

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình tham số của trục Oz ?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 3: Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

A. $A = -2$.

B. $A = -\frac{1}{2}$.

C. $A = 2$.

D. $A = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$.

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = 3$.

D. $y = 2$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây **không** phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

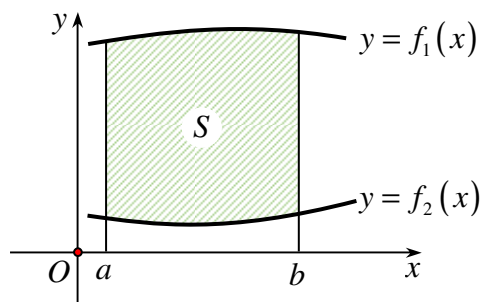
A. $\vec{a} = (3; -3; 0)$.

B. $\vec{a} = (1; -1; 3)$.

C. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.

D. $\vec{a} = (1; -1; 0)$.

Câu 6: Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay S quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \pi \int_a^b (f_1^2(x) - f_2^2(x)) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

C. $V = \int_a^b (f_1^2(x) - f_2^2(x)) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))^2 dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

D. Giá trị cực đại của hàm số là 5.

x	-2	-1	1	3		
y'		+	0	-		+
			1			5
y	0					
						-2

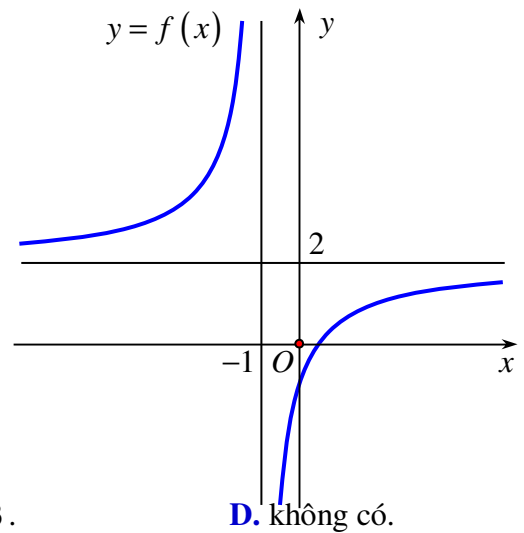
Câu 8: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.



Câu 9: Cho số phức $z = -3i$. Tìm phần thực của z .

A. 3.

B. 0.

C. -3.

D. không có.

Câu 10: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

A. $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$.

B. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

C. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$.

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$.

Câu 11: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \log x$. Tìm khẳng định đúng?

A. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị (C) có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) cắt trục tung.

D. Đồ thị (C) không cắt trục hoành.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oy ?

A. $M(0;0;3)$.

B. $M(0;-2;0)$.

C. $M(-1;0;2)$.

D. $M(1;0;0)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

A. Không có điểm M nào.

B. $M(1;-2;0)$.

C. $M(-1;0;4)$.

D. $M(2;-3;-2)$.

Câu 14: Cho số phức $z = 2 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm biểu diễn số phức $w = iz$.

A. $M(-1;2)$.

B. $M(2;-1)$.

C. $M(2;1)$.

D. $M(1;2)$.

Câu 15: Tìm số giao điểm n của đồ thị hàm số $y = x^2 |x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$.

A. $n = 6$.

B. $n = 8$.

C. $n = 2$.

D. $n = 4$.

Câu 16: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{2x + 1}$ trên đoạn $[0;3]$.

A. $\min_{[0;3]} y = 0$.

B. $\min_{[0;3]} y = -\frac{3}{7}$.

C. $\min_{[0;3]} y = -4$.

D. $\min_{[0;3]} y = -1$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình

$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Tính đường kính của mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .

A. $5\sqrt{2}$.

B. $10\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $4\sqrt{5}$.

Câu 18: Hàm số $y = \sin x$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -\frac{\pi}{2}$. B. $x = \pi$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

- A. $|z_1| + |z_2| = 5$. B. $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$. C. $|z_1| + |z_2| = 10$. D. $|z_1| + |z_2| = \sqrt{5}$.

Câu 20: Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+x)}{\sin x}$.

- A. $A = e$. B. $A = \ln 2$. C. $A = \log_2 e$. D. $A = 1$.

Câu 21: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$.

- A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{13}{4}$. D. $T = \frac{1}{4}$.

Câu 22: Cho số phức $z = a + bi$ ($ab \neq 0, a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần thực của số phức $w = \frac{1}{z^2}$.

- A. $-\frac{2ab}{(a^2 + b^2)^2}$. B. $\frac{a^2 + b^2}{(a^2 + b^2)^2}$. C. $\frac{b^2}{(a^2 + b^2)^2}$. D. $\frac{a^2 - b^2}{(a^2 + b^2)^2}$.

Câu 23: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{1-x}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(5)$.

- A. $f(5) = 2\ln 2$. B. $f(5) = \ln 4 + 1$. C. $f(5) = -2\ln 2 + 1$. D. $f(5) = -2\ln 2$.

Câu 25: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = x - 4$.

- A. $S = \frac{43}{6}$. B. $S = \frac{161}{6}$. C. $S = \frac{1}{6}$. D. $S = \frac{5}{6}$.

Câu 26: Gọi n là số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều. Tìm n .

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 3$. D. $n = 9$.

Câu 27: Hàm số nào sau đây có tập xác định **không** phải là khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = x^{\sqrt{3}}$. B. $y = x^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$. C. $y = x^{\frac{3}{2}}$. D. $y = x^{-5}$.

Câu 28: Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

- A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$. B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = \pi a^2$.

Câu 29: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (1; 2)$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

- A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = a\sqrt{3}$. D. $R = 2a$.

