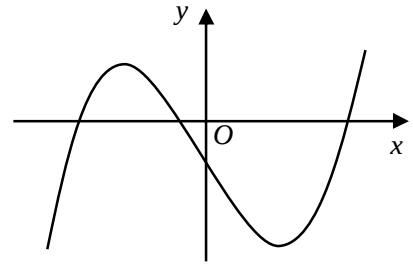


PHẦN I: ĐỀ BÀI

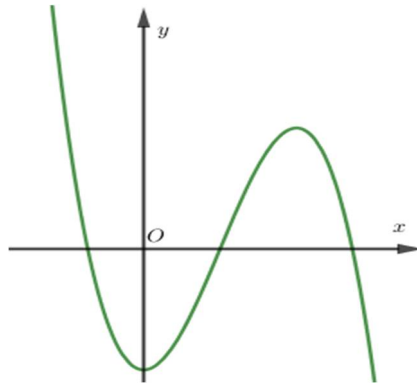
ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM - KSHS

Câu 1: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



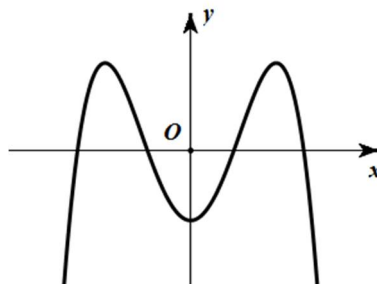
- A. $y = x^3 - 3x - 1$.
- B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
- C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
- D. $y = -x^3 - 3x - 1$.

Câu 2: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
- B. $y = x^4 - x^2 - 2$.
- C. $y = -x^4 + x^2 - 2$.
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 3: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
- B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
- D. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

Câu 4: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
- B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
- C. $y = x^3 - x^2 - 1$.
- D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.

Câu 5: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			-1		-1			
	$-\infty$		-2		$-\infty$			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 6: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$						

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 7: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y				3		-2	$+\infty$

$-\infty \rightarrow 3 \rightarrow -2 \rightarrow +\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

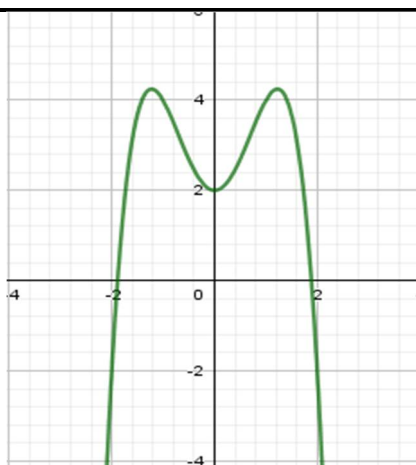
Câu 8: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$					3			$+\infty$
									</

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

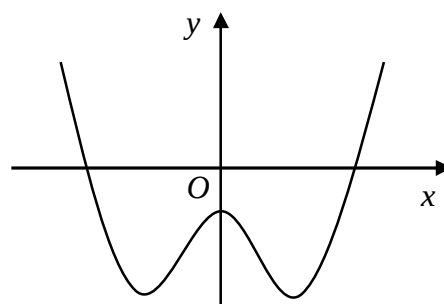
Câu 9: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



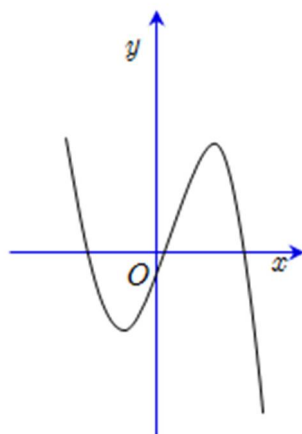
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1.
C. 0. D. 3.



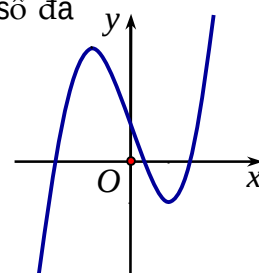
Câu 11: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 12: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.
B. 0.
C. 3.
D. 1.



Câu 13: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 14: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 15: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 16: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 17: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

- A. 0. B. -4. C. 4. D. -16.

Câu 18: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

- A. -259. B. 68. C. 0. D. -4.

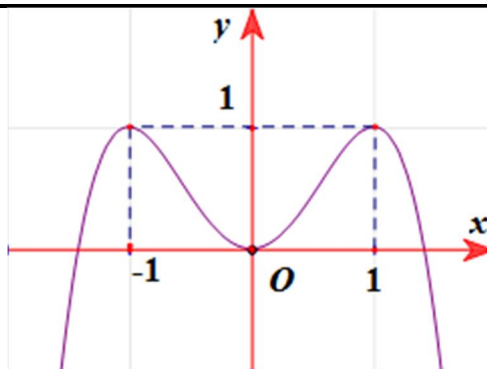
Câu 19: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 25. B. $\frac{51}{4}$. C. 13. D. 85.

Câu 20: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng:

- A. 201. B. 2. C. 9. D. 54.

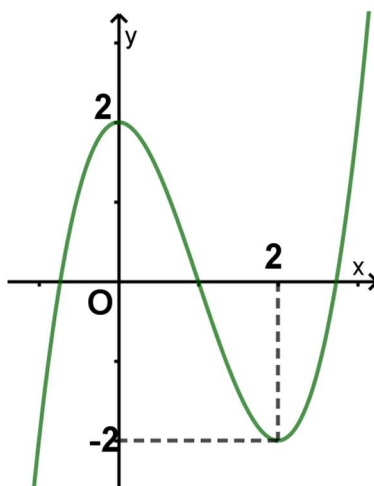
Câu 21: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

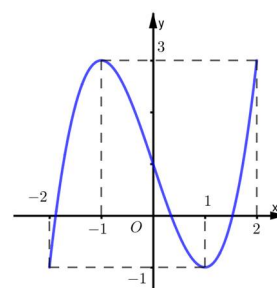
Câu 22: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



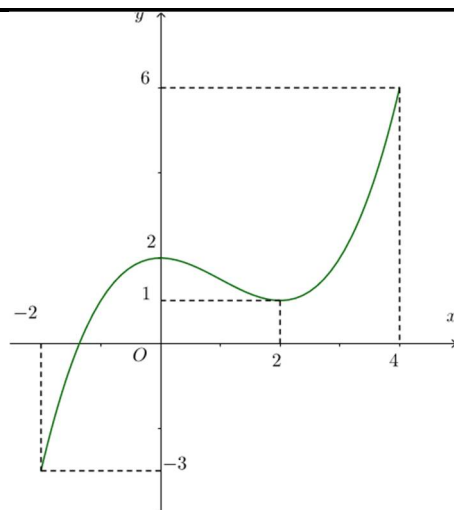
- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 23: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. 2. B. 3.
C. 4. D. 1.



Câu 24: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là



- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 25: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- A. 3. B. 0. C. Vô số. D. 6.

Câu 26: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Câu 27: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

- A. 2. B. 6. C. Vô số. D. 1.

Câu 28: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

- A. 3. B. Vô số. C. 4. D. 5.

Câu 29: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 30: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = \frac{1}{6}x^4 - \frac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 4(x_1 - x_2)$?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

- Câu 31:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{14}{3}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2)$?
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 32:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 3(x_1 - x_2)$.
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 33:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.
- Câu 34:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 8. B. 9. C. Vô số. D. 7.
- Câu 35:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 4. B. 7. C. 6. D. Vô số.
- Câu 36:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 3. B. 2. C. Vô số. D. 1.
- Câu 37:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng:
- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 4.
- Câu 38:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều IAB có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng
- A. 3. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 39:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{6}$.

Câu 40: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

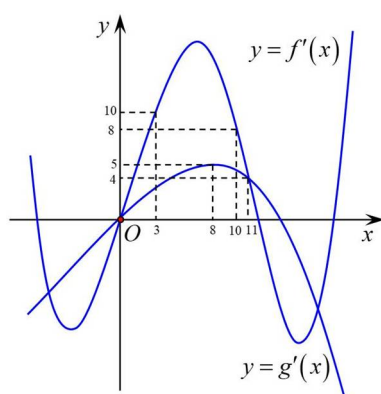
A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 41: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x + \frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



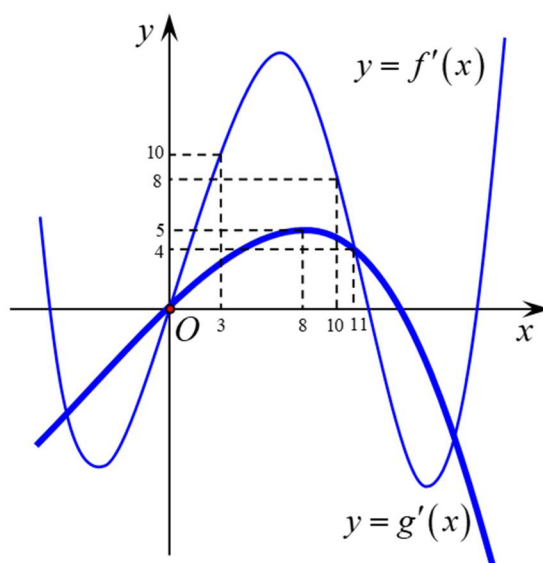
A. $\left(\frac{21}{5}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(3; \frac{21}{5}\right)$.

D. $\left(4; \frac{17}{4}\right)$.

Câu 42: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+3\right) - g\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

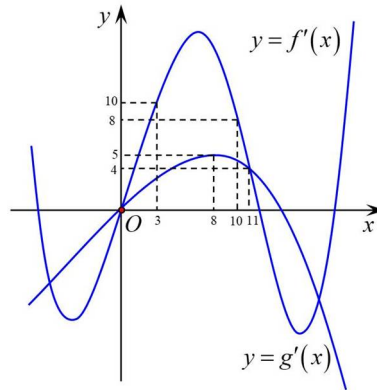
A. $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$.

B. $\left(7; \frac{29}{4}\right)$.

C. $\left(6; \frac{36}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{36}{5}; +\infty\right)$.

Câu 43: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+7\right) - g\left(2x+\frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



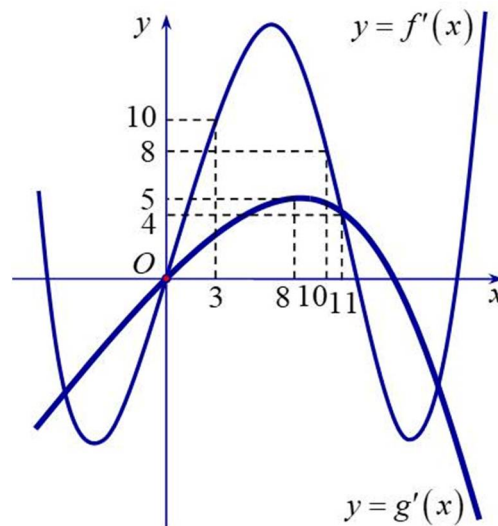
A. $\left(2; \frac{16}{5}\right)$.

B. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{16}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(3; \frac{13}{4}\right)$.

Câu 44: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f\left(x+4\right) - g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.

C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

Câu 45: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3mm$ và chiều cao bằng $200mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính $1mm$. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a triệu đồng,

1m^3 than chì có giá $9a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $9,7a$ (đồng). B. $10,33a$ (đồng). C. $103,3a$ (đồng). D. $97,03a$ (đồng).

Câu 46: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Ông A dự định sử dụng hết $6,7\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $1,57\text{m}^3$. B. $1,11\text{m}^3$. C. $1,23\text{m}^3$. D. $2,48\text{m}^3$.

HÀM SỐ LŨY THỪA - MŨ - LOGARIT

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:
A. $3\log_3 a$. **B.** $3 + \log_3 a$. **C.** $1 + \log_3 a$. **D.** $1 - \log_3 a$.
- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng
A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. **B.** $\ln(2a)$. **C.** $\ln \frac{5}{3}$. **D.** $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.
- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:
A. $1 - \log_3 a$. **B.** $3 - \log_3 a$. **C.** $\frac{1}{\log_3 a}$. **D.** $1 + \log_3 a$.
- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng
A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$. **B.** $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. **C.** $\ln(4a)$. **D.** $\ln \frac{7}{3}$.
- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là
A. $x = \frac{5}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 3$.
- Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là
A. $x = \frac{3}{2}$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.
- Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là
A. $\{-4\}$. **B.** $\{-4; 4\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$.
- Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là
A. $\{-3; 3\}$. **B.** $\{-3\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.
- Câu 9.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?
A. 11 năm. **B.** 9 năm. **C.** 10 năm. **D.** 12 năm.
- Câu 10.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban

đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 9 năm. D. 10 năm.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,6\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau một năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 13 năm. D. 10 năm.

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 13 năm. B. 10 năm. C. 11 năm. D. 12 năm.

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- A. 13. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

- A. 7. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- A. 8. B. 4. C. 19. D. 5.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 20. B. 19. C. 9. D. 21.

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho phương trình $3^x + m = \log_3(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 16. B. 9. C. 14. D. 15.

- Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105)** Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình trên có nghiệm?
- A. 9. B. 24. C. 26. D. 25.
- Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104)** Cho phương trình $2^x + m = \log_2(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-18; 18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 9. B. 19. C. 17. D. 18.
- Câu 21. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101)** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng
- A. 6. B. 9. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 22. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102)** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng
- A. $\frac{5}{2}$. B. 6. C. 22. D. $\frac{11}{2}$.
- Câu 23. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105)** Cho $a > 0; b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng:
- A. 9. B. $\frac{20}{3}$. C. 6. D. $\frac{27}{4}$.
- Câu 24. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104)** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng:
- A. $\frac{15}{4}$. B. 5. C. 4. D. $\frac{3}{2}$.

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là
- A. $x^4 + x^2 + C$. B. $3x^2 + 1 + C$. C. $x^3 + x + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.
- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là
- A. $x^4 + x + C$. B. $4x^3 + 1 + C$. C. $x^5 + x^2 + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.
- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là
- A. $x^4 + x^3 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$. C. $3x^2 + 2x + C$. D. $x^3 + x^2 + C$.
- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là
- A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$. B. $x^4 + x^2 + C$. C. $x^5 + x^3 + C$. D. $4x^3 + 2x + C$.
- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng:
- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.
- Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$. B. $e^4 - e$. C. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$. D. $e^3 - e$.
- Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng
- A. $2\ln \frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{2}\ln 35$. C. $\ln \frac{7}{5}$. D. $\frac{1}{2}\ln \frac{7}{5}$.
- Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng
- A. $\frac{2}{3}\ln 2$. B. $\frac{1}{3}\ln 2$. C. $\ln 2$. D. $2\ln 2$.
- Câu 9.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $S = \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

- Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102)** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \int_0^2 2^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$. D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.
- Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104)** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$. B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$. C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$. D. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$.
- Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105)** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.
- Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101)** Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a - b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a + b = 3c$. D. $a - b = -3c$.
- Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102)** Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a + b = -2c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = -c$. D. $a - b = -2c$.
- Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104)** Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a + b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = c$. D. $a - b = -c$.
- Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105)** Cho $\int_1^e (1 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a - b = -c$. B. $a - b = c$. C. $a + b = -c$. D. $a + b = c$.
- Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi

B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 22 (m/s). B. 15 (m/s). C. 10 (m/s). D. 7 (m/s).

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 20 (m/s). B. 16 (m/s). C. 13 (m/s). D. 15 (m/s).

Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 25 (m/s). B. 36 (m/s). C. 30 (m/s). D. 21 (m/s).

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 25 (m/s). B. 15 (m/s). C. 42 (m/s). D. 9 (m/s).

Câu 21. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{35}{36}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Câu 22. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{11}{6}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{9}$. D. $-\frac{7}{6}$.

Câu 23. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và

$$f'(x) = x^3 [f(x)]^2 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}. \text{ Giá trị của } f(1) \text{ bằng}$$

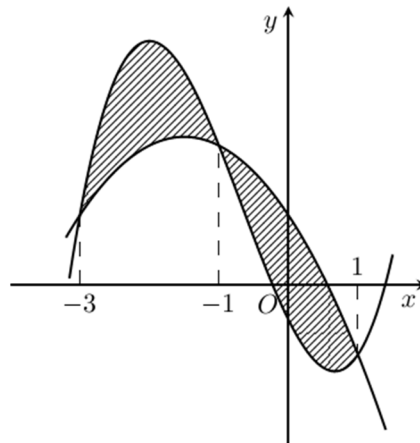
- A. $-\frac{4}{35}$. B. $-\frac{71}{20}$. C. $-\frac{79}{20}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 24. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và

$$f'(x) = 4x^3 \cdot [f(x)]^2 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}. \text{ Giá trị của } f(1) \text{ bằng?}$$

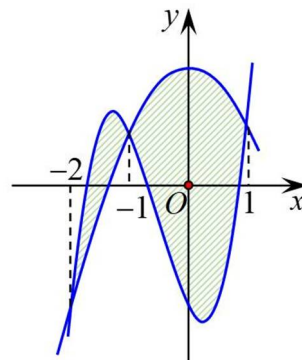
- A. $\frac{-41}{100}$. B. $\frac{-1}{10}$. C. $\frac{-391}{400}$. D. $\frac{-1}{40}$.

Câu 25. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. C. 4. D. 5.

Câu 26. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hai hàm số $f(x) = ax^2 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

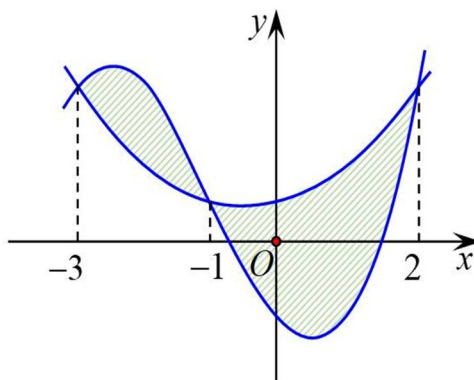
A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{37}{12}$.

Câu 27. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

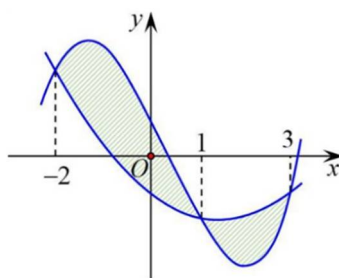
A. $\frac{253}{12}$.

B. $\frac{125}{12}$.

C. $\frac{253}{48}$.

D. $\frac{125}{48}$.

Câu 28. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{48}$.

B. $\frac{125}{24}$.

C. $\frac{125}{48}$.

D. $\frac{253}{24}$.

SỐ PHỨC

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng
 A. 3. B. -7 . C. -3 . D. 7.
- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là
 A. $3+4i$. B. $4-3i$. C. $3-4i$. D. $4+3i$.
- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Số phức $5+6i$ có phần thực bằng
 A. -6 . B. 5. C. 6. D. -5 .
- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là
 A. $-1-3i$. B. $1-3i$. C. $-1+3i$. D. $1+3i$.
- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i$ với i là đơn vị ảo.
 A. $x=-1; y=-3$. B. $x=-1; y=-1$. C. $x=1; y=-1$. D. $x=1; y=-3$.
- Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$ với i là đơn vị ảo.
 A. $x=-2; y=-2$. B. $x=-2; y=-1$. C. $x=2; y=-2$. D. $x=2; y=-1$.
- Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i$ với i là đơn vị ảo.
 A. $x=-2; y=4$. B. $x=2; y=4$. C. $x=-2; y=0$. D. $x=2; y=0$.
- Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i$ với i là đơn vị ảo.
 A. $x=-1; y=-1$. B. $x=-1; y=1$. C. $x=1; y=-1$. D. $x=1; y=1$.
- Câu 9.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$.
 A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 10.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?
 A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 11.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?
 A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 6 - i) + 2i = (7 - i)z$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Xét các điểm số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng:

- A. $\frac{9}{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 3. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng ?

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. 4.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. 4.

TỔ HỢP - XÁC SUẤT - NHỊ THỨC NIUTON

- Câu 1:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?
- A. A_{38}^2 . B. 2^{38} . C. C_{38}^2 . D. 38^2 .
- Câu 2:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?
- A. 2^7 . B. C_2^7 . C. 7^2 . D. A_7^2 .
- Câu 3:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?
- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .
- Câu 4:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?
- A. 2^8 . B. C_8^2 . C. A_8^2 . D. 8^2 .
- Câu 5:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Từ một hộp chứa 9 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng
- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{12}{65}$. C. $\frac{4}{91}$. D. $\frac{24}{91}$.
- Câu 6:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng
- A. $\frac{2}{91}$. B. $\frac{12}{91}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{24}{91}$.
- Câu 7:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng
- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{44}$. C. $\frac{1}{22}$. D. $\frac{2}{7}$.
- Câu 8:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng:
- A. $\frac{4}{455}$. B. $\frac{24}{455}$. C. $\frac{4}{165}$. D. $\frac{33}{91}$.
- Câu 9:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Hệ số của x^5 trong khai triển $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ bằng
- A. -1752. B. -1272. C. 1272. D. 1752.

