

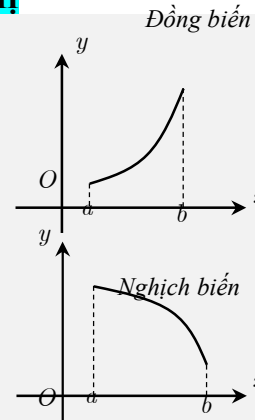
A. ĐỌC BẢNG BIẾN THIÊN, ĐỒ THỊ

① **Định lí** (thừa nhận): Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .



② **Hình dáng đồ thị**

Nếu hàm số **đồng biến** trên K thì từ trái sang phải **đồ thị đi lên**.

Nếu hàm số **nghịch biến** trên K thì từ trái sang phải **đồ thị đi xuống**.

CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ ĐỀ MINH HỌA

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		1		2	
	$-\infty$							$-\infty$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 0)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-2; -1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$		5		1		5	$-\infty$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$	

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$.
 B. $(2; 3)$.
 C. $(-1; +\infty)$.
 D. $(-\infty; 3)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$.
 B. $(-1; 0)$.
 C. $(-\infty; -1)$.
 D. $(0; 2)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2	3	2	$+\infty$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$.
 B. $(-\infty; +\infty)$.
 C. $(3; 4)$.
 D. $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	0	$-\infty$	

Cho các mệnh đề sau:

I. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; -2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 5)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	$-\infty$	3	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'		+	+	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$	

- A. $(-1; 1)$.
 B. $(0; 1)$.
 C. $(4; +\infty)$.
 D. $(-\infty; 2)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		2		4		$-\infty$

- A. $(2; 3)$.
 B. $(-2; 3)$.
 C. $(2; +\infty)$.
 D. $(-\infty; -2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

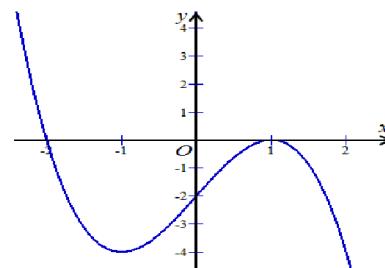
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3			$+\infty$
	$-\infty$			-1		

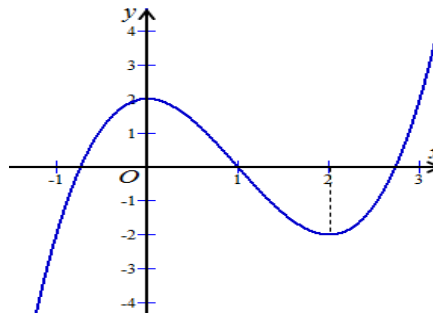
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$.
 B. $(-1; 1)$.
 C. $(0; +\infty)$.
 D. $(-\infty; +\infty)$.



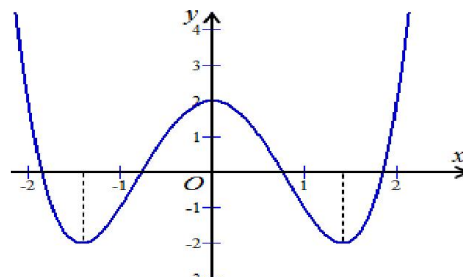
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$.
- B. $(-1;2)$.
- C. $(1;2)$.
- D. $(2;+\infty)$.



Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

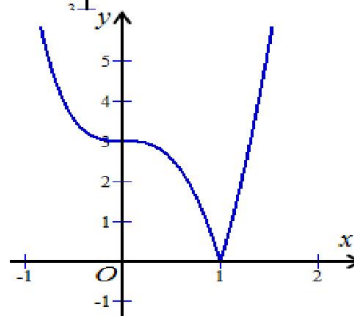
- A. $(-\infty; -1)$.
- B. $(-1;1)$.
- C. $(1;2)$.
- D. $(0;1)$.



Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

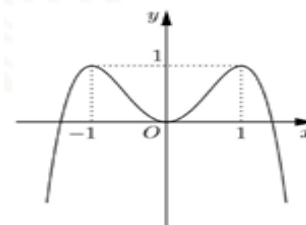
Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.



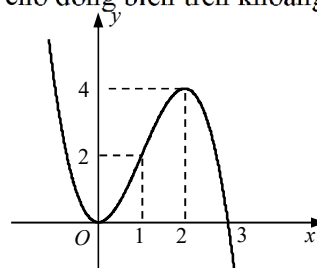
Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1;0)$.
- B. $(0;1)$.
- C. $(-1;1)$.
- D. $(1;+\infty)$.



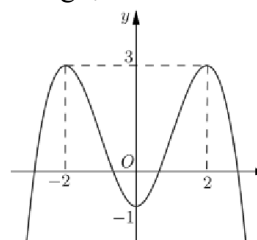
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty;0)$.
- B. $(1;3)$.
- C. $(0;2)$.
- D. $(0;+\infty)$.

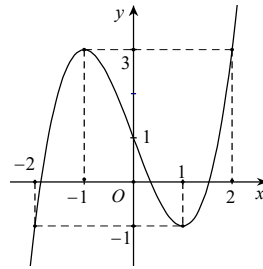


Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-2;0)$.
- B. $(-\infty;0)$.
- C. $(-2;2)$.
- D. $(0;2)$.



Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-1; 1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

B. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (không chứa tham số)

- **Bước 1.** Tìm tập xác định D của hàm số.
- **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Tìm các điểm x_i , ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- **Bước 3.** Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4.** Nêu kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến dựa vào bảng biến thiên.

CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

Câu 1. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = x^3 + x$ C. $y = -x^3 - 3x$ D. $y = \frac{x+1}{x+3}$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^4 + 3x^2$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

Câu 7. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Câu 8. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(-1; 1)$

Câu 9. Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Câu 11. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

Câu 12. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; 4)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 13. Hàm số $y = x^4 - 4x^3$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. TÌM m ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỆU TRÊN CÁC KHOẢNG XÁC ĐỊNH CỦA NÓ

Xét hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

– **Bước 1.** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

– **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

+ Để $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{f'(x)} = 3a > 0 \\ \Delta_{f'(x)} = 4b^2 - 12ac \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m ?$

+ Để $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{f'(x)} = 3a < 0 \\ \Delta_{f'(x)} = 4b^2 - 12ac \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m ?$

Lưu ý: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

• Để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. • $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Xét hàm số nhất biến $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

– **Bước 1.** Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

– **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = \frac{a.d - b.c}{(cx + d)^2}$.

+ Để $f(x)$ đồng biến trên $D \Leftrightarrow y' = f'(x) > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow a.d - b.c > 0 \Rightarrow m ?$

+ Để $f(x)$ nghịch biến trên $D \Leftrightarrow y' = f'(x) < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow a.d - b.c < 0 \Rightarrow m ?$

★ **Lưu ý:** Đối với hàm phân thức thì không có dấu "=" xảy ra tại vị trí y' .

CÁC CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

- Câu 1.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 + (m+4)x - m + 3$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -2 \end{cases}$. **B.** $-2 < m < 4$. **C.** $-2 \leq m \leq 4$. **D.** $-4 \leq m \leq 2$.
- Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m-2)x + 1$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + m^2x - 10}{x - 1}$ (m là tham số thực). Tính tổng các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng xác định?
A. 7. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 3.
- Câu 5.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 6.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $(-10; 10)$ để cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}mx^3 - mx^2 + (3m+8)x - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 7.** Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 3mx - 3m + 1$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 4. Tính tổng tất cả các phần tử của S .
A. -3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 7
- Câu 9.** Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. Không có giá trị m thỏa mãn. **B.** $m \neq 1$.
C. $m = 1$. **D.** Luôn thỏa mãn với mọi m .
- Câu 10.** Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1
- Câu 11.** Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .
A. 4 **B.** Vô số **C.** 3 **D.** 5

- Câu 13.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- A. $[-2; 2]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; -2]$. D. $[2; +\infty)$.
- Câu 14.** Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $f(x) = 2mx^3 - 6x^2 + (2m-4)x + 3 + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là
- A. -3 . B. 2 . C. 1 . D. -1 .
- Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- A. $m \leq \frac{4}{3}$ và $m \neq 0$. B. $m = 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}$. C. $m \geq \frac{4}{3}$. D. $m \leq \frac{4}{3}$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .
- A. Vô số B. 3 C. 5 D. 4
- Câu 17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2\sin x - 3\cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- A. $m \in (-\infty; -\sqrt{13}]$. B. $m \in (-\infty; \sqrt{13}]$. C. $m \in [\sqrt{13}; +\infty)$. D. $m \in [-\sqrt{13}; +\infty)$.

D. TÌM m ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỀU TRÊN KHOẢNG CHO TRƯỚC

Xét hàm số nhất biến $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$.

– **Bước 1.** Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

– **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = \frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$.