- Câu 31:** Cho đồ thị $(C): y = \frac{x-3}{x+1}$. Biết rằng, có hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) và cách đều hai trục toạ độ. Giả sử các điểm đó lần lượt là M và N . Tìm độ dài của đoạn thẳng MN .
- A. $MN = 4\sqrt{2}$. B. $MN = 2\sqrt{2}$. C. $MN = 3\sqrt{5}$. D. $MN = 3$.
- Câu 32:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log(x^2-1)}{\log(1-x)} \leq 1$.
- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = [-2; -1)$. C. $S = [-2; 1)$. D. $S = [-2; -1]$.
- Câu 33:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. B. $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$.
C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. D. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.
- Câu 34:** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn hệ thức $\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx$. Hỏi $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?
- A. $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}$. B. $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$.
C. $f(x) = \pi^x \cdot \ln \pi$. D. $f(x) = -\pi^x \cdot \ln \pi$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1 , d_2 tại A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB .
- A. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $S = \sqrt{6}$. C. $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$.
- Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - (m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- A. không có m . B. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$. C. $m < -\frac{1}{2}$. D. $m > -1$.
- Câu 37:** Trên mặt phẳng toạ độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2| + |z+2| = 10$.
- A. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$. B. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.
C. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 10$. D. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.
- Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng mọi giá trị $x \in (1; 64)$.
- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.

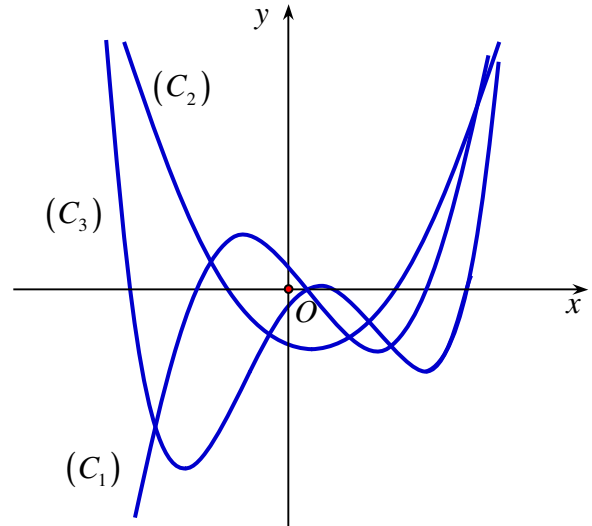
Câu 39: Một que kem ốc quế gồm hai phần: phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết thể tích phần kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính của phần ốc quế. Tính tỉ số $\frac{h}{r}$.

- A. $\frac{h}{r} = 3$. B. $\frac{h}{r} = 2$. C. $\frac{h}{r} = \frac{4}{3}$. D. $\frac{h}{r} = \frac{16}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số thực $a \in (0; 10\pi)$ thỏa mãn điều kiện $\int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = \frac{2}{7}$?

- A. 4 số. B. 6 số. C. 7 số. D. 5 số.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ lần lượt là các đường cong nào trong hình vẽ bên?



- A. $(C_3), (C_1), (C_2)$.
B. $(C_1), (C_2), (C_3)$.
C. $(C_3), (C_2), (C_1)$.
D. $(C_1), (C_3), (C_2)$.

Câu 42: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $t \approx 1,65$ giờ. B. $t \approx 1,61$ giờ. C. $t \approx 1,63$ giờ. D. $t \approx 1,50$ giờ.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

- A. $V = 3\sqrt{3}a^3$. B. $V = 2\sqrt{2}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 8a^3$.

Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |z+i| + |z-2-i|$.

- A. $\max T = 8\sqrt{2}$. B. $\max T = 4$. C. $\max T = 4\sqrt{2}$. D. $\max T = 8$.

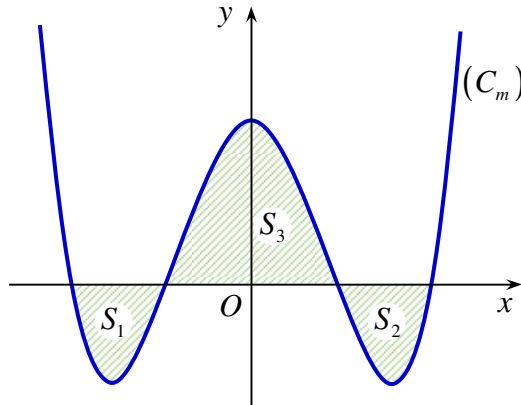
Câu 45: Biết rằng đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc đồ thị (C) , với $O(0;0)$ là gốc tọa độ. Khi đó giá trị của tham số m thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-1; 3]$. D. $(-5; -2]$.

Câu 46: Hỏi phương trình $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2017\pi)$?

- A. 1009 nghiệm. B. 1008 nghiệm. C. 2017 nghiệm. D. 2018 nghiệm.

Câu 47: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ :



Gọi S_1 , S_2 và S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Tìm m để $S_1 + S_2 = S_3$.

- A. $m = -\frac{5}{2}$. B. $m = -\frac{5}{4}$. C. $m = \frac{5}{2}$. D. $m = \frac{5}{4}$.

Câu 48: Cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2) .

- A. $V = \pi R^3$. B. $V = \frac{\pi R^3}{2}$. C. $V = \frac{5\pi R^3}{12}$. D. $V = \frac{2\pi R^3}{5}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH trong các phương án sau:

- A. $\begin{cases} x = 6t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = -3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, đáy lớn AB . Biết rằng $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBD) hợp với đáy một góc 45° . Gọi G là trọng tâm tam giác SAB . Tính khoảng cách d từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) .

- A. $d = \frac{a}{6}$. B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $d = \frac{a}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	C	B	A	C	D	B	A	A	B	C	D	A	D	B	D	B	C	A	D	B	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	A	D	A	A	B	A	B	C	A	D	C	A	D	A	C	B	B	B	A	D	C	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình tham số của trục Oz ?

- A.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trục Oz qua điểm O và có vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó có phương trình tham số của trục Oz là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$.
B. $(-\infty; 1)$.
C. $(0; 2)$.
D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.

Do đó, $y' < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Theo dấu hiệu nhận biết tính đơn điệu của hàm số, hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$

Câu 3: Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

- A.** $A = -2$.
B. $A = -\frac{1}{2}$.
C. $A = 2$.
D. $A = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $A = \log_a \frac{1}{a^2} = \log_a a^{-2} = -2$.

Cách khác: Cho $a = 2$ bấm máy tính $A = \log_2 \frac{1}{2^2} = -2$.

Câu 4: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$.

