

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây:

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Xét các mệnh đề

- 1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
2) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
3) Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.
4) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Số mệnh đề đúng là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 3. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ là:

- A. $-2 < m < 2$. B. $-2 < m \leq -1$. C. $-2 \leq m \leq 2$. D. $-2 \leq m \leq 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3		0		$+$

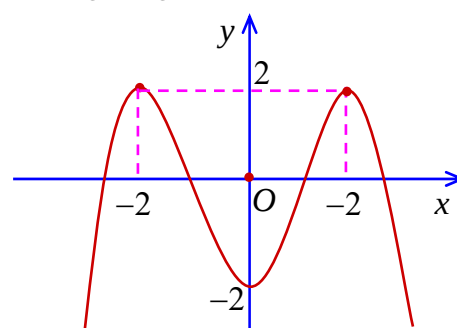
- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(0;3)$ và $(0;+\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 5. Biết $M(1;-6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đó.

- A. $N(-2;11)$.
- B. $N(2;21)$.
- C. $N(-2;21)$.
- D. $N(2;6)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- A. $y = -2$.
- B. $x = 0$.
- C. $M(0;-2)$.
- D. $N(2;2)$.



Câu 7. Hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-3}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.
- B. 0.
- C. 3.
- D. 2.

Câu 8. Trong các hàm số sau đây hàm số nào không có cực trị?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
- B. $y = x^4 - x^2 + 1$.
- C. $y = x^3 + 2$.
- D. $y = -x^4 + 3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

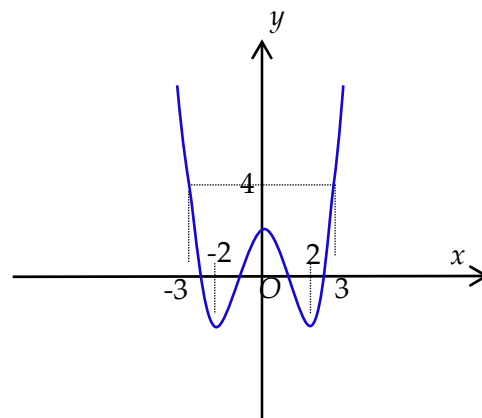
- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2;+\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-2;1)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB.

- A. $E(1;-22)$.
- B. $H(1;-10)$.
- C. $K(0;6)$.
- D. $G(3;54)$.

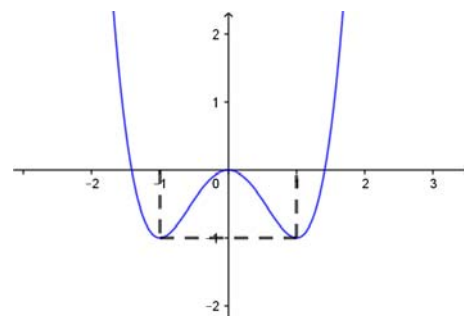
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$ đạt được tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -3$ và $x = 3$. B. $x = -2$.
C. $x = 3$. D. $x = 0$.



Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở bốn phương án A; B; C; D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.



Câu 13. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng $x = 1$ và có tiệm cận ngang $y = 1$

- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x+2}$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$. D. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

Câu 14. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = \frac{2mx-3}{x+m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$?

- A. $m = 2$. B. $m = -2$.
C. $m = 1$. D. Không có giá trị nào của m

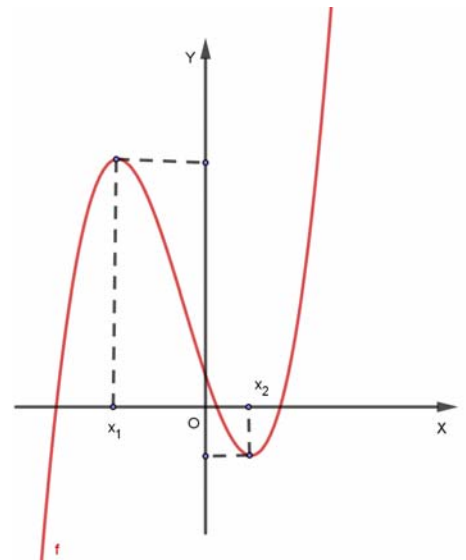
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	-1	$+\infty$	-1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.

- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$.
- C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận có phương trình $x = 1$
- D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận có phương trình $y = -1$.
- Câu 16.** Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ bằng:
 A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 17.** Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$. Giá trị lớn nhất của $x + y$ là
 A. 7. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) đi qua điểm nào?
 A. $M(-5; 2)$. B. $M(0; -1)$. C. $M\left(-4; \frac{7}{2}\right)$ D. $M(-3; 4)$.
- Câu 19.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1?
 A. 65. B. 2280. C. 2520. D. 2802.
- Câu 20.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 A. $-16 < m < 16$. B. $-18 < m < 14$. C. $-14 < m < 18$. D. $-4 < m < 4$.
- Câu 21.** Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ với các trục Ox, Oy . Diện tích tam giác OAB bằng :
 A. $\frac{9}{2}$. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{4}$.
- Câu 22.** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?
 A. $a > 0; d > 0; b < 0; c < 0$.
 B. $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0$.
 C. $a > 0; c > 0; d > 0; b < 0$.
 D. $a > 0; b > 0; d > 0; c < 0$



Câu 23. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê và cứ tăng giá thêm cho mỗi căn hộ 100.000 đồng một tháng thì sẽ có hai căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty sẽ cho thuê căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

- A. 2.225.000 đ.
B. 2.100.000 đ.
C. 2.200.000 đ.
D. 2.250.000 đ.