+ Để $f(x)$ đồng biến trên $(e; f) \Leftrightarrow y' = f'(x) > 0, \forall x \in (e; f) \Leftrightarrow \begin{cases} a.d-b.c > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (e; f) \end{cases} \Rightarrow m ?$

+ Để $f(x)$ nghịch biến trên $(e; f) \Leftrightarrow y' = f'(x) < 0, \forall x \in (e; f) \Leftrightarrow \begin{cases} a.d-b.c < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (e; f) \end{cases} \Rightarrow m ?$

Phương pháp cô lập m

– **Bước 1.** Ghi điều kiện để $y = f(x; m)$ đơn điệu trên D . Chẳng hạn:

Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ đồng biến trên $D \Leftrightarrow y' = f'(x; m) \geq 0$.

Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ nghịch biến trên $D \Leftrightarrow y' = f'(x; m) \leq 0$.

– **Bước 2.** Độc lập m ra khỏi biến số và đặt về còn lại là $g(x)$ được: $\begin{cases} m \geq g(x) \\ m \leq g(x) \end{cases}$.

– **Bước 3.** Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên D .

– **Bước 4.** Dựa vào bảng biến thiên kết luận: $\begin{cases} \text{Khi } m \geq g(x) \Rightarrow m \geq \max_D g(x) \\ \text{Khi } m \leq g(x) \Rightarrow m \leq \min_D g(x) \end{cases}$.

CÁC CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

- Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{mx-4}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên nửa khoảng $(-1; 2]$?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = \frac{-m(x-4)}{2x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2]$?
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 0.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-9}{x-m}$ (m là tham số thực). Tính tổng các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?
- A. -3. B. -2. C. -5. D. 4.
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = \frac{mx+m+2}{x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên nửa khoảng $[0; +\infty)$?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m^2}{x+m}$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?
- A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$. B. $m < 0$. C. $m > 1$. D. $m \geq 1$.
- Câu 7.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.
- A. 2 B. 6 C. Vô số D. 1
- Câu 8.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$?
- A. 0 B. 6 C. 3 D. Vô số
- Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?
- A. 2 B. Vô số C. 1 D. 3
- Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?
- A. Vô số B. 4 C. 5 D. 3
- Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+25}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- A. 3. B. 4. C. 9. D. 11.
- Câu 12.** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là
- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

- Câu 13.** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là
A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.
- Câu 14.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là
A. $(-1; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **D.** $[1; 2)$.
- Câu 15.** Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{mx-8}{x-2m}$ (1) đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là:
A. $[-2; 2]$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $\left[-2; \frac{3}{2}\right]$. **D.** $\left[-2; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 16.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là
A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ **B.** $[0; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 0]$ **D.** $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$
- Câu 17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
A. $m \geq -2\sqrt{3}$. **B.** $m \geq \frac{13}{2}$. **C.** $m \leq -2\sqrt{3}$. **D.** $m \geq -\frac{13}{2}$.
- Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3m - 1$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.
A. $m \leq 4$. **B.** $0 < m \leq 4$. **C.** $2 < m \leq 3$. **D.** $2 \leq m \leq 3$.
- Câu 19.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + m + 3$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$
A. $m \geq -3$. **B.** $m \leq -3$. **C.** $m \leq -6$. **D.** $m \geq -6$.
- Câu 20.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{9}\sin 3x + mx$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $m \geq \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq \frac{5}{6}$. **C.** $m \leq \frac{1}{2}$. **D.** $m \geq \frac{5}{6}$.
- Câu 21.** Cho hàm số $y = -x^3 + x^2 + (4m+9)x - 5$ (1) với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m lớn hơn -10 để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?
A. 7. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.
- Câu 22.** Tìm m để hàm số $y = x^2(m-x) - 2018$ (1) đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
A. $m \in [3; +\infty)$. **B.** $m \in [0; +\infty)$. **C.** $m \in [-3; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -1]$.
- Câu 23.** Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3mx - 1$ (1) đồng biến trên $(0; +\infty)$
A. $m = 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.
 Do $g'(x) = 2x + 2 > 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên $g(x) > g(0) = 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow (*) \Leftrightarrow m \leq 0$.

E. BÀI TOÁN XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM HỢP, HÀM ẨN

Phương pháp: Tự hiểu ^^!

CÁC CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

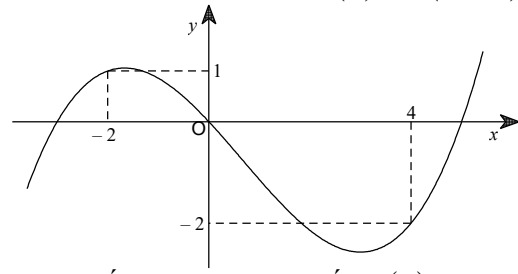
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.



Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ

Hàm số $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-4; -2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 4)$.

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	1	-1	2	4

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

D. $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Biết $1 < f(x) < 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = g(x) = f(f(x)) + x^3 - 6x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(4; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\frac{28}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	$+\infty$

Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = g(x) = f(4-2x) - \frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 6x + 1$.

A. $(-2; 0)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

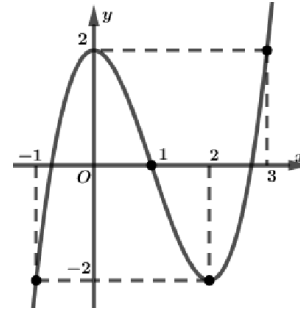
Hàm số $y = g(x) = f(1-x^2) - x - \sqrt{x^2 + 2}$ có ít nhất bao nhiêu khoảng nghịch biến?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \left| -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2}{3} \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-9;9]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

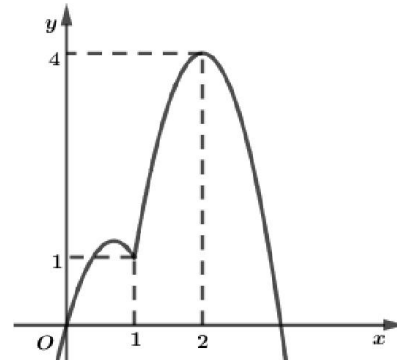
- A. 3. B. 2. C. 16. D. 9.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(3x+1) + 9x^3 + \frac{9}{2}x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1;1)$.
B. $(-2;0)$.
C. $(-\infty;0)$.
D. $(1;+\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0)=0; f(3)=9$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

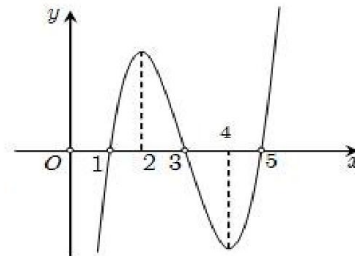


- A. $\left(\frac{5}{2};3\right)$.
B. $\left(\frac{12}{5};4\right)$.
C. $(0;2)$.
D. $\left(\frac{7}{2};\frac{13}{3}\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau

Hàm số $y = g(x) = f(x+1) - \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;2)$.
B. $(4;+\infty)$.
C. $(2;4)$.
D. $(0;2)$.



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Đặt $y = g(x) = 2f(1-x) + \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- B. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- C. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
- D. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = g(x) = f(2x-4) - e^{\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 3)$.
- B. $(3; +\infty)$.
- C. $(-\infty; 1)$.
- D. $\left(1; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x^2-1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m) + 2019$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. $m \leq 1$.
- B. $m \leq 2$.
- C. $m \geq 2$.
- D. $m \geq 1$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Đặt $g(x) = f(x+2) + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2019$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- B. Hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực trị.
- C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.
- D. $g(5) > g(6)$ và $g(0) > g(1)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Đặt $y = g(x) = -2f(2-x) + e^{x^2 - 2x + 2018}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $g'(1) = 0$.
- B. $g(7) < g(8)$.
- C. $g'(3) > 0$.
- D. $g(4) > g(5)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

Đặt $g(x) = f(x^2) + e^{x^3 - 3x^2 + 1}$. Khẳng định nào sau đây sai?

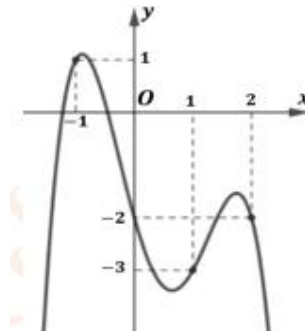
- A. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- B. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- D. $g(-3) - g(-2) < 0$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ

Đặt $y = g(x) = f(x) + \frac{x^4}{2} - \frac{5}{3}x^3 + 6x$.

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

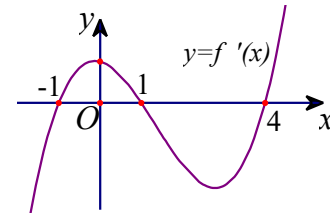
- A. $(-2; -1)$. B. $(1; 2)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(-3; -2)$.



Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ:

Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(-2; 1)$. D. $(-\infty; -2)$.



Câu 19. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

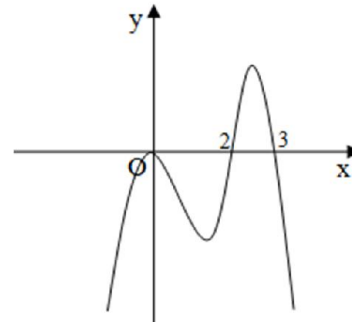
Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -\sqrt{2})$. B. $(0; \sqrt{2})$. C. $(-\sqrt{2}; 0)$. D. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Câu 20. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

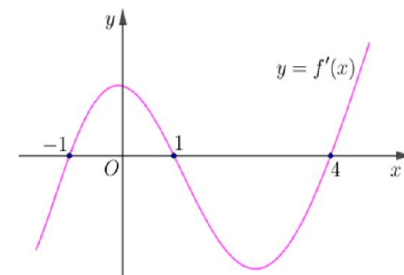
- A. $(-\infty; 0)$.
B. $(2; +\infty)$.
C. $(1; 2)$.
D. $(-\infty; 2)$.



Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ:

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m > -10$ để hàm số $y = f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

- A. 2.
B. 7.
C. 5.
D. 9.

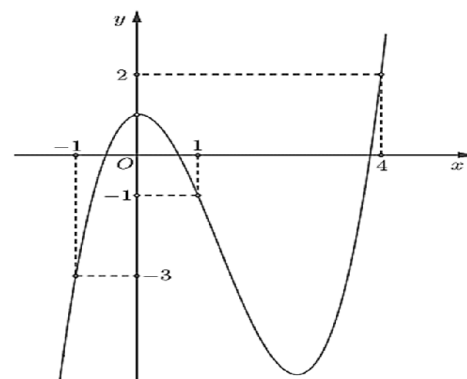


Câu 22. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

Hỏi hàm số $g(x) = -2f(2-x) + x^2$

nghịch biến trên khoảng(các khoảng) nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$.
B. $(-2; 1)$.
C. $(-1; 0)$.
D. $(-\infty; -1)$.



Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hỏi hàm số $y = f(2-x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1;2)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(1;+\infty)$. D. $(1;3)$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = -2f(x) + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-4;2)$. B. $(-1;2)$. C. $(-2;-1)$. D. $(2;4)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x-1) + x^3 - 12x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;+\infty)$. B. $(-\infty;1)$ C. $(1;2)$. D. $(3;4)$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(\frac{3}{2};3\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. C. $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. D. $(3;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;2)$. B. $(-1;+\infty)$. C. $(-2;0)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = -2f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-4;2)$. B. $(-1;2)$. C. $(-2;-1)$. D. $(2;4)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-1;1)$. B. $(-2;0)$. C. $(-1;3)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Hàm số $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0

Hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-2; -1)$. C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. D. $(-\infty; -2)$.

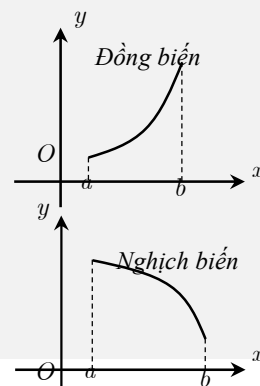
A. ĐỌC BẢNG BIẾN THIÊN, ĐỒ THỊ

① **Định lý** (thừa nhận): Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .



② **Hình dáng đồ thị**

Nếu hàm số **đồng biến** trên K thì từ trái sang phải đồ thị đi lên.

Nếu hàm số **nghịch biến** trên K thì từ trái sang phải đồ thị đi xuống.

CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ ĐỀ MINH HỌA

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$
	$-\infty$								$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							
	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	5	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Do $(-2; -1) \subset (-\infty; -1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số đồng biến.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Mà $(2; 3) \subset (2; +\infty)$ nên trên khoảng $(2; 3)$ hàm số đồng biến.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2	3	2	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$			$+\infty$		1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Mà $(3; 4) \subset (3; +\infty)$ nên trên khoảng $(3; 4)$ hàm số đồng biến.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		+		+	0	-	
y			0		0		

Cho các mệnh đề sau:

I. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; -2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 5)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy nhận xét III đúng, nhận xét I, II, IV sai.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		-	0	+		+	0	-	
y		$+\infty$		$+\infty$		3		$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$.

B. $(-2;2)$.

C. $(-\infty;-2)$.

D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $(-2;1), (1;2)$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'		+	+	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	4	$-\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		2	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-1;1)$.

B. $(0;1)$.

C. $(4;+\infty)$.

D. $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		2		4		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$.

B. $(-2;3)$.

C. $(2;+\infty)$.

D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

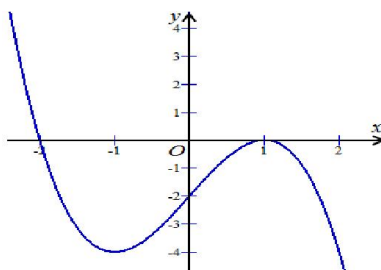
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

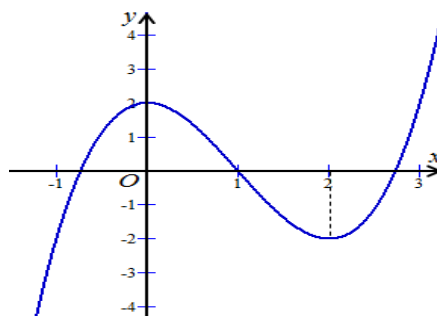
C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải**Chọn B**

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 1)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(1; 2)$.

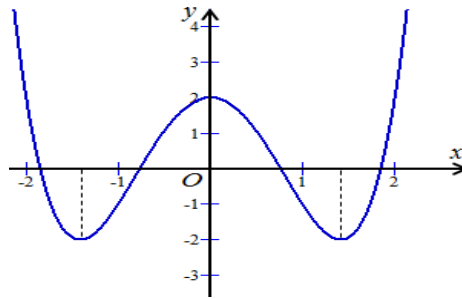
D. $(2; +\infty)$.

Lời giải**Chọn C**

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ nên nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào

dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; 2)$.

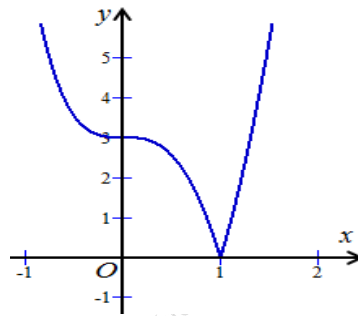
D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(0; 1)$ đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

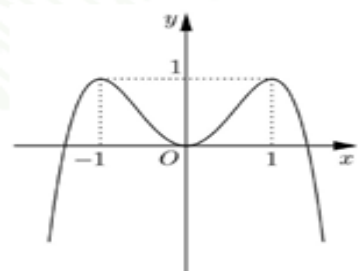
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng $(-\infty; 1)$ đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A, trên khoảng $(-1; 0)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

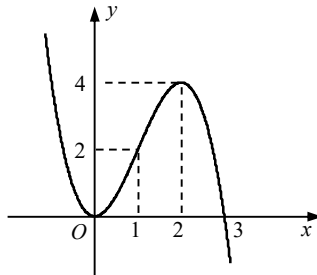
Xét đáp án B, trên khoảng $(0; 1)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên chọn.

Xét đáp án C, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án D, trên khoảng $(1;+\infty)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Câu 19. Với $A(-3;9;2)$ và $B(0;-3;6)$ thì tọa độ điểm $M\left(\frac{-3+1}{2};\frac{9+(-3)}{2};\frac{2+6}{2}\right)$ suy ra $M(-1;3;4)$

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$.

B. $(1;3)$.

C. $(0;2)$.

D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

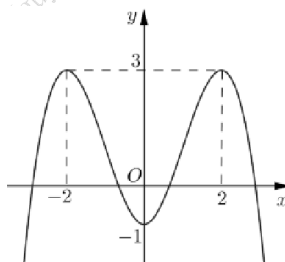
Xét đáp án A, trên khoảng $(-\infty;0)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Xét đáp án B, trên khoảng $(1;3)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Xét đáp án C, trên khoảng $(0;2)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên chọn.

Xét đáp án D, trên khoảng $(0;+\infty)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên loại.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-2;0)$.

B. $(-\infty;0)$.

C. $(-2;2)$.

D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

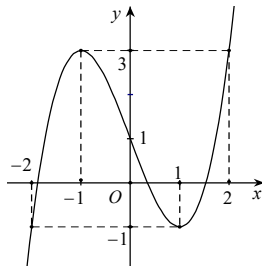
Xét đáp án A, trên khoảng $(-2;0)$ đồ thị hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên chọn.

Xét đáp án B, trên khoảng $(-\infty;0)$ đồ thị có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến và có đoạn hướng xuống là hàm số đồng nghịch biến nên loại.

xét đáp án C, trên khoảng $(-2;2)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án D, trên khoảng $(0;2)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-1;1)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(-1;2)$.

D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị có hướng đi xuống là hàm số nghịch biến nên chọn.

Xét đáp án B, trên khoảng $(-2;-1)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án C, trên khoảng $(-1;2)$ đồ thị có đoạn hướng đi xuống là hàm số nghịch biến và có đoạn hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

Xét đáp án D, trên khoảng $(1;+\infty)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên loại.

B. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (không chứa tham số)

- **Bước 1.** Tìm tập xác định D của hàm số.
- **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Tìm các điểm x_i , ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- **Bước 3.** Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4.** Nêu kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến đưa vào bảng biến thiên.