- A.** $x = -1$.
B. $x = 1$.
C. $y = 3$.
D. $y = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 3$.

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây **không** phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{a} = (3; -3; 0)$. B. $\vec{a} = (1; -1; 3)$. C. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$. D. $\vec{a} = (1; -1; 0)$.

Hướng dẫn giải

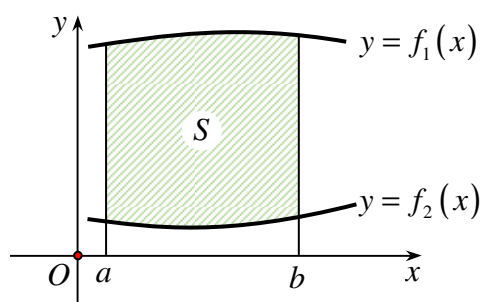
Chọn B.

Ta có mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

Trong các đáp án A, C, D lần lượt có $\vec{a} = 3\vec{n}$; $\vec{a} = -\vec{n}$; $\vec{a} = \vec{n}$ nên các vectơ đó đều là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Đáp án: B ($\vec{a} = (1; -1; 3)$ không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)).

Câu 6: Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay S quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \pi \int_a^b (f_1^2(x) - f_2^2(x)) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

C. $V = \int_a^b (f_1^2(x) - f_2^2(x)) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))^2 dx$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

☑ Gọi V_1 là thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng S_1 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Khi đó $V_1 = \pi \int_a^b f_1^2(x) dx$.

☑ Gọi V_2 là thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng S_2 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_2(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Khi đó $V_2 = \pi \int_a^b f_2^2(x) dx$.

☑ Ta có $V = V_1 - V_2$ nên $V = \pi \int_a^b (f_1^2(x) - f_2^2(x)) dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

x	-2	-1	1	3
y'		+	0	-
				+
			1	5

- A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0 .
 B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
 D. Giá trị cực đại của hàm số là 5 .

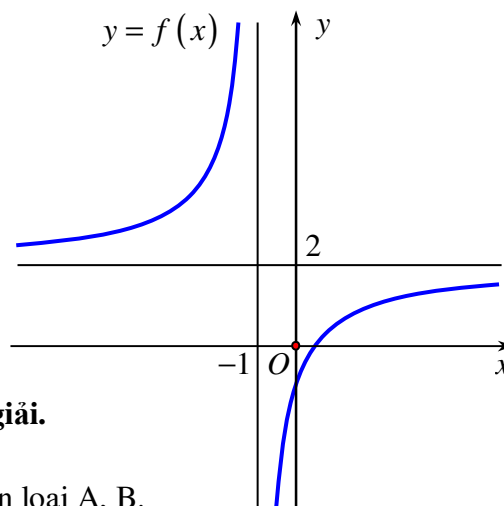
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Khẳng định ở Phương án C đúng (theo Định lí 1- Điều kiện đủ để hàm số có cực trị)

Câu 8: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
 B. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$.
 C. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$.
 D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.



Hướng dẫn giải.

Chọn D.

- ☒ Do hàm số đồng biến trên các khoảng xác định nên loại A, B.
☒ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$ nên chọn D.

Câu 9: Cho số phức $z = -3i$. Tìm phần thực của z .

- A. 3 . B. 0 . C. -3 . D. không có.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Do $z = -3i$ là số thuần ảo nên có phần thực bằng 0 .

Câu 10: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$. B. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.
 C. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$. D. $\int \cos 3x dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$ ta có $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$.

Câu 11: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \log x$. Tìm khẳng định đúng ?

- A. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng. B. Đồ thị (C) có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị (C) cắt trục tung. D. Đồ thị (C) không cắt trục hoành.

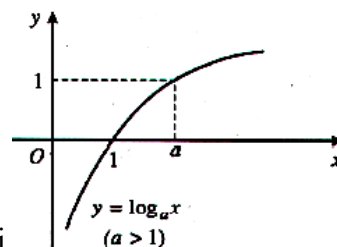
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Khảo sát hàm số logarit cơ số 10.

TXĐ : $D = (0; +\infty)$.

x	0	1	a	$+\infty$
y'		+	+	+
y	$-\infty$	0	1	$+\infty$



Cơ số $a > 1$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$, BBT

, đồ thị

Vậy phát biểu đúng là: Đồ thị (C) có tiệm cận đứng.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oy ?

A. $M(0;0;3)$.

B. $M(0;-2;0)$.

C. $M(-1;0;2)$.

D. $M(1;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \in Oy \Leftrightarrow x_M = z_M = 0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

A. Không có điểm M nào.

B. $M(1;-2;0)$.

C. $M(-1;0;4)$.

D. $M(2;-3;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+t \\ z = 2t \end{cases}$

+) $M \in \Delta \Rightarrow M(1-t; -2+t; 2t)$.

+) $MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow (-t)^2 + (t-6)^2 + (2t-2)^2 + (2-t)^2 + (t-4)^2 + (2t-4)^2 = 28$

$\Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 48 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy $M(-1;0;4)$.

Câu 14: Cho số phức $z = 2-i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm biểu diễn số phức $w = iz$.

A. $M(-1;2)$.

B. $M(2;-1)$.

C. $M(2;1)$.

D. $M(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$w = iz = 1+2i \Rightarrow$ điểm biểu diễn cho $w = iz = 1+2i$ là $M(1;2)$.

Câu 15: Tìm số giao điểm n của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2-3|$ và đường thẳng $y = 2$.

A. $n = 6$.

B. $n = 8$.

C. $n = 2$.

D. $n = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2|x^2-3| = 2 \Leftrightarrow |x^4-3x^2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4-3x^2 = 2 \\ x^4-3x^2 = -2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x^2 = 2; x^2 = 1 \end{cases} \text{ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy có 6 giao điểm.}$$

Nhận xét: Ta cũng có thể giải bài toán trên theo cách sau

Vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = x^2(x^2 - 3)$, suy ra đồ thị (G) hàm số

$y = |f(x)| = x^2|x^2 - 3|$ (cách vẽ (G) , kí hiệu $(G) = (G_1) \cup (G_2)$, với (G_1) là phần của (C) ở phía trên trục hoành kể cả các điểm thuộc trục hoành; (G_2) là hình đối xứng của phần (C) ở dưới trục hoành qua trục hoành.

