nhất từ một miếng tôn hình vuông có cạnh là 1 mét. Thể tích của hộp cần làm.

- A. $V = \frac{2}{27} dm^3$. B. $V = \frac{3}{27} dm^3$. C. $V = \frac{4}{27} dm^3$. D. $V = \frac{5}{27} dm^3$

Lời giải

Giả sử mỗi góc cắt đi một hình vuông x dm.

Khi đó chiều cao của hình hộp là $x(dm)$, $\left(0 < x < \frac{1}{2}\right)$

Và cạnh đáy của hộp là $(1 - 2x)dm$.

Vậy thể tích của hộp là: $V = x(1 - 2x)^2 dm^3$

Ta có:

$$V' = 1 - 8x + 12x^2$$

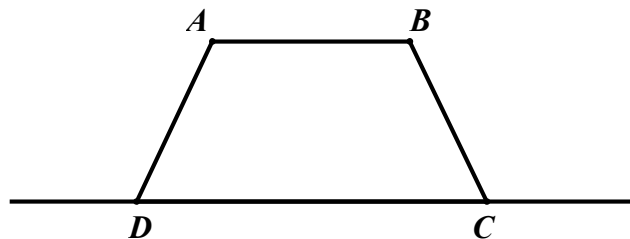
$$\text{Phương trình } V' = 0 \Leftrightarrow -8x + 12x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$$

BBT

x	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
V'	+	0	-
V		$\frac{2}{27}$	

Vậy thể tích cần tìm là: $\frac{2}{27} dm^3$. chọn **A**

Câu 151: (Đề minh học HSG Phú Thọ 2016-2017) Một người nông dân có ba tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài $a(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân ABCD như hình vẽ (Bờ sông là đường thẳng CD không phải rào). Hỏi ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là bao nhiêu m^2 ?



- A. $\sqrt{3}a^2$. B. $\frac{5\sqrt{3}a^2}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$

Lời giải:

$AB = a, AA' = h, CD = x$. Ta có:

$$\begin{aligned}
h^2 + \left(\frac{x-a}{2}\right)^2 &= a^2 \Rightarrow 3a^2 + 2ax - x^2 = 4h^2 \\
\Rightarrow \sqrt{3a^2 + 2ax - x^2} &= 2h \\
S &= \frac{a+x}{2} \cdot h = \frac{a+x}{4} \cdot \sqrt{3a^2 + 2ax - x^2} = \frac{1}{4} \sqrt{(3a-x)(x+a)^3} \\
&= \frac{\sqrt{27}}{4} \sqrt{(3a-x) \cdot \frac{x+a}{3} \cdot \frac{x+a}{3} \cdot \frac{x+a}{3}} \\
&\leq \frac{\sqrt{27}}{4} \left(\frac{(3a-x) + \frac{x+a}{3} + \frac{x+a}{3} + \frac{x+a}{3}}{4} \right)^2 = \frac{\sqrt{27}a^2}{4}
\end{aligned}$$

Chọn **D**

Câu 152: Một công ty muốn làm đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá thành để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. B' là điểm trên bờ sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9km. Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo hướng ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách A một đoạn bằng:

A. 9km.

B. 6,5km.

C. 5km.

D. 4km.

Lời giải:

Ta đặt: $B'C = x \text{ (km)}, (0 \leq x \leq 9)$

Ta có:

$$BC = \sqrt{B'B^2 + B'C^2} = \sqrt{36 + x^2}, AC = 9 - x$$

Gọi $F(x)$ là hàm chi phí xây dựng đường ống nước từ ACB

$$\text{Ta có: } F(x) = 130.000 \cdot \sqrt{36 + x^2} + 50.000(9 - x) \text{ (USD)}$$

Bài toán trở thành tìm x sao cho $F(x)$ đạt GTNN.

$$F'(x) = \frac{130.000}{\sqrt{36 + x^2}} x - 50.000.$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{130.000}{\sqrt{36 + x^2}} x - 50.000 = 0 \Leftrightarrow 13x = 5\sqrt{36 + x^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{25}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} = 2,5$$

Vì $F(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0; 9]$ nên ta có:

$$F(0) = 1.230.000, F(9) = 1.406.000, F\left(\frac{5}{2}\right) = 1.170.000$$

Vậy chi phí nhỏ nhất khi C cách A khoảng bằng $9\text{km} - 2,5\text{km} = 6,5\text{km}$.

Chọn **B**

Câu 153: Một gia đình cần xây một cái bể nước hình trụ có thể chứa được $150m^3$ có đáy được làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn, bề mặt làm bằng kính. Tính chi phí thấp nhất cần dùng để xây bể nước đó. biết giá thành vật liệu làm bằng bê tông có giá thành là 100.000 đồng/ m^2 , làm bằng tôn là

90.000 đồng/m², bề mặt làm bằng kính là 120.000 đồng/m². (số tiền để xây được tính lấy giá trị lớn hơn gần nhất với số tiền tính toán trên lý thuyết).

A. 15.041.000đ.

B. 15.040.000đ.

C. 15.039.000đ.

D. 15.038.000đ

Lời giải

Gọi $r(m)$, $h(m)$ lần lượt là bán kính của đáy bể và chiều cao của bể.

Ta có:

$$V = \pi r^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{150}{\pi r^2}$$

Gọi $F(r)$ là hàm chi phí xây dựng bể nước

$$\text{Ta có: } F(r) = 100.000\pi r^2 + 90.000.2\pi rh + 120.000\pi r^2$$

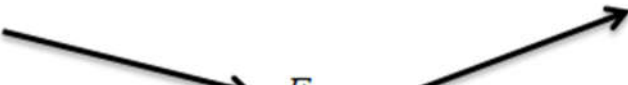
$$= 220.000\pi r^2 + \frac{27.000.000}{r}$$

Bài toán trở thành tìm r để $F(r)$ đạt GTNN.

$$F'(r) = 440.000\pi r - \frac{27.000.000}{r^2}$$

$$F'(r) = 0 \Leftrightarrow 440.000\pi r - \frac{27.000.000}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}$$

BBT

r	0	$\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}$	$+\infty$
F'	-	0	+
F			

Vậy chi phí thấp nhất là $F\left(\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}\right) \approx 15.038.287,97$ đồng.

Chọn C

Câu 154: Có một tấm gỗ hình vuông có độ dài cạnh là 2m. Cắt tấm gỗ đó thành tấm gỗ có hình dạng là một tam giác vuông sao cho tổng của một cạnh tam giác vuông và cạnh huyền của tấm gỗ tam giác vuông đó bằng 1,2m. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ tam giác vuông đó bằng bao nhiêu để tam giác vuông có diện tích lớn nhất.

A. 0,8m.

B. 0,9m.

C. 1m.

D. 1,1m

Lời giải:

Giả sử tấm gỗ cắt có hình dạng tam giác vuông là ABC, BC là cạnh huyền. Vì cạnh AB, AC là như nhau nên ta có thể đặt $AB = x, (0 < x < 0,6)$

Khi đó, cạnh huyền $BC = 1,2 - x$ Cạnh góc vuông còn lại là:

$$AC = \sqrt{(1,2 - x)^2 - x^2} = \sqrt{1,44 - 2,4x}$$

Ta có diện tích tam giác ABC: $S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{1,44 - 2,4x}$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ đạt GTLN.

$$S'(x) = \frac{1}{2} \sqrt{1,44 - 2,4x} - \frac{1}{2} \frac{1,2x}{\sqrt{1,44 - 2,4x}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1,44 - 3,6x}{\sqrt{1,44 - 2,4x}} \right)$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 1,44 - 3,6x = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

BBT

x	0	0,4	0,6
$S'(x)$		+	-
$S(x)$		S_{max}	

Vậy cạnh BC=0,8m.

Câu 155: Anh Tuấn muốn xây dựng một hồ ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chữ được 3200cm^3 , tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hồ ga bằng 2. Xác định diện tích đáy của hồ ga để khi xây hồ tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. 170cm^2 .

B. 160cm^2 .

C. 150cm^2 .

D. 140cm^2 .

Lời giải:

Gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, chiều dài, chiều cao của hồ ga, ($x > 0, y > 0, h > 0, \text{cm}$)

Ta có: $\frac{h}{x} = 2 \Leftrightarrow h = 2x$

Thể tích hồ ga: $V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{1600}{x^2}$

Diện tích cần xây dựng hồ ga là:

$$S(x) = xy + 2xh + 2yh = x \cdot \frac{1600}{x^2} + 2x \cdot 2x + x \cdot \frac{1600}{x^2} \cdot 2x$$

$$= \frac{1600}{x} + 4x^2 + \frac{6400}{x} = 4x^2 + \frac{8000}{x}$$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ nhỏ nhất.

$$S'(x) = 8x - \frac{8000}{x^2}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - \frac{8000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

BBT

x	0	10	$+\infty$
$S'(x)$		-	+
$S(x)$		S_{min}	

Vậy chiều rộng của hồ ga là 10cm, chiều dài là 16cm.

Vậy diện tích đáy hồ ga nhỏ nhất là: $S = 10 \cdot 16 = 160\text{cm}^2$.

Chọn B

Câu 156: Một trung tâm thương mại bán 2500 tivi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 100.000 đồng một cái tivi mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200.000 đồng cộng thêm 90.000 đồng mỗi cái tivi. Trung tâm nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là ít nhất. Biết rằng mỗi lần đặt hàng về chỉ có một nửa trong số đó được trưng bày ở cửa hàng.

A. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 tivi.

B. Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 125 tivi.

C. Đặt hàng 10 lần, mỗi lần 250 tivi.

D. Đặt hàng 50 lần, mỗi lần 50 tivi

Lời giải:

Gọi x là số lượng tivi mà trung tâm đặt mỗi lần ($x > 0$) (đơn vị: cái)

Số lần đặt hàng mỗi năm của trung tâm: $\frac{2500}{x}$

Chi phí cho mỗi lần đặt hàng: $\frac{2500}{x} \cdot (200.000 + 90.000x)$

Số lượng tivi trung bình gửi kho là $\frac{x}{2}$, chi phí lưu trong kho tương ứng: $50.000x$

Gọi $F(x)$ là hàm chi phí mà trung tâm đó phải trả.

Ta có:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{2500}{x} (200.000 + 90.000x) + 50.000x \\ &= \frac{500.000.000}{x} + 225.000.000 + 50.000x \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ nhỏ nhất

$$F'(x) = -\frac{500.000.000}{x^2} + 50.000$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{500.000.000}{x^2} + 50.000 = 0 \Leftrightarrow x = 100$$

BBT

x	0	100	2500
$F'(x)$		-	+
$F(x)$		$F_{\min}$	

Vậy trung tâm phải đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái tivi.

Chọn A

Câu 157: Mùa này công ty sách định ra 2 cuốn trắc nghiệm Lý và Toán với giá sản xuất là 200.000 đồng và 300.000 đồng. Khi đó hàm lợi ích chúng ta là $u(x; y) = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{2}}$, với x, y là số lượng hai cuốn sách được in ra. Nhưng ban quản trị chỉ đồng ý đưa ra số tiền 300.000.000 đồng. Theo bạn phải sản xuất số lượng như thế nào để đạt doanh thu cho công ty sách cao nhất?

A. $\left(\frac{3000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.

B. $\left(\frac{2000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.

C. $\left(\frac{3001}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.

D. $\left(\frac{2001}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.

Lời giải:

Ta có hàm lợi ích là: $u(x; y) = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{2}}$. Để cho gọn ta đặt $a = \sqrt[3]{x}, b = \sqrt{y}$

Vì ban quản trị chỉ đồng ý đưa ra số tiền 300.000.000 triệu đồng nên suy ra:

$$200.000a^3 + 300.000b^2 = 300.000.000 \Leftrightarrow 2a^3 + 3b^2 = 3000(*)$$

Lúc này ta có: $u(x; y) = v(a; b)$ ta cần tìm giá trị lớn nhất của biểu thức tích này.

Ta có:

$$(*) \Leftrightarrow a^3 + a^3 + b^2 + b^2 + b^2 = 3000 \geq 5\sqrt[5]{a^6 b^6}$$

$$\Rightarrow ab \leq \left(\frac{3000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$$

Chọn A

Câu 158: Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao 1m và 4m, đỉnh của hai cây cột cách nhau 5m. Người ta chọn một vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất.

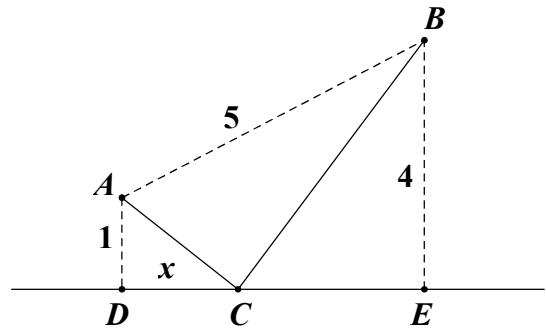
A. $\sqrt{41}$.

B. $\sqrt{37}$.

C. $\sqrt{29}$.

D. $3\sqrt{5}$

Lời giải



Đặt $CD = x, x > 0$. Ta tính được $DE = \sqrt{5^2 - (4-1)^2} = 4$

Ta có $AC + BC = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(4-x)^2 + 16} = f(x)$

Khi đó: $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{x-4}{\sqrt{x^2 - 8x + 32}}$

Lời giải phương trình $f'(x) = 0$, ta thu được $x = \frac{4}{5}$ và tìm được min $f(x) = \sqrt{14}$, chọn A

Câu 159: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của hình hộp lớn nhất là bao nhiêu?

A. 8.

B. 12.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $24\sqrt{3}$.

Lời giải:

Đặt a, b, c là kích thước hình hộp thì ta có hệ:

$$\begin{cases} 2(ab + bc + ca) = 36 \\ \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab + bc + ca = 18 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab + bc + ca = 18 \\ a + b + c = 6\sqrt{2} \end{cases}$$

Cần tìm GTLN của $V = abc$

Đặt $a = x\sqrt{2}, b = y\sqrt{2}, c = z\sqrt{2}$ thì có hệ mới $\begin{cases} xy + yz + zx = 9 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$

Đến đây chặn được miền của từng biến vì:

$$\begin{cases} y+z=6-x \\ yz=9-x(y+z)=9-x(6-x) \end{cases} \text{ và } (y+z)^2 \geq 4yz$$

$$\text{Nên } (6-x)^2 \geq 4[9-x(6-x)] \Leftrightarrow x(4-x) \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 4$$

Tương tự $0 < y, z \leq 4$

Ta có: $V = 2\sqrt{2}xyz = 2\sqrt{2}x[9-x(6-x)]$, đến đây khảo sát hàm số này tìm max.

GTLN là $V = 8\sqrt{2}$. Chọn C

Câu 160: Một ca sĩ có buổi diễn âm nhạc có giá vé đã thông báo là 600 đô la thì sẽ có 1000 người đặt vé. Tuy nhiên sau khi đã có 1000 người đặt vé với giá 600 đô la thì quản lí kinh doanh của ca sĩ này nhận thấy, cứ mỗi 20 đô la giảm giá vé thì sẽ thu hút thêm 100 người mua vé nên ông quyết định mở ra một chương trình giảm giá vé. Tìm giá vé phù hợp để có được số tiền vé thu vào là cao nhất và số tiền đó là bao nhiêu?

- A. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 800 000 đô la.
- B. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 6400 000 đô la.
- C. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 11 000 đô la.
- D. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 110 000 đô la.

Lời giải.

Gọi x là số lần giảm bớt đi 20 đô la trong giá vé. Khi đó giá vé sẽ là $600 - 20x$ một người.

Số người mua vé sẽ là: $1000 + 100x$

Khi đó số tiền thu được là:

$$f(x) = (600 - 20x)(1000 + 100x) = -2000x^2 + 40\,000x + 600\,000$$

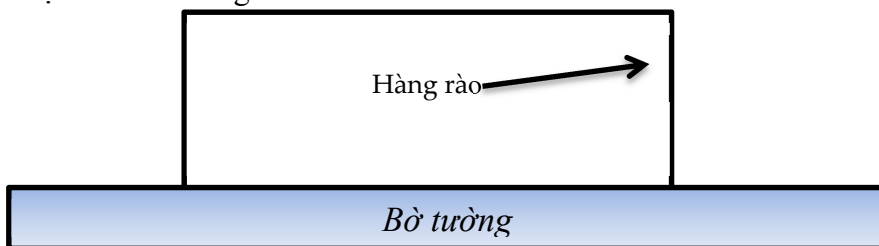
Hàm số bậc 2 có hệ số $a = -2000 < 0$. Ta sẽ áp dụng kết quả đã được đưa ra đó là hàm số sẽ đạt

$$\text{GTLN tại } x = -\frac{b}{2a} = \frac{-40000}{2 \cdot (-2000)} = 10$$

Khi đó: $f(10) = 800\,000$. Chọn A

Câu 161: Bác nông dân muốn làm hàng rào trồng rau hình chữ nhật có chiều dài song song với hàng tường gạch. Bác chỉ làm ba mặt hàng rào bởi vì mặt thứ tư bác tận dụng luôn bờ tường. Bác dự tính sẽ dùng 200m lưới để làm nên toàn bộ hàng rào đó.

Diện tích đất trồng rau lớn nhất bác có thể rào nên là:



- A. 1500m^2 .
- B. $10\,000\text{m}^2$.
- C. 2500m^2 .
- D. 5000m^2 .

Lời giải:

Đề bài cho ta dữ liệu về chu vi của hàng rào là 200m . Từ đó ta sẽ tìm được mối quan hệ giữa x và r , đến đây ta có thể đưa về hàm số một biến theo x hoặc theo r như sau:

Ta có:

$$x + 2r = 200 \Leftrightarrow r = 100 - \frac{x}{2}. \text{ Từ đây ta có } r > 0 \Rightarrow x < 200.$$

$$\text{Diện tích đất rào được tính bởi: } f(x) = x \left(100 - \frac{x}{2} \right) = -\frac{x^2}{2} + 100x$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = -\frac{x^2}{2} + 100x \text{ trên khoảng } (0; 200)$$

Đến đây áp dụng quy tắc tìm GTLN của hàm số trên đoạn. ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 100 = 0 \Leftrightarrow x = 100$$

Từ đó ta có $f(100) = 5000$ là GTLN của diện tích đất rào được. chọn D.

Câu 162: Một người có một dây ruy băng dài 130 cm, người đó cần bọc dải ruy băng này quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải ruy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $4000\pi \text{ cm}^3$. B. $1000\pi \text{ cm}^3$.
C. $2500\pi \text{ cm}^3$. D. $5000\pi \text{ cm}^3$



Lời giải:

Gọi $x(\text{cm})$; $y(\text{cm})$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ ($x, y > 0$; $x < 30$)

Dải dây ruy băng còn lại khi đã thắt nơ là: 120cm.

$$\text{Ta có: } (2x + y) \cdot 4 = 120 \Leftrightarrow y = 30 - 2x$$

$$\text{Thể tích khối hộp quà là: } V = \pi x^2 \cdot y = \pi x^2 (30 - 2x)$$

Thể tích V lớn nhất khi hàm số $f(x) = x^2 (30 - 2x)$ với $0 < x < 30$ đạt GTLN

$$f'(x) = -6x^2 + 60x, \text{ cho } f'(x) = -6x^2 + 60x = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

Lập Bảng Biến thiên ta thấy thể tích đạt GTLN là:

$$V = 1000\pi (\text{cm}^3). \text{ Chọn B.}$$

Câu 163: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$

($0 \leq t \leq 90$) Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng.

- A. Tốc độ bơm giảm từ phút 60 đến phút thứ 90.
B. Tốc độ bơm luôn giảm.
C. Tốc độ bơm tăng từ phút 0 đến phút thứ 75.
D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải:

$$\text{Xét hàm } V' = \frac{9}{10}t^2 - \frac{1}{100}t^3 \quad (0 \leq t \leq 90)$$

$$V'' = \frac{9}{5}t - \frac{3}{100}t^2 \Rightarrow V'' = 0 \text{ khi } t = 0, t = 60$$

Dựa vào bảng biến thiên, Ta có hàm số V' đồng biến trên $(0;60)$, nghịch biến trên $(60;90)$.

Chọn **A**

Câu 164: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất?

A. 0,7.

B. 0,6.

C. 0,8.

D. 0,5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi rl + 2\pi r^2 \quad (1)$$

$$V = \pi r^2 l = 2 \Rightarrow l = \frac{2}{\pi r^2} \text{ thay vào (1) ta được:}$$

$$S_{tp} = \frac{4}{r} + 2\pi r^2 = f(r)$$

$$f'(r) = -\frac{4}{r^2} + 4\pi r$$

$$f'(r) = 0 \text{ khi } r \text{ gần bằng } 0,68.$$

Chọn **A**

Câu 165: Do nhu cầu sử dụng người ta cần tạo ra một lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao h , có thể tích là $1m^3$. Với a, h như thế nào để đỡ tốn nhiều vật liệu nhất?

A. $a = 1; h = 1..$

B. $a = \frac{1}{3}; h = \frac{1}{3}.$

C. $a = \frac{1}{2}; h = \frac{1}{2}.$

D. $a = 2; h = 2.$

Lời giải.

$$V = a^2 h = 1 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{h}}$$

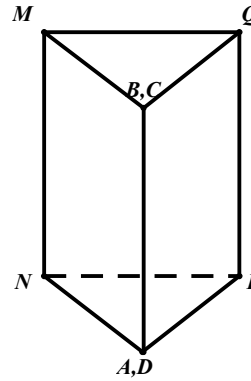
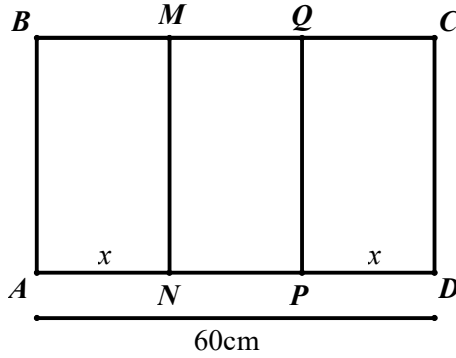
$$S = 4ah + 2a^2 = \frac{4}{a} + 2a^2 = f(a)$$

$$f'(a) = -\frac{4}{a^2} + 4a$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = 1$.

Chọn **A**

Câu 166: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật ABCD có $AD = 60cm$. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ để được 1 hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?



A. $x = 20$.

B. $x = 30$.

C. $x = 45$.

D. $x = 40$

Lời giải:

Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến đối với cạnh NP

Diện tích tam giác NAP = S_{NAP}

$$\text{Ta có: } m_a = \sqrt{\frac{4x^2 - (60 - 2x)^2}{4}} = \sqrt{-900 + 60x}$$

$$V = h \cdot m_a \cdot NP$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{60x - 900} (60 - 2x) \Rightarrow f'(x) = \frac{60(60 - 2x)}{2\sqrt{60x - 900}} - 2\sqrt{60x - 900}$$

$$f'(x) = 0, f(x) \rightarrow \max \text{ khi } x = 20.$$

Chọn A

Câu 167: Một sợi dây kim loại 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải:

$$C = 2\pi r = 60 - a \Rightarrow r = \frac{60 - a}{2\pi}$$

$$S_{hv} + S_{ht} = \frac{a^2}{16} + \frac{(60 - a)^2}{4\pi} \Rightarrow f'(x) = \frac{a}{8} - \frac{30}{\pi} + \frac{a}{2\pi} \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ khi } a = \frac{30.8}{\pi + 4}$$

$$\text{Suy ra } \frac{a}{r} = \frac{60r}{2\pi(\pi + 4)} = 4. \text{ Chọn C}$$

Câu 168: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn An nhờ bố làm hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông ABCD có cạnh bằng a, cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB; BFC; CGD; DHA; sau đó gò các tam giác AEH; BEF; CFG; DGH sao cho 4 đỉnh A, B, C, D trùng nhau như hình vẽ. Thể tích lớn nhất của khối tứ giác đều tạo được là:

A. $\frac{a^3}{36}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{54}$.

D. $\frac{a^3}{81}$.

Lời giải

Gọi h là chiều cao hình chóp, x là độ dài đáy, I là trung điểm EH.

$$SI = \sqrt{h^2 + 0,25x^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{x}{2}} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{a}{\sqrt{2}} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x \right)}$$

$$V = \frac{1}{3}hx^2$$

$$\text{Xét } f(x) = x^2 \cdot \sqrt{\frac{a}{\sqrt{2}} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x \right)}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{-a}{\sqrt{2}} \cdot x^2}{2\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{ax}{\sqrt{2}}}} + 2x\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{ax}{\sqrt{2}}} \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ khi } a = \frac{3x}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot x^3 = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^3 a^3 = \frac{4a^3}{81}$$

Chọn D

Câu 169: Trong các hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R, hãy tìm hình trụ có thể tích lớn nhất.