Câu 1. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x-1}{x-2}$

B. $y = x^3 + x$

C. $y = -x^3 - 3x$

D. $y = \frac{x+1}{x+3}$

Lời giải

Chọn B

Vì $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Lập bảng biến thiên rồi suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^4 + 3x^2$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = 3x^3 + 3x - 2$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Cách 2: Dùng chức năng mode 7 trên máy tính kiểm tra từng đáp án.

Câu 8. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; +\infty)$ **B.** $(0; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 0)$ **D.** $(-1; 1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$

Câu 9. Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $(-\infty; -\frac{1}{2})$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$y = 2x^4 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ suy ra $y(0) = 1$

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.+) $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.**Câu 11.** Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

Lời giải**Chọn A**Ta có $D = \mathbb{R}$, $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$; $y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$.Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.**Câu 12.** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(1; 4)$. **D.** $(4; +\infty)$.

Lời giải**Chọn A**Tập xác định $D = \mathbb{R}$.Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Nhìn vào bảng xét dấu của y' ta thấy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.Vậy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.**Câu 13.** Hàm số $y = x^4 - 4x^3$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Lời giải**Chọn B**Tập xác định $D = \mathbb{R}$.Ta có $y' = 4x^3 - 12x^2$ Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 1 1

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. TÌM m ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỆU TRÊN CÁC KHOẢNG XÁC ĐỊNH CỦA NÓ

Xét hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

– **Bước 1.** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

– **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$+ \text{ Để } f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{f'(x)} = 3a > 0 \\ \Delta_{f'(x)} = 4b^2 - 12ac \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m ?$$

$$+ \text{ Để } f(x) \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{f'(x)} = 3a < 0 \\ \Delta_{f'(x)} = 4b^2 - 12ac \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m ?$$

Lưu ý: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$$\bullet \text{ Để } f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \bullet f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

Xét hàm số nhất biến $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$.

– **Bước 1.** Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

– **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = \frac{a.d - b.c}{(cx+d)^2}$.

$$+ \text{ Để } f(x) \text{ đồng biến trên } D \Leftrightarrow y' = f'(x) > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow a.d - b.c > 0 \Rightarrow m ?$$

$$+ \text{ Để } f(x) \text{ nghịch biến trên } D \Leftrightarrow y' = f'(x) < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow a.d - b.c < 0 \Rightarrow m ?$$

★ **Lưu ý:** Đối với hàm phân thức thì không có dấu "=" xảy ra tại vị trí y' .

CÁC CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 + (m+4)x - m + 3$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $-2 < m < 4$. C. $-2 \leq m \leq 4$. D. $-4 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x) = 2x^2 - 2mx + (m+4)$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 - 2(m+4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4.$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m-2)x + 1$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 2mx + m - 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + (m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 1.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2, -1, 0, 1\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + m^2x - 10}{x-1}$ (m là tham số thực). Tính tổng các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng xác định?

- A. 7. B. 0. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - m^2 + 10}{(x-1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định khi và chỉ khi

$$f'(x) \geq 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 + 10 \geq 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 1 - (-m^2 + 10) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của m bằng 0.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ có $f'(x) = x^2 + 2mx + 9$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 9 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$$

Do m là số nguyên âm $\Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m .

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $(-10; 10)$ để cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}mx^3 - mx^2 + (3m + 8)x - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}mx^3 - mx^2 + (3m + 8)x - 3$ có $f'(x) = mx^2 - 2mx + 3m + 8$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

TH1: $m = 0 \Rightarrow y' = 8 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 0$ không thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0$ ta có:

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - m(3m + 8) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2m^2 - 8m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -4 \vee m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4.$$

Tổng hợp các trường hợp ta được $m \leq -4$.

Do m là số nguyên thuộc đoạn $(-10; 10) \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 3mx - 3m + 1$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 4. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. -3.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 3m$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 3m = 0$ (1).

Vì $a = 1 > 0$ nên để hàm số đã cho nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_2 - x_1| = 4$. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_2 - x_1| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m > 0 \\ m^2 - 3m - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \vee m > 3 \\ m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Do đó, $S = \{-1; 4\}$.

Vậy tổng tất cả các phần tử của S là 3.

Câu 8. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 5

B. 4

C. 6

D. 7

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+) $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in [-9; -3] \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 9. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. Không có giá trị m thỏa mãn.

B. $m \neq 1$.

C. $m = 1$.

D. Luôn thỏa mãn với mọi m .

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(2m-1)$$

Ta có: $\Delta' = (-3m)^2 - 3 \cdot 3 \cdot (2m-1)$. Để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 9 < 0 \Leftrightarrow 9(m^2 - 2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 9(m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 10. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2-1)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn C

TH1: $m=1$. Ta có: $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m=1$.

TH2: $m=-1$. Ta có: $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m=-1$.

TH3: $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$, dấu “=” chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 3(m^2-1)x^2 + 2(m-1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)^2 + 3(m^2-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)(4m+2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1. \quad \forall$$

$m \in \mathbb{Z}$ nên $m=0$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm là $m=0$ hoặc $m=1$.

- Câu 11.** Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
- A. 4. B. 5. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (m^2 - m)x^2 + 4mx + 3$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m = 0$ ta có $y' = 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

+ Với $m = 1$ ta có $y' = 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4} \Rightarrow m = 1$ không thỏa mãn.

$$+ \text{ Với } \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ ta có } y' \geq 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < 0.$$

Tổng hợp các trường hợp ta được $-3 \leq m \leq 0$.

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .
- A. 4 B. Vô số C. 3 D. 5

Lời giải

Chọn D

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}; y' = \frac{m^2 - 4m}{(x + m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa mãn.

- Câu 13.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- A. $[-2; 2]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; -2]$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = x^2 + 2mx + 4.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

- Câu 14.** Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $f(x) = 2mx^3 - 6x^2 + (2m - 4)x + 3 + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là
- A. -3. B. 2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

TH1: $m = 0$ khi đó $f(x) = -6x^2 - 4x + 3$ không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: $m \neq 0$. Ta có $f'(x) = 6mx^2 - 12x + (2m - 4)$.

Khi đó để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì

$$\begin{cases} 6m < 0 \\ 36 - 6m(2m - 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1]$$

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số nghịch biến là -1 .

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq \frac{4}{3}$ và $m \neq 0$. **B.** $m = 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}$.

C. $m \geq \frac{4}{3}$. **D.** $m \leq \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = 2$ là hàm hằng nên loại $m = 0$.

TH2: $m \neq 0$. Ta có: $y' = 3mx^2 + 2mx + m(m-1)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m^2(m-1) \leq 0 \\ 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2(4-3m) \leq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}$$

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. Vô số

B. 3

C. 5

D. 4

Lời giải

Chọn B

$y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}$ hàm số đồng biến trên khoảng xác định khi $-1 < m < 3$ nên có 3 giá trị của m nguyên

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2\sin x - 3\cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty; -\sqrt{13}]$. **B.** $m \in (-\infty; \sqrt{13}]$. **C.** $m \in [\sqrt{13}; +\infty)$. **D.** $m \in [-\sqrt{13}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 2\cos x + 3\sin x + m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2\cos x + 3\sin x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow m \geq -2\cos x - 3\sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \max_{x \in \mathbb{R}} f(x), \text{ với } f(x) = -2\cos x - 3\sin x.$$

Xét hàm số $y = f(x) = -2\cos x - 3\sin x$. Khi đó phương trình $y = -2\cos x - 3\sin x$ có nghiệm $\Leftrightarrow (-2)^2 + (-3)^2 \geq y^2 \Leftrightarrow -\sqrt{13} \leq y \leq \sqrt{13}$. Do đó $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \sqrt{13}$. Vậy $m \geq \sqrt{13}$.

D. TÌM m ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG CHO TRƯỚC

Xét hàm số nhất biến $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

– **Bước 1.** Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

– **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = \frac{a.d - b.c}{(cx + d)^2}$.

$$+ \text{Đề } f(x) \text{ đồng biến trên } (e; f) \Leftrightarrow y' = f'(x) > 0, \forall x \in (e; f) \Leftrightarrow \begin{cases} a.d - b.c > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (e; f) \end{cases} \Rightarrow m ?$$

$$+ \text{Đề } f(x) \text{ nghịch biến trên } (e; f) \Leftrightarrow y' = f'(x) < 0, \forall x \in (e; f) \Leftrightarrow \begin{cases} a.d - b.c < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (e; f) \end{cases} \Rightarrow m ?$$

Phương pháp cô lập m

– **Bước 1.** Ghi điều kiện đề $y = f(x; m)$ đơn điệu trên D . Chẳng hạn:

Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ đồng biến trên $D \Leftrightarrow y' = f'(x; m) \geq 0$.

Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ nghịch biến trên $D \Leftrightarrow y' = f'(x; m) \leq 0$.

– **Bước 2.** Độc lập m ra khỏi biến số và đặt về còn lại là $g(x)$ được: $\begin{cases} m \geq g(x) \\ m \leq g(x) \end{cases}$.

– **Bước 3.** Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên D .

– **Bước 4.** Dựa vào bảng biến thiên kết luận: $\begin{cases} \text{Khi } m \geq g(x) \Rightarrow m \geq \max_D g(x) \\ \text{Khi } m \leq g(x) \Rightarrow m \leq \min_D g(x) \end{cases}$.

