TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH

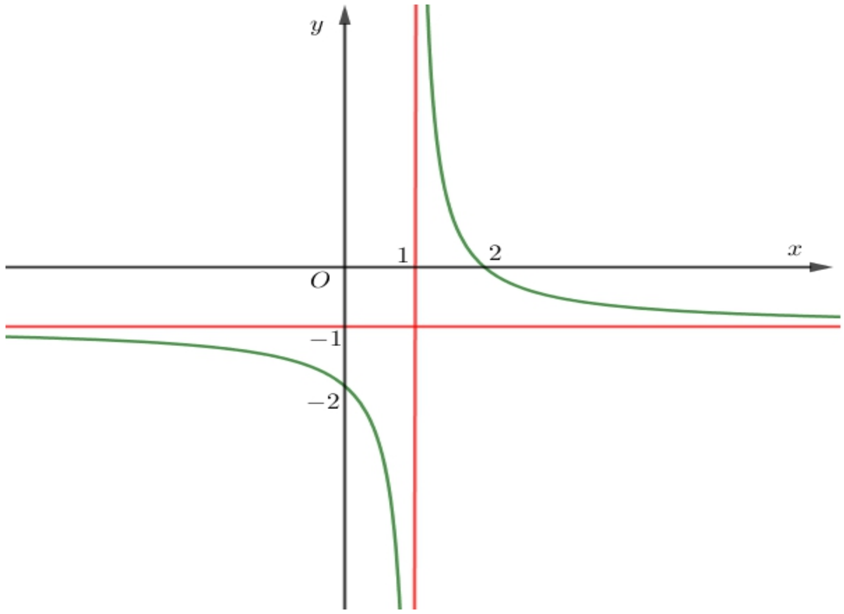
ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KÌ LẦN 3 NĂM HỌC 2020 - 2021
MÔN TOÁN - LỚP 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm

MÃ ĐỀ THI: 005

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên



Tích ab bằng

A. 2. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 2. Hình đa diện nào sau đây có tâm đối xứng?

A. Hình lăng trụ tam giác. **B.** Hình tứ diện đều.

C. Hình chóp tức giác đều. **D.** Hình lập phương.

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{3\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $h=3a$. **D.** $h=2\sqrt{3}a$

Câu 4: Cho một khối trụ có diện tích xung quanh bằng 80π. Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

A. 160π. **B.** 40π. **C.** 64π. **D.** 400π

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. 42π. **B.** 12π. **C.** 9π. **D.** 36π.

Câu 6: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y=-3$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 7: Với a là số thực khác không tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

A. $2\log_2|a|$. **B.** $\frac{1}{2}\log_2 a$. **C.** a. **D.** $2\log_2 a$.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x-mx+5$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $m\ge 2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge -2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Câu 9: Phương trình: $2^x+2^{x-1}+2^{x-2}=3^x-3^{x-1}+3^{x-2}$ có nghiệm

A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Câu 11. Hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $S=4\sqrt{3}\pi$. **B.** $S=24\pi$. **C.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=16\sqrt{3}\pi$..

Câu 12 . Hàm số $f(x)=\log_2|x|$ có đạo hàm là:

A. $\frac{1}{|x|\ln 2}$ **B.** $\frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $-\frac{1}{|x|\ln 2}$. **D.** $-\frac{1}{x\ln 2}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a$, tam giác ABC đều và có độ dài đường cao là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° . **B.** 30° . **C.** 90°. **D.** 45°.

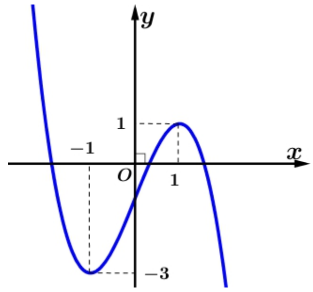
Câu 14: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y=\sqrt{x-1}$. **B.** $y=x^2-2x+3$. **C.** $y=x^3+8x+9$. **D.** $y=\frac{2x-1}{3x+1}$.

Câu 15: Tính tích phân $I=\int_0^2(2x+1)dx$

A. $I=4$. **B.** $I=6$. **C.** $I=5$. **D.** $I=2$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\ne 0)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & khi\ x>0 \\ x & khi\ x\le 0 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $f(x)$ liên tục tại $x_0=0$.
B. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$.
C. $f(0)=0$.
D. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=0$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến?

A. $y=\left(\dfrac{2020}{2021}\right)^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\sqrt[2020]{\pi}\right)^x$.

Câu 19. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này lẻ và không chia hết cho 5 ?

A. 20100 **B.** 12260 **C.** 40320 **D.** 15120

Câu 20. Cho hình cầu có đường kính bằng $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. $a\sqrt{10}$ **B.** $\dfrac{a}{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$ **D.** a

Câu 21: Cho $\int_0^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 g(x)dx=7$, khi đó $\int_0^2 \left[f(x)+3g(x)\right]dx$ bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** −18. **D.** 24.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

B. Nếu $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\ne 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

C. Nếu $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\ne 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

D. Nếu $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 23: Hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $\left(x^3+xy\right)^{15}$ là

A. 5005. **B.** 3003. **C.** 4004. **D.** 58690.

Câu 24: Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;3]$ cho trong hình ben. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$, thì M bằng

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M = f(2)$. **B.** $M = f(0)$. **C.** $M = f(-1)$. **D.** $M = f(3)$.

Câu 25: Khai triển nhị thức Niu-tơn $(x+1)^{10}$ thành đa thức, tính tổng các hệ số của đa thức nhận được

A. 512. **B.** 1023. **C.** 2048. **D.** 1024.

Câu 26: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x - \sin x$ là

A. $\int f(x)dx = \dfrac{3x^2}{2} + cosx + C$. **B.** $\int f(x)dx = 3x^2 + cosx + C$.

C. $\int f(x)dx = \dfrac{3x^2}{2} - cosx + C$. **D.** $\int f(x)dx = 3 + cosx + C$.

Câu 27. Tính giới hạn $A = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 1}{x - 1}$

A. $A = 2$. **B.** $A = 0$. **C.** $A = 4$. **D.** $A = +\infty$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4), B(2;4;-1)$.Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là

A. $G(2;1;1)$. **B.** $G(6;3;3)$. **C.** $G(1;1;2)$. **D.** $G(1;2;1)$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 4x + 3\right)^{-2021}$ là

A. $(1;3)$. **B.** $(- \quad ;1] \quad (3;+ \quad)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$. **D.** $(- \quad ;1] \quad [3;+ \quad)$.

Câu 30: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ba học sinh giữ ba chức vụ: lớp trưởng, lớp phó và bí thư ?

A. $A_{20}^1.A_{15}^2 + A_{20}^2.A_{15}^1$. **B.** C_{35}^3. **C.** A_{35}^3. **D.** $C_{20}^1.C_{15}^2 + C_{20}^2.C_{15}^1$.

Câu 31: Khẳng định nào sau đây **Sai**?

A. $\int x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}x^2 + C$. **B.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}e^{2x} + C$.