A. $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

B. $\frac{5\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{7\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{8\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải:

Kí hiệu chiều cao, bán kính đáy và thể tích của hình trụ nội tiếp hình cầu lần lượt là h, r và V. khi đó:

$$V = h\pi r^2$$

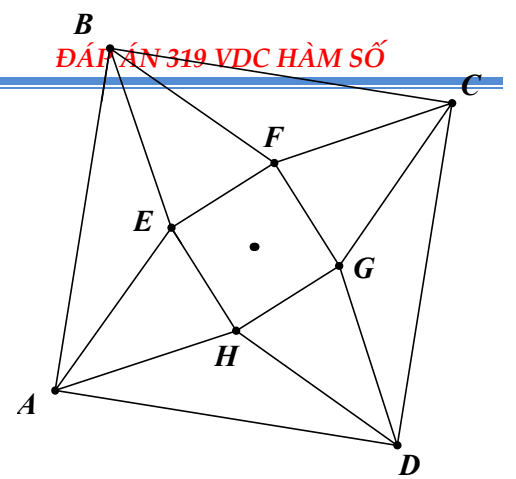
$$\text{Vì } r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4} \Rightarrow V = h\pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) = \pi \left(hR^2 - \frac{h^3}{4} \right)$$

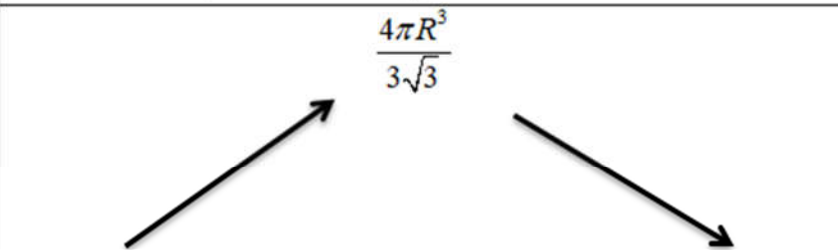
Bài toán trở thành tìm GTLN của hàm số

$$V(h) = \pi \left(hR^2 - \frac{h^3}{4} \right), h \in (0; 2R)$$

$$\text{Ta có: } V'(h) = \pi \left(R^2 - \frac{3h^2}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

BBT



h	0	$\frac{2r}{\sqrt{3}}$	$2R$
$V'(h)$	+	0	-
$V(h)$			

Từ BBT, suy ra $\max_{(0;2R)} V = V\left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$

Vậy hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R có thể tích lớn nhất khi chiều cao của nó bằng $\frac{2R}{\sqrt{3}}$,

Khi đó, Thể tích khối trụ là: $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

Câu 170: Cho số dương m , hãy phân tích m thành tổng của hai số dương sao cho tích của chúng là lớn nhất.

A. $\frac{m}{5}$.

B. $\frac{m}{4}$.

C. $\frac{m}{3}$.

D. $\frac{m}{2}$.

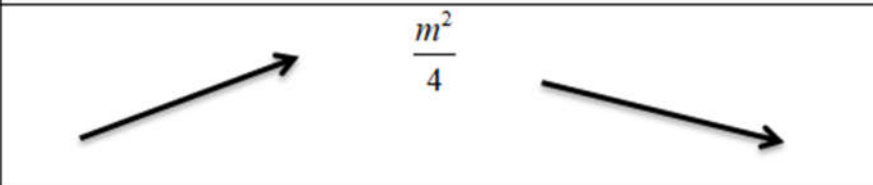
Lời giải:

Cho $m > 0$. Đặt x là số thứ nhất, $0 < x < m$, số thứ hai là $m - x$.

Xét tích $P(x) = x(m - x)$, $x \in (0; m)$. Ta có:

$$P'(x) = -2x + m = 0 \Leftrightarrow x = \frac{m}{2}$$

BBT

x	0	$\frac{m}{2}$	m
$P'(x)$	+	0	-
$P(x)$			

Suy ra: $\max_{(0;m)} P(x) = P\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m^2}{4}$. vậy phân tích m thành tổng hai số $\frac{m}{2}$. Chọn D.

Câu 171: Tìm hai số có hiệu là 13 sao cho tích của chúng là bé nhất.

A. $-\frac{13}{2}$ và $\frac{13}{2}$.

B. $-\frac{13}{4}$ và $\frac{39}{4}$.

C. $-\frac{13}{5}$ và $\frac{52}{5}$.

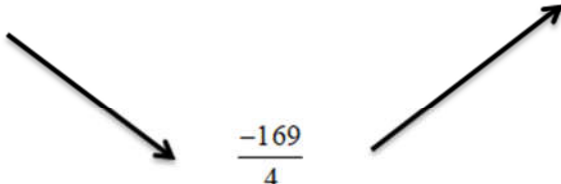
D. $-\frac{13}{6}$ và $\frac{65}{6}$.

Lời giải:

Gọi một trong hai số phải tìm là x , ta có số kia là $x + 13$

Xét tích $P(x) = x(13 - x)$. tc: $P'(x) = 2x + 13 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{13}{2}$

BBT

x	$-\infty$	$-\frac{13}{2}$	$+\infty$
$P'(x)$	$-$	0	$+$
$P(x)$			

Suy ra: $\min P(x) = P\left(-\frac{13}{2}\right) = -\frac{169}{4}$. Vậy tích hĩa số bé nhất khi một trong hai số là $-\frac{13}{2}$ và số kia là $\frac{13}{2}$. Chọn A

Câu 172: Hãy tìm tam giác vuông có diện tích lớn nhất nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$).

A. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$.

B. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{5\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$.

C. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{4\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$.

D. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{3\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$

Lời giải:

Chọn A

Kí hiệu cạnh góc vuông AB là $x, x \in \left(0; \frac{a}{2}\right)$

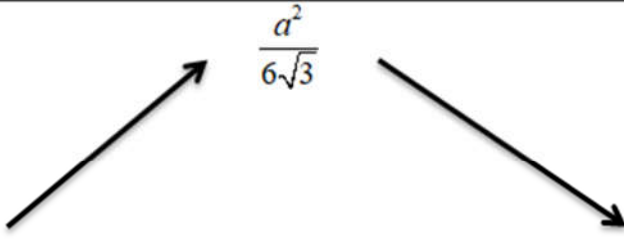
Khi đó cạnh huyền $BC = a - x$, cạnh góc vuông kia là

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a-x)^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - 2ax}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - 2ax}, x \in \left(0; \frac{a}{2}\right)$. Ta có:

$$S'(x) = \frac{a(a-3x)}{2\sqrt{a^2 - 2ax}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}$$

BBT

x	0	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$			

Suy ra $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi $AB = \frac{a}{3}, BC = \frac{2a}{3}$.

Câu 173: Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định vị trí của điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

A. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$.

B. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{7}$.

C. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$.

D. $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{13}$.

Lời giải:

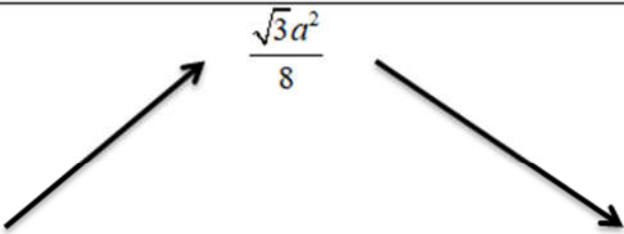
Đặt $BM = x; x \in \left(0; \frac{a}{2}\right)$ ta được $MN = a - 2x; QM = x\sqrt{3}$

Diện tích hình chữ nhật MNPQ là:

$$S(x) = MN \cdot PQ = (a - 2x)x\sqrt{3} = \sqrt{3}(ax - 2x^2). \text{ Ta có:}$$

$$S'(x) = \sqrt{3}(a - 4x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{4}$$

BBT

x	0	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{2}$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$			

Suy ra $S(x)$ đạt GTLN tại điểm $x = \frac{a}{4}$ và GTLN của diện tích hình chữ nhật là

$$\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}. \text{ Chọn A}$$

Câu 174: Cho một parabol (P): $y = x^2$ và điểm $A(-3;0)$. Xác định điểm M thuộc parabol (P) sao cho khoảng cách AM là ngắn nhất và tìm khoảng cách ngắn nhất đó.

A. $M_0(-1;3); AM_0 = \sqrt{7}$.

B. $M_0(-1;1); AM_0 = \sqrt{5}$.

C. $M_0(-2;1); AM_0 = \sqrt{5}$.

D. $M_0(-2;3); AM_0 = \sqrt{11}$.

Lời giải

Gọi $M(x; x^2)$ là một điểm bất kì của parabol (P).

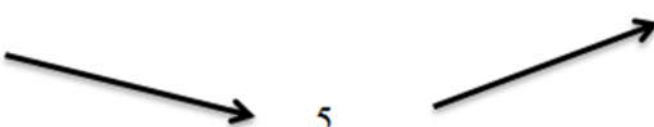
Ta có: $AM^2 = (x+3)^2 + x^4 = x^4 + x^2 + 6x + 9$.

Khoảng cách AM đạt GTNN khi và chỉ khi $f(x) = AM^2$ đạt GTNN.

Xét $f(x) = x^4 + x^2 + 6x + 9$

$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 2x + 6 = (x+1)(4x^2 - 4x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = -1$

BBT

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$			

Suy ra $f(x)$ đạt GTNN tại điểm $x = -1$ và $f(-1) = 5$. Do đó, khoảng cách AM đạt GTNN khi M nằm ở vị trí điểm $M_0(-1;1); AM_0 = \sqrt{5}$. Chọn **B**

Câu 175: Một tạp chí được bán với giá 20 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: Lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng.

1) a) Tính tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí

b) Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn.

Tính $M(x)$ theo x và tìm số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình là thấp nhất.

2) Các khoản thu bao gồm tiền bán tạp chí và 90 triệu nhận được từ quảng cáo và sự trợ giúp cho báo chí. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết.

a) Chứng minh rằng số tiền lãi khi in x cuốn tạp chí là $L(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$.

b) Hỏi in bao nhiêu cuốn thì có lãi.

c) In bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất? tính số tiền lãi.

Lời giải.

1) a) Tổng chi phí cho x cuốn tạp chí là:

$T(x) = C(x) + 0,4x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000$.

b) Ta có: $M(x) = 0,0001x + \frac{10000}{x} + 0,2$ với $x = 1, 2, \dots$ (6)

ta xét hàm số $y = M(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Trong đó $M(x)$ được xác định bởi công thức (6) với mọi $x > 0$, trong đó hàm số M đạt GTNN trên $(0; +\infty)$

Ta có: $M'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10000$

BBT

x	0	10 000	$+\infty$
$M'(x)$	-	0	+
$M(x)$			

Suy ra $\min_{(0; +\infty)} M(x) = M(10000) = 2,2$

Vậy chi phí trung bình cho x cuốn tạp chí thấp nhất khi $x = 10000$ (cuốn). chi phí cho mỗi cuốn khi đó là 2,2 vạn đồng = 22000 (đồng).

2) a) Tổng số tiền thu được khi bán x cuốn tạp chí ($x \in \mathbb{N}^*$) là: $2x + 9000$ (vạn đồng)

Số tiền lãi khi bán x cuốn là:

$$L(x) = 2x + 9000 - T(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$$

b) có lãi khi $L(x) > 0$. Tức là:

$$-0,0001x^2 + 1,8x - 1000 > 0 \Leftrightarrow \frac{0,9 - \sqrt{0,71}}{0,0001} < x < \frac{0,9 + \sqrt{0,71}}{0,0001}$$

$$\Leftrightarrow 9000 - \sqrt{71\,000\,000} < x < 9000 + \sqrt{71\,000\,000}$$

Vì x lấy giá trị nguyên dương và

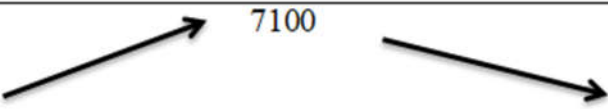
$$9000 - \sqrt{71\,000\,000} \approx 573,85 \text{ và } 9000 + \sqrt{71\,000\,000} \approx 17426,15$$

Nên $573 < x < 17427$

c) xét hàm số: $L(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$, $x \in (0; +\infty)$ và tìm $x > 0$ để tại đó $L(x)$ đạt GTLN trên $(0; +\infty)$

Ta có: $L'(x) = -0,0002x + 1,8 = 0 \Leftrightarrow x = 9000$

BBT.

x	0	9 000	$+\infty$
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$			

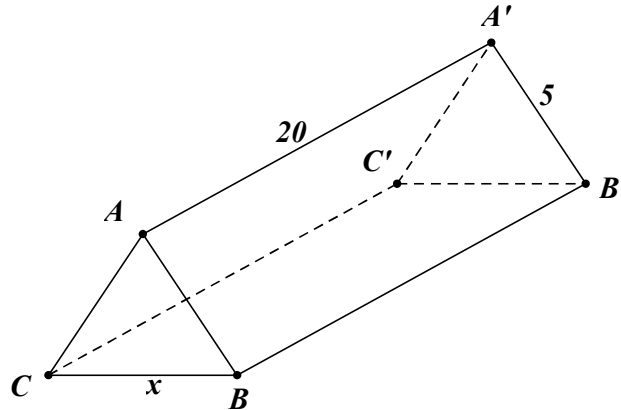
Suy ra $\max_{(0; +\infty)} L(x) = L(9000) = 7100$

Vậy muốn lãi nhiều nhất thì phải in 9000 cuốn khi đó tiền lãi thu được là: 7100 vạn đồng 71 000 000 (đồng).

Câu 176: Một hành lang giữa hai tòa nhà có hình dạng của hình lăng trụ đứng. Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m, Gọi x (mét) là độ dài cạnh BC .

a) Tính thể tích V của hình lăng trụ theo x .

b) Tìm x sao cho hình lăng trụ có thể tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Lời giải:

a) $V = 5x\sqrt{100 - x^2} \text{ (m}^3\text{)}; 0 < x < 10$

b) Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất khi $x = 5\sqrt{2} \text{ (m)}$ và $\max_{(0;10)} V = V(5\sqrt{2}) = 250 \text{ (m}^3\text{)}$.

Câu 177: Cho hình vuông $ABCD$ với cạnh có độ dài cạnh bằng 1 và cung $\widehat{AB}$ là một phần tư đường tròn tâm A , bán kính AB chứa trong hình vuông. Tiếp tuyến tại điểm M của cung $\widehat{BD}$ cắt đoạn thẳng CD tại điểm P và cắt đoạn thẳng BC tại điểm Q . Đặt $x = DP$ và $y = PQ$

a) Chứng minh rằng $PQ^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$ và $PQ = x + y$. Từ đó tính y theo x .

b) Tính PQ theo x và tìm x để PQ có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải:

a) $y = \frac{1-x}{1+x}; 0 < x < 1$

b) $PQ = \frac{x^2 + 1}{x + 1}; 0 < x < 1$

đoạn thẳng PQ có độ dài nhỏ nhất khi $x = \sqrt{2} - 1$.

Câu 178: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5 \text{ (km)}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 (km) . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 (km/h) rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 (km/h) . Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất.

Lời giải:

Đặt $x = BM; 0 \leq x \leq 7$. Khi đó $AM = \sqrt{x^2 + 25}, MC = 7 - x$.

Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến C là $T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ (giờ), $0 \leq x \leq 7$

Hàm số T đạt GTNN tại điểm $x = 2\sqrt{5} \approx 4,472(km)$.

Câu 179: Một hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu bán kính a.

a) Chứng minh rằng thể tích của hình chóp là: $V = \frac{4a^2x^2}{3(x-2a)}$, trong đó x là chiều cao của hình

chóp.

b) Với giá trị nào của x, hình chóp có thể tích nhỏ nhất.

Lời giải:

a) Mặt phẳng đi qua đường cao SH của hình chóp và trung điểm M của một cạnh đáy cắt hình chóp theo tam giác cân SMN và cắt hình cầu theo hình tròn tâm O, bán kính a nội tiếp tam giác SMN.

Có thể tính thể tích hình chóp theo x và $\alpha = \widehat{SNH}$. Sau đó sử dụng đẳng thức $x = a + SO$. Để tìm hệ thức giữa a, x và α .

Ta có: $HN = x \cot \alpha$; $MN = 2x \cot \alpha$. thể tích hình chóp là:

$$V = \frac{1}{3} MN^2 \cdot SH = \frac{4}{3} x^3 \cot^2 \alpha$$

Ta tính $\cot^2 \alpha$ theo a và x.

Từ đẳng thức:

$$SH = OH + SO \Rightarrow x = a + \frac{a}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{x^2 - 2ax}{(x-a)^2};$$

$$\cot^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{a^2}{x(x-2a)}.$$

Từ đó suy ra công thức cần chứng minh.

b) Cần chú ý V xác định khi $x > 2a$.

Câu 180: Một sợi dây kim loại dài 60(cm) được cắt thành hai đoạn, đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông, đoạn thứ hai uốn thành hình tròn. Phải cắt sợi dây như thế nào để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

Lời giải:

Độ dài cạnh hình vuông là $x = \frac{60}{\pi + 4}(cm)$. Đoạn dây được uốn thành hình vuông là

$$\frac{240}{\pi + 4} \approx 33,6(cm). \text{ Bán kính đường tròn là } r = \frac{30}{\pi + 4}(cm).$$

Đoạn dây được uốn thành vòng tròn có độ dài là: $\frac{60}{\pi + 4} \approx 26,4(cm)$

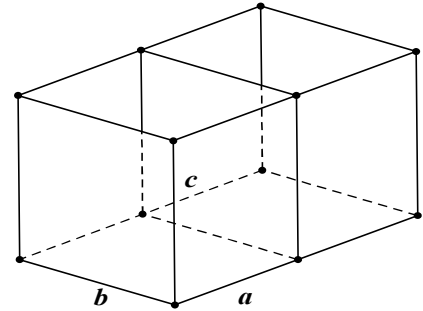
$$\text{Ta có: } 4x + 2\pi r = 60 \Rightarrow x = \frac{30 - \pi r}{2}; 0 < r < \frac{30}{\pi}$$

$$\text{Tổng diện tích hình vuông và hình tròn là } S = \pi r^2 + x^2 = \pi r^2 + \frac{1}{4}(30 - \pi r)^2$$

Dễ thấy S đạt GTNN tại điểm $r = \frac{30}{\pi + 4}$.

Câu 181: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn bằng nhau, không có nắp ở phía trên với thể tích $1,296\text{m}^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước mỗi ngăn là a, b, c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a, b, c bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dày của kính không đáng kể.

- A. $a = 3,6\text{cm}; b = 0,6\text{cm}; c = 0,6\text{cm}$.
 B. $a = 2,4\text{cm}; b = 0,9\text{cm}; c = 0,6\text{cm}$.
 C. $a = 0,9\text{cm}; b = 1,2\text{cm}; c = 0,6\text{cm}$.
 D. $a = 1,2\text{cm}; b = 1,2\text{cm}; c = 0,9\text{cm}$.



Lời giải:

$$V = 2(abc) = 1,296$$

$$\text{Ta có: } S = 2(ac + bc) + ab + 2ac + bc + ab = 4ac + 3bc + 2ab \quad (1)$$

$$\text{Theo đề bài } V = 2(abc) = 1,296 \Leftrightarrow abc = \frac{81}{125} \quad (2)$$

Bài toán trở thành tìm a, b, c để $S_{\min}$ với ĐK (2)

Từ (1) Ta có:

$$\begin{aligned} S &= \frac{4abc}{b} + \frac{3abc}{a} + \frac{2abc}{c} = 4 \cdot \frac{81}{125} \cdot \frac{1}{b} + 3 \cdot \frac{81}{125} \cdot \frac{1}{a} + 2 \cdot \frac{81}{125} \cdot \frac{1}{c} = \frac{81}{125} \left(\frac{4}{b} + \frac{3}{a} + \frac{2}{c} \right) \geq \frac{81}{125} \sqrt[3]{4 \cdot 3 \cdot 2} \\ &\geq \frac{81}{125} \sqrt[3]{\frac{24}{81}} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi: } \frac{4}{b} = \frac{3}{a} = \frac{2}{c} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3b}{4} \\ c = \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\text{Thay vào (2): } \frac{3b}{4} \cdot b \cdot \frac{b}{2} = \frac{81}{125} \Leftrightarrow \frac{3b^3}{8} = \frac{81}{125} \Leftrightarrow b = 1,2$$

$$\text{Vậy } a = 0,9; c = 0,6$$

Chọn **C**

PHẦN 3.2

Câu 182: Một vật chuyển động có phương trình là $S(t) = 40 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right), (t(s))$, quãng đường tính theo

đơn vị mét.

- a. Tính vận tốc của vật chuyển động tại thời điểm $t=4(s)$
 b. Tính gia tốc của vật chuyển động tại thời điểm $t=6(s)$.

Giải

a) Ta có: $v(t) = S'(t) = 40\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 40\pi \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

vậy: $v(4) = S'(4) = 40\pi \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 40\pi \frac{1}{2} = 20\pi (m/s)$

b) Ta có:

$$a(t) = v'(t) = -40\pi\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -40\pi^2 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Vậy: $a(6) = v'(6) = -40\pi^2 \sin\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -40\pi^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = -20\sqrt{3}\pi^2 (m/s^2)$.

Câu 183: Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là $S(t) = 50t^2, (t(s))$, độ cao tính theo đơn vị là mét.

a. Tính vận tốc của vật rơi tự do tại thời điểm $t=6(s)$.

b. Sau thời gian bao lâu thì vật rơi tự do đạt vận tốc $50(m/s)$.

Giải.

a. Ta có $v(t) = S'(t) = 10t$.

Vậy vận tốc thời điểm $t = 6(s)$ là: $v(6) = S'(6) = 10 \cdot 6 = 60(m/s)$

b. Vậy để vận tốc của vật rơi do đạt $50(m/s)$ thì: $50 = 10t \Leftrightarrow t = 5(s)$.

Câu 184: Một vật chuyển động có vận tốc được biểu thị bởi công thức là $v(t) = 5t^2 + 7t, (t(s))$, trong đó $v(t)$ tính theo đơn vị là (m/s)

a. Tính gia tốc của vật tại thời điểm $t=2(s)$.

b. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc chuyển động của vật bằng 12 m/s.

giải:

a) Ta có: $a(t) = v'(t) = 10t + 7$. Vậy gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2(s)$

$$a(2) = v'(2) = 10 \cdot 2 + 7 = 27(m/s^2)$$

b) Vật tại thời điểm vận tốc chuyển động của vật bằng 12 m/s:

$$v(t) = 12 \Leftrightarrow 5t^2 + 7t = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (t/m) \\ t = -2,4 & (\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1(s): a(1) = v'(1) = 10 + 7 = 17(m/s^2)$$

Câu 185: (Đề KSCL THPT Việt Trì) Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 1 + 3t^2 - t^3, t(s)$.

Vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất khi t bằng bao nhiêu.

A. $t = 4$.

B. $t = 3$.

C. $t = 2$.

D. $t = 1$

Giải:

Ta có: $v(t) = S'(t) = 6t - 3t^2$

$$v'(t) = 6 - 6t.$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow 6 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

BBT

t	0	1	$+\infty$
$V'(t)$	+	0	-
$V(t)$			

Vậy vận tốc của chuyển động đạt GTLN khi $t=1$. Chọn. **D.**

Câu 186: Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

A. 15h.**B.** 16h.**C.** 17h.**D.** 18h

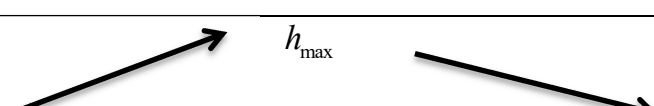
Giải:

Ta có:

$$h'(t) = 24 + 10t - t^2$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 24 + 10t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ (loại)} \\ t = 12 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

BBT

t	0	12	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$			

Vậy để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày. Chọn. **A.**

Câu 187: (đề minh họa Quốc gia 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10, (t(s))$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 0,2m.**B.** 2m.**C.** 10m.**D.** 20m.

Giải:

$$\text{Ta có: } v_0 = 10 \text{ (m/s)}$$

$$\text{Gia tốc của ô tô chuyển động chậm dần đều: } a = v'(t) = -5.$$

Tại thời điểm ô tô dừng lại thì vận tốc bằng 0.

$$\text{Ta có: } v_t^2 - v_0^2 = 2aS \Leftrightarrow 0 - 10^2 = 2(-5)S \Leftrightarrow S = 10 \text{ (m)}$$

Vậy ô tô còn có thể đi được quãng đường là 10m.

Chọn C

Lưu ý:

Bài này còn có thể áp dụng tích phân để tìm quãng đường di chuyển của ô tô khi dừng lại.

Câu 188: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 300km (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước 6km/h. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong thời gian t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số; E tính bằng jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất là bao nhiêu?

A. 9km/h.

B. 6km/h.

C. 10km/h.

D. 12km/h

Giải:

Vận tốc của con cá khi bơi ngược dòng: $v - 6 (km/h), (v \geq 6)$

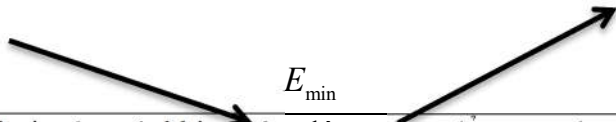
Thời gian con cá bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản: $t = \frac{300}{v-6} (h)$

Năng lượng tiêu thụ của con cá khi bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản:

$$E(v) = cv^2 \frac{900}{v-6} - cv^3 \frac{300}{(v-6)^2} = \frac{300cv^2}{v-6} \left(3 - \frac{v}{v-6} \right).$$

$$E'(v) = 0 \Leftrightarrow \frac{300cv^2}{v-6} \left(3 - \frac{v}{v-6} \right) = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{v}{v-6} = 0 \Leftrightarrow v = 9.$$

BBT

X	6	9	$+\infty$
$E'(x)$	-	0	+
E(x)			

Vậy vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng $v = 9 (km/h)$. Chọn. A

Nhận xét:

Đối với bài này có rất nhiều em tìm nhầm hàm $E(v) = c(v-6)^3 \frac{300}{v-6} (J)$. Và sẽ tìm được chọn

$v = 6 km/h$ đó là Chọn sai hoàn toàn vì vận tốc v trong biểu thức $E(v) = cv^3t$, v là vận tốc thực của con cá khi di chuyển, còn t là thời gian con cá bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản ứng với vận tốc của con cá đã trừ đi vận tốc dòng nước.

