

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN

KÌ THI KSCL TỐT NGHIỆP THPT - LẦN 3
NĂM HỌC 2020 - 2021
MÔN TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)***Câu 1.** Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $y' = x \cdot 5^{x-1} \ln 5$. B. $y' = 5^x \ln 5$. C. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$. D. $y' = x \cdot 5^{x-1}$.

Câu 2. Công thức thể tích khối cầu bán kính R là

- A. $V = \frac{2}{3} \pi R^3$. B. $V = \pi R^3$. C. $V = \frac{4}{3} \pi R^3$. D. $V = \frac{1}{3} \pi R^3$.

Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 3i$ là

- A. $\bar{z} = -5 - 3i$. B. $\bar{z} = 5 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 - 5i$. D. $\bar{z} = 3 + 5i$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

- A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \end{cases}$. B. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.
C. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$. D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \end{cases}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		0		-1		$+\infty$

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^4 + 3x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} x^4 + 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = 4x^4 + 3x + C$. D. $\int f(x) dx = 12x^3 + 3x + C$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+3}$ là đường thẳng nào dưới đây?

- A. $y = 3$. B. $y = 5$. C. $y = -5$. D. $y = -3$.

Câu 8. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón bán kính đáy r , độ dài đường sinh l là

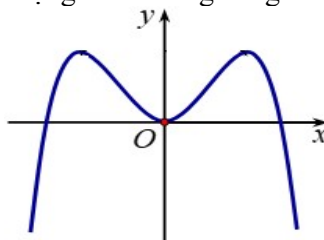
- A. $S = \pi r l$. B. $S = \frac{1}{3} \pi r l$. C. $S = 2\pi r l$. D. $S = \frac{2}{3} \pi r l$.

Câu 9. Tích phân $\int_0^2 (x^2 + x) dx$ bằng

- A. $-\frac{14}{3}$. B. -5 . C. 5 . D. $\frac{14}{3}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A.** $[-2; 4]$. **B.** $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. **D.** $[-4; 2]$.
- Câu 11.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A.** $y = 4x^3 - x^2 + 5x$. **B.** $y = 2x^4 - 6x^2 + 7$. **C.** $y = \frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y = -x^2 + x$.
- Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Giá trị của u_4 bằng
- A.** 12. **B.** 18. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.
- Câu 13.** Tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ là
- A.** $(3; -2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(-2; 3)$. **D.** $(2; -3)$.
- Câu 14.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau đây



- A.** $y = x^4 + 4x^2$. **B.** $y = 2x^3 - x^2$. **C.** $y = -x^4 + 4x^2$. **D.** $y = -x^3 + 4x^2$.
- Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 \geq \log_2 x$ là
- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $[1; +\infty)$. **C.** $(0; 1]$. **D.** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 16.** Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh (mỗi em một ghế) ngồi vào 5 ghế trong một dãy 8 ghế?
- A.** $5!$. **B.** A_8^5 . **C.** C_8^5 . **D.** 5^8 .
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 0; 0)$; $N(0; -3; 0)$; $P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là
- Khi đó tổng $a + b + c$ bằng
- A.** $(-2; -3; 4)$. **B.** $(-2; -3; -4)$. **C.** $(2; 3; 4)$. **D.** $(3; 4; 2)$.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số là

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	0	4	$-\infty$

- A.** $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 0$.
- Câu 19.** Nếu $\int_0^1 [3f(x) + x] dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x) dx = 2$ bằng
- A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.
- Câu 20.** Nếu $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ thì $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
- A.** 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 16.
- Câu 21.** Với a, b là các số thực dương tùy ý thì $\log_5(a^5 b^3)$ bằng
- A.** $5 \log_5 a + 3 \log_5 b$. **B.** $15 \log_5 a \cdot \log_5 b$. **C.** $5 \log_5 a \cdot \log_5 b$. **D.** $5 \log_5 a - 3 \log_5 b$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$.

Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

B. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số $f(x)$ có mấy cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 24. Số phức $z = 3 - 4i$ có môđun là

A. 7.

B. 25.

C. 5.

D. $\sqrt{7}$.

Câu 25. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x-2}{x-5}$.

B. $y = x^2 + 2x + 3$.

C. $y = -x^3 + 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 + 1$

Câu 26. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 3 thì có thể tích bằng

A. 15.

B. 5.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 27. Khối lập phương có thể tích bằng 27, độ dài cạnh của hình lập phương đó là

A. 9.

B. 3.

C. 1.

D. 27.

Câu 28. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\pi\sqrt{2}$.

Câu 29. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ bằng

A. $\frac{100}{231}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{118}{231}$.

D. $\frac{115}{231}$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của hai cạnh AA' và BB' . Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng

A. $\frac{2}{3}V$.

B. $\frac{3}{5}V$.

C. $\frac{3}{4}V$.

D. $\frac{4}{5}V$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$ và ba phương trình sau

$$(I): \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}, \quad (II): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-5}, \quad (III): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

A. Cả $(I), (II)$ và (III) đều là phương trình của đường thẳng AB .

B. Chỉ có (I) và (III) là phương trình của đường thẳng.

C. Chỉ có (I) là phương trình của đường thẳng AB .

D. Chỉ có (III) là phương trình của đường thẳng AB .

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1), B(3;0;1); C(2;-1;3)$ và điểm D thuộc trục Oy sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $(0;-7;0)$.

