

CHỦ ĐỀ 2. LOGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa:

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

2. Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có:

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a(a^\alpha) = \alpha$

3. Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

4. Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- Đặc biệt: với $a, b > 0, a \neq 1$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

5. Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , ta có

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
- Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

6. Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- Đặc biệt: $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

✎ Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

- Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Viết: $\log_{10} b = \log b = \lg b$
- Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e . Viết: $\log_e b = \ln b$

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Tính giá trị biểu thức

2. Rút gọn biểu thức

3. So sánh hai biểu thức

4. Biểu diễn giá trị lôgarit qua một hay nhiều giá trị lôgarit khác

C. KỸ NĂNG SỬ DỤNG MÁY TÍNH

1. Tính giá trị của một biểu thức chứa lôgarit

Ví dụ: Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?

- A. 16 B. 4 C. 8 D. 2

Ví dụ: Giá trị của biểu thức $A = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. Tính giá trị của biểu thức Lôgarit theo các biểu thức lôgarit đã cho

Ví dụ: Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

- A. $\frac{1}{a+b}$ B. $\frac{ab}{a+b}$ C. $a+b$ D. $a^2 + b^2$

3. Tìm các khẳng định đúng trong các biểu thức lôgarit đã cho.

Ví dụ: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa điều kiện $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$
 C. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$ D. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

4. So sánh lôgarit với một số hoặc lôgarit với nhau

Ví dụ: Trong 4 số $3^{\log_3 4}$; $3^{2\log_3 2}$; $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$; $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1

- A. $3^{\log_3 4}$ B. $3^{2\log_3 2}$ C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_2(2x-1)$ xác định?

- A. $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $x \in (-1; +\infty)$.

Câu 2. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \ln(4-x^2)$ xác định?

- A. $x \in (-2; 2)$. B. $x \in [-2; 2]$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-2; 2]$. D. $x \in \mathbb{R} \setminus (-2; 2)$.

Câu 3. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{3+x}$ xác định?

- A. $x \in [-3; 1]$. B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-3; 1]$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus (-3; 1)$. D. $x \in (-3; 1)$.

Câu 4. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_6(2x-x^2)$ xác định?

- A. $0 < x < 2$. B. $x > 2$. C. $-1 < x < 1$. D. $x < 3$.

Câu 5. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ xác định?

- A. $x \in (0; 1)$. B. $x \in (1; +\infty)$.
 C. $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

Câu 6. Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. 16. C. 4. D. 2.

Câu 7. Giá trị của biểu thức $B = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $P = 22\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 9. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 10. Giá trị của biểu thức $C = \frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$ bằng bao nhiêu?

- A. -2. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $E = a^{4\log_{a^2} 5}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 625. C. 25. D. 5^8 .

Câu 12. Trong các số sau, số nào lớn nhất?

- A. $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$. B. $\log_3 \frac{5}{6}$. C. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5}$. D. $\log_3 \frac{6}{5}$.

Câu 13. Trong các số sau, số nào nhỏ nhất?

- A. $\log_5 \frac{1}{12}$. B. $\log_{\frac{1}{5}} 9$. C. $\log_{\frac{1}{5}} 17$. D. $\log_5 \frac{1}{15}$.

- Câu 14.** Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $A = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ có giá trị bằng
A. $2\ln^2 a + 2$. **B.** $4\ln a + 2$. **C.** $2\ln^2 a - 2$. **D.** $\ln^2 a + 2$.