Câu 189: (trích từ Luận văn thạc sĩ Nguyễn Văn Bảo) Chi phí về nhiên liệu của một tàu được chia làm hai phần. Trong đó phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 ngàn đồng/giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10 km/h$ thì phần thứ hai bằng 30 ngàn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất?

A. 10km/h.

B. 15km/h.

C. 20km/h.

D. 25km/h

Giải:

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc của tàu. Thời gian tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{1}{x}$ (giờ).

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480$ (ngàn đồng).

Khi vận tốc $v = 10km/h$ thì chi phí cho quãng đường 1 km ở phần thứ hai là:

$$\frac{1}{10} \cdot 30 = 3 \text{ (ngàn đồng)}.$$

Xét tại vận tốc $x(km/h)$, gọi y (ngàn đồng) chi phí cho quãng đường 1 km tại vận tốc x thì chi phí cho quãng đường 1 km tại vận tốc x , ta có: $y = kx^3$

$$\text{Ta có: } 3 = k10^3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{10^3}. \text{ Suy ra } y = \frac{3x^3}{1000}.$$

$$\text{Vậy tổng chi phí tiền nhiên liệu cho 1 km đường là: } P(x) = \frac{480}{x} + \frac{3x^3}{1000}.$$

Bài toán trở thành tìm x để $P(x)$ nhỏ nhất.

$$P'(x) = -\frac{480}{x^2} + \frac{9x^2}{1000}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{480}{x^2} + \frac{9x^2}{1000} = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

$$P''(x) = \frac{960}{x^3} + \frac{18x}{1000}$$

$$P''(20) = \frac{960}{20^3} + \frac{18 \cdot 20}{1000} > 0$$

Suy ra $P(x)$ đạt GTNN tại $x = 20$

Vậy vận tốc của tàu $x = 20(km/h)$.

Chọn C.

Câu 190: Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8m/s^2$ và t tính bằng

giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5s$ bằng:

- A. 49m/s. B. 25m/s. C. 10m/s. D. 18m/s

Giải:

$v = S' = gt$ nên tại thời điểm $t = 5s$. Vận tốc của vật là:

$$v = 9,8 \cdot 5 = 49(m/s). \text{ Chọn. } \quad \mathbf{A.}$$

Câu 191: Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc $t=2s$ là:

- A. $4m/s^2$. B. $6m/s^2$. C. $8m/s^2$. D. $12m/s^2$

Giải:

$$a = S'' = 6t - 6 \text{ nên tại thời điểm } t=2s \text{ thì gia tốc của chất điểm là: } a = 6 \cdot 2 - 6(m/s^2).$$

Chọn. **B.**

Câu 192: Cho chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

- A. $0m/s^2$. B. $6m/s^2$. C. $24m/s^2$. D. $12m/s^2$

Giải:

$$v = S' = 3t^2 + 6t - 9; a = S'' = 6t + 6$$

$$\text{Tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu: } 3t^2 + 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3(\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 \text{ thì gia tốc của chuyển động là: } a = 6.1 + 6 = 12(m/s^2).$$

Chọn D.

Câu 193: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 100$, trong đó t tính bằng giây (s).

Chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm:

- A. $t = 1$. B. $t = 16$. C. $t = 5$. D. $t = 3$

Giải:

$$S' = t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2(l) \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy chất điểm đạt GTNN tại $t = 1s$.

Chọn A.

Câu 194: Một vật đang chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2(m/s^2)$. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc?

- A. $11100m$. B. $\frac{6800}{3}m$. C. $\frac{4300}{3}m$. D. $\frac{5800}{3}m$

Giải:

$$a(t) = 3t + t^2$$

$$v'(t) = a(t); \quad S'(t) = v(t)$$

Theo đề ta có: vận tốc ban đầu là $10(m/s)$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 10(m/s)$$

$$S(t) = \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{12}t^4 + 10t(m)$$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là:

$$S(10) = \frac{4300}{3}(m).$$

Chọn C.

Câu 195: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$, có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1}(m/s^2)$. vận tốc ban đầu của vật là $6m/s$. Vận tốc của vật sau 10 giây là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

- A. $14m/s$. B. $13m/s$. C. $11m/s$. D. $12m/s$.

Giải:

Vận tốc của vật sau 10 giây là $v = 6 + 7 = 13(m/s)$. Chọn B.

Câu 196: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2m+1)x - 3m^2 + 2 \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R}?$$

A. $m \leq 2$. **B.** $m \leq -\frac{5}{2}$. **C.** $m \geq -\frac{5}{2}$. **D.** $m \leq 3$

Giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -x^2 + 4x + (2m+1)$

$$\Delta' = 2m + 5$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{5}{2}$$

Chọn B.

Câu 197: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = mx^3 - 3x^2 + (m-2)x - 3m + 2 \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R}?$$

A. $m \leq 2$. **B.** $m \leq 1$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \leq -1$

Giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3mx^2 - 6x + (m-2)$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' = 3mx^2 - 6x + (m-2) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

TH1: $m = 0$, khi đó $y' = -6x - 2 \leq 0, x \in \mathbb{R}$

$$y' = -6x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}. \text{ Không thỏa mãn yêu cầu đề bài } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy $m=0$ không thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0$. Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} y'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta = 9 - 3m(m-2) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 + 6m + 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -1 \Leftrightarrow m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 198: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số: $y = \frac{mx+1}{x+m}$ luôn đồng biến trên từng

khoảng xác định của nó.

A. $m \leq 1$ hoặc $m \geq -1$. **B.** $m < -1$ hoặc $m > 1$.

C. $m \leq 2$ hoặc $m \geq -1$. **D.** $m \leq 2$ hoặc $m \geq 1$.

Giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}.$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m^2 - 1}{(x + m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $y' > 0, \forall x \neq -m \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

Chọn B.

Câu 199: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3} \text{ đồng biến trên } [2; +\infty)$$

A. $m \geq \frac{2}{3}.$

B. $m \leq 1.$

C. $m \geq -1.$

D. $m \leq -1$

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$$

Hàm số đồng biến trên $[2; +\infty)$ thì

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) \geq 0, \forall x \in [2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m(x^2 - 2x + 3) + 2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{6-2x}{x^2-2x+3}, \forall x \in [2; +\infty)$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{6-2x}{x^2-2x+3}, \forall x \in [2; +\infty) \text{ ta tìm GTLN của hàm: } f(x), \forall x \in [2; +\infty)$$

Ta có:

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 12x + 6}{(x^2 - 2x + 3)^2}, \forall x \in [2; +\infty)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 12x + 6}{(x^2 - 2x + 3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{6} \\ x = 3 - \sqrt{6} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(2) = \frac{2}{3}, f(3 + \sqrt{6}) = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \leq m \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq m.$$

Chọn A.

Câu 200: (ĐHKA, A1 - 2013) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1 \text{ nghịch biến trên khoảng } (0; +\infty)?$$

A. $m \leq 1.$

B. $m \leq -1.$

C. $m \geq -1.$

D. $m \leq 0$

Giải:

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3m$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ thì:

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 3m \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x \geq m, \forall x \in (0; +\infty)$$

Đặt $f(x) = x^2 - 2x, \forall x \in (0; +\infty)$ Ta đi tìm GTNN của hàm $f(x), \forall x \in (0; +\infty)$

Ta có:

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có: $f(0) = 0; f(1) = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Vậy để hàm số nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ thì: $\min_{(0; +\infty)} f(x) \geq m \Leftrightarrow m \leq -1.$

Chọn B.

Câu 201: (Đề minh họa 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số: $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$

đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2.$

B. $m \leq 0.$

C. $1 \leq m < 2.$ D. $m \geq 2.$

Giải:

Đặt $t = \tan x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$

Hàm số đã cho trở thành tìm tham số m để hàm số $y = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

$$\text{Ta có: } y'(t) = \frac{-m+2}{(t-m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trong khoảng $(0; 1)$ thì:

$$\begin{cases} y'(t) > 0 \\ t \neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 202: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$y = x^3 - mx^2 - (2m^2 - 7m + 7)x + 2(m-1)(2m-3)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}.$

B. $-1 < m \leq \frac{5}{2}.$

C. $-1 < m < \frac{5}{2}.$

D. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{5}{2}$

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2mx - (2m^2 - 7m + 7)$$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$ thì ta xét 2 trường hợp sau:

TH1: Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$:

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 3(2m^2 - 7m + 7) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 \leq 0, (VL)$$

Vậy không có giá trị nào của m để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$,

TH2: Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 > 0, (\forall x \in \mathbb{R}).$$

Giả sử $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, để Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$ thì:

$$x_1 < x_2 \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{S}{2} \leq 2 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \geq 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \geq 0, (1) \end{cases}$$

Theo định lí Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-2m^2 + 7m - 7}{3} \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$\begin{cases} m \leq 6 \\ \frac{-2m^2 + 7m - 7}{3} - 2\left(\frac{2m}{3}\right) + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 3m + 5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ -1 \leq m \leq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq \frac{5}{2}$$

Vậy với $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$ thì hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn A.

Câu 203: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $m\sqrt{x^2 - 2x + 2} + m + 2x - x^2 \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$.

A. $m \leq \frac{2}{3}$. **B.** $m \leq -1$. **C.** $m \geq \frac{2}{3}$. **D.** $m \leq 0$.

Giải:

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1}, (1)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 - 2x + 2} \Rightarrow x^2 - 2x = t^2 - 2.$$

Ta xác định ĐK của t :

Xét hàm số $t = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ với $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$, ta đi tìm ĐK ràng buộc của t .

$$\text{Ta có: } t' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}, t' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy với $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$ thì $1 \leq t \leq 2$.

$$\text{Khi đó: } (1) \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1} \text{ với } t \in [1; 2].$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2}{t + 1}$ với $t \in [1; 2]$. Ta có: $f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t + 2)^2} > 0, \forall t \in [1; 2]$. Vậy hàm số f tăng trên $[1; 2]$.

Do đó, yêu cầu của bài toán trở thành tìm m để (1) có nghiệm $t \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [1; 2]} f(t) = f(2) = \frac{2}{3}.$$

Vậy $m \leq \frac{2}{3}$ thì pt có nghiệm. Chọn A.

Câu 204: (Đề tuyển sinh ĐH, CĐ khối B 2014) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $m(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} + 2) = 2\sqrt{1-x^4} + \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$ có nghiệm.

A. $m \leq \sqrt{2} - 1$.

B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \leq 1$.

Giải:

ĐK: $x \in [-1; 1]$.

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$. Với $x \in [-1; 1]$, ta xác định ĐK của t như sau:

Xét hàm số $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$ với $x \in [-1; 1]$.

Ta có:

$$t' = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{x(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1-x^4}}, \text{ cho } t' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Ta có $t(-1) = \sqrt{2}, t(0) = 0, t(1) = \sqrt{2}$

Vậy với $x \in [-1; 1]$ thì $t \in [0; \sqrt{2}]$

Từ $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{1-x^4} = 2 - t^2$.

Khi đó pt đã cho tương đương với: $m(t+2) = -t^2 + t + 2 \Leftrightarrow \frac{-t^2 + t + 2}{t+2}$

Bài toán trở thành tìm m để phương trình $\frac{-t^2 + t + 2}{t+2} = m$ có nghiệm $t \in [0; \sqrt{2}]$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t^2 + t + 2}{t+2}$ với $t \in [0; \sqrt{2}]$.

Ta có: $f'(t) = \frac{-t^2 - 4t}{(t+2)^2} < 0, \forall t \in [0; \sqrt{2}]$

Suy ra: $\max_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) = f(0) = 1, \min_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) = f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$.

Bây giờ yêu cầu bài toán xảy ra khi: $\min_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) \leq m \leq \max_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$

Vậy với $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 205: (đề tuyển sinh ĐH, CĐ khối A - 2007) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}$ (1) có nghiệm.

- A. $m \leq \sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. C. $-1 < m \leq \frac{1}{3}$. D. $m \leq -1$.

Giải:

ĐK xác định của phương trình: $x \geq 1$.

Khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\frac{x^2-1}{(x+1)^2}} \Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} \quad (2)$$

Đặt $t = 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$, ($t \geq 0$). Vì $\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt[4]{1 - \frac{2}{x+1}} < 1$ nên $t < 1$.

Vậy với $x \geq 1$ thì $0 \leq t < 1$

Khi đó, $(2) \Leftrightarrow 3t^2 + m = 2t \Leftrightarrow -3t^2 + 2t = m, (3)$.

Bây giờ bài toán trở thành tìm m để (3) có nghiệm $t \in [0; 1)$.

Xét hàm số $f(t) = -3t^2 + 2t$ trên khoảng $[0; 1)$. Ta có:

$$f'(t) = -6t + 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

BBT

t	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{3}$	-1

Vậy với $-1 < m \leq \frac{1}{3}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn C

Câu 206: (Đề tuyển sinh ĐH-CĐ khối B - 2006) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \leq 9$. B. $m \geq \frac{9}{2}$. C. $-1 < m$. D. $m \leq 7$.

Giải:

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1 \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 + 4x - 1 = mx \end{cases} \quad (*)$$

Nhận xét:

$$x = 0 \text{ không phải là nghiệm của (2). Do vậy, ta tiếp tục biến đổi: } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \frac{3x^2 + 4x - 1}{x} = m \end{cases} \quad (3)$$

Bài toán trở thành tìm m để (3) có 2 nghiệm thực phân biệt:

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$ với $x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. Ta có:

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2} > 0, \forall x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$$

BBT

X	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$	$+\infty$

Vậy với $m \geq \frac{9}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Chọn B.

Câu 207: (Đề thi tuyển sinh ĐH, CĐ khối A - 2008) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực phân biệt $\sqrt[4]{2x} + \sqrt{2x} + 2\sqrt[4]{6-x} + 2\sqrt{6-x} = m, (m \in \mathbb{R})$

A. $2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6.$

B. $2\sqrt{6} + 3\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 8.$

C. $\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6.$

D. $\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6$

Giải:

ĐK: $0 \leq x \leq 6$

Đặt vế trái của phương trình là $f(x), x \in [0; 6]$.

Ta có:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt[4]{(2x)^3}} + \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{2\sqrt[4]{(6-x)^3}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right), x \in (0; 6) \end{aligned}$$

Đặt:

$$u(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right), v(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right), x \in (0; 6)$$

Ta thấy $u(2) = v(2) = 0, x \in (0; 6) \Rightarrow f'(2) = 0$. Hơn nữa $u(x), v(x)$ cùng dương trên khoảng $(0; 2)$ và cùng âm trên khoảng $(2; 6)$.

BBT

X	0	2	6		
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$ $\nearrow$ $3\sqrt{2} + 6$ $\searrow$ $\sqrt{12} + 2\sqrt{3}$				

Vậy với $2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m \leq 3\sqrt{2} + 6$ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Chọn A.

Câu 208: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực đại, cực tiểu.

A. $(-3; -2) \cup (-2; 1)$. B. $(-3; -2)$. C. $-1 < m$. D. $(-2; 1)$.

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$$

Khi đó y' là tam thức bậc hai có $\Delta' = -3(m^2 + 2m - 3)$. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 + 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3; -2) \cup (-2; 1)$$

Vậy $m \in (-3; -2) \cup (-2; 1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn A.

Câu 209: [ĐHĐ12]: Tìm m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

A. $m = \frac{2}{3}$. B. $m = 5$. C. $-1 < m$. D. $m = 7$.

Giải:

Ta có:

$$y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1),$$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có } \Delta = 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \quad (1)$$

$x_1; x_2$ là các nghiệm của $y' = 0$ nên theo định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện (1) ta thấy chỉ có $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn. **A.**

Câu 210: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại hai

điểm $x_1; x_2$ sao cho: $|x_1 - x_2| \geq 8$.

A. $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{64}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{64}}{2} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{63}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{63}}{2} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{61}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{61}}{2} \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{65}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{65}}{2} \end{cases}$

Giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$y' = x^2 - 2mx + m$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khi và chỉ khi:

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}, (2)$$

$$\text{Ta có: } |x_1 - x_2| \geq 8 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \geq 64 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \geq 64, (1)$$

$$\text{Theo ĐL Vi-et Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m \end{cases}.$$

Thay vào (1) ta được:

$$(2m^2) - 4m \geq 64 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 64 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{65}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{65}}{2} \end{cases}, (3)$$

Kết hợp (2) và (3) ta được: $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{65}}{2} \\ m \leq \frac{1-\sqrt{65}}{2} \end{cases}$ thỏa mãn bài toán. Chọn. **D.**

Câu 211: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$ đạt cực trị tại hai điểm $x_1; x_2$ sao cho: $x_1 + 2x_2 = 1$.

A. $m = \frac{2}{3}$ hoặc $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 2$.

Giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2m^2 + 4m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{2-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{2+\sqrt{6}}{2} (*) \end{cases}$$

Theo đl Viet và đề bài, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3(m-2)}{m} & (2) \\ x_1 + 2x_2 = 1 & (3) \end{cases}$$

Từ (1) và (3) ta có: $x_1 = \frac{3m-4}{m}, x_2 = \frac{2-m}{m}$

Thế vào (2) ta được: $\left(\frac{3m-4}{m}\right)\left(\frac{2-m}{m}\right) = \frac{3(m-2)}{m} \quad (m \neq 0)$

$$\Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases} \text{ (thỏa (*))}.$$

Vậy giá trị cần tìm là: $m = \frac{2}{3}$ hoặc $m = 2$. Chọn. **A.**

Câu 212: [ĐHB12] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ có hai điểm cực trị tạo thành 1 tam giác OAB có diện tích bằng 48

A. $m = 2$. **B.** $m = \pm 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \pm 3$

Giải:

Ta có:

$$y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x-2m), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. (1)

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 3m^3); B(2m; -m^3)$

Ta có:

$$\overrightarrow{OA}(0; 3m^3) \Rightarrow OA = 3|m^3|. \quad (2)$$

$$\text{Ta thấy } A \in Oy \Leftrightarrow OA \equiv Oy \Rightarrow d(B, OA) = d(B, Oy) = 2|m|. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot d(B, OA) = 3m^4$

Do đó: $S_{OAB} = 48 \Leftrightarrow 3m^4 = 48 \Leftrightarrow m = \pm 2$ thỏa mãn (1)

Vậy $m = \pm 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn. **B.**

Câu 213: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 4.

A. $m = \sqrt[5]{16}$. **B.** $m = \sqrt[5]{17}$. **C.** $m = \sqrt[5]{18}$. **D.** $m = \sqrt[5]{19}$.

Giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m(*) \end{cases}$$

Để hàm số có 3 cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0. Điều kiện tương đương $m > 0$

Gọi 3 điểm cực trị của hàm số: $A(0; m^4 + 2m)$; $B(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$; $C(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$

Gọi $(0; m^4 - m^2 + 2m)$ là trung điểm BC.

$$AH = \sqrt{(-m^2)^2} = m^2, BC = \sqrt{(2\sqrt{m})^2} = 2\sqrt{m}$$

Vì ba điểm cực trị luôn tạo thành 1 tam giác cân tại đỉnh A,

$$\text{nên } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = 4 \Leftrightarrow m^5 = 16 \Leftrightarrow m = \sqrt[5]{16}$$

vậy với $m = \sqrt[5]{16}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn A.

Câu 214: [DDHB07] Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O .

A. $m = -\frac{1}{2}$. **B.** $m = \pm \frac{1}{3}$. **C.** $m = \pm \frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Giải:

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1) = -3(x^2 - 2x - m^2 + 1)$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Ta có: $\Delta' = m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. (1)

Khi đó: $y' = 0$ có các nghiệm là: $x = 1 \pm m \Rightarrow$ tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$A(1 - m; -2 - 2m^3)$ và $B(1 + m; -2 + 2m^3)$.

Ta có:

$$\overline{OA}(1 - m; -2 - 2m^3) \Rightarrow OA^2 = (1 - m)^2 + 4(1 + m^3)^2;$$

$$\overline{OB}(1 + m; -2 + 2m^3) \Rightarrow OB^2 = (1 + m)^2 + 4(1 - m^3)^2.$$

A và B cách đều gốc tọa độ khi và chỉ khi:

$$OA = OB \Leftrightarrow OA^2 = OB^2$$

$$\Leftrightarrow (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2$$

$$\Leftrightarrow -4m + 16m^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \pm \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn **C**.

Câu 215: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ có cực đại, cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$.

A. $m = 4$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, điều này tương đương với $m \neq 0$.

Hai điểm cực trị là $A(0; -3m - 1); B(2m; 4m^3 - 3m - 1)$

Trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(m; 2m^3 - 3m - 1)$

Vector $\overrightarrow{AB} = (2m; 4m^3)$; một vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (8; -1)$.

Hai điểm cực đại, cực tiểu A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng d khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} I \in d \\ AB \perp d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 8(2m^3 - 3m - 1) - 74 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 \text{ (t/m)}. \text{ Chọn } \mathbf{C}.$$

Câu 216: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m = 0$.

B. $-1 \leq m < 0$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Giải:

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$. khi đó: $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ Hàm số chỉ có cực tiểu ($x = 0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m = -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

TH2: $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm bậc 4 có

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 4(m+1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m+1)} \right]$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại khi và chỉ khi $y' = 0$ có đúng 1 nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua nghiệm này.

$$\text{Nghĩa là: } \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

Kết hợp với những giá trị m tìm được, ta có: $-1 \leq m < 0$. Chọn **B**.

Câu 217: [DDHB11] Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

A. $m = 0$. **B.** $m = 2 - \sqrt{8}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 2 \pm \sqrt{8}$.

Giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - (m+1))$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$h(x) = x^2 - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$. (*).

$$\text{Khi đó, ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m+1} \\ x = \sqrt{m+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; m) \\ B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \\ C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \end{cases}$$

Vì vai trò của B và C là tương tự nhau nên ta chọn

$B(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1), C(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (0; m) \Rightarrow OA = |m|; \overrightarrow{BC} = (2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{m+1}$

Do đó:

$OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0, (\Delta' = 8)$

$\Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{8}$ (thỏa mãn (*))

Vậy $m = 2 \pm \sqrt{8}$ thỏa ycbt. Chọn **D**.

Câu 218: [ĐHA12] Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

A. $m = 0$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.

Giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x \underbrace{[x^2 - (m+1)]}_{t(x)}$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi đó phương trình $t(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 nên:

$m+1 > 0 \Rightarrow m > -1$. (*)

$$\text{Khi đó, ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m+1} \\ x = \sqrt{m+1} \end{cases}$$

Suy ra các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; m^2), B(-\sqrt{m+1}; -2m-1), C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$

Ta thấy $A \in Oy$, B và C đối xứng nhau qua Oy nên tam giác ABC cân tại A. Do đó tam giác có thể vuông tại A.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{m+1}; -(m+1)^2), \overrightarrow{AC} = (\sqrt{m+1}; -(m+1)^2)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (m+1)^4 - (m+1)$$

Ta giác ABC vuông khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^4 - (m+1) = 0 \Leftrightarrow (m+1)[(m+1)^3 - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1=0 \\ m+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=0 \end{cases}$$

Kết hợp với ĐK (*) ta có $m=0$. Chọn A.

Câu 219: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x^4}{4} - (3m+1)x^2 + 2(m+1)$ có

3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ O.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{1}{3}$.

C. $m = \frac{1}{4}$.

D. $m = \frac{1}{5}$.

Giải:

$$y' = x^3 - 2(3m+1)x = x(x^2 - (6m+2))$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - (6m+2)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 6m+2 (*) \end{cases}$$

Để hàm số có 3 cực trị thì pt $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên pt (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\text{ĐK tương đương } 6m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}.$$

Gọi 3 điểm cực trị của hàm số $A(0; 2m+2); B(\sqrt{6m+2}; -9m^2-4m+1);$

$$C(-\sqrt{6m+2}; -9m^2-4m+1).$$

Theo công thức trọng tâm ta có:

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_O \\ y_A + y_B + y_C = 3y_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0(t/m) \\ -18m^2 - 6m + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Với $m=1/3$ thỏa ycbt. Chọn B

Câu 220: (Đề minh họa 2017). Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

Giải:

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m (*) \end{cases}$$

Để hàm số có 3 cực trị thì pt $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên pt (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0. ĐK tương đương $m > 0$.

Gọi 3 điểm cực trị của hàm số: $A(0;1), B(\sqrt{m}; 3m^2 + 1), C(-\sqrt{m}; 3m^2 + 1)$

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{m}; 3m^2), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}; 3m^2)$$

Vì 3 điểm cực trị của hàm trùng phương trên luôn tạo thành 1 tam giác cân tại A, nên tam giác ABC vuông tại A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -m + 9m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}} \end{cases} \text{ So với ĐK suy ra } m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}} \text{ thỏa ycbt.}$$

Chọn C

Câu 221: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - m$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có một góc bằng 120°

A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. B. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{5}}$. D. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$.

Giải:

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m (*) \end{cases}$$

Để hàm số có 3 cực trị thì pt $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên pt (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0. ĐK tương đương $m > 0$.

Gọi 3 điểm cực trị của hàm số: $A(0; m^2 - m), B(\sqrt{m}; -m), C(-\sqrt{m}; -m)$

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{m}; -m^2), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}; -m^2)$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-m + m^4}{\sqrt{m^4 + m} \cdot \sqrt{m^4 + m}} = \frac{m^3 - 1}{m^3 + 1} = \cos 120^\circ \\ \Leftrightarrow \frac{m^3 - 1}{m^3 + 1} &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3m^3 = 1 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \end{aligned}$$

Vậy với $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ thỏa ycbt.

Câu 222: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m = \sqrt[3]{3}$.

B. $m = \sqrt[3]{9}$.

C. $m = \sqrt[3]{13}$.

D. $m = \sqrt[3]{14}$

Giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m (*) \end{cases}$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu thì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi x qua các nghiệm đó $\Leftrightarrow$ pt (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m > 0$.