Câu 24. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1 	$-\infty$	$+\infty$  1

- A.** $y = \frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x-1}{2x+1}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-2}$. **D.** $y = \frac{x+3}{2+x}$

Câu 25. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm.

- A.** $y = \frac{-x+2}{x+1}$.
- B.** $y = \frac{2x-8}{5x+4}$.
- C.** $y = \frac{2x^2+3}{95x-x^2+1}$.
- D.** $y = \frac{-21x-69}{90x-1}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

- A.** $m = -\frac{4}{9}$. **B.** $m = 4; m = -\frac{4}{9}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = \pm 4$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}}$ là

- A.** $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x-3)(x^2-3x+2)^{\sqrt{3}-1}$.
- B.** $\sqrt{3}(2x-3)(x^2-3x+2)^{\sqrt{3}+1}$.
- C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x-3)(x^2-3x+2)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$.
- D.** $\sqrt{3}(2x-3)(x^2-3x+2)^{\sqrt{3}-1}$.

Câu 28. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây *sai* ?

- A.** $\log_a a^\alpha = \alpha$. **B.** $a^{\log_a b} = b$. **C.** $\log_a a = 2a$. **D.** $\log_a 1 = 0$.

- Câu 29.** Cho a là số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$. Viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.
- A. $a^{\frac{7}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{3}}$.
- Câu 30.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (3 - x)^{\frac{1}{4}}$?
- A. $(-\infty, 3)$. B. $(-\infty, -3)$. C. $(3, +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 31.** Cho $c = \log_{15} 3$. Hãy tính $\log_{25} 15$ theo c .
- A. $\frac{1}{2-c}$. B. $\frac{1}{2(c-1)}$. C. $\frac{1}{2(1-c)}$. D. $\frac{1}{2(c+1)}$.
- Câu 32.** Giá trị của biểu thức $A = 8^{\log_2 3} + 9^{\frac{1}{\log_2 3}}$ bằng:
- A. 31. B. 5. C. 11. D. 17.
- Câu 33.** Số đỉnh của hình bát diện đều là:
- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.
- Câu 34.** Tứ diện $OABC$ có $OA = a, OB = b, OC = c$ và đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng:
- A. $\frac{abc}{3}$. B. abc . C. $\frac{abc}{6}$. D. $\frac{abc}{2}$.
- Câu 35.** Một khối chóp có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ và chiều cao bằng $2a$. Diện tích mặt đáy của khối chóp là.
- A. $B = \frac{\sqrt{6}a^2}{2}$ B. $B = \frac{\sqrt{6}a}{2}$ C. $B = \frac{\sqrt{6}a}{4}$ D. $B = \sqrt{6}a$
- Câu 36.** Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD' = 2a$.
- A. $V = a^3$ B. $V = 8a^3$ C. $V = 2\sqrt{2}a^3$ D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$
- Câu 37.** Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm AB , $A'D'$ và CC' chia khối hộp thành hai khối đa diện. Khối chứa đỉnh D có thể tích là V_1 , khối chứa đỉnh B' có thể tích V_2 . Khi đó ta có
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.
- Câu 38.** Cho một tấm tôn hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60 \text{ cm}$. Ta gập tấm tôn theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong sao cho BA trùng với CD để được lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Khối lăng trụ có thể tích lớn nhất khi x bằng bao nhiêu?
- A. $x = 20$. B. $x = 30$. C. $x = 45$ D. $x = 40$.

Câu 39. Cho tứ diện ABCD có các cạnh BA, BC, BD đôi một vuông góc với nhau, BA=3a, BC=BD=2a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Tính thể tích khối chóp C.BDNM

- A. $V = 8a^3$ B. $V = \frac{2}{3}a^3$ C. $V = \frac{3}{2}a^3$ D. $V = a^3$

Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho HB = 2HA. Cạnh SC tạo với đáy 1 góc 60°. Khoảng cách từ trung điểm K của HC đến mặt phẳng (SCD) là

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$ C. $a\sqrt{13}$ D. $\frac{a\sqrt{13}}{8}$

Câu 41. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Thể tích khối chóp S.ABCD bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$ ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; -2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a + b$ bằng

- A. 2. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số -2 biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây.

- A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$. B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.
C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Câu 44. Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 45. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. $0 \leq m < \frac{1}{4}$.