Từ đó suy số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$.

Câu 16: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{2x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

A. $\min_{[0;3]} y = 0$.

B. $\min_{[0;3]} y = -\frac{3}{7}$.

C. $\min_{[0;3]} y = -4$.

D. $\min_{[0;3]} y = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do xét $x \in [0; 3]$).

$y(0) = 0$, $y(1) = -1$, $y(3) = \frac{3}{7}$.

Vậy: $\min_{[0;3]} y = -1$.

Câu 17: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình

$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Tính đường kính của mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .

A. $5\sqrt{2}$.

B. $10\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $4\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: d qua $M(-1; 2; -3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (2; -4; 6)$, $[\overrightarrow{MA}; \vec{u}] = (-2; 14; 10)$.

Bán kính mặt cầu $R = d(A, d) = \frac{[\overrightarrow{MA}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = 5\sqrt{2} \Rightarrow$ đường kính mặt cầu $2R = 10\sqrt{2}$.

Câu 18: Hàm số $y = \sin x$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x = -\frac{\pi}{2}$.

B. $x = \pi$.

C. $x = 0$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$y' = \cos x, y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + (2m+1)\pi \end{cases}, m \in \mathbb{Z}.$$

Ta có: $y'' = -\sin x$.

$$y''\left(\frac{\pi}{2} + 2m\pi\right) = y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực đại tại các điểm } x = \frac{\pi}{2} + m2\pi (m \in \mathbb{Z}).$$

$$y''\left(\frac{\pi}{2} + (2m+1)\pi\right) = y''\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại các điểm } x = \frac{\pi}{2} + \pi + m2\pi (m \in \mathbb{Z}).$$

Nhận xét: Ta có thể giải bài toán trên đơn giản hơn theo cách sau

Điều kiện đủ để hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 là $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$.

Ta có $f(x) = \sin x, f'(x) = \cos x, f''(x) = -\sin x$

Kiểm tra các giá trị của x_0 ở mỗi phương án, ta có $x_0 = \frac{\pi}{2}$ thỏa mãn Điều kiện đủ nói trên.

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

A. $|z_1| + |z_2| = 5$. **B.** $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$. **C.** $|z_1| + |z_2| = 10$. **D.** $|z_1| + |z_2| = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 2i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 20: Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+x)}{\sin x}$.

A. $A = e$. **B.** $A = \ln 2$. **C.** $A = \log_2 e$. **D.** $A = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+x)}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{\ln(1+x)}{x} \cdot \frac{x}{\sin x} = \frac{1}{\ln 2} = \log_2 e.$$

Cách 2

Kí hiệu $f(x) = \log_2(1+x), g(x) = \sin x$.

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+x)}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x)-f(0)}{x-0}}{\frac{g(x)-g(0)}{x-0}} = \frac{f'(0)}{g'(0)}$$

$$f'(x) = \frac{(1+x)'}{(1+x)\ln 2} = \frac{1}{(1+x)\ln 2} \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{\ln 2} = \log_2 e$$

$$g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1. \text{ Vậy } A = \log_2 e$$

Câu 21: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0$.

A. $T = 2$.

B. $T = 3$.

C. $T = \frac{13}{4}$.

D. $T = \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13.\left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vậy tổng $T = 2 + 0 = 2$.

Câu 22: Cho số phức $z = a + bi$ ($ab \neq 0, a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần thực của số phức $w = \frac{1}{z^2}$.

A. $-\frac{2ab}{(a^2 + b^2)^2}$.

B. $\frac{a^2 + b^2}{(a^2 + b^2)^2}$.

C. $\frac{b^2}{(a^2 + b^2)^2}$.

D. $\frac{a^2 - b^2}{(a^2 + b^2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$w = \frac{1}{z^2} = \frac{1}{(a + bi)^2} = \frac{1}{a^2 - b^2 + 2abi} = \frac{a^2 - b^2 - 2abi}{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2}.$$

Phần thực của w là $\frac{a^2 - b^2}{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2} = \frac{a^2 - b^2}{(a^2 + b^2)^2}$.

Câu 23: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{1-x}$ và $f(0) = 1$.

Tính $f(5)$.

A. $f(5) = 2\ln 2$.

B. $f(5) = \ln 4 + 1$.

C.

$f(5) = -2\ln 2 + 1$.

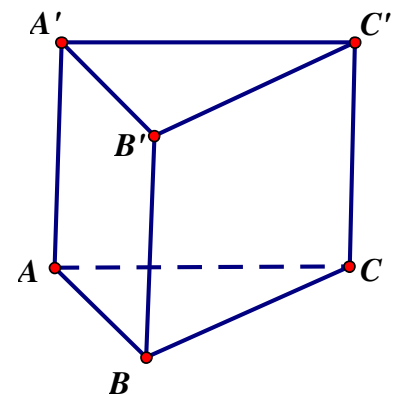
D. $f(5) = -2\ln 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $f(x) = \int \frac{1}{1-x} dx = -\ln|1-x| + C$.

Mà $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$ nên $f(x) = -\ln|1-x| + 1$.



Suy ra: $f(5) = -\ln 4 + 1 = -2\ln 2 + 1$.

Câu 25: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = x - 4$.

- A. $S = \frac{43}{6}$. B. $S = \frac{161}{6}$. C. $S = \frac{1}{6}$. D. $S = \frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Khi đó: $S = \int_0^1 |(x^2 - 4) - (x - 4)| dx = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^1 (x^2 - x) x \right| = \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right) \right|_0^1 = \frac{1}{6}$.

Câu 26: Gọi n là số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều. Tìm n .