- Câu 10:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101). Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng
- A. -13368. B. 13368. C. -13848. D. 13848.
- Câu 11:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng
- A. 13548. B. 13668. C. -13668. D. -13548.
- Câu 12:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ bằng
- A. -3007. B. -577. C. 3007. D. 577.
- Câu 13:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết có tổng chia hết cho 3.
- A. $\frac{307}{1372}$. B. $\frac{457}{1372}$. C. $\frac{207}{1372}$. D. $\frac{31}{91}$.
- Câu 14:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng .
- A. $\frac{683}{2048}$. B. $\frac{1457}{4096}$. C. $\frac{19}{56}$. D. $\frac{77}{512}$.
- Câu 15:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng
- A. $\frac{1027}{6859}$. B. $\frac{2539}{6859}$. C. $\frac{2287}{6859}$. D. $\frac{109}{323}$.
- Câu 16:** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng
- A. $\frac{1728}{4913}$. B. $\frac{1079}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. D. $\frac{1637}{4913}$.

GIỚI HẠN DÃY SỐ

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

GÓC - KHOẢNG CÁCH

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng
- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .
- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$, góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng
- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .
- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
- Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.
- Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD , SC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. B. $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. C. $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{12}$.

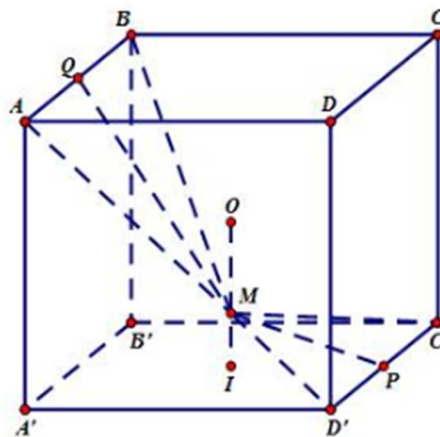
Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA = OB = a$, $OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. a . C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

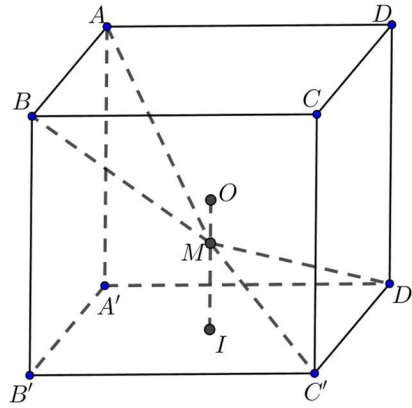
Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



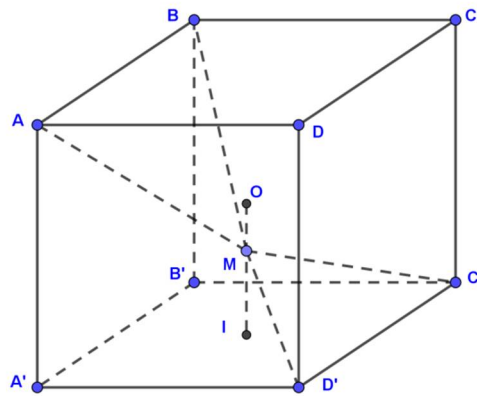
- A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

- A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. D. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.



Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng.



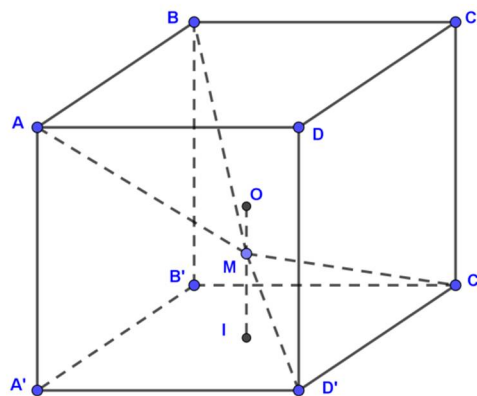
A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng:



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

ĐA DIỆN & TRÒN XOAY

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.
- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $\frac{16}{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $16a^3$.
- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{16}{3}a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $16a^3$.
- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.
- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Diện tích mặt cầu bán kính R bằng
- A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. $4\pi R^2$. D. πR^2 .
- Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Thể tích của khối cầu bán kính R bằng
- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $4\pi R^3$. C. $2\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.
- Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng
- A. πrl . B. $4\pi rl$. C. $2\pi rl$. D. $\frac{4}{3}\pi rl$.
- Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng
- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi rh$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.
- Câu 9.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Ông A dự định sử dụng hết $6,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $2,26m^3$. B. $1,61m^3$. C. $1,33m^3$. D. $1,50m^3$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Ông A dự định sử dụng hết $6,7m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $1,57m^3$. B. $1,11m^3$. C. $1,23m^3$. D. $2,48m^3$.

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Ông A dự định sử dụng hết $5,5m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) ?:

- A. $1,17m^3$. B. $1,01m^3$. C. $1,51m^3$. D. $1,40m^3$.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Ông A dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều

rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $1,51 \text{ m}^3$. B. $1,33 \text{ m}^3$. C. $1,01 \text{ m}^3$. D. $0,96 \text{ m}^3$.

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Ông A dự định sử dụng hết $5,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) ?:

- A. $1,17 \text{ m}^3$. B. $1,01 \text{ m}^3$. C. $1,51 \text{ m}^3$. D. $1,40 \text{ m}^3$.

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. $9,7.a$ (đồng). B. $97,03.a$ (đồng). C. $90,7.a$ (đồng). D. $9,07.a$ (đồng).

Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm) . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm) . Giả định 1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng, 1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $84,5.a$ đồng. B. $78,2.a$ đồng. C. $8,45.a$ đồng. D. $7,82.a$ đồng.

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng). 1 m^3 than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $97,03a$ đồng. B. $10,33a$ đồng. C. $9,7a$ đồng. D. $103,3a$ đồng.

TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là
- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; 6; 4)$. C. $(2; -1; 5)$. D. $(4; -2; 10)$.
- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(3; 3; -1)$. B. $(-1; -1; -3)$. C. $(3; 1; 1)$. D. $(1; 1; 3)$.
- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-3; -1; 1)$. B. $(3; -1; 1)$. C. $(-3; 1; -1)$. D. $(3; 1; -1)$.
- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. 9.
- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.
- Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$.
- Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$.
- Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:
- A. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.
- Câu 9.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là
- A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$$d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2} \text{ có một vector chỉ phương là}$$

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$. B. $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$. D. $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây

$$\text{thuộc đường thẳng } d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2} ?$$

- A. $N(2; -1; 2)$. B. $M(-2; -2; 1)$. C. $P(1; 1; 2)$. D. $Q(-2; 1; -2)$.

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây

$$\text{thuộc đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases} ?$$

- A. $P(1; 2; 5)$. B. $N(1; 5; 2)$. C. $Q(-1; 1; 3)$. D. $M(1; 1; 3)$.

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - y + 3z - 9 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

- A. $3x + 2y + z - 5 = 0$. B. $2x + y + 3z + 2 = 0$. C. $x + 2y + 3z + 1 = 0$. D. $2x + y + 3z - 2 = 0$.

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1), B(2; 1; 0), C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $3x + 2z - 1 = 0$. B. $x + 2y - 2z - 1 = 0$. C. $x + 2y - 2z + 1 = 0$. D. $3x + 2z + 1 = 0$.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - 3y - z + 8 = 0$. B. $3x - y + 3z - 13 = 0$.
C. $2x - 3y - z - 20 = 0$. D. $3x - y + 3z - 25 = 0$.

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \end{array}$$

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases} \end{array}$$

Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases} \end{array}$$

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases} \end{array}$$

Câu 21. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

$$\text{A. } 6x + 8y + 11 = 0. \quad \text{B. } 3x + 4y + 2 = 0. \quad \text{C. } 3x + 4y - 2 = 0. \quad \text{D. } 6x + 8y - 11 = 0.$$

Câu 22. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } 2x + 2y + 2z + 15 = 0. & \text{B. } 2x + 2y + 2z - 15 = 0. \\ \text{C. } x + y + z + 7 = 0. & \text{D. } x + y + z - 7 = 0 \end{array}$$

Câu 23. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$.

B. $3x+4y+2=0$.

C. $6x+8y+11=0$.

D. $6x+8y-11=0$.

Câu 24. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M thuộc mặt phẳng có phương trình là?

A. $x+y+z-7=0$.

B. $2x+2y+2z-15=0$.

C. $x+y+z+7=0$.

D. $2x+2y+2z+15=0$.

Câu 25. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (1; -2; 2).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+t \\ z=1+5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=-6-5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1-5t \end{cases}$.

Câu 26. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-3 \\ z=5+4t \end{cases}.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -3; 5)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (1; 2; -2).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$.

Câu 27. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (-2; 1; 2).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=1+27t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=11-10t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=-11-10t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+17t \\ z=1+10t \end{cases}$.

Câu 28. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (0; -7; -1).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \end{array}$$

Câu 29. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. 72. B. 216. C. 108. D. 36.

Câu 30. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{64}{3}$. B. 32. C. 64. D. $\frac{32}{3}$.

Câu 31. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng.

- A. 256. B. 128. C. $\frac{256}{3}$. D. $\frac{128}{3}$.

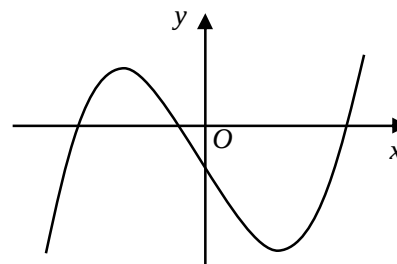
Câu 32. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. $\frac{4}{3}$. D. 8.

PHẦN II: LỜI GIẢI THAM KHẢO

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM - KSHS

Câu 1: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



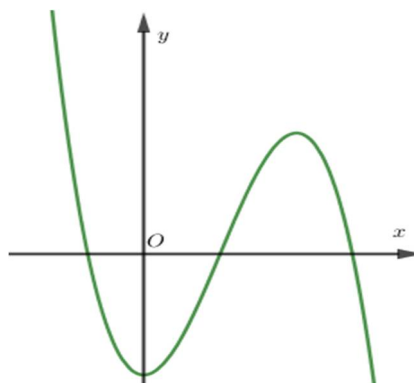
- A. $y = x^3 - 3x - 1$.
- B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
- C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
- D. $y = -x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị là của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên loại các đáp án B, C, D.

Câu 2: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



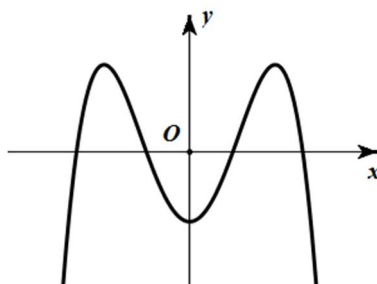
- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
- B. $y = x^4 - x^2 - 2$.
- C. $y = -x^4 + x^2 - 2$.
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại các đáp án B và D. Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên loại đáp án A.

Câu 3: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây



- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

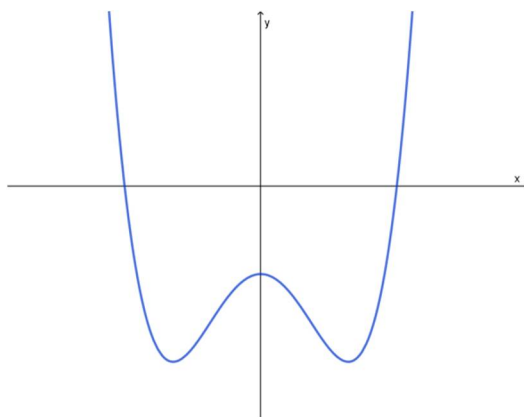
Chọn **D**.

Vì đồ thị có dạng hình chữ M nên đây là hàm trùng phương. Do đó loại B và **C**.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên loại **A**.

Câu 4: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



Lời giải

Chọn **A**

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số đã cho có 3 cực trị $\rightarrow$ loại C, **D**.

Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a > 0 \rightarrow$ Chọn **A**.

Câu 5: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-1	-2	-1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (0; 1)$.

Câu 6: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$						

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 1 4 $-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 7: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ 3 -2 $+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 8: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3			$+\infty$		

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

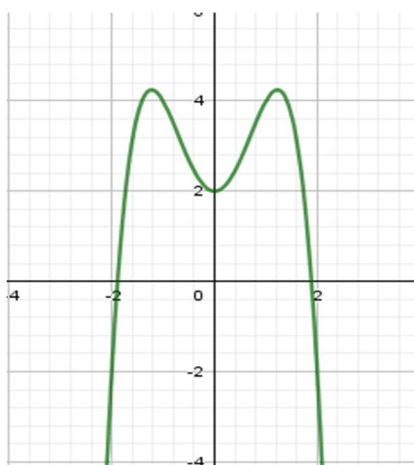
- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 9: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



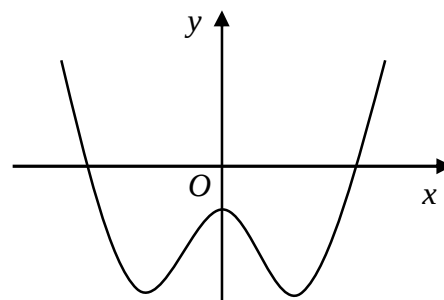
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Câu 10: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1.
C. 0. D. 3.

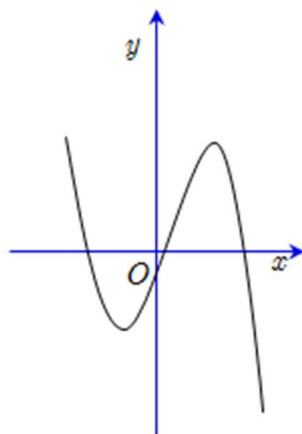


Lời giải

Chọn D

Số điểm cực trị của hàm số là 3.

Câu 11: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

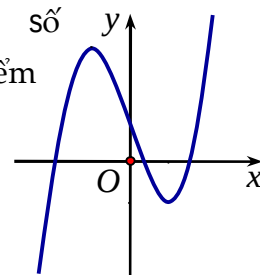
Câu 12: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.



Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta khẳng định hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 13: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x} \text{ là}$$

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [-25; +\infty) \setminus \{0, -1\}$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là một TCD.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = \frac{1}{10} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = \frac{1}{10} \end{cases} \Rightarrow x=0 \text{ không phải là TCD.}$$

Vậy đồ thị hàm số có một TCD

Câu 14: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$$

$$\Rightarrow \text{TCD: } x = -1.$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 15: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = [-9; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

$$\begin{aligned} & \bullet \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.} \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Câu 16: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} \text{ là}$$

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D.Tập xác định hàm số $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = \frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = +\infty.$$

vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (\sqrt{x+16} + 4) = \sqrt{15} + 4 > 0$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+1) = 0$ và $x \rightarrow (-1)^+$ thì $x > -1 \Rightarrow x+1 > 0$.

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 17: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -16.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có: } y = x^3 + 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y(-4) = -16; y(-1) = 2; y(-2) = 4. \text{ Vậy } \min_{[-4; -1]} y = -16.$$

Câu 18: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

A. -259. **B.** 68. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải**Chọn D.**TXĐ $D = \mathbb{R}$.Hàm số liên tục trên đoạn $[0; 4]$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 4x - 7$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 4] \\ x = -\frac{7}{3} \notin [0; 4] \end{cases}$$

$$y(0) = 0; y(1) = -4; y(4) = 68.$$

$$\text{Vậy } \min_{[0; 4]} y = -4.$$

Câu 19: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 25. B. $\frac{51}{4}$. C. 13. D. 85.

Lời giải

Chọn A.

$$y = f(x) = x^4 - x^2 + 13$$

$$y' = 4x^3 - 2x$$

$$4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \in [-1; 2] \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \in [-1; 2] \end{cases}$$

$$f(-1) = 13; f(2) = 25; f(0) = 13; f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{51}{4}; f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{51}{4}$$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 25.

Câu 20: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng:

- A. 201. B. 2. C. 9. D. 54.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 3]$.

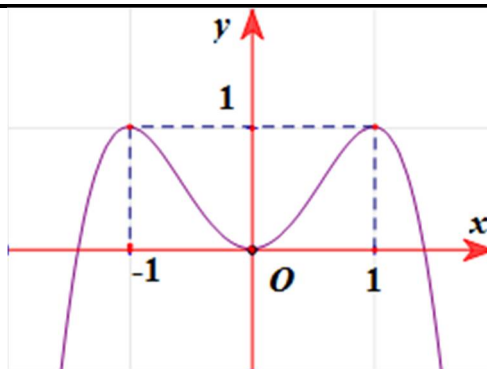
Ta có: $y' = 4x^3 - 8x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 3] \\ x = \pm\sqrt{2} \in [-2; 3] \end{cases}$$

Ta có: $f(-2) = 9$, $f(3) = 54$, $f(0) = 9$, $f(-\sqrt{2}) = 5$, $f(\sqrt{2}) = 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$ bằng $f(3) = 54$.

Câu 21: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

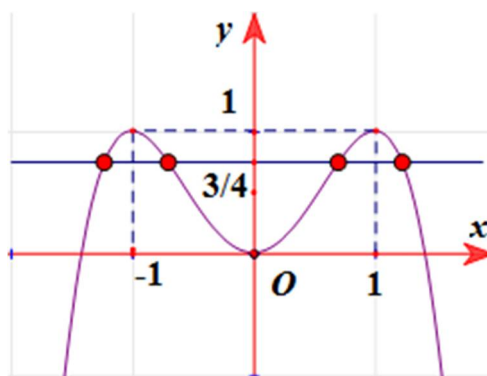
C. 2.

D. 0.

Lời giải

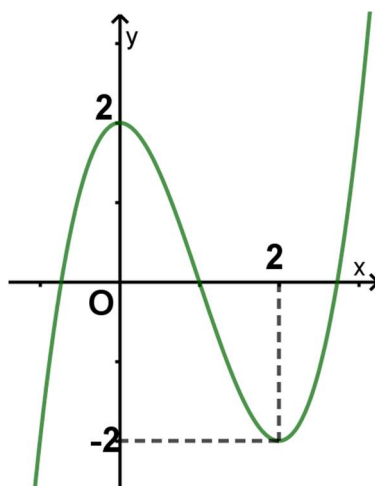
Chọn A.

Ta có $4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4}$



Đường thẳng $y = \frac{3}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 22: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



A. 3.

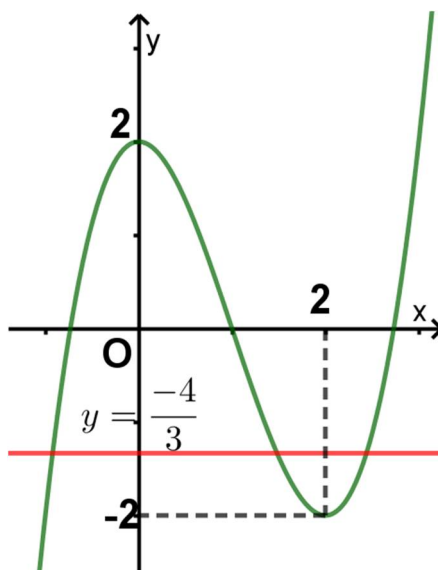
B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

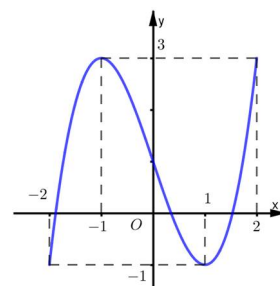
Câu 23: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

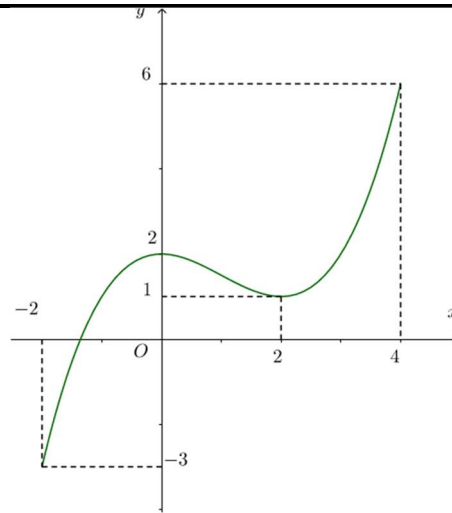


Lời giải

Chọn B

Ta có $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$ có số nghiệm là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{4}{3}$. Suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Câu 24: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là



A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải**Chọn B.**

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2; 4]$.