B. $-\frac{1}{4} < m \leq 0$.

C. $0 < m < \frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4} < m < 0$.

Câu 46. Tính tổng $S = \left(C_{100}^1\right)^2 + \left(C_{100}^2\right)^2 + \left(C_{100}^3\right)^2 + \dots + \left(C_{100}^{100}\right)^2$.

A. $S = C_{200}^{100}$.

B. $S = 2^{200} - 1$.

C. $S = C_{200}^{100} - 1$.

D. $S = C_{200}^{100} + 1$.

Câu 47. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$

B. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$

C. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2; 1)$

D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0; 2)$

Câu 48. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. a

C. $a\sqrt{2}$

D. $2a$

Câu 49. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Tính thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 5s$.

B. $t = 6s$.

C. $t = 3s$.

D. $t = 1s$.

Câu 50. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC).

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	A	C	C	B	C	A	A	C	D	A	C	A	C	A	B	B	C	D	D	D	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	C	A	A	C	A	A	C	A	C	C	A	C	D	B	A	C	A	C	C	D	B	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây:

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3x^2 - 4x + 1.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'	+	0	-	0	+	

Dó đó hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Xét các mệnh đề

- 1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- 2) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- 3) Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

4) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Số mệnh đề đúng là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0 \text{ với } \forall x \neq 1$$

Chỉ có mệnh đề 3 là đúng.

Câu 3. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ là:

A. $-2 < m < 2$.

B. $-2 < m \leq -1$.

C. $-2 \leq m \leq 2$.

D. $-2 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+$
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$	
y	$+\infty$				0		3		$+$

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(0; 3)$ và $(0; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Lời giải.

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 5. Biết $M(1; -6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đó.

A. $N(-2; 11)$.

B. $N(2; 21)$.

C. $N(-2; 21)$.

D. $N(2; 6)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} . y' = 6x^2 + 2bx + c$$

Vì $M(1; -6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$ nên

$$\begin{cases} y(1) = -6 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = -9 \\ 2b + c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = -12 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 + 6x - 12; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -6 \\ x = -2 \Rightarrow y = 21 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm cực đại là $N(-2; 21)$.

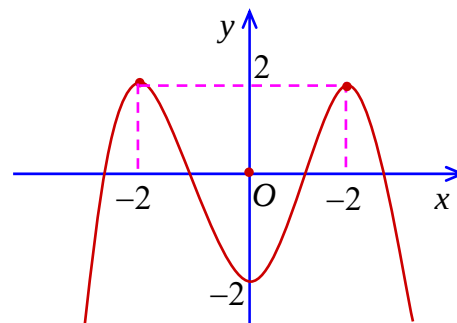
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

A. $y = -2$.

B. $x = 0$.

C. $M(0; -2)$.

D. $N(2; 2)$.



Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $M(0; -2)$.

Câu 7. Hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-3}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\}.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{5}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in D.$$

Hàm số không có cực trị.

Câu 8. Trong các hàm số sau đây hàm số nào không có cực trị?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3.$

B. $y = x^4 - x^2 + 1.$

C. $y = x^3 + 2.$

D. $y = -x^4 + 3.$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = (x^3 + 2)' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số không có cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

$$f'(x) = (x+2)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$

$f(-2)$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB .

- A. $E(1; -22)$. B. $H(1; -10)$. C. $K(0; 6)$. D. $G(3; 54)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có công thức tính nhanh sau: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, nếu hàm số có cực trị thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó là:

$$y = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9a} \right)x + d - \frac{bc}{9a}$$

Thay số $a = 2, b = -6, c = -18, d = 0$

$\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến đi qua 2 điểm cực trị A và B là $y = -16x - 6$.

Ta có $E(1; -22)$ thuộc tiếp tuyến trên.

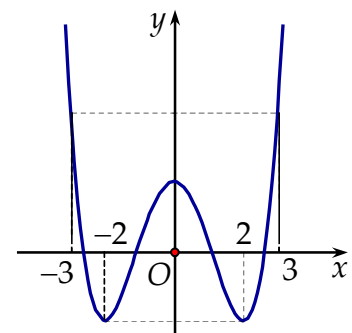
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$ đạt được tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = -3$ và $x = 3$. B. $x = -2$.
C. $x = 3$. D. $x = 0$.

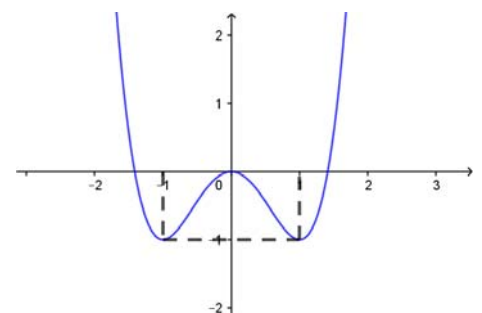
Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị, ta có $\max_{[-2; 3]} y = 4$ tại $x = 3$.



Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở bốn phương án A; B; C; D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.
 C. $y = x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D.