B. $\begin{bmatrix} 0;-7;0 \\ 0;8;0 \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} 0;-8;0 \\ 0;7;0 \end{bmatrix}$.

D. $(0;8;0)$.

Câu 33. Cho hai số phức $z = -2 + i$ và $w = 1 + i$. Số phức $2z + 3w$ bằng

- A. $1 + 5i$. B. $-1 + 5i$. C. $-1 - 5i$. D. $1 - 5i$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

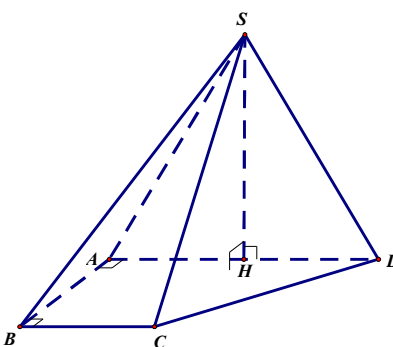
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$
y	1	4	$+\infty$	0

Số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

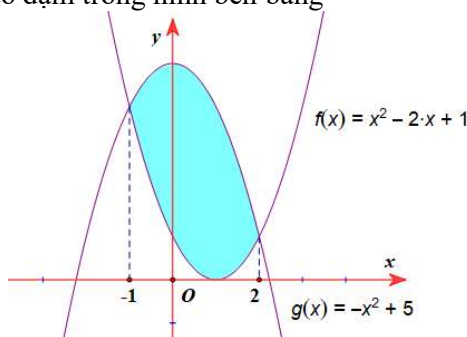
Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a$; $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD . Biết

$SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng



- A. $d = \frac{3a}{4}$. B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $d = \frac{3a\sqrt{6}}{4}$. D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{8}$.

Câu 36. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên bằng



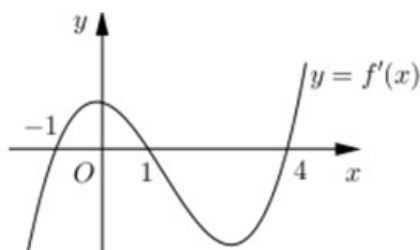
- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$. C. $2x + y - 2z + 1 = 0$. D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) . Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 39.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60° . Biết diện tích của tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:
- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $3a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.
- Câu 40.** Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là
- A. $-x^2 + 2x + C$. B. $-x^2 + x + C$. C. $-2x^2 + 2x + C$. D. $2x^2 - 2x + C$.
- Câu 41.** Tìm số giá trị nguyên m sao cho hàm số $y = |x^3 + (2m-2)x + 16 - m^2|$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 42.** Một chiếc máy bay vào vị trí cất cánh chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 2t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết máy bay đạt vận tốc 120 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng gần nhất với giá trị nào dưới đây?
- A. 1200 (m). B. 1100 (m). C. 430 (m). D. 330 (m).
- Câu 43.** Trong không gian $(Oxyz)$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt ở A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d . Phương trình mặt phẳng (P) là
- A. $x + 2y + 5z = 0$. B. $x + 2y - z - 4 = 0$. C. $2x - y - 3 = 0$. D. $x + 2y + 5z - 4 = 0$.
- Câu 44.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| \leq 10$) để phương trình $3^{\log_2 x^2} - 2(m+6)3^{\log_2 x} + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 > 2$.
- A. 16. B. 8. C. 10. D. 9.
- Câu 45.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 46.** Cho đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) và $y = f(x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x - 2$. Biết rằng đường thẳng $x = 6$ cắt đồ thị hàm số $y = a^x$ tại A , cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $B(6; b)$ sao cho $AB = 6$ và tung độ của A lớn hơn tung độ của B . Giá trị của $a + b$ gần nhất với số nào dưới đây?
- A. 2. B. 5. C. 6. D. 3.
- Câu 47.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x^2) = 2f(x) + x^4 - 4x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3}$, khi đó $\int_0^1 x^2 f'(x) dx$ bằng

A. $\frac{7}{6}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{7}{10}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 36 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 36 = 0$ và điểm $N(3;3;3)$. Từ một điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến phân biệt $MA; MB; MC$ đến (S) ($A; B; C$ là các tiếp điểm). Khi khoảng cách từ N đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + 2y + bz + c = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng:

A. 6.

B. 0.

C. -2.

D. -4.

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 + 4 + i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + z_2|$ bằng

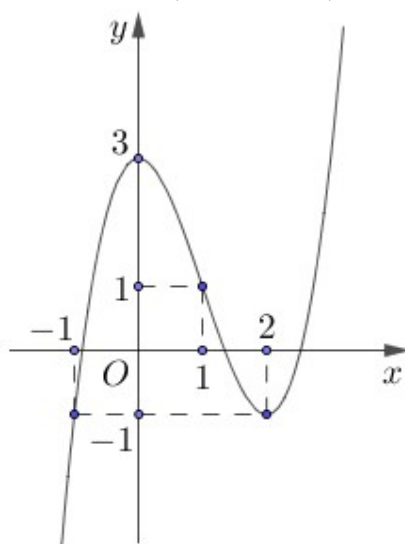
A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình sau.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m thuộc $[-10; 10]$ sao cho phương trình $[f(x^2 + 1)]^2 - (2m + 1)f(x^2 + 1) + m(m + 1) = 0$ có nghiệm và số nghiệm thực phân biệt là số chẵn. Số phần tử của S là

A. 19.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

HẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	B	A	A	A	B	A	D	A	A	A	D	C	B	B	C	A	B	C	A	C	A	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	C	A	A	B	D	D	B	D	B	B	C	C	D	C	D	B	D	D	A	D	D	C

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = x \cdot 5^{x-1} \ln 5$.