C. $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$. **D.** $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln x + C$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$ và $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

A. $V = \dfrac{4a^3}{\sqrt{3}}$. **B.** $V = \dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng φ và

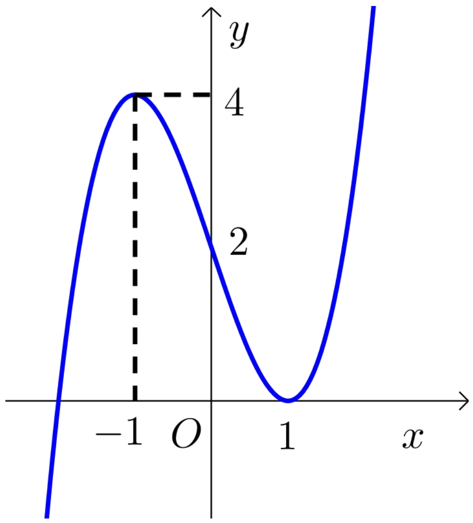
$\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{a}{5}$ **B.** $\dfrac{2a}{5}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)dx = 9$, $\int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.

A. $I = 5$ **B.** $I = 36$ **C.** $I = 13$ **D.** $I = \dfrac{9}{4}$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{f^2(x) - 5f(x)}$



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 3$ và $f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^2 x.f'(x)dx$

A. $I = -\dfrac{10}{3}$. **B.** $I = -\dfrac{4}{3}$. **C.** $I = \dfrac{5}{3}$. **D.** $I = \dfrac{2}{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu $(S):(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ và ba điểm $A(1;0;0), B(2;1;3), C(0;2;-3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2 + 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 8$ là một đường tròn cố định, tính bán kính r của đường tròn này.

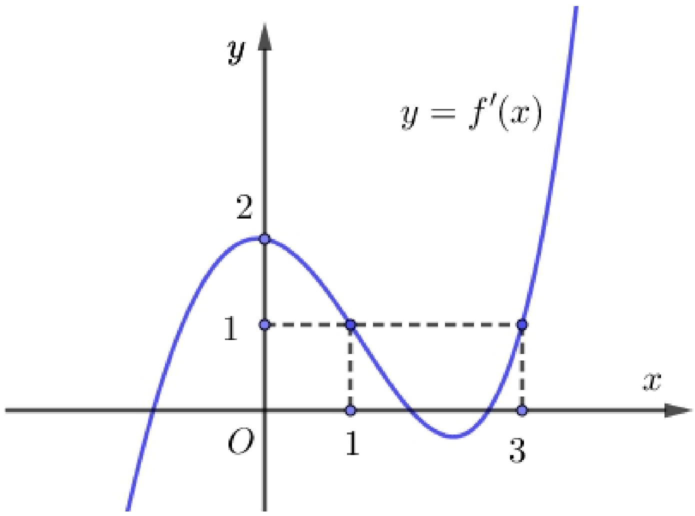
A. $r = \sqrt{3}$. **B.** $r = 3$. **C.** $r = 6$. **D.** $r = \sqrt{6}$.

Câu 38: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng $2a$ và đáy là hình vuông có cạnh bằng a. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $ADD'A'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P, Q bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{5a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{5a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{125a^3}{3}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = 2021^{f(x)} + 2020^{f(x)}$ là



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 40: Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a, thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất là

A. $V = \dfrac{8a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{10a^3}{3}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \dfrac{32a^3}{3}$.

Câu 41. Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt với hoành độ dương x_1, x_2, x_3 đồng thời $y''(1) = 0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x_3 + \sqrt{x_2x_3} + \sqrt[3]{x_1x_2x_3}$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 42. Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 1001 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** -2021.

Câu 43: Cho mặt cầu (S) bán kính R. Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là

A. $\dfrac{32R^3}{27}$. **B.** $\dfrac{32\pi R^3}{27}$. **C.** $\dfrac{32R^3}{81}$. **D.** $\dfrac{32\pi R^3}{81}$.

Câu 44: Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a\ln 5 + b\ln 2$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2a + b = 0$. **B.** $a + 2b = 0$. **C.** $2a - b = 0$. **D.** $a + 2b = 0$.

Câu 45. Cho các số thực $a, b > 1$ và phương trình $\log_a(ax)\log_b(bx) = 2021$ có hai nghiệm phân biệt m, n. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (4a^2 + 25b^2)(100m^2n^2 + 1)$ bằng

A. 200. **B.** 174. **C.** 404. **D.** 400

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 46. Cho n là số tự nhiên có bốn chữ số bất kì. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực α thỏa mãn $3^{\alpha}=n$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một số tự nhiên bằng

A. $\frac{1}{4500}$. **B.** $\frac{1}{3000}$. **C.** $\frac{1}{2500}$. **D.** 0

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $f'(x)=(2-x)(x+3).g(x)+2021$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in R$. Hàm số $y=f(1-x)+2021x+2022$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Lấy điểm I thuộc cạnh CC' sao cho $CI=4IC'$. Gọi M,N lần lượt là điểm đối xứng của A',B' qua I. Gọi V' là thể tích của khối đa diện $CABMNC'$. Tỉ số $\frac{V}{V'}$ bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC). Lấy điểm M thuộc cạnh SC sao cho $CM=2MS$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM bằng $\frac{4\sqrt{21}}{7}$. Thể tích của khối tứ diện $C.ABM$ bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{32\sqrt{3}}{9}$. **C.** $32\sqrt{3}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50. Cho tích phân $I=\int_1^e \frac{3\ln x+1}{x}dx$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

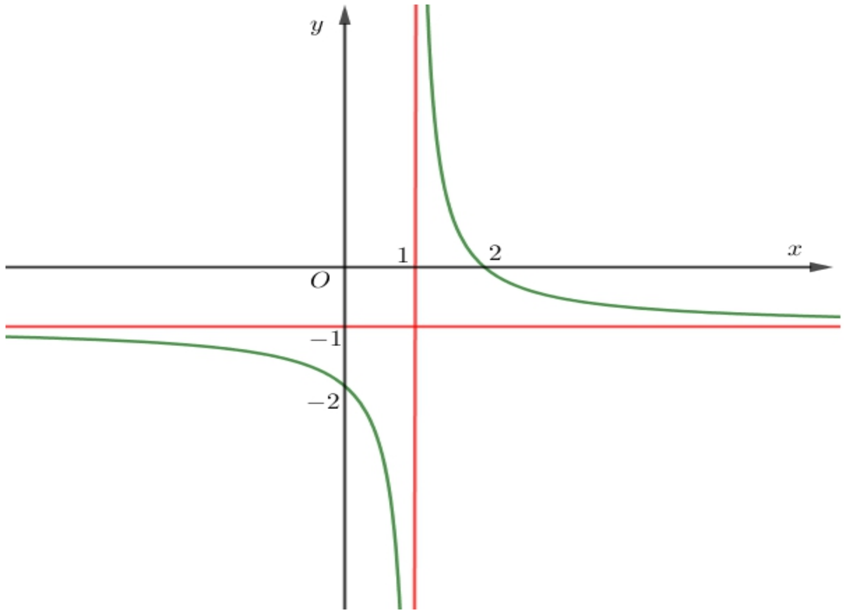
A. $I=\int_1^e (3t+1)dt$. **B.** $I=\int_0^1 (3t+1)dt$. **C.** $I=\int_0^1 \frac{3t+1}{t}dt$. **D.** $I=\int_0^1 \frac{3t+1}{e^t}dt$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.A	5.D	6.C	7.A	8.A	9.A	10.B
11.A	12.B	13.D	14.B	15.B	16.B	17.A	18.D	19.D	20.D
21.D	22.C	23.B	24.B	25.D	26.A	27.C	28.D	29.C	30.C
31.D	32.C	33.C	34.C	35.A	36.A	37.D	38.B	39.C	40D
41.C	42.C	43.D	44.A	45.D	46.A	47.B	48.B	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên



Tích ab bằng

A. 2. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=-1 \Rightarrow a=-1$

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm có tung độ $y=-2 \Rightarrow \dfrac{-b}{-1}=-2$ hay $b=-2$

Vậy $ab=2$

Câu 2. Hình đa diện nào sau đây có tâm đối xứng?