Hướng dẫn giải

- Câu 15.** Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $B = 2\ln a + 3\log_a e - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\log_a e}$ có giá trị bằng
A. $4\ln a + 6\log_a 4$. **B.** $4\ln a$. **C.** $3\ln a - \frac{3}{\log_a e}$. **D.** $6\log_a e$.
- Câu 16.** Cho $a > 0, b > 0$, nếu viết $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{15} \log_3 b$ thì $x + y$ bằng bao nhiêu?
A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 17.** Cho $a > 0, b > 0$, nếu viết $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = x \log_5 a + y \log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu?
A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** -3.
- Câu 18.** Cho $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó giá trị của x là:
A. $\frac{200}{3}$. **B.** $\frac{40}{9}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{25}{9}$.
- Câu 19.** Cho $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là:
A. $2a - 6b$. **B.** $x = \frac{a^2}{b^3}$. **C.** $x = a^2 b^3$. **D.** $x = \frac{b^3}{a^2}$.
- Câu 20.** Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $\log_a a^c = c$. **B.** $\log_a a = 1$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. **D.** $\log_a (b - c) = \log_a b - \log_a c$.
- Câu 21.** Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. **B.** $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_{a^c} b = c \log_a b$. **D.** $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.
- Câu 22.** Cho $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $a^{\log_a b} = b$. **B.** $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.
C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$. **D.** $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.
- Câu 23.** Cho $a, b, c > 0$ và $a > 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$. **B.** $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.
C. $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$. **D.** $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$.
- Câu 24.** Cho $a, b, c > 0$ và $a < 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$. **D.** $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$.
C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$. **D.** $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$.
- Câu 25.** Số thực a thỏa điều kiện $\log_3 (\log_2 a) = 0$ là:
A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.
- Câu 26.** Biết các logarit sau đều có nghĩa. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$. **B.** $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

- C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$. D. $\log_a b + \log_a c < 0 \Leftrightarrow b + c < 0$.
- Câu 27.** Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?
- A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.
 C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$. D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.
- Câu 28.** Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ là :
- A. 64. B. $2^{\frac{11}{6}}$. C. 8. D. 4.
- Câu 29.** Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_x 2\sqrt[3]{2} = 4$ là
- A. $\sqrt[3]{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. 4. D. 2.
- Câu 30.** Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$. Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ có giá trị bằng bao nhiêu?
- A. 6. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 31.** Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?
- A. 6. B. 24. C. 12. D. 18.
- Câu 32.** Giá trị của biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ là:
- A. 20. B. 40. C. 45. D. 25.
- Câu 33.** Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a} \right)$ là
- A. $\frac{53}{30}$. B. $\frac{37}{10}$. C. 20. D. $\frac{1}{15}$.
- Câu 34.** Giá trị của biểu thức $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ là:
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 35.** Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ là:
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{211}{60}$. D. $\frac{91}{60}$.
- Câu 36.** Trong 2 số $\log_3 2$ và $\log_2 3$, số nào lớn hơn 1?
- A. $\log_2 3$. B. $\log_3 2$. C. Cả hai số. D. Đáp án khác.
- Câu 37.** Cho 2 số $\log_{1999} 2000$ và $\log_{2000} 2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$. B. Hai số trên nhỏ hơn 1.
 C. Hai số trên lớn hơn 2. D. $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$.
- Câu 38.** Các số $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:
- A. $\log_3 2$, $\log_3 11$, $\log_2 3$. B. $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$.
 C. $\log_2 3$, $\log_3 2$, $\log_3 11$. D. $\log_3 11$, $\log_3 2$, $\log_2 3$.
- Câu 39.** Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3(x+2) = 3$ là:
- A. 5. B. -25. C. 25. D. -3.
- Câu 40.** Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$ là :
- A. -3. B. 25. C. 3. D. 9.
- Câu 41.** Cho $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$ ($a, b > 0$). Giá trị của x tính theo a, b là:
- A. ab . B. $a^4 b$. C. $a^4 b^7$. D. b^7 .