B. $y' = 5^x \ln 5$.

C. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$.

D. $y' = x \cdot 5^{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Công thức thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V = \frac{2}{3} \pi R^3$.

B. $V = \pi R^3$.

C. $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

D. $V = \frac{1}{3} \pi R^3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 3i$ là

A. $\bar{z} = -5 - 3i$.

B. $\bar{z} = 5 - 3i$.

C. $\bar{z} = 3 - 5i$.

D. $\bar{z} = 3 + 5i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \end{cases}$

B. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.

C. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm và bán kính là $I(1; 2; 3)$, $R = 4$.

Gọi (P) là mặt phẳng song song với $(\alpha) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x + 3y - 12z + m = 0$ ($m \neq 10$).

$$(P) \text{ tiếp xúc với } (S) \Rightarrow d(I; (P)) = R \Rightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 12 \cdot 3 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + (-12)^2}} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 78 \\ m = -26 \end{cases} \text{ thỏa mãn.}$$

$$\text{Vậy } (P): \begin{cases} 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \end{cases}$$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			0		$+\infty$
		-1		-1		

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ nên chọn A.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\int f(x) dx = x^4 + 3x + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^4 + 3x + C.$

C. $\int f(x) dx = 4x^4 + 3x + C.$

D. $\int f(x) dx = 12x^3 + 3x + C.$

Lời giải

Chọn A

Vì $(x^4 + 3x + C)' = 4x^3 + 3.$

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x+3}$ là đường thẳng nào dưới đây ?

A. $y = 3.$

B. $y = 5.$

C. $y = -5.$

D. $y = -3.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 5 \Rightarrow y = 5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 8. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón bán kính đáy r , độ dài đường sinh l là

A. $S = \pi rl.$

B. $S = \frac{1}{3}\pi rl.$

C. $S = 2\pi rl.$

D. $S = \frac{2}{3}\pi rl.$

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón bán kính đáy r , độ dài đường sinh l là $S = \pi rl.$

Câu 9. Tích phân $\int_0^2 (x^2 + x) dx$ bằng

A. $-\frac{14}{3}.$

B. $-5.$

C. $5.$

D. $\frac{14}{3}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^2 (x^2 + x) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 = \frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} = \frac{8}{3} + 2 = \frac{14}{3}.$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2; 4].$

B. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty).$

C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty).$

D. $[-4; 2].$

Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = [-2; 4].$

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 4x^3 - x^2 + 5x.$

B. $y = 2x^4 - 6x^2 + 7.$

C. $y = \frac{x-2}{x-1}.$

D. $y = -x^2 + x.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 12x^2 - 2x + 5 = 12\left(x - \frac{1}{12}\right)^2 + \frac{59}{12} \geq \frac{59}{12} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy hàm số $y = 4x^3 - x^2 + 5x$ đồng biến trên $\mathbb{R}.$

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 12. B. 18. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có (u_n) là cấp số nhân nên $u_3^2 = u_2 \cdot u_4$.

$$\text{Suy ra } u_4 = \frac{u_3^2}{u_2} \Leftrightarrow u_4 = \frac{6^2}{3} = \frac{36}{3} = 12.$$

Vậy giá trị của u_4 là $u_4 = 12$.

Câu 13. Tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ là

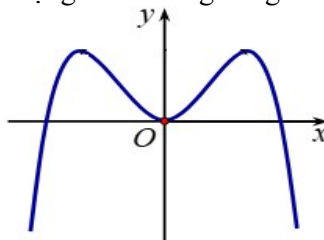
- A. $(3; -2)$. B. $(2; 3)$. C. $(-2; 3)$. D. $(2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ là $M(2; -3)$

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau đây



- A. $y = x^4 + 4x^2$. B. $y = 2x^3 - x^2$. C. $y = -x^4 + 4x^2$. D. $y = -x^3 + 4x^2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị đã cho ta suy ra làm số cần tìm có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$, với $a < 0$.

Vậy ta chọn C.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 \geq \log_2 x$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(0; 1]$. D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đkxđ: $x > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_2 x^2 \geq \log_2 x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 \geq \log_2 x$ là $[1; +\infty)$.

Câu 16. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh (mỗi em một ghế) ngồi vào 5 ghế trong một dãy 8 ghế?

- A. $5!$. B. A_8^5 . C. C_8^5 . D. 5^8 .

Lời giải

Chọn B

Số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh (mỗi em một ghế) ngồi vào 5 ghế trong một dãy 8 ghế là A_8^5 .