Nhìn dạng đồ thị, ta thấy đây là hàm số trùng phương và $a > 0$;

Đồ thị hàm số qua gốc tọa độ $O(0;0) \Rightarrow c = 0$;

Hàm số có 3 cực trị nên $a.b < 0 \Leftrightarrow b < 0$.

Nên chọn đáp án D.

Câu 13. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng $x = 1$ và có tiệm cận ngang $y = 1$

- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x+2}$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$. D. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị các hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$, $y = x^4 + 3x^2 - 1$ không có tiệm cận.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có tiệm cận đứng $x = -2$ và có tiệm cận ngang $y = 1$

Câu 14. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = \frac{2mx-3}{x+m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$?

- A. $m = 2$. B. $m = -2$.
 C. $m = 1$. D. Không có giá trị nào của m

Lời giải

Chọn C.

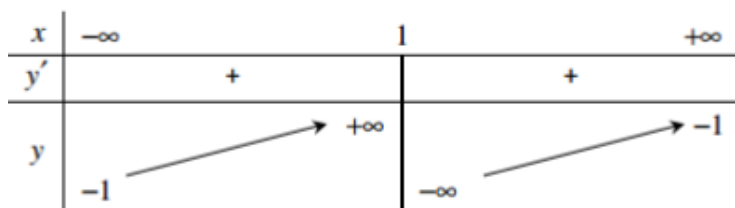
Ta thử đáp án:

Đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{x+2}$ có tiệm cận ngang $y = 4$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{-4x-3}{x-2}$ có tiệm cận ngang $y = -4$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$.
- C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận có phương trình $x = 1$
- D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận có phương trình $y = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = -1$.

Lại có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 1$.

- Câu 16.** Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ bằng:
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn C.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad (1)$$

Vì phương trình (1) có 1 nghiệm nên số giao điểm của hai đồ thị hàm số là 1.

- Câu 17.** Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$. Giá trị lớn nhất của $x + y$ là
- A. 7. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (x + y + 1)^2 &= 4(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})^2 \leq 8(x + y + 1) \Leftrightarrow (x + y)^2 - 6(x + y) - 7 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq x + y \leq 7 \Rightarrow \text{Max}(x + y) = 7. \end{aligned}$$

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) đi qua điểm nào?

- A. $M(-5;2)$. B. $M(0;-1)$. C. $M\left(-4;\frac{7}{2}\right)$ D. $M(-3;4)$.

Lời giải

Chọn D.

Với $x = 0$ thì $y = -1$ nên (C) đi qua điểm $M(0;-1)$.

Câu 19. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1?

- A. 65. B. 2280. C. 2520. D. 2802.

Lời giải

Chọn B

Gọi số có 5 chữ số có dạng $\overline{abcde}$.

Trường hợp 1: $a = 1$ ta có 1 cách chọn a .

và A_7^4 cách chọn 4 chữ số còn lại để được số có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán, suy ra có $1.A_7^4$ cách.

Trường hợp 2: $b = 1$ ta có 1 cách chọn b .

$a \neq 0; a \neq b \Rightarrow a$ có 6 cách chọn và có A_6^3 cách chọn các số còn lại, suy ra có $1.6.A_6^3$ cách.

Trường hợp 3: $c = 1$ tương tự ta có $1.6.A_6^3$ cách.

Vậy có: $A_7^4 + 2.1.6.A_6^3 = 2280$ số.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

- A. $-16 < m < 16$. B. $-18 < m < 14$. C. $-14 < m < 18$. D. $-4 < m < 4$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x - 2 = -m$.

Xét hàm số $y = x^3 - 12x - 2 = f(x)$.

TXĐ: $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = 3x^2 - 12.$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		14		-18		$+\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $-18 < -m < 14 \Leftrightarrow -14 < m < 18$.

Câu 21. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ với các trục Ox, Oy . Diện tích tam giác OAB bằng :

A. $\frac{9}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow A(0; -3) \Rightarrow OA = 3.$$

$$y = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}; 0\right) \Rightarrow OB = \frac{3}{2}.$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{9}{4}.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $a > 0; d > 0; b < 0; c < 0$.

B. $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0$.

C. $a > 0; c > 0; d > 0; b < 0$.

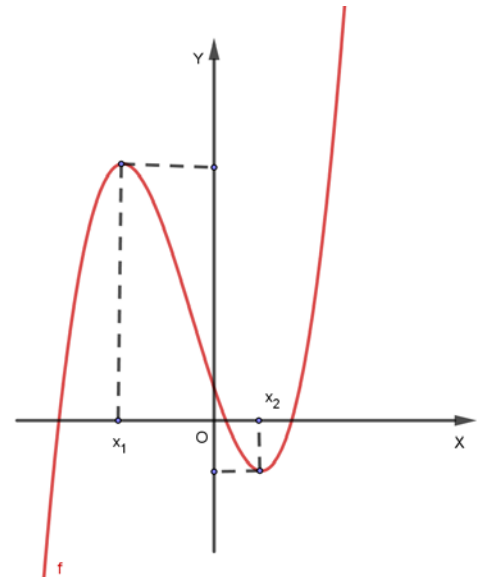
D. $a > 0; b > 0; d > 0; c < 0$

Lời giải

Chọn D

Ta có : $a > 0 \Rightarrow$ Loại B, C.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c ; y' = 0 \text{ có hai nghiệm trái dấu nên}$$