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m^4 + 2m \\ x = \pm\sqrt{m} \Rightarrow y = m^4 - m^2 + 2m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có một điểm cực đại là $A(0; m^4 + 2m)$ và hai điểm cực tiểu là

$$B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$$

$$\text{Các điểm A, B, C lập thành 1 tam giác đều} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow m(m^3 - 3) = 0$$

Vậy $m = \sqrt[3]{3}$ ($m > 0$). Chọn A

PHẦN 3.3

Câu 223: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{m-x}{x+2}(H_m)$ và đường thẳng $d: 2x + 2y - 1 = 0$ giao nhau tại hai điểm cùng với gốc tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích là $S = \frac{3}{8}$.

A. $m = 3$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Giải:

Hoành độ giao điểm A, B của d và (H_m) là các nghiệm của phương trình:

$$\frac{-x+m}{x+2} = -x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + x + 2(m-1) = 0, x \neq -2, \quad (1)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt khác -2:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 17 - 16m > 0 \\ 2 \cdot (-2)^2 - 2 + 2(m-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{17}{16} \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(x_2 - x_1)^2} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{17 - 16m} \end{aligned}$$

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến d là $h = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

Suy ra $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{17 - 16m} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn)

Chọn. **A.**

Câu 224: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ (H) và đường thẳng $d: y = x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt thuộc 2 nhánh khác nhau của đồ thị sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó là nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

A. $m = 4$ và $\sqrt{30}..$ **B.** $m = \frac{1}{2}$ và $\sqrt{31}..$ **C.** $m = 0$ và $\sqrt{32}..$ **D.** $m = -1$ và $\sqrt{33}.$

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x}{x-2} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-4)x - 2m = 0, \quad (1)$$

Để d cắt (H) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 + 16 \\ -4 \neq 0 \end{cases}, \forall m \quad (2)$$

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm khi đó x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1)

Thì viết ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 - m \\ x_1 \cdot x_2 = -2m \end{cases} \quad (3)$$

$$y_1 = x_1 + m, \quad y_2 = x_2 + m$$

Để A, B thuộc 2 nhánh khác nhau của đồ thị thì A và B nằm khác phía đối với đường thẳng $x - 2 = 0$.

A và B nằm khác phía đối với đường thẳng $x - 2 = 0$ khi và chỉ khi $(x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0$ hay

$$x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0, \quad (4)$$

Thay (3) vào (4) ta được $-4 < 0$ luôn đúng (5). Mặt khác ta lại có

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2} \quad (6)$$

Thay (3) vào (6) ta được: $AB = \sqrt{2m^2 + 32} \geq \sqrt{32}$ vậy $AB = \sqrt{32}$ nhỏ nhất khi $m = 0$ (7)

Từ (1), (5), (7) ta có $m = 0$ và $AB = \sqrt{32}$ thỏa mãn.

Chọn. **C.**

Nhận xét: Đối với các bài khoảng cách như bài 1 và 2, thì có cách nào tính khoảng cách AB nhanh nhất không?

Chúng ta khẳng định là có.

Thật vậy, ta có bài tổng quát: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ và đường thẳng $y = mx + n, (m \neq 0)$

Gọi A, B là hai điểm mà đường thẳng cắt hàm số. Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là 2 giao điểm, khi đó x_1, x_2 là 2 nghiệm phương trình: $f(x) = mx + n, (1)$

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (m(x_1 - x_2))^2} = \sqrt{(1 + m^2)(x_1 - x_2)^2}$$

$$= \sqrt{(1 + m^2)((x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2)} = \frac{1}{m} \sqrt{(1 + m^2)\Delta}$$

Với Δ được tính từ phương trình (1).

+Nếu AB nhỏ nhất thì Δ nhỏ nhất.

Ta có thể xét bài tập sau đây:.

Câu 225: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1} (H)$ và đường thẳng

$d: y = x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B thuộc 2 nhánh khác nhau. Xác định m để đoạn AB có độ dài ngắn nhất.

A. $m = 5$.

B. $m = -3$.

C. $m = 0$.

D. $m = -1$.

Giải:

Để đường thẳng d luôn cắt (H) tại hai điểm phân biệt thì phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m \text{ có hai nghiệm phân biệt với mọi } m \text{ và } x_1 < 1 < x_2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = (x-1)(2x+m) \\ x \neq 1 \end{cases} \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1 < 1 < x_2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 (*) \\ x \neq 1 \end{cases} \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1 < 1 < x_2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 + 16 > 0, \forall m \\ f(1) = 2 + (m-3) - m - 1 = -2 < 0 \end{cases}$$

Vậy với mọi giá trị m thì đường thẳng d luôn cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B thuộc hai nhánh khác nhau.

Gọi $A(x_1; 2x_1 + m), B(x_2; 2x_2 + m)$ là giao điểm giữa d và (H).

(x_1, x_2 là 2 nghiệm phương trình (*))

Ta có:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (2(x_2 - x_1))^2} = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5((x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2)}$$

$$\text{Theo viet ta có: } AB = \frac{1}{2} \sqrt{5[(m+1)^2 + 16]} \geq 2\sqrt{5}$$

$$AB_{\min} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Nhận xét: Vậy ta có thể tính theo công thức tính nhanh ở trên:

$$AB = \frac{1}{2}\sqrt{(1+2^2)\Delta} = \frac{1}{2}\sqrt{5\Delta} = \frac{1}{2}\sqrt{5((m+1)^2 + 16)} \rightarrow \min$$

Khi $\Delta \rightarrow \min$. vậy $m = -1$. Chọn. **D.**

Câu 226: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}(H)$ và đường thẳng

$d: y = x + m2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{5}$.

A. $m = 4$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 0$. **D.** $\begin{cases} m = 10 \\ m = -2 \end{cases}$.

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^2 + mx + m + 2 = 0, (x \neq -1), (1)$$

(d) cắt (H) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m - 16 > 0 (2) \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là giao điểm giữa d và (H). Ta có x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1).

$$AB = \frac{1}{2}\sqrt{(1+2^2)\Delta} = \frac{1}{2}\sqrt{5\Delta} = \frac{1}{2}\sqrt{5(m^2 - 8m - 16)} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -2 \end{cases}$$

Thỏa mãn (2). Chọn. **D.**

Câu 227: Tìm tất cả các giá trị thực của a và b sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}(C)$ và đường thẳng

$d: y = ax + b$ giao nhau tại hai điểm phân biệt, đối xứng nhau qua đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$.

A. $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}$

Giải:

Phương trình của Δ được viết lại dưới dạng $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

Để giao điểm đối xứng qua Δ thì $\Delta \perp d \Leftrightarrow a \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow a = -2$.

Suy ra đường thẳng $d: y = -2x + b$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa d và (C):

$$\frac{x-1}{x+1} = -2x + b \Leftrightarrow 2x^2 - (b-3)x - (b+1) = 0. \quad (1)$$

Đề d và (C) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow b^2 + 2b + 17 > 0 \Rightarrow \forall b \in \mathbb{R}$

Goi I là trung điểm của AB, ta có:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{b-3}{4} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{b+3}{2} \end{cases}$$

Vì A, B đối xứng nhau qua Δ nên trung điểm I thuộc vào đường thẳng Δ , ta có:

$$x_I - 2y_I + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{b-3}{4} - (b+3) + 3 = 0 \Leftrightarrow b = -1.$$

Vậy $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$ thỏa ycbt. Chọn. **A.**

Câu 228: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C) và đường thẳng

$d: y = mx + 3$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O. (O là gốc tọa độ)

A. $m = 3 \pm \sqrt{5}..$ **B.** $m = 3 - \sqrt{5}..$ **C.** $m = 3 + \sqrt{5}.$ **D.** $m = 2 \pm \sqrt{5}.$

Giải:

Pt hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = mx + 3, (x \neq 1) \Leftrightarrow mx^2 - (m-1)x - 4 = 0, (1)$

(d) cắt đồ thị hàm số (C) tại A, B khi và chỉ khi pt (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1, nên:

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{x-1} = mx + 3, (x \neq 1) \Leftrightarrow mx^2 - (m-1)x - 4 = 0, (1) \\ m \cdot 1^2 - (m-1) \cdot 1 - 4 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < -7 - 4\sqrt{3} \\ m > -7 + 4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \overline{OA} \perp \overline{OB} &\Leftrightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow x_A \cdot x_B + (mx_A + 3)(mx_B + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (m^2 + 1)(x_A \cdot x_B) + 3m(x_A + x_B) + 9 = 0, (2) \end{aligned}$$

Theo Viet ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = \frac{m-1}{m} \\ x_A \cdot x_B = -\frac{4}{m} \end{cases}, (3)$$

Thay (3) vào (2) ta được: $m^2 - 6m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \pm \sqrt{5}$

Vậy với $m = 3 \pm \sqrt{5}$. thỏa mãn ycbt. Chọn. **A.**

Câu 229: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2(C)$ và đường thẳng $\Delta: y = -x + 2$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;2)$; B; C sao cho tam giác MBC có diện tích $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$

Giải:

Pt hoành độ giao điểm của đồ thị với Δ là

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Đường thẳng Δ cắt đồ thị hàm số (C) tại ba điểm phân biệt $A(0;2)$, B, C thì pt (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0, khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ 3m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \\ m \neq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Gọi $B(x_1; y_1)$ và $C(x_2; y_2)$, trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1);

$$y_1 = -x_1 + 2 \text{ và } y_2 = -x_2 + 2$$

$$\text{Ta có: } h = d(M; (\Delta)) = \frac{|3+1-2|}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \frac{2S_{MBC}}{h} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Mà } BC^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 2[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2] \\ &= 8(m^2 - 3m + 2) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } 8(m^2 - 3m + 2) = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ thỏa ycbt. Chọn. **A.**

Câu 230: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} (C_m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$.

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$

Giải:

Pt hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3mx^2 - 3x + 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (1-3m)x - 3m - 2] = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (1-3m)x - 3m - 2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt thì pt (1) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\begin{cases} \Delta = (1-3m)^2 + 4(3m+2) > 0 \\ g(1) = -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 + 2m + 3 > 0, \forall m \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0 \quad (3)$$

Giả sử $x_3 = 1, x_1, x_2$ là nghiệm của (2).

Ta có: $x_1 + x_2 = 3m - 1; x_1x_2 = -3m - 2$. Khi đó:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 1 > 15$$

$$\Leftrightarrow (3m-1)^2 + 2(3m+2) - 14 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có giá trị cần tìm là: $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. Chọn. **B.**

Câu 231: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt với các hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. $m = 11$. **B.** $m = 10$. **C.** $m = 9$. **D.** $m = 8$.

Giải:

$$\text{Pt hoành độ giao điểm: } x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0 (*)$$

Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$) thì x_1, x_2, x_3 là nghiệm của pt(*)

$$\text{Khi đó: } x^3 - 3x^2 - 9x + m = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)x - x_1x_2x_3$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3 \quad (1)$$

Ta có:

$$x_1, x_2, x_3 \text{ lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi } x_1 + x_3 = 2x_2 \quad (2)$$

Thế (2) vào (1) ta được $x_2 = 1$, thay vào pt (*) ta được: $m = 11$.

$$\text{Với } m = 11: (*) \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 11) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - 2\sqrt{3} \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 + 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_3 = 2x_2$$

Vậy $m=11$ thỏa ycbt. Chọn. **A.**

Câu 232: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số

$$y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m^2 + 2m - 5 \quad (C) \quad \text{có tiếp tuyến tạo với đường thẳng}$$

$$d: x + y + 7 = 0 \text{ góc } \alpha, \text{ biết } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

A. $m \leq -\frac{1}{4}$ hoặc $m \geq \frac{1}{2}$.

B. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1}{3}$.

C. $m \leq -\frac{1}{3}$ hoặc $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m \leq -\frac{1}{5}$ hoặc $m \geq \frac{1}{3}$.

Giải:

$$y' = 3x^2 + 2(1-2m)x + (2-m)$$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến, phương trình tiếp tuyến $y = kx + b$. Suy ra tiếp tuyến có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (k; -1)$, đường thẳng d có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 1)$

Ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{26}} = \frac{|k-1|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{k^2+1}} \Leftrightarrow 12k^2 - 26k + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{3}{2} \\ k_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Để hàm số (C) có tiếp tuyến thỏa mãn ycbt thì ít nhất một trong hai phương trình: $y' = k_1$ (1)

hoặc $y' = k_2$ (2) có nghiệm thực x .

Nghĩa là:
$$\begin{cases} 3x^2 + 2(1-2m)x + 2-m = \frac{3}{2} \\ 3x^2 + 2(1-2m)x + 2-m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_1 \geq 0 \\ \Delta'_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m^2 - 2m - 1 \geq 0 \\ 4m^2 - m - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{1}{4}; m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq -\frac{3}{4}; m \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4} \text{ hoặc } m \geq \frac{1}{2}$$

Vậy với $m \leq -\frac{1}{4}$ hoặc $m \geq \frac{1}{2}$. thỏa ycbt. Chọn **A.**

Câu 233: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1} \quad (C)$ và đường thẳng

$d: y = 2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

A. $m = -1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -3$.

D. $m = -4$

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 & (1) \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Đề hàm số (C) và d giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 1 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta = (m-3)^2 + 8(m+1) = (m+1)^2 + 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R} \\ g(1) = -2 \neq 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số (C) và d luôn luôn giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B. **B.**

Gọi x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) lần lượt là hoành độ của A và B thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1).

Theo Vi-et: $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}(3-m)(*)$, tiếp tuyến Δ_1, Δ_2 tại A, B của hàm số (C) có hệ số góc lần lượt là:

$$k_1 = y'(x_1) = \frac{-2}{(x_1-1)^2} \text{ và } k_2 = y'(x_2) = \frac{-2}{(x_2-1)^2}$$

$$\text{Theo đề bài: } \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2 \Leftrightarrow -\frac{2}{(x_1-1)^2} = -\frac{2}{(x_2-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_1-1)^2 = (x_2-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1-1 = x_2-1 \\ x_1-1 = -x_2+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ x_1 + x_2 = 2, & (2) \end{cases}$$

$$\text{Thay (*) vào (2) ta được: } \frac{1}{2}(3-m) = 2 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ thỏa ycbt. Chọn. **A.**

Câu 234: Cho điểm $A(0; m)$, tìm tất cả các giá trị thực của m để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến tới hàm

số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (C) sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm về hai phía trục Ox.

$$\text{A. } \begin{cases} -2 < m \\ m \neq 1 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} \frac{-2}{3} < m \\ m \neq 1 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} \frac{-2}{5} < m \\ m \neq 1 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} \frac{-2}{7} < m \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Giải:

Phương trình tiếp tuyến qua $A(0; m)$, có dạng: $y = kx + m, (1)$

ĐK có 2 tiếp tuyến đi qua A:

$$\begin{cases} \frac{x+2}{x-1} = kx + m & (2) \\ \frac{-3}{(x-1)^2} = k & (3) \end{cases} \text{ có hai nghiệm } x \neq 1.$$

Thay (3) vào (2) và rút gọn ta được:

$$(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m + 2 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Đề (4) có 2 nghiệm } x \neq 1 \text{ là: } \begin{cases} m \neq 1 \\ f(1) = -3 \neq 0 \\ \Delta' = 3m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -2 \end{cases} (*)$$

Gọi hoành độ tiếp điểm $x_1; x_2$ là nghiệm của (4), tung độ tiếp điểm là $y_1 = \frac{x_1 + 2}{x_1 - 1}, y_2 = \frac{x_2 + 2}{x_2 - 1}$

Để hai tiếp điểm nằm khác phía trục O là:

$$y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + 2)(x_2 + 2)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} < 0 \Leftrightarrow \frac{9m + 6}{-3} < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}.$$

So với điều kiện (*), vậy $\begin{cases} -\frac{2}{3} < m \\ m \neq 1 \end{cases}$ thỏa ycbt. Chọn. **B.**

Câu 235: Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x+2}(C)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C)

tạo với trục tọa độ một tam giác có trọng tâm nằm trên đường thẳng $d: y = -4x$.

A. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right).$ **B.** $M\left(2; \frac{1}{5}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right).$

C. $M\left(3; \frac{1}{4}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right).$ **D.** $M\left(5; \frac{1}{3}\right), M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Giải:

Ta có: $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$

Gọi $M\left(a; \frac{a-1}{2a+2}\right) \in (C), (a \neq -1)$ là điểm cần tìm. Gọi Δ tiếp tuyến với (C) tại M , ta có phương trình Δ :

$$\Delta: y = f'(a)(x-a) + \frac{a-1}{2a+2} \Rightarrow y = \frac{1}{(a+1)^2}(x-a) + \frac{a-1}{2(a+1)}$$

Gọi $A = Ox \cap \Delta \Rightarrow A\left(-\frac{a^2 - 2a - 1}{2}; 0\right)$

$B = Oy \cap \Delta \Rightarrow B\left(0; \frac{a^2 - 2a - 1}{2(a+1)^2}\right)$. Khi đó Δ tạo với hai trục tọa độ ΔOAB có trọng tâm là:

$$G\left(-\frac{a^2 - 2a - 1}{6}; \frac{a^2 - 2a - 1}{6(a+1)^2}\right)$$

$$\text{Do } G \in d \text{ nên: } -4 \cdot \frac{a^2 - 2a - 1}{6} + \frac{a^2 - 2a - 1}{6(a+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{(a+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1 = \frac{1}{2} \\ a+1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

(Vì $A, B \neq 0$ nên $a^2 - 2a - 1 \neq 0$).

$$\text{Với } a = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right); \text{ với } a = -\frac{3}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Chọn. **A.**

Câu 236: (KSCL CHV) Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ (C) sao cho tiếp tuyến tại

M với (C) cắt các đường tiệm cận của (C) tại A và B để đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất, với I là giao điểm của 2 tiệm cận.

A. $M\left(4; \frac{5}{2}\right)$ và $M(3;3)$.

B. $M\left(0; \frac{3}{2}\right)$ và $M(3;3)$.

C. $M(1;1)$ và $M(3;3)$. **D.** $M\left(5; \frac{7}{3}\right)$ và $M(3;3)$

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$$

$$\text{Giả sử } M\left(a; \frac{2a-3}{a-2}\right) \in (C), a \neq 2, y'(a) = \frac{-1}{(a-2)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M có dạng:

$$\Delta: y = \frac{-1}{(a-2)^2}(x-a) + \frac{2a-3}{a-2}$$

Tọa độ giao điểm A, B của (Δ) và hai tiệm cận là:

$$A\left(2; \frac{2a-2}{a-2}\right); B(2a-2; 2)$$

$$\text{Ta thấy } \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 2a - 2}{2} = a = x_M \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2a-3}{a-2} = y_M \end{cases}, \text{ Suy ra M là trung điểm của AB.}$$

Mặt khác $I(2;2)$ và tam giác IAB vuông tại I nên đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích

$$S = \pi IM^2 = \pi \left[(a-2)^2 + \left(\frac{2a-3}{a-2} - 2 \right)^2 \right] = \pi \left[(a-2)^2 + \frac{1}{(a-2)^2} \right] \geq 2\pi$$

Theo Bất Cô si

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } (a-2)^2 = \frac{1}{(a-2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=3 \end{cases}$$

Do đó hai điểm M cần tìm là: $M(1;1)$ và $M(3;3)$.

Chọn. **C.**

Câu 237: Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}(C)$ sao cho khoảng cách từ điểm $I(-1;2)$ tới tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất.

A. $M(-1+\sqrt{3}; 2-\sqrt{3}), M(-1-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$.

B. $M(0;-1), M(-1-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$.

C. $M(2;1), M\left(1; \frac{1}{2}\right)$.

D. $M(0;-1), M(2;1)$

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = \frac{3}{(x+1)^2}$$

Giả sử $M\left(a; \frac{2a-1}{a+1}\right) \in (C), a \neq -1$, thì tiếp tuyến tại M với (C) có phương trình:

$$y = \frac{3}{(a+1)^2}(x-a) + \frac{2a-1}{a+1}$$

$$\Leftrightarrow 3(x-a) - (a+1)^2(y-2) - 3(a+1) = 0$$

Khoảng cách từ $I(-1;2)$ tới tiếp tuyến là:

$$d = \frac{|3(-1-a) - 3(a+1)|}{\sqrt{9 + (a+1)^4}} = \frac{6|a+1|}{\sqrt{9 + (a+1)^4}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{9}{(a+1)^2} + (a+1)^2}}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy $\frac{9}{(a+1)^2} + (a+1)^2 \geq 2\sqrt{9} = 6$, Vậy $d \leq \sqrt{6}$

Khoảng cách lớn nhất bằng $\sqrt{6}$ khi:

$$\frac{9}{(a+1)^2} + (a+1)^2 \Leftrightarrow (a+1)^2 = 3 \Leftrightarrow a = -1 \pm \sqrt{3}$$

Vậy có hai điểm M: $M(-1+\sqrt{3}; 2-\sqrt{3}), M(-1-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$.

Chọn. **A.**

Câu 238: Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}(C)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A, B và có độ dài AB ngắn nhất.

A. $M(3;3), M\left(0; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $M(3;3), M\left(4; \frac{5}{2}\right)$.

C. $M\left(6; \frac{9}{4}\right), M(1;1)$. **D.** $M(3;3), M(1;1)$.

Giải:

Ta có: $y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$

Giả sử $M\left(a; \frac{2a-3}{a-2}\right) \in (C), a \neq 2$. Ta có: $y'(a) = -\frac{1}{(a-2)^2}$.

Tiếp tuyến tại M có phương trình $\Delta: y = -\frac{1}{(x-2)^2}(x-a) + \frac{2a-3}{a-2}$

Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là: $A\left(2; 2 + \frac{2}{a-2}\right)$

Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là: $B(2a-2; 2)$

Ta có: $AB^2 = 4\left[(a-2)^2 + \frac{1}{(a-2)^2}\right] \geq 8$.

Dấu “=” xảy ra khi $(a-2)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=1 \\ a-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=1 \end{cases}$

Vậy điểm M cần tìm có tọa độ là: $M(3;3), M(1;1)$. Chọn. **D.**

Câu 239: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1(C)$, đường thẳng $d: y = mx + m + 3$ giao nhau tại $A(-1;3), B, C$ và tiếp tuyến của (C) tại B và C vuông góc nhau.

A. $\begin{cases} m = \frac{-3+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-3-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m = \frac{-2+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-2-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = \frac{-4+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-4-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} m = \frac{-5+2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-5-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

Giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$x^3 - (m+3)x - m - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x - m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, y = 3 \\ x^2 - x - m - 2 = 0 (*) \end{cases}$$

Để hàm số (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì (*) có 2 nghiệm phân biệt khác -1, nên:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Giả sử x_B, x_C là nghiệm của (*), hệ số góc của tiếp tuyến:

$$k_B = 3x_B^2 - 3; k_C = 3x_C^2 - 3$$

Theo giả thiết:

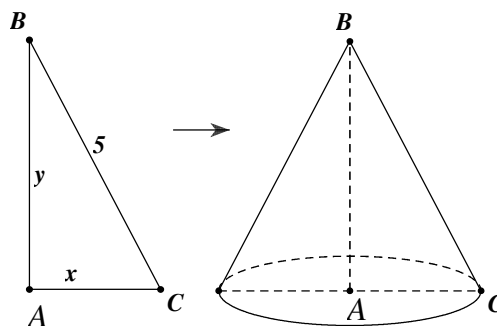
$$k_B \cdot k_C = -1 \Leftrightarrow (3x_B^2 - 3)(3x_C^2 - 3) = -1 \Leftrightarrow 9m^2 + 18m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-3 + 2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-3 - 2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Vậy với $\begin{cases} m = \frac{-3 + 2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{-3 - 2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$ thỏa ycbt.

Chọn. **A.**

Câu 240: cho tam giác vuông ABC có độ dài cạnh huyền bằng 5 (đơn vị độ dài). Người ta quay tam giác ABC quanh trục một cạnh góc vuông để sinh ra hình nón, với kích thước nào của tam giác ABC thì hình nón sinh ra có thể tích lớn nhất?



A. $x = 5\sqrt{\frac{2}{3}}, y = \frac{5}{\sqrt{3}}$. **B.** $x = 3, y = 4$.

C. $x = \sqrt{10}, y = \sqrt{15}$. **D.** Một kết quả khác.

Giải:

$$V_n = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi x^2 \cdot y = \frac{1}{3} \cdot \pi (25 - y^2) \cdot y$$

$$f(y) = (25 - y^2) \cdot y = -y^3 + 25y$$

$$f'(y) = -3y^2 + 25 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

BBT

y	0	$\frac{5}{\sqrt{3}}$	5
f'(y)		+	-
f(y)		Max	

Vậy $x = 5\sqrt{\frac{2}{3}}, y = \frac{5}{\sqrt{3}}$. Chọn. **A.**

Câu 241: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(cm)$, chiều cao là $h(cm)$ và có thể tích là $500(cm^3)$. Hãy tìm độ dài cạnh của hình vuông sao cho chiếc hộp được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất:

- A.** 5cm. **B.** 10cm.
C. 2cm. **D.** 3cm

Giải:

$$V = x^2 \cdot h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}$$

$$S = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{2000}{x}$$

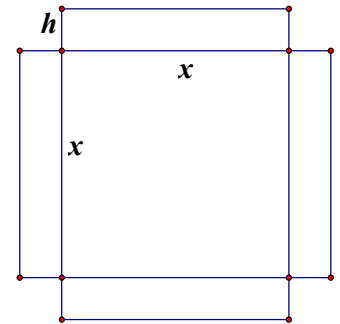
$$f(x) = x^2 + \frac{2000}{x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x - \frac{2000}{x^2} \left(x \in (0; 10\sqrt{5}) \right)$$

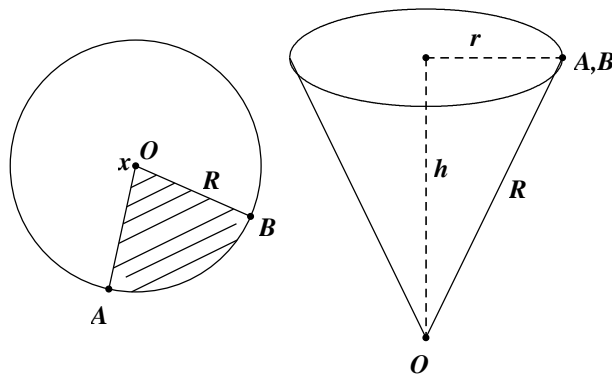
$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 10$$

X	0	10	$10\sqrt{5}$
f(x)		300	589

$\Rightarrow x = 10$ (thỏa mãn). Chọn. **B.**



Câu 242: Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Giải:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$R^2 = h^2 + r^2 = \text{const} \Rightarrow r^2 = R^2 - h^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 - h^2) = f(h)$$

$$f(h) = \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{1}{3}\pi h^3; f'(h) = \frac{1}{3}\pi R^2 - \pi h^2$$

$$\Rightarrow f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow V_{\max} \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2} \cdot R}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Chu vi đường tròn đáy hình nón là } 2\pi r = \frac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$$

Ta có:

$$2\pi \longrightarrow 2\pi R$$

$$x \longleftarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pi R \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$$

Chọn. A.

