

SBÀI 5.

KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ VẼ ĐỒ THỊ

A. LÝ THUYẾT.

1. Khảo sát hàm số:

Để khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta tiến hành các bước sau:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Sự biến thiên

➤ Chiều biến thiên.

☞ Tính y' .

☞ Tìm các nghiệm của phương trình $y' = 0$ và các điểm tại đó y' không xác định.

☞ Xét dấu y' và suy ra các khoảng biến thiên của hàm số.

➤ Tìm cực trị (nếu có).

➤ Tìm các giới vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ và tại các điểm mà hàm số không xác định.

➤ Tìm các đường tiệm cận của hàm số (nếu có).

➤ Lập bảng biến thiên.

Bước 3. Đồ thị.

➤ Liệt kê các điểm đặc biệt (điểm cực đại, điểm cực tiểu, tâm đối xứng,...)

➤ Xác định giao điểm của (C) với Ox, Oy (nếu có).

➤ Vẽ đồ thị.

2. Một số hàm cơ bản

HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

1. Phương pháp

a). Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

b). Sự biến thiên

➤ Đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, $\Delta' = b^2 - 3ac$

☞ $\Delta' > 0$: Hàm số có 2 cực trị.

☞ $\Delta' \leq 0$: Hàm số luôn tăng hoặc luôn giảm trên $\mathbb{R}$.

➤ Đạo hàm cấp 2: $y'' = 6ax + 2b$,

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

☞ $x = -\frac{b}{3a}$ là hoành độ điểm uốn, đồ thị nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

➤ Giới hạn:

☞ Nếu $a > 0$ thì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

☞ Nếu $a < 0$ thì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$

c). Bảng biến thiên và đồ thị:

☞ Trường hợp $a > 0$:

⊕ $\Delta' = b^2 - 3ac > 0$: Hàm số có 2 cực trị

⊕ $\Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$: Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$.

☞ Trường hợp $a < 0$:

⊕ $\Delta' = b^2 - 3ac > 0$: Hàm số có 2 cực trị.

⊕ $\Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$: Hàm số luôn giảm trên $\mathbb{R}$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số:

a). $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. b). $y = -x^3 + 3x^2$. c). $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x$.

[illegible]

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C)

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số;
- 2). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $A(3;1)$.

Lời giải.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$, trong đó m là tham số

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho với $m = 0$;
- 2). Với giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận Biết

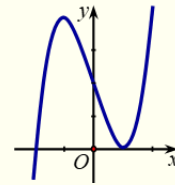
Câu 1. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = x^2 - 3x + 2$.

B. $y = x^4 - x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.



Lời giải

Câu 2. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 3x$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+	0	+	
y	$-\infty$		1		$+\infty$

Lời giải

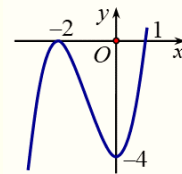
Câu 3. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.



Lời giải

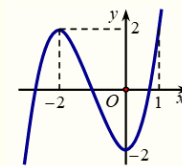
Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = 2x^3 + 6x^2 - 2$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



Lời giải

Mức độ 2. Thông Hiểu

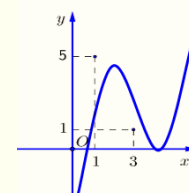
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



Lời giải

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.

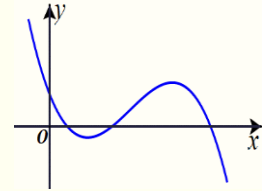
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$



Lời giải

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các hằng số thực và $a \neq 0$) như hình vẽ.

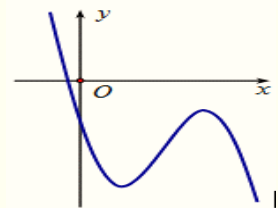
Khẳng định nào đúng

A. $b > 0, c > 0.$

B. $b > 0, c < 0.$

C. $b < 0, c > 0.$

D. $b < 0, c < 0.$



Lời giải

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ

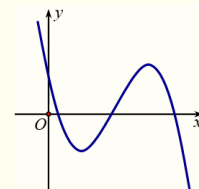
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

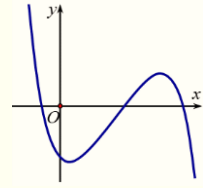
D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$



Lời giải

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

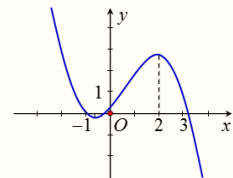
- A. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$. B. $a < 0; b > 0; c > 0; d < 0$.
C. $a < 0; b < 0; c > 0; d < 0$. D. $a < 0; b < 0; c < 0; d < 0$.



Lời giải

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ sau (đồ thị không đi qua gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng.

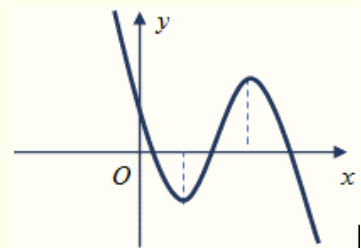
- A. $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$. B. $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$.
C. $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0$. D. $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$.