$$c < 0 .$$

$$y' = 0 \text{ có hai nghiệm } x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow b > 0 .$$

$$x = 0 \Rightarrow y = d > 0 .$$

Câu 23. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê và cứ tăng giá thêm cho mỗi căn hộ 100.000 đồng một tháng thì sẽ có hai căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty sẽ cho thuê căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

A. 2.225.000 đ.

B. 2.100.000 đ.

C. 2.200.000 đ.

D. 2.250.000 đ

Lời giải

Chọn D

Gọi x ($x > 0$) là số tiền tăng thêm khi cho thuê một căn hộ trong một tháng.

Cứ tăng 100.000 đồng thì có 2 căn hộ bỏ trống

Nên khi tăng x đồng sẽ có $\frac{2x}{100000} = \frac{x}{50000}$ căn hộ bị bỏ trống

Khi đó số tiền thu nhập hàng tháng được tính như sau $S = (2000000 + x) \left(50 - \frac{x}{50000} \right)$ đồng.

Áp dụng BĐT Cauchy $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$ cho hai số $(2 \cdot 10^6 + x)$, $(25 \cdot 10^5 - x)$ ta được

$$S = \frac{1}{5 \cdot 10^4} (2 \cdot 10^6 + x) (25 \cdot 10^5 - x) \leq \frac{1}{5 \cdot 10^4} \cdot \frac{(2 \cdot 10^6 + x + 25 \cdot 10^5 - x)^2}{4} = 101250000 \text{ đồng}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 2 \cdot 10^6 + x = 25 \cdot 10^5 - x \Leftrightarrow x = 250000 \text{ đồng}$$

Vậy số tiền hàng tháng cần cho thuê một căn hộ là $2.000.000 + 250.000 = 2.250.000$ đồng.

Câu 24. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	1		1

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+3}{2+x}$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT ta nhận xét, hàm số có (TCD): $x=2$ và (TCN): $y=1$ nên chỉ có đáp án C là phù hợp.

Câu 25. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm.

A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-8}{5x+4}$.

C. $y = \frac{2x^2+3}{95x-x^2+1}$.

D. $y = \frac{-21x-69}{90x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Cho $y=0 \Rightarrow \frac{-21x-69}{90x-1}=0 \Leftrightarrow x=-\frac{23}{7}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. $m = -\frac{4}{9}$.

B. $m = 4; m = -\frac{4}{9}$.

C. $m = 4$.

D. $m = \pm 4$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x^2 = t, t \geq 0$. Để (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng thì phương trình

$t^2 - 2(m+1)t^2 + 2m+1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 ($t_1 > t_2$) thỏa mãn dãy

$-\sqrt{t_1}, -\sqrt{t_2}, \sqrt{t_2}, \sqrt{t_1}$ là cấp số cộng, tức là $\sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} = \sqrt{t_2} - (-\sqrt{t_2})$. Vậy $t_1 = 9t_2$

Ta có $t^2 - 2(m+1)t^2 + 2m+1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2m+1 \end{cases}$. (ĐK: $m \neq 0$).

TH1: $1 = 9(2m+1) \Leftrightarrow m = -\frac{4}{9}$.

TH2: $2m + 1 = 9 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x - 3)(x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}-1}$.

B. $\sqrt{3}(2x - 3)(x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}+1}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x - 3)(x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$.

D. $\sqrt{3}(2x - 3)(x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}-1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = (x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}} \Rightarrow y' = \sqrt{3}(x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}-1}(x^2 - 3x + 2)'$.

$\Rightarrow y' = \sqrt{3}(2x - 3)(x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{3}-1}$.

Câu 28. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây *sai* ?

A. $\log_a a^\alpha = \alpha$.

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_a a = 2a$.

D. $\log_a 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a a = 1$ nên khẳng định $\log_a a = 2a$ là SAI.

Câu 29. Cho a là số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$. Viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

A. $a^{\frac{7}{6}}$.

B. $a^{\frac{7}{3}}$.

C. $a^{\frac{5}{3}}$.

D. $a^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 30. Tìm tập xác định của hàm số $y = (3 - x)^{\frac{1}{4}}$?

A. $(-\infty, 3)$.

B. $(-\infty, -3)$.

C. $(3, +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số xác định khi $3 - x < 0 \Leftrightarrow x < 3$. Suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty, 3)$.

Câu 31. Cho $c = \log_{15} 3$. Hãy tính $\log_{25} 15$ theo c .