Do đó phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có ba nghiệm thực.

Câu 25: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

A. 3.

B. 0.

C. Vô số.

D. 6.

Lời giải**Chọn A**

Điều kiện xác định: $x \neq -3m$.

$$y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}.$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên khoảng } (6; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -3m \notin (6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}. \text{ Vậy có 3 giá trị nguyên.}$$

Câu 26: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn **A.**+) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$+) y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

$$+) \text{ Hàm số đồng biến trên } (-\infty; -10) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$.

Câu 27: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

A. 2.**B.** 6.**C.** Vô số.**D.** 1.

Lời giải

Chọn **A.**Tập xác định: $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ -6 \leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m \leq 2.$$

Mà m nguyên nên $m = \{1; 2\}$.

Câu 28: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. 3.**B.** Vô số.**C.** 4.**D.** 5.

Lời giải

Chọn **C**Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (10; +\infty) \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 29: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$?

A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

* Nhận xét đây là hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$.

$$* \text{ Ta có } y' = x^3 - 7x \text{ nên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị } \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{7} \\ x_0 = \sqrt{7} \end{cases}.$$

* Phương trình tiếp tuyến tại $A(x_0; y_0)$ (là đường thẳng qua hai điểm M, N) có hệ số góc:

$$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 6. \text{ Do đó để tiếp tuyến tại } A(x_0; y_0) \text{ có hệ số góc } k = 6 > 0 \text{ và cắt } (C) \text{ tại}$$

hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thì $-\sqrt{7} < x_0 < 0$ và $x_0 \neq -\frac{\sqrt{21}}{3}$ (hoành độ điểm uốn).

$$* \text{ Ta có phương trình: } y'(x_0) = 6 \Leftrightarrow x_0^3 - 7x_0 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases} (I)$$

Vậy có 2 điểm A thỏa yêu cầu.

Câu 30: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = \frac{1}{6}x^4 - \frac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 4(x_1 - x_2)$

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn **D.**

Đường thẳng MN có VTCP là $\overrightarrow{NM} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2) = (x_1 - x_2; 4(x_1 - x_2))$.

Chọn VTCP là $\vec{u} = (1; 4) \Rightarrow VTPT \vec{n} = (4; -1)$.

Phương trình đường thẳng $MN : 4(x - x_1) - (y - y_1) = 0 \Leftrightarrow y = 4x - 4x_1 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2$.

Đường thẳng MN còn tiếp xúc với đồ thị (C) tại điểm A . Như vậy, nếu A có hoành

độ là x_0 thì x_0 là nghiệm của phương trình $\frac{2}{3}x^3 - \frac{14}{3}x = 4 \Leftrightarrow x^3 - 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$

+ $x = -1$: $A\left(-1; -\frac{13}{6}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$$-\frac{13}{6} = -4 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2 - 4x_1 \Leftrightarrow (x_1 + 1)^2(x_1^2 - 2x_1 - 11) = 0 \quad (1)$$

(1) có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A .

+ $x = -2$: $A\left(-2; -\frac{20}{3}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$$-\frac{20}{3} = -8 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2 - 4x_1 \Leftrightarrow (x_1 + 2)^2(x_1^2 - 4x_1 - 4) = 0 \quad (2)$$

(2) có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A .

+ $x = 3$: $A\left(3; -\frac{15}{2}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$$-\frac{15}{2} = 12 + \frac{1}{6}x_1^4 - \frac{7}{3}x_1^2 - 4x_1 \Leftrightarrow (x_1 - 3)^2(x_1^2 + 6x_1 + 13) = 0 \quad (3)$$

(3) chỉ có 1 nghiệm kép nên đường thẳng MN chỉ tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên loại.

Vậy có 2 điểm A thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 31: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{14}{3}x^2$ có đồ thị (C) .

Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2)$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn **B.**

Cách 1:

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại A .

$$y' = \frac{4}{3}x^3 - \frac{28}{3}x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{7} \end{cases}.$$

Do đó tiếp tuyến tại A cắt (C) tại M, N $\Rightarrow x_A \in (-\sqrt{7}; \sqrt{7})$.

Ta có: $y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2) \Rightarrow \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 8 \Rightarrow k_d = 8$

$$\frac{4}{3}x_A^3 - \frac{28}{3}x_A = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \\ x_A = -1 \\ x_A = -2 \end{cases}. \text{ Đối chiếu điều kiện: } \begin{cases} x_A = -1 \\ x_A = -2 \end{cases}. \text{ Vậy có 2 điểm A thỏa ycbt.}$$

Cách 2:

Gọi $A\left(a; \frac{1}{3}a^4 - \frac{14}{3}a^2\right)$ là tọa độ tiếp điểm

Phương trình tiếp tuyến tại A là $d: y = \left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a\right)(x - a) + \frac{1}{3}a^4 - \frac{14}{3}a^2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$\frac{1}{3}x^4 - \frac{28}{3}x^2 = \left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a\right)(x - a) + \frac{1}{3}a^4 - \frac{14}{3}a^2$$

$$\Leftrightarrow (x - a)^2(x^2 + 2ax + 3a^2 - 14) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x^2 + 2ax + 3a^2 - 14 = 0(1) \end{cases}$$

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác a

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 6a^2 - 14 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (-\sqrt{7}; \sqrt{7}) \setminus \left\{\pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right\}.$$

Theo đề bài: $y_1 - y_2 = 8(x_1 - x_2) \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a\right)(x_1 - x_2) = 8(x_1 - x_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3 - \frac{28}{3}a = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \\ a = -2 \end{cases}.$$

Đối chiếu điều kiện: $\begin{cases} a = -1 \\ a = -2 \end{cases}$. Vậy có 2 điểm A thỏa đề bài.

Câu 32: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 3(x_1 - x_2)$.

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình đường thẳng MN có dạng $\frac{x-x_2}{x_1-x_2} = \frac{y-y_2}{y_1-y_2} \Rightarrow$ hệ số góc của đường thẳng

$$MN \text{ là } k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 3.$$

Vậy tiếp tuyến tại $A\left(x_0; \frac{1}{8}x_0^4 - \frac{7}{4}x_0^2\right)$ có hệ số góc $k = 3 \Leftrightarrow f'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3 - \frac{7}{2}x_0 = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3 - \frac{7}{2}x_0 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = -2 \end{cases}.$$

+) Với $x_0 = -1 \Rightarrow A\left(-1; -\frac{13}{8}\right) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = 3x + \frac{11}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x + \frac{11}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x - \frac{11}{8} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(-1; -\frac{13}{8}\right) \text{ thỏa mãn đề bài.}$$

+) Với $x_0 = 3 \Rightarrow A\left(3; -\frac{171}{8}\right) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = 3x - \frac{195}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x - \frac{195}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x + \frac{195}{8} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2(x^2 + 6x + 13) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow \text{Tiếp tuyến cắt đồ thị tại một điểm} \Rightarrow A\left(3; -\frac{171}{8}\right)$$

Không thỏa mãn.

+) Với $x_0 = -2 \Rightarrow A(-2; -5) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y = 3x + 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2 - 4x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 + \sqrt{6} \\ x = 2 - \sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow A(-2; -5) \text{ Thỏa mãn đề bài.}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } y' = 8x^7 + 5(m-2)x^4 - 4(m^2-4)x^3 = x^3 \left[\underbrace{8x^4 + 5(m-2)x - 4(m^2-4)}_{g'(x)} \right].$$

Ta xét các trường hợp sau

* Nếu $m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$.

Khi $m = 2 \Rightarrow y' = 8x^7 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực tiểu.

Khi $m = -2 \Rightarrow y' = x^4(8x^4 - 20) \Rightarrow x = 0$ không là điểm cực tiểu.

* Nếu $m^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow m \neq \pm 2$. Khi đó ta có

$$y' = x^2 [8x^5 + 5(m-2)x^2 - 4(m^2-4)x]$$

Số cực trị của hàm $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ bằng số cực trị của hàm $g'(x)$

$$\begin{cases} g'(x) = 8x^5 + 5(m-2)x^2 - 4(m^2-4)x \\ g''(x) = 40x^4 + 100(m-2)x - 4(m^2-4) \end{cases}$$

Nếu $x = 0$ là điểm cực tiểu thì $g''(0) > 0$. Khi đó

$$-4(m^2-4) > 0 \Leftrightarrow m^2-4 < 0 \Rightarrow -2 < m < 2 \Rightarrow m = \{-1; 0; 1\}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 34: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 8.

B. 9.

C. Vô số.

D. 7.

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-4)x^4 - 4(m^2-16)x^3 = x^3 [8x^4 + 5(m-4)x - 4(m^2-16)] = x^3 \cdot g(x)$ với $g(x) = 8x^4 + 5(m-4)x - 4(m^2-16)$.

Trường hợp 1: $g(0) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Với $m = 4$ có $y' = 8x^7$ và đổi dấu từ âm sang dương qua $x = 0$ suy ra $x = 0$ là cực tiểu của hàm số.

Với $m = -4$ có $y' = 8x^4(x^3 - 5)$ và không đổi dấu qua $x = 0$ nên $x = 0$ không là cực trị của hàm số.

Trường hợp 2: $g(0) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 4$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow g(0) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 35: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1 \Rightarrow y' = 8x^7 + 5(m-3)x^4 - 4(m^2-9)x^3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3(8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = 8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9) = 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = 8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9)$ có $g'(x) = 32x^3 + 5(m-3)$.

Ta thấy $g'(x) = 0$ có một nghiệm nên $g(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm

+) TH1: Nếu $g(x) = 0$ có nghiệm $x = 0 \Rightarrow m = 3$ hoặc $m = -3$

Với $m = 3$ thì $x = 0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x = 0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = 3$ thỏa ycbt.

$$\text{Với } m = -3 \text{ thì } g(x) = 8x^4 - 30x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\frac{15}{4}} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\sqrt[3]{\frac{15}{4}}$	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$

Dựa vào BBT $x = 0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = -3$ không thỏa ycbt.

+) TH2: $g(0) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow g(0) > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 6 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 36: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 3.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = 8x^7 + 5(m-1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 + 1 = x^3(8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1))$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

*Nếu $m = 1$ thì $y' = 8x^7$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

$$* \text{Nếu } m = -1 \text{ thì } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 8x^4 - 10x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\frac{5}{4}} \end{cases}, \text{ nhưng } x = 0 \text{ là nghiệm bội chẵn}$$

nên không phải cực trị.

*Nếu $m \neq \pm 1$: khi đó $x = 0$ là nghiệm bội lẻ. Xét $g(x) = 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1)$. Để $x = 0$ là điểm cực tiểu thì $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -4(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$. Vì m nguyên nên chỉ có giá trị $m = 0$.

Vậy chỉ có hai tham số m nguyên để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ là $m = 0$ và $m = 1$.

Câu 37: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C)

.Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng:

- A.** 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Từ tính chất đối xứng của hàm phân thức bậc nhất chia bậc nhất

$\Rightarrow$ đường thẳng đi qua hai điểm AB có hệ số góc bằng 1 (loại trường hợp bằng -1 do dáng của đồ thị là đồng biến)

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AB: y = x + b$.

Xét phương trình tương giao: $\frac{x-2}{x+2} = x+b \Rightarrow x^2 + (b+1)x + (2b+2) = 0$

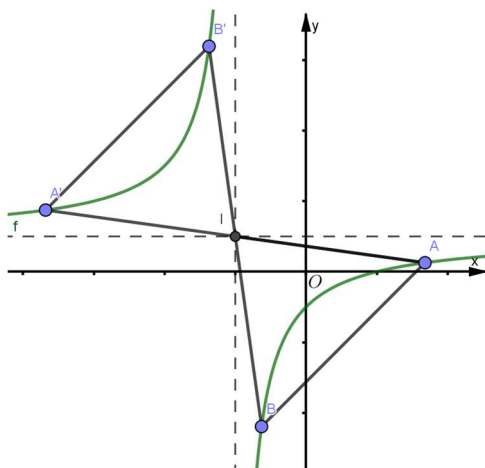
Do đó:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{2(x_A - x_B)^2} = \sqrt{2[(x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B]} = \sqrt{2(b^2 - 6b - 7)}.$$

Do tam giác IAB đều nên $d(I; AB) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB$

$$\Rightarrow \frac{|-2-1+b|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2(b^2 - 6b - 7)} \Rightarrow b = 3 \pm 2\sqrt{6}.$$

Vậy $AB = 4$.

Cách 2:

Để thấy hệ số góc của đường thẳng IA là $k = \tan 165^\circ = \sqrt{3} - 2$.

Suy ra $IA: y = (\sqrt{3} - 2)(x + 2) + 1$.

Hoành độ điểm A thỏa mãn $(\sqrt{3} - 2)(x + 2) + 1 = 1 - \frac{4}{(x + 2)} \Rightarrow (x + 2)^2 = \frac{4}{2 - \sqrt{3}}$

Suy ra $IA = \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{\frac{4}{2 - \sqrt{3}} + (\sqrt{3} - 2)^2 \cdot \frac{4}{2 - \sqrt{3}}} = 4$.

Câu 38: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều IAB có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3.**B.** 2.**C.** $2\sqrt{2}$.**D.** $2\sqrt{3}$.**Lời giải****Chọn C.**

Ta có $y = \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x = -1$ và $y = 1$. Do đó $I(-1;1)$.

Giả sử A, B có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 .

Ta có:

$$IA^2 = (x_1 + 1)^2 + \frac{4}{(x_1 + 1)^2}; \quad IB^2 = (x_2 + 1)^2 + \frac{4}{(x_2 + 1)^2};$$

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{2}{x_2 + 1} - \frac{2}{x_1 + 1} \right)^2 = [(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2 + \frac{4[(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2}{(x_2 + 1)^2 \cdot (x_1 + 1)^2}$$

Do tam giác IAB đều nên ta có:

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2 = \frac{4[(x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2]}{(x_2 + 1)^2 (x_1 + 1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2 = 0 \\ (x_2 + 1)^2 (x_1 + 1)^2 = 4 \end{cases}$$

$$(x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2 = 0 \Rightarrow AB = 0 \Rightarrow \text{Loại.}$$

$$(x_2 + 1)^2 (x_1 + 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 + 1 = \frac{2}{x_1 + 1} \\ x_2 + 1 = -\frac{2}{x_1 + 1} \end{cases}$$

$$+ x_2 + 1 = \frac{2}{x_1 + 1} :$$

$$\text{Khi đó } AB^2 = 2[(x_2 + 1) - (x_1 + 1)] = 2\left[(x_2 + 1) - \frac{2}{(x_2 + 1)}\right]^2 = \frac{2}{(x_2 + 1)^2}[(x_2 + 1)^2 - 2]^2$$

$$\text{Lại có } AB^2 = IB^2 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_2 + 1)^2}[(x_2 + 1)^2 - 2]^2 = (x_2 + 1)^2 + \frac{4}{(x_2 + 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_2 + 1)^4 - 8(x_2 + 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_2 + 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = \frac{2(2 - 2\sqrt{3})^2}{4 - 2\sqrt{3}} = 8 \\ (x_2 + 1)^2 = 4 + 2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = \frac{2(-2 - 2\sqrt{3})^2}{4 + 2\sqrt{3}} = 8 \end{cases}$$

$$+ x_2 + 1 = -\frac{2}{x_1 + 1} :$$

$$\text{Khi đó } AB^2 = 2[(x_2 + 1) - (x_1 + 1)] = 2\left[(x_2 + 1) + \frac{2}{(x_2 + 1)}\right]^2 = \frac{2}{(x_2 + 1)^2}[(x_2 + 1)^2 + 2]^2$$

$$\text{Lại có } AB^2 = IB^2 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_2 + 1)^2}[(x_2 + 1)^2 + 2]^2 = (x_2 + 1)^2 + \frac{4}{(x_2 + 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_2 + 1)^4 + 8(x_2 + 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_2 + 1)^2 = -4 - 2\sqrt{3} < 0 \\ (x_2 + 1)^2 = -4 + 2\sqrt{3} < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Loại}$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{2}.$$

Câu 39: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Tính tiến hệ trục theo vectơ $\overrightarrow{OI} = (-1; 1) \rightarrow I(0; 0)$ và (C): $Y = \frac{-3}{X}$.

Gọi $A\left(a; \frac{-3}{a}\right), B\left(b; \frac{-3}{b}\right) \in (C)$, điều kiện: $(a \neq b)$.

$$\text{Theo đề bài, ta có: } \begin{cases} IA = IB \\ \cos(\overrightarrow{IA}; \overrightarrow{IB}) = 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \frac{9}{a^2} = b^2 + \frac{9}{b^2} & (1) \\ \frac{ab + \frac{9}{ab}}{AB^2} = \frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\rightarrow ab > 0$, do đó: $(1) \Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^2b^2 - 9) = 0 \xrightarrow{ab > 0} ab = 3$.

Suy ra: $AB^2 = 2\left(3 + \frac{9}{3}\right) = 12 \rightarrow AB = 2\sqrt{3}$.

Câu 40: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) .

Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- A.** $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$(C): y = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}.$$

$I(-2; 1)$ là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) .

$$\text{Ta có: } A\left(a; 1 - \frac{3}{a+2}\right) \in (C), B\left(b; 1 - \frac{3}{b+2}\right) \in (C).$$

$$\overrightarrow{IA} = \left(a+2; -\frac{3}{a+2}\right), \overrightarrow{IB} = \left(b+2; -\frac{3}{b+2}\right).$$

Đặt $a_1 = a+2, b_1 = b+2$ ($a_1 \neq 0, b_1 \neq 0; a_1 \neq b_1$).

Tam giác ABI đều khi và chỉ khi

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = \cos 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = b_1^2 + \frac{9}{b_1^2} \\ \frac{\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}}{IA \cdot IB} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = b_1^2 + \frac{9}{b_1^2} & (1) \\ \frac{a_1 b_1 + \frac{9}{a_1 b_1}}{\sqrt{a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}} \sqrt{b_1^2 + \frac{9}{b_1^2}}} = \frac{1}{2} & (2) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow a_1^2 - b_1^2 + 9\left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{b_1^2}\right) = 0 \Leftrightarrow a_1^2 - b_1^2 - 9\left(\frac{1}{b_1^2} - \frac{1}{a_1^2}\right) = 0$$

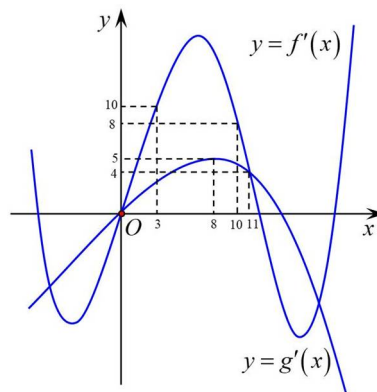
$$\Leftrightarrow a_1^2 - b_1^2 - 9 \left(\frac{a_1^2 - b_1^2}{a_1^2 b_1^2} \right) = 0 \Leftrightarrow (a_1^2 - b_1^2) \left(1 - \frac{9}{a_1^2 b_1^2} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 = b_1^2 \\ a_1^2 b_1^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_1 = -b_1 \\ a_1 b_1 = 3 \\ a_1 b_1 = -3 \end{cases}.$$

Trường hợp $a_1 = b_1$ loại vì $A \neq B$; $a_1 = -b_1$, $a_1 b_1 = -3$ (loại vì không thỏa (2)).