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 3$. D. $n = 9$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Câu 27: Hàm số nào sau đây có tập xác định **không** phải là khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = x^{\sqrt{3}}$. B. $y = x^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$. C. $y = x^{\frac{3}{2}}$. D. $y = x^{-5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Vì số mũ -5 là số nguyên âm nên hàm số $y = x^{-5}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (theo Tính chất của hàm số lũy thừa)

Câu 28: Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

- A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$. B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = \pi a^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Biết thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a , vậy chiều cao hình trụ bằng $h = a$, bán kính trụ

$r = \frac{a}{2}$. Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_p = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2\pi \frac{a}{2} \cdot a = \frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 29: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (1; 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện $x \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow x - 1 < 5 - 2x \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2)$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

- A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = a\sqrt{3}$. D. $R = 2a$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Kí hiệu $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ là lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a ; $O = B'E \cap BE'$. Khi đó

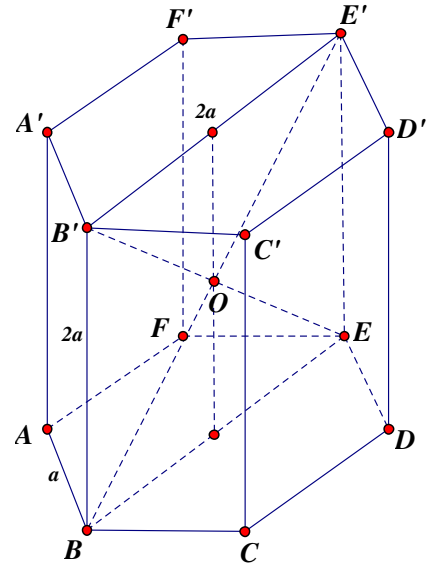
$$OA = OB = OC = OD = OE = OF \\ = OA' = OB' = OC' = OD' = OE' = OF'$$

Vậy tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là O và bán kính

$$\text{bằng } R = \frac{BE'}{2}.$$

Vì $BEE'B'$ là hình vuông cạnh $2a$, đường chéo $BE' = 2\sqrt{2}a$

nên bán kính mặt cầu là $R = a\sqrt{2}$.



Câu 31: Cho đồ thị $(C): y = \frac{x-3}{x+1}$. Biết rằng, có hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) và cách đều hai trục toạ độ. Giả sử các điểm đó lần lượt là M và N . Tìm độ dài của đoạn thẳng MN .

- A. $MN = 4\sqrt{2}$. B. $MN = 2\sqrt{2}$. C. $MN = 3\sqrt{5}$. D. $MN = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Gọi } M\left(m; \frac{m-3}{m+1}\right), \text{ ta có } d(M, Ox) = d(M, Oy) \Leftrightarrow |m| = \left|\frac{m-3}{m+1}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1; -1) \\ M(-3; 3) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } MN = 4\sqrt{2}.$$

Câu 32: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 1)}{\log(1 - x)} \leq 1$.

- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = [-2; -1)$. C. $S = [-2; 1)$. D. $S = [-2; -1]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Đk: } \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \\ x < 1 \\ \log(1-x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log(x^2 - 1) \leq \log(1-x) \text{ (vì } \log(1-x) > 0, \forall x < -1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 \leq 1 - x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$$

Kết hợp đk ta được $[-2; -1)$ là tập nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$

B. $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0.$

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

D. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi H là hình chiếu của O lên AB ,

K là hình chiếu của O lên HC . Ta có $OK \perp (P)$ và

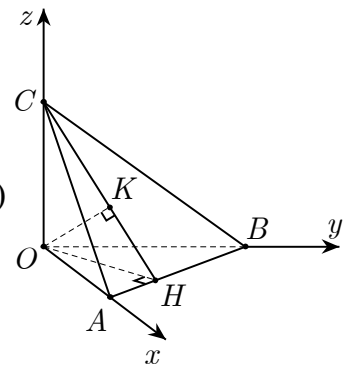
$$T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OK^2} \geq \frac{1}{OM^2} \text{ (hằng số)}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $K \equiv M$.

Do đó, GTNN của T bằng $\frac{1}{OM^2}$ (đạt được khi và chỉ khi $K \equiv M$)

Suy ra (P) đi qua M và có VTPT là $\overrightarrow{OM}$.

$$\text{Vậy, } (P): (x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0.$$



Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn hệ thức $\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx$. Hỏi $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}.$

B. $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}.$

C. $f(x) = \pi^x \cdot \ln \pi.$

D. $f(x) = -\pi^x \cdot \ln \pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Chọn } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = -\cos x \end{cases}.$$

$$\int f(x) \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cos x dx \Rightarrow f'(x) = \pi^x \Rightarrow f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1, d_2 tại A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $S = \sqrt{6}$. C. $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình tham số $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = -t_1 \\ z = -2 + t_1 \end{cases}$, $\vec{a}_1 = (2; -1; 1)$ là VTCP của d_1 .

Phương trình tham số $d_2: \begin{cases} x = -1 + t_2 \\ y = 1 + 7t_2 \\ z = 3 - t_2 \end{cases}$, $\vec{a}_2 = (1; 7; -1)$ là VTCP của d_2 .

$$A = d_1 \cap d \Rightarrow A(1 + 2a; -a; -2 + a).$$

$$B = d_2 \cap d \Rightarrow B(-1 + b; 1 + 7b; 3 - b).$$

$$\vec{AB} = (-2 + b - 2a; 1 + 7b + a; 5 - b - a).$$

AB là đường vuông góc chung của d_1 và d_2

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{a}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{a}_2 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-2 + b - 2a) - (1 + 7b + a) + (5 - b - a) = 0 \\ (-2 + b - 2a) + 7(1 + 7b + a) - (5 - b - a) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -6b - 6a = 0 \\ 52b + 6a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 0 \Rightarrow \begin{cases} A(1; 0; -2) \\ B(-1; 1; 3) \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có $\vec{OA} = (1; 0; -2); \vec{OB} = (-1; 1; 3); [\vec{OA}, \vec{OB}] = (2; -1; 1)$.

$$\text{Vậy } S_{OAB} = \frac{1}{2} \| [\vec{OA}, \vec{OB}] \| = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - (m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. không có m . B. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$. C. $m < -\frac{1}{2}$. D. $m > -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y' = m + (m+1)\sin x$. Hàm số $y = mx - (m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (dấu "=" không được xảy ra trên một khoảng)

$$\Leftrightarrow m + (m+1)\sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (dấu "=" không được xảy ra trên một khoảng)}$$

$$\Leftrightarrow m(1 + \sin x) + \sin x \geq 0 \text{ (1)}, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (điều kiện trong dấu ngoặc đơn ở trên được thỏa mãn)}$$