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 0; 0)$; $N(0; -3; 0)$; $P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

- A. $(-2; -3; 4)$. B. $(-2; -3; -4)$. C. $(2; 3; 4)$. D. $(3; 4; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tọa độ điểm Q là $Q(x; y; z)$.

$$MNPQ \text{ là hình bình hành nên ta có } \overline{MQ} = \overline{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-0=3 \\ z-0=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}.$$

Vậy nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là $Q(2; 3; 4)$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số là

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				4	
			0			$-\infty$

A. $x = -1$.B. $x = 1$.C. $x = 4$.D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x = -1$.

Câu 19. Nếu $\int_0^1 [3f(x) + x] dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x) dx = 2$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.C. 2 .D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 [3f(x) + x] dx = 2 &\Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x dx = 2 \Rightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx + \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 2 \\ &\Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx = 2 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{2} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 20. Nếu $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ thì $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 4 .B. 10 .C. 6 .D. 16 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_{-1}^2 f(x) dx = 8 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 8 \Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = 8 - \int_{-1}^1 f(x) dx = 8 - 2 = 6.$$

Câu 21. Với a, b là các số thực dương tùy ý thì $\log_5(a^5 b^3)$ bằng

A. $5 \log_5 a + 3 \log_5 b$.B. $15 \log_5 a \cdot \log_5 b$.C. $5 \log_5 a \cdot \log_5 b$.D. $5 \log_5 a - 3 \log_5 b$.

Lời giải

Chọn A

Với a, b là các số thực dương tùy ý ta có: $\log_5(a^5 b^3) = \log_5 a^5 + \log_5 b^3 = 5 \log_5 a + 3 \log_5 b$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

B. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn C

Có $\overrightarrow{IM} = (4; 0; 3)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$ nên có bán kính $R = |\overrightarrow{IM}| = 5$ phương trình mặt cầu (S) $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số $f(x)$ có mấy cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng xét dấu thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần tại $x = -1; x = 2; x = 3$ nên hàm số có 3 cực trị.Câu 24. Số phức $z = 3 - 4i$ có môđun là

A. 7.

B. 25.

C. 5.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Câu 25. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x-2}{x-5}$.

B. $y = x^2 + 2x + 3$.

C. $y = -x^3 + 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 + 1$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(-x^3 + 1)' = -3x^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $y = -x^3 + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 3 thì có thể tích bằng

A. 15.

B. 5.

C. $\frac{5}{3}$.D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = Bh = 5 \cdot 3 = 15$ (đvtt).

Câu 27. Khối lập phương có thể tích bằng 27, độ dài cạnh của hình lập phương đó là

A. 9.

B. 3.

C. 1.

D. 27.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = a^3 \Leftrightarrow 27 = a^3 \Leftrightarrow a = 3$.Câu 28. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\pi\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).

Câu 29. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ bằng

- A. $\frac{100}{231}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{118}{231}$. D. $\frac{115}{231}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của tập không gian mẫu: $|\Omega| = C_{11}^6 = 462$.

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ, 5 số chẵn.

Chọn 6 tấm thẻ trong các thẻ trên sao cho tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ $\Rightarrow$ số các số lẻ ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ. Xảy ra các trường hợp:

+) TH1: Trên 6 tấm thẻ được chọn có ghi 1 số lẻ, 5 số chẵn.

+) TH2: Trên 6 tấm thẻ được chọn có ghi 3 số lẻ, 3 số chẵn.

+) TH3: Trên 6 tấm thẻ được chọn có ghi 5 số lẻ, 1 số chẵn.

$\Rightarrow$ Số cách chọn 6 tấm thẻ trong các thẻ trên sao cho tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ là: $C_6^1 \cdot C_5^5 + C_6^3 \cdot C_5^3 + C_6^5 \cdot C_5^1 = 236$ (cách).

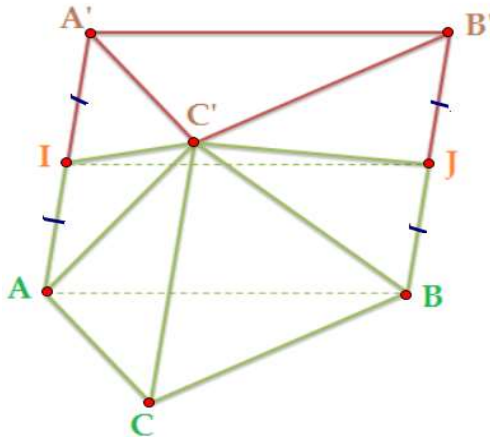
Xác suất cần tìm là: $P = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của hai cạnh AA' và BB' . Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng

- A. $\frac{2}{3}V$. B. $\frac{3}{5}V$. C. $\frac{3}{4}V$. D. $\frac{4}{5}V$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{ABCIJC'} = V - V_{C'.IJB'A'} = V - \frac{1}{2}V_{C'.ABB'A'} = V - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{2}{3}V$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;2;4)$ và ba phương trình sau

$$(I): \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}, \quad (II): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-5}, \quad (III): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

A. Cả (I), (II) và (III) đều là phương trình của đường thẳng AB .

B. Chỉ có (I) và (III) là phương trình của đường thẳng.

C. Chỉ có (I) là phương trình của đường thẳng AB .

D. Chỉ có (III) là phương trình của đường thẳng AB .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 5)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB nên chọn A.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$ và điểm D thuộc trục Oy sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là

- A. $(0; -7; 0)$. B. $\begin{bmatrix} (0; -7; 0) \\ (0; 8; 0) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} (0; -8; 0) \\ (0; 7; 0) \end{bmatrix}$. D. $(0; 8; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm D thuộc trục $Oy \Rightarrow$ giả sử $D(0; d; 0)$. Ta có: $\overrightarrow{AD} = (-2; d-1; 1)$.