Do đó $a_1 b_1 = 3$, thay vào (2) ta được $\frac{3 + \frac{9}{3}}{a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = 12.$

Vậy $AB = IA = \sqrt{a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}} = 2\sqrt{3}.$

Câu 41: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x + \frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(\frac{21}{5}; +\infty\right).$ B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right).$ C. $\left(3; \frac{21}{5}\right).$ D. $\left(4; \frac{17}{4}\right).$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $h'(x) = f'(x+6) - 2g'\left(2x + \frac{5}{2}\right).$

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3; 8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

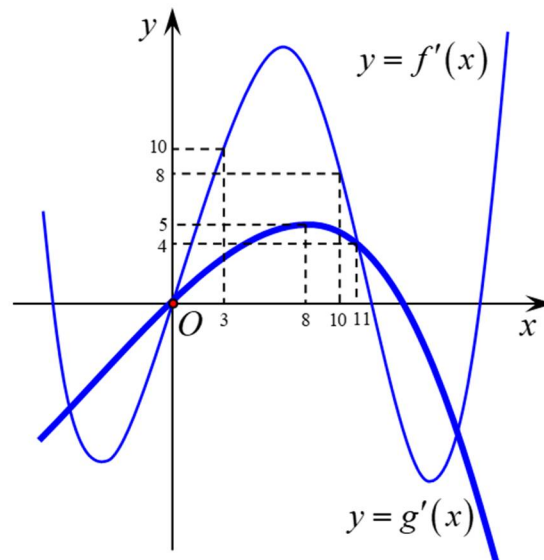
Như vậy: $g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) < 5$ nếu $3 < 2x + \frac{5}{2} < 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{11}{4}.$

$f'(x+6) > 10$ nếu $3 < x+6 < 8 \Leftrightarrow -3 < x < 2.$

Suy ra trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$ thì $g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) < 5$ và $f'(x+7) > 10$ hay $h'(x) > 0.$

Tức là trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 42: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+3\right) - g\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$. B. $\left(7; \frac{29}{4}\right)$. C. $\left(6; \frac{36}{5}\right)$. D. $\left(\frac{36}{5}; +\infty\right)$

Lời giải

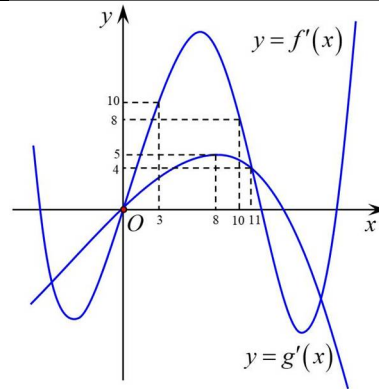
Chọn A

Ta có:

$$x \in \left(\frac{13}{4}; 4\right) \Rightarrow \begin{cases} x+7 \in \left(\frac{25}{4}; 7\right) \Rightarrow f'(x+7) > 10 \\ 2x - \frac{7}{2} \in \left(3; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) < 5 \end{cases} \Rightarrow h'(x) > 0$$

$$\Rightarrow h(x) \text{ đồng biến trên } \left(\frac{13}{4}; 4\right)$$

Câu 43: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+7\right) - g\left(2x + \frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2; \frac{16}{5}\right)$.

B. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{16}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(3; \frac{13}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $h'(x) = f'(x+7) - 2g'\left(2x + \frac{9}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3; 8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

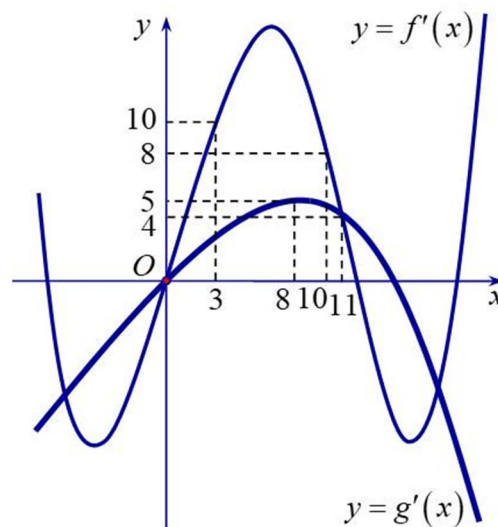
Như vậy: $g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) < 5$ nếu $3 < 2x + \frac{9}{2} < 8 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < x < \frac{7}{4}$.

$f'(x+7) > 10$ nếu $3 < x+7 < 8 \Leftrightarrow -4 < x < 1$.

Suy ra trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$ thì $g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) < 5$ và $f'(x+7) > 10$ hay $h'(x) > 0$.

Tức là trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 44: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f\left(x + \frac{3}{2}\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.

C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Kẻ đường thẳng $y=10$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại $A(a;10)$, $a \in (8;10)$. Khi đó ta

$$\text{có } \begin{cases} f(x+4) > 10, \text{ khi } 3 < x+4 < a \\ g\left(2x-\frac{3}{2}\right) \leq 5, \text{ khi } 0 \leq 2x-\frac{3}{2} < 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+4) > 10, \text{ khi } -1 < x < 4 \\ g\left(2x-\frac{3}{2}\right) \leq 5, \text{ khi } \frac{3}{4} \leq x \leq \frac{25}{4} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right) > 0 \text{ khi } \frac{3}{4} \leq x < 4.$$

Kiểm đánh giá khác:

$$\text{Ta có } h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Dựa vào đồ thị, } \forall x \in \left(\frac{9}{4}; 3\right), \text{ ta có } \frac{25}{4} < x+4 < 7, f(x+4) > f(3)=10;$$

$$3 < 2x - \frac{3}{2} < \frac{9}{2}, \text{ do đó } g\left(2x - \frac{3}{2}\right) < f(8)=5.$$

$$\text{Suy ra } h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right) > 0, \forall x \in \left(\frac{9}{4}; 3\right). \text{ Do đó hàm số đồng biến trên } \left(\frac{9}{4}; 3\right).$$

Câu 45: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3mm$ và chiều cao bằng $200mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính $1mm$. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a triệu đồng, $1m^3$ than chì có giá $9a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $9,7a$ (đồng).

B. $10,33a$ (đồng).

C. $103,3a$ (đồng).

D. $97,03a$ (đồng).

Lời giải

Chọn A

$$S_{\text{háy}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{\text{gỗ}} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \cdot 200 = 2700\sqrt{3}$$

$$V_{\text{ruot chì}} = \pi \cdot R^2 \cdot h = 200\pi.$$

1m^3 có giá a triệu đồng

$\Rightarrow 1\text{mm}^3$ có giá $\frac{a}{1000}$ đồng.

Tổng số tiền cần chi mua nguyên liệu là:

$$\begin{aligned} & V_{\text{go}} \cdot \frac{a}{1000} + V_{\text{ruot chì}} \cdot \frac{9a}{1000} \\ &= \left(2700\sqrt{3} - 200\pi \right) \cdot \frac{a}{1000} + 200\pi \cdot \frac{9a}{1000} \\ &\simeq 9,7a. \end{aligned}$$

Câu 46: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Ông A dự định sử dụng hết $6,7\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $1,57\text{m}^3$.

B. $1,11\text{m}^3$.

C. $1,23\text{m}^3$.

D. $2,48\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi x là chiều rộng, ta có chiều dài là $2x$

Do diện tích đáy và các mặt bên là $6,7\text{m}^2$ nên có chiều cao $h = \frac{6,7 - 2x^2}{6x}$,

ta có $h > 0$ nên $x < \sqrt{\frac{6,7}{2}}$.

Thể tích bể cá là $V(x) = \frac{6,7x - 2x^3}{3}$ và $V'(x) = \frac{6,7 - 6x^2}{3} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{6,7}{6}}$

Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{\frac{6,7}{6}}$	$\sqrt{\frac{6,7}{2}}$	
y'		+	0	-
y	0	$1,57m^3$	0	

Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $1,57\text{m}^3$.

MŨ - LOGARIT

- Câu 1.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:
- A. $3\log_3 a$. B. $3 + \log_3 a$. C. $1 + \log_3 a$. D. $1 - \log_3 a$.

Lời giải

Chọn C.

- Câu 2.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng
- A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. B. $\ln(2a)$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5a}{3a} = \ln \frac{5}{3}.$$

- Câu 3.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:
- A. $1 - \log_3 a$. B. $3 - \log_3 a$. C. $\frac{1}{\log_3 a}$. D. $1 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_3\left(\frac{3}{a}\right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a.$$

- Câu 4.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng
- A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$. B. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. C. $\ln(4a)$. D. $\ln \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \ln(7a) - \ln(3a) = \ln \frac{7a}{3a} = \ln \frac{7}{3}.$$

- Câu 5.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là
- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } 2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2x+1=5 \Leftrightarrow x=2.$$

Câu 6. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Leftrightarrow x=1.$$

Câu 7. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

A. $\{-4\}$.

B. $\{-4; 4\}$.

C. $\{4\}$.

D. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 - 7) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 4.$$

Câu 8. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

A. $\{-3; 3\}$.

B. $\{-3\}$.

C. $\{3\}$.

D. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2(x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Câu 9. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.

B. 9 năm.

C. 10 năm.

D. 12 năm.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Áp dụng công thức: } S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right) \Rightarrow n = \log_{(1+7,5\%)} (2) \approx 9,6.$$

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.

B. 12 năm.

C. 9 năm.

D. 10 năm.

Lời giải

Chọn D.

Gọi T, A, r, n lần lượt là tổng tiền cả vốn lẫn lãi sau n kì, vốn ban đầu, lãi suất và số kì.

$$\Rightarrow T = A(1+r)^n$$

Số tiền người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu:

$$2A = A(1+r)^n$$

$$\Leftrightarrow 2 = (1+7,2\%)^n$$

$$\Leftrightarrow n \approx 9,97$$

Vậy sau ít nhất 10 năm thì số tiền nhận được sẽ gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau một năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.**B. 12 năm.****C. 13 năm.****D. 10 năm.****Lời giải****Chọn A**

$$2A = A\left(1 + \frac{6,6}{100}\right)^n \Rightarrow n \approx 10,9$$

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 13 năm.**B. 10 năm.****C. 11 năm.****D. 12 năm.****Lời giải****Chọn D**

Gọi x số tiền gửi ban đầu.

$$\text{Theo giả thiết } 2x = x\left(1 + \frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow 2 = \left(1 + \frac{6,1}{100}\right)^N$$

$$\Leftrightarrow 2 = \left(1 + \frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow N = \log_{(1,061)} 2 \approx 11,7$$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó thu được số tiền thỏa yêu cầu.

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 13.**B. 3.****C. 6.****D. 4.**

Lời giải

Chọn B.Đặt $t = 4^x$, $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0 \quad (*).$$

Với mỗi nghiệm $t > 0$ của phương trình (*) sẽ tương ứng với duy nhất một nghiệm x của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 7.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 3.

Lời giải

Chọn C.Xét phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ (1).Đặt $t = 5^x$ ($t > 0$). Phương trình trở thành $t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0$ (2).YCBT $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25m^2 - 4(7m^2 - 7) > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 8.**B.** 4.**C.** 19.**D.** 5.

Lời giải

Chọn B.

$$9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0(1) \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3m \cdot 3^x + 3m^2 - 75 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 3^x, (t > 0)$$

$$\text{Phương trình trở thành: } t^2 - 3mt + 3m^2 - 75 = 0(2)$$

(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 300 - 3m^2 > 0 \\ 3m > 0 \\ 3m^2 - 75 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 < m < 10 \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -5 \\ m > 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 10$$

Do m nguyên nên $m = \{6; 7; 8; 9\}$

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2^x, t > 0$, ta được phương trình $t^2 - 2mt + 2m^2 - 5 = 0$ (1).

YCBT $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5} \Leftrightarrow S = \{2\}$$

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > m$

Ta có $5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = 5^{\log_5(x - m)} + \log_5(x - m)$ (1).

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t$, $f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $g(x) = x - 5^x$, $g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\log_5(\ln 5)$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$			

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho phương trình $3^x + m = \log_3(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 16.

B. 9.

C. 14.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^x + m = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x + x = \log_3(x - m) + x - m$ (*).

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$, với $t \in \mathbb{R}$. Có $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập xác định. Mặt khác phương trình (*) có dạng: $f(x) = f(\log_3(x - m))$. Do đó ta có $f(x) = f(\log_3(x - m)) \Leftrightarrow x = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x = x - m \Leftrightarrow 3^x - x = -m$

Xét hàm số $g(x) = 3^x - x$, với $x \in \mathbb{R}$. Có $g'(x) = 3^x \ln 3 - 1, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g\left(\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)\right)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy các giá trị của tham số để phương trình có nghiệm là:

$m \in \left[-\infty; -g\left(\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)\right)\right]$. Vậy số giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm là: 14.

Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình trên có nghiệm?

A. 9.

B. 24.

C. 26.

D. 25.

Lời giải

Chọn B

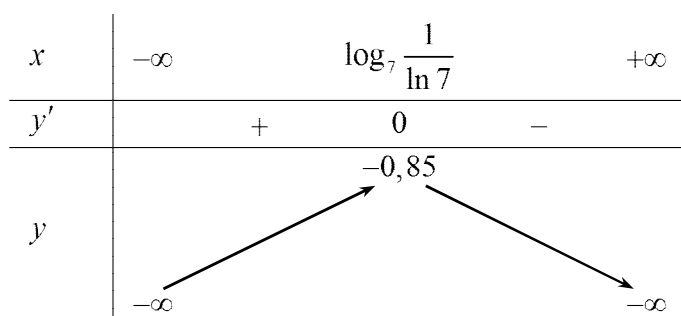
$$7^x + m = \log_7(x - m) \Leftrightarrow 7^x + x = \log_7(x - m) + x - m \quad (1)$$

Ta có hàm số $f(x) = 7^x + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên phương trình (1)

$$\Leftrightarrow f(x) = f(\log_7(x - m))$$

$$\Leftrightarrow x = \log_7(x - m) \Leftrightarrow m = x - 7^x = g(x).$$

$$g'(x) = 1 - 7^x \ln 7; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_7 \frac{1}{\ln 7}$$



Do đó $m \leq -0,85, m \in (-25; 25) \Rightarrow -25 < m \leq -0,85 \Rightarrow m \in \{-24; -23; \dots; -1\}$.

Vậy có 24 giá trị nguyên của m .

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho phương trình $2^x + m = \log_2(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-18; 18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9.

B. 19.

C. 17.

D. 18.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

ĐK: $x > m$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x - m) \text{ ta có } \begin{cases} 2^x + m = t \\ 2^t + m = x \end{cases} \Rightarrow 2^x + x = 2^t + t \quad (1)$$

Do hàm số $f(u) = 2^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có (1) $\Leftrightarrow t = x$. Khi đó:

$$2^x + m = x \Leftrightarrow m = x - 2^x.$$

Xét hàm số $g(x) = x - 2^x \Rightarrow g'(x) = 1 - 2^x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_2(\ln 2)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_2(\ln 2)$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	$g(-\log_2(\ln 2))$	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \leq g(-\log_2(\ln 2)) \approx -0,914$ (các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì $x - m = 2^x > 0$)

Do m nguyên thuộc khoảng $(-18; 18)$, nên $m \in \{-17; -16; \dots; -1\}$.

Câu 21. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 6.

B. 9.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } a > 0, b > 0 \text{ nên } \begin{cases} 3a + 2b + 1 > 1 \\ 9a^2 + b^2 + 1 > 1 \\ 6ab + 1 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) > 0 \\ \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) > 0 \end{cases}.$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số dương ta được

$$\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geq 2\sqrt{\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1)}$$

$$\Leftrightarrow 2 \geq 2\sqrt{\log_{6ab+1}(9a^2 + b^2 + 1)} \Leftrightarrow \log_{6ab+1}(9a^2 + b^2 + 1) \leq 1 \Leftrightarrow 9a^2 + b^2 + 1 \leq 6ab + 1$$

$$\Leftrightarrow (3a - b)^2 \leq 0 \Leftrightarrow 3a = b.$$

Vì dấu “=” đã xảy ra nên

$$\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) = \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \Leftrightarrow \log_{3b+1}(2b^2 + 1) = \log_{2b^2+1}(3b + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2b^2 + 1 = 3b + 1 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{3}{2} \text{ (vì } b > 0 \text{)}. \text{ Suy ra } a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } a + 2b = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}.$$

Câu 22. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 6.

C. 22.

D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Từ giả thiết ta có $25a^2 + b^2 + 1 > 0$, $10a + 3b + 1 > 0$, $10a + 3b + 1 > 1$, $10ab + 1 > 1$.

Áp dụng Cô-si, ta có $25a^2 + b^2 + 1 \geq 2\sqrt{25a^2b^2} + 1 = 10ab + 1$. Khi đó,

$$\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1)$$

$$\geq \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1)$$

$$\geq 2 \text{ (Áp dụng Cô-si).}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} 5a = b \\ \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) = \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = \frac{11}{2}.$$

Câu 23. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho $a > 0; b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng:

A. 9.

B. $\frac{20}{3}$.

C. 6.

D. $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng BĐT Cauchy: $16a^2 + b^2 \geq 8ab$. Suy ra

$$\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq 2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra: } \begin{cases} \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) = 1 \\ 4a = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + 2b = \frac{27}{4}. \text{ Chọn D}$$

Câu 24. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng:

A. $\frac{15}{4}$.

B. 5.

C. 4.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $4a^2 + b^2 \geq 4ab$, với mọi $a, b > 0$. Dấu '=' xảy ra khi $b = 2a$ (1).

Khi đó

$$2 = \log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) \geq \log_{2a+2b+1}(4ab + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1).$$

Mặt khác, theo bất đẳng thức Cauchy ta có $\log_{2a+2b+1}(4ab + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) \geq 2$.

Dấu '=' xảy ra khi $\log_{2a+2b+1}(4ab + 1) = 1 \Leftrightarrow 4ab + 1 = 2a + 2b + 1$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $8a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$. Suy ra $b = \frac{3}{2}$. Vậy $a + 2b = \frac{15}{4}$.

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C$.

B. $3x^2 + 1 + C$.

C. $x^3 + x + C$.

D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

A. $x^4 + x + C$.

B. $4x^3 + 1 + C$.

C. $x^5 + x^2 + C$.

D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int (x^4 + x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

A. $x^4 + x^3 + C$.

B. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

C. $3x^2 + 2x + C$.

D. $x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

B. $x^4 + x^2 + C$.

C. $x^5 + x^3 + C$.

D. $4x^3 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$$

Câu 5. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$.

B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$.

C. $e^5 - e^2$.

D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_1^2 e^{3x-1} dx = \frac{1}{3} e^{3x-1} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (e^5 - e^2).$

Câu 6. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 - e).$

B. $e^4 - e.$

C. $\frac{1}{3}(e^4 + e).$

D. $e^3 - e.$

Lời giải

Chọn A.

$$\int_0^1 e^{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3} e^{3x+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} (e^4 - e).$$

Câu 7. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $2 \ln \frac{7}{5}.$

B. $\frac{1}{2} \ln 35.$

C. $\ln \frac{7}{5}.$

D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln |2x+3| \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (\ln 7 - \ln 5) = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}.$

Câu 8. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

A. $\frac{2}{3} \ln 2.$

B. $\frac{1}{3} \ln 2.$

C. $\ln 2.$

D. $2 \ln 2.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2} = \frac{1}{3} \ln |3x-2| = \frac{1}{3} \ln 4 = \frac{2}{3} \ln 2.$

Câu 9. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$

B. $S = \int_0^2 e^x dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx.$

Lời giải

Chọn B.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ được tính theo công thức $S = \int_0^2 |e^x| dx = \int_0^2 e^x dx.$

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2^x dx$.

B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$.

C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$.

D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

Lời giải

Chọn A.

$$S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx \quad (\text{do } 2^x > 0, \forall x \in [0; 2]).$$

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$.

B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$.

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$.

D. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$$

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$$

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -c$.

B. $a + b = c$.

C. $a + b = 3c$.

D. $a - b = -3c$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+9} \Rightarrow t^2 = x+9 \Rightarrow 2tdt = dx.$$

Đổi cận:

x	16	55
t	5	8

$$\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = \int_5^8 \frac{2tdt}{(t^2-9)t} = 2 \int_5^8 \frac{dt}{t^2-9} = \frac{1}{3} \left(\int_5^8 \frac{dt}{t-3} - \int_5^8 \frac{dt}{t+3} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\ln|x-3| - \ln|x+3| \right) \Big|_5^8 = \frac{2}{3} \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 5 - \frac{1}{3} \ln 11.$$

Vậy $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$, $c = -\frac{1}{3}$. Mệnh đề $a - b = -c$ đúng.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a + b = -2c$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a - b = -c$. **D.** $a - b = -2c$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x+4} \Rightarrow 2tdt = dx$.

Với $x = 5 \Rightarrow t = 3$; $x = 21 \Rightarrow t = 5$

$$\text{Ta có } \int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = 2 \int_3^5 \frac{dt}{t^2-4} = \frac{1}{2} \left(\ln|t-2| - \ln|t+2| \right) \Big|_3^5 = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 5 - \frac{1}{2} \ln 7.$$

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a + b = -c$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a - b = c$. **D.** $a - b = -c$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_1^e (2 + x \ln x) dx = \int_1^e 2dx + \int_1^e x \ln x dx = 2x \Big|_1^e + I = 2e - 2 + I \text{ với } I = \int_1^e x \ln x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} (e^2 - 1) = \frac{e^2 + 1}{4}$$

$$\Rightarrow \int_1^e (2 + x \ln x) dx = 2e - 2 + \frac{e^2 + 1}{4} = \frac{1}{4} e^2 + 2e - \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 2 \\ c = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a - b = c$$

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho $\int_1^e (1+x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -c$.