CÁC CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{-m^2 + 4}{(x-m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0 \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{mx-4}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên nửa khoảng $(-1; 2]$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn E

+ Trường hợp 1: $m = 0$

Khi đó $f(x) = \frac{-1}{4}x$: là hàm số bậc nhất có hệ số $a = \frac{-1}{4} < 0$ nên nghịch biến

$\Rightarrow m = 0$ thỏa mãn đề bài.

+ Trường hợp 2: $m \neq 0$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{m} \right\}$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{-4+m^2}{(mx-4)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên nửa khoảng $(-1; 2]$ khi và chỉ khi

$$f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2] \Leftrightarrow \begin{cases} -4+m^2 < 0 \\ \frac{4}{m} \notin (-1; 2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \frac{4}{m} > 2 \\ \frac{4}{m} \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0, 1\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{-m(x-4)}{2x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2]$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-m}{2} \right\}$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{-m^2-8m}{(2x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2]$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 2] \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2-8m > 0 \\ \frac{-m}{2} \notin (-\infty; 2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 < m < 0 \\ \frac{-m}{2} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -8 < m < -4.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-7, -6, -5\}$. Vậy có ba giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-9}{x-m}$ (m là tham số thực). Tính tổng các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. -3.

B. -2.

C. -5.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{-m^2+9}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+9 > 0 \\ m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 1.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2, -1, 0, 1\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài bằng -2.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx+m+2}{x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên nửa khoảng $[0; +\infty)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên $[0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) < 0, \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ -m \notin [0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ -m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 1$. Vậy có một giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m^2}{x+m}$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

B. $m < 0$.

C. $m > 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{m-m^2}{(x+m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m-m^2 < 0 \\ -m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \\ -m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

A. 2

B. 6

C. Vô số

D. 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ -6 \leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} < m \leq 2 \end{cases}.$$

Mà m nguyên nên $m = \{1; 2\}$.

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$?

A. 0

B. 6

C. 3

D. Vô số

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}$; $y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y' < 0 \\ (6; +\infty) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

A. 2

B. Vô số

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m .

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. Vô số

B. 4

C. 5

D. 3

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+25}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

A. 3.

B. 4.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số xác định khi $x \neq -m$ và đạo hàm $y' = \frac{m^2 - 25}{(x + m)^2}$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $\begin{cases} y' < 0 \\ -m \notin (-\infty; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 25 < 0 \\ 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m \leq -1$

Vì $m \in \mathbb{Z}$, suy ra $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$ nên có 4 giá trị.

Câu 12. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{-m-6}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(10; +\infty) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (10; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-6 > 0 \\ -m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ -m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow -10 \leq m < -6.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{-10; -9; -8; -7\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Câu 13. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{-m-6}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(10; +\infty) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (10; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-6 > 0 \\ -m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ -m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow -10 \leq m < -6.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{-10; -9; -8; -7\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Câu 14. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $[1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$y' = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}.$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ thì

$$\begin{cases} y' < 0 \\ -m \notin (-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2} < 0 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Câu 15. Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{mx-8}{x-2m}$ (1) đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là:

A. $[-2; 2]$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $\left(-2; \frac{3}{2}\right]$. **D.** $\left[-2; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2m\}$$

Ta có: $y' = \frac{-2m^2 + 8}{(x-2m)^2}$. Để hàm số (1) đồng biến trên $(3; +\infty)$ thì:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \quad \forall x \in (3; +\infty) \\ 2m \notin (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + 8 > 0 \\ m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq \frac{3}{2}.$$

Câu 16. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ **B.** $[0; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 0]$ **D.** $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ thì $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1)$

$$\Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq \min_{(-\infty; -1]} f(x), \quad f(x) = 3x^2 + 12x + 9$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 6x + 12; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Khi đó, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$+\infty$	-3	$+\infty$

$$\text{Suy ra } \min_{(-\infty; 0]} f(x) = -3 \Rightarrow 4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}.$$

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

A. $m \geq -2\sqrt{3}$. **B.** $m \geq \frac{13}{2}$. **C.** $m \leq -2\sqrt{3}$. **D.** $m \geq -\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^2 - 2mx + 2$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-2; 0)$
 $\Leftrightarrow mx \leq 3x^2 + 1, \forall x \in (-2; 0) \Leftrightarrow m \geq 3x + \frac{1}{x}, \forall x \in (-2; 0)$.

Xét $f(x) = 3x + \frac{1}{x}, \forall x \in (-2; 0)$. Ta có: $f'(x) = 3 - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} (L) \\ x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$.

Lại có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \frac{-13}{2}$ và $f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -2\sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\frac{13}{2}$	$-2\sqrt{3}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra: (ycbt) $\Leftrightarrow m \geq -2\sqrt{3}$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3m - 1$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

A. $m \leq 4$.

B. $0 < m \leq 4$.

C. $2 < m \leq 3$.

D. $2 \leq m \leq 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

Hàm số đã cho đồng biến $(2; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; 3) \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) \geq 0, \forall x \in (2; 3)$

$\Leftrightarrow x^2 - m \geq 0, \forall x \in (2; 3) \Leftrightarrow m \leq x^2, \forall x \in (2; 3)$.

Xét hàm số $f(x) = x^2, x \in (2; 3)$

Ta có: $f'(x) = 2x > 0, \forall x \in (2; 3)$

Bảng biến thiên:

x	2	3
$f'(x)$		+
$f(x)$	4	9

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: $m \leq f(x), \forall x \in (2; 3) \Leftrightarrow m \leq 4$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + m + 3$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$

A. $m \geq -3$.

B. $m \leq -3$.

C. $m \leq -6$.

D. $m \geq -6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 4x + m - 1$

Hàm số đã cho đồng biến $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$.

$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 4x + 1, \forall x \in (-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$.

Xét $f(x) = -3x^2 + 4x + 1, \forall x \in (-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = -6x + 4$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		0	-	
$f(x)$	$-\infty \nearrow -6$			$-3 \searrow -\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra: (ycbt) $\Leftrightarrow m \geq -3$.

Câu 20. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{9}\sin 3x + mx$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq \frac{1}{2}$.

B. $m \leq \frac{5}{6}$.

C. $m \leq \frac{1}{2}$.

D. $m \geq \frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = m + \cos x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{3}\cos 3x = m + \cos x + \frac{1}{2}(2\cos^2 x - 1) + \frac{1}{3}(4\cos^3 x - 3\cos x)$
 $= \frac{4}{3}\cos^3 x + \cos^2 x + m - \frac{1}{2}$

Để hàm số đồng biến thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq -\frac{4}{3}\cos^3 x - \cos^2 x + \frac{1}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = \cos x; t \in [-1; 1]$. Khi đó (ycbt) $\Leftrightarrow m \geq -\frac{4}{3}t^3 - t^2 + \frac{1}{2}, \forall t \in [-1; 1]$.

Xét hàm $f(t) = -\frac{4}{3}t^3 - t^2 + \frac{1}{2}, \forall t \in [-1; 1]$. Ta có: $f'(t) = -4t^2 - 2t$.

Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = 0 \end{cases}$ (nhận).

Bảng biến thiên:

t	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{2}$		$-\frac{11}{6}$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	
		$\frac{5}{12}$			

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $(y' < 0) \Leftrightarrow m \geq \frac{5}{6}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = -x^3 + x^2 + (4m+9)x - 5$ (1) với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m lớn hơn -10 để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 7.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y' = -3x^2 + 2x + 4m + 9.$$

Hàm số (1) nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 2x + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 - 2x - 9, \forall x \in (-\infty; 0)$$

Xét $g(x) = 3x^2 - 2x - 9, x \in (-\infty; 0)$.

Do $g'(x) = -6x - 2 < 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ nên $g(x) > g(0) = -9, \forall x \in (-\infty; 0)$

$$(*) \Leftrightarrow 4m \leq -9 \Leftrightarrow m \leq -\frac{9}{4}.$$

Vậy các giá trị m thỏa mãn đề bài là: $-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3$.

Câu 22. Tìm m để hàm số $y = x^2(m-x) - 2018$ (1) đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $m \in [3; +\infty)$.

B. $m \in [0; +\infty)$.

C. $m \in [-3; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -1]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 + 2mx$. Để hàm số (1) đồng biến trên $(1; 2)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (1; 2)$.

$$\text{Khi đó } -3x^2 + 2mx \geq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \geq \frac{3x}{2} \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Câu 23. Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3mx - 1$ (1) đồng biến trên $(0; +\infty)$

A. $m = 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 6x - 3m$$

Hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

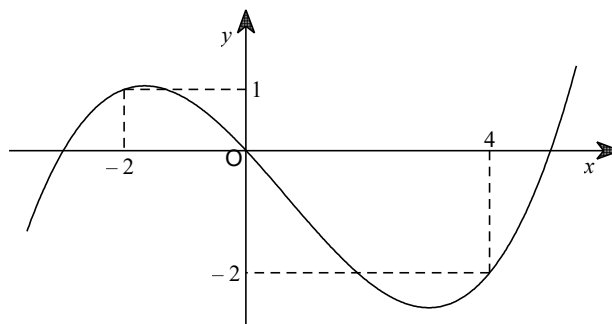
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 3m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow x^2 + 2x \geq m, \forall x \in (0; +\infty) (*)$$

Xét $g(x) = x^2 + 2x, x \in (0; +\infty)$.