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (0; -2; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2).$$

Để tồn tại tứ diện $ABCD$ thì 4 điểm A, B, C, D phải không đồng phẳng $\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0 \Leftrightarrow (-2) \cdot 0 + (d-1) \cdot (-4) + 1 \cdot (-2) \neq 0 \Leftrightarrow -4d + 2 \neq 0 \Leftrightarrow d \neq \frac{1}{2} \quad (*).$$

$$\text{Thể tích tứ diện } ABCD \text{ bằng } 5 \Leftrightarrow \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 5 \Leftrightarrow |-4d + 2| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -7 (t/m) \\ d = 8 (t/m) \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } \begin{bmatrix} D(0; -7; 0) \\ D(0; 8; 0) \end{bmatrix}.$$

Câu 33. Cho hai số phức $z = -2 + i$ và $w = 1 + i$. Số phức $2z + 3w$ bằng

- A. $1 + 5i$. B. $-1 + 5i$. C. $-1 - 5i$. D. $1 - 5i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2z + 3w = 2(-2 + i) + 3(1 + i) = -1 + 5i.$$

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$
y	1	4	$+\infty$	0

Số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

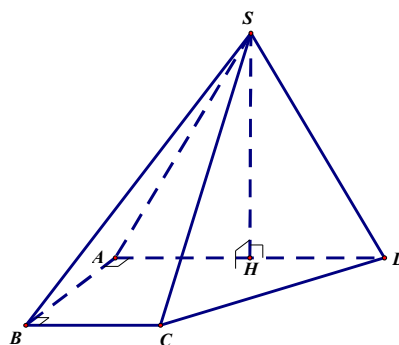
Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $1 < m < 4 \Leftrightarrow m \in \{2; 3\}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a$; $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD . Biết

$$SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}, \text{ khoảng cách từ } B \text{ đến mặt phẳng } (SCD) \text{ bằng}$$



A. $d = \frac{3a}{4}$.

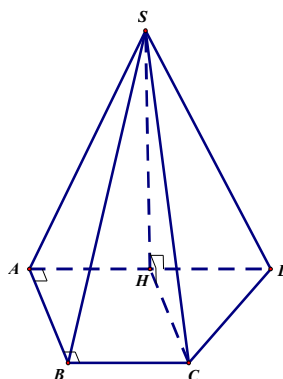
B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $d = \frac{3a\sqrt{6}}{4}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



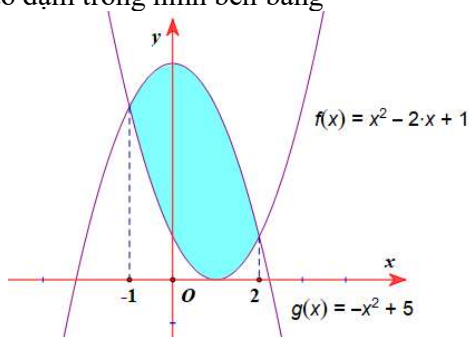
Có $BCDH$ là hình bình hành.

Có $BH \parallel CD \Rightarrow BH \parallel (SCD) \Rightarrow d(B; (SCD)) = d(H; (SCD))$.

Xét tứ diện $SHCD$ có SH, HC, HD đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{d^2(H; (SCD))} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{4}{6a^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow d(H; (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 36. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x - 4) dx$.

B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Lời giải

Chọn D

Trên $[-1; 2]$ ta có $g(x) \geq f(x)$ nên diện tích hình phẳng là:

$$\int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$. C. $2x + y - 2z + 1 = 0$. D. $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; -2; 2)$.

Mặt phẳng (β) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (5; -4; 3)$.

Khi đó $[\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 1; -2)$.

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với cả (α) và (β) nên (P) nhận một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; -2)$.

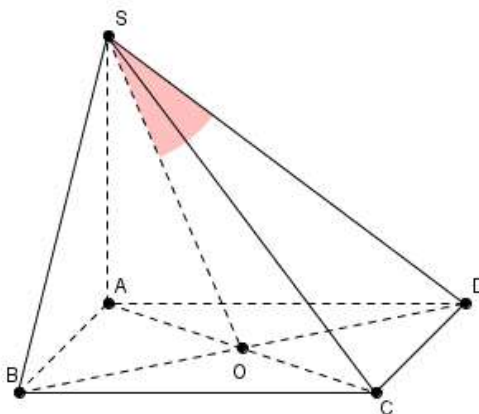
Vậy $(P): 2(x-0) + (y-0) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x + y - 2z = 0$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) . Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $AC \perp BD$ tại O .

Vì $\begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC)$ tại $O \Rightarrow [\widehat{SD, (SAC)}] = \widehat{DSO} = \alpha$.