B. $a - b = c$.

C. $a + b = -c$.

D. $a + b = c$.

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^e (1+x \ln x) dx = \left(x + \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{x^2}{4} \right) \Big|_1^e = e + \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} - 1 + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + e - \frac{3}{4}.$$

Vậy $a = \frac{1}{4}, b = 1, c = -\frac{3}{4} \Rightarrow a - b = c$.

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 22 (m/s).

B. 15 (m/s).

C. 10 (m/s).

D. 7 (m/s).

Lời giải

Chọn B.

+) Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

+) Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

+) Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right) dt = \int_0^{10} at dt \Leftrightarrow 75 = 50a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10) = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15$ (m/s).

- Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 20 (m/s) . B. 16 (m/s) . C. 13 (m/s) . D. 15 (m/s) .

Lời giải**Chọn B**

Quãng đường chất điểm A đi từ đầu đến khi B đuổi kịp là $S = \int_0^{15} \left(\frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \right) dt = 96 \text{ (m)}$.

Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = \int a dt = at + C$.

Tại thời điểm $t = 3$ vật B bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$.

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là $S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a \text{ (m)}$.

Vậy $72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15) = 16 \text{ (m/s)}$.

- Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 25 (m/s) . B. 36 (m/s) . C. 30 (m/s) . D. 21 (m/s) .

Lời giải**Chọn C.**

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$ mà $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120} t^2 + \frac{58}{45} \right) dt = \int_0^{15} at dt \Leftrightarrow 225 = a \cdot \frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2.15 = 30 (m/s)$.

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A.** 25 (m/s). **B.** 15 (m/s). **C.** 42 (m/s). **D.** 9 (m/s).

Lời giải

Chọn A

Quãng đường chất điểm A đi được từ lúc bắt đầu tới lúc gặp nhau:

$$s_1 = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100} t^2 + \frac{13}{30} t \right) dt = \frac{375}{2}.$$

Vận tốc chất điểm B : $v(t) = at + C$.

B xuất phát từ trạng thái nghỉ nên $v(0) = 0 \Rightarrow C = 0$

Quãng đường B đi từ lúc xuất phát đến khi gặp nhau: $s_2 = \int_0^{15} at dt$

$$\text{Suy ra: } \frac{225a}{2} = \frac{375}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vậy vận tốc B lúc gặp nhau là $v = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 (m/s)$

Câu 21. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A.** $-\frac{35}{36}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{19}{36}$. **D.** $-\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x[f(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = 2x \Leftrightarrow \left[\frac{1}{f(x)} \right]' = -2x \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^2 + C.$$

$$\text{Từ } f(2) = -\frac{2}{9} \text{ suy ra } C = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } f(1) = \frac{1}{-1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 22. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{11}{6}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{2}{9}$.

D. $-\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ hệ thức đề cho: $f'(x) = x[f(x)]^2$ (1), suy ra $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in [1; 2]$. Do đó $f(x)$ là hàm không giảm trên đoạn $[1; 2]$, ta có $f(x) \leq f(2) < 0$ với mọi $x \in [1; 2]$.

$$\text{Chia 2 vế hệ thức (1) cho } [f(x)]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = x, \forall x \in [1; 2].$$

Lấy tích phân 2 vế trên đoạn $[1; 2]$ hệ thức vừa tìm được, ta được:

$$\int_1^2 \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int_1^2 x dx \Rightarrow \int_1^2 \frac{1}{[f(x)]^2} df(x) = \frac{3}{2} \Rightarrow \left. \frac{-1}{f(x)} \right|_1^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{f(1)} - \frac{1}{f(2)} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Do } f(2) = -\frac{1}{3} \text{ nên suy ra } f(1) = -\frac{2}{3}.$$

Chú ý: có thể tự kiểm tra các phép biến đổi tích phân trên đây là có nghĩa.

Câu 23. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{4}{35}$.

B. $-\frac{71}{20}$.

C. $-\frac{79}{20}$.

D. $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^3[f(x)]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Rightarrow \int_1^2 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int_1^2 x^3 dx$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{f(x)} \right) \Big|_1^2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow f(1) = -\frac{4}{5}.$$

Câu 24. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng?

A. $-\frac{41}{100}$.

B. $-\frac{1}{10}$.

C. $-\frac{391}{400}$.

D. $-\frac{1}{40}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 4x^3 \cdot [f(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = 4x^3$.

Lấy nguyên hàm hai vế ta có $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int 4x^3 dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^4 + C$.

Thay $x = 2$ vào hai vế ta có: $\frac{-1}{25} = 16 + C \Leftrightarrow C = 9$.

Vậy $-\frac{1}{f(x)} = x^4 + 9$, do đó $-\frac{1}{f(1)} = 1 + 9 = 10 \Leftrightarrow f(1) = -\frac{1}{10}$.

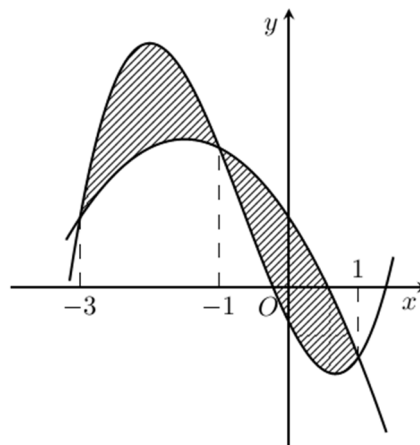
Câu 25. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. 5.



Lời giải

Chọn C.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^1 [g(x) - f(x)] dx \\ &= \int_{-3}^{-1} \left[ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} \right] dx - \int_{-1}^1 \left[ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} \right] dx. \end{aligned}$$

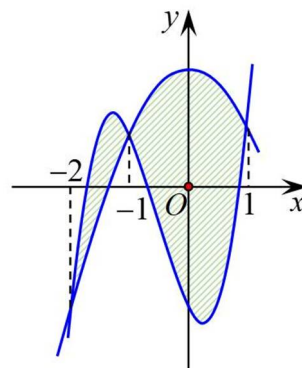
Trong đó phương trình $ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$ (*) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Phương trình (*) có nghiệm $-3; -1; 1$ nên

$$\begin{cases} -27a + 9(b-d) - 3(c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ -a + (b-d) - (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ a + (b-d) + (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27a + 9(b-d) - 3(c-e) = \frac{3}{2} \\ -a + (b-d) - (c-e) = \frac{3}{2} \\ a + (b-d) + (c-e) = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ (b-d) = \frac{3}{2} \\ (c-e) = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-3}^{-1} \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right] dx - \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right] dx = 2 - (-2) = 4.$$

Câu 26. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hai hàm số $f(x) = ax^2 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{37}{12}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx - 2 = dx^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow a^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = 0. \quad (*)$$

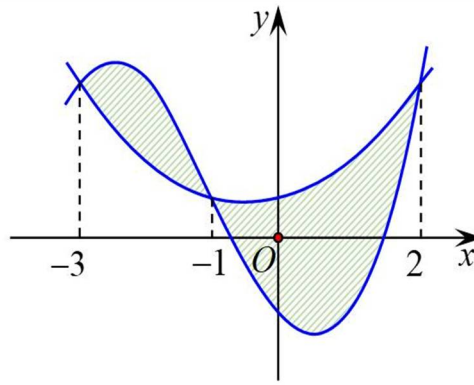
Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình (*) có ba nghiệm $x = -2; x = -1; x = 1$. Ta được

$$ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = k(x+2)(x+1)(x-1).$$

$$\text{Khi đó } -4 = -2k \Rightarrow k = 2.$$

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là } \int_{-2}^1 |2(x+2)(x+1)(x-1)| dx = \frac{37}{6}.$$

Câu 27. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{12}$.

B. $\frac{125}{12}$.

C. $\frac{253}{48}$.

D. $\frac{125}{48}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết hai đồ thị hàm số cắt nhau tại các điểm $-3; 1; 2$ nên ta có

$$\begin{cases} -27a + 9b - 3c - 1 = 9d - 3e + \frac{1}{2} \\ -a + b - c - 1 = d - e + \frac{1}{2} \\ 8a + 4b + 2c - 1 = 4d + 2e + \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27a + 9(b-d) - 3(c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ -a + (b-d) - (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ 8a + 4(b-d) + 2(c-e) - \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b-d = \frac{1}{2} \\ c-e = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy diện tích cần tính là:

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{-3}^{-1} \left[ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} \right] dx \right| + \left| \int_{-1}^2 \left[ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} \right] dx \right| \\ &= \left| \frac{1}{4} \cdot (-20) + \frac{1}{2} \cdot \frac{26}{3} - \frac{5}{4} \cdot (-4) - \frac{3}{2} \cdot 2 \right| + \left| \frac{1}{4} \cdot \frac{15}{4} + \frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cdot 3 \right| = \frac{4}{3} + \frac{63}{16} = \frac{253}{48} \end{aligned}$$

Cách 2. $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow a(x+3)(x-2)(x+1) = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 4x + 3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$$

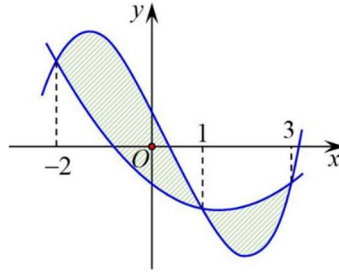
Đồng nhất hệ số với phương trình $ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$ ta có:

$$\frac{a}{1} = \frac{-\frac{3}{2}}{-6} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = \frac{1}{4}(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$$

$$\text{Do đó } S = \int_{-3}^2 \left| \frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{253}{48}.$$

Câu 28. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; 1 ; 3 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{48}$.

B. $\frac{125}{24}$.

C. $\frac{125}{48}$.

D. $\frac{253}{24}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là:

$$ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4} = dx^2 + ex - \frac{3}{4} \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2} = 0.$$

$$\text{Đặt } h(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2}$$

Dựa vào đồ thị ta có $h(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2}$ có ba nghiệm là $x = -2$; $x = 1$; $x = 3$.

$$\text{Với } x = -2 \text{ ta có } -8a + 4(b-d) - 2(c-e) = -\frac{3}{2}, \quad (1).$$

$$\text{Với } x = 1 \text{ ta có } a + (b-d) + (c-e) = -\frac{3}{2}, \quad (2).$$

$$\text{Với } x = 3 \text{ ta có } 27a + 9(b-d) + 3(c-e) = -\frac{3}{2}, \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có } \begin{cases} -8a + 4(b-d) - 2(c-e) = -\frac{3}{2} \\ a + (b-d) + (c-e) = -\frac{3}{2} \\ 27a + 9(b-d) + 3(c-e) = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b-d = -\frac{1}{2} \\ c-e = -\frac{5}{4} \end{cases}.$$

Hay ta có

$$S = \int_{-2}^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 \left| \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} \right| dx + \int_1^3 \left| \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} \right| dx = \frac{63}{16} + \frac{4}{3} = \frac{253}{48}.$$

SỐ PHỨC

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

- A. 3. B. -7 . C. -3 . **D. 7.**

Lời giải

Chọn D.

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

- A. $3+4i$.** B. $4-3i$. C. $3-4i$. D. $4+3i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là: $z = 3+4i$.

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Số phức $5+6i$ có phần thực bằng

- A. -6 .** **B. 5.** C. 6. D. -5 .

Lời giải

Chọn B

Số phức $5+6i$ có phần thực bằng 5.

Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

- A. $-1-3i$.** B. $1-3i$. C. $-1+3i$. **D. $1+3i$.**

Lời giải

Chọn D.

Câu 5. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=-1; y=-3$.** B. $x=-1; y=-1$. C. $x=1; y=-1$. D. $x=1; y=-3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i$

$$\Leftrightarrow x+1-(3y+9)i=0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 3y+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}.$$

Câu 6. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=-2; y=-2$.** B. $x=-2; y=-1$. C. $x=2; y=-2$. D. $x=2; y=-1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $(3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 + (2y + 1)i = 2x - 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 2x \\ 2y + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Câu 7. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -2; y = 4.$

B. $x = 2; y = 4.$

C. $x = -2; y = 0.$

D. $x = 2; y = 0.$

Lời giải

Chọn B

$$(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i \Leftrightarrow 2x - 4 + (4 - y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 4 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Câu 8. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (3 - i) = 5x - 4i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -1; y = -1.$

B. $x = -1; y = 1.$

C. $x = 1; y = -1.$

D. $x = 1; y = 1.$

Lời giải

Chọn D.

$$(2x - 3yi) + (3 - i) = 5x - 4i \Leftrightarrow (2x + 3) - (3y + 1)i = 5x - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 5x \\ 3y + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 9. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z \Leftrightarrow z(|z| - 5 + i) = 4|z| + (|z| - 2)i.$$

Lấy môđun 2 vế phương trình trên ta được

$$|z|\sqrt{(|z| - 5)^2 + 1} = \sqrt{(4|z|)^2 + (|z| - 2)^2}.$$

Đặt $t = |z|$, $t \geq 0$ ta được

$$t\sqrt{(t - 5)^2 + 1} = \sqrt{(4t)^2 + (t - 2)^2} \Leftrightarrow (t - 1)(t^3 - 9t^2 + 4) = 0.$$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $t \geq 0$ vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z \Leftrightarrow (|z|-4+i)z=3|z|+(|z|-2)i \quad (*)$$

$$\Rightarrow \sqrt{(|z|-4)^2+1} \cdot |z| = \sqrt{9|z|^2+(|z|-2)^2} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } m=|z| \geq 0 \text{ ta có } (1) \Leftrightarrow ((m-4)^2+1) \cdot m^2 = 9m^2 + (m-2)^2 \Leftrightarrow m^4 - 8m^3 + 7m^2 + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(m^3-7m^2+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m^3-7m^2+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m \approx 6,91638 \\ m \approx 0,80344 \\ m \approx -0,71982 \end{cases} \quad (L)$$

Từ (*) ta suy ra ứng với mỗi $|z|=m$ sẽ có một số phức $z = \frac{3m+(m-2)i}{m-4+i}$ thỏa mãn đề bài.

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } |z|(z-5-i)+2i=(6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i \quad (1)$$

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$$\sqrt{(|z|-6)^2+1} \cdot |z| = \sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$$

Bình phương và rút gọn ta được:

$$|z|^4 - 12|z|^3 + 11|z|^2 + 4|z| - 4 = 0 \Leftrightarrow (|z|-1)(|z|^3 - 11|z|^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z|^3 - 11|z|^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z|=10,9667... \\ |z|=0,62... \\ |z|=-0,587... \end{cases}$$

Do $|z| \geq 0$, nên ta có $|z|=1$, $|z|=10,9667...$, $|z|=0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4

Lời giải

Chọn A

Đặt $|z| = m \geq 0$ ta có:

$$|z|(z - 6 - i) + 2i = (7 - i)z \Leftrightarrow z(|z| - 7 + i) = (6 + i)|z| - 2i \Leftrightarrow z[(m - 7) + i] = 6m + (m - 2)i$$

$$|z[(m - 7) + i]| = |6m + (m - 2)i| \Leftrightarrow m\sqrt{(m - 7)^2 + 1} = \sqrt{36m^2 + (m - 2)^2} \Leftrightarrow (m - 1)(m^3 - 13m^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m^3 - 13m^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \approx 12,976 \\ m \approx 0,5672 \\ m \approx -0,543(l) \end{cases} \Rightarrow \text{đáp án A}$$

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Xét các điểm số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1.

B. $\frac{5}{4}$.C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } (\bar{z} + i)(z + 2) = (a - bi + i)(a + bi + 2) = (a^2 + 2a + b^2 - b) + (a - 2b + 2)i$$

$$\text{Vì } (\bar{z} + i)(z + 2) \text{ là số thuần ảo nên ta có: } a^2 + 2a + b^2 - b = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}.$$

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng:

A. $\frac{9}{2}$.B. $3\sqrt{2}$.

C. 3.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết, ta có $(\bar{z} + 3i)(z - 3) = |z|^2 - 3\bar{z} + 3iz - 9i$ là số thuần ảo khi

$$x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0. \text{ Đây là phương trình đường tròn tâm } I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right), \text{ bán kính } R = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng ?

A. $2\sqrt{2}$.B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ Ta có: $(\bar{z} - 2i)(z + 2) = (a - bi - 2i)(a + bi + 2) = a^2 + 2a + b^2 + 2b - 2(a + b + 2)i$ Vì $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo nên ta có $a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$.Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$.B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Ta có: $(\bar{z} + 2i)(z - 2) = [x + (2 - y)i](x - 2 + yi) = (x^2 - 2x + y^2 - 2y) + (2x - 2y - 4)i$ $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo khi $x^2 - 2x + y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$.

TỔ HỢP - XÁC SUẤT - NHỊ THỨC NIUTON

Câu 1: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

- A. A_{38}^2 . B. 2^{38} . C. C_{38}^2 . D. 38^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 38 phần tử nên số cách chọn là C_{38}^2 .

Câu 2: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. 2^7 . B. C_2^7 . C. 7^2 . D. A_7^2 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên có 2 chữ số được thành lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 là một hoán vị chập 2 của 7. Vậy có A_7^2 số tự nhiên được thành lập.

Câu 3: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Lời giải

Chọn D.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2 .

Câu 4: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. 2^8 . B. C_8^2 . C. A_8^2 . D. 8^2 .

Lời giải

Chọn C.

Số số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là số cách chọn 2 chữ số khác nhau từ 8 số khác nhau có thứ tự.

Vậy có A_8^2 số.

Câu 5: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Từ một hộp chứa 9 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{12}{65}$.

C. $\frac{4}{91}$.

D. $\frac{24}{91}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$

Số phần tử của biến cố cần tìm: $n(A) = C_6^3 = 20$.

Xác suất biến cố A: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{91}$

Câu 6: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{2}{91}$.

B. $\frac{12}{91}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{24}{91}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ (phần tử).

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả cầu màu xanh".

Khi đó, $n(A) = C_5^3 = 10$ (phần tử).

Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{2}{91}$.

Câu 7: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{7}{44}$.

C. $\frac{1}{22}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả cầu màu xanh"

Ta có $P(A) = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{22}$.

Chọn C.

Câu 8: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng:

A. $\frac{4}{455}$.

B. $\frac{24}{455}$.

C. $\frac{4}{165}$.

D. $\frac{33}{91}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ (phần tử).

Gọi A là biến cố: “lấy được 3 quả cầu màu xanh”.

Khi đó, $n(A) = C_4^3 = 4$ (phần tử).

$$\text{Xác suất } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{455}.$$

Câu 9: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Hệ số của x^5 trong khai triển $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ bằng

A. -1752.

B. -1272.

C. 1272.

D. 1752.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } x(2x-1)^6 + (x-3)^8 = x(1-2x)^6 + (3-x)^8 = x \sum_{k=0}^6 C_6^k (-2x)^k + \sum_{i=0}^8 C_8^i 3^{8-i} (-x)^i$$

Do đó hệ số x^5 tương ứng $k=4, i=5$

$$\text{Vậy hệ số của } x^5 \text{ là } C_6^4 (-2)^4 + C_8^5 3^3 (-1)^5 = -1272$$

Câu 10: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101). Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

A. -13368.

B. 13368.

C. -13848.

D. 13848.

Lời giải

Chọn A.

$$x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$$

$$= x \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l (3x)^l \cdot (-1)^{8-l}$$

$$= x \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l (3x)^l \cdot (-1)^{8-l}$$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức là:

$$C_6^4 (2)^4 \cdot (-1)^{6-4} + C_8^5 (3)^5 \cdot (-1)^{8-5} = -13368.$$

Câu 11: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. 13548. B. 13668. C. -13668. D. -13548.

Lời giải

Chọn **D.**

Hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức $(x-2)^6$ là $C_6^4 2^2 = 60$.

Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(3x-1)^8$ là $C_8^5 (-3)^5 = -13608$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng $-13608 + 60 = -13548$.

Câu 12: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ bằng

- A. -3007. B. -577. C. 3007. D. 577.

Lời giải

Chọn **B.**

$$\begin{aligned} x(3x-1)^6 + (2x-1)^8 &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k (3x)^k (-1)^{6-k} + \sum_{m=0}^8 C_8^m (2x)^m (-1)^{8-m} \\ &= \sum_{k=0}^6 C_6^k 3^k (-1)^{6-k} x^{k+1} + \sum_{m=0}^8 C_8^m 2^m (-1)^{8-m} x^m. \end{aligned}$$

Hệ số x^5 ứng với $k=4$; $m=5$.