A. Hình lăng trụ tam giác. **B.** Hình tứ diện đều.

C. Hình chóp tức giác đều. **D.** Hình lập phương.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{3\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $h=3a$. **D.** $h=2\sqrt{3}a$

Lời giải

Chọn C.

Đáy là tam giác đều cạnh $2a$ $\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{3}a^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3}h.S_{ABC} \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{\sqrt{3}a^2} = 3a$.

Câu 4: Cho một khối trụ có diện tích xung quanh bằng 80π . Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

A. 160π . **B.** 40π . **C.** 64π . **D.** 400π

Lời giải

Chọn A.

Ta có $l = h = 10 \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi r.10 = 80\pi \Rightarrow r = 4 \Rightarrow V = \pi r^2 h = 160\pi$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. 42π . **B.** 12π . **C.** 9π . **D.** 36π .

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Vậy diện tích mặt cầu là $4\pi R^2 = 36\pi$.

Câu 6: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y = -3$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{-3x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{-3x+1}{x-1} = -\infty$, suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 7: Với a là số thực khác không tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

A. $2\log_2 |a|$. **B.** $\frac{1}{2}\log_2 a$. **C.** a . **D.** $2\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 a^2 = 2\log_2 |a|$.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x - mx + 5$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $m \ge 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $-2 \le m \le 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = \sqrt{3}\cos x - \sin x - m, \forall x \in \mathbb{R}$

Hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm)

$y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x - m \le 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

NHÓM TOÁN VD – VDC

$\Leftrightarrow m \ge 2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \dfrac{1}{2}\sin x\right), \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m \ge 2\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \ge 2$.

Câu 9: Phương trình: $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2}$ có nghiệm

A. $x = 2$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} \Leftrightarrow 2^x + \dfrac{1}{2}.2^x + \dfrac{1}{4}.2^x = 3^x - \dfrac{1}{3}.3^x + \dfrac{1}{9}.3^x$.

$\Leftrightarrow \dfrac{7}{4}.2^x = \dfrac{7}{9}.3^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{3}\right)^x = \dfrac{4}{9} \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 2$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là số giao điểm của đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
							$y = \dfrac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm.

Vậy phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có 3 nghiệm.

Câu 11. Hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $S=4\sqrt{3}\pi$. **B.** $S=24\pi$. **C.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=16\sqrt{3}\pi$..

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r, độ độ dài đường sinh l được tính theo công thức $S=\pi rl$, theo đề $S=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 12 . Hàm số $f(x)=\log_2|x|$ có đạo hàm là:

A. $\frac{1}{|x|\ln 2}$ **B.** $\frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $-\frac{1}{|x|\ln 2}$. **D.** $-\frac{1}{x\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$f(x)=\log_2|x|=\begin{cases}\log_2 x \text{ khi x>0} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{x\ln 2}\\ \log_2(-x) \text{ khi x<0} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{(-\text{x})'}{(-x)\ln 2}=\dfrac{1}{x\ln 2}\end{cases}$$

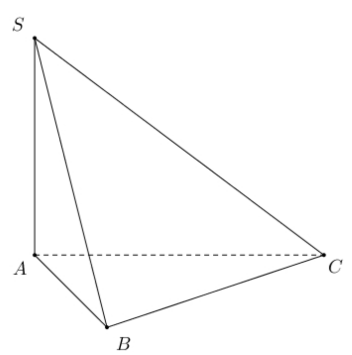
$$\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{|x|\ln 2}.$$

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a$, tam giác ABC đều và có độ dài đường cao là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° . **B.** 30° . **C.** 90°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D .



Ta có AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC)

Suy ra $\left(\widehat{SB;(ABC)}\right)=\widehat{SBA}$.

Theo đề ta có $h_{\Delta ABC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow AB=a$.

Xét tam giác SBA vuông tại A: $\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}=\dfrac{a}{a}=1\Leftrightarrow\widehat{SBA}=45^\circ$

Vậy $\left(\widehat{SB;(ABC)}\right)=45^\circ$.

Câu 14: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y=\sqrt{x-1}$. **B.** $y=x^2-2x+3$. **C.** $y=x^3+8x+9$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{3x+1}$.

Lời giải

Chọn B .

Xét đáp án A ta có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}>0\ \ \forall x>1$ (không có cực trị).

Xét đáp án B ta có $y'=2x-2=0\Leftrightarrow x=1$ (y' đổi dấu qua $x=1$).

Xét đáp án C ta có $y'=3x^2+8>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ (không có cực trị).

Xét đáp án D ta có $y'=\dfrac{5}{(3x+1)^2}>0\ \ \forall x\neq\dfrac{-1}{3}$ (không có cực trị).

Câu 15: Tính tích phân $I=\int_0^2(2x+1)dx$

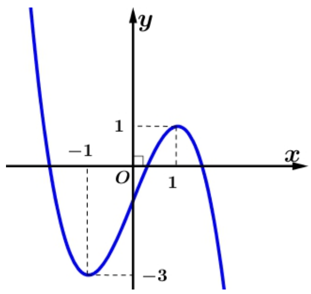
A. $I=4$. **B.** $I=6$. **C.** $I=5$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int_0^2(2x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int_0^2(2x+1)\mathrm{d}(2x+1)=\dfrac{1}{2}\dfrac{(2x+1)^2}{2}\Big|_0^2=\dfrac{1}{4}(25-1)=6$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



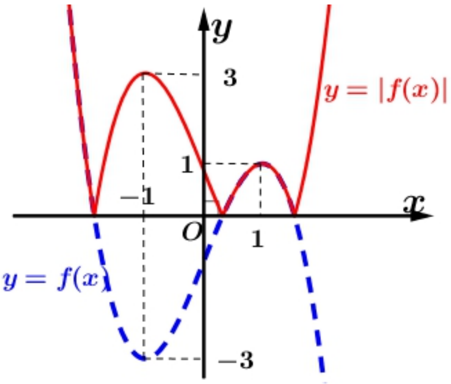
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

NHÓM TOÁN VD – VDC



Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ ta thấy hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có điểm 5 cực trị.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & khi\ x>0 \\ x & khi\ x\le 0 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $f(x)$ liên tục tại $x_0=0$.

B. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$.

C. $f(0)=0$.

D. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x^2+1\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x=0$

$f(0)=0$

Vì $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ nên hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại $x_0=0$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến?

A. $y=\left(\dfrac{2020}{2021}\right)^x$.

B. $y=\left(\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^x$.

C. $y=\left(\dfrac{1}{e}\right)^x$.

D. $y=\left(\sqrt[2020]{\pi}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\left(\sqrt[2020]{\pi}\right)^x$ có $y'=\left(\sqrt[2020]{\pi}\right)^x.\ln\left(\sqrt[2020]{\pi}\right)>0$ với mọi x nên hàm số $y=\left(\sqrt[2020]{\pi}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này lẻ và không chia hết cho 5 ?