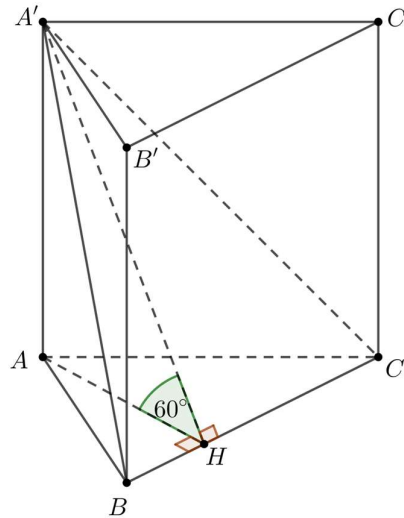
Xét tam giác SOD vuông tại O có $\sin \alpha = \frac{DO}{SD} = \frac{DO}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60° . Biết diện tích của tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $3a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

Ta chứng minh được BC vuông góc với mp($A'AH$).

Từ đó $((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'HA} = 60^\circ$

Ta có:

$$\bullet S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} A'H \cdot BC \Rightarrow 2a^2 = \frac{1}{2} A'H \cdot 2a \Leftrightarrow A'H = 2a$$

$$\Rightarrow AA' = \sin 60^\circ \cdot A'H = a\sqrt{3}$$

$$\bullet S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'BC} \cdot \cos 60^\circ = 2a^2 \cdot \frac{1}{2} = a^2$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = \sqrt{3}a^3$$

Câu 40. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

A. $-x^2 + 2x + C$.

B. $-x^2 + x + C$.

C. $-2x^2 + 2x + C$.

D. $2x^2 - 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^{2x} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2e^{2x} dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int f'(x)e^{2x} dx = e^{2x} f(x) - 2 \int f(x)e^{2x} dx = e^{2x} f(x) - 2x^2 + C = I$$

$$\text{Ta lại có } F(x) = x^2 \text{ là một nguyên hàm của hàm số } f(x)e^{2x} \Rightarrow f(x)e^{2x} = (x^2)' = 2x$$

$$\Rightarrow I = 2x - 2x^2 + C$$

Câu 41. Tìm số giá trị nguyên m sao cho hàm số $y = |x^3 + (2m-2)x + 16 - m^2|$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

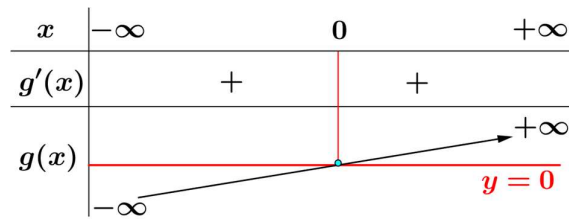
Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^3 + (2m-2)x + 16 - m^2$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 3x^2 + (2m-2)$$

$$\checkmark \text{ Trường hợp 1: } 2m-2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1. \text{ Khi đó } g'(x) \geq 0, \forall x$$

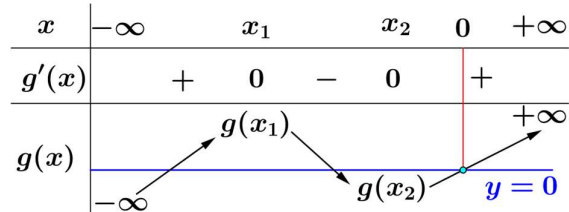


Do đó để hàm số $|g(x)|$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $g(0) = 16 - m^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4 \xrightarrow{m \geq 1; m \in \mathbb{Z}} m \in \{1; 2; 3; 4\}.$$

☑ Trường hợp 2: $2m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 1$. Khi đó $g'(x) = 3x^2 + (2m - 2)$

Khi đó $g'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -\sqrt{\frac{2-2m}{3}}; x_2 = \sqrt{\frac{2-2m}{3}}$



Do đó để hàm số $|g(x)|$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $\begin{cases} g(0) \geq 0 \\ \sqrt{\frac{2-2m}{3}} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m^2 \geq 0 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow m = 1$

$\Rightarrow$ trường hợp này không xảy ra vì $m > 1$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 42. Một chiếc máy bay vào vị trí cất cánh chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 2t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết máy bay đạt vận tốc 120 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 1200(m). B. 1100(m). C. 430(m). D. 330(m).

Lời giải

Chọn C

Máy bay đạt vận tốc 120 (m/s) tại thời điểm thỏa mãn pt: $t^2 + 2t - 120 = 0 \Leftrightarrow t = 10$.

Khi đó quãng đường máy bay di chuyển là $s = \int_0^{10} (t^2 + 2t) dt = \frac{1300}{3} \text{ (m)} \approx 430 \text{ (m)}$.

Câu 43. Trong không gian $(Oxyz)$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt ở A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + 5z = 0$. B. $x + 2y - z - 4 = 0$. C. $2x - y - 3 = 0$. D. $x + 2y + 5z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $(P) \cap Ox = A(a; 0; 0); (P) \cap Oy = B(0; b; 0)$.

Khi đó, $\overrightarrow{AB} = (-a; b; 0)$. Ta có $\overrightarrow{u_d} = (1; 2; -1)$.

Ta có $d \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -a \cdot 1 + 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2b; b; 0)$. Chọn $\overrightarrow{u_{AB}} = (-2; 1; 0)$

Vì (P) chứa d và AB nên $\overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_{AB}}, \overrightarrow{u_d}] = (-1; -2; -5)$. Chọn $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; 5)$

Ta có $I(2;1;0) \in d, d \subset (P)$ nên (P) đi qua điểm $I(2;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 1(x-2) + 2(y-1) + 5(z-0) = 0$ hay $(P): x + 2y + 5z - 4 = 0$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m (|m| \leq 10)$ để phương trình $3^{\log_2 x^2} - 2(m+6)3^{\log_2 x} + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 > 2$.