Câu 243: sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày bao nhiêu?

A. Ngày thứ 10.

B. Ngày thứ 15.

C. Ngày thứ 20.

D. Ngày thứ 25.

Giải:

$$f(t) = 15t^2 - t^3$$

$$f'(t) = 30t - 3t^2 = -3(t-5)^2 + 75 \leq 75.$$

$$f'(t)_{\max} = 75 \Leftrightarrow t = 5$$

Câu 244: Có một mảnh đất hình vuông ABCD cạnh a. Người ta cần làm một cái trại có đáy là hình thang ABCM với điểm M thuộc cạnh AD và $AM = x$ ($0 \leq x \leq a$). Dựng cái cột vuông góc với mp(ABCD) tại A. Giả sử đỉnh cột là S, chiều cao cột là y, ($y > 0$). Nếu $x^2 + y^2 = a^2$, giá trị lớn nhất của thể tích trại dạng chóp S.ABCM là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Giải:

$$AM = x \Leftrightarrow DM = a - x$$

$$S_{ABCM} = a^2 - \frac{1}{2}(a-x)a = \frac{1}{2}a(a+x)$$

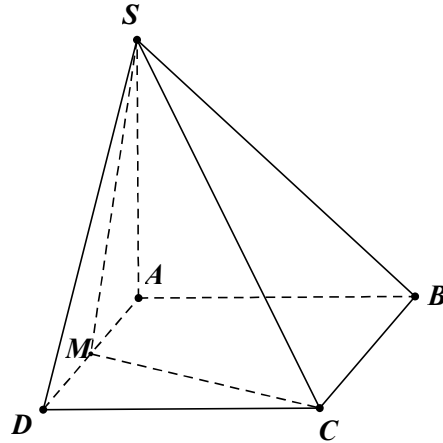
$$y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$V_{S.ABCM} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCM} = \frac{1}{6}a(a+x)\sqrt{a^2 - x^2}$$

Xét hàm số:

$$f(x) = a(a+x)\sqrt{a^2 - x^2}, x \in [0; a]$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = \frac{a}{2} \end{cases}$$

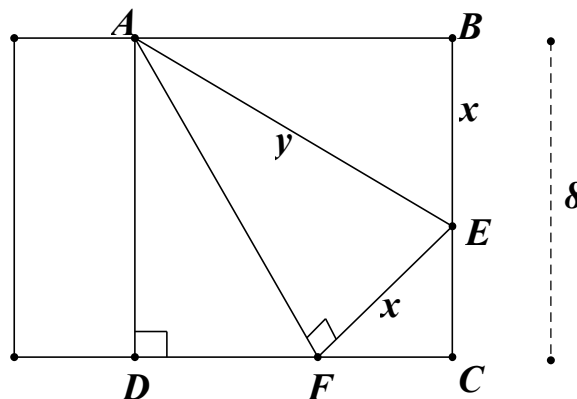


BBT

X	0	$\frac{a}{2}$	a
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		max	

$$\Rightarrow V_{\max} \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ABCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \text{ Chọn. B.}$$

Câu 245: Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12cm và chiều rộng 8cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?



A. $6\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. 6.

D. $6\sqrt{3}$

Giải:

$$EF = x, EC = 8 - x$$

$$FC = \sqrt{x^2 - (8 - x)^2}$$

$$= \sqrt{16x - 64}$$

$$\Delta ADF \sim \Delta FCE (g.g) \Rightarrow \frac{EF}{AF} = \frac{CF}{AD}$$

$$AF = \frac{EF \cdot AD}{FC} = \frac{8x}{\sqrt{16x - 64}}$$

$$y = AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{\frac{64x^2}{16x - 64} + x^2} = \sqrt{\frac{16x^3}{16x - 64}}$$

$$f(x) = \frac{16x^3}{16x - 64}, x \in (0; 8)$$

$$f'(x) = \frac{48x^2(16x - 64) - 16 \cdot 16x^3}{(16x - 64)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 768x^3 - 3072x^2 - 256x^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 512x^3 - 3072x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

BBT

X	0	6	8
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		108	

$$y = \sqrt{f(x)} \Rightarrow y_{\min} = \sqrt{f_{\min}} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}. \text{ Chọn. D.}$$

Câu 246: Cần đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k \frac{\sin \alpha}{r^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng).

A. $h = \frac{3a}{2}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $h = \frac{a}{2}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Giải:

$$R^2 - a^2 + h^2 \text{ (Định lý Py-ta-go)}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{R} = \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}}$$

$$\Rightarrow C = k \frac{\sin \alpha}{R^2} = k \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2} (a^2 + h^2)}$$

Xét hàm $f(h) = \frac{h}{(\sqrt{a^2 + h^2})^3} (h > 0)$

$$f'(h) = \frac{\sqrt{(h^2 + a^2)}^3 - 2h^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{a^2 + h^2}}{(a^2 + h^2)^3}$$

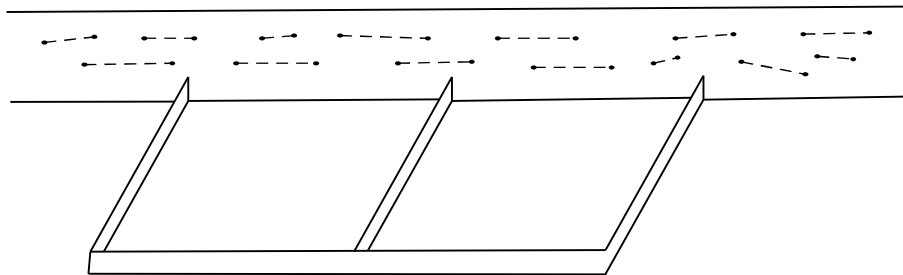
$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{(h^2 + a^2)}^3 = 3 \cdot h^2 \cdot \sqrt{a^2 + h^2} \Leftrightarrow h^2 + a^2 = 3h^2 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

BBT

h	0	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$		Max	

$$f(h)_{\max} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow C = k \cdot f(h)_{\max} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

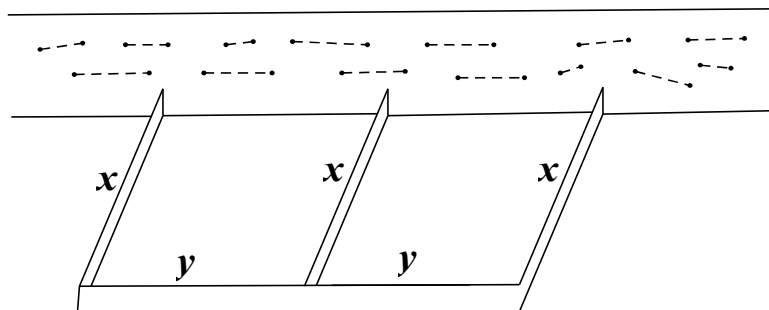
Câu 247: Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí vật liệu là 60 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.



- A. $6250(m^2)$. B. $1250(m^2)$. C. $3250(m^2)$. D. $50(m^2)$

Giải:

Phân tích ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ



Từ đề bài ban đầu ta có được mối quan hệ sau:

Do bác nông dân trả 15000000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mặt nên ta có mối quan hệ:

$$3x.50\,000 + 2y.60\,000 = 15\,000\,000$$

$$\Leftrightarrow 15x + 12y = 1500$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1500 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}$$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$$f(x) = 2xy = 2x \cdot \frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$$

Cách 1: Xét hàm số trên một khoảng, vẽ bảng biến thiên và kết luận GTLN:

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$ trên $(0; 100)$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$$

BBT

x	0	50	100
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		6250	

Cách 2: Nhẩm nhanh như sau: Ta biết rằng $A - g^2(x) \leq A$ với mọi x, nên ta có thể nhẩm nhanh như sau:

$$f(x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 100x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 2.50x - 2500 + 2500)$$

$$= \frac{5}{2} \cdot [2500 - (x - 50)^2] \leq 6250$$

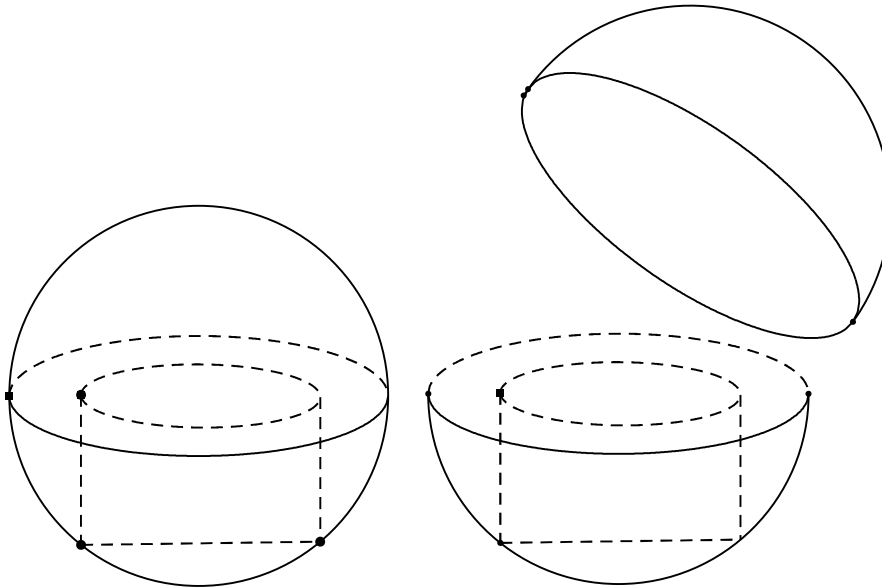
Hoặc bấm máy tính phần giải phương trình bậc hai và ấn bằng nhiều lần máy sẽ hiện như sau

X-Value Maximum=
50

Y-Value Maximum=
6250

Vậy chọn. **A.**

Câu 248: Công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai. Với thiết kế là khối cầu như viên ngọc trai khổng lồ, bên trong là một khối trụ bên trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng, như hình vẽ (hình ảnh chỉ mang tính chất minh họa). Theo dự kiến nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính là $R = 3\sqrt{3}cm$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



A. $54\pi cm^3$.

B. $18\pi cm^3$.

C. $108\pi cm^3$.

D. $45\pi cm^3$.

Giải:

Phân tích: Đây là một bài thực tế dựa trên ứng dụng: khối trụ nội tiếp nửa khối cầu. Ta có mặt cắt của nửa khối cầu đựng mĩ phẩm với các kích thước được thể hiện trong hình vẽ sau:

Ý tưởng của bài này dựa trên kiến thức chúng ta đã học là tìm GTLN-GTNN của hàm số một biến trên 1 khoảng (đoạn). Ở đây có hai biến đó là r và h . Do đó ta sẽ tìm cách để đưa về một biến, đưa biến này theo biến kia. ở đây tôi sẽ đưa r theo h

Ta nhận thấy theo định lý pytago thì $r^2 = R^2 - h^2$

Khi đó: $V_{trụ} = B.h = \pi r^2 . h = \pi (R^2 - h^2) . h = \pi (-h^3 + R^2 . h)$

Để thể tích khối trụ lớn nhất thì $f(h) = -h^3 + R^2 . h$ có GTLN trên $(0; R)$

$$f'(h) = -3h^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}} = 3$$

BBT

(Khi giải trắc nghiệm không cần vẽ bảng biến thiên)

h	0	$\frac{R}{\sqrt{3}}$	R
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$		$f\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)$	

Mà $f\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right) = f(3) = -3x^3 + (3\sqrt{3})^2 . 3 = 54$

Vậy $V_{\max} = 54\pi$

Chọn. A.

Câu 249: Một cái mương được gọi là dạng “Thủy động học” nếu với diện tích thiết diện ngang xác định thì chiều dài đường biên giới hạn là nhỏ nhất. Người ta cần một cái mương dẫn nước với thiết diện ngang là hình chữ nhật có $2m^2$. Hãy xác định kích thước của mương dẫn nước trên để mương có dạng “Thủy động học”?

- A. $1m$ và $2m$. B. $\frac{1}{2}m$ và $4m$.
 C. $\frac{3}{2}m$ và $\frac{4}{3}m$. D. $\frac{2}{3}m$ và $3m$.



Giải:

Cách 1:

Chiều dài đường biên là:

$$2x + \frac{2}{x} = f(x) \quad (x \in (0; 2))$$

$$f'(x) = 2 - \frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

X	0	1	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	4	4	4

Vậy kích thước mương là $1m$ và $2m$.

Cách 2:

Diện tích ngang: $x \cdot y = 2$

Chiều dài đường biên:

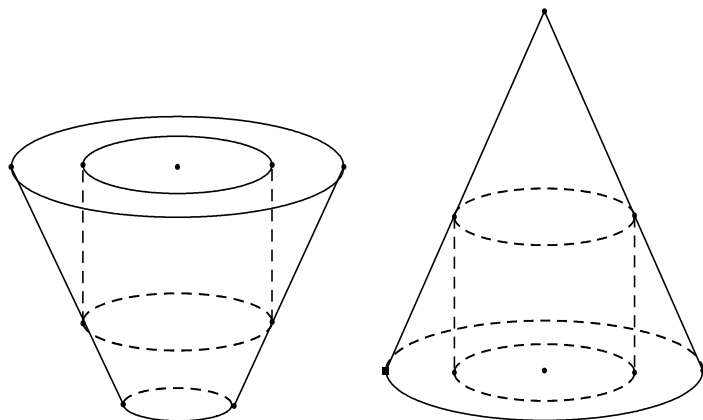
$$x + x + y = 2x + y \geq 2\sqrt{2xy} = 4$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} xy = 2 \\ 2x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Chọn. **A.**

Câu 250: Khi sản xuất hộp mì tôm, các nhà xuất luôn để một khoảng trống nhỏ ở dưới đáy hộp để nước chảy xuống dưới và ngấm vào thớ mì, giúp mì chín. Hình vẽ dưới mô tả cấu trúc của một hộp mì tôm (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Thớ mì tôm có dạng hình trụ, hộp mì tôm có dạng hình nón cụt được cắt ra bởi hình nón có chiều cao có $9cm$ và bán kính đáy $6cm$. Nhà sản xuất đang tìm cách để sao cho thớ mì tôm có thể tích lớn nhất trong hộp với mục đích thu hút khách hàng. Tìm thể tích lớn nhất đó?



A. $V = 36\pi$.

B. $V = 54\pi$.

C. $V = 48\pi$.

D. $V = \frac{81}{2}\pi$

Giải:

Cách 1:

Gọi độ dài $IA = x; (0 < x < 6)$. Khi đó: $r = 6 - x$;

Gọi $KI = R$

$$\Delta ABO \sim \Delta AKI \Rightarrow \frac{KI}{BO} = \frac{AI}{AO} \Leftrightarrow \frac{R}{BO} = \frac{x}{AO} \Rightarrow R = \frac{9x}{6}$$

$$\text{Suy ra } V_{tru} = \pi r^2 R = \pi (6 - x)^2 \cdot \frac{9x}{6}$$

Hình trụ có thể tích lớn nhất khi hàm số:

$$y = (6 - x)^2 \cdot \frac{9x}{6} = \frac{3}{2}x^3 - 18x^2 + 54x \text{ đạt GTLN}$$

$$y' = \frac{9}{2}x^2 - 36x + 54$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{2}x^2 - 36x + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT

X	0	2	6
y'		0	
y		48	

Vậy $x = 2 \Rightarrow V = 48\pi$.

Cách 2:

Đặt

$$\begin{cases} BK = x & (0 < x < 6) \\ \widehat{ABH} = \alpha & (0 < \alpha < 90^\circ) \end{cases}$$

$$h = BK \cdot \tan \alpha = \frac{9x}{6}$$

$$r = 6 - x$$

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi \cdot (6 - x)^2 \cdot \frac{9x}{6} = \pi \frac{3}{4} (6 - x)(6 - x) \cdot 2x \leq \frac{3\pi}{4} \cdot \left(\frac{12}{3}\right)^3 = 48\pi$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=2$. Chọn **C**.

Câu 251: Một cái ống có đường kính không đáng kể được mang từ một hẻm $8m$ sang một cái hẻm $4m$ (hình vẽ). Hỏi chiều dài dài nhất của cái ống là bao nhiêu?

A. $12\sqrt{2}$.

B. $4(1 + \sqrt[3]{4})$.

C. $(1 + \sqrt[3]{2})^2$.

D. $4(1 + \sqrt[3]{2^2})^2$

Giải:

$$8 = y_1 \cdot \sin \alpha$$

$$4 = y_2 \cdot \cos \alpha$$

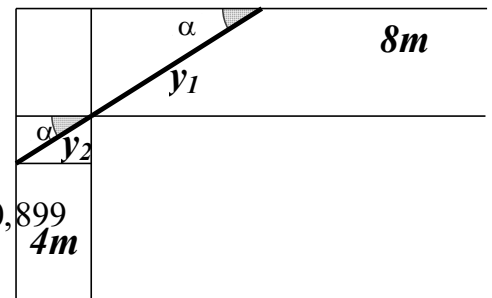
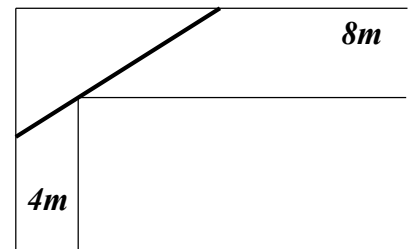
$$y_1 + y_2 = y = \frac{8}{\sin \alpha} + \frac{4}{\cos \alpha}$$

$$y' = \frac{-8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{4 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{-8 \cos^3 \alpha + 4 \sin^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

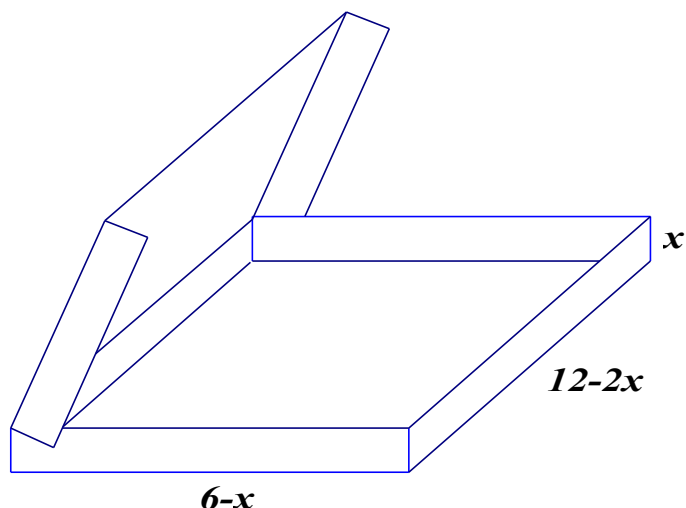
$$y' = 0 \Leftrightarrow -8 \cos^3 \alpha + 4 \sin^3 \alpha = 0 \Leftrightarrow (\tan \alpha)^3 = 2 \Leftrightarrow \alpha = 0,899$$

$$y_{\max} = \frac{8}{\sin \alpha} + \frac{4}{\cos \alpha} = 16,64.$$



Chọn **D**

Câu 252: một hộp đựng Chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tứ thể tích phía trên của hình hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới là chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0 . Tìm V_0 .



A 48 đvdt.

B. 16 đvdt.

C. 64 đvdt.

D. $\frac{64}{3}$ đvdt.

Giải:

Thể tích của hộp:

$$V_h = (6-x) \cdot (12-2x) \cdot x$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{3}{4}(6-x) \cdot (12-2x) \cdot x = \frac{3}{4}(6-x)(6-x) \cdot 2x$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cauchy ta có: } \frac{3}{4} \cdot (6-x)(6-x) \cdot 2x \leq \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{12}{3}\right)^3 = 48$$

Cách 2:

$$\text{Thể tích của hộp } V_h = (6-x)(12-2x)x = 2x(6-x)^2$$

Thể tích phần chocolate nguyên chất:

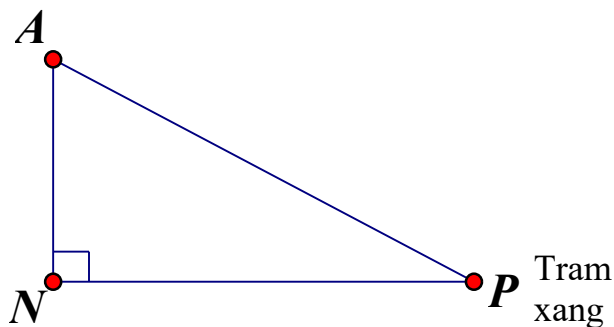
$$f(x) = V_0 = \frac{3}{4}V = \frac{3}{2}x(6-x)^2$$

$$f'(x) = \frac{3}{2}[(6-x)^2 - 2x(6-x)] = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$V_0(6) = 0; V_0(2) = 48$$

Vậy thể tích chocolate lớn nhất là $V_0 = 48$ khi $x = x_0 = 2$ Chọn. **A.****Câu 253:** Một nhà địa chất đang ở vị trí A trong sa mạc, cách con đường thẳng 10km ($AN = 10\text{km}$).

Trên con đường thì xe của nhà địa chất có thể chạy với vận tốc 50km/h nhưng trên sa mạc thì nó chỉ chạy được với vận tốc 30km/h . Nhà địa chất muốn đến một trạm xăng ở vị trí P để tiếp nhiên liệu ở vị trí xuôi theo đường 25km ($NP = 25\text{km}$). Tìm thời gian ngắn nhất để nhà địa chất đến được vị trí trạm xăng P.



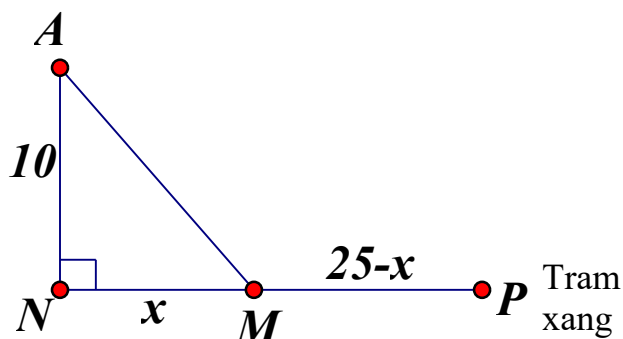
A. 44 phút.

B. 45 phút.

C. 46 phút.

D. 47 phút.

Giải:

Gọi đoạn MN là $x \Rightarrow MP = 25 - x$ $\triangle AMN$ vuông tại NSuy ra: $AM = \sqrt{10^2 + x^2}$

Khi đó thời gian để nhà địa chất đến trạm xăng là:

$$T = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30} + \frac{25 - x}{50}$$

Thời gian T ngắn nhất khi hàm số $y = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30} + \frac{25 - x}{50}$ đạt GTNN.

$$y' = \frac{5x - 3\sqrt{x^2 + 10^2}}{150\sqrt{x^2 + 10^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 5x - 3\sqrt{x^2 + 10^2} = 0 \Leftrightarrow x = 7,5$$

BBT

X	0	7,5	25
y'	–	0	+
y		$\frac{23}{30}$	

Vậy $T_{\min} = \frac{23}{30}(h) = 46 \text{ phút}$. chọn. **C.**

Câu 254: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 800m. Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. $200m \times 200m$. **B.** $300m \times 100m$. **C.** $250m \times 150m$. **D.** Chọn khác.

Giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là:

$$x(m), y(m) \quad (x, y > 0)$$

$$\text{Diện tích miếng đất } S = x.y$$

$$\text{Theo đề } 2(x + y) = 800 \text{ hay } y = 400 - x$$

$$\text{Do đó: } S = x(400 - x) = -x^2 + 400x \quad (x > 0)$$

Đạo hàm:

$$S'(x) = -2x + 400$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 200$$

Lập bảng biến thiên ta được $S_{\max} = 40000$ khi $x=200, y=200$.

Kết luận: kích thước của miếng đất hình chữ nhật là $200m \times 200m$ (là hình vuông)

Lưu ý: có thể giải bằng BĐT Cauchy.