Do $g'(x) = 2x + 2 > 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên $g(x) > g(0) = 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow (*) \Leftrightarrow m \leq 0$.

E. BÀI TOÁN XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM HỢP, HÀM ẨN CÁC CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

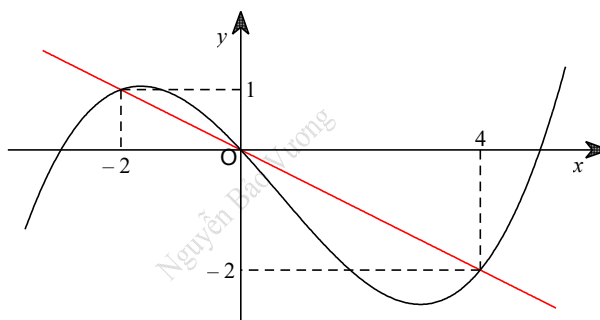
Chọn A

Ta có : $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$

Đặt $t = 1-2x \Rightarrow g'(x) = -2f'(t) - t$

$g'(x) = 0 \Rightarrow f'(t) = -\frac{t}{2}$

Vẽ đường thẳng $y = -\frac{x}{2}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên cùng một hệ trục



Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Rightarrow g'(x) \leq 0 \Rightarrow f'(t) \geq -\frac{t}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq t \leq 0 \\ t \geq 4 \end{cases}$

Như vậy $f'(1-2x) \geq \frac{1-2x}{-2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq 1-2x \leq 0 \\ 4 \leq 1-2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

Mà $\left(1; \frac{3}{2}\right) \subset \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ nên hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	1	-1	2	4

Hàm số $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-4; -2)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1$. Xét $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2$

● TH1: $f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Leftrightarrow 2 < 1 - \frac{x}{2} < 3 \Leftrightarrow -4 < x < -2$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(-4; -2)$.

● TH2: $f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Leftrightarrow -1 < 1 - \frac{x}{2} < a < 0 \Leftrightarrow 4 > x > 2 - 2a$ nên hàm số chỉ nghịch biến trên khoảng $(2 - 2a; 4)$ chứ không nghịch biến trên toàn khoảng $(2; 4)$.

Vậy hàm số $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên $(-4; -2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $\left(-1; \frac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. **C.** $\left(1; \frac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$.

Ta có $g'(x) = \left(4x - \frac{5}{2}\right)f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$.

Xét $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} > 0 \\ f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) < 0 \end{cases}$.

$\begin{cases} 4x - \frac{5}{2} < 0 \\ f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) > 0 \end{cases}$

$$\bullet \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} > 0 \\ f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{8} \\ -2 < 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{9}{4}.$$

$$\bullet \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} < 0 \\ f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{8} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ \frac{1}{4} < x < \frac{5}{8} \end{cases}.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Biết $1 < f(x) < 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = g(x) = f(f(x)) + x^3 - 6x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x) = f'(x)f'(f(x)) + 3x^2 - 12x$.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ đề bài cho, vì $1 < f(x) < 3, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(f(x)) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Bảng xét dấu $y' = g'(x)$

x	$-\infty$		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x) \cdot f'(f(x))$		-		-	0	+	0	+	0	-	0	+	
$3x^2 - 12x$		+	0	-		-		-		-	0	+	
$g'(x)$		Chưa xđ		-		chưa xđ		chưa xđ		-	0	+	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	+	
y									

$-\infty \nearrow \frac{28}{5} \searrow 0 \nearrow \frac{1}{5} \nearrow +\infty$

Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = g(x) = f(4 - 2x) - \frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 6x + 1$.

A. $(-2; 0)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = g'(x) = -2f'(4-2x) - x^2 + 5x - 6$.

$$-2f'(4-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(4-2x) < 0 \Leftrightarrow -2 < 4-2x < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Bảng xét dấu $y' = g'(x)$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$-2f'(4-2x)$	-	0	+	0	-
$-x^2+5x-6$	-	0	+	0	-
y'	-	0	+	0	-

Vậy hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = g(x) = f(1-x^2) - x - \sqrt{x^2 + 2}$ có ít nhất bao nhiêu khoảng nghịch biến?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = g'(x) = -2x.f'(1-x^2) - 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} = -\left(2x.f'(1-x^2) + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}\right).$$

$$\text{Ta thấy } x.f'(1-x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(1-x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1-x^2 < 0 \\ 1-x^2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}.$$

Vì $0 \leq x^2 < x^2 + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có

$$\frac{x^2}{x^2 + 2} < 1 \Rightarrow \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 2}} < 1 \Rightarrow -1 < \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} < 1 \Rightarrow 0 < 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} < 2.$$

Do đó trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ thì $1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$ đều có giá trị dương.

Suy ra trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ thì $2x.f'(1-x^2) + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} > 0 \Rightarrow y' < 0$.

Do đó, hàm số $y = g(x)$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Vậy hàm số có ít nhất hai khoảng nghịch biến.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \left| -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2}{3} \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-9;9]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 16.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét hàm số } g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2019}{2020}$$

$$\Rightarrow g'(x) = -x^2 + (2m+3)x - (m^2 + 3m)$$

Để $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ ta xét hai trường hợp sau:

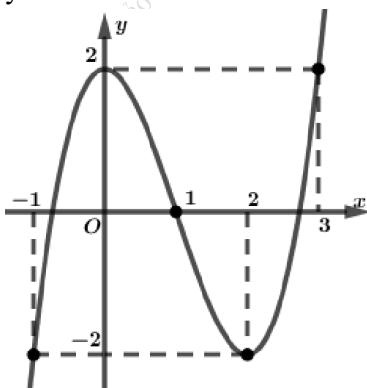
Trường hợp 1: $g(x)$ nghịch biến và không âm trên khoảng $(1; 2)$.

$$\begin{aligned} \text{Tức là: } \begin{cases} g'(x) \leq 0, \forall x \in (1; 2) \\ g(2) \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + (2m+3)x - (m^2 + 3m) \leq 0, \forall x \in (1; 2) \\ -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{1}{2} \cdot (2m+3) \cdot 2^2 - (m^2 + 3m) \cdot 2 + \frac{2}{3} \geq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m+3, \forall x \in (1; 2) \\ x \leq m, \forall x \in (1; 2) \\ -2m^2 - 2m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \\ -2 \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2 \end{aligned}$$

Trường hợp 2: $g(x)$ đồng biến và không dương trên khoảng $(1; 2)$.

$$\begin{aligned} \text{Tức là: } \begin{cases} g'(x) \geq 0, \forall x \in (1; 2) \\ g(2) \leq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + (2m+3)x - (m^2 + 3m) \geq 0, \forall x \in (1; 2) \\ -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{1}{2} \cdot (2m+3) \cdot 2^2 - (m^2 + 3m) \cdot 2 + \frac{2}{3} \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq x \leq m+3, \forall x \in (1; 2) \\ -2m^2 - 2m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \end{aligned}$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(3x+1) + 9x^3 + \frac{9}{2}x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 1)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

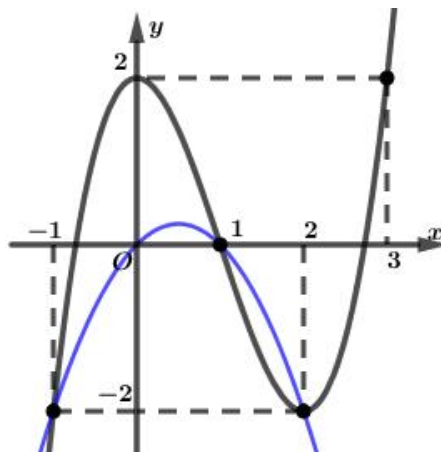
$$\text{Xét hàm số } g(x) = f(3x+1) + 9x^3 + \frac{9}{2}x^2 \Rightarrow g'(x) = 3f'(3x+1) + 27x^2 + 9x$$

$$\text{Hàm số đồng biến tương đương } g'(x) > 0 \Leftrightarrow 3f'(3x+1) + 27x^2 + 9x > 0$$

$$\Leftrightarrow 3f'(3x+1) + 9x(3x+1) > 0 (*)$$

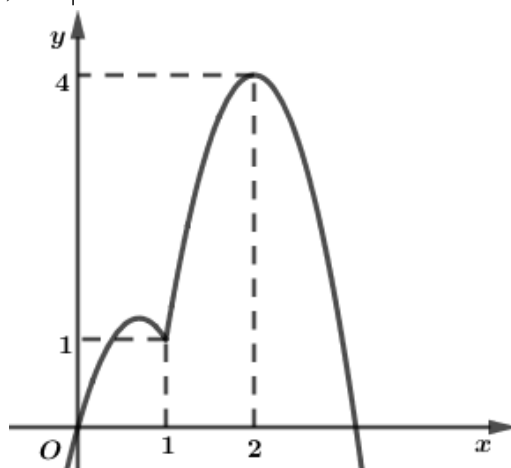
$$\text{Đặt } t = 3x+1 (*) \Leftrightarrow 3f'(t) + 3(t-1)t > 0 \Leftrightarrow f'(t) > -t^2 + t$$