A. 16.

B. 8.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x > 0$.

Ta có PT $\Leftrightarrow 3^{2\log_2 x} - 2(m+6)3^{\log_2 x} + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (3^{\log_2 x})^2 - 2(m+6)3^{\log_2 x} + m^2 - 1 = 0$

Đặt $t = 3^{\log_2 x} (t > 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 - 2(m+6)t + m^2 - 1 = 0$ (1)

Để PT ban đầu có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì PT (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+6)^2 - (m^2 - 1) > 0 \\ 2(m+6) > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12m + 37 > 0 \\ m > -3 \\ m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -3 < m < -1 \end{cases} \cdot (2)$$

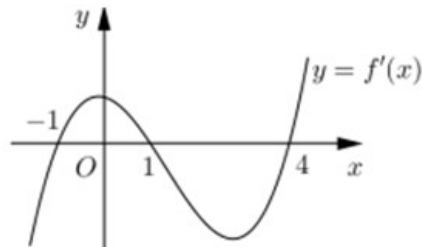
Ta có $x_1 x_2 > 2 \Leftrightarrow \log_2 (x_1 x_2) > 1 \Leftrightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 > 1$

$$\Leftrightarrow 3^{\log_2 x_1 + \log_2 x_2} > 3 \Leftrightarrow 3^{\log_3 x_1} \cdot 3^{\log_3 x_2} > 3 \Leftrightarrow t_1 t_2 > 3 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases} (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $m > 2$ hoặc $-3 < m < -2$.

Vì $|m| \leq 10$ nên $m \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Có 8 giá trị thỏa mãn

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực đại ?



A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$y' = (2x+1) \cdot f'(x^2 + x)$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ f'(x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x^2 + x = -1 \\ x^2 + x = 1 \\ x^2 + x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$y'(2) = 5 \cdot f'(6) > 0$$

Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$	$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Điểm cực đại của hàm số là điểm làm cho y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ tính theo chiều trái sang phải.

Do đó từ bảng xét dấu y' ta thấy hàm số $y = f(x^2 + x)$ có 2 điểm cực đại.

- Câu 46.** Cho đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) và $y = f(x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x - 2$. Biết rằng đường thẳng $x = 6$ cắt đồ thị hàm số $y = a^x$ tại A , cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $B(6; b)$ sao cho $AB = 6$ và tung độ của A lớn hơn tung độ của B . Giá trị của $a + b$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 2.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) và $y = f(x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x - 2$ nên ta có $x - 2 = a^{f(x)+2} \Rightarrow f(x) = \log_a(x - 2) + 2$.

Ta có $A(6; a^6), B(6; \log_a 4 - 2)$.

Vì $AB = 6$ nên ta có $\sqrt{(a^6 - \log_a 4 + 2)^2} = 6 \Leftrightarrow a^6 - \log_a 4 + 2 = 6 \Leftrightarrow a^6 = \log_a 4 + 4$ (1).

Vì tung độ của A lớn hơn tung độ của B nên $a^6 > \log_a 4 - 2$.

Phương trình (1) có một nghiệm $a = \sqrt{2}$ và vế trái là hàm số đồng biến, vế phải là hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Vậy $a = \sqrt{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1). Suy ra $b = 2$. Suy ra $a + b = 2 + \sqrt{2}$.

- Câu 47.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x^2) = 2f(x) + x^4 - 4x, \forall x \in \mathbb{R}$ và

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3}, \text{ khi đó } \int_0^1 x^2 f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{7}{6}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{7}{10}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x^2) = 2f(x) + x^4 - 4x \Rightarrow 2xf(x^2) = 4xf(x) + 2x^5 - 8x^2$.

$$\Rightarrow \int_0^1 2xf(x^2) dx = 4 \int_0^1 xf(x) dx + \int_0^1 (2x^5 - 8x^2) dx.$$

$$\text{Đặt: } x^2 = t \Rightarrow 2x dx = dt \Rightarrow \int_0^1 2xf(x^2) dx = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x dx = dv \\ f(x) = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 = v \\ f'(x) dx = du \end{cases}. \text{ Nên } \int_0^1 xf'(x) dx = \frac{1}{2} x^2 f(x) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 f'(x) dx.$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = 2x^2 f(x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 x^2 f'(x) dx + \int_0^1 (2x^5 - 8x^2) dx$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = 2f(1) - 2 \int_0^1 x^2 f'(x) dx - \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \int_0^1 x^2 f'(x) dx = -\frac{11}{3} + 2f(1)$$

$$\text{Với } f(1) = 2f(1) + 1 - 4 \Rightarrow f(1) = 3.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 x^2 f'(x) dx = \frac{7}{6}.$$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 36 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 36 = 0$ và điểm $N(3;3;3)$. Từ một điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến phân biệt $MA; MB; MC$ đến (S) ($A; B; C$ là các tiếp điểm). Khi khoảng cách từ N đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + 2y + bz + c = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng:

A. 6.

B. 0.

C. -2.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

Gọi điểm $M(m; n; p) \in (P) \Rightarrow 2m + n + 2p - 36 = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm O , bán kính $R = 6$.