Với $\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ thì $m(1 + \sin x) + \sin x = -1 < 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy, không có giá trị nào của tham số m để hàm số $y = mx - (m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Cách 2

Ta có $y' = m + (m+1)\sin x$. Hàm số $y = mx - (m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (dấu “=” không được xảy ra trên một khoảng)

$\Leftrightarrow m + (m+1)\sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (dấu “=” không được xảy ra trên một khoảng)

$\Leftrightarrow m(1 + \sin x) + \sin x \geq 0 \quad (1), \forall x \in \mathbb{R}$ (điều kiện trong dấu ngoặc đơn ở trên được thoả mãn)

Ta nhận thấy: $\sin x \in [-1; 1], \forall x \in \mathbb{R}$ mà $\sin x = -1$ không thoả (1) nên $\sin x + 1 > 0$.

Vậy, YCBT $\Leftrightarrow \frac{-\sin x}{\sin x + 1} \leq m$, với mọi x sao cho $\sin x + 1 \neq 0$.

Đặt $t = \sin x, -1 < t \leq 1$.

YCBT $\Leftrightarrow \frac{-t}{t+1} \leq m, \forall t \in (-1; 1]$, với mọi x sao cho $\sin x + 1 \neq 0$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t}{t+1}$ trên $(-1; 1]$. Ta có $f'(t) = \frac{-1}{(t+1)^2} < 0, \forall t \in (-1; 1]$

Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $(-1; 1]$. Mặt khác, $\lim_{t \rightarrow (-1)^+} f(t) = +\infty$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$, nên tập giá trị

của hàm số $f(t)$ (xác định trên $(-1; 1]$) là $T = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Từ đây suy ra không tồn tại giá trị m thoả mãn YCBT

Bình luận: Nếu đề bài yêu cầu tìm để hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì phải giải như ở Cách 2.

Câu 37: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-2| + |z+2| = 10$.

A. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$. **B.** Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

C. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 10$. **D.** Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2

Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2

Ta có: $|z+2| + |z-2| = 10 \Leftrightarrow MB + MA = 10$.

Ta có $AB = 4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với 2 tiêu điểm là

$A(2; 0), B(-2; 0)$, tiêu cự $AB = 4 = 2c$, độ dài trục lớn là $10 = 2a$, độ dài trục bé là

$$2b = 2\sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{25 - 4} = 2\sqrt{21}.$$

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-2| + |z+2| = 10$ là elip có

phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn: C

+ BPT $\Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m \geq 0$, $x \in (1; 64)$.

+ Đặt $t = \log_2 x$, $t \in (0; 6)$. Bất phương trình thành $t^2 + t + m \geq 0$, $t \in (0; 6)$.

+ YCBT $\Leftrightarrow t^2 + t \geq -m$, $\forall t \in (0; 6)$.

+ Đặt $f(t) = t^2 + t \Rightarrow f'(t) = 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

t	0	6
$f'(t)$		
$f(t)$		

$0 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 42$

+ Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow -m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$.

Câu 39: Một que kem ốc quế gồm hai phần: phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết thể tích phần kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính của phần ốc quế. Tính tỉ số $\frac{h}{r}$.

- A. $\frac{h}{r} = 3$. B. $\frac{h}{r} = 2$. C. $\frac{h}{r} = \frac{4}{3}$. D. $\frac{h}{r} = \frac{16}{3}$.

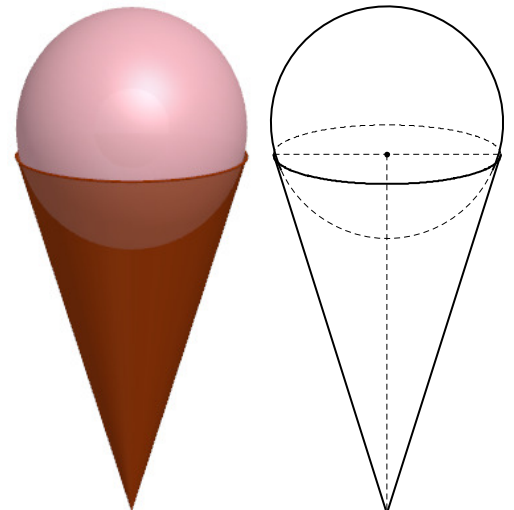
Hướng dẫn giải

Chọn: A

+ Thể tích khối cầu (thể tích kem ban đầu) $V_c = \frac{4}{3}\pi r^3$.

+ Thể tích khối nón (phần ốc quế) $V_N = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

+ Theo đề: $V_N = \frac{3}{4}V_c \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \Leftrightarrow \frac{h}{r} = 3$.



Câu 40: Có bao nhiêu số thực $a \in (0; 10\pi)$ thỏa mãn điều kiện $\int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = \frac{2}{7}$?

- A. 4 số. B. 6 số. C. 7 số. D. 5 số.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 2 \int_0^a \sin^6 x \cdot \cos x dx = \frac{2}{7}$$

$$\Leftrightarrow \int_0^a \sin^6 x \cdot d(\sin x) = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \sin^7 x \Big|_0^a = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^7 a = 1 \Leftrightarrow \sin a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$a \in (0; 10\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 10\pi \Rightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{19}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow a \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}; \frac{13\pi}{2}; \frac{17\pi}{2} \right\}.$$

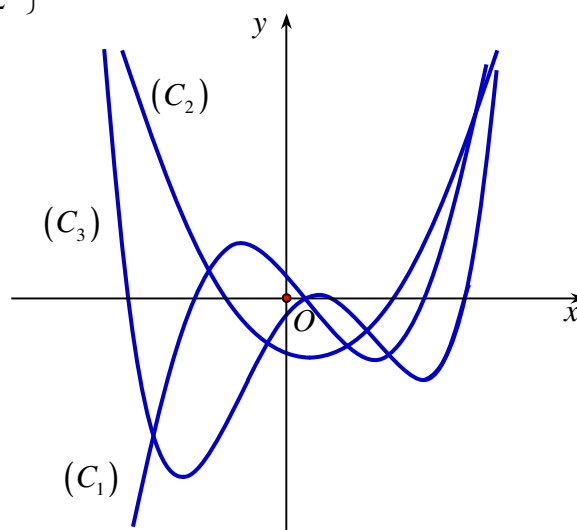
Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ lần lượt là các đường cong nào trong hình vẽ bên?