Hệ số cần tìm là $C_6^4 3^4 (-1)^2 + C_8^5 2^5 (-1)^3 = -577$.

Câu 13: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết có tổng chia hết cho 3.

- A. $\frac{307}{1372}$. B. $\frac{457}{1372}$. C. $\frac{207}{1372}$. D. $\frac{31}{91}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega) = 14^3 = 2744$.

Các số từ 1 đến 14 được chia thành 3 nhóm.

Nhóm 1: $\{1, 4, 7, 11, 13\}$ có 5 phần tử.

Nhóm 2: $\{2, 5, 8, 11, 14\}$ có 5 phần tử.

Nhóm 3: $\{3, 6, 9, 12\}$ có 5 phần tử.

Vì ba số có tổng chia hết cho 3 nên ba số đó thuộc cùng một nhóm hoặc ba số đó thuộc ba nhóm khác nhau $\Rightarrow n(A) = 5^3 + 5^3 + 4^3 + 3!5.5.4 = 914$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{457}{1372}$$

Câu 14: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng .

A. $\frac{683}{2048}$.

B. $\frac{1457}{4096}$.

C. $\frac{19}{56}$.

D. $\frac{77}{512}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi 3 số cần viết ra là a, b, c . Ta có $n(\Omega) = 16^3$.

Phân đoạn $[1;16]$ ra thành 3 tập:

$X = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ là những số chia hết cho 3 dư 0, có 5 số.

$Y = \{1, 4, 7, 10, 13, 16\}$ là những số chia hết cho 3 dư 1, có 6 số.

$Z = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ là những số chia hết cho 3 dư 2, có 5 số.

Ta thấy 3 số a, b, c do A, B, C viết ra có tổng chia hết cho 3 ứng với 2 trường hợp sau:

TH1: cả 3 số a, b, c cùng thuộc một tập, số cách chọn là $6^3 + 5^3 + 6^3 = 466$.

TH2: cả 3 số a, b, c thuộc ba tập khác nhau, số cách chọn là $3! \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 = 900$.

$$\text{Xác suất cần tìm } P(A) = \frac{466 + 900}{16^3} = \frac{683}{2048}.$$

Câu 15: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1027}{6859}$.

B. $\frac{2539}{6859}$.

C. $\frac{2287}{6859}$.

D. $\frac{109}{323}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $n(\Omega) = 19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1 là $\{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 7^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $6.7.6.3!$ cách viết.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là: } p(A) = \frac{6^3 + 7^3 + 6^3 + 6.7.6.3!}{19^3} = \frac{2287}{6859}.$$

Câu 16: (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1728}{4913}$. B. $\frac{1079}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. D. $\frac{1637}{4913}$.

Lời giải

Chọn D.

Không gian mẫu có số phần tử là $17^3 = 4913$.

Lấy một số tự nhiên từ 1 đến 17 ta có các nhóm số sau:

*) Số chia hết cho 3: có 5 số thuộc tập $\{3;6;9;12;15\}$.

*) Số chia cho 3 dư 1: có 6 số thuộc tập $\{1;4;7;10;13;16\}$.

*) Số chia cho 3 dư 2: có 6 số thuộc tập $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho 3 thì các khả năng xảy ra như sau:

- TH1: Ba số đều chia hết cho 3 có $5^3 = 125$ cách.
- TH2: Ba số đều chia cho 3 dư 1 có $6^3 = 216$ cách.
- TH3: Ba số đều chia cho 3 dư 2 có $6^3 = 216$ cách.
- TH4: Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2 có $5.6.6.3! = 1080$ cách.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{125 + 216 + 216 + 1080}{4913} = \frac{1637}{4913}.$$

GIỚI HẠN DÃY SỐ

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3} = 0.$$

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7} = 0$$

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2+\frac{5}{n}} = 0.$$

Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{5+\frac{2}{n}} \right) = 0 \cdot \frac{1}{5} = 0.$$

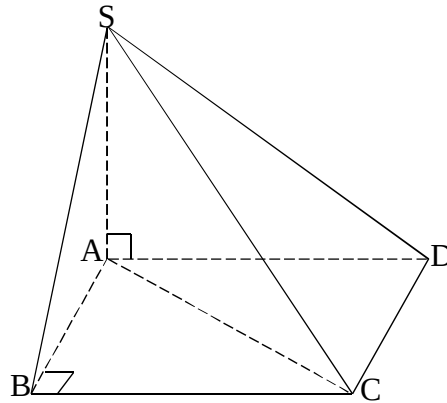
GÓC – KHOẢNG CÁCH

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .B. 90° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải

Chọn A.



Ta có AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB .

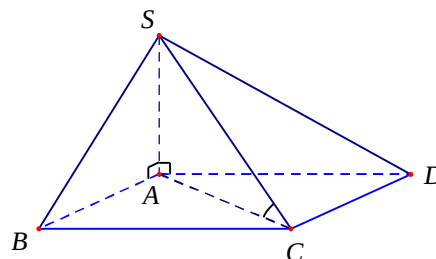
Tam giác SAB vuông tại A , $\cos \widehat{ABS} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ABS} = 60^\circ$.

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .B. 60° .C. 30° .D. 90° .

Lời giải

Chọn A.



Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SCA}$.

Ta có $SA = \sqrt{2}a$, $AC = \sqrt{2}a \Rightarrow \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$, góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng

A. 60° .B. 30° .C. 90° .D. 45° .

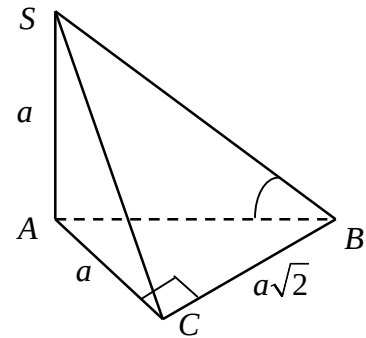
Lời giải

Chọn B

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBA}$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$$

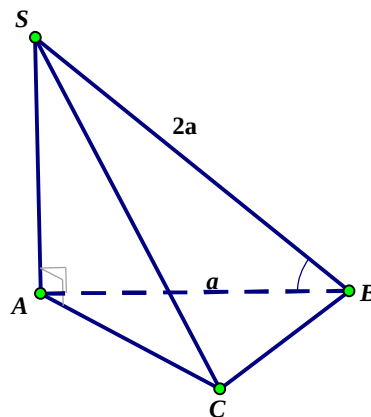


Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .B. 45° .C. 30° .D. 90° .

Lời giải

Chọn A.



Ta có $SA \perp (ABC)$ tại A nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng đáy.

Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là $\widehat{SBA}$.

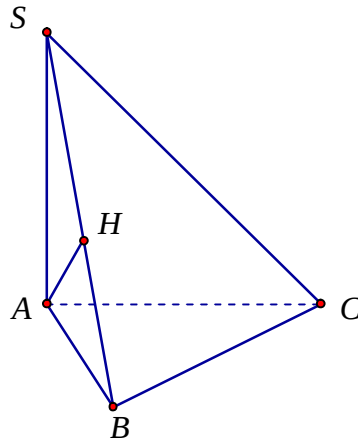
$$\text{Tam giác } SAB \text{ vuông tại } A \text{ nên } \cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$$

Câu 5. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Trong tam giác SAB dựng AH vuông góc SB thì $AH \perp (SBC)$ do đó khoảng cách cần tìm là AH . Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{5}{4a^2}$ suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 6. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$.

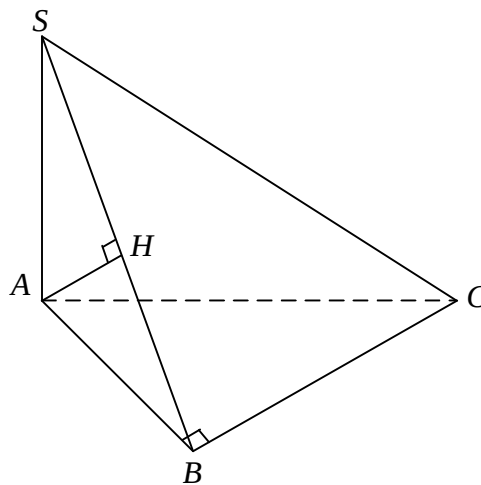
B. a .

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Kẻ $AH \perp SB$ trong mặt phẳng (SBC)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 7. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{2}a$.

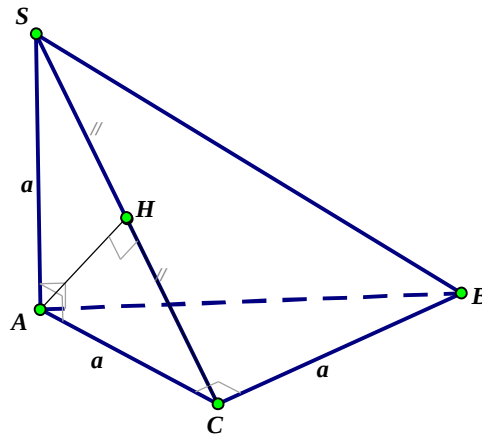
B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$$

Khi đó $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến là SC .

Trong (SAC) , kẻ $AH \perp SC$ tại H suy ra $AH \perp (SBC)$ tại H .

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH .

Ta có $AC = BC = a$, $SA = a$ nên tam giác SAC vuông cân tại A .

$$\text{Suy ra } AH = \frac{1}{2} SC = \frac{1}{2} a\sqrt{2}.$$

$$\text{Cách 2: Ta có } d(A, (SBC)) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC \text{ nên tam giác } SBC \text{ vuông tại } C.$$

$$\text{Suy ra } d(A, (SBC)) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} CA^2}{\frac{1}{2} SC \cdot BC} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 8. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

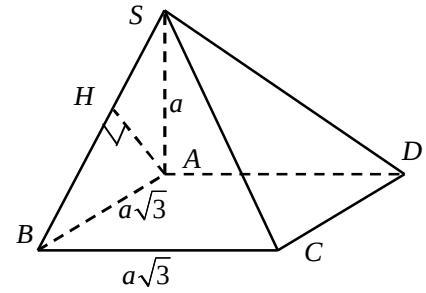
Lời giải

Chọn D

Kẻ $AH \perp SB$, ta có

$$AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



Câu 9. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

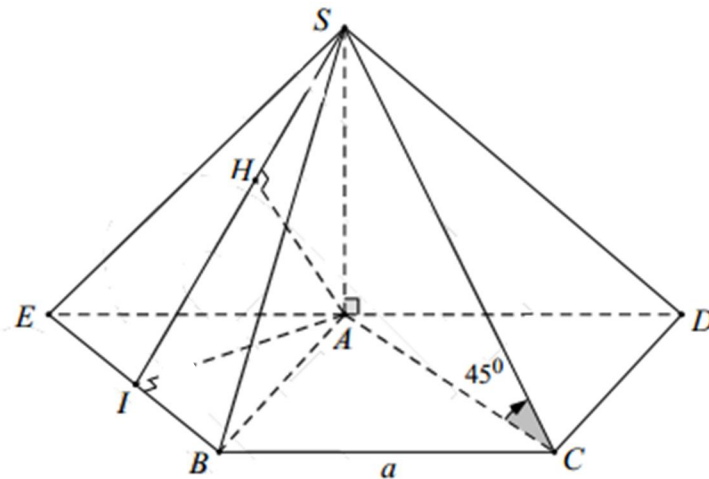
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng điểm E sao cho $ACBE$ là hình bình hành,

Khi đó: $AC \parallel EB \Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

$$\Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE)). \quad (1)$$

Kẻ $AI \perp EB (I \in EB)$,

$$\text{kẻ } AH \perp SI (H \in SI) \Rightarrow d(A, (SEB)) = AH. \quad (2)$$

$$\text{Tam giác } ABE \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2}$$

$$\text{Xét } \triangle SAI, \text{ ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}a. \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra } h = d(AC, SB) = \frac{2a}{3}.$$

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD , SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

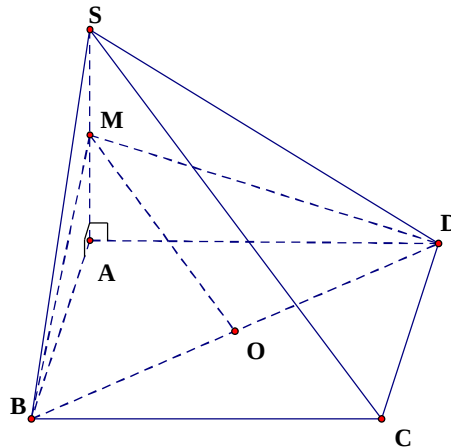
B. $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$.

C. $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{12}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi O là tâm hình chữ nhật và M là trung điểm SA , ta có: $SC \parallel (BMD)$.

Do đó $d(SC, BD) = d(SC, (BMD)) = d(S, (BMD)) = d(A, (BMD)) = h$

Ta có: AM, AB, AD đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2}$$

Suy ra: $h = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA = OB = a, OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

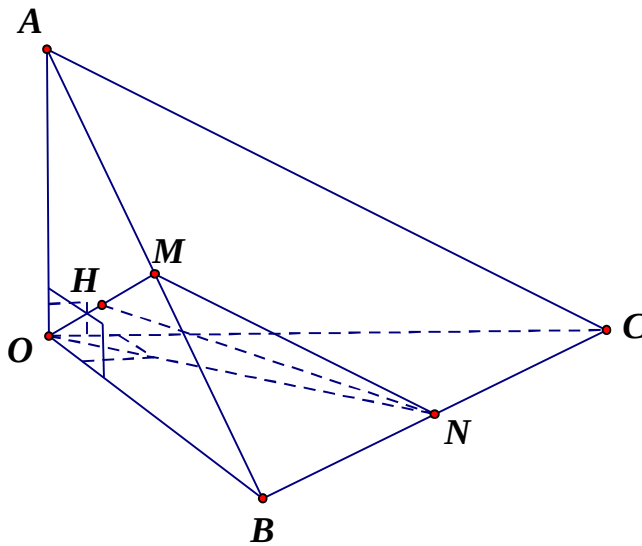
A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải



Chọn D.

Gọi N là trung điểm của BC suy ra $MN \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (OMN)$

$$\Rightarrow d(OM; AC) = d(C; (OMN)) = d(B; (OMN)).$$

$$V_{A.OBC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot a \cdot 2a = \frac{1}{3} a^3.$$

$$\frac{V_{M.OBC}}{V_{A.OBC}} = \frac{d(M; (ABC))}{d(A; (ABC))} \cdot \frac{S_{OBN}}{S_{OBC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{M.OBC} = \frac{1}{12} a^3.$$

Xét tam giác vuông cân AOB : $OM = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} a.$

Xét tam giác vuông BOC : $ON = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} a.$

Xét tam giác BAC : $MN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} a.$

Trong tam giác cân OMN , gọi H là trung điểm của OM ta có

$$NH = \sqrt{NM^2 - HM^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4} a.$$

Suy ra $S_{OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot NH = \frac{3}{8} a^2.$

Vậy $d(B; OMN) = \frac{3V_{M.OBN}}{S_{OMN}} = \frac{2}{3} a.$

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

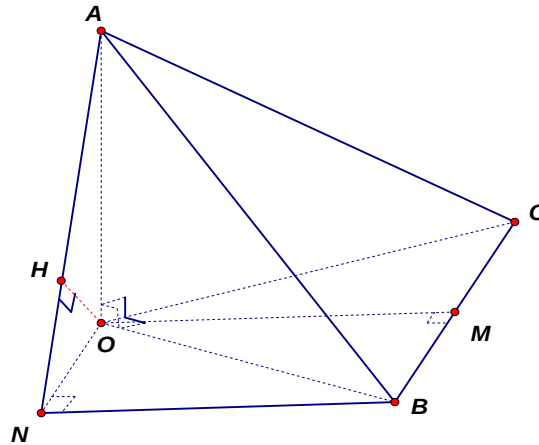
B. a .

C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\triangle OBC$ vuông cân tại O , M là trung điểm của BC

$$\Rightarrow OM \perp BC$$

Dựng hình chữ nhật $OMBN$, ta có $\begin{cases} OM \parallel BN \\ BN \subset (ABN) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (ABN)$

$$\Rightarrow d(AB, OM) = d(OM, (ABN)) = d(O, (ABN))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AN ta có:

$$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN \text{ mà } OH \perp AN$$

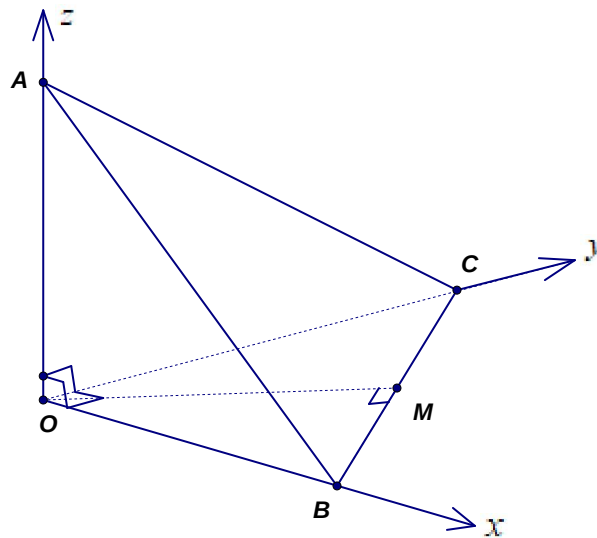
$$\Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O, (ABN)) = OH$$

$\triangle OAN$ vuông tại O , đường cao OH

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{BC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{OB^2 + OC^2}$$

$$= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{4a^2 + 4a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(AB, OM) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Nhận xét:



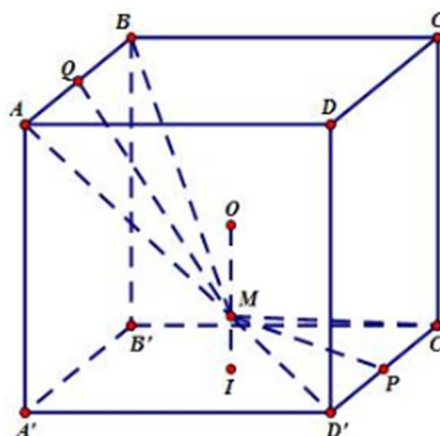
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó $O(0;0;0)$, $B(2a;0;0)$, $C(0;2a;0)$, $A(0;0;a)$

M là trung điểm của $BC \Rightarrow M(a;a;0)$

Ta có $\overrightarrow{OM} = (a;a;0)$; $\overrightarrow{OB} = (2a;0;0)$; $\overrightarrow{AB} = (2a;0;-a)$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AB}] = (-a^2; a^2; -2a^2) \Rightarrow d(AB, OM) = \frac{|\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB}|}{\|\overrightarrow{OM}\| \cdot \|\overrightarrow{AB}\|} = \frac{2a^3}{\sqrt{a^4 + a^4 + 4a^4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Không mất tính tổng quát, ta giả sử các cạnh của hình lập phương bằng 6.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB . Khi đó ta có

$$MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10}, MQ = \sqrt{34}, PQ = 6\sqrt{2}.$$

Áp dụng định lí cosin ta được

$$\cos PMQ = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \frac{-14}{\sqrt{340}}.$$

Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có

$$\cos \alpha = \frac{14}{\sqrt{340}} = \frac{7\sqrt{85}}{85}$$

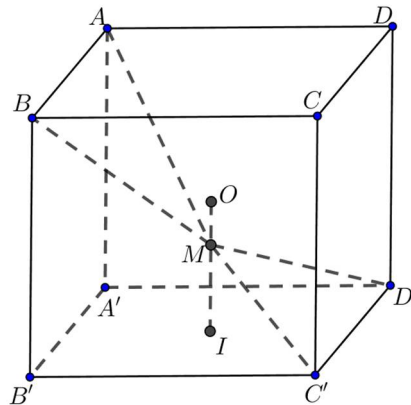
Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}.$

B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}.$

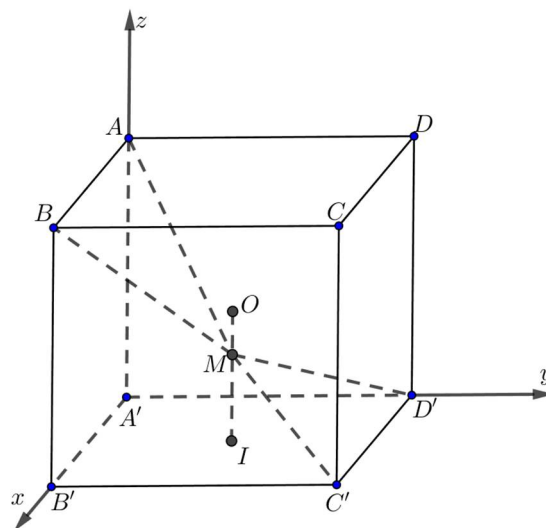
C. $\frac{6\sqrt{85}}{85}.$

D. $\frac{17\sqrt{13}}{65}.$



Lời giải

Chọn D.