- A. $\frac{1}{2-c}$. B. $\frac{1}{2(c-1)}$. C. $\frac{1}{2(1-c)}$. D. $\frac{1}{2(c+1)}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Từ giả thiết $c = \log_{15} 3 \Rightarrow c = \frac{1}{\log_3 15} = \frac{1}{1 + \log_3 5} \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{c} - 1 = \frac{1-c}{c}$.

Ta có $\log_{25} 15 = \log_{25} 3 + \log_{25} 5 = \frac{1}{2\log_3 5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1-c}{c}} + \frac{1}{2} = \frac{c}{2(1-c)} + \frac{1}{2} = \frac{c+1-c}{2(1-c)} = \frac{1}{2(1-c)}$.

Cách 2 (casio): Sử dụng MTCT: Nhập $\log_{15} 3$ vào máy tính, bấm SHIFT STO C.

Nhập vào máy tính: $\log_{25} 15 - \frac{1}{2-C}$, nếu KQ $\neq 0$, suy ra A sai. Chuyển sang các đáp án khác thì chỉ có phương án C cho kết quả bằng 0.

Câu 32. Giá trị của biểu thức $A = 8^{\log_2 3} + 9^{\frac{1}{\log_2 3}}$ bằng:

- A. 31. B. 5. C. 11. D. 17.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: $A = 8^{\log_2 3} + 9^{\frac{1}{\log_2 3}} = (2^{\log_2 3})^3 + 9^{\log_3 2} = 3^3 + (3^{\log_3 2})^2 = 27 + 4 = 31$.

Cách 2: Bấm MTCT.

Câu 33. Số đỉnh của hình bát diện đều là:

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Câu 34. Tứ diện $OABC$ có $OA = a, OB = b, OC = c$ và đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng:

- A. $\frac{abc}{3}$. B. abc . C. $\frac{abc}{6}$. D. $\frac{abc}{2}$.

Lời giải.

Chọn C

$$V_{OABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{\triangle OBC} = \frac{abc}{6}.$$

Câu 35. Một khối chóp có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ và chiều cao bằng $2a$. Diện tích mặt đáy của khối chóp là.

- A. $B = \frac{\sqrt{6}a^2}{2}$ B. $B = \frac{\sqrt{6}a}{2}$ C. $B = \frac{\sqrt{6}a}{4}$ D. $B = \sqrt{6}a$

Lời giải

Chọn A.

Công Thức tính thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3}B.h \Rightarrow B = \frac{3V}{h} = \frac{3a^3\sqrt{6}}{3.2a} = \frac{a^2\sqrt{6}}{2}$

Hoặc có thể làm phương pháp loại trừ: Thể tích chứa a^3 , chiều cao chứa a suy ra diện tích chứa a^2 .

Câu 36. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD' = 2a$.

- A. $V = a^3$ B. $V = 8a^3$ C. $V = 2\sqrt{2}a^3$ D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$

Lời giải

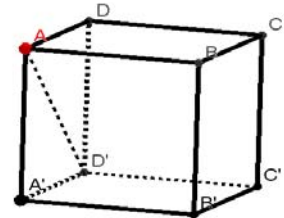
Chọn C.

Ta có

$$4a^2 = AD'^2 = 2AD^2$$

$$\Rightarrow AD = a\sqrt{2}$$

$$\text{Thể tích } V = AD^3 = 2\sqrt{2}a^3$$

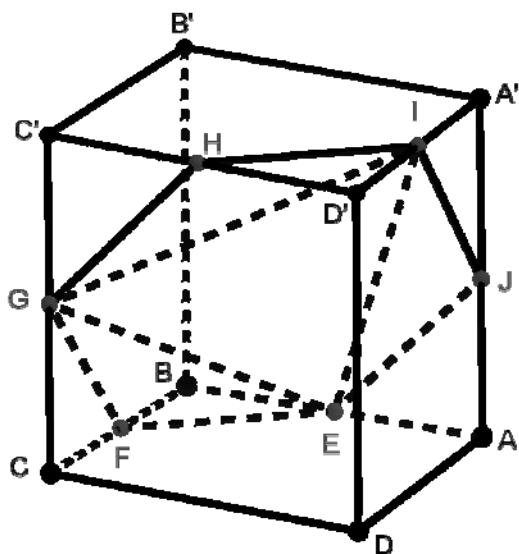


Câu 37. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm AB , $A'D'$ và CC' chia khối hộp thành hai khối đa diện. Khối chứa đỉnh D có thể tích là V_1 , khối chứa đỉnh B' có thể tích V_2 . Khi đó ta có

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của $AB, BC, CC', C'D', A'D', AA'$

Suy ra $(P) \equiv (EFGHIJ)$

Từ hình suy ra $\frac{V_1}{V_2} = 1$

Câu 38. Cho một tấm tôn hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60 \text{ cm}$. Ta gập tấm tôn theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong sao cho BA trùng với CD để được lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Khối lăng trụ có thể tích lớn nhất khi x bằng bao nhiêu?