B. 20100

B. 12260

C. 40320

D. 15120

Lời giải.

Chọn D.

- Chữ số cuối có 3 cách chọn là $\{1;3;7\}$.
- Số cách chọn các chữ số còn lại là $7.6.5.4.3.2.1\Rightarrow 15120$ số cần tìm.

Câu 20. Cho hình cầu có đường kính bằng $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

B. $a\sqrt{10}$ **B.** $\dfrac{a}{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$ **D.** a

Lời giải.

Chọn D.

- Hình cầu đã cho có bán kính $R = a\sqrt{3}$.

khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{R^2 - r^2} = a$.

Câu 21: Cho $\int\limits_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int\limits_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó $\int\limits_0^2 \left[f(x) + 3g(x)\right]dx$ bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** -18. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^2 \left[f(x) + 3g(x)\right]dx = \int\limits_0^2 f(x)dx + 3\int\limits_0^2 g(x)dx = 24$

.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0) = 0$.

B. Nếu $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

C. Nếu $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) \neq 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

D. Nếu $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết

Câu 23: Hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $\left(x^3 + xy\right)^{15}$ là

A. 5005. **B.** 3003. **C.** 4004. **D.** 58690.

Lời giải

Chọn B.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 + xy\right)^{15}$ là $C_{15}^k.\left(x^3\right)^{15-k}.(xy)^k = C_{15}^k.x^{45-2k}.y^k$

Số hạng chứa $x^{25}y^{10} \Rightarrow \begin{cases} 45 - 2k = 25 \\ k = 10 \end{cases} \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^{25}y^{10}$ bằng $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 24: Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $\left[-1;3\right]$ cho trong hình ben. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$, thì M bằng

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M=f\left(2\right)$. **B.** $M=f\left(0\right)$. **C.** $M=f\left(-1\right)$. **D.** $M=f\left(3\right)$.

Lời giải

Chọn B .

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-1;3]} f\left(x\right)=f\left(0\right)=5$.

Câu 25: Khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x+1\right)^{10}$ thành đa thức, tính tổng các hệ số của đa thức nhận được

A. 512. **B.** 1023. **C.** 2048. **D.** 1024.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(x+1\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^{k} x^{k}$.

Tổng các hệ số của đa thức là: $\sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^{k}=C_{10}^{0}+C_{10}^{1}+...+C_{10}^{10}=2^{10}=1024$.

Câu 26: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x-\sin x$ là

A. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{3x^2}{2}+cosx+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=3x^2+cosx+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{3x^2}{2}-cosx+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=3+cosx+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f\left(x\right)dx=\int\left(3x-\sin x\right)dx=\int 3xdx-\int \sin xdx=\dfrac{3x^2}{2}+\cos x+C$.

Nên $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{3x^2}{2}+cosx+C$.

Câu 27. Tính giới hạn $A=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x-1}$

A. $A=2.$ **B.** $A=0.$ **C.** $A=4.$ **D.** $A=+\infty.$

Lời giải

Chọn C

$$A=\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\left(x^3+x^2+x+1\right)=4.$$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4), B(2;4;-1)$.Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là

A. $G(2;1;1)$. **B.** $G(6;3;3)$. **C.** $G(1;1;2)$. **D.** $G(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $G(x,y,z)$.

Vì G là trọng tâm của tam giác OAB suy ra

$$\begin{cases} x=\dfrac{x_A+x_B+x_O}{3} \\ y=\dfrac{y_A+y_B+y_O}{3} \\ z=\dfrac{z_A+z_B+z_O}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+2+0}{3}=1 \\ y=\dfrac{2+4+0}{3}=2 \\ z=\dfrac{4+(-1)+0}{3}=1 \end{cases} \Rightarrow G(1;2;1).$$

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-4x+3\right)^{-2021}$ là

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;1]\cup(3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$. **D.** $(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\left(x^2-4x+3\right)^{-2021}$ xác định khi $x^2-4x+3\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq 3 \end{cases}$.

Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$.

Câu 30: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ba học sinh giữ ba chức vụ: lớp trưởng, lớp phó và bí thư ?

A. $A_{20}^1.A_{15}^2+A_{20}^2.A_{15}^1$. **B.** C_{35}^3. **C.** A_{35}^3. **D.** $C_{20}^1.C_{15}^2+C_{20}^2.C_{15}^1$.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 học sinh từ 35 học sinh và phân ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư là một chỉnh hợp chập 3 của 35 phần tử.
Vậy số cách chọn là A_{35}^3.

Câu 31: Khẳng định nào sau đây **Sai**?

A. $\int x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x^2+C$. **B.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

C. $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$.

Lời giải

Chọn D

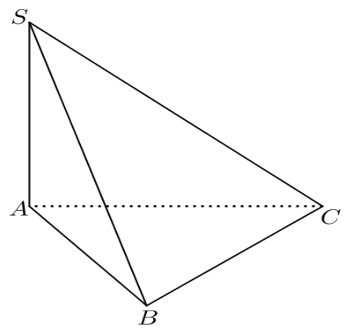
Ta có $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$ và $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

A. $V = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$. **B.** $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



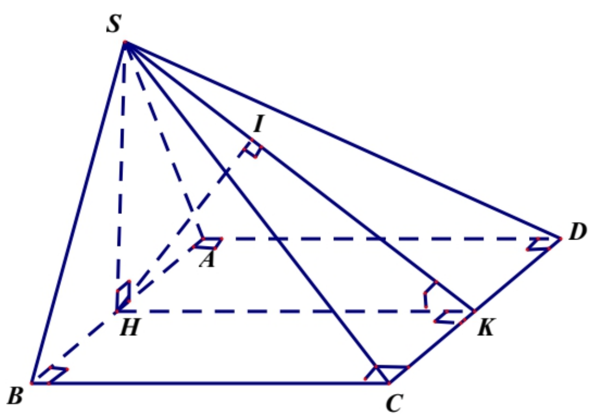
Ta có $AB = a \Rightarrow V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{6}a.a.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng φ và $\sin\varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a}{5}$ **B.** $\frac{2a}{5}$ **C.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

Chọn C.



Gọi H là trung điểm AB. Do tam giác SAB cân tại $S \Rightarrow SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

Kẻ $HK\perp CD\Rightarrow CD\perp\left(SHK\right)\Rightarrow CD\perp SK\Rightarrow\left[\left(SCD\right),\left(ABCD\right)\right]=\left(HK,SK\right)=\widehat{SKH}=\varphi$.

Ta có $HA//\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(A,\left(SCD\right)\right)=d\left(H,\left(SCD\right)\right)$.

Kẻ $HI\perp SK\Rightarrow HI\perp\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(H,\left(SCD\right)\right)=HI=\sin\varphi.HK=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Vậy $d\left(A,\left(SCD\right)\right)=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 34. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx=9$, $\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx=4$. Tính $\int\limits_0^4 f\left(x\right)dx$.