Vẽ parabol $y = -x^2 + x$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên cùng một hệ trục



Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(t) > -t^2 + t \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 3x+1 < 1 \\ 3x+1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3} < x < 0 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0)=0; f(3)=9$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

B. $\left(\frac{12}{5}; 4\right)$.

C. $(0; 2)$.

D. $\left(\frac{7}{2}; \frac{13}{3}\right)$.

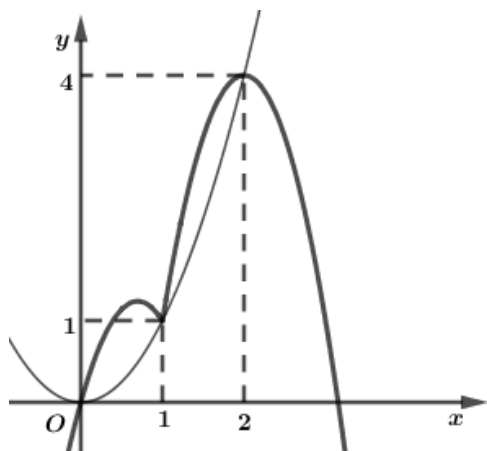
Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = 3f(x) - x^3 \Rightarrow g'(x) = 3f'(x) - 3x^2$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2$ là giao điểm của đồ thị $f'(x)$ và parabol $y = x^2$.

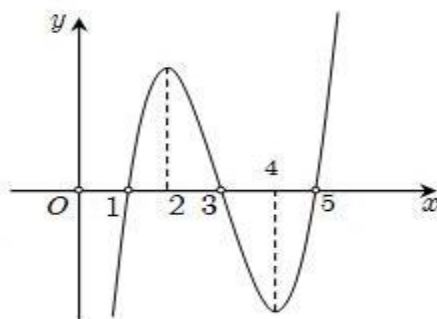
Vẽ parabol $y = x^2$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên cùng một hệ trục



Ta thấy đồ thị $f'(x)$ và parabol $y=x^2$ cắt tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là 0; 1; 2, ta có bảng biến thiên như sau: ($g(0)=3f(0)-0^3=0$; $g(3)=3f(3)-3^3=0$)

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$
$g'(x)$		-	+	+	-	
$g(x)$						
$ g(x) $						

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau



Hàm số $y = g(x) = f(x+1) - \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = g'(x) = f'(x+1) - (x^2 - 2x)$.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=4 \end{cases}$.

$f'(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x+1 < 3 \\ x+1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 4 \end{cases}$.

Bảng xét dấu $y' = g'(x)$

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$f'(x+1)$		-	0	+	0	-	0	+	
$-x^2+2x$		-	0	+	0	-		-	
$g'(x)$		-	0	+	0	-			Chưa xác định dấu

Vậy hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Đặt $y = g(x) = 2f(1-x) + \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
- B.** Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.
- C.** Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
- D.** Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = g'(x) = -2f'(1-x) + x^3 - 3x^2 + 2x$.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có $f'(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \\ x=0 \\ x=3 \end{cases}$.

$$-2f'(1-x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1-x < -1 \\ 0 < 1-x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ 0 < x < 1 \end{cases}.$$

$$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-1)(x-2)$$

Bảng xét dấu $y' = g'(x)$

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$-2f'(1-x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	
$x^3 - 3x^2 + 2$		-	0	+	0	-	0	+		+	
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+			Chưa xác định dấu

Vậy hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = g(x) = f(2x-4) - e^{\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\left(1;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = g'(x) = 2f'(2x-4) - (x^2 - 4x + 3)e^{\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1}$.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có $f'(2x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=\frac{7}{2} \end{cases}$.

$$f'(2x-4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 2x-4 < 2 \\ 2x-4 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}.$$

$$(x^2 - 4x + 3)e^{\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $y' = g'(x)$

x	$-\infty$		1		3		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$f'(2x-4)$		-	0	+	0	-	0	+	
$-(x^2 - 4x + 3)e^{\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1}$		-	0	+	0	-		-	
$g'(x)$		-	0	+	0	-		Chưa xác định dấu	

Vậy hàm số đồng biến trên $(1;3)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x^2-1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m) + 2019$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

- A.** $m \leq 1$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	

$$y' = g'(x) = (2x-2)f'(x^2 - 2x + m).$$

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (1;+\infty)$.

Ta thấy $2x-2 > 0, \forall x \in (1;+\infty)$ nên

$$g'(x) \geq 0, \forall x > 1 \Leftrightarrow f'(x^2 - 2x + m) \geq 0, \forall x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m \leq -1, \forall x > 1 \\ x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -x^2 + 2x - 1 = u(x), \forall x > 1 \\ m \geq -x^2 + 2x = v(x), \forall x > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \min_{(1;+\infty)} u(x) \\ m \geq \max_{(1;+\infty)} v(x) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Đặt $g(x) = f(x+2) + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2019$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
B. Hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực trị.
C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.
D. $g(5) > g(6)$ và $g(0) > g(1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = f'(x+2) + x^2 - 4x + 3$

$$f'(x+2) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 1; 3\}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$f'(x+2)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
x^2-4x+3		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$	$kx \neq 0$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

(kxđ: không xác định)

Dựa vào bảng xét dấu, ta suy ra $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Đặt $y = g(x) = -2f(2-x) + e^{x^2-2x+2018}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $g'(1) = 0$. **B.** $g(7) < g(8)$. **C.** $g'(3) > 0$. **D.** $g(4) > g(5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 2f'(2-x) + (2x-2)e^{x^2-2x+2018}$

$$f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$$

$$(2x-2)e^{x^2-2x+2018} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$2f'(2-x)$	+	0	-	0	+
$(2x-2)e^{x^2-2x+2018}$	-	0	+		
$g'(x)$	kxđ	0	kxđ		+

(kxđ: không xác định)

Dựa vào bảng xét dấu, ta suy ra $g(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty) \Rightarrow g(4) < g(5)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Đặt $g(x) = f(x^2) + e^{x^3-3x^2+1}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
 B. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
 D. $g(-3) - g(-2) < 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2) + (3x^2 - 6x) \cdot e^{x^3-3x^2+1} = x[2f'(x^2) + (3x-6)e^{x^3-3x^2+1}]$

$$f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 \in \{1; 4\} \Leftrightarrow x \in \{\pm 1; \pm 2\}$$

$$(3x-6)e^{x^3-3x^2+1} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

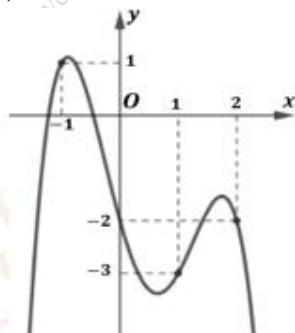
Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$				
$f'(x^2)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$			
$(3x-6)e^{x^3-3x^2+1}$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$		
$g'(x)$	$+$	$ $	$kx\text{đ}$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$kx\text{đ}$	0	$kx\text{đ}$

(kxđ: không xác định)

Dựa vào bảng xét dấu, ta chọn B.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $y = g(x) = f(x) + \frac{x^4}{2} - \frac{5}{3}x^3 + 6x$. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

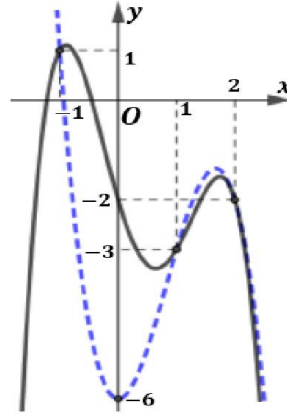
- A. $(-2; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-3; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = g(x) = f(x) + \frac{x^4}{2} - \frac{5}{3}x^3 + 6x$ có $y' = g'(x) = f'(x) + 2x^3 - 5x^2 + 6$
 $= f'(x) - (-2x^3 + 5x^2 - 6)$

Đặt $h(x) = -2x^3 + 5x^2 - 6$. Khi đó đồ thị $h(x)$ là một đường đứt khúc như hình sau.

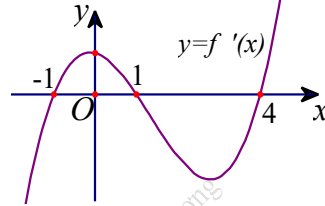


Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1; x = 1; x = 2$.

$y' > 0$ khi đồ thị của hàm số $f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = h(x)$.