A. $x = 20$.

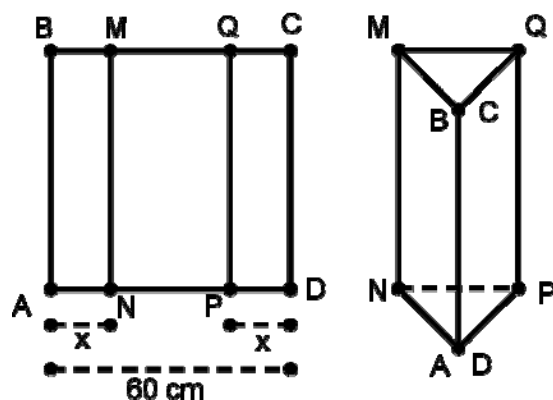
B. $x = 30$.

C. $x = 45$

D. $x = 40$.

Lời giải

Chọn A.



$$NP = 60 - 2x, (x < 30)$$

Vậy $x = 20$ thỏa đề

Câu 39. Cho tứ diện ABCD có các cạnh BA, BC, BD đôi một vuông góc với nhau, BA=3a, BC=BD=2a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Tính thể tích khối chóp C.BDNM

- A. $V = 8a^3$ B. $V = \frac{2}{3}a^3$ C. $V = \frac{3}{2}a^3$ D. $V = a^3$

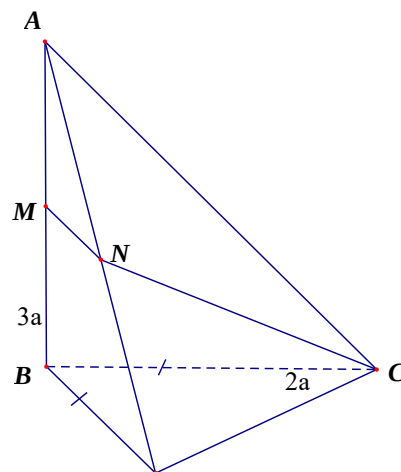
Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{ABCD} = V_{AMNC} + V_{C.BDNM}$

$$\frac{V_{AMNC}}{V_{ABCD}} = \frac{AM \cdot AN}{AB \cdot AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AMNC} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

$$\text{Suy ra } V_{C.BDNM} = \frac{3}{4} V_{ABCD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot 12a^3 = \frac{3}{2} a^3$$



Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho HB = 2HA. Cạnh SC tạo với đáy 1 góc 60°. khoảng cách từ trung điểm k của HC đến mặt phẳng (SCD) là

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$ C. $a\sqrt{13}$ D. $\frac{a\sqrt{13}}{8}$

Lời giải

Chọn D

Ta có

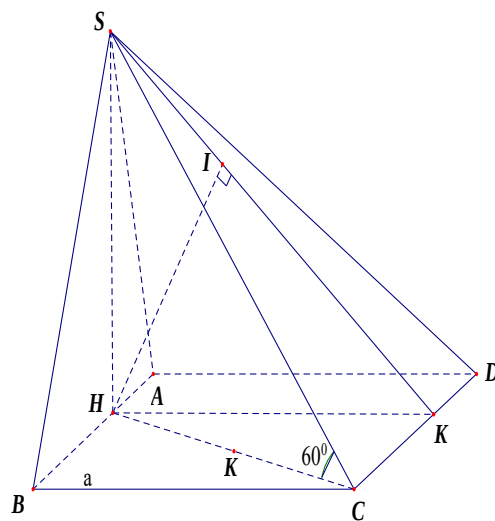
$$\frac{d(K, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{KC}{HC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(K, (SCD)) = \frac{1}{2} d(H, (SCD))$$

$$\text{Trong } \triangle BHC \text{ có } HC = \frac{a\sqrt{13}}{3}$$

$$\text{Trong } \triangle SHC \text{ có } \tan 60^\circ = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{39}}{3}$$

Vẽ $HK \perp CD$ và $SH \perp CD$, suy ra $CD \perp (SHK)$

Trong (SHK) vẽ $HI \perp SH$, ta có:



$$\left. \begin{array}{l} (SCD) \perp (SHK) \\ (SCD) \cap (SHK) = SH \end{array} \right\} \Rightarrow HI \perp (SCD)$$