Lời giải

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

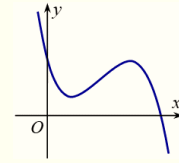
- A. $a > 0; b < 0; c < 0; d > 0; b^2 > 3ac$.
B. $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0; b^2 > 3ac$.
C. $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0; b^2 > 3ac$.
D. $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0; b^2 > 3ac$.



Lời giải

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

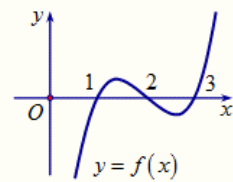
- A. $a > 0, c > 0, d > 0.$ B. $a < 0, c > 0, d > 0.$
C. $a < 0, c < 0, d < 0.$ D. $a < 0, c < 0, d > 0.$



Lời giải

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(1,5) < 0 < f(2,5).$ B. $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0.$
C. $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0.$ D. $f(1,5) > 0 > f(2,5).$

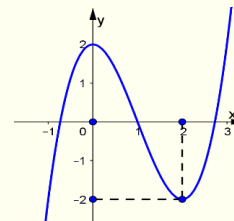


Lời giải

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

Tính tổng $S = a + b + c + d$.

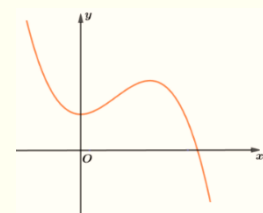
- A. $S = 0.$ B. $S = 6.$
C. $S = -4.$ D. $S = 2.$



Lời giải

Câu 15. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

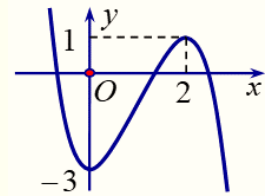
- A. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$ B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$ D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$



Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 16. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$ như hình vẽ. Tỉ số $\frac{b}{a}$ bằng



- A. -1 . B. 1 . C. -3 . D. 3 .

Lời giải

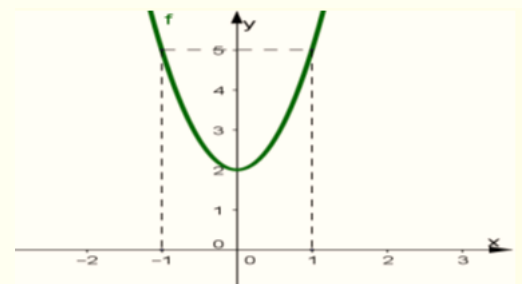
Câu 17. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình dưới

- A. Hàm số $y = -x^3 + 3x$ B. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.
C. Hàm số $y = x^3 - 3x$. D. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$	1	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Lời giải

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,
($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) đi qua
 $A(1; 4)$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ.
Giá trị $f(3) - 2f(1)$ là



- A. 30 . B. 24 . C. 26 . D. 27 .

Lời giải

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

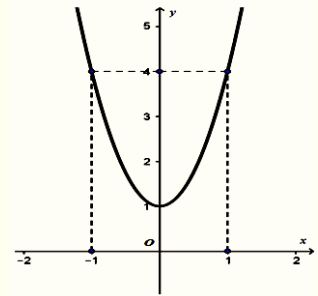
($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$?

A. $H = 45$.

B. $H = 64$.

C. $H = 51$.

D. $H = 58$.



Lời giải

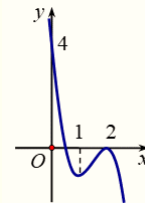
Câu 20. Cho hàm số $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $bcd = -144$.

B. $c^2 < b^2 + d^2$.

C. $b + c + d = 1$.

D. $b + d < c$.



Lời giải

HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

1. Phương pháp

a). TXĐ: $D = \mathbb{R}$

b). Sự biến thiên

✦ Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x^2 = -\frac{b}{2a}$.

☞ Nếu $ab \geq 0$ thì y có một cực trị $x_0 = 0$

☞ Nếu $ab < 0$ thì y có 3 cực trị $x_0 = 0$; $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{b}{2a}}$

➤ Đạo hàm cấp 2: $y'' = 12ax^2 + 2b$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{b}{6a}$

☞ Nếu $ab \geq 0$ thì đồ thị không có điểm uốn.

☞ Nếu $ab < 0$ thì đồ thị có 2 điểm uốn.