- Câu 42.** Cho $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$ ($xy > 0$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?
A. $x > y$. **B.** $x = y$. **C.** $x < y$. **D.** $x = y^2$.
- Câu 43.** Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1$ ($y > 0, y > x$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
A. $3x = 4y$. **B.** $x = -\frac{3}{4}y$. **C.** $x = \frac{3}{4}y$. **D.** $3x = -4y$.
- Câu 44.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
A. $\log_a x^2 = 2 \log_a x$ ($x^2 > 0$). **B.** $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$.
C. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ($xy > 0$). **D.** $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$ ($xy > 0$).
- Câu 45.** Cho $x, y > 0$ và $x^2 + 4y^2 = 12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
A. $\log_2 \left(\frac{x+2y}{4} \right) = \log_2 x - \log_2 y$. **B.** $\log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.
C. $\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$. **D.** $4 \log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$.
- Câu 46.** Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
A. $2 \log(a+b) = \log a + \log b$. **B.** $4 \log \left(\frac{a+b}{6} \right) = \log a + \log b$.
C. $\log \left(\frac{a+b}{3} \right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. **D.** $\log \left(\frac{a+b}{3} \right) = 3(\log a + \log b)$.
- Câu 47.** Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là:
A. a . **B.** $\frac{a}{a+1}$. **C.** $2a+3$. **D.** $\frac{2a-1}{a-1}$.
- Câu 48.** Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó giá trị của $\log_4 1250$ được tính theo a là :
A. $\frac{1-4a}{2}$. **B.** $2(1+4a)$. **C.** $1+4a$. **D.** $\frac{1+4a}{2}$.
- Câu 49.** Biết $\log_7 2 = m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là:
A. $\frac{m+2}{4}$. **B.** $\frac{1+m}{2}$. **C.** $\frac{1+4m}{2}$. **D.** $\frac{1+2m}{2}$.
- Câu 50.** Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$; khi đó giá trị của $\log_{10} 15$ được tính theo a là:
A. $\frac{a+b}{a+1}$. **B.** $\frac{ab+1}{a+1}$. **C.** $\frac{ab-1}{a+1}$. **D.** $\frac{a(b+1)}{a+1}$.
- Câu 51.** Cho $a = \log_3 15; b = \log_3 10$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a, b là :
A. $2(a-b-1)$. **B.** $2(a+b-1)$. **C.** $2(a+b+1)$. **D.** $2(a-b+1)$.
- Câu 52.** Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_{15} 75$ được tính theo a là:
A. $\frac{2+a}{1+a}$. **B.** $\frac{1+2a}{a+1}$. **C.** $\frac{1+a}{2+a}$. **D.** 2 .
- Câu 53.** Biết $\log_4 7 = a$, khi đó giá trị của $\log_2 7$ được tính theo a là:
A. $2a$. **B.** $\frac{1}{2}a$. **C.** $\frac{1}{4}a$. **D.** $4a$.
- Câu 54.** Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là:
A. $\frac{3}{2a}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{3a-2}{a}$. **D.** $\frac{a}{3a-2}$.
- Câu 55.** Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là :

A. $\frac{ab+1}{b}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{b+1}{a+1}$. D. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$.

Câu 56. Cho $\log_{12} 27 = a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

A. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. B. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. C. $\frac{4a}{3-a}$. D. $\frac{2a}{3+a}$.

Câu 57. Cho $\lg 3 = a$, $\lg 2 = b$. Khi đó giá trị của $\log_{125} 30$ được tính theo a là:

A. $\frac{1+a}{3(1-b)}$. B. $\frac{4(3-a)}{3-b}$. C. $\frac{a}{3+b}$. D. $\frac{a}{3+a}$.

Câu 58. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ được tính theo a là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 59. Cho $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{ac}{1-c}$. B. $\frac{ac}{1+b}$. C. $\frac{3(ac+b)}{1+c}$. D. $\frac{3ac+3b}{3+a}$.

Câu 60. Cho $x = 2000!$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Câu 61. Biết $a = \log_7 12$, $b = \log_{12} 24$. Khi đó giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a là:

D. $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$. B. $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$. C. $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$. A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$.

Câu 62. Biết $\log_a b = 2$, $\log_a c = -3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$ bằng:

A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 63. Biết $\log_a b = 3$, $\log_a c = -4$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a (a^2 \sqrt[3]{b} c^2)$ bằng:

A. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. B. -5. C. -16. D. -48.

Câu 64. Rút gọn biểu thức $A = \log_a a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 65. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^4} \sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là:

A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Câu 66. Biết $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a, b là:

A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Câu 67. Cho $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$; $c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