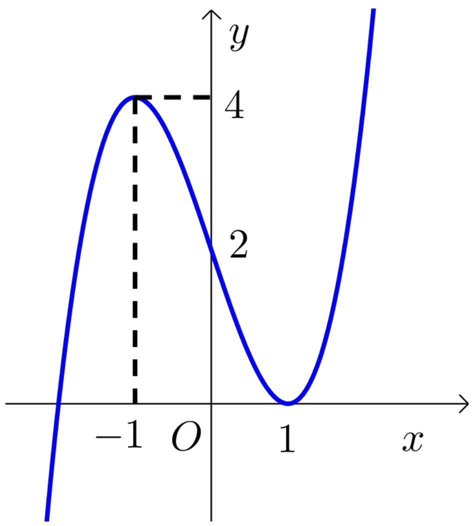
A. $I=5$ **B.** $I=36$ **C.** $I=13$ **D.** $I=\dfrac{9}{4}$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int\limits_0^4 f\left(x\right)dx=\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx+\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx=9+4=13$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{f^2\left(x\right)-5f\left(x\right)}$



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$f^2\left(x\right)-5f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=0\\ f\left(x\right)=5\end{array}\right.$

* $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-2\end{array}\right.$, trong đó $x=1$ là nghiệm bội chẵn

$f(x)=5 \Leftrightarrow x=a>1$

* Hàm số viết lại: $y=\dfrac{x^2-1}{(x-a).g(x).(x+2)(x-1)^2.h(x)}$, trong đó $g(x),h(x)$ vô nghiệm

* $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty;\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận đứng là $x=a;x=-2;x=1(a>1)$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=3$ và $f(x)+f(2-x)=x^2-2x+2,\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_0^2 x.f'(x)dx$

A. $I=-\dfrac{10}{3}$. **B.** $I=-\dfrac{4}{3}$. **C.** $I=\dfrac{5}{3}$. **D.** $I=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

* Với $x=0$, ta có: $f(0)+f(2)=2 \Leftrightarrow f(2)=-1$

$f(x)+f(2-x)=x^2-2x+2,\forall x\in\mathbb{R}.$

$\Rightarrow \int_0^2 f(x)dx+\int_0^2 f(2-x)dx=\int_0^2 (x^2-2x+2)dx$

$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx+\int_0^2 f(x)dx=\dfrac{8}{3}$

$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx=\dfrac{4}{3}$

* Xét $I=\int_0^2 x.f'(x)dx$

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=f'(x).dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=d \\ v=f(x) \end{cases}$

$I=x.f(x)\Big|_0^2-\int_0^2 f(x)dx=2.f(2)-\dfrac{4}{3}=-\dfrac{10}{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ và ba điểm $A(1;0;0),B(2;1;3),C(0;2;-3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$ là một đường tròn cố định, tính bán kính r của đường tròn này.

A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=3$. **C.** $r=6$. **D.** $r=\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

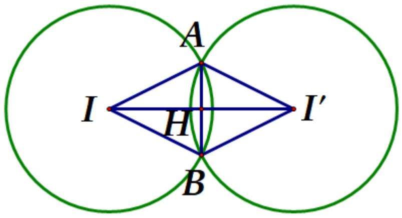
Ta có: (S) có tâm $I(3;3;2), R=3$. Gọi $M(x;y;z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}=(x-1;y;z) \\ \overrightarrow{BM}=(x-2;y-1;z-3) \\ \overrightarrow{CM}=(x;y-2;z+3) \end{cases}$.

Theo giả thiết, ta có: $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+z^2+2\left[x^2-2x+y^2-3y+2+z^2-9\right]=8$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ suy ra $M\in(S'): I'(1;1;0), R'=3$.

Nhận xét: $\overrightarrow{II'}=(2;2;2)\Rightarrow II'=2\sqrt{3}<R+R'=6$ và $M\in(S), M\in(S')$ nên M thuộc đường tròn giao tuyến của 2 mặt cầu $(S),(S')$ (xem hình minh họa).



Ta có $r=AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{R^2-\left(\frac{II'}{2}\right)^2}=\sqrt{9-3}=\sqrt{6}$.

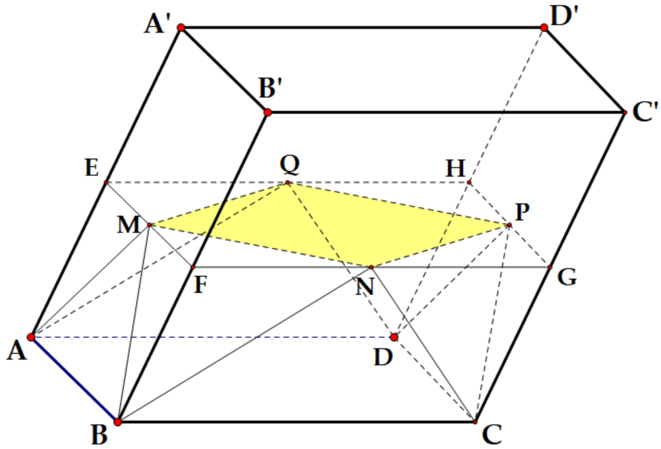
Câu 38: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng $2a$ và đáy là hình vuông có cạnh bằng a. Gọi M,N,P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $ADD'A'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,D,M,N,P,Q bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{5a^3}{6}$. **C.** $\frac{5a^3}{3}$. **D.** $\frac{125a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình minh họa sau:



Gọi E,F,G,H lần lượt là trung điểm các cạnh bên AA', BB', CC', DD'.

Khi đó ta thấy $V_{ABCDMNPQ} = V_{ABCDEFGH} - \left(V_{AEMQ} + V_{BFMN} + V_{CNPG} + V_{DPQH}\right)$ (1).

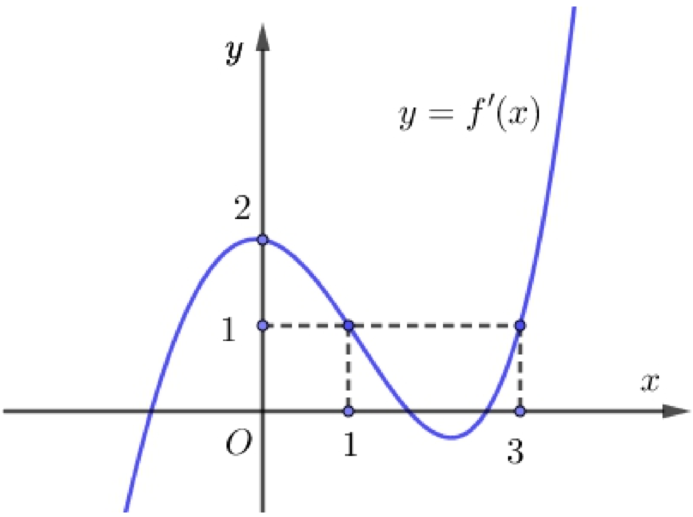
Trong đó $V_{ABCDEFGH} = \frac{1}{2}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{2}h.S_{ABCD} = \frac{1}{2}2a.a^2 = a^3$ (2).

Đồng thời $V_{AEMQ} = V_{BFMN} = V_{CNPG} = V_{DPQH} = \frac{1}{3}d\left(A;(EFGH)\right).S_{\Delta EMQ}$ (3).

Lại có: $d\left(A;(EFGH)\right) = \frac{h}{2} = a$ và $S_{\Delta EMQ} = \frac{1}{4}S_{\Delta EFH} = \frac{1}{8}S_{EFGH} = \frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{a^2}{8}$ (4).