3). Bảng biến thiên và đồ thị:

☞ $a > 0, b < 0$: Hàm số có 3 cực trị.

x	$+\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	CT	CĐ	CT	$+\infty$

☞ $a < 0, b > 0$: Hàm số có 3 cực trị.

x	$+\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	CĐ	CT	CĐ	$-\infty$

☞ $a > 0, b \geq 0$: Hàm số có 1 cực trị.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	CT	$+\infty$

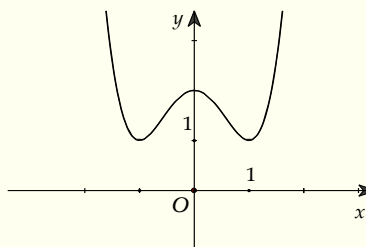
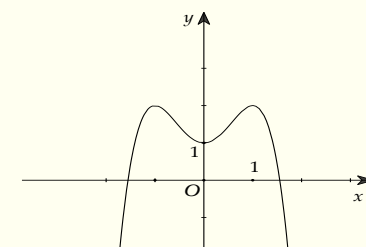
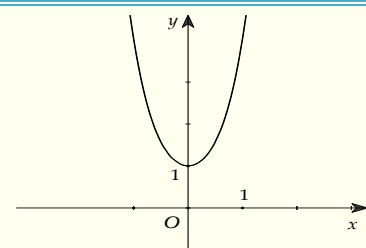
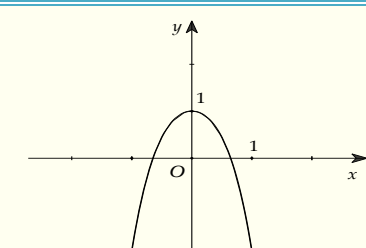
☞ $a < 0, b \leq 0$: Hàm số có 1 cực trị.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	CĐ	$-\infty$

4). Tính chất:

➤ Đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng khi phương trình: $aX^2 + bX + c = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt thỏa $X_1 = 9X_2$.

➤ Nếu đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân có đỉnh nằm trên Oy.

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có đồ thị (C).

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m=1$;
- 2). Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA=BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

Lời giải.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + m - 1$ (1) có đồ thị (C).

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 8$;
- 2). Xác định m sao cho đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

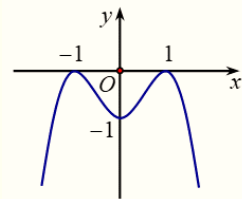
Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận Biết

Câu 21. Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

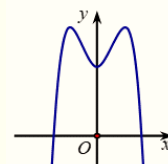
- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$ | B. $y = -x^4 + x^2 - 1.$ |
| C. $y = -x^4 + 3x^2 - 3.$ | D. $y = -x^4 + 3x^2 - 2.$ |



Lời giải

Câu 22. Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây.

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| A. $y = -x^2 + x - 4.$ | B. $y = x^4 - 3x^2 - 4.$ |
| C. $y = -x^3 + 2x^2 + 4.$ | D. $y = -x^4 + 3x^2 + 4.$ |



Lời giải

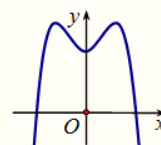
Câu 23. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.



Lời giải

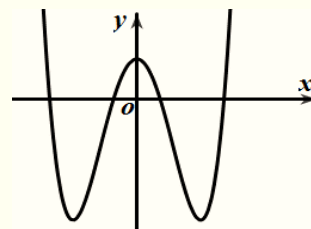
Câu 24. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.



Lời giải

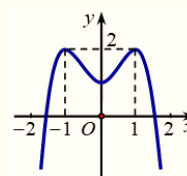
Câu 25. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -x^4 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.



Lời giải

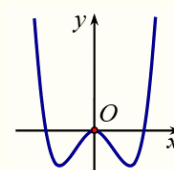
Câu 26. Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 + 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

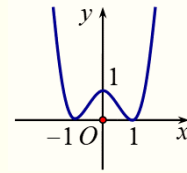


Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 27. Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

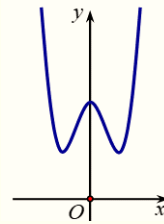
- A. $a > 0, b < 0, c = 1$.
B. $a > 0, b > 0, c = 1$.
C. $a < 0, b > 0, c = 1$.
D. $a > 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ (a, b, c là các hằng số thực; $a \neq 0$) có đồ thị (C) như sau:

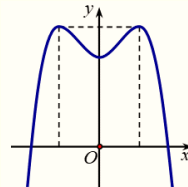
- Xác định dấu của $a + c$ và b
A. $a + c > 0$ và $b > 0$.
B. $a + c > 0$ và $b < 0$.
C. $a + c < 0$ và $b > 0$.
D. $a + c < 0$ và $b < 0$.



Lời giải

Câu 29. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

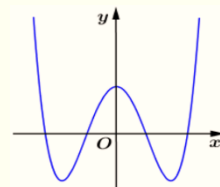
- A. $a < 0; b > 0; c > 0$.
B. $a < 0; b > 0; c < 0$.
C. $a > 0; b < 0; c < 0$.
D. $a < 0; b < 0; c < 0$.