- Câu 68.** Cho $a = \log_5 2; b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a, b là :
- A.** $3a + 2b$. **B.** $a^3 + b^2$. **C.** $3a - 2b$. **D.** $6ab$.
- Câu 69.** Biết $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.** $ab + 5(a - b) = -1$. **B.** $5ab + a + b = 1$.
C. $ab + 5(a - b) = 1$. **D.** $5ab + a - b = 0$.
- Câu 70.** Biết $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$, khi đó giá trị của biểu thức $A = 2y + 1$ là:
- A.** 33. **B.** 17. **C.** 65. **D.** 133.
- Câu 71.** Cho $\log_5 x > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.** $\log_x 5 \leq \log_x 4$. **B.** $\log_x 5 > \log_x 6$. **C.** $\log_5 x = \log_x 5$. **D.** $\log_5 x > \log_6 x$.
- Câu 72.** Cho $0 < x < 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.** $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$ **B.** $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$
C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$. **D.** $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$
- Câu 73.** Trong bốn số $3^{\log_3 4}, 3^{2\log_3 2}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}, \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?
- A.** $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$. **B.** $3^{2\log_3 2}$. **C.** $3^{\log_3 4}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.
- Câu 74.** Gọi $M = 3^{\log_{0,5} 4}$; $N = 3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.** $M < 1 < N$. **B.** $N < M < 1$. **C.** $M < N < 1$. **D.** $N < 1 < M$.
- Câu 75.** Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:
- A.** -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\log_2 \sqrt{3} - 1$.
- Câu 76.** Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x - m)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$?
- A.** $m > -3$. **B.** $m < -3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \geq -3$.
- Câu 77.** Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3 - x)(x + 2m)$ xác định với mọi $x \in [-4; 2]$?
- A.** $m \geq 2$. **B.** $m \geq \frac{3}{2}$. **C.** $m > 2$. **D.** $m \geq -1$.
- Câu 78.** Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_3 \sqrt{(m - x)(x - 3m)}$ xác định với mọi $x \in (-5; 4]$?
- A.** $m \neq 0$. **B.** $m > \frac{4}{3}$. **C.** $m < -\frac{5}{3}$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 79.** Với mọi số tự nhiên n , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.** $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. **B.** $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.
C. $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. **D.** $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.
- Câu 80.** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức $A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$ là:
- A.** 519. **B.** 729. **C.** 469. **D.** 129.
- Câu 81.** Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$ là:

- A. $\sqrt[3]{\log_a b}$. B. $\sqrt{\log_a b}$. C. $(\sqrt{\log_a b})^3$. D. $\log_a b$.

Câu 82. Cho $a, b, c > 0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = 1$. B. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > 1$.
C. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > -1$. D. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} < 1$.

Câu 83. Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x + y = 3$ sao cho $P = x + y$ là số dương nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_2 x + \log_3 y$ không xác định. B. $\log_2(x + y) = 1$.
C. $\log_2(x + y) > 1$. D. $\log_2(x + y) > 0$.

Câu 84. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

E. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 1.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

81	82	83	84																
C	A	A	A																

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Ta chọn đáp án A
- Câu 2.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$. Ta chọn đáp án A
- Câu 3.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \frac{x-1}{3+x} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. Ta chọn đáp án B
- Câu 4.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$. Ta chọn đáp án A.
- Câu 5.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. Ta chọn đáp án C.
- Câu 6.** Ta có $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{\log_{a^{1/2}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$. Ta chọn đáp án B
- Câu 7.** Ta nhập vào máy tính biểu thức $2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$, bấm =, được kết quả $B = 3$
Ta chọn đáp án D

Câu 8. +Tự luận

$$P = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150 = \log_2 12^2 + \log_2 5^3 - \log_2 (15 \cdot 150) \\ = \log_2 \frac{12^2 \cdot 5^3}{15 \cdot 150} = 3$$

Đáp án B.

+Trắc nghiệm: Nhập biểu thức vào máy tính và nhấn calc ta thu được kết quả bằng 3.

Câu 9. Ta có $D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án B

Câu 10. Ta nhập vào máy tính biểu thức: $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$ bấm =, được kết quả $C = -2$.

Ta chọn đáp án A

Câu 11. Ta có $E = a^{4 \log_{a^2} 5} = a^{\frac{4}{2} \log_a 5} = a^{\log_a 25} = 25$. Ta chọn đáp án C

Câu 12. + **Tự luận:** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_3 \frac{6}{5} > \log_3 \frac{5}{6} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$. Ta chọn đáp án D

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả > 0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả < 0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 13. + **Tự luận :** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_{\frac{1}{5}} 17 < \log_{\frac{1}{5}} 15 = \log_5 \frac{1}{15} < \log_{\frac{1}{5}} 12 = \log_5 \frac{1}{12} < \log_{\frac{1}{5}} 9$. Ta chọn đáp án C.