Tóm lại từ $(1),(2),(3),(4) \Rightarrow V_{ABCDMNPQ} = a^3 - 4.\frac{1}{3}a.\frac{a^2}{8} = \frac{5a^3}{6}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = 2021^{f(x)} + 2020^{f(x)}$ là



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

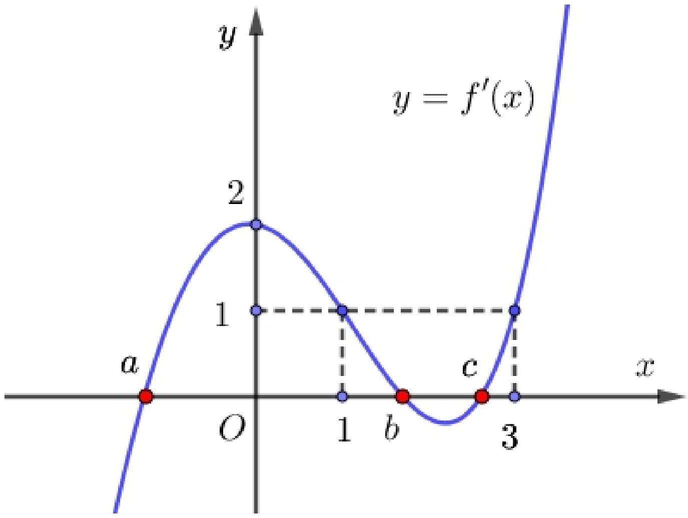
Lời giải.

Chọn C.

Ta có $y' = f'(x).2021^{f(x)}.\ln 2021 + f'(x).2020^{f(x)}.\ln 2020$.

$= f'(x).\left[2021^{f(x)}.\ln 2021 + 2020^{f(x)}.\ln 2020\right]$.

Do $2021^{f(x)}.\ln 2021 + 2020^{f(x)}.\ln 2020 > 0, \forall x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = a \\ x_2 = b \\ x_3 = c \end{array}\right.$.



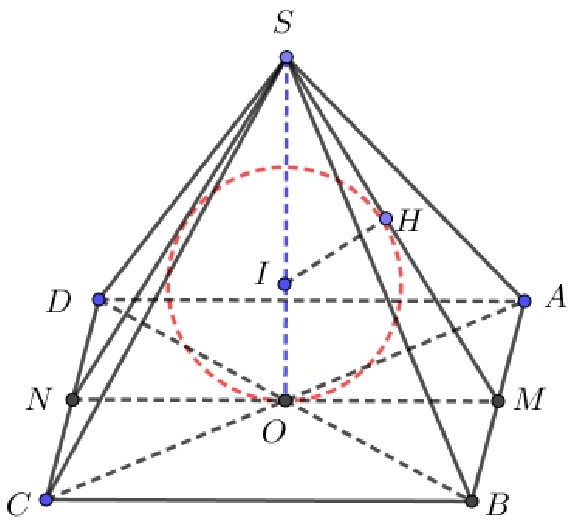
Vậy hàm số $y = 2021^{f(x)} + 2020^{f(x)}$ có ba điểm cực trị.

Câu 40: Trong tất các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a, thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất là

A. $V = \dfrac{8a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{10a^3}{3}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \dfrac{32a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Đặt $SO = x > 0 \Rightarrow SI = x - a, SH = \sqrt{(x-a)^2 - a^2} = \sqrt{x^2 - 2ax}$.

Ta có $\Delta SOM \sim \Delta SHI \Rightarrow \dfrac{OM}{HI} = \dfrac{SO}{SH} \Rightarrow OM = \dfrac{SO.HI}{SH} = \dfrac{ax}{\sqrt{x^2 - 2ax}} \Rightarrow AB = \dfrac{2ax}{\sqrt{x^2 - 2ax}}$.

$\Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2ax}{\sqrt{x^2 - 2ax}}\right)^2 .x = \dfrac{4a^2}{3}.\dfrac{x^2}{x - 2a}, (x > 2a) \Rightarrow V' = \dfrac{4a^2}{3}.\dfrac{(x^2 - 4ax)}{(x - 2a)^2} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow x = 4a$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là

x	$2a$		$4a$		$+\infty$
V'		$-$	0	$+$	
V	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{32a^3}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thể tích nhỏ nhất của V là $V = \dfrac{32a^3}{3}$.

Câu 41. Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt với hoành độ dương x_1, x_2, x_3 đồng thời $y''(1) = 0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x_3 + \sqrt{x_2x_3} + \sqrt[3]{x_1x_2x_3}$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt với hoành độ dương $x_1, x_2, x_3 \Rightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$.

$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d = ax^3 - a(x_1 + x_2 + x_3)x^2 + a(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)x - a.x_1x_2x_3$

$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{-b}{a}$.

Ta có $y = 3ax^2 + 2bx + d$; $y = 6ax + 2b$

Mà $y(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow \dfrac{-b}{a} = 3$.

$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{-b}{a} = 3$.

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có:

$$x_3 + \sqrt{x_2x_3} + \sqrt[3]{x_1x_2x_3} \le x_3 + \frac{1}{2}.\frac{x_3 + 4x_2}{2} + \frac{1}{4}.\frac{x_1 + 4x_2 + 16x_1}{3} = \frac{4}{3}(x_1 + x_2 + x_3) = \frac{4}{3}.3 = 4$$

Do đó giá trị lớn nhất của P là 4..

Câu 42. Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 1001 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)-f(4x)$ tại $x=1$.

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** -2021.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=f(x)-f(2x)\Rightarrow g\ (x)=f\ (x)-2.f\ (2x)$

Theo đề bài $\begin{matrix} g\ (1)=20 \\ g\ (2)=1001 \end{matrix}$ $\quad\begin{matrix} f\ (1)-2f\ (2)=20 \\ f\ (2)-2f\ (4)=1001 \end{matrix}$ $\quad\begin{matrix} f\ (1)-2f\ (2)=20 \\ f\ (2)=1001+2f\ (4) \end{matrix}$

$\Rightarrow f\ (1)-2\ 1001+2f\ (4)\ =20$

$\Leftrightarrow f\ (1)-4f\ (4)=2022$.

Đặt $h(x)=f(x)-f(4x)\Rightarrow h\ (x)=f\ (x)-4f\ (4x)$

$\Rightarrow h\ (1)=f\ (1)-4.f\ (4)=2022$.

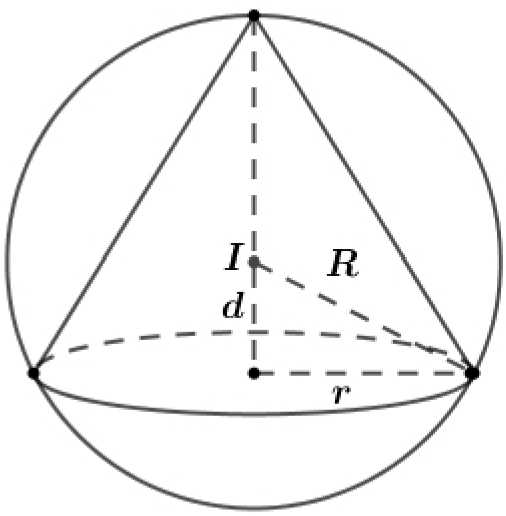
Câu 43: Cho mặt cầu (S) bán kính R. Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là

A. $\dfrac{32R^3}{27}$. **B.** $\dfrac{32\pi R^3}{27}$. **C.** $\dfrac{32R^3}{81}$. **D.** $\dfrac{32\pi R^3}{81}$.

Lời giải

Chọn D

Rõ ràng thể tích của khối nón (N) lớn nhất khi chiều cao khối nón $h>R$.