Lời giải

Câu 30. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

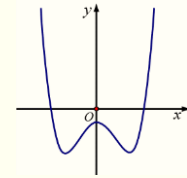
- A. $a > 0, b > 0, c > 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$.
D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Lời giải

Câu 31. Từ đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ (a khác 0) được cho dạng như hình vẽ, ta có

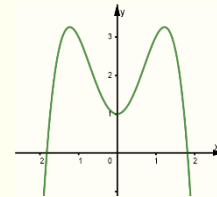
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

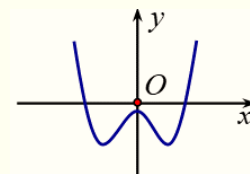
- A. $a < 0; b > 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c > 0$.
C. $a < 0; b < 0; c > 0$. D. $a < 0; b > 0; c < 0$.



Lời giải

Câu 33. Từ đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) được cho dạng như hình vẽ, ta có:

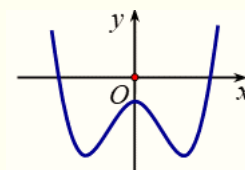
- A. $a > 0; b < 0; c > 0$. B. $a > 0; b > 0; c < 0$.
C. $a > 0; b < 0; c < 0$. D. $a < 0; b > 0; c < 0$.



Lời giải

Câu 34. Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

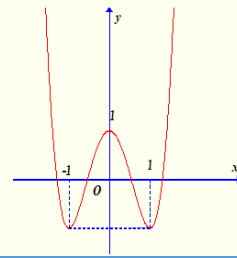
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.



Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 35. Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.
Tính giá trị $f(a+b+c)$.



- A. $f(a+b+c) = -2$. B. $f(a+b+c) = 2$.
C. $f(a+b+c) = -1$. D. $f(a+b+c) = 1$.

Lời giải

Câu 36. Cho bảng biến thiên sau và cho các hàm số:

- 1) $y = x^4 - 2x^2 - 3$. 2) $y = x^2 - 2|x| - 3$
3) $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. 4) $y = |x^2 - 1| - 4$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$			

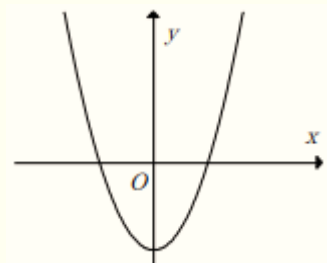
Arrows indicate the function values at the critical points: $y(-1) = -4$, $y(0) = -3$, $y(1) = -4$.

Số hàm số có bảng biến thiên trên là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Câu 37. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b \geq 0, c > 0$.
C. $a > 0, b \geq 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c \leq 0$.

Lời giải

HÀM SỐ NHẤT BIẾN $y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$

1. Phương pháp

a). TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

b). Sự biến thiên

✦ Đạo hàm: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$. Đặt $m = ad-bc$, ta có:

☞ Nếu $m > 0$ thì hàm số tăng trên từng khoảng xác định.

☞ Nếu $m < 0$ thì hàm số giảm trên từng khoảng xác định.

✦ Các đường tiệm cận: $x = -\frac{d}{c}$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{a}{c}$ là tiệm cận ngang.

✦ Bảng biến thiên và đồ thị:

$m > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$\frac{a}{c}$		$\frac{a}{c}$

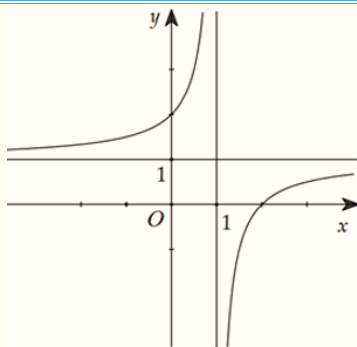
$m < 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
y'	-		-
y	$\frac{a}{c}$		$\frac{a}{c}$

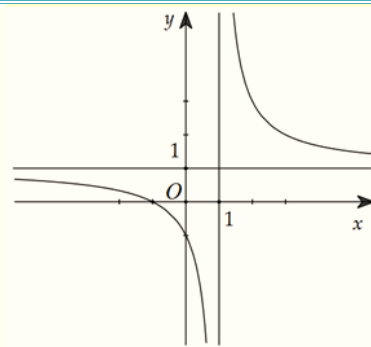
✦ Đồ thị của hàm số nhất biến gọi là một hypebol vuông góc có tâm đối xứng

$I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$, là giao điểm của 2 đường tiệm cận.

$D = ad-bc > 0$



$D = ad-bc < 0$



2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$, trong đó m là tham số thực.

1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số với $m=1$.

2). Với giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

.....

Ví dụ 9. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$, gọi đồ thị của hàm số là (C) .

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số;
- 2). Tìm m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

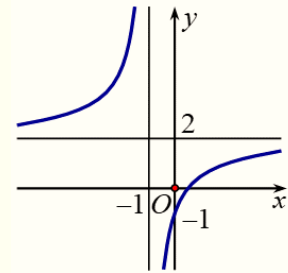
Câu 38. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

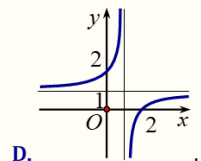
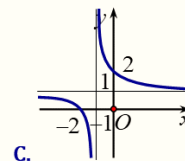
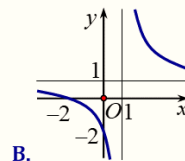
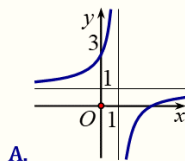
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.