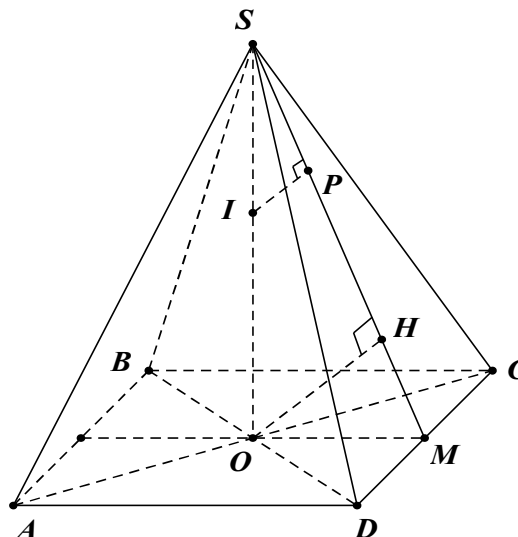
Chọn A

PHẦN 3.4

Câu 255: Một kiến trúc sư muốn thiết kế một kim tự tháp Ai Cập có dạng là một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính bằng 6m . Để tiết kiệm nguyên liệu xây dựng thì kiến trúc sư đó phải thiết kế kim tự tháp sao cho có thể tích nhỏ nhất. hãy tính chiều cao của kim tự tháp đó.?

A. 12m **B.** 18m **C.** 36m **D.** 24m

Giải:



Theo định lý Ta-lét:

$$\frac{SI}{SO} = \frac{IP}{OH} \Leftrightarrow \frac{h-6}{h} = \frac{6}{OH}$$

$$\Leftrightarrow OH = \frac{6h}{h-6}, SO = h, OM = \frac{a}{2}$$

Mặt khác:

$$OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} \Leftrightarrow \frac{6h}{h-6} = \frac{ah}{2\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}}$$

$$\Leftrightarrow a(h-6) = 12\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \Leftrightarrow a^2(h^2 - 12h + 36) = 144\left(h^2 + \frac{a^2}{4}\right)$$

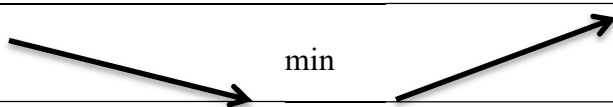
$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{144h^2}{h^2 - 12h} = \frac{144h}{h-12}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{144h}{h-12} \cdot h$$

$$\text{Xét } f(h) = \frac{h^2}{h-12}$$

$$f'(h) = \frac{h(h-24)}{(h-12)^2} \Rightarrow f'(h) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h=0 \\ h=24 \end{cases}$$

BBT

h	0	24	$+\infty$
$f'(h)$	-	0	+
$f(h)$			

Vậy $h=24$ thì $V_{\min}$. Chọn **D**.

Câu 256: Cho hình trụ (T) có bán kính và chiều cao thay đổi; (T) có hai đường tròn đáy(O) và (O') sao cho có một hình vuông ABCD nội tiếp trong hình trụ (T) (trong đó A, B thuộc đường tròn (O) và C, D thuộc đường tròn (O')). Biết hình vuông ABCD có diện tích 400cm^2 . Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của hình trụ (T) là?

A. $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{6}}{3}$ **B.** $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{3}}{9}$

C. $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{6}}{9}$ **D.** $V_{\max} = \frac{8000\pi\sqrt{3}}{3}$

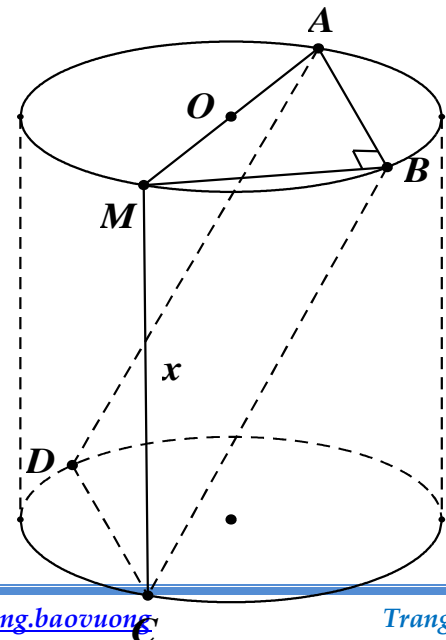
Giải:

Kẻ $BM \perp AB$ và cắt (O) tại M, nối MC.

Khi đó: $OA = OM = r, MC = h$

Hình vuông ABCD có:

$$S = 400\text{cm}^2 \Rightarrow AB = BC = 20\text{cm}$$



Gọi chiều cao hình trụ:

$$(T): MC = h = x \quad (0 < x < 20)$$

$$\Rightarrow MB^2 = 20^2 - x^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = 20^2 + 20^2 - x^2 = 800 - x^2$$

$$\text{Suy ra } MO^2 = r^2 = \frac{800 - x^2}{4}$$

$$\text{Ta có: } V_{(T)} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{1}{4} (800 - x^2) \cdot x$$

$V_{(T)}$ lớn nhất khi hàm số $y = (800 - x^2) \cdot x$ đạt GTLN.

$$y' = -3x^2 + 800; y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 800 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{20\sqrt{6}}{3}$$

BBT

x	0	$\frac{20\sqrt{6}}{3}$	20
Y'	+	0	-
y		$\frac{8000\sqrt{6}}{9}$	

Câu 257: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là $7(km)$. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc $4(km/h)$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6(km/h)$. Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất.

A. $\frac{\sqrt{74}}{4}$

B. $\frac{29}{12}$

C. $\sqrt{29}$

D. $2\sqrt{5}$

Giải:

Đặt $x = BM; 0 \leq x \leq 7$. Khi đó $AM = \sqrt{x^2 + 25}, MC = 7 - x$.

Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến C là $T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$ (giờ), $0 \leq x \leq 7$

Người canh hải đăng tới kho nhanh nhất khi thời gian T nhỏ nhất:

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6} \text{ đạt GTNN.}$$

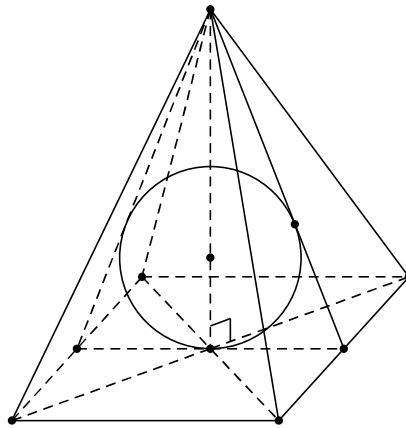
$$y' = \frac{6x - 4\sqrt{x^2 + 25}}{24\sqrt{x^2 + 25}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x - 4\sqrt{x^2 + 25} = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$$

Lập BBT suy ra:

Hàm số T đạt GTNN tại điểm $x = 2\sqrt{5} \approx 4,472(km)$. Chọn **D**.

Câu 258: Một công trình nghệ thuật kiến trúc công viên có dạng là một tòa nhà hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính là 5m. Toàn bộ tòa nhà đó được trang bị hệ thống điều hòa làm mát do vậy để tiết kiệm điện người ta đã xây dựng tòa nhà sao cho có thể tích nhỏ nhất. Tìm chiều cao tòa nhà này.



A. $SO = 20m$

B. $SO = 19m$

C. $SO = 18m$

D. $SO = 17m$

Giải:

Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp, mặt cầu tiếp xúc với mặt (SAB) tại E, suy ra E thuộc SH.

Đặt $SO = x$, xét hai tam giác vuông đồng dạng SEI và SOH ta có:

$$\frac{IE}{HO} = \frac{SE}{SO} \Leftrightarrow SO \cdot IE = SE \cdot OH \Leftrightarrow 5x = (SH - EH) \cdot \frac{AB}{2}$$

$$= (SH - OH) \cdot \frac{AB}{2} = \left(\sqrt{SO^2 + \frac{AB^2}{4}} - \frac{AB}{2} \right) \cdot \frac{AB}{2}$$

Suy ra

$$x \cdot AB = 5 \left(2\sqrt{x^2 + \frac{AB^2}{4}} + AB \right)$$

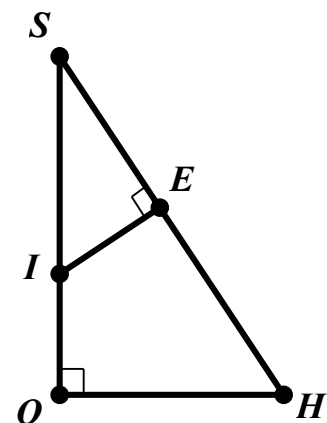
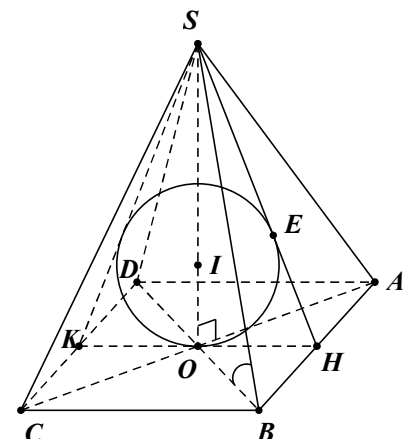
$$\Leftrightarrow 10\sqrt{x^2 + \frac{AB^2}{4}} = (x - 10)AB$$

$$\Rightarrow AB^2 = \frac{100x}{x - 10}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AB^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{100 \cdot SO^2}{(SO - 10)}$$

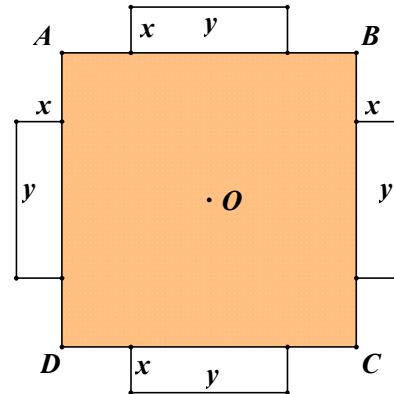
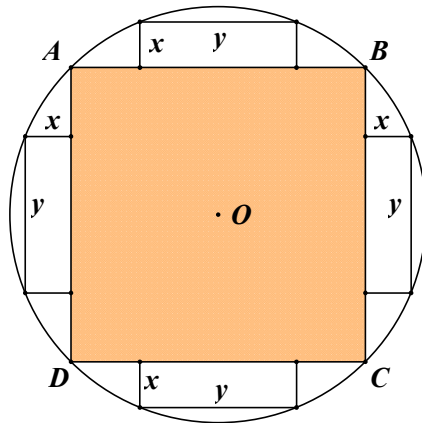
$$\text{Xét } f(x) = \frac{100x^2}{3(x-10)} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 20x}{(x-10)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là $SO = 20m$. chọn **A**.



Câu 259:

Từ một mảnh bìa hình tròn tâm O, bán kính $R=4\text{cm}$, người ta cắt ra một hình gồm 1 hình vuông và 4 hình chữ nhật bằng nhau. Các hình chữ nhật có kích thước là $x(\text{cm})$ và $y(\text{cm})$. Tìm x, y để diện tích hình được cắt ra là lớn nhất.



Giải:

Đường tròn đường kính $2R = 8\text{cm}$

$$\Rightarrow AC = 8\text{cm} \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

Diện tích hình được cắt ra là:

$$(4\sqrt{2})^2 + 4xy = 4xy + 32$$

Xét tam giác MNP:

$$NP^2 = MP^2 - MN^2$$

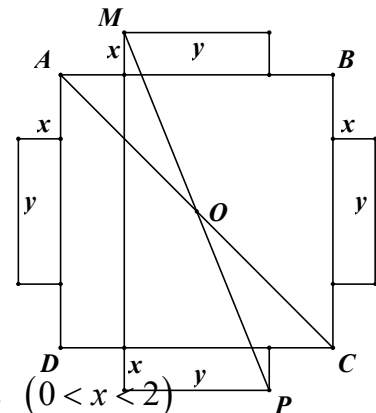
$$\Rightarrow y^2 = 8^2 - (4\sqrt{2} + 2x)^2 = -4x^2 - 16\sqrt{2}x + 32$$

$$\Rightarrow y = 2\sqrt{-x^2 - 4\sqrt{2}x + 8}$$

$$f(x) = 4x \cdot 2\sqrt{-x^2 - 4\sqrt{2}x + 8} + 32 = 8x\sqrt{-x^2 - 4\sqrt{2}x + 8} + 32 \quad (0 < x < 2)$$

$$f'(x) = 8\sqrt{-x^2 - 4\sqrt{2}x + 8} - \frac{4x(2x + 4\sqrt{2})}{\sqrt{-x^2 - 4\sqrt{2}x + 8}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{\max} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y$$



Câu 260: Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là $2\pi(\text{m}^3)$ mỗi chiếc. Hỏi thùng phải có kích thước thế nào để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = 1\text{m}, h = 2\text{m}$ B. $R = 1\text{m}, h = 3\text{m}$ C. $R = 3\text{m}, h = 2\text{m}$ D. $R = 1\text{m}, h = 4\text{m}$

Giải:

Do thùng phi có dạng hình trụ kín hai đầu nên:

Gọi R : là bán kính đáy thùng (m).

h : là chiều cao của thùng (m).

ĐKXĐ $R, h > 0$

Ta có: $V_{th} = \pi R^2 h = 2\pi \Leftrightarrow h = \frac{2}{R^2} (*)$

Diện tích toàn phần của thùng là:

$$S_{tp} = 2\pi R(h + R) (**)$$

Thay (*) vào (**), ta có:

$$S_{tp} = 2\pi R\left(\frac{2}{R^2} + R\right) = 2\pi\left(\frac{2}{R} + R^2\right)$$

$$S'_{tp} = 2\pi\left(\frac{-2}{R^2} + R\right) = \frac{4\pi}{R^2}(R^3 - 1) = \frac{4\pi}{R^2}(R - 1)(R^2 + R + 1)$$

Cho $S' = 0$, Ta có $R = 1$

BBT

R	0	1	$+\infty$	
S'		-	0	+
S		min		

Vậy cần chế tạo thùng với kích thước: $R=1m, h=2m$. Chọn **A.**

Câu 261: Một nhà máy dự định sản xuất một loại thùng hình trụ có chiều cao là h , bán kính đáy là r . Biết rằng chi phí sản xuất cho mỗi thùng như vậy được xác định theo công thức: $C = 5\pi r^2 + 60\pi rh$. Hãy xác định r, h sao cho thùng có thể tích mong muốn là $1125cm^3$ với chi phí sản xuất là thấp nhất?

A. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{5}{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}}$

B. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{6}{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}}$

C. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{7}{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}}$

D. $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{8}{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}}$

Giải:

Thể tích mỗi thùng: $V = \pi r^2 h = 1125 \Rightarrow h = \frac{1125}{\pi r^2}$

Chi phí: $C = 5\pi r^2 + 60\pi rh = 5\pi r^2 + 60\pi r \frac{1125}{\pi r^2} = 5\pi r^2 + \frac{67500}{r}$

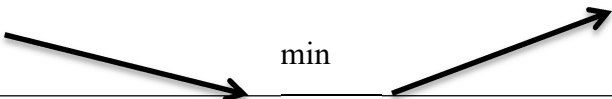
Tính đạo hàm $C'(r) = 10\pi r - \frac{67500}{r^2}$

$$C'(r) = 0 \Leftrightarrow 10\pi r^3 = 67500 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{67500}{\pi}} = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$$

Với: $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}} \Rightarrow C(r) = 3375\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{5}{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}}$

BBT

r	0	$\frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$	$+\infty$
C'(r)	-	0	+

$C(r)$	
--------	--

Suy ra: Với $r = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\pi}}$ và $h = \frac{5}{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}}}$ thì chi phí sản xuất là thấp nhất và bằng

$$C(r)_{\min} = 3375 \cdot \sqrt[3]{4\sqrt[3]{\pi}} \cdot \text{chọn } \mathbf{A}.$$

Câu 262: Một sợi dây cứng dài 1m được cắt thành 2 đoạn, 1 đoạn được cuộn thành hình tròn, đoạn kia thành hình vuông. Tìm độ dài mỗi đoạn nếu tổng diện tích hình tròn và hình vuông là nhỏ nhất?

A. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{\pi}{4 + \pi} m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{4}{4 + \pi} m$

B. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{\pi}{4 + \pi} m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{5}{4 + \pi} m$

C. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{\pi}{4 + \pi} m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{6}{4 + \pi} m$

D. Cuộn thành hình tròn: $x = \frac{2\pi}{4 + \pi} m$, cuộn thành hình vuông: $\frac{4}{4 + \pi} m$

Giải:

Gọi x là chiều dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn ($0 < x < 1$). Suy ra chiều dài đoạn dây cuộn thành hình vuông là: $1 - x$.

Chu vi hình tròn với bán kính R là: $2\pi R = x \Rightarrow R = \frac{x}{2\pi}$

Diện tích hình tròn: $S_{\text{tròn}} = \pi R^2 = \frac{x^2}{4\pi}$

Diện tích hình vuông $S_{\text{hv}} = \left(\frac{1-x}{4}\right)^2$

Tổng diện tích hai hình: $S = S_{\text{tròn}} + S_{\text{hv}} = \frac{x^2}{4\pi} + \left(\frac{1-x}{4}\right)^2 = \frac{(4 + \pi)x^2 - 2\pi x + \pi}{16\pi}$

$$S' = \frac{(4 + \pi)x - \pi}{8\pi}$$

$$\left. \begin{aligned} S' = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4 + \pi} \text{ (t/m)} \\ S'' = \frac{4 + \pi}{8} &> 0, \forall x \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4 + \pi}$ là điểm cực tiểu của hàm số $S(x)$

Vậy tổng diện tích hình tròn và hình vuông là nhỏ nhất thì chiều dài đoạn cuộn thành hình tròn là

$x = \frac{\pi}{4 + \pi} m$, cuộn thành hình vuông là: $\frac{4}{4 + \pi} m$. Chọn **A**.

Câu 263: Một chuyến xe bus có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu 1 chuyến xe chở được x hành khách thì giá cho mỗi hành khách $\left(3 - \frac{x}{40}\right)$ đô. Tính số hành khách trên mỗi chuyến để thu được trên mỗi chuyến lợi nhuận lớn nhất?

- A. 40 hành khách B. 45 hành khách. C. 50 hành khách D. 55 hành khách

Giải:

Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để tiền thu được là lớn nhất $(0 < t \leq 60)$.

Số tiền thu được là:

$$F(t) = \left(3 - \frac{t}{40}\right)^2 t = 9t - \frac{3}{20}t^2 + \frac{t^3}{1600} \Rightarrow F'(t) = 9 - \frac{3}{10}t + \frac{3t^2}{1600}$$

$$\text{Cho } F'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 40(N) \\ t = 120(L) \end{cases}$$

BBT

t	0	40	60
$F'(t)$	+	0	-
$F(t)$		160	

Vậy để thu được tiền lớn nhất thì số khách trên mỗi chuyến xe là 40 hành khách. Chọn **A**.

Câu 264: Người ta muốn làm một cái hộp chữ nhật không có nắp và có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích 10cm^3 . Giả sử giá tiền vật liệu làm đáy thùng là 100.000 đồng/ m^2 và vật liệu làm mặt bên là 5.000 đồng/ m^2 . Hãy xác định kích thước của thùng để chi phí của thùng nhỏ nhất.

- A. Dài là $2\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 5 / \sqrt[3]{(15/4)}$
 B. Dài là $2\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $3\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 6 / \sqrt[3]{(15/4)}$
 C. Dài là $2\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 7 / \sqrt[3]{(15/4)}$
 D. Dài là $2\sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $4\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 8 / \sqrt[3]{(15/4)}$

Giải:

Gọi S : chi phí, x : chiều rộng, $2x$: chiều dài, y : chiều cao.

Từ giả thiết đề bài Ta có:

$$S = 2x \cdot x \cdot 10000 + 2(xy + 2xy) \cdot 5000 = 20000x^2 + 30000xy$$

$$\text{Mà } V = 2x^2y = 10 \Rightarrow y = \frac{5}{x^2}$$

Suy ra:

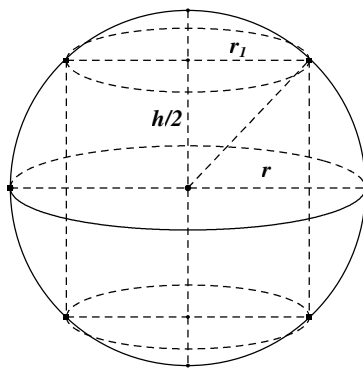
$$S = 20000x^2 + 30000 \cdot \frac{5}{x} = 20000x^2 + \frac{150000}{x}$$

$$S' = 40000x - \frac{150000}{x^2}$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow 40000x - \frac{150000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\left(\frac{15}{4}\right)} \Rightarrow y = \frac{5}{\sqrt[3]{\frac{15}{4}}}$$

Vậy: Dài là $2 \cdot \sqrt[3]{(15/4)}$; rộng là: $\sqrt[3]{(15/4)}$; cao là: $y = 5 / \sqrt[3]{(15/4)}$. chọn **A**.

Câu 265: Cho hình trụ nội tiếp trong hình cầu bán kính r . Xác định chiều cao và bán kính đế hình trụ có thể tích lớn nhất.



A. $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$ **B.** $h = \frac{3\sqrt{3}r}{3}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$

C. $h = \frac{2\sqrt{3}r}{5}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$ **D.** $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}; r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$

Giải:

Goi h là chiều cao của hình trụ.

r_1 là bán kính đáy của hình trụ.

Ta có:

$$\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r_1^2 = r^2$$

Thể tích hình trụ là:

$$V = \pi r_1^2 h = \pi \left(r^2 - \frac{h^2}{4} \right) h = \pi r^2 h - \pi \frac{h^3}{4}$$

Xét hàm $V(h) = \pi r^2 h - \pi \frac{h^3}{4}$

$$\Rightarrow V'(h) = \pi r^2 - \frac{3\pi}{4} h^2$$

$$V'(h) = 0 \Leftrightarrow \pi r^2 - \frac{3\pi}{4} h^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{4r^2}{3} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}$$

Dễ thấy điểm $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}$ là điểm cực đại của hàm số $V(h)$ và tại $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3}$ thì $V(h)$ đạt giá trị lớn nhất. Vậy, thể tích hình trụ lớn nhất khi và chỉ khi $h = \frac{2\sqrt{3}r}{3} \rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}r$. Chọn **A**.

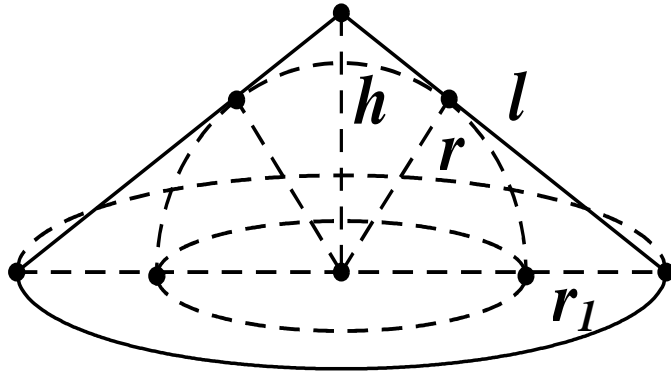
Câu 266: Cho nửa hình cầu bán kính r không đổi. Một hình nón có chiều cao h , bán kính đáy là r_1 . Hãy xác định h và r_1 để diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất biết rằng mặt ngoài của hình nón tiếp xúc của mặt cầu và 2 đường tròn đáy đồng tâm và cùng thuộc 1 mặt phẳng.

A. $r_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{3}r$

B. $r_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{5}r$

C. $r_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{5}r$

D. $r_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{5}r$



Giải:

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{r_1^2 - r^2}{(r.r_1)^2} \Rightarrow h^2 = \frac{(r.r_1)^2}{r_1^2 - r^2}$$

Gọi l là đường sinh của của hình nón ta có:

$$l^2 = h^2 + r_1^2 = \frac{(r.r_1)^2}{r_1^2 - r^2} + r^2 = \frac{r_1^4}{r_1^2 - r^2} \Rightarrow l = \frac{r_1^2}{\sqrt{r_1^2 - r^2}}$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S = 2\pi l r_1 = \frac{2\pi r_1^3}{\sqrt{r_1^2 - r^2}}$

Xét hàm: $S(r_1) = \frac{2\pi r_1^3}{\sqrt{r_1^2 - r^2}}$

$$\Rightarrow S' = 2\pi \left(\frac{3r_1^2 \sqrt{r_1^2 - r^2} - \frac{r_1^4}{\sqrt{r_1^2 - r^2}}}{r_1^2 - r^2} \right) = 2\pi \left(\frac{3r_1^2 (r_1^2 - r^2) - r_1^4}{(r_1^2 - r^2) \sqrt{r_1^2 - r^2}} \right)$$

$$\Rightarrow S' = 0 \Leftrightarrow 3r_1^2 (r_1^2 - r^2) - r_1^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2r_1^4 - 3r_1^2 r^2 = 0 \Rightarrow r_1^2 = \frac{3}{2}r^2 \Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{3}r$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón có giá trị nhỏ nhất khi $r_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}r \Rightarrow h = \sqrt{3}r$. Chọn **A**.

Câu 267: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy là hình vuông không có nắp có thể tích là $4l$. Tìm kích thước của thùng để lượng vàng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày dmm của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau:

A. Cạnh đáy hộp: $x = 2$, chiều cao hộp $h = 1$. **B.** Cạnh đáy hộp: $x = 3$, chiều cao hộp $h = 2$ **C.** Cạnh đáy hộp: $x = 1$, chiều cao hộp $h = 1$. **D.** Cạnh đáy hộp: $x = 3$, chiều cao hộp $h = 3$

Giải:

Gọi: x là cạnh của đáy hộp (dm); h là chiều cao của hộp (dm); $S(x)$ là diện tích xung quanh của phần hộp cần mạ (dm^2)

Ta có: $m = (P_{\text{vàng}} \cdot d) \cdot S(x) = k \cdot S(x)$. Trong đó $k = \text{Hằng số}$ (với $P_{\text{vàng}}$: khối lượng riêng của vàng).