Không mất tính tổng quát ta đặt cạnh của khối lập phương là 1.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A'(0;0;0)$, $B'(1;0;0)$, $D'(0;1;0)$ và $A(0;0;1)$ (như hình vẽ).

Khi đó ta có: $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (1;0;0)$, $\overrightarrow{MA} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MA}] = \left(0; -\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \vec{n}_1 = (0; -4; 3)$ là VTPT của mặt phẳng (MAB) .

$\overrightarrow{D'C'} = (1;0;0)$, $\overrightarrow{MD'} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow [\overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{MD'}] = \left(0; \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \vec{n}_2 = (0; 2; -3)$ là VTPT của mặt phẳng $(MC'D')$.

cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ bằng:

$$\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|0 \cdot 0 - 4 \cdot 2 + 3 \cdot (-3)|}{\sqrt{0^2 + (-4)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{0^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

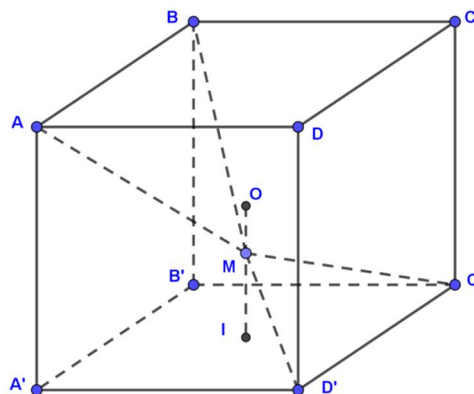
Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng.

A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

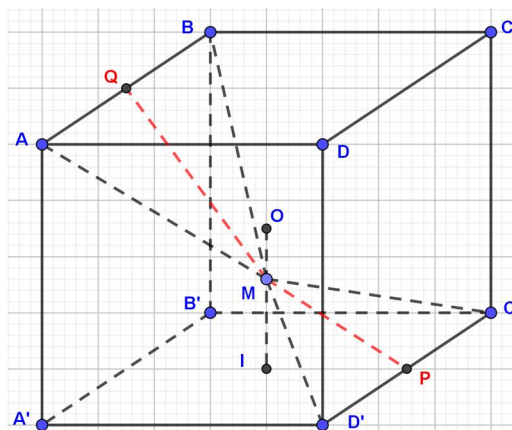
C. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải

Chọn D



Ta chọn hình lập phương có cạnh bằng 6.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh $C'D'$ và AB . Khi đó ta có

$$MP = \sqrt{MI^2 + IP^2} = \sqrt{13}, \quad MQ = 5, \quad PQ = 6\sqrt{2}$$

Áp dụng định lý hàm $\cos$ ta được:

$$\cos \widehat{PMQ} = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = -\frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

Gọi α là góc giữa $(MC'D')$ và (MAB) :

$$\sin \alpha = \frac{6\sqrt{13}}{65}.$$

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó $\sin$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng:

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

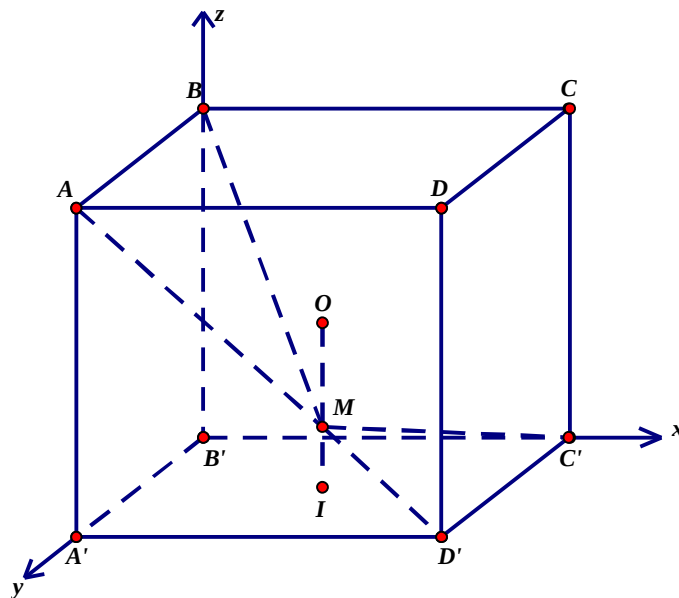
B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1:

Không giảm tính tổng quát, ta giả sử cạnh hình lập phương bằng 6.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, sao cho gốc tọa độ trùng với điểm B' .

Khi đó, $C'(6;0;0)$, $D'(6;6;0)$, $M(3;3;1)$, $A(0;6;6)$, $B(0;0;6)$.

$$\overrightarrow{MC'}(3;-3;-1), \quad \overrightarrow{MD'}(3;3;-1)$$

Suy ra vectơ pháp tuyến của $(MC'D')$ là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{MC'}, \overrightarrow{MD'}] = (6;0;18) = 6(1;0;3)$.

$$\overrightarrow{MA}(-3;3;5), \quad \overrightarrow{MB}(-3;-3;5)$$

Suy ra vectơ pháp tuyến của (MAB) là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] = (30;0;18) = 6(5;0;3)$.

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{14}{\sqrt{340}}. \text{ Vậy } \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{6\sqrt{85}}{85}.$$

Khi đó, $MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10}$, $MQ = \sqrt{34}$, $PQ = 6\sqrt{2}$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{14}{\sqrt{340}} \cdot \text{Vậy } \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{6\sqrt{85}}{85}.$$

ĐA DIỆN & TRÒN XOAY

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$.

B. $\frac{2}{3}a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích đáy của hình chóp $B = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.a^2.2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$.

B. $\frac{16}{3}a^3$.

C. $4a^3$.

D. $16a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{16}{3}a^3$.

B. $\frac{4}{3}a^3$.

C. $4a^3$.

D. $16a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = S.h = a^2.4a = 4a^3$

Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$.

B. $\frac{4}{3}a^3$.

C. $2a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $V_{lăngtrụ} = S_{day}.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 5. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$.

B. $2\pi R^2$.

C. $4\pi R^2$.

D. πR^2 .

Lời giải

Chọn C.**Câu 6.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $4\pi R^3$.

C. $2\pi R^3$.

D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A**Câu 7.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

A. πrl .

B. $4\pi rl$.

C. $2\pi rl$.

D. $\frac{4}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C.Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay: $S_{xq} = 2\pi rl$.**Câu 8.** (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $2\pi rh$.

C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

D. $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D.

$$V_{tr} = \pi r^2 h.$$

Câu 9. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2.

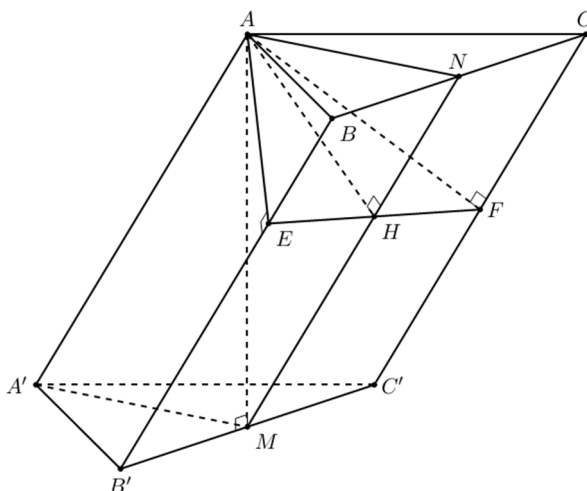
B. 1.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi N là trung điểm BC . Kẻ $AE \perp BB'$ tại E , $AF \perp CC'$ tại F .

Ta có $EF \cap MN = H$ nên H là trung điểm EF .

Ta có $\begin{cases} AE \perp AA' \\ AF \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (AEF) \Rightarrow AA' \perp EF \Rightarrow EF \perp BB'.$

Khi đó $d(A, BB') = AE = 1$, $d(A, CC') = AF = \sqrt{3}$, $d(C, BB') = EF = 2$.

Nhận xét: $AE^2 + AF^2 = EF^2$ nên tam giác AEF vuông tại A , suy ra $AH = \frac{EF}{2} = 1$.

Ta lại có $\begin{cases} AA' \perp (AEF) \\ MN // AA' \end{cases} \Rightarrow MN \perp (AEF) \Rightarrow MN \perp AH.$

Tam giác AMN vuông tại A có đường cao AH nên $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AN^2} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow AM = 2.$$
$$\text{Mặt khác} \left\{ \begin{array}{l} (AA'NM) \perp (ABC) \\ (AA'NM) \perp (AEF) \\ (AA'NM) \cap (ABC) = AN \\ (AA'NM) \cap (AEF) = AH \end{array} \right. \Rightarrow \text{Góc giữa mặt phẳng } (ABC) \text{ và } (AEF) \text{ là } \widehat{HAN}.$$

Hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (AEF) là tam giác AEF nên

$$S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \widehat{HAN} \Rightarrow \frac{1}{2} AE \cdot AF = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{AH}{AN} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AE \cdot AF \cdot AN}{AH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}}{1} = 1.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} . AM = 2.$

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

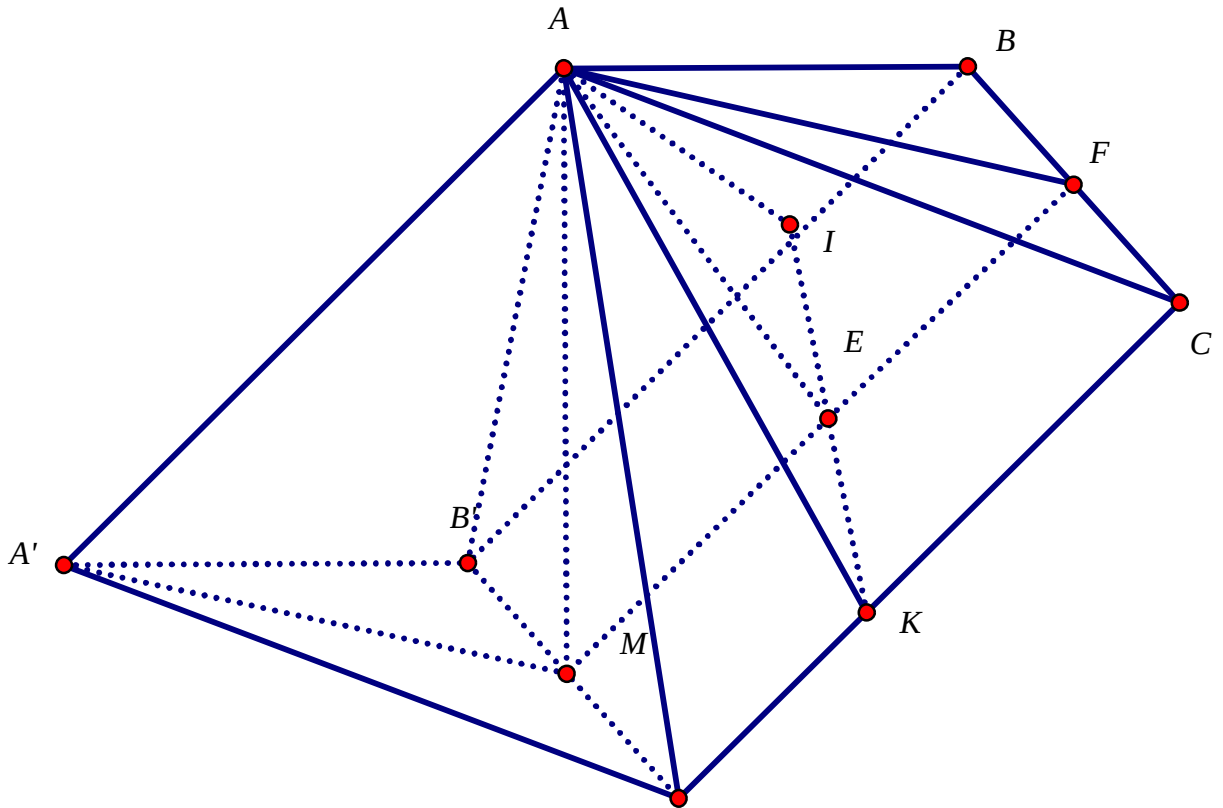
B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$ (hình vẽ).

Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2 $\Rightarrow AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC. $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{3}$

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{array} \right\} \Rightarrow BB' \perp (AIK) \Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB' \Rightarrow d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5} \Rightarrow \triangle AIK$ vuông tại A.

Gọi E là trung điểm của IK $\Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AIK) là góc giữa EF

và AM bằng góc $\widehat{AME} = \widehat{FAE}$. Ta có $\cos \widehat{FAE} = \frac{AE}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$.

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là $\triangle AIK$ nên ta có:

$$S_{AIK} = S_{ABC} \cos \widehat{FAE} \Rightarrow 1 = S_{ABC} \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}.$$

$$\text{Xét } \triangle AMF \text{ vuông tại } A: \tan \widehat{AMF} = \frac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \frac{\frac{\sqrt{15}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $AM = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

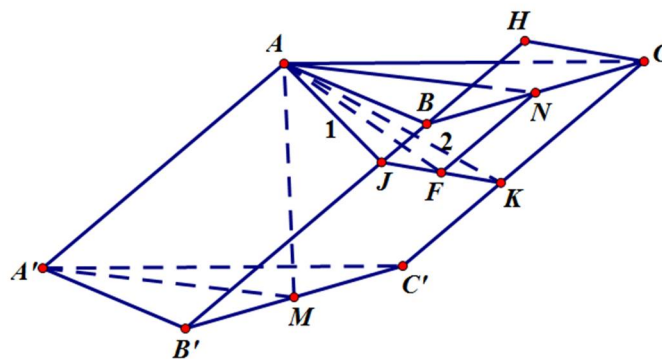
B. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC' , H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ \perp BB'$ (1).

$AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB' \perp (AJK) \Rightarrow BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét $\triangle AJK$ có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5$ suy ra $\triangle AJK$ vuông tại A .

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF = JF = FK = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

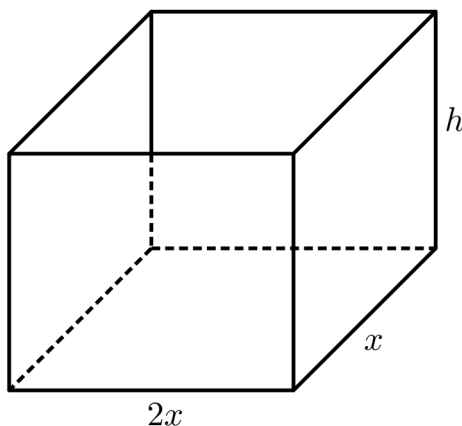
Gọi N là trung điểm BC , xét tam giác vuông ANF ta có:

$$\cos \widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ. (AN = AM = \sqrt{5} \text{ vì } AN \parallel AM \text{ và } AN = AM).$$

A. $2,26\text{m}^3$.B. $1,61\text{m}^3$.C. $1,33\text{m}^3$.D. $1,50\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn D.



Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ.

$$\text{Ta có: } 2x^2 + 2xh + 4xh = 6,5 \Leftrightarrow h = \frac{6,5 - 2x^2}{6x}.$$

$$\text{Do } h > 0, x > 0 \text{ nên } 6,5 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Lại có } V = 2x^2h = \frac{6,5x - 2x^3}{3} = f(x), \text{ với } x \in \left(0; \frac{\sqrt{13}}{2}\right).$$

$$f'(x) = \frac{13}{6} - 2x^2, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{39}}{6}.$$

x	0	$\frac{\sqrt{39}}{6}$	$\frac{\sqrt{13}}{2}$
f'	+	0	-
f		$\frac{13\sqrt{39}}{54}$	

$$\text{Vậy } V \leq f\left(\frac{\sqrt{39}}{6}\right) = \frac{13\sqrt{39}}{54} \approx 1,50\text{m}^3.$$

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Ông A dự định sử dụng hết $6,7\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $1,57\text{m}^3$.B. $1,11\text{m}^3$.C. $1,23\text{m}^3$.D. $2,48\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi x là chiều rộng, ta có chiều dài là $2x$

Do diện tích đáy và các mặt bên là $6,7m^2$ nên có chiều cao $h = \frac{6,7 - 2x^2}{6x}$,

ta có $h > 0$ nên $x < \sqrt{\frac{6,7}{2}}$.

Thể tích bể cá là $V(x) = \frac{6,7x - 2x^3}{3}$ và $V'(x) = \frac{6,7 - 6x^2}{3} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{6,7}{6}}$

Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{\frac{6,7}{6}}$	$\sqrt{\frac{6,7}{2}}$	
y'		+	0	-
y	0	$1,57m^3$	0	

Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $1,57m^3$.

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Ông A dự định sử dụng hết $5,5m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) ?:

A. $1,17m^3$.

B. $1,01m^3$.

C. $1,51m^3$.

D. $1,40m^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $x, 2x, h$ lần lượt là chiều rộng, dài, cao của bể cá.

Ta có $2x^2 + 2(xh + 2xh) = 5,5 \Leftrightarrow h = \frac{5,5 - 2x^2}{6x}$ (Điều kiện $0 < x < \sqrt{\frac{5,5}{2}}$).

Thể tích bể cá $V = 2x^2 \cdot \frac{5,5 - 2x^2}{6x} = \frac{1}{3}(5,5x - 2x^3)$.

$V' = \frac{1}{3}(5,5 - 6x^2)$. $V' = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5,5}{6}}$.

Lập BBT suy ra $V_{\max} = \frac{11\sqrt{33}}{54} \approx 1,17m^3$.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Ông A dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $1,51 \text{ m}^3$.B. $1,33 \text{ m}^3$.C. $1,01 \text{ m}^3$.D. $0,96 \text{ m}^3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều dài, chiều rộng hình hộp là $x, 2x (x > 0)$; chiều cao là $h (h > 0)$.

Tổng diện tích các mặt của bể cá là: $2x^2 + 2xh + 4xh = 5 \Rightarrow h = \frac{5 - 2x^2}{6x}$

Thể tích của bể cá: $v = 2x^2h = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}x^3 \Rightarrow v' = \frac{5}{3} - 2x^2; v' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$

x	0	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	$+\infty$
v'		+	0
v			1,014

Vậy $v_{\max} \approx 1,01 \text{ m}^3$

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Ông A dự định sử dụng hết $5,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) ?:

A. $1,17 \text{ m}^3$.B. $1,01 \text{ m}^3$.C. $1,51 \text{ m}^3$.D. $1,40 \text{ m}^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $x, 2x, h$ lần lượt là chiều rộng, dài, cao của bể cá.

Ta có $2x^2 + 2(xh + 2xh) = 5,5 \Leftrightarrow h = \frac{5,5 - 2x^2}{6x}$ (Điều kiện $0 < x < \sqrt{\frac{5,5}{2}}$).

Thể tích bể cá $V = 2x^2 \cdot \frac{5,5 - 2x^2}{6x} = \frac{1}{3}(5,5x - 2x^3)$.

$V' = \frac{1}{3}(5,5 - 6x^2)$. $V' = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5,5}{6}}$.

Lập BBT suy ra $V_{\max} = \frac{11\sqrt{33}}{54} \approx 1,17 \text{ m}^3$.

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $9,7.a$ (đồng).B. $97,03.a$ (đồng).C. $90,7.a$ (đồng).D. $9,07.a$ (đồng).

Lời giải

Chọn D.

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì: $V_r = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 = 0,2 \cdot 10^{-6} \pi \text{ (m}^3\text{)}.$

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:

$$V = B.h = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,2 = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ: $V_t = V - V_r = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0,2 \cdot 10^{-6} \pi \text{ (m}^3\text{)}.$

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:

$$0,2 \cdot 10^{-6} \pi \cdot 8a + \left(\frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0,2 \cdot 10^{-6} \pi \right) a \approx 9,07 \cdot 10^{-6} \cdot a \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm). Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm). Giả định 1 m³ gỗ có giá a triệu đồng, 1 m³ than chì có giá 6a triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 84,5.a đồng.

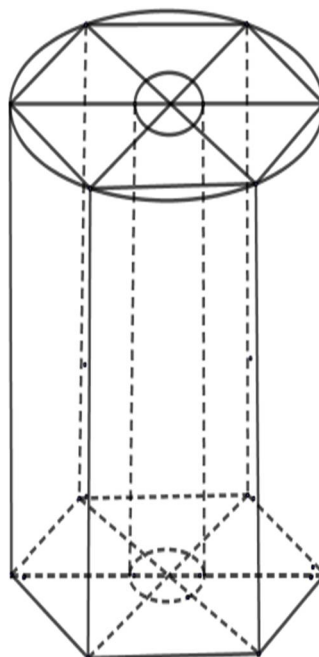
B. 78,2.a đồng.