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả < 0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả > 0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 14. + **Tự luận :**

Ta có $A = \ln^2 a + 2 \ln a \cdot \log_a e + \log_a^2 e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2 \ln^2 a + 2 \ln e = 2 \ln^2 a + 2$. Ta chọn đáp án A

+ **Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 15. + **Tự luận :**

Ta có $B = 2 \ln a + 3 \log_a e - 3 \log_a e - 2 \ln a = 0 = 3 \ln a - \frac{3}{\log_a e}$. Ta chọn đáp án C

+ **Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 16. Ta có: $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \log_3 (a^3 b)^{\frac{2}{15}} = \frac{2}{5} \log_3 a + \frac{2}{15} \log_3 b \Rightarrow x + y = 4$. Ta chọn đáp án D

Câu 17. Ta có: $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = \log_5 (a^{-2} \cdot b^{\frac{1}{6}}) = -2 \log_5 a + \frac{1}{6} \log_5 b \Rightarrow x \cdot y = -\frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án C

Câu 18. Ta có: $\log_3 x = \log_3 8 + \log_3 5 - \log_3 9 = \log_3 \frac{40}{9} \Rightarrow x = \frac{40}{9}$. Ta chọn đáp án B

Câu 19. Ta có: $\log_7 \frac{1}{x} = 2 \log_7 a - 6 \log_{49} b = \log_7 a^2 - \log_7 b^3 = \log_7 \frac{a^2}{b^3} \Rightarrow x = \frac{b^3}{a^2}$. Ta chọn đáp án D

Câu 20. Câu D sai, vì không có tính chất về logarit của một hiệu

- Câu 21.** Câu C sai, vì $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$
- Câu 22.** Câu D sai, vì khẳng định đó chỉ đúng khi $a > 1$, còn khi $0 < a < 1 \Rightarrow \log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$
- Câu 23.** Câu C sai, vì $\log_a b > c \Leftrightarrow b > a^c$
- Câu 24.** Câu D sai, vì $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$ (do $0 < a < 1$)
- Câu 25.** Ta có $\log_3(\log_2 a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 1 \Rightarrow a = 2$. Ta chọn đáp án D
- Câu 26.** Đáp án A đúng với mọi a, b, c khi các logarit có nghĩa
- Câu 27.** Đáp án D sai, vì không có logarit của 1 tổng.
- Câu 28.** Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_2 X + \log_4 X + \log_8 X - 1$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với $x = 64$ thì kquả bằng 0. Ta chọn D là đáp án đúng.
- Câu 29.** Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_x 2\sqrt[3]{2} - 4$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với .. thì kquả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.
- Câu 30.** +**Tự luận** : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4 \log_a b + 2 \log_a \frac{a}{b^2} = 2$. Ta chọn đáp án A.
- +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ vào máy bấm =, được kết quả $P = 2$. Ta chọn đáp án D.
- Câu 31.** + **Tự luận** : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4 = 2.3.4 = 24$. Ta chọn đáp án A.
- +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, Thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ vào máy bấm =, được kết quả $P = 24$. Ta chọn đáp án B.
- Câu 32.** + **Tự luận** : $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5} = \left(2^{\log_2 3} \cdot 2^{\log_2 \sqrt{5}}\right)^2 = 45$
- + **Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, rồi nhập biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ vào máy, bấm =, được kết quả bằng 45. Ta chọn đáp án C.
- Câu 33.** +**Tự luận** : $\log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right) = \log_a a^{\frac{37}{10}} = \frac{37}{10}$
- +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right)$ vào máy bấm =, được kết quả $P = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án B.
- Câu 34.** +**Tự luận** : $A = \log_{16} 15 \cdot \log_{15} 14 \dots \log_5 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 = \log_{16} 2 = \frac{1}{4}$
- +**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ vào máy bấm =, được kết quả $A = \frac{1}{4}$. Ta chọn đáp án D.
- Câu 35.** +**Tự luận** : $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}}\right) = -\log_a a^{\frac{91}{60}} = -\frac{91}{60}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ vào máy bấm =, được kết quả $-\frac{211}{60}$. Ta chọn đáp án C.