Suy ra: khối lượng m tỉ lệ thuận với $S(x)$.

$$\text{Ta có: } S(x) = 4xh + x^2 \quad (1)$$

$$\text{Và } V = x^2h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{x^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có: } S(x) = x^2 + \frac{16}{x}$$

$$\text{Lấy đạo hàm 2 vế: } S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2}; S''(x) = 2 + \frac{32}{x^3}$$

$$\text{Cho } S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ h = 1 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 2, \text{ ta có: } \begin{cases} S'(2) = 0 \\ S''(2) = 6 \end{cases} \Rightarrow S(x) \text{ đạt cực tiểu tại } x = 2 \Rightarrow \text{khối lượng } m \text{ cũng là nhỏ nhất.}$$

$$\text{Vậy để tiết kiệm nhất lượng vàng cần mạ thì ta cần sản xuất hộp với kích thước } \begin{cases} x = 2 \\ h = 1 \end{cases}$$

Chọn **A**.

Câu 268: Giả sử một hãng hàng không vận chuyển 8.000 lượt hành khách mỗi tháng với giá vé 1 triệu đồng một lượt. Hãng hàng không muốn tăng giá vé, tuy nhiên bộ phận nghiên cứu thị trường cho biết cứ tăng giá vé thêm 20 nghìn đồng thì lượng khách hàng giảm đi 100 người. Xác định giá vé thích hợp để doanh thu của hãng đạt lợi nhuận cao nhất.

Giải:

$$\text{Gọi } x \text{ là giá tiền tăng thêm (nghìn đồng) suy ra số khách giảm đi } \frac{x}{20} \cdot 100 = 5x$$

$$\text{Lợi nhuận: } (1000 + x)(800 - 5x) = f(x)$$

$$f'(x) = 3000 - 10x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 300$$

BBT

X	0	300	1600
F'(x)	+	0	-

F(X)		Max
------	--	-----

Vậy giá vé thích hợp là 1300 (nghìn đồng)

Câu 269: Khi xây nhà mới chủ nhà muốn xây một bể nước sạch bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài d gấp hai lần chiều rộng r và không có nắp, chiều cao h và có thể tích $\frac{4m^3}{3}$. Khi đó kích thước của hồ nước sao cho chi phí thấp nhất là

A. $r = 1, d = 2, h = \frac{2}{3}$ **B.** $r = \frac{1}{3}, d = \frac{2}{3}, h = 6$

C. $r = \frac{1}{2}, d = 1, h = \frac{8}{3}$ **D.** Kết quả khác.

Giải

$$h = \frac{2}{3r^2}$$

$$S = S_d + S_{xq} = 2r^2 + 2hd + 2hr = 2r^2 + 6hr = 2r^2 + 6r \cdot \frac{2}{3r^2} = 2r^2 + \frac{4}{r}$$

$$= 2r^2 + \frac{2}{r} + \frac{2}{r} \geq 3\sqrt{2r^2 \cdot \frac{2}{r} \cdot \frac{2}{r}} = 6$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$2r^2 = \frac{2}{r} \Rightarrow 2r^3 = 2 \Leftrightarrow r = 1$$

$$\Rightarrow d = 2 \Rightarrow h = \frac{2}{3}$$

Chọn **A.**

ĐỀ SỐ 3

Câu 270: một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi bằng 8, người ta gập tấm tôn theo các đường như hình vẽ để tạo ra hình hộp chữ nhật. Với kích thước nào của x, y, z thì thể tích hình hộp chữ nhật là lớn nhất.

A. $2x = 2y = z = \frac{4}{3}$. **B.** $x = y = \frac{1}{2}$ và $z = 2$.

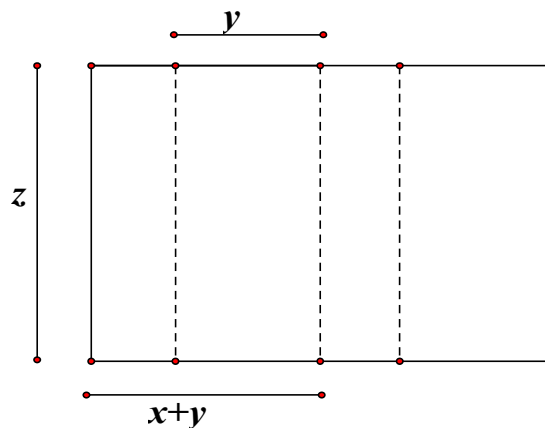
B. $x = y = \frac{3}{4}$ và $z = \frac{5}{2}$. **D.** Kết quả khác.

Giải:

$$\text{Chu vi hình chữ nhật} = 2(2x + 2y + z) = 8$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y + z = 4$$

$$V_{hcn} = S_{day} \cdot \text{chiều cao}$$



$$= y \cdot z \cdot x = \frac{1}{4} \cdot 2x \cdot 2y \cdot z \leq \frac{1}{4} \left(\frac{2x + 2y + z}{3} \right)^3$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3} \right)^3 = \frac{16}{27}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow 2x = 2y = z = \frac{4}{3}$. Chọn **A**.

Câu 271: Một chiếc lon hình trụ làm từ các miếng kim loại chứa được 1 lít chất lỏng ở trong, nhưng nhà sản xuất muốn tổng diện tích các miếng kim loại cần dùng là nhỏ nhất. Khi đó kích thước của chiếc lon sẽ như thế nào?

A. Diện tích đáy lon bằng $\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}} (dm^2)$.

B. Tổng diện tích các miếng kim loại là $\sqrt[3]{2\pi} (m^2)$.

C. Đường kính đáy lon là: $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} (dm)$.

D. Thể tích của lon bằng $1m^3$.

Giải:

$$+ V = 1 \Leftrightarrow \pi r^2 h = 1 \Leftrightarrow h = \frac{1}{\pi r^2}$$

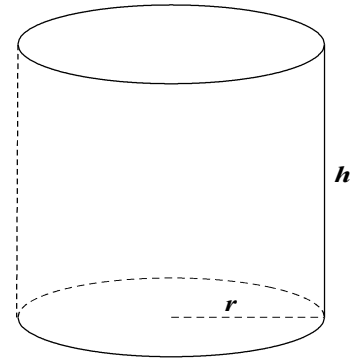
$$S_{tp} = 2\pi r h + 2\pi^2$$

$$= \frac{2}{r} + 2\pi r^2 = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + 2\pi^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \frac{1}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

$$\Rightarrow 2r = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$$

Chọn **C**.



Câu 272: Để đo chiều cao h (khoảng cách cao nhất từ đỉnh đến mặt đất) của cổng Parapol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội, người ta tiến hành đo khoảng cách L giữa hai chân cổng được $L = 9m$. Người này thấy rằng nếu đứng cách chân cổng (gần nhất) $0,5m$ thì đầu chạm cổng, biết người này cao $1,6m$. Tính chiều cao h của cổng Parapol.

A. $h = \frac{625}{78} m$.

B. $\frac{648}{85} m$.

C. $h = \frac{639}{91} m$.

D. $h = \frac{652}{93} m$.

Giải:

Giả sử pt parapol $y = ax^2 + bx + c$

Theo Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = -\frac{b}{a} \quad (x_2 = 9) \\ c = 0 \quad (do \ x_1 = 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + b = 0 \\ y = ax^2 + bx \end{cases}$$

Mà $A\left(\frac{1}{2}; \frac{8}{5}\right)$ thuộc đồ thị (đề bài)

$$\Rightarrow \begin{cases} 9a + b = 0 \\ \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b = \frac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-32}{85} \\ b = \frac{288}{85} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{32}{85}x^2 + \frac{288}{85}x = -\frac{32}{85}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{648}{85}$$

Chọn **B.**

Câu 273: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DH cao 4m, song song và cách tường CH=0,5m là:

A. xấp xỉ 5,4902. **B.** Xấp xỉ 5,602. **C.** xấp xỉ 5,5902. **D.** Xấp xỉ 6,5902.

Giải:

Đặt $CB = x; CA = y$ khi đó bằng cách xét các tam giác đồng dạng ta có hệ thức:

$$\frac{1}{2x} + \frac{4}{y} = 1$$

Bài toán quy về tìm min của $x^2 + y^2$

Giải hệ
$$\begin{cases} 2x - \frac{a}{2x^2} = 0 \\ 2y - \frac{4a}{y^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 2x$$

Do đó hàm đạt min tại $x = \frac{5}{2}; y = 5$ hay $AB_{\min} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$

Chọn **C.**

Câu 274: Một cửa hàng bán bánh nhỏ vào dịp lễ khai trương đặt ra giá như sau: Nếu 1 lượt khách trong quán có

a khách thì giá cho mỗi người sẽ là: $\left(3 - \frac{a}{30}\right)^3$ (đô la). Hỏi với lượng khách bao nhiêu thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất?

A. 10. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 23.

Giải:

Số tiền cửa hàng thu được là $a \cdot \left(3 - \frac{a}{30}\right)^3$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$a.\left(3-\frac{a}{30}\right)^3 = 10.\frac{a}{10}.\left(3-\frac{a}{30}\right)^3 \leq 10.\left(\frac{9}{4}\right)^4 = \frac{9^4.5}{128}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{10} = 3 - \frac{a}{30} \Leftrightarrow a = 22,5$.

Vậy cửa hàng có 23 khách thì sẽ thu lợi nhuận cao nhất.

Chọn **D**.

Câu 275: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ). Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và nắp làm bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa nước (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: Bê tông 100 nghìn đồng một m^2 , tôn 90 nghìn đồng một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một.

A. 15 037 000 đồng. **B.** 15 038 000 đồng.

C. 15 039 000 đồng. **D.** 15 040 000 đồng.

Giải:

$$\text{Ta có: } V = 150m^3 = \pi r^2 l \Rightarrow \frac{150}{r} = \pi r l$$

Giá tiền để xây bồn nước là::

$$90.10^2.2\pi r l + 100.10^3.\pi r^2 + 120.10^3.\pi r^2$$

$$= 10^3.90.2\pi r l + 220.10^3.\pi r^2$$

$$= 10^3.\frac{90.2.150}{r} + 10^3.220.\pi r^2$$

Áp dụng BDT Cauchy cho 3 số:

$$220\pi r^2 + \frac{90.150}{r} + \frac{90.150}{r} \geq 3\sqrt[3]{220\pi(90.150)^2} \approx 15038,3$$

Vậy giá tiền khoảng bằng 15038000 đồng.

Chọn **B**.

Câu 276: Một công ty kinh doanh thực phẩm ước tính rằng số tiền thu vào ở việc kinh doanh rau được tính xấp xỉ bằng công thức $h(x) = x^2 - 29000x + 1000100000$ và tiền lãi được tính bằng công thức $g(x) = 1000x + 100000$ với x là số tiền cho mỗi kg rau. Tìm x để số tiền bỏ ra là ít nhất.

A. 15000 đồng.

B. 30000 đồng.

C. 10000 đồng.

D. 20000 đồng.

Giải:

Khi đó số tiền vốn bỏ ra sẽ được tính bằng công thức:

$$f(x) = h(x) - g(x) = x^2 - 10000x + 1000\,000\,000$$

$$= (x - 15000)^2 + 775000000 \geq 775000000$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 15000$.

Chọn **A**.

Câu 277:

Trong giai đoạn từ năm 1980 đến năm 1994, tỉ lệ phần trăm những hộ gia đình ở Mỹ có ít nhất một đầu máy video (VCR) đã được mô hình hóa bởi hàm số sau: $V(t) = \frac{75}{1 + 75.e^{-0.6t}}$, trong đó t là

thời gian được tính bằng năm $0 \leq t \leq 14$. Thời điểm mà con số VCR tăng nhanh nhất gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. $t = 14$.

B. $t = 10$.

C. $t = 9$.

D. $t = 7$.

Giải:

$$\text{Đề } V(t) = \frac{75}{1 + 75 \cdot e^{-0,6t}} \longrightarrow \max \text{ thì } f(t) = 1 + 74 \cdot e^{-0,6t} \longrightarrow \min$$

$$\text{Đề } f(t) \longrightarrow \min : 1 + 74 \cdot \left(\frac{1}{e^{0,6}} \right)^t \geq 1 + 74 \left(\frac{1}{e^{0,6}} \right)^{14}$$

$$\text{Vì } \left(\frac{1}{e^{0,6}} \right)^t \text{ là hàm nghịch biến.}$$

Vậy $t = 14$ thì $V(t) \longrightarrow \max$. chọn **A**.

Câu 278: Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ hợp với 2 trục tọa độ 1 tam

giác có diện tích S bằng:

A. $S = 1,5$.

B. $S = 2$.

C. $S = 3$.

D. $S = 1$.

Giải:

$$\text{Ta có kết quả: Nếu đồ thị hàm số } y = \frac{u(x)}{v(x)} \text{ có điểm cực trị } (x_0; y_0) \text{ thì } y_0 = \frac{u'(x_0)}{v'(x_0)}$$

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y = 2x - 2$ (d)

(d) cắt 2 trục tọa độ tại 2 điểm $A(0; -2), B(1; 0)$ nên diện tích tam giác OAB bằng 1.

Chọn **D**.

Câu 279: tìm m để phương trình $e^{2x} - me^x + 3 - m = 0$ có nghiệm

A. $m \geq 2$.

B. $m > 2$.

C. $m < 3$.

D. $m > 0$.

Giải:

$$\text{Đặt } t = e^x, t > 0. \text{ Biến đổi phương trình về dạng: } \frac{t^2 + 3}{t + 1} = m$$

$$\text{Khảo sát hàm } f(t) = \frac{t^2 + 3}{t + 1}, t > 0 \text{ ta có: } f(t) \geq 2. \text{ Suy ra } m \geq 2. \text{ Chọn } \mathbf{A}.$$

(Dùng casio để tìm nhanh hơn).

Câu 280: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ có đồ thị (C). Giá trị của m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$ là:

$$\mathbf{A.} \ m < 1 \quad \mathbf{B.} \ \begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \quad \mathbf{C.} \ -\frac{1}{4} < m < 1 \quad \mathbf{D.} \ \frac{1}{4} < m < 1$$

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là:

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases}$$

$$(C) \text{ và trục hoành cắt nhau tại 3 điểm pb } \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 1 < 4 \Leftrightarrow 1 + 2m + 1 < 4 \Leftrightarrow m < 1.$$

Chọn **B.**

Câu 281: cho hàm số $y = (x-m)^3 - 3x + m^2$ (1). Gọi M là điểm cực đại của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị m thích hợp đồng thời là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị khác của m. Số điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Giải: (KSHS)

$$\text{Ta có: } y' = 3(x-m)^2 - 3, y'' = 6(x-m)$$

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m-1 \\ x = m+1 \end{cases}$$

Vì $x = x_1 = m-1, y''(m-1) < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại: $x = x_1 = m-1$ và giá trị cực đại là $y_1 = m^2 - 3m + 2$

Tương tự, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_2 = m+1$ và giá trị cực tiểu là $y_2 = m^2 - 3m - 2$.

Ta giả sử điểm M là điểm cực đại của đồ thị hàm số ứng với giá trị m_1 và là điểm cực tiểu ứng với giá trị m_2 .

$$\text{Từ YCBT suy ra hệ phương trình } \begin{cases} m_1 - 1 = m_2 + 1 \\ m_1^2 - 3m_1 + 2 = m_2^2 - 3m_2 - 2 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta tìm được nghiệm } m_1 = \frac{3}{2}, m_2 = -\frac{1}{2} \text{ và suy ra tồn tại duy nhất một điểm } M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$

thỏa bài toán.

Chọn **A.**

Câu 282: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1 (O là gốc tọa độ).

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x-2m). \text{ Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì } m \neq 0$$

$$\text{Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là } A(0;1) \text{ và } B(2m; -4m^3 + 1)$$

$$\text{Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B trên trục tung, ta có } BH = |2m|$$

$$\text{Diện tích của tam giác OAB là } S = \frac{1}{2}BH.OA = \frac{1}{2}.|2m|$$

Theo đề bài $S = 1$ nên ta có $\frac{1}{2}|2m| = 1$ suy ra $m = \pm 1$. Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm. Chọn **A**.

Câu 283: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có tập nghiệm $(-\infty; 0]$:

$$m2^{x+1} + (2m+1)(3-\sqrt{5})^x + (3+\sqrt{5})^x < 0.$$

A. $m \leq -\frac{1}{2}$.

B. $m \leq \frac{1}{2}$.

C. $m < \frac{1}{2}$.

D. $m < -\frac{1}{2}$.

Giải:

BPT đã cho tương đương:

$$2m + (2m+1)\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x + \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x < 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x > 0$ ta được:

$$2m + (2m+1)\frac{1}{t} + t < 0 \Leftrightarrow f(t) = t^2 + 2mt + 2m + 1 < 0 \quad (2)$$

BPT (1) nghiệm đúng $\forall x \leq 0$, nên BPT (2) có nghiệm $0 < t \leq 1$, suy ra phương trình $f(t)=0$ có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa.

$$t_1 \leq 0 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \leq 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 \leq 0 \\ 4m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -0,5 \\ m < -0,5 \end{cases}$$

Vậy $m < -\frac{1}{2}$ thỏa mãn. Chọn **D**.

Câu 284: Cho hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = mx - m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân

biệt M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ đạt giá trị nhỏ nhất với $A(-1;1)$.

A. $m = -1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d)

$$\frac{x}{1-x} = mx - m - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ mx^2 - 2mx + m + 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(d) cắt (C) tại hai điểm pb $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm pb khác 1 $\Leftrightarrow m < 0$

Gọi I là trung điểm của MN $\Rightarrow I(1; -1)$ cố định.

Ta có: $AM^2 + AN^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MN$ nhỏ nhất

$$MN^2 = (x_2 - x_1)^2 (1+m)^2 = -4m - \frac{4}{m} \geq 8. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } m = -1$$

Vậy $\min(AM^2 + AN^2) = 20$ khi $m = -1$. chọn **A**.

ĐỀ SỐ 4

Câu 285: Hai điểm M, N thuộc hai nhánh của đồ thị $y = \frac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng?

- A. 8. B. 4. C. $x_M < 3$ D. $8\sqrt{2}$.

Giải:

Giả sử $x_M < 3, x_N > 3$, khi đó $M\left(3-m; 3-\frac{8}{m}\right), N\left(3+n; 3+\frac{8}{n}\right)$ với $m, n > 0$

$$MN^2 = (m+n)^2 + \left(\frac{8}{m} + \frac{8}{n}\right)^2 \geq (2\sqrt{mn})^2 + 64\left(2\sqrt{\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n}}\right)^2 = 4\left(mn + \frac{64}{mn}\right) \geq 64$$

$\Rightarrow MN \geq 8$. Kết luận MN ngắn nhất bằng 8. Chọn A.

Câu 286: Để hàm số $y = x^2(m-x) - m$ đồng biến trên khoảng (1; 2) thì giá trị của m phải là:

- A. $m \geq 2$. B. $m \geq 3$. C. $2 \leq m \leq 3$. D. Với mọi m.

Giải:

$$\text{Vì } y' = -3x^2 + 2mx = -x(3x-m); y' = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{m}{3}$$

Vì hệ số a < 0 nên $x_1 = 0 < 1 < 2 \leq \frac{2m}{3} = x_2 \Leftrightarrow m \geq 3$. Chọn B.

Câu 287: Hàm số $y = (x^2 - 2x + m + 1)^n$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi:

- A. $m < -1$ hoặc $m > 0$. B. $m = 0$. C. $m > 0$. D. $0 < m < 3$.

Giải:

ĐK:

$$x^2 - 2x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - (m+1) < 0 \Leftrightarrow m > 0.$$

Chọn C.

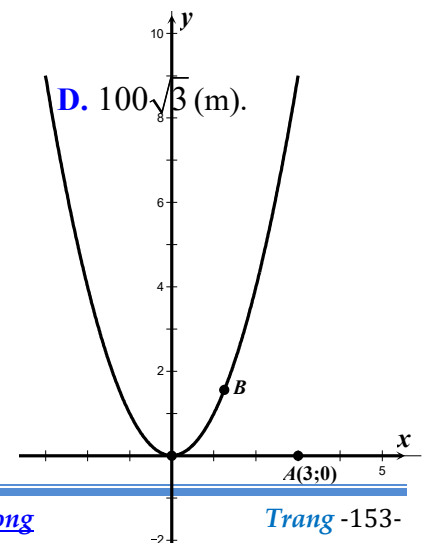
Câu 288: Trên sân bay có một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300(m) về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

- A. 300(m). B. $100\sqrt{5}$ (m). C. 200(m). D. $100\sqrt{3}$ (m).

Giải:

Xét hệ trục Oxy với gốc tọa độ O là vị trí máy bay rời mặt đất, trục Ox trùng với đường thẳng d và chiều dương hướng sang phải, trục Oy vuông góc với mặt đất.

Gọi $B(t; t^2)$ ($t \geq 0$). Là tọa độ của máy bay trong hệ Oxy. Tọa độ của người A là $A(3; 0)$.



Khoảng cách từ người A đến máy bay B bằng $d = \sqrt{(3-t)^2 + t^4}$.

Suy ra $d^2 = t^4 + t^2 - 6t + 9 = f(t)$

$$f'(t) = 4t^3 + 2t - 6.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Lập BBT, ta thấy $d^2 = f(t)$ đạt GTNN bằng 5 khi $t=1$.

Vậy khoảng cách nhỏ nhất là $100\sqrt{5}(m)$.

Chọn **B**.

Câu 289: Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) đi qua điểm $A(-5;5)$. Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác OAMN là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

A. $m = 0$. **B.** $m = 0; m = 2$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -2$.

Giải:

Do các điểm O và A thuộc đường thẳng $\Delta: y = -x$ nên để OAMN là hình bình hành thì $MN = OA = 5\sqrt{2}$.

Hoành độ của M và N là nghiệm của phương trình:

$$\frac{2x-4}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 = (3-m)x - (m+4) = 0, \quad (x \neq -1), \quad (1).$$

Vì $\Delta = m^2 - 2m + 25 > 0, \forall m$, nên (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt, d luôn cắt (C) tại hai điểm pb.

Giả sử $x_1; x_2$ là nghiệm của (1) ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 3 \\ x_1 x_2 = -(m + 4) \end{cases}$$

Gọi $M(x_1; -x_1 + m), N(x_2; -x_2 + m)$

$$\Rightarrow MN^2 = 2(x_1 - x_2)^2 = 2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 2m^2 - 4m + 50$$

$$MN = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 50 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

+ $m = 0$ thì O, A, M, N thẳng hàng nên không thỏa mãn.

+ $m = 2$ thỏa mãn.

Chọn **C**.

Câu 290: Một máy tính được lập trình để vẽ một chuỗi các hình chữ nhật ở góc phần tư thứ nhất của trục tọa độ Oxy, nội tiếp dưới đường cong $y = e^x$. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể được vẽ bằng cách lập trình trên.

A. 0,3679 (đvdt). **B.** 0,3976 (đvdt). **C.** 0,1353 (đvdt). **D.** 0,5313 (đvdt).

Giải:

Diện tích hình chữ nhật tại điểm x là

$$S = xe^{-x}$$

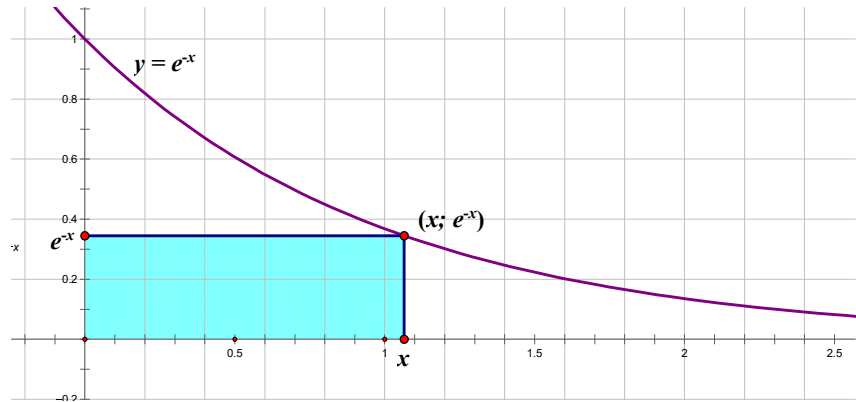
$$S'(x) = e^{-x}(1-x)$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$S_{\max} = e^{-1} \approx 0,3679 \text{ khi } x = 1.$$

Chọn **A.**

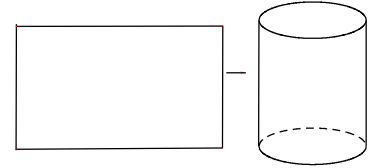


Câu 291: Bạn An là một học sinh lớp 12, bố

bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:

Bằng kiến thức đã học em hãy giúp bố bạn chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là:

A. 35cm; 25cm. **B.** 40cm; 20cm. **C.** 50cm; 10cm. **D.** 30cm; 30cm.



Giải:

Gọi một chiều dài là x (cm), ($0 < x < 60$). Khi đó chiều dài còn lại là $60 - x$ (cm), giả sử quấn

cạnh có chiều dài là x lại thì bán kính đáy là $r = \frac{x}{2\pi}$; $h = 60 - x$. Ta có:

$$V = \pi r^2 h = \frac{-x^3 + 60x^2}{4\pi}$$

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$

$$f'(x) = -3x^2 + 120x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 40 \end{cases}$$

Lập BBT ta thấy $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$ lớn nhất khi $x = 40$.