Gọi r là bán kính khối nón, d là khoảng cách từ tâm mặt cầu đến đáy khối nón.

Áp dụng định lý Pytago ta được $R^2=d^2+r^2$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\cdot\left(R^2-d^2\right)\cdot\left(R+d\right)=\frac{1}{6}\pi\cdot\left(2R-2d\right)\cdot\left(R+d\right)\cdot\left(R+d\right)$

$\le\frac{1}{6}\pi\left(\frac{2R-2d+R+d+R+d}{3}\right)^3=\frac{32\pi R^3}{81}$.

Vậy thể tích khối nón nhỏ nhất bằng $\frac{32\pi R^3}{81}$, xảy ra khi $2R-2d=R+d\Leftrightarrow d=\frac{R}{3}$.

Câu 44: Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\cos x+2}\mathrm{d}x=a\ln5+b\ln2$, với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2a+b=0$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $2a-b=0$. **D.** $a+2b=0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x\Rightarrow\mathrm{d}t=-\sin x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{5}{3}$; $x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=2$.

Vậy $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\cos x+2}\mathrm{d}x=-\int\limits_{\frac{5}{2}}^{2}\frac{1}{t}\mathrm{d}t=\ln|t|\Big|_2^{\frac{5}{2}}=\ln\frac{5}{2}-\ln2=\ln5-2\ln2$.

Do đó $a=1,\ b=-2\Rightarrow a+2b=0$.

Câu 45. Cho các số thực $a,b>1$ và phương trình $\log_a(ax)\log_b(bx)=2021$ có hai nghiệm phân biệt m,n. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(4a^2+25b^2\right)\left(100m^2n^2+1\right)$ bằng

A. 200. **B.** 174. **C.** 404. **D.** 400

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a(ax)\log_b(bx)=2021$. Điều kiện $x>0\Rightarrow m>0;n>0$

$\Leftrightarrow\left(\log_a a+\log_a x\right)\left(\log_b b+\log_b x\right)=2021$

$\Leftrightarrow\left(1+\log_a x\right)\left(1+\log_b x\right)=2021$

$\Leftrightarrow 1+\log_a x+\log_b x+\log_a x\cdot\log_b x=2021$

$\Leftrightarrow\log_a x+\log_b x+\log_a x\cdot\log_b x-2020=0$

$\Leftrightarrow\frac{\ln x}{\ln a}+\frac{\ln x}{\ln b}+\frac{\ln x}{\ln a}\cdot\frac{\ln x}{\ln b}-2020=0$

$\Leftrightarrow (\ln x)^2 + \ln x(\ln a + \ln b) - 2020\ln a \cdot \ln b = 0$

$\Leftrightarrow (\ln x)^2 + \ln x \ln(ab) - 2020\ln a \cdot \ln b = 0$

Do m,n là hai nghiệm phân biệt của phương trình nên theo Vi-et ta có:

$\ln(m) + \ln(n) = -\ln(ab)$

$\Leftrightarrow \ln(mn) = \ln\left(\frac{1}{ab}\right)$

$\Leftrightarrow mn = \frac{1}{ab} \Leftrightarrow mnab = 1$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$P = (4a^2 + 25b^2)(100m^2n^2 + 1) \underset{\text{Cauchy}}{\geq} \left(2\sqrt{4a^2 \cdot 25b^2}\right) \cdot \left(2\sqrt{100m^2n^2 \cdot 1}\right) = 20ab \cdot 20mn = 400 \cdot ab \cdot mn = 400$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 2a = 5b \\ 10mn = 1 = \frac{10}{ab} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$.

Câu 46. Cho n là số tự nhiên có bốn chữ số bất kì. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực α thỏa mãn $3^\alpha = n$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một số tự nhiên bằng

A. $\frac{1}{4500}$. **B.** $\frac{1}{3000}$. **C.** $\frac{1}{2500}$. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Do n là số tự nhiên có bốn chữ số bất kì. Suy ra $1000 \leq n \leq 9999$. Vậy có tất cả 9000 số tự nhiên có bốn chữ số bất kì.

Ta có: $3^\alpha = n \Leftrightarrow \alpha = \log_3 n$. Do đó mỗi giá trị của n tương ứng với một giá trị của α, nên số phần tử của tập hợp S là 9000 phần tử.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9000$

Mặt khác: $1000 \leq n \leq 9999 \Leftrightarrow \log_3 1000 \leq \alpha \leq \log_3 9999 \Leftrightarrow 6,28 \leq \alpha \leq 8,38$

Gọi A là biến cố "Để chọn được số tự nhiên" từ tập S.

Vì $6,28 \leq \alpha \leq 8,38$ mà $\alpha \in \mathbb{N} \Rightarrow \alpha = \{7;8\} \Rightarrow n(A) = 2$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{2}{9000} = \frac{1}{4500}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+3).g(x) + 2021$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in R$. Hàm số $y = f(1-x) + 2021x + 2022$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-1; 4)$. **C.** $(-3; 2)$. **D.** $(4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $y = f(1-x) + 2021x + 2022 \Rightarrow y' = -f'(1-x) + 2021$

Theo giả thuyết của đề, ta có:

$f'(x) = (2-x)(x+3).g(x) + 2021 \Rightarrow -f'(x) = -(2-x)(x+3).g(x) - 2021$

$\Rightarrow -f'(x) + 2021 = -(2-x)(x+3).g(x)$

$\Rightarrow -f'(x) + 2021 = 0 \Leftrightarrow (2-x)(x+3).g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$-f'(x) + 2021$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có bảng xét dấu như sau:

Dựa vào bảng xét dấu, ta suy ra $-f'(x) + 2021 > 0, \forall x \in (-3; 2)$

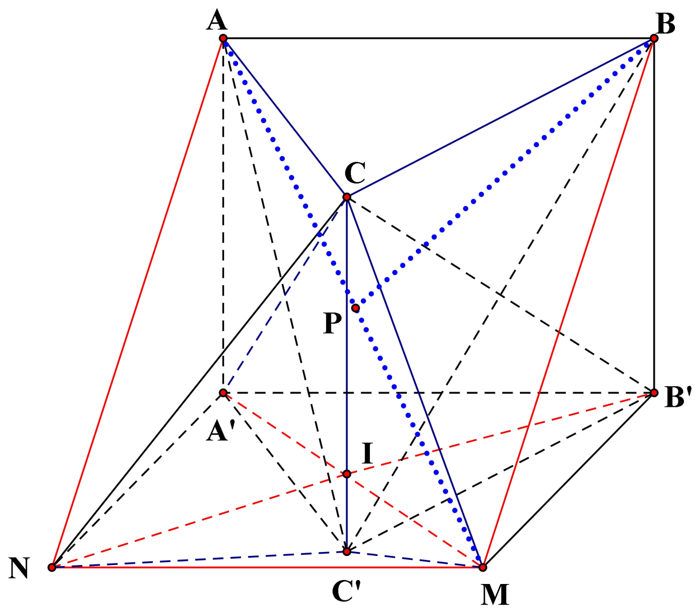
$\Rightarrow y' = -f'(1-x) + 2021 > 0 \Leftrightarrow -3 < 1 - x < 2 \Rightarrow -1 < x < 4$.