Do $MA; MB; MC$ là các tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên

$$MA = MB = MC = \sqrt{OM^2 - R^2} = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2 - 36} \quad (m^2 + n^2 + p^2 - 36 > 0).$$

$$\Rightarrow A; B; C \text{ thuộc mặt cầu } (S_1) \text{ tâm } M, \text{ bán kính } R_1 = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2 - 36}.$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình mặt cầu } (S_1) \text{ là: } (x - m)^2 + (y - n)^2 + (z - p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 - 36$$

Lại có $A; B; C$ thuộc mặt cầu (S_1) nên suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là: $mx + ny + pz - 36 = 0$.

Để thấy mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $K(2;1;2)$.

$$\text{Do đó } d(N; (ABC)) \leq NK = \sqrt{6}.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow (ABC) \perp NK$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{KN} = (1;2;1)$ và đi qua điểm $K(2;1;2)$.

Vậy khi khoảng cách từ N đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 2y + z - 6 = 0$.

$$\Rightarrow a = 1; b = 1; c = -6 \Rightarrow a + b + c = -4.$$

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 + 4 + i| = \sqrt{5}$.

Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

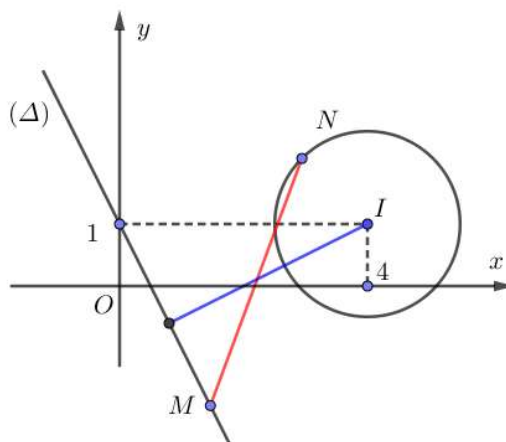
B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



♦ Gọi $z_1 = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$.

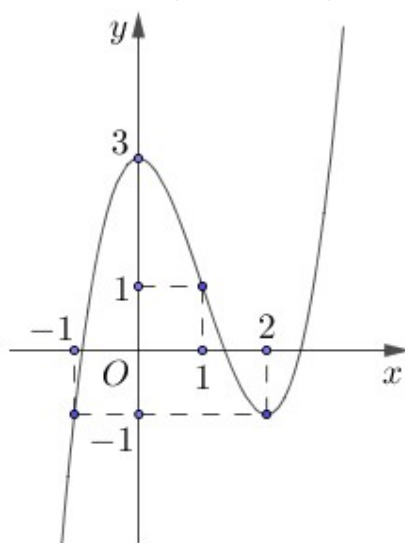
Gọi điểm M biểu thị cho số phức $z_1 \Rightarrow M \in (\Delta): 2x + y - 1 = 0$.

♦ Ta có $|z_2 + 4 + i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-z_2 - 4 - i| = \sqrt{5}$.

Gọi điểm N biểu thị cho số phức $-z_2 \Rightarrow N \in (C): I(4;1), R = \sqrt{5}$.

♦ Ta có $P = |z_1 - (-z_2)| = MN \geq d(I, \Delta) - R = \frac{3\sqrt{5}}{5} \Rightarrow P_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. Vậy $P_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình sau.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m thuộc $[-10;10]$ sao cho phương trình $[f(x^2+1)]^2 - (2m+1)f(x^2+1) + m(m+1) = 0$ có nghiệm và số nghiệm thực phân biệt là số chẵn. Số phần tử của S là

A. 19.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 + 1$, khi $x \in \mathbb{R}$ thì $t \in [1; +\infty)$

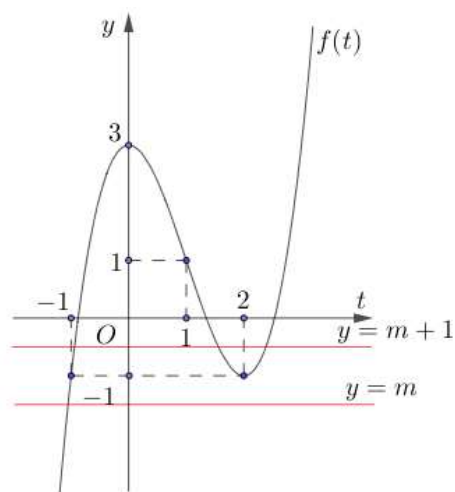
Nhận xét:

+) Nếu $t = 1$ thì cho 1 giá trị $x = 0$

+) Nếu $t > 1$ thì cho 2 giá trị của x .

Phương trình đã cho trở thành $[f(t)]^2 - (2m+1)f(t) + m(m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = m \\ f(t) = m+1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = m, y = m+1$ trên cùng hệ trục tọa độ



Phương trình đã cho có nghiệm và số nghiệm thực phân biệt là số chẵn $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq -1 \\ m+1 \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \neq 0 \\ m \neq 1 \end{cases}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-10; 10] \Rightarrow m \in \{-2; -1; 2; 3; \dots; 10\}$.

Vậy có 11 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán

HẾT

<https://toanmath.com/>