A. $(C_3), (C_1), (C_2)$.

B. $(C_1), (C_2), (C_3)$.

C. $(C_3), (C_2), (C_1)$.

D. $(C_1), (C_3), (C_2)$.



Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ điều kiện cần để hàm số có cực trị, ta có nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $M_0(x_0; f(x_0))$ là điểm cực trị của của đồ thị hàm số $y = f(x)$ thì hình chiếu của $M_0(x_0; f(x_0))$ trên trục hoành là giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành.

Từ đồ thị ở hình vẽ, ta thấy hình chiếu của các điểm cực trị của (C_3) trên Ox là giao điểm của (C_1) với Ox , hình chiếu của các điểm cực trị của (C_1) trên Ox là giao điểm của (C_2) với Ox . Do đó (C_3) là đồ thị của $y = f(x)$, (C_1) là đồ thị của $y = f'(x)$ và (C_2) là đồ thị của $y = f''(x)$.

Câu 42: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $t \approx 1,65$ giờ.

B. $t \approx 1,61$ giờ.

C. $t \approx 1,63$ giờ.

D. $t \approx 1,50$ giờ.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo bài ta có

$$Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}}) = 0,9 \cdot Q_0 \Leftrightarrow 1 - e^{-t\sqrt{2}} = 0,9 \Leftrightarrow e^{-t\sqrt{2}} = 0,1$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{\ln(0,1)}{\sqrt{2}} \approx 1,63.$$

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

B. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử cạnh của hình lập phương có độ dài là x .

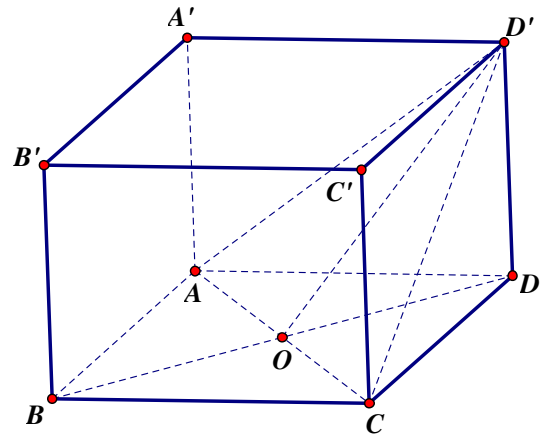
Ta có $AC = x\sqrt{2}$; $OD' = \sqrt{OD^2 + A'D^2} = \frac{x\sqrt{6}}{2}$

Diện tích tam giác ACD' là

$$S_{ACD'} = \frac{1}{2}OD' \cdot AC = \frac{1}{2}x\sqrt{2} \cdot \frac{x\sqrt{6}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}.$$

Khi đó, ta có $a^2\sqrt{3} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy, $V = x^3 = 2a^3\sqrt{2}$.



Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |z+i| + |z-2-i|$.

A. $\max T = 8\sqrt{2}$.

B. $\max T = 4$.

C. $\max T = 4\sqrt{2}$.

D. $\max T = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$T = |z+i| + |z-2-i| = |(z-1) + (1+i)| + |(z-1) - (1+i)|.$$

Đặt $w = z-1$. Ta có $|w| = 1$ và $T = |w+(1+i)| + |w-(1+i)|$.

Đặt $w = x + y.i$. Khi đó $|w|^2 = 1 = x^2 + y^2$.

$$\begin{aligned} T &= |(x+1) + (y+1)i| + |(x-1) + (y-1)i| \\ &= 1 \cdot \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} + 1 \cdot \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \\ &\leq \sqrt{(1^2 + 1^2)((x+1)^2 + (y+1)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2)} \\ &= \sqrt{2(2x^2 + 2y^2 + 4)} = 4 \end{aligned}$$

Vậy $\max T = 4$.

Câu 45: Biết rằng đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc đồ thị (C) , với $O(0;0)$ là gốc tọa độ. Khi đó giá trị của tham số m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(-\infty; 3]$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $(-1; 3]$.

D. $(-5; -2]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là $\begin{cases} x \neq 1 \\ 3x^2 - (m+1)x + m+1 = 0 (*) \end{cases}$

Để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 11 \\ m < -1 \end{cases}$

Gọi $A(x_1; -3x_1 + m)$; $B(x_2; -3x_2 + m)$. Ta có $x_1 + x_2 = \frac{m+1}{3}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_G = \frac{0+x_1+x_2}{3} = \frac{m+1}{9} \\ y_G = \frac{0+(-3x_1+m)+(-3x_2+m)}{3} = \frac{m-1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vì } G \in (C) \text{ nên } \frac{m-1}{3} = \frac{2 \cdot \frac{m+1}{9} + 1}{\frac{m+1}{9} - 1}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 15m - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{15+5\sqrt{13}}{2} \approx 16,51 \\ m = \frac{15-5\sqrt{13}}{2} \approx -1,51 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn ĐK}).$$

Câu 46: Hỏi phương trình $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2017\pi)$?

A. 1009 nghiệm. **B.** 1008 nghiệm. **C.** 2017 nghiệm. **D.** 2018 nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện: $\cos x > 0$ và $\sin x > 0$.