Câu 36. Ta có: $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$, $\log_2 3 > \log_2 2 = 1$

Câu 37. $2000^2 > 1999.2001 \Rightarrow \log_{2000} 2000^2 > \log_{2000} 2001.1999$
 $\Rightarrow 2 > \log_{2000} 2001 + \log_{2000} 1999 \Rightarrow \log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$

Câu 38. Ta có $\log_3 2 < \log_3 3 = 1 = \log_2 2 < \log_2 3 < \log_3 11$

Câu 39. $\log_3 (x+2) = 3 \Leftrightarrow x+2 = 3^3 \Leftrightarrow x = 25$

Câu 40. $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 3$

Câu 41. Ta có $4 \log_3 a + 7 \log_3 b = \log_3 (a^4 b^7) \Rightarrow x = a^4 b^7$. Ta chọn đáp án C.

Câu 42. Ta có: $\log_2 (x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy \Leftrightarrow \log_2 (x^2 + y^2) = \log_2 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow x = y$

Câu 43. $\log_{\frac{1}{4}} (y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow \log_4 \frac{y}{y-x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$

Câu 44. Do $|x|, |y| > 0 \Rightarrow \log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$, ta chọn đáp án D.

Câu 45. Ta có : Chọn B là đáp án đúng, vì
 $x^2 + 4y^2 = 12xy \Leftrightarrow (x+2y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2 (x+2y)^2 = \log_2 16xy$
 $\Leftrightarrow 2 \log_2 (x+2y) = 4 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 (x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$

Câu 46. Ta có: Chọn C là đáp án đúng, vì
 $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9ab$
 $\Leftrightarrow 2 \log(a+b) = \log 9 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

Câu 47. +Tư luận : Ta có : $a = \log_2 6 = \log_2 (2.3) = 1 + \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a-1}$

Suy ra $\log_3 18 = \log_3 (2.3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}$. Ta chọn đáp án A.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán $\log_2 6$ cho A

Lấy $\log_3 18$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 48. +Tư luận : Ta có : $\log_4 1250 = \log_{2^2} (2.5^4) = \frac{1}{2} \log_2 (2.5^4) = \frac{1}{2} + 2 \log_2 5 = \frac{1+4a}{2}$. Ta chọn đáp án A.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán $\log_2 5$ cho A

Lấy $\log_4 1250$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 49. Sử dụng máy tính: gán $\log_7 2$ cho A

Lấy $\log_{49} 28$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 50. Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5$; $\log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{10} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 51. **+Tư luận :** Ta có : $a = \log_3 15 = \log_3 (3.5) = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2\log_3 (5.10) = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2(a - 1 + b)$ Ta chọn đáp án B.

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_3 15$; $\log_3 10$ cho A, B.

Lấy $\log_{\sqrt{3}} 50$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án B.

Câu 52. Sử dụng máy tính: Gán $\log_5 3$ cho A

Lấy $\log_{15} 75$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

Câu 53. Ta có: $\log_2 7 = 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 7 = 2\log_4 7 = 2a$. Ta chọn đáp án A.

Câu 54. Ta có: $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2\log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a - 2}{a}$. Ta chọn đáp án C.

Câu 55. Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_2 5$; $\log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D.

Câu 56. Ta có: $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3 - a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3 - a)}{3 + a}$.

Câu 57. Ta có: $\log_{125} 30 = \frac{\lg 30}{\lg 125} = \frac{1 + \lg 3}{3(1 - \lg 2)} = \frac{1 + a}{3(1 - b)}$.

Câu 58. Ta có : $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a} = a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = a^\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 59. Ta có $\log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a$, $\log_8 7 = b \Rightarrow \log_3 7 = \frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$
 $\Rightarrow \log_6 35 = \frac{3(ac + b)}{1 + c}$.

Câu 60. Ta có: $A = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3 \dots 2000) = \log_x x = 1$

Câu 61. Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_7 12$; $\log_{12} 24$ cho A, B

Lấy $\log_{54} 168$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D.