Lời giải

Câu 39. Hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?



Lời giải

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Xét các phát biểu sau đây:

i) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng.

ii) Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

iii) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là điểm $A(0;-2)$.

iv) Tiệm cận đứng là $y = 1$ và tiệm cận ngang là $x = -1$.

Trong các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu đúng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

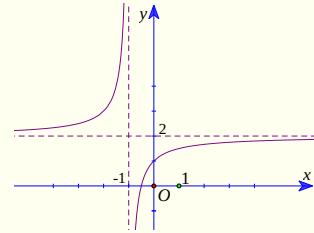
Câu 41. Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?

A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.



Lời giải

Câu 42. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$\begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$	2

Lời giải

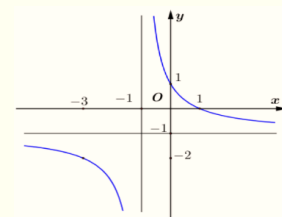
Câu 43. Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?

A. $y = \frac{-x}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.



Lời giải

Câu 44. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x-1}{2x+2}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$\begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$	1

Lời giải

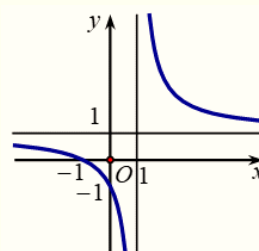
Câu 45. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x}{1-x}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Lời giải

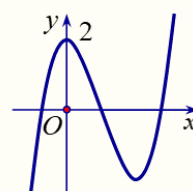
Câu 46. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 2x^3 + 2$.



Lời giải

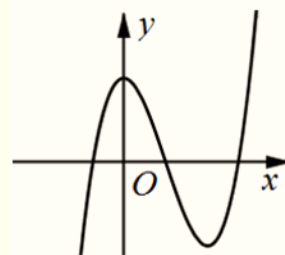
Câu 47. Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Lời giải

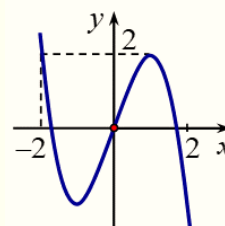
Câu 48. Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây

A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = 1 + 3x - x^3$.

D. $y = 3x - x^3$.



Lời giải

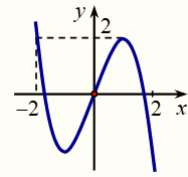
Câu 49. Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây

A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = 1 + 3x - x^3$.

D. $y = 3x - x^3$.



Lời giải

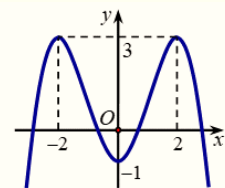
Câu 50. Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 8x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 8x^2 - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$.



Lời giải

Câu 51. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

A. $y = \frac{2x-1}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x-5}{x-2}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.

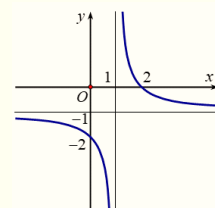
Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < b < a$.

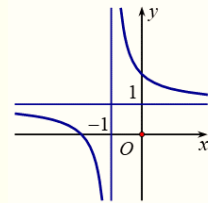
C. $b < a < 0$.

D. $0 < a < b$.



Lời giải

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

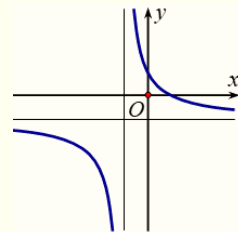


Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $b < 0 < a$. B. $0 < a < b$.
C. $a < b < 0$. D. $0 < b < a$.

Lời giải

Câu 54. Đồ thị hàm số $y = \frac{ax-1}{cx+d}$ (a, c, d : hằng số thực)

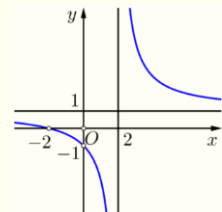


như hình vẽ. Khẳng định nào đúng

- A. $d > 0, a > 0, c < 0$. B. $d > 0, a < 0, c > 0$.
C. $d < 0, a > 0, c < 0$. D. $d < 0, a < 0, c > 0$.

Lời giải

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

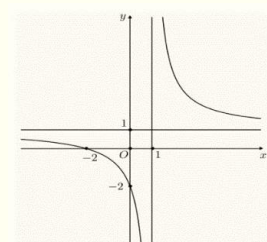


Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

- A. $P = -3$. B. $P = 1$. C. $P = 5$. D. $P = 2$.

Lời giải

Câu 56. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

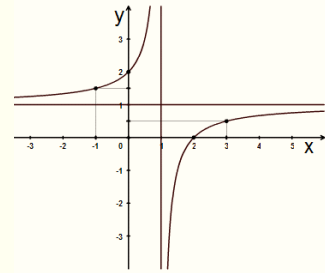


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0 ; b < 0$. B. $0 < b < a$.
C. $b < 0 < a$. D. $a < b < 0$.