Vậy $x \in (-1; 1)$ thì hàm số đồng biến.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ:



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của $f'(x)$ suy ra: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$

Ta có $y' = -f'(2-x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -1 \\ 2-x = 1 \\ 2-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

$\Rightarrow y = f(2-x)$ đồng biến khoảng $(-2; 1)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -\sqrt{2})$. B. $(0; \sqrt{2})$. **C. $(-\sqrt{2}; 0)$.** D. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên của $f'(x)$ suy ra: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Ta có $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = -1 \\ x^2 + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

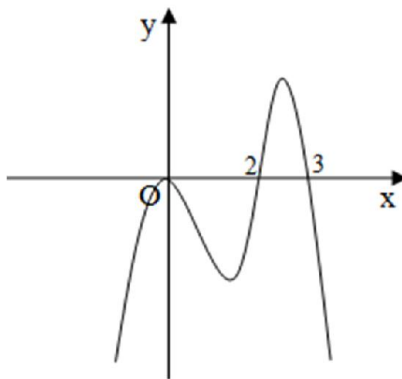
$$f'(x^2 + 1) < 0 \Leftrightarrow -1 < x^2 + 1 < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$								

$\Rightarrow g(x) = f(x^2 + 1)$ đồng biến khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$.

Câu 20. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của $f'(x)$ suy ra: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$

Ta có $g'(x) = (2x - 2)f'(x^2 - 2x + 3)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 \\ f'(x^2-2x+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2-2x+3=0 \\ x^2-2x+3=2 \\ x^2-2x+3=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \text{vn} \\ x=1 \\ x=0; x=2 \end{cases}.$$

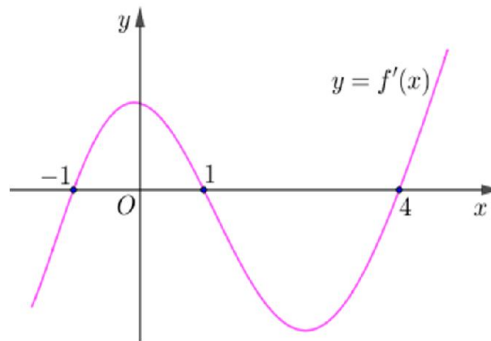
$$f'(x^2-2x+3) > 0 \Leftrightarrow 2 < x^2-2x+3 < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$g(x)$									

$\Rightarrow g(x) = f(x^2-2x+3)$ nghịch biến khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m > -10$ để hàm số $y = f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 2.

B. 7.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ đồ thị của } f'(x) \text{ suy ra: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \text{ và } f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$$

Đặt $g(x) = f(x+m)$, ta có $g'(x) = f'(x+m)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+m = -1 \\ x+m = 1 \\ x+m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m-1 \\ x = -m+1 \\ x = -m+4 \end{cases}$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+m < -1 \\ 1 < x+m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -m-1 \\ -m+1 < x < -m+4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	$-m-1$	$-m+1$	$-m+4$	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0
$g(x)$					

Hàm số $g(x) = f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 \geq 2 \\ -m+1 \leq 0 \\ -m+4 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện $m > -10$ suy ra $\begin{cases} -10 < m \leq -3 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; 1; 2\}$, tức có 9 giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Cách 2:

Từ đồ thị của $f'(x)$ suy ra: $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4)$.

Ta có $g'(x) = f'(x+m) = (x+m+1)(x+m-1)(x+m-4)$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

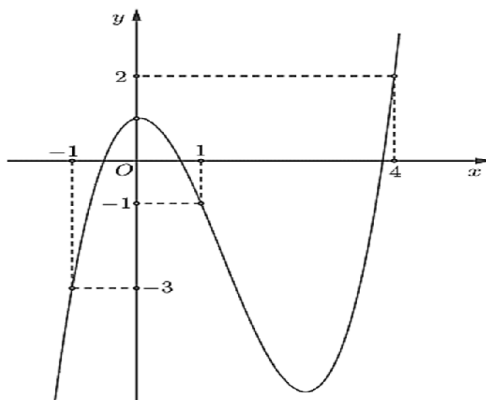
x	$-\infty$	$-m-1$	$-m+1$	$-m+4$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$								

Hàm số $g(x) = f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 \geq 2 \\ -m+1 \leq 0 \\ -m+4 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện $m > -10$ suy ra $\begin{cases} -10 < m \leq -3 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; 1; 2\}$, tức có 9 giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 22. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $g(x) = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.

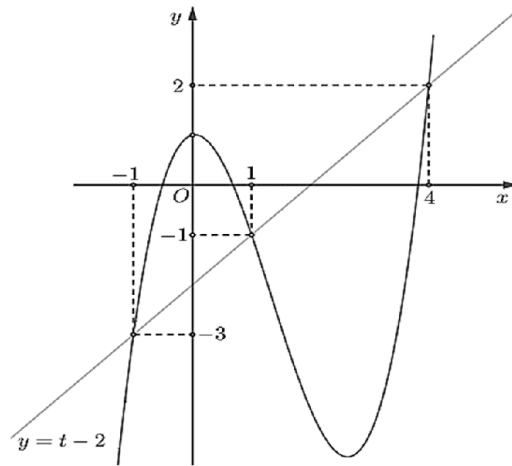
B. $(-2;1)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn E



Ta có $g'(x) = 2f'(2-x) + 2x$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow 2f'(2-x) + 2x < 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < -x$ (1)

Đặt $t = 2-x \Rightarrow x = 2-t$; (1) $\Leftrightarrow f'(t) < t-2$

Dựa vào đồ thị ta lấy phần $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y = t-2$, tương ứng $\begin{cases} t < -1 \\ 1 < t < 4 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(3; +\infty), (-2; 1)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hỏi hàm số $y = f(2-x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn E

♦Ta có: $y = f(2-x) \Rightarrow y' = -f'(2-x)$.

♦Hàm số $y = f(2-x)$ nghịch biến

$$\Rightarrow -f'(2-x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(2-x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 1 \\ -1 \leq 2-x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

♦Vậy hàm số $y = f(2-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	$+$

Hàm số $y = -2f(x) + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-4; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Xét $y = g(x) = -2f(x) + 2020$.

♦ Ta có $g'(x) = (-2f(x) + 2020)' = -2f'(x)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$.

♦ Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$			
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

♦ Vậy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x-1) + x^3 - 12x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$

C. $(1; 2)$.

D. $(3; 4)$.

Lời giải

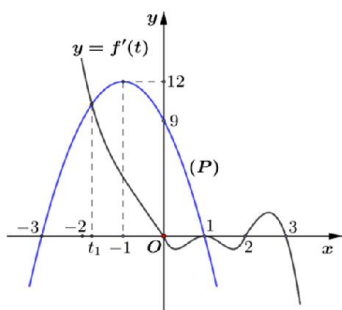
Chọn C

♦ Đặt $g(x) = f(x-1) + x^3 - 12x + 2020$, ta có $g'(x) = f'(x-1) + 3x^2 - 12$.

♦ Đặt $t = x-1 \Rightarrow x = t+1$

$\Rightarrow g'(x) = f'(t) + 3t^2 + 6t - 9 = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$.

♦ Hàm số nghịch biến khi $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(t) < -3t^2 - 6t + 9$ (1).



♦ Dựa vào đồ thị của hàm $f'(t)$ và parabol (P): $y = -3t^2 - 6t + 9$

♦ $(1) \Leftrightarrow t_1 < t < 1 \Rightarrow -2 < t < 1 \Rightarrow -2 < x-1 < 1 \Rightarrow -1 < x < 2$

$\Rightarrow g(x)$ nghịch biến trên $(a; 2)$ với $a > -1$.

♦ Vậy $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 2)$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = -2f'(1-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) \leq 0$

$$\text{Từ bảng xét dấu ta có } f'(1-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x \leq -3 \\ -2 \leq 1-2x \leq 1 \\ 1-2x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -1 \end{cases}$$

Từ đây ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x) = f(x^2 + 2x + 3) \Rightarrow g'(x) = 2(x+1)f'(x^2 + 2x + 3)$.

Do $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2$ và dựa vào bảng xét dấu $y = f'(x)$ ta có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ f'(x^2 + 2x + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x + 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2; -1)$ và $(0; +\infty)$ nên chọn **A**.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = -2f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-4; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn E

Xét $y = g(x) = -2f(x) + 2019$.

$$\text{Ta có } g'(x) = (-2f(x) + 2019)' = -2f'(x), \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 2)$, $(-\infty; -2)$, $(4; +\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1; 1)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$y = f(1-x) \Rightarrow y' = -f'(1-x).$$

Hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow -f'(1-x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 1 \\ -1 \leq 1-x \leq 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Vậy hàm số $y = f(1-x)$ có nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$

$$y' = -2f'(1-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x \leq -3 \\ -2 \leq 1-2x \leq 1 \\ 1-2x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 + 2x + 3) \Rightarrow g'(x) = 2(x+1)f'(x^2 + 2x + 3).$$

Do $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2$ và từ bảng xét dấu của $y = f'(x)$ ta có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ f'(x^2 + 2x + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x + 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$			
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Suy ra hàm số $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2; -1)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	+

Hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 1)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có: $f'(x) = a(x+1)(x-1)^2$ với $a > 0$

$$\begin{aligned} g'(x) &= (2x+1)f'(x^2 + x - 1) = a(2x+1)(x^2 + x)(x^2 + x - 2)^2 \\ &= ax(2x+1)(x+1)(x-1)^2(x+2)^2 \end{aligned}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	-	0	+	0	+
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên chọn **A**.