C. 8,45.a đồng.

D. 7,82.a đồng.

Lời giải

Chọn D.



1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng suy ra 1 mm^3 gỗ có giá $\frac{a}{1000}$ đồng.

1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng suy ra 1 mm^3 than chì có giá $\frac{6a}{1000}$ đồng.

Phần chì của cái bút có thể tích bằng $V_1 = 200 \cdot \pi \cdot 1^2 = 200\pi (\text{mm}^3)$.

Phần gỗ của của bút chì có thể tích bằng $V_2 = 200 \cdot 6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} - 200\pi = 2700\sqrt{3} - 200\pi (\text{mm}^3)$.

Số tiền làm một chiếc bút chì là $\frac{6a \cdot V_1 + a \cdot V_2}{1000} \approx 7,82a$ đồng.

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng). 1 m^3 than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 97,03a đồng.

B. 10,33a đồng.

C. 9,7a đồng.

D. 103,3a đồng.

Lời giải

Chọn C.

$3\text{ mm} = 0,003\text{ m}; 200\text{ mm} = 0,2\text{ m}; 1\text{ mm} = 0,001\text{ m}$

Diện tích đáy của phần than chì: $S_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 10^{-6} (\text{m}^2)$

Diện tích đáy phần bút bằng gỗ:

$$S_2 = 6S_{OAB} - S_1 = \left(6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} - \pi \right) \cdot 10^{-6} = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 10^{-6} (\text{m}^2)$$

Thể tích than chì cần dùng: $V_1 = S_1 \cdot h = \pi r^2 \cdot 0,2 = 0,2\pi \cdot 10^{-6} (\text{m}^3)$

Thể tích gỗ làm bút chì: $V_2 = S_2 \cdot h = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} (\text{m}^3)$

Tiền làm một cây bút:

$$V_1 \cdot 9a + V_2 \cdot a = (9V_1 + V_2) a = \left(9 \cdot 0,2\pi \cdot 10^{-6} + \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \right) a = 9,7a (\text{đồng})$$

TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; 6; 4)$. C. $(2; -1; 5)$. D. $(4; -2; 10)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB. \text{ Khi đó } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$

Câu 2. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; 3; -1)$. B. $(-1; -1; -3)$. C. $(3; 1; 1)$. D. $(1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3).$$

Câu 3. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-3; -1; 1)$. B. $(3; -1; 1)$. C. $(-3; 1; -1)$. D. $(3; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Mặt cầu } (S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2 \text{ có tâm là } (-3; -1; 1)$$

Câu 4. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. 9.

Lời giải

Chọn A.

Câu 5. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ là $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 6. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. **C. $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$.** D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$.

Câu 7. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$.** B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$

Câu 8. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$. **C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$.** D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $(2; 1; 3)$.

Câu 9. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ có một véc-tơ chỉ phương là}$$

- A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. **B. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.** C. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$$d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2} \text{ có một vector chỉ phương là}$$

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$. **B. $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$.** C. $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$. D. $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$.

Câu 11. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$?

A. $N(2; -1; 2)$.B. $M(-2; -2; 1)$.C. $P(1; 1; 2)$.D. $Q(-2; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $Q(-2; 1; -2)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ ta được .

$$\frac{-2+2}{1} = \frac{1-1}{1} = \frac{-2+2}{2} \text{ đúng.}$$

Câu 12. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây

thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+t \\ z = 2+3t \end{cases}$?

A. $P(1; 2; 5)$.B. $N(1; 5; 2)$.C. $Q(-1; 1; 3)$.D. $M(1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M(x_0; y_0; z_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$ thì

phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, ta chọn đáp án B.

Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d , ta có:

$$\begin{cases} 1 = 1-t \\ 2 = 5+t \\ 5 = 2+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -3 \text{ (Vô lý)} \\ t = 1 \end{cases}. \text{ Loại đáp án A.}$$

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d , ta có:

$$\begin{cases} 1 = 1-t \\ 5 = 5+t \\ 2 = 2+3t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0. \text{ Nhận đáp án B.}$$

Câu 13. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $2x - y + 3z - 9 = 0$.B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.

C. $2x - y - 3z + 11 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) có dạng $2x - y + 3z + D = 0$.

$$A(2; -1; 2) \in (Q) \Rightarrow D = -11.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 14. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x + 2y + z - 5 = 0$.

B. $2x + y + 3z + 2 = 0$.

C. $x + 2y + 3z + 1 = 0$.

D. $2x + y + 3z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng qua $A(1; 2; -2)$ và nhận $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; 3)$ làm VTPT

Vậy phương trình của mặt phẳng là: $2(x-1) + (y-2) + 3(z+2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x + y + 3z + 2 = 0.$$

Câu 15. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1), B(2; 1; 0), C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $3x + 2z - 1 = 0$.

B. $x + 2y - 2z - 1 = 0$.

C. $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

D. $3x + 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng cần đi qua điểm $A(-1; 1; 1)$ và nhận vector $\vec{CB} = (1; 2; -2)$ làm VTPT nên có phương trình $1(x+1) + 2(y-1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 16. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

B. $3x - y + 3z - 13 = 0$.

C. $2x - 3y - z - 20 = 0$.

D. $3x - y + 3z - 25 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\vec{AB} = (-4; 6; 2) = -2(2; -3; -1)$$

(P) đi qua $A(5; -4; 2)$ nhận $\vec{n} = (2; -3; -1)$ làm VTPT

(P): $2x - 3y - z - 20 = 0$

Câu 17. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(b; 0; 0)$ và $\vec{BA} = (1-b; 2; 3)$.

Do $\Delta \perp d$, Δ qua A nên $\vec{BA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(1-b) + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Từ đó Δ qua $B(-1; 0; 0)$, có một vectơ chỉ phương là $\vec{BA} = (2; 2; 3)$ nên có phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

Câu 18. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

Gọi $M(0; m; 0) \in Oy$, ta có $\vec{AM} = (-2; m-1; -3)$

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2(m-1) - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Ta có Δ có VTCP $\vec{AM} = (-2; -4; -3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 19. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2+4t \\ z = 2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2+6t \\ z = 2+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

$$d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = -t \\ z = -2+2t \end{cases}$$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d .

$$\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (-1; 4; 3)$$

Gọi A là giao điểm của d và (P) . Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t) + (-t) - (-2+2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A(3; -2; 2)$$

Phương trình Δ qua $A(3; -2; 2)$ có vtcp $\vec{u}_{\Delta} = (-1; 4; 3)$ có dạng: $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t \end{cases}$

Câu 20. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = 2+3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = 1+t \end{cases}$$

$$\text{Gọi } M = \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in \Delta \Rightarrow M(t; 2t-1; t+1)$$

$$M \in (P) \Rightarrow t - 2(2t-1) - (t+1) + 3 = 0 \Leftrightarrow 4 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 1; 2)$$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}[\vec{n}, \vec{u}] = (0; -1; 2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1; 1; 2) \in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 21. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

A. $6x + 8y + 11 = 0$. **B.** $3x + 4y + 2 = 0$. **C.** $3x + 4y - 2 = 0$. **D.** $6x + 8y - 11 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -1; -1)$ và bán kính $R = 3$.

* Ta tính được $AI = 5, AM = \sqrt{AI^2 - R^2} = 4$.

* Phương trình mặt cầu (S') tâm $A(2; 3; -1)$, bán kính $AM = 4$ là:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16.$$

* M luôn thuộc mặt phẳng $(P) = (S) \cap (S')$ có phương trình: $3x + 4y - 2 = 0$.

Câu 22. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$. **B.** $2x + 2y + 2z - 15 = 0$.

C. $x + y + z + 7 = 0$. **D.** $x + y + z - 7 = 0$

Lời giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 4)$ bán kính $r = \sqrt{2}$.

Do AM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên $IM \perp AM \Rightarrow AM = \sqrt{AI^2 - IM^2}$

Ta có $AI = \sqrt{3}; IM = \sqrt{2} \Rightarrow AM = 1$.

Gọi H là tâm đường tròn tạo bởi các tiếp điểm M khi đó ta có ΔAHM đồng dạng với ΔAMI

$$\text{Suy ra } \frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AH = \frac{AM^2}{AI} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm M . Khi đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{AI} = (1; 1; 1)$ nên phương trình có dạng $x + y + z + d = 0$

$$\text{Do } d(A, (\alpha)) = AH \Leftrightarrow \frac{|6+d|}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |6+d| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -5 \\ d = -7 \end{cases}$$

Vậy $(\alpha_1): x + y + z - 5 = 0; (\alpha_2): x + y + z - 7 = 0$

Do $d(I, (\alpha_1)) = \frac{4}{\sqrt{3}} > \sqrt{2}$ nên (α_1) không cắt (S) (loại)

Và $d(I, (\alpha_2)) = \frac{2}{\sqrt{3}} < \sqrt{2}$ nên (α_2) cắt (S) (TM)

Câu 23. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$ và điểm $A(-1; -1; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $3x + 4y - 2 = 0$.

B. $3x + 4y + 2 = 0$.

C. $6x + 8y + 11 = 0$.

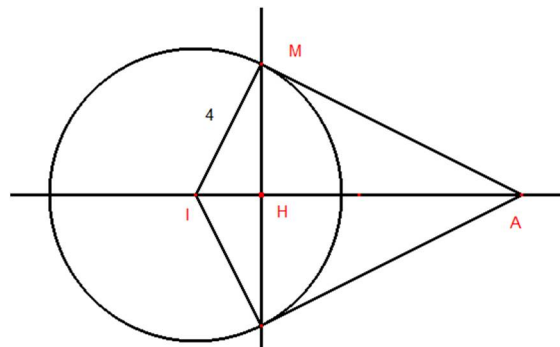
D. $6x + 8y - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

(S) có tâm $I(2; 3; -1)$; bán kính $R = 4$

$A(-1; -1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (-3; -4; 0)$, tính được $IA = 5$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA} = (-3; -4; 0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được $IM^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IM^2}{IA} = \frac{16}{5}$,

từ đó tính được $\overrightarrow{IH} = \frac{16}{25} \overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\frac{2}{25}; \frac{11}{25}; -1\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $-3\left(x - \frac{2}{25}\right) - 4\left(y - \frac{11}{25}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 2 = 0$.

Câu 24. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 105) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M thuộc mặt phẳng có phương trình là?

A. $x + y + z - 7 = 0$.

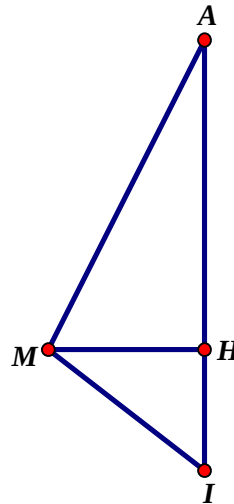
B. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$.

C. $x + y + z + 7 = 0$.

D. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=1$.

Ta có $IA = \sqrt{3}$. Khi đó $AM = \sqrt{IA^2 - R^2} = \sqrt{2}$.

Hạ $MH \perp AI$ thì $AH = \frac{AM^2}{AI} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ hay $AH = \frac{2}{3}AI \Leftrightarrow \overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HI} = \vec{0} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right)$

Khi đó ta có M thuộc mặt phẳng (P) đi qua H và nhận vectơ $\overrightarrow{IA} = (1;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên $M \in (P): x + y + z - 7 = 0$.

Hướng 2.

Tính được $AM = \sqrt{IA^2 - R^2} = \sqrt{2}$. M thuộc mặt cầu tâm A bán kính AM và M thuộc (S) .

Tọa độ M là nghiệm hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2 \end{cases}$$
 hay điểm M

thuộc mặt phẳng

$(P): x + y + z - 7 = 0$

Câu 25. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+t \\ z=1+5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=-6-5t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1-5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số đường thẳng Δ : $\begin{cases} x=1+t' \\ y=1-2t' \\ z=1+2t' \end{cases}$

Chọn điểm $B(2;-1;3) \in \Delta$, $AB=3$.

Điểm $C\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}; 1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ nằm trên d thỏa mãn $AC=AB$.

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ thỏa mãn $\widehat{BAC}$ nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}; 2\right)$. Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (2; 11; -5)$ và có phương trình $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$

Câu 26. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-3 \\ z=5+4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương

$\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d , nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ .

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{|\vec{u}|} \cdot \vec{u} = \frac{1}{3}(1; 2; -2) = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right);$$

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v} = \frac{1}{5}(-3; 0; -4) = \left(-\frac{3}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right).$$

Nhận thấy $\vec{u}_1 \cdot \vec{v}_1 > 0$, nên góc tạo bởi hai vector $\vec{u}_1, \vec{v}_1$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ .

Ta có $\vec{w} = \vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \left(-\frac{4}{15}; \frac{10}{15}; -\frac{22}{15}\right) = -\frac{15}{2}(2; -5; 11)$ là vector chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ

có vector chỉ phương là $\vec{w}_1 = (2; -5; 11)$. Do đó có phương trình:
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$$

Câu 27. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng đi qua điểm } A(1; 1; 1) \text{ và có vector chỉ phương}$$

$\vec{u} = (-2; 1; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 1 + 27t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = 11 - 10t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = -11 - 10t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 17t \\ z = 1 + 10t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$$A = d \cap \Delta$$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 1t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Chọn điểm $B(-1; 2; 3) \in \Delta, AB = 3$.

Gọi $C \in d$ thỏa mãn $AC = AB \Rightarrow C\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}; 1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ thỏa mãn BAC là góc nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(-\frac{9}{10}; \frac{3}{10}; 2\right)$. Đường phân giác cần tìm là AI có vector chỉ

phương là $\vec{u} = (19; 7; -10)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + 19t \\ y = 1 + 7t \\ z = 1 - 10t \end{cases}$. Tọa độ điểm của đáp án B

thuộc AI .

Câu 28. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng đi qua điểm } A(1; 2; 3) \text{ và có vector chỉ phương}$$

$\vec{u} = (0; -7; -1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có VTCP $\vec{a} = (1; 1; 0)$.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{u} = 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-7) + 0 \cdot (-1) = -7 < 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{u}) > 90^\circ$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP:

$$\vec{b} = -\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} + \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{5\sqrt{2}}(5; 12; 1) // (5; 12; 1).$$

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 29. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 101) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72.

B. 216.

C. 108.

D. 36.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $AB = a, AC = b, AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A , nội tiếp mặt cầu (S) .

Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 4R^2$.

$$\text{Xét } V = V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \frac{1}{36}a^2b^2c^2.$$

$$\text{Mà } a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}\right)^3 \geq a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{4R^2}{3}\right)^3 \geq 36V^2 \Leftrightarrow V \leq R^3 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{27}$$

$$\text{Với } R = IA = 3\sqrt{3}.$$

Vậy $V_{\max} = 36$. (lời giải của thầy Bình Hoang)

Câu 30. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 102) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{64}{3}$.

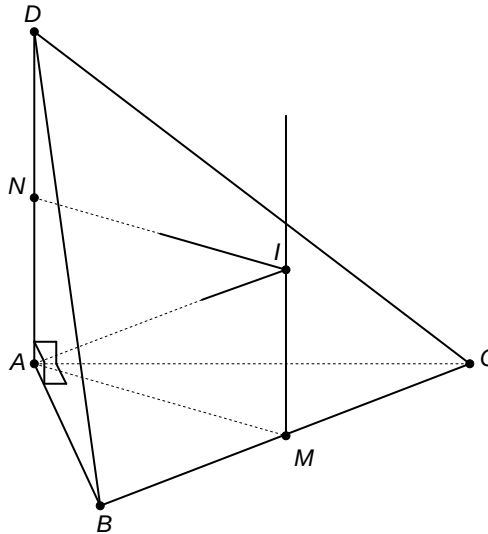
B. 32.

C. 64.

D. $\frac{32}{3}$

Lời giải

Chọn D.



Mặt cầu (S) có bán kính $r = IA = \sqrt{4+4+4} = 2\sqrt{3}$.

Đặt $AB = a; AC = b; AD = c$

$$\text{Ta có } IA^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$$

$$\text{Do đó } \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} = 12$$

$$\text{Theo BĐT Cô-si ta có: } \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} \geq \frac{3\sqrt{a^2 b^2 c^2}}{4}$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{6} abc \leq \frac{1}{6} \sqrt{16^3} = \frac{32}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Câu 31. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 103) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng.

A. 256.

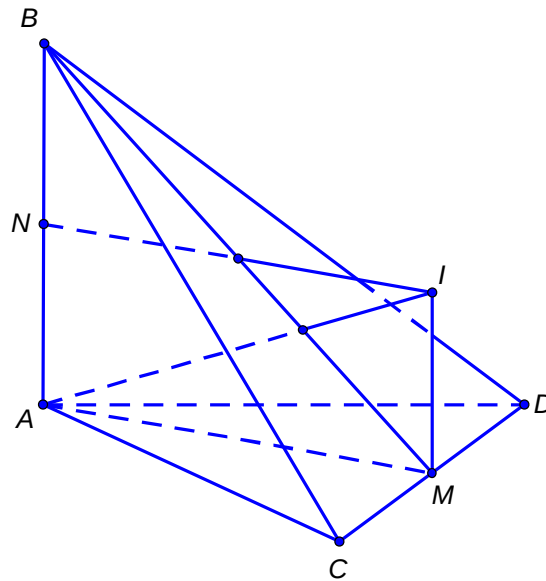
B. 128.

C. $\frac{256}{3}$.

D. $\frac{128}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Bán kính mặt cầu là $R = IA = 4\sqrt{3}$.

Do AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau nên $R = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2}}{2}$

Suy ra $AB^2 + AC^2 + AD^2 = 4R^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$AB^2 + AC^2 + AD^2 \geq 3\sqrt{AB^2 \cdot AC^2 \cdot AD^2}$$

$$\Rightarrow 4R^2 \geq 3\sqrt{AB^2 \cdot AC^2 \cdot AD^2}$$

$$\Rightarrow AB \cdot AC \cdot AD \leq \frac{8\sqrt{3}}{9} R^3 = 512$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD \leq \frac{256}{3}.$$

Vậy $\max V_{ABCD} = \frac{256}{3}$. Đạt được khi $AB = AC = AD = 8$.

Câu 32. (Đề thi THPTQG năm 2018 - mã đề 104) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{8}{3}$.

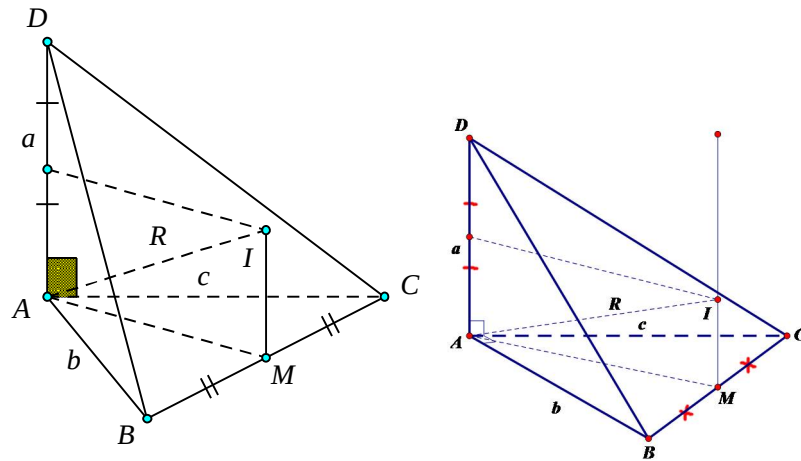
B. 4.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn C.



Đặt: $AD = a$, $AB = b$, $AC = c$.

Ta có:

- $R = IA = \sqrt{3}$.
- $AM = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$; $IM = \frac{a}{2} \Rightarrow R^2 = IA^2 = \frac{b^2 + a^2 + c^2}{4} = 3$.

AD BĐT Cosi: $b^2 + a^2 + c^2 \geq 3\sqrt{b^2 a^2 c^2} \Rightarrow b^2 a^2 c^2 \leq \frac{(b^2 + a^2 + c^2)^3}{27} \Leftrightarrow abc \leq 8$.

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}abc \leq \frac{1}{6} \cdot 8 = \frac{4}{3}.$$

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$\begin{aligned} 1,01^{365} &= 37,8 \\ 0,99^{365} &= 0,03 \end{aligned}$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**