Lời giải

Câu 57. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị cho trong hình sau.



Tìm mệnh đề đúng.

- A. $ad > bc, cd < ac$. B. $ad > bc, cd > ac$.
C. $ad < bc, cd < ac$. D. $ad < bc, cd > ac$.

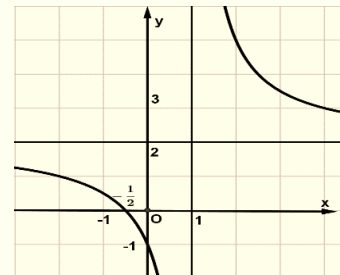
Lời giải

Câu 58. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

với a, b, c, d là các số thực.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' = 0, \forall x \leq 1$. B. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt D. $y' = 0$ vô nghiệm.

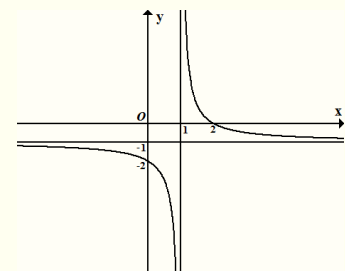


Lời giải

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với

$a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?

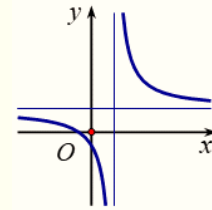
- A. $T = 12$. B. $T = 10$.
C. $T = -9$. D. $T = -7$.



Lời giải

Câu 60. Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

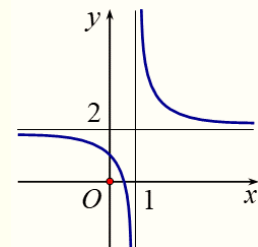
- A. $a > 0, b < 0, c - ab < 0.$ B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0.$
C. $a < 0, b > 0, c - ab < 0.$ D. $a < 0, b < 0, c - ab > 0.$



Lời giải

Câu 61. Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?

- A. $a = 2, b = 1, c = -1.$ B. $a = 2, b = 1, c = 1.$
C. $a = 2, b = 2, c = -1.$ D. $a = 2, b = -1, c = 1.$

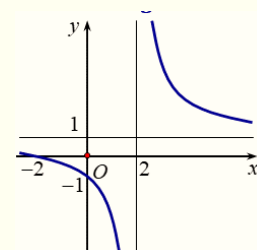


Lời giải

Câu 62. Hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ.

Giá trị của a, b, c lần lượt là

- A. 1; 1; -1. B. 2, 2; -1.
C. 1, 2; 1. D. 1, -2; 1.

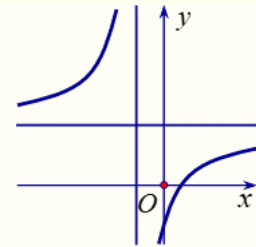


Lời giải

Câu 63. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

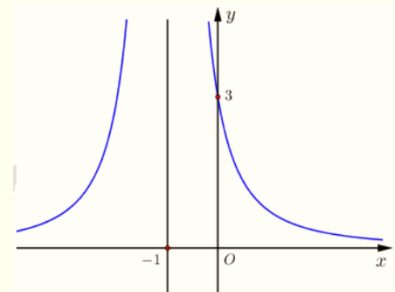


Lời giải

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:

Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

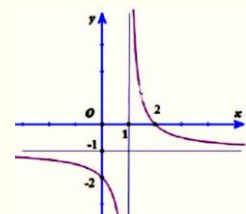
- A. $f(1) = 2$. B. $f(2) = \frac{11}{2}$. C. $f(1) = \frac{7}{2}$. D. $f(2) = 6$.



Lời giải

Câu 65. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$ bằng:

- A. $T = 12$. B. $T = 10$.
C. $T = -7$. D. $T = -9$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 66. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

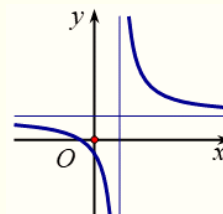
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $c < 0; b < 0$.

B. $b < 0; c > 0$.

C. $b > 0; c > 0$.

D. $b > 0; c < 0$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 67.(Tập Chí Toán Học) Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có

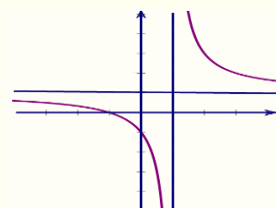
đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a > 1, b > 0, c < 1$.

B. $a > 1, b < 0, c > 1$.

C. $a < 1, b > 0, c < 1$.

D. $a > 1, b > 0, c > 1$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 1. Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

👉 Bỏ phần đồ thị *bên trái* O_y của (C) rồi lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua O_y .