Vậy hàm số $y = f(1-x) + 2021x + 2022$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Lấy điểm I thuộc cạnh CC' sao cho $CI = 4IC'$. Gọi M, N lần lượt là điểm đối xứng của A', B' qua I. Gọi V' là thể tích của khối đa diện $CABMNC'$. Tỉ số $\frac{V}{V'}$ bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Lời giải



Chọn B

◆ Ta có: V là V' lần lượt là thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khối đa diện $CABMNC'$

◆ Cho $P = AM \cap CC'$

◆ Do I lần lượt là trung điểm của $A'M$ và $B'N$ nên suy ra $ABMN$ là hình bình hành và 4 điểm A,B,M,N đồng phẳng

◆ Ta có: $AA'//CC'$ mà I là trung điểm của $A'M$ nên suy ra P là trung điểm của AM (1)

◆ Lại có: $BB'//CC'$ mà I là trung điểm của $B'N$ nên suy ra P là trung điểm của BN (2)

Từ (1) (2) suy ra P thuộc mặt phẳng $(ABMN)$

$$\Rightarrow PC' = PI + IC' = \frac{AA'}{2} + \frac{CC'}{5} = \frac{CC'}{2} + \frac{CC'}{5} = \frac{7}{10}CC' \Rightarrow \frac{CP}{CC'} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{C.ABMN}}{V_{C'.ABMN}} = \frac{d(C;(ABMN))}{d(C';(ABMN))} = \frac{CP}{C'P} = \frac{3}{7} \Rightarrow V_{C'.ABMN} = \frac{7}{3}V_{C.ABMN}$$

◆ Ta có: $\frac{V_{C.ABP}}{V_{C.ABC'}} = \frac{CP}{CC'} = \frac{3}{10} \Rightarrow V_{C.ABP} = \frac{3}{10}V_{C.ABC'} = \frac{3}{10}.\frac{V}{3} = \frac{V}{10}$

$$\begin{cases} V_{C.ABMN} = 2.V_{C.ABM} = 4.V_{C.ABP} = 4.\frac{V}{10} = \frac{2V}{5} \\ V_{C'.ABMN} = \frac{7}{3}V_{C.ABMN} = \frac{7}{3}.\frac{2V}{5} = \frac{14V}{15} \end{cases}$$

$$V' = V_{CABMNC'} = V_{C'.ABMN} + V_{C.ABMN} = \frac{14V}{15} + \frac{2V}{5} = \left(\frac{14}{15} + \frac{6}{15}\right)V = \frac{20}{15}V = \frac{4}{3}V$$

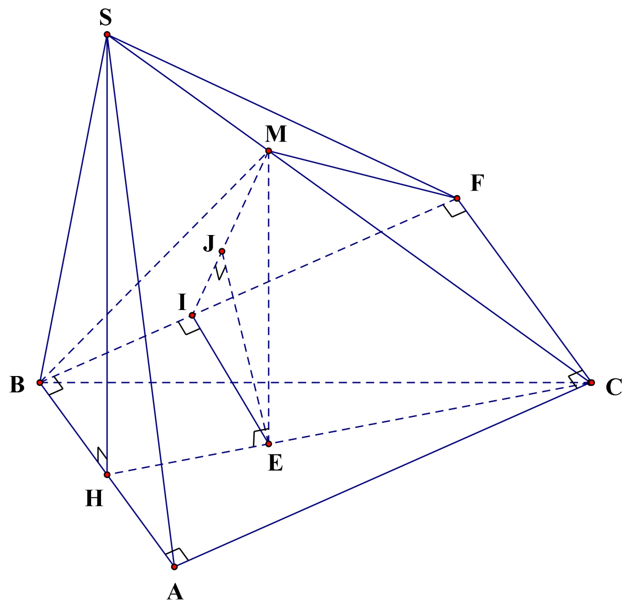
$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{3}{4}$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC). Lấy điểm M thuộc cạnh SC sao cho

$CM = 2MS$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM bằng $\frac{4\sqrt{21}}{7}$. Thể tích của khối tứ diện $C.ABM$ bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{32\sqrt{3}}{9}$. **C.** $32\sqrt{3}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Chọn B

- Từ B kẻ $Bx // AC, CF \perp Bx$ tại $F \Rightarrow ABFC$ là hình vuông
- Kẻ $ME \perp CH$ tại $E \Rightarrow \begin{cases} ME // SH \\ ME \perp (ABFC) \end{cases} \Rightarrow \frac{ME}{SH} = \frac{CM}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow ME = \frac{2}{3}SH = \frac{AB}{\sqrt{3}}$ (1)
- Kẻ $\begin{cases} EI \perp BF \\ EJ \perp IM \end{cases}$ mà $EJ \perp BF$ do $BF \perp (MEI)$ nên suy ra

$EJ \perp (BMF) \Rightarrow d(E;(BMF)) = EJ$

- Xét hình thang $BHCF$ có $BH // EI // FC, CM = 2MS$

$\Rightarrow \frac{SM}{SC} = \frac{HE}{HC} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{EI}{AB} = \frac{EI}{FC} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow EI = \frac{2}{3}AB$ (2)

- $\begin{cases} Bx // AC \to AC // (BMF), \\ d(AC;BM) = d(AC;(BMF)) = d(C;(BMF)) \end{cases}$
- Vẽ $K = CH \cap FB$

$\Rightarrow \begin{cases} K = EC \cap (BMF) \\ \frac{d(C;(BMF))}{d(E;(BMF))} = \frac{CK}{EK} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d(E;(BMF)) = \frac{2}{3}d(C;(BMF)) = \frac{2}{3}.\frac{4\sqrt{21}}{7} = \frac{8}{\sqrt{21}} \\ \frac{1}{EJ^2} = \frac{1}{EI^2} + \frac{1}{EM^2} \end{cases}$ (3)

Thế lần lượt (1) và (2) vào phương trình (3) ta thu được một phương trình như sau:

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

$\Leftrightarrow \frac{21}{64}=\frac{9}{4AB^2}+\frac{3}{AB^2}\Rightarrow AB=4$

- $V_{C.ABM}=\frac{CM}{CS}.V_{S.ABC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\frac{2}{9}.\frac{AB\sqrt{3}}{2}.\frac{AB^2}{2}=\frac{AB^3\sqrt{3}}{18}=\frac{4^3\sqrt{3}}{18}=\frac{32\sqrt{3}}{9}$

Câu 50. Cho tích phân $I=\int\limits_1^e \frac{3\ln x+1}{x}dx$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

A. $I=\int\limits_1^e (3t+1)dt.$. **B.** $I=\int\limits_0^1 (3t+1)dt.$. **C.** $I=\int\limits_0^1 \frac{3t+1}{t}dt.$. **D.** $I=\int\limits_0^1 \frac{3t+1}{e^t}dt.$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $I=\int\limits_1^e \frac{3\ln x+1}{x}dx.$
- Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$. Suy ra $I=\int\limits_1^e \frac{3\ln x+1}{x}dx=\int\limits_0^1 (3t+1)dt.$