Câu 62. Ta có $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$. Ta chọn đáp án A.

Câu 63. Ta có $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2}) = 2\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$. Ta chọn đáp án B.

Câu 64. Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $A = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 65. Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $B = -\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 66. Ta có: $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$.

Câu 67. Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án C.

Câu 68. Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

Câu 69. Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12} 18; \log_{24} 54$ cho A và B.

Với đáp án C nhập vào máy : $AB + 5(A - B) - 1$, ta được kết quả bằng 0. Vậy C là đáp án đúng.

Câu 70. Vì $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$ nên $\log_4 (\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$.

Đáp án A.

Câu 71. Vì $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$. Khi đó $\log_5 x > \log_6 x$. Chọn đáp án D.

Câu 72. Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x = 0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A.

Câu 73. +**Tự luận:**

Ta có: $3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$,

$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = (2^{-4})^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16$.

Chọn : Đáp án D.

Trắc nghiệm: nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 74. +**Tự luận:**

Ta có $\log_{0,5} 13 < \log_{0,5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13} < 3^{\log_{0,5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$.

Chọn : Đáp án B.

+ **Trắc nghiệm:** Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án B đúng.

Câu 75. Ta có $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$

Chọn: Đáp án B.

Câu 76. Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x - m > 0 \Leftrightarrow x > m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$ thì $m \leq -3$ Ta chọn đáp án C.

Câu 77. Thay $m = 2$ vào điều kiện $(3 - x)(x + 2m) > 0$ ta được $(3 - x)(x + 4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 3)$ mà $[-4; 2] \not\subset (-4; 3)$ nên các đáp án B, A, D loại. Ta chọn đáp án đúng là C.

Câu 78. - Thay $m = 2$ vào điều kiện $(m - x)(x - 3m) > 0$ ta được $(2 - x)(x - 6) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6)$ mà $(-5; 4] \not\subset (2; 6)$ nên các đáp án B, A loại.

- Thay $m = -2$ vào điều kiện $(m - x)(x - 3m) > 0$ ta được $(-2 - x)(x + 6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-6; -2)$ mà $(-5; 4] \not\subset (-6; -2)$ nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là D.

Câu 79. +**Tự luận:**

Đặt $-\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}} = m$. Ta có: $\log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}} = 2^{-m} \Leftrightarrow \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}} = 2^{2^{-m}}$.

Ta thấy: $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}, \dots, \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2^{2^{-n}}$.

Do đó ta được: $2^{-m} = 2^{-n} \Leftrightarrow m = n$. Vậy $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. Đáp án B.

+**Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn $n = 3$.

Nhập biểu thức $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng -3 .

Vậy chọn B.

Câu 80. Ta có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7} + \left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11} + \left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25} = 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$$

Suy ra : Đáp án C.

Câu 81.
$$C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$$
$$= \sqrt{\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a^2 b}} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \frac{(\log_a b + 1)}{\log_a b} \left(\frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \left(\sqrt{\log_a b} \right)^3$$

Câu 82. * $\log_a \frac{b}{c} = \log_a \left(\frac{c}{b} \right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left(-\log_a \frac{c}{b} \right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$

* $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_b a = \log_a a = 1$

* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log_a^2 \frac{c}{b} \log_b^2 \frac{a}{c} \log_c^2 \frac{b}{a} = \left(\log_a \frac{b}{c} \cdot \log_b \frac{c}{a} \log_c \frac{a}{b} \right)^2 = 1$$

Chọn : Đáp án A.

Câu 83. Vì $x + y > 0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà $x + y = 3 - x > 0$ nên suy ra $x < 3$ mà x nguyên nên $x = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

+ Nếu $x = 2$ suy ra $y = -1$ nên $x + y = 1$

+ Nếu $x = 1$ thì $y = 1$ nên $x + y = 2$

+ Nếu $x = 0$ thì $y = 3$ nên $x + y = 3$

+ Nhận xét rằng : $x < 2$ thì $x + y > 1$. Vậy $x + y$ nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A.

Câu 84. (*) $\Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a \cdot \log_5 a$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \end{cases}$$

Chọn: Đáp án A.