Khi đó chiều dài là 40cm; chiều rộng là 20cm. chọn **B.**

Câu 292: Cho hàm số $y = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả những điểm trên đồ thị (C) sao cho hệ số

góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại những điểm đó là giá trị lớn nhất của hàm số: $g(x) = \frac{4x^2 + 3}{x^4 + 1}$

A. $\left(\frac{1}{2}; 0\right).$

B. $\left(-1; -\frac{3}{2}\right); \left(\frac{4}{3}; \frac{40}{27}\right).$

C. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1+\sqrt{2}}{4}\right); \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{-1+\sqrt{2}}{4}\right).$

D. $\left(\frac{1}{2}; 0\right); (-2; -10).$

Giải:

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $g(x) = \frac{4x^2 + 3}{x^4 + 1}.$

+ Đặt $t = x^2$, với $t \geq 0$. Ta có hàm số: $g(t) = \frac{4t+3}{t^2+1}$

$$+ g'(t) = \frac{-4t^2 - 6t + 4}{(t^2 + 1)^2}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -2; t = \frac{1}{2}$$

Ta lại có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(t) = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(t) = 0$. BBT

t	$-\infty$		-2		0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$g(t)$	0		-1		3	4	0

+ vậy GTLN của hàm số $g(x) = 4$, đạt được khi $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

*Tìm các điểm thuộc đồ thị (C)

+ Ta có: $y' = 3x^2 - x$. Giả sử điểm $M_0(x_0; f(x_0)) \in (C)$, thì hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại M_0 là $f'(x_0) = 3x_0^2 - x_0$

+ Vậy $3x_0^2 - x_0 = 4$, suy ra $x_0 = -1; x_0 = \frac{4}{3}$, tung độ tương ứng $f(-1) = -\frac{3}{2}; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{40}{27}$

+ Có hai điểm thỏa mãn giả thiết $\left(-1; -\frac{3}{2}\right); \left(\frac{4}{3}; \frac{40}{27}\right)$.

Chọn **B**.

Câu 293: cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Định m để đồ thị hàm số trên có ba điểm cực trị tạo thành tam giác nhận gốc tọa độ làm trực tâm.

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx$, với $m > 0$ thì đồ thị hàm số có ba cực trị là:

$$A(0; 1-m), B(\sqrt{m}; 1-m-m^2), C(-\sqrt{m}; 1-m-m^2)$$

$$\text{Theo đề bài: } \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \\ m = 1 \end{cases} \text{ Chọn } \mathbf{C}.$$

Câu 294: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C = c \frac{\sin \alpha}{l^2}$ (α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn, c là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l là khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện). Khoảng cách Nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là:

A. 1m.

B. 1,2m.

C. 1,5m.

D. 2m.

Giải:

Gọi: h là độ cao của bóng điện so với mặt bàn ($h > 0$).

D là bóng điện;

I là hình chiếu của D lên mặt bàn.

MN là đường kính của mặt bàn.

(như hình vẽ).

Ta có: $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ và $h^2 = l^2 - 2$,

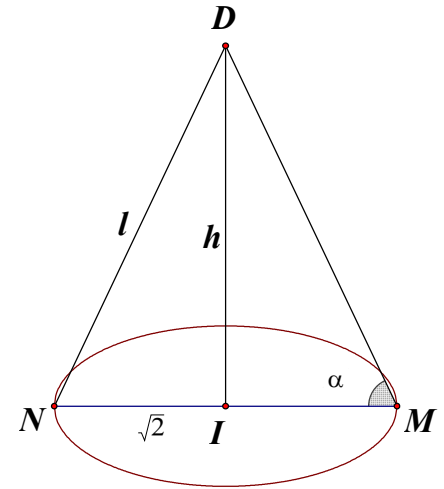
suy ra cường độ sáng: $C(l) = c \frac{\sqrt{l^2 - 2}}{l^3}$ ($l > \sqrt{2}$).

$$C'(l) = c \cdot \frac{6 - l^2}{l^4 \cdot \sqrt{l^2 - 2}} > 0, \quad (\forall l > \sqrt{2})$$

$$C'(l) = 0 \Leftrightarrow l = \sqrt{6}, \quad (l > \sqrt{2})$$

Lập BBT ta thu được kết quả C lớn nhất khi $l = \sqrt{6}$, khi đó $h = 2$.

Chọn **D**.



Câu 295:

Cho x và y là hai số thực dương thay đổi sao cho: $x^2 - 2x + 4y^2 = 0$. Giá trị lớn nhất của tích xy gần nhất với số nào?

A. 0,5.

B. 0,6.

C. 0,7.

D. 0,8.

Giải:

Ta có: $x^2 - 2x + 4y^2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \sqrt{2x - x^2}$ (do $y > 0$), suy ra: $xy = \frac{1}{2} x \sqrt{2x - x^2}$

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{2x - x^2}$ xác định trên $(0; 2)$;

$$g'(x) = \frac{\sqrt{6x^2 - 4x^3}}{4\sqrt{2x^3 - x^4}}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Vậy $g(x)$ cũng là xy đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{3}{2}$ và

$$\text{GTLN của } xy \text{ là } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \approx 0,64$$

Chọn **B**.

Câu 296: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm này tạo thành một tam giác đều:

A. $2 - \sqrt[3]{3}$

B. $2 - \sqrt{3}$

C. $3 - \sqrt{2}$

D. $3 - \sqrt[3]{2}$

Giải:

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4(m-2)x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 - m \end{cases}$$

Hàm số có CĐ, CT $\Leftrightarrow$ Pt $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm pb $\Leftrightarrow m < 2$ (*)

Khi đó tọa độ các điểm cực trị là:

$$A(0; m^2 - 5m + 5), B(\sqrt{2-m}; 1-m), C(-\sqrt{2-m}; 1-m)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (\sqrt{2-m}; -m^2 + 4m - 4), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{2-m}; -m^2 + 4m - 4)$$

Do $\triangle ABC$ cân tại A, nên bài thỏa mãn khi $\hat{A} = 60^\circ \Leftrightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} - \sqrt[3]{3}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 297: Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

A. $m > -3$.

B. $m < -3$.

C. $m > 3$.

D. $m < 3$.

Giải:

Số giao điểm của đồ thị (C_m) với Ox là số nghiệm của phương trình: $x^3 + mx + 2 = 0$

TH1: $m = 0$ luôn có 1 nghiệm.

TH2: $m \neq 0$

$$m = -x^2 - \frac{2}{x} = f(x) \quad (*)$$

$$f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2(x^3 - 1)}{x^2},$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

BBT

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		0	-
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-3	$-\infty$

Số nghiệm phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $f(x)$ và đường thẳng $y = m$

Dựa vào BBT ta thấy $m > -3$ thì phương trình (*) có 1 nghiệm duy nhất.

Chọn A.

Câu 298: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2 \sin^2 x}{\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}}$ là:

A. 0.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Giải:

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R}, \text{ Ta có: } f(x) = \frac{2 \sin^2 x}{\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}} = \frac{2 \sin^2 x}{1 - \frac{1}{2} \sin^2 x} = \frac{4 \sin^2 x}{2 - \sin^2 x}$$

Đặt $\sin^2 x = t, (t \in [0;1])$, hàm số trở thành $g(t) = \frac{4t}{-t+2}$ với $t \in [0;1]$,

Ta có: $g'(t) = \frac{8}{(-t+2)^2} > 0, \forall t \in [0;1]$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;1]$, vậy $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \max_{t \in [0;1]} g(t) = g(1) = 4$.

Xảy ra khi $t = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Chọn **B**.

Câu 299: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát điện (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000USD. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí ít nhất.

A. 40km.

B. 45km.

C. 55km.

D. 60km.

Giải:

Gọi $BG = x (0 < x < 100) \Rightarrow AG = 100 - x$.

Ta có:

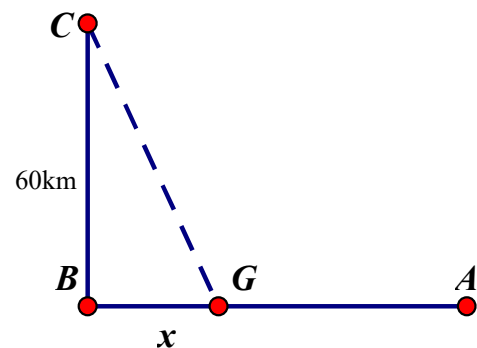
$$GC = \sqrt{BC^2 + BG^2} = \sqrt{x^2 + 3600}.$$

Chi phí mắc dây điện theo giả thiết là:

$$f(x) = 3000 \cdot (100 - x) + 5000 \cdot \sqrt{x^2 + 3600}$$

Khảo sát hàm ta được $x = 45$.

Chọn **B**.



Câu 300: Chọn A

Ta xét $x = 0$ ta được $f^2(1) = -f^3(1) \Rightarrow f^2(1)(f(1) + 1) = 0 \Rightarrow f(1) = 0 \vee f(1) = -1$.

Lại có $4f(1+2x)f'(1+2x) = 1 + 3f^2(1-x)f'(1-x)$ thay $x = 0$ ta có

$$4f(1)f'(1) = 1 + 3f^2(1)f'(1).$$

Trường hợp 1: Nếu $f(1) = 0$ thay vào ta thấy $0 = 1$ vô lý.

Trường hợp 2: Nếu $f(1) = -1$ thì thay vào $-4f'(1) = 1 + 3f'(1) \Rightarrow f'(1) = -\frac{1}{7}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -\frac{1}{7}(x-1) - 1 = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

Câu 301: Chọn A

Ta có: $x_k = a \Rightarrow$ Tiếp tuyến tại A_k có phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = 2a^3 - 3a^2 + 1 + (6a^2 - 6a)(x - a) \Leftrightarrow (x - a)^2(2x + 4a - 3) = 0 \Leftrightarrow x_{k+1} = -2x_k + \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = -2x_n + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x_n = \alpha \cdot (-2)^n + \beta. \text{ Xét } \begin{cases} x_1 = -2\alpha + \beta = 1 \\ x_2 = 4\alpha + \beta = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{4} \\ \beta = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } x_n = -\frac{1}{4} \cdot (-2)^n + \frac{1}{2} > 5^{100}. \text{ Chọn } n = 2k + 1 \Rightarrow -\frac{1}{4} \cdot 4^k \cdot (-2) + \frac{1}{2} > 5^{100} \Leftrightarrow 4^k + 1 > 2 \cdot 5^{100}$$

$$\Leftrightarrow 4^k > 2.5^{100} - 1 \Leftrightarrow k > \log_4 (2.5^{100} - 1) \Rightarrow \text{Chọn } k = 117 \Rightarrow \boxed{n = 235}.$$

Câu 302: Chọn A

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ và } x = \frac{2}{3a}. \text{ Từ đây ta có tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là } A(0; b) \text{ và } B\left(\frac{2}{3a}; b - \frac{4}{27a^2}\right). \text{ Để có ít nhất 2 giao điểm với trục hoành thì } y_A \cdot y_B \leq 0 \Leftrightarrow b\left(b - \frac{4}{27a^2}\right) \leq 0 \\ \Leftrightarrow (27a^2b - 4)b \leq 0 \Leftrightarrow a^2b \leq \frac{4}{27} \text{ (Vì } b > 0).$$

Câu 303: Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 2xf'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0; \begin{cases} x^2 - 2 < -2 \\ 0 < x^2 - 2 < 2 \end{cases} \\ x < 0; \begin{cases} x^2 - 2 > 2 \\ -2 < x^2 - 2 < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} < x < 2 \\ x < -4 \\ -\sqrt{2} < x < 0 \end{cases}.$$

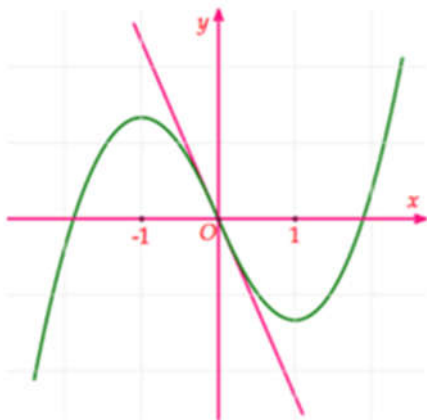
Do vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -4)$, $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-4; -\sqrt{2})$, $(0; \sqrt{2})$, $(2; +\infty)$.

Câu 304: Chọn B

(Học sinh tự vẽ hình tưởng tượng) Hàm số $y = |x|^3 - (2m+1)x^2 + 3m|x| - 5$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + 3mx - 5$ có hai điểm cực trị **không âm**.

$$\text{Vậy phương trình } 3x^2 - 2(2m+1)x + 3m = 0 \text{ khi: } \begin{cases} \Delta' = 4m^2 - 5m + 1 > 0 \\ S = \frac{2(2m+1)}{3} > 0; P = m \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m < \frac{1}{4} \\ m > 1 \end{cases}.$$

Câu 305: Chọn A



Dựa vào đồ thị hàm số trên ta thấy rằng $x = 0$ chính là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ và là điểm cực trị của hàm số $y = f'(x)$. Mặt khác hàm số $y = f'(x)$ có dạng hàm số bậc 2 với hệ số bậc cao nhất dương. Khi đó giá trị nhỏ nhất này chính là $f'(0)$ đồng thời là hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy tiếp tuyến có dạng $y = ax$ và đi qua điểm có tọa độ xấp xỉ $(1; -2, 2)$ cho nên ta suy ra $\boxed{-2, 2 = a = f'(0) = m}.$

Câu 306: Chọn B

Ta đặt $g(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow \boxed{\max_{[-1;3]} g(x) = 20; \min_{[-1;3]} g(x) = 0}$ khi đó $f(x) = m + g(x)$.

Ta có: $f(a) + f(b) > f(c) \quad \forall a, b, c \in [-1; 3] \Rightarrow m > g(c) - (g(a) + g(b)) \quad \forall a, b, c \in [-1; 3]$
 $\Rightarrow m > \max_{[-1;3]} g(x) - 2 \min_{[-1;3]} g(x) \Rightarrow \boxed{m > 20}$.

Và

$f^2(a) + f^2(b) > f^2(c) \quad \forall a, b, c \in [-1; 3] \Rightarrow (m + g(a))^2 + (m + g(b))^2 > (m + g(c))^2 \quad \forall a, b, c \in [-1; 3]$

$\Rightarrow m^2 + 2(g(a) + g(b) - g(c))m + g^2(a) + g^2(b) - g^2(c) > 0 \quad \forall a, b, c \in [-1; 3]$

$\Rightarrow (m + g(a) + g(b) - g(c))^2 - 2g(a)g(b) + 2g(a)g(c) + 2g(b)g(c) - 2g^2(c) > 0 \quad \forall a, b, c \in [-1; 3]$

$\Rightarrow (m + g(a) + g(b) - g(c))^2 > 2(g(a) - g(c))(g(b) - g(c)) \quad \forall a, b, c \in [-1; 3]$

$\Rightarrow (m + g(a) + g(b) - g(c))^2 > 2\left(\max_{[-1;3]} g(x) - \min_{[-1;3]} g(x)\right)^2 \quad \forall a, b, c \in [-1; 3]$

$m > \max_{[-1;3]} g(x) + 20\sqrt{2} - 2 \min_{[-1;3]} g(x) \Rightarrow \boxed{m \geq 49}$.

Câu 307: Chọn D

Để dàng suy ra được $a > 0, b < 0$ và $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Vì $y' = 4ax^3 + 2bx \Rightarrow y'(-1) = 0$ khi $b = -2a$. Vậy $y = ax^4 - 2ax^2 + c$.

Do đó $\min_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(x) = f(1) = c - a$.

Câu 308: Chọn B

Ta có: $y' = 2x \cdot f'(x^2) = 2x^5(x^2 + 1)(x^4 + 2mx^2 + 4)$.

Do đó $y' = 0$ khi $\begin{cases} x = 0 \\ x^4 + 2mx^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ m = -x^2 - \frac{2}{x^2} \end{cases}$. Khảo sát bảng biến thiên ta kết luận

$m \geq -2$.

Câu 309: Chọn B

Ta có $y = \frac{x^2 + 3}{x}$. Thay vào ta có $P = 5x - \frac{9}{x} = f(x)$ với $x \in \left[1; \frac{9}{5}\right]$

Khi đó $\max P + \min P = 0$.

Câu 310: Chọn D

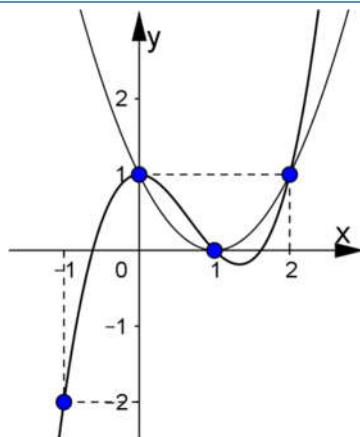
Ta có $f'(x) + \frac{1}{x(x+1)} \cdot f(x) = 1 \Rightarrow \frac{x}{x+1} \cdot f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \cdot f(x) = \frac{x}{x+1}$

$\Rightarrow \left[f(x) \cdot \frac{x}{x+1} \right]' = \frac{x}{x+1} \Rightarrow f(x) \cdot \frac{x}{x+1} = x - \ln|x+1| + C$

Ta có $f(1) \cdot \frac{1}{2} = 1 - \ln 2 + C \Rightarrow C = -1$. Khi đó $f(2) \cdot \frac{2}{3} = 2 - \ln 3 - 1 = 1 - \ln 3$

$\Leftrightarrow f(2) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \ln 3$ do đó $a^2 + b^2 = \frac{9}{2}$.

Câu 311: Chọn A

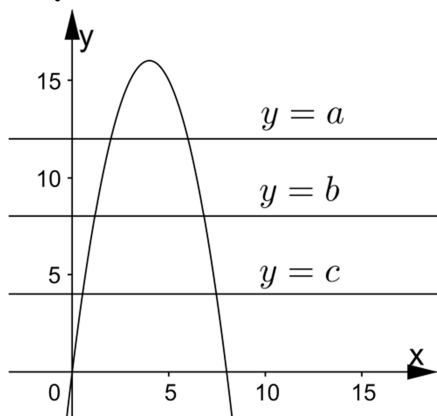


Ta có $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $g'(x) = f'(x) - (x-1)^2$ do đó số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f'(x)$ và $y = (x-1)^2$; $g'(x) > 0$ khi đồ thị $y = f'(x)$ nằm trên $y = (x-1)^2$ và ngược lại.

Từ đồ thị suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$ nhưng $g'(x)$ chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 1$. Do

đó hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 312: Chọn B



Ta có công thức tính nhanh: “Nếu hai đồ thị cắt nhau có phương trình hoành độ giao điểm

$ax^2 + bx + c = 0$ khi đó diện tích hình phẳng giữa hai đồ thị đó là $S = \frac{(\sqrt{\Delta})^3}{6a^2}$ với $\Delta = b^2 - 4ac$ ”.

Do đó xét $8x - x^2 = a \Leftrightarrow x^2 - 8x + a = 0$ nên $S_a = \frac{4(\sqrt{16-a})^3}{3}$.

Tương tự ta có: $S_b = \frac{4(\sqrt{16-b})^3}{3}$; $S_c = \frac{4(\sqrt{16-c})^3}{3}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = 8x - x^2$ và trục hoành là $S_0 = \frac{4}{3}(64)$.

Mặt khác vì $S_0 = \frac{4}{3}(64) = 4S_a \Rightarrow S_a = \frac{64}{3} = \frac{4(\sqrt{16-a})^3}{3} \Rightarrow (16-a)^3 = 256$.

Có: $S_b = 2S_a = \frac{128}{3} = \frac{4(\sqrt{16-b})^3}{3} \Rightarrow (16-b)^3 = 1024$

$$\text{và } S_c = 3S_a = 64 = \frac{4(\sqrt{16-c})^3}{3} \Rightarrow (16-c)^3 = 2304$$

$$\text{Như vậy: } (16-a)^3 + (16-b)^3 + (16-c)^3 = 3584$$

Câu 313: Chọn D

Ta chú ý rằng điểm cực trị của hàm số có $x=0$ cho nên nếu như $\min_{(-\infty;0)} f(x) = f(-1)$ chứng tỏ rằng $x=\pm 1$ là các điểm cực tiểu của hàm số cho nên $f(x) = a(x^4 - 2x^2) + c$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng $\boxed{f(1) = c - a}$.

Câu 314: Chọn C

$$\text{Ta có: } T = \frac{1}{(x_1-1)(x_1-3)} + \frac{1}{(x_2-1)(x_2-3)} + \frac{1}{(x_3-1)(x_3-3)}$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{x_1-3} + \frac{1}{x_2-3} + \frac{1}{x_3-3} \right) - \left(\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} + \frac{1}{x_3-1} \right) \right] \text{ vì } \frac{1}{(x-1)(x-3)} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1}.$$

Vì x_1, x_2, x_3 là 3 nghiệm của phương trình $P(x) = 0 \Rightarrow P(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$.

$$\text{Suy ra } P'(x) = (x-x_1)(x-x_2) + (x-x_2)(x-x_3) + (x-x_3)(x-x_1)$$

$$\Rightarrow \frac{P'(x)}{P(x)} = \frac{(x-x_1)(x-x_2) + (x-x_3) + (x-x_3)(x-x_1)}{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)} = \frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} (*)$$

$$\text{Thay } x=1, x=3 \text{ vào biểu thức } (*), \text{ ta được } T = \frac{1}{2} \left[\frac{P'(1)}{P(1)} - \frac{P'(3)}{P(3)} \right].$$

Câu 315: Chọn A

Nếu $m \geq 1$ thì $y = x^2 + 2x + m$ có GTNN là $m-1 = -1 \Leftrightarrow m=0$ (loại).

$$\text{Nếu } m < 1 \text{ thì } y = \begin{cases} x^2 + 2x + m \\ -x^2 + 6x - m \end{cases} \text{ nên } \min y = \min \left\{ f(-1); f(1+\sqrt{1-m}); f(1-\sqrt{1-m}) \right\}$$

$$\Rightarrow \min y = \min \left\{ |m+3| - 4; 4(1+\sqrt{1-m}); 4(1-\sqrt{1-m}) \right\}$$

$$\Rightarrow \min y = \min \left\{ |m+3| - 4; 4(1-\sqrt{1-m}) \right\}$$

$$\text{Trường hợp 1: } \min y = |m+3| - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-7 \end{cases}$$

Vì $m < 1$ nên $m = -7$ khi đó $4(1-\sqrt{1-m}) < 0$ nên trường hợp này không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $\min y = 4(1-\sqrt{1-m}) = 0 \Leftrightarrow m=0$ khi đó $|m+3| - 4 = -1 < 0$ nên trường hợp này không thỏa mãn.

Kết luận: không tồn tại m thỏa mãn.

Câu 316: Chọn A

Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất tại điểm uốn.

$$\text{Mặt khác } y' = 3((x+a)^2 + (x+b)^2 + (x+c)^2) \Rightarrow y'' = 6(3x+a+b+c)$$

$$\text{Do đó } y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{a+b+c}{3} = -1 \Leftrightarrow a+b+c = 3.$$

Giao điểm với trục tung có tung độ $y = a^3 + b^3 + c^3$

$$\text{Vì } a(a^2 - 9) + b(b^2 - 9) + c(c^2 - 9) \leq 0 \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 \leq 9(a + b + c)$$

Vậy tung độ giao điểm của đồ thị hàm số và Oy là $a = 3; b = c = 0$ và các hoán vị.

Câu 317: Chọn B

Đường thẳng qua hai điểm cực trị $y = (2 - 2m^2)x + m + 1 = px + q$

Điều kiện có hai điểm cực trị là $m^2 > 1$. Gọi hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(x_1; px_1 + q)$

$$\text{và } B(x_2; px_2 + q) \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot |x_1(px_2 + q) - x_2(px_1 + q)| \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot |q| \cdot |x_1 - x_2|$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot |m + 1| \cdot \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot |m + 1| \cdot \sqrt{4m^2 - 4}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = |m + 1| \cdot \sqrt{m^2 - 1} = 8\sqrt{2} \Rightarrow (m^2 + 2m + 1)(m^2 - 1) = 128$$

$$\Rightarrow (m - 3)(m^3 + 5m^2 + 15m + 43) = 0 \Rightarrow m = 3.$$

Câu 318: Chọn A

$$\text{Ta có } \min_{[-1;2]} y = \min \left\{ f(-1), f(2), f\left(-\frac{m}{2}\right) \right\} = \min \left\{ |2 - m|; |5 + 2m|; \left| \frac{m^2}{4} - 1 \right| \right\}$$

Trường hợp 1: $|2 - m| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$. Tuy nhiên khi thay vào kiểm tra ta thấy chỉ có $m = 3$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $|5 + 2m| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -3 \end{cases}$. Khi thay vào kiểm tra ta thấy chỉ có $m = -3$ thỏa mãn.

Trường hợp 3: $\left| \frac{m^2}{4} - 1 \right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2\sqrt{2} \\ m = 0 \end{cases}$. Tuy nhiên khi thay vào kiểm tra ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Câu 319: Chọn B

Giả sử M và N là hai giao điểm với đường tiệm cận. Khi đó $IM = 2|x_A + 1|; IN = \frac{8}{|x_A + 1|}$

$$\text{Khi đó } C_{\Delta IMN} = IM + IN + \sqrt{IM^2 + IN^2} \geq 2\sqrt{IM \cdot IN} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{IM \cdot IN}$$

$$\Rightarrow C_{\Delta IMN} \geq 8 + 4\sqrt{2}. \text{ Vậy } r_{\Delta IMN} = \frac{s}{p} = \frac{8}{4 + 2\sqrt{2}} = 4 - 2\sqrt{2}.$$