Tel: 0935.660.880

Ví dụ 12. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 2$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số

- 1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) khi $m = -3$
- 2). Tùy theo k giải và biện luận phương trình: $-|x|^3 + 3x^2 + k = 0$
- 3). Gọi A và B là hai điểm cực trị của (C) , tìm điểm M trên (C) sao cho tam giác MAB cân tại M
- 4). Tìm m để đồ thị hàm số (C_m) cắt trục hoành tại điểm duy nhất.

Lời giải.

Ví dụ 13. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$, gọi đồ thị của hàm số là (C) .

1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

Từ đó suy ra đồ thị của hàm số: $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$ (C_1)

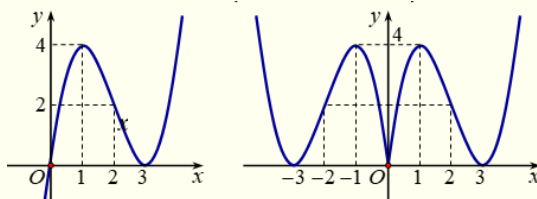
2). Biện luận theo m số nghiệm $x \in [-1; 2]$ của phương trình: $(m-2)|x| - m = 0$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 68. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

B. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

C. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

D. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

Lời giải

Câu 69. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|2|x| - 6| = m||x| - 1|$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m \in (0; 1) \cup (4; +\infty)$.

B. $m \in (0; 1) \cup (6; +\infty)$.

C. $m \in (0; 2) \cup (6; +\infty)$.

D. $m \in (0; 3) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Câu 70. Phương trình $|x|^3 - 3x^2 - m^2 = 0$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 3 nghiệm.

B. 4 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 6 nghiệm.

Lời giải

Câu 71. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các

giá trị thực của tham số m để phương trình

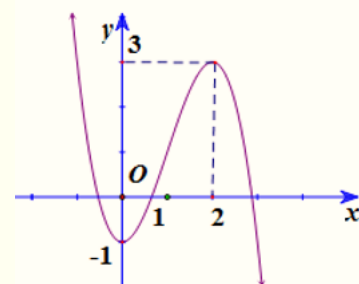
$2f(|x|) - m = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $1 < m < 3$.

B. $-1 < m < 3$.

C. $-2 < m < 6$.

D. $2 < m < 6$.



Lời giải

Dạng 2. Từ đồ thị (C): $y = f(x)$ suy ra đồ thị (C'): $y = |f(x)|$.

1. Phương pháp.

👉 Từ định nghĩa trị tuyệt đối ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$

✦ Cách vẽ (C') từ (C) :

👉 Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.

👉 Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua qua Ox .

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 14. Từ đồ thị (C): $y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$ như sau:

Lời giải.

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

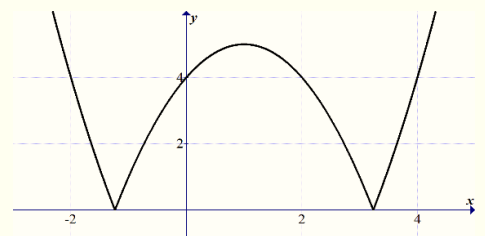
Câu 72. Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.



[illegible][illegible]

A. 3. **B. 5.** **C. 2.** **D. 4.**

[illegible]

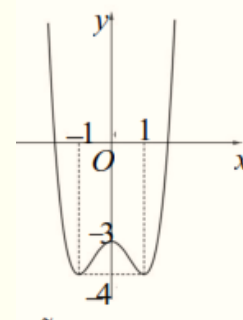
Câu 75. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| + 1 = m$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. $-4 < m < -3$.

B. $4 < m < 5$.

C. $m > 5$.

D. $0 < m < 4$.



Lời giải

Câu 76. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$+\infty$		3		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3|f(2x-1)| - 10 = 0$ là.

A. 2.

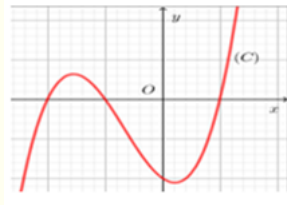
B. 1.

C. 4.

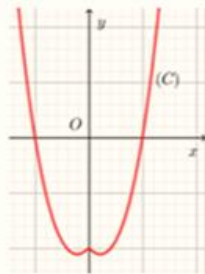
D. 3.

Lời giải

Câu 77. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên.

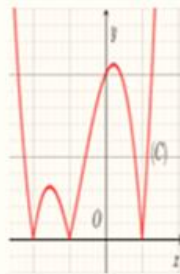


Đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 2x^2 - x - 2|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



Hình 1

A. Hình 1.



Hình 2

B. Hình 2.



Hình 3

C. Hình 3.



Hình 4

D. Hình 4.

Lời giải

Câu 78. (THPT Chuyên Hạ Long 2018)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

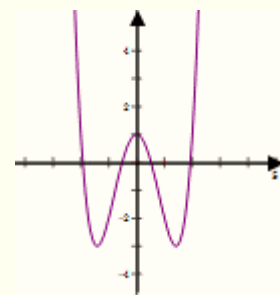
Hỏi hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.