Ta có $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x) \Leftrightarrow \log_3(\cot^2 x) = \log_2(\cos x)$ (*)

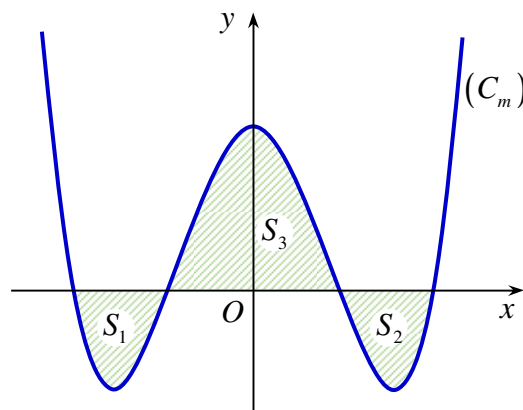
Đặt $t = \log_2(\cos x) \Rightarrow \cos x = 2^t$. Từ đó phương trình (*) trở thành

$$\log_3\left(\frac{4^t}{1-4^t}\right) = t \Leftrightarrow \frac{4^t}{1-4^t} = 3^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^t + 4^t = 1 \Leftrightarrow t = -1 \quad (\text{dùng đơn điệu hàm số})$$

Như vậy $\cos x = \frac{1}{2}$ và $\sin x > 0$ nên $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Từ đó trên khoảng $(0; 2017\pi)$ phương trình có 1009 nghiệm.

Câu 47: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ :



Gọi S_1 , S_2 và S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Tìm m để $S_1 + S_2 = S_3$.

A. $m = -\frac{5}{2}$. **B.** $m = -\frac{5}{4}$. **C.** $m = \frac{5}{2}$. **D.** $m = \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử $x = b$ là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$. Khi đó ta có

$$b^4 - 3b^2 + m = 0 \quad (1)$$

Nếu xảy ra $S_1 + S_2 = S_3$ thì

$$\int_0^b (x^4 - 3x^2 + m) dx = 0 \Rightarrow \frac{b^5}{5} - b^3 + mb = 0 \Rightarrow \frac{b^4}{5} - b^2 + m = 0 \quad (2) \quad (\text{do } b > 0)$$

Từ (1) và (2), trừ vế theo vế ta được $\frac{4}{5}b^4 - 2b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = \frac{5}{2}$ (do $b > 0$).

Thay trở ngược vào (1) ta được $m = \frac{5}{4}$. (đến đây ta đã chọn được đáp án, không cần giải tiếp)

Chú ý: nếu là giải tự luận phải kiểm lại xem phải phương trình $y = 0$ có 4 nghiệm phân biệt, đồng thời $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$ là nghiệm dương lớn nhất hay không.

Câu 48: Cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2) .

- A. $V = \pi R^3$. B. $V = \frac{\pi R^3}{2}$. C. $V = \frac{5\pi R^3}{12}$. D. $V = \frac{2\pi R^3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

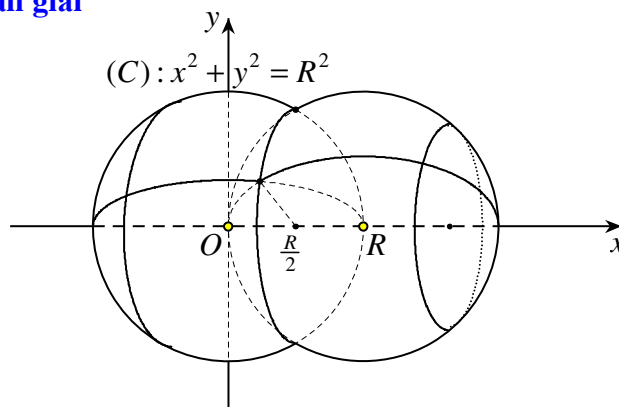
Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ

Khối cầu $S(O, R)$ chứa một đường tròn lớn là

$$(C): x^2 + y^2 = R^2$$

Dựa vào hình vẽ, thể tích cần tính là

$$V = 2\pi \int_{\frac{R}{2}}^R (R^2 - x^2) dx = 2\pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{\frac{R}{2}}^R = \frac{5\pi R^3}{12}.$$



Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH trong các phương án sau:

- A. $\begin{cases} x = 6t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = -3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Do $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ nên

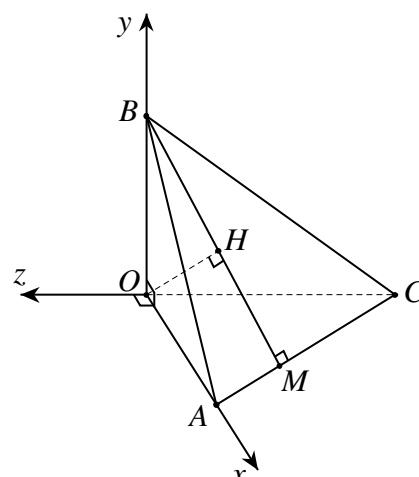
OA , OB , OC vuông góc từng đôi một.

Ta có $\begin{cases} AC \perp OB \\ AC \perp BH \end{cases}$ nên $AC \perp OH$.

Tương tự $AB \perp OH$ do đó $OH \perp (ABC)$.

Như vậy đường thẳng OH có một vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = [\vec{AB}, \vec{BC}] = (-12; -8; 6) \text{ hay } \vec{u}' = (6; 4; -3)$$



$$(\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 0), \overrightarrow{BC} = (0; -3; -4))$$

Phương trình tham số của OH :
$$\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = -3t \end{cases}$$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, đáy lớn AB . Biết rằng $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBD) hợp với đáy một góc 45° . Gọi G là trọng tâm tam giác SAB . Tính khoảng cách d từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) .

A. $d = \frac{a}{6}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $d = \frac{a}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi O là trung điểm cạnh AB thì $OB \parallel CD$, $OB = BC = CD$.

Do đó $OBCD$ là hình thoi $\Rightarrow BD \perp OC$ (1)

Tương tự $OADC$ cũng là hình thoi nên $OC \parallel AD$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $BD \perp AD$.

Ngoài ra $BD \perp SA$ nên ta có $BD \perp (SAD)$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBD), (ABC)}) = \widehat{SDA} \Rightarrow \widehat{SDA} = 45^\circ.$$

Vẽ $AH \perp SD$ tại $H \in SD$ thì $AH \perp (SBD)$

$$\Rightarrow d(A, (SBD)) = AH = AD \cdot \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi $E = AG \cap SB$ thì $AG \cap (SBD) = E$.

$$\text{Do đó } d(G, (SBD)) = \frac{GE}{AE} \cdot d(A, (SBD)) = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

----- HẾT -----