Lời giải

Câu 79.(Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Cho hàm số $y = \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$ có đồ thị là (C) . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Đồ thị (C) có 3 đường tiệm cận.
- B. Hàm số có một điểm cực trị.
- C. Đồ thị (C) cắt đường tiệm cận ngang của nó tại một điểm.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Dạng 3. Vẽ đồ thị $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

1. Phương pháp.

➤ Cách vẽ (C'') từ (C) :

☞ Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ ta suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

☞ Từ đồ thị $(C'): y = f(|x|)$ ta suy ra đồ thị $y = |f(|x|)|$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 15. Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = ||x|^3 - 3|x||$ làm như sau:

Lời giải.

Dạng 4. Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

1. Phương pháp.

➤ Ta có: $y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$

➤ Cách vẽ (C') từ (C) :

☞ Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☞ Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Nhận xét:

- Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của (C) giao điểm với $Ox, Oy...$
- Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

2. Ví dụ minh họa.

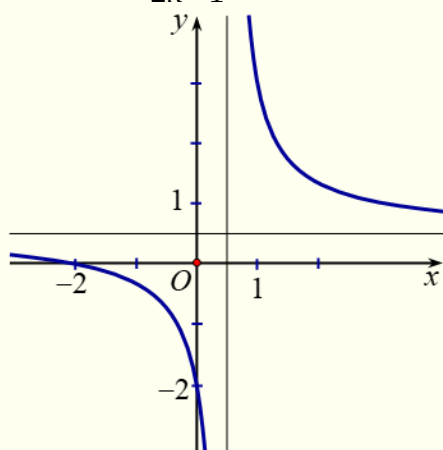
Ví dụ 16. Từ đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x-1|(2x^2 - x - 1)$

Ví dụ 17. Từ đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ thị $(C'): y = \frac{x}{|x-1|}$

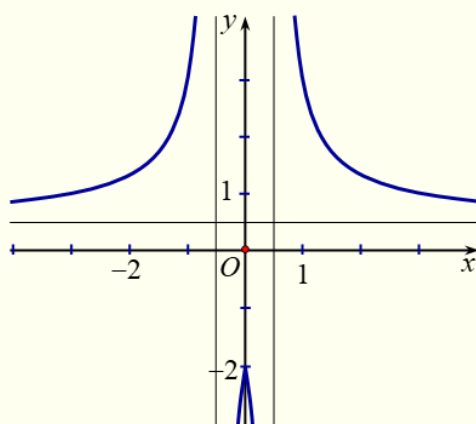
5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 80. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$

B. $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$

C. $y = \frac{x+2}{|2x-1|}$

D. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$

Lời giải

Câu 81. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = |x^3 + 3x|$

B. $y = |x^3| - 3|x|$

C. $y = |x^3| + 3|x|$

D. $y = |x^3 - 3x|$



Lời giải

Câu 82. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây

A. $y = \frac{1}{x(x+1)}$.

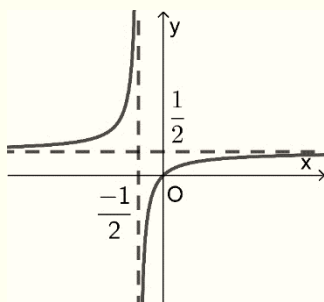
B. $y = |x|(x+1)$.

C. $y = \frac{x}{|x+1|}$.

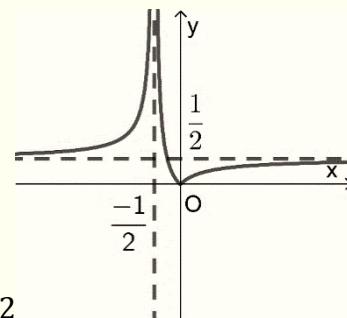
D. $y = \frac{|x|}{x+1}$.

Lời giải

Câu 83. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$.

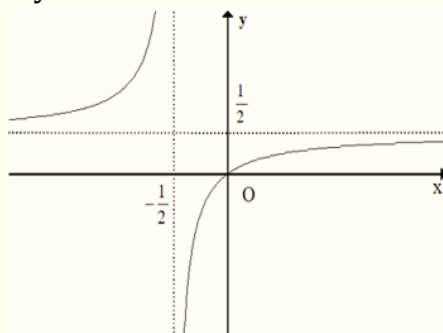
B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$.

C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$.

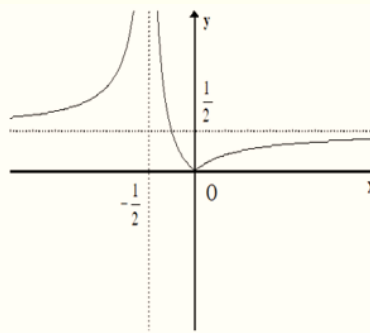
D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$.

Lời giải

Câu 84. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây ?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....