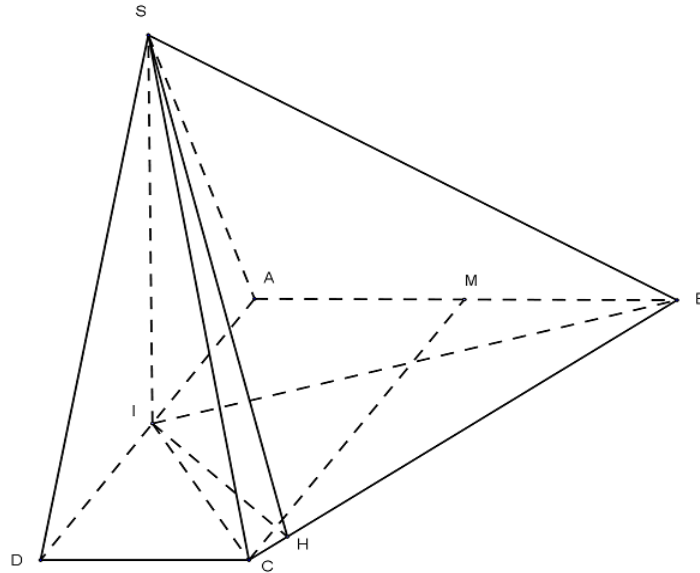
$$\Rightarrow d(H, (SCD)) = HI$$

$$\text{Có } HI = \frac{HS \cdot HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{13}}{4}. \text{ Vậy } d(K, (SCD)) = \frac{a\sqrt{13}}{8}$$

- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng
- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Lời giải

Chọn B.



Do (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D nên $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{3a \cdot 2a}{2} = 3a^2$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SI = \frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}}{3a^2} = \frac{3a\sqrt{15}}{5}.$$

Do I là trung điểm AD nên $AI = ID = a$.

Gọi M là trung điểm BC . Khi đó, tứ giác $ADCM$ là hình chữ nhật nên $CM \perp AB$.

Trong tam giác vuông CMB , ta có $CB = \sqrt{CM^2 + MB^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.

Từ I kẻ $IH \perp BC$, khi đó $\widehat{((SBC), (ABCD))} = \widehat{SHI}$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle IBC} = \frac{1}{2} \cdot IH \cdot BC \Rightarrow IH = \frac{2S_{\triangle IBC}}{BC} = \frac{2(S_{ABCD} - S_{IDC} - S_{IAB})}{BC} = \frac{2\left(3a^2 - \frac{a^2}{2} - a^2\right)}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SIH, \text{ ta có } \tan \widehat{SHI} = \frac{SI}{IH} = \frac{\frac{3a\sqrt{15}}{5}}{\frac{3a}{\sqrt{5}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SHI} = 60^\circ.$$

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$ ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; -2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a + b$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Điểm $M(1; -2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $\frac{b+1}{a-2} = -2 \Rightarrow 2a + b = 3$ (1).

Ta có $y = \frac{x+b}{ax-2} \Rightarrow y' = \frac{-2-ab}{(ax-2)^2}$ (khác 0 do giả thiết của a, b).

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(1; -2)$ là $y'(1) = \frac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng d nên ta có $\frac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3$ (2).

Thay $b = 3 - 2a$ vào phương trình (2) ta có

$$\frac{-2 - a(3 - 2a)}{(a - 2)^2} = -3 \Rightarrow -2 - 3a + 2a^2 = -3a^2 + 12a - 12 \Leftrightarrow 5a^2 - 15a + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}.$$

Với $a = 1 \Rightarrow b = 3 - 2 = 1$.

Với $a = 2 \Leftarrow b = 3 - 4 = -1$ (loại).

Vậy $a = b = 1 \Rightarrow a + b = 2$.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số -2 biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây.

A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.

B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.

Giả sử $V_{(O;-2)}((C)) = (C')$, trong đó (C') có tâm I' và bán kính R' .

Khi đó $V_{(O;-2)}(I) = I'$ và $R' = |-2|R = 4$.

Ta có:

$$V_{(O;-2)}(I) = I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'} = -2 \\ y_{I'} = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2;-4).$$

Vậy phương trình $(C') : (x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 44. Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là.

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = \frac{-3}{2} < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}.$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 45. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. $0 \leq m < \frac{1}{4}$.

B. $-\frac{1}{4} < m \leq 0$.

C. $0 < m < \frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4} < m < 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0 (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos^2 x - \cos x + m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \cos^2 x - \cos x + m = 0 \end{cases}$$

(*) luôn có 1 nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$ thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Thử $m = 0$, ta được $\cos^2 x - \cos x = 0$.

$$pt \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

$\Rightarrow$ (*) có thêm nghiệm $x = \frac{3\pi}{2}; 2\pi$ trong đoạn $[0; 2\pi]$.

$\Rightarrow$ Loại đáp án A, B.

Thử đáp án C, ta chọn $m = \frac{1}{5}$, ta được $\cos^2 x - \cos x + \frac{1}{5} = 0$.

$$pt \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x + \frac{1}{5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{5 + \sqrt{5}}{10} \\ \cos x = \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \arccos \frac{5 + \sqrt{5}}{10} + k2\pi \\ x = \pm \arccos \frac{5 - \sqrt{5}}{10} + k2\pi \end{cases}$$

$\Rightarrow$ (*) có thêm 4 nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$.

Vậy $0 < m < \frac{1}{4}$ thì pt có 5 nghiệm phân biệt trong đoạn $[0; 2\pi]$.

Câu 46. Tính tổng $S = (C_{100}^1)^2 + (C_{100}^2)^2 + (C_{100}^3)^2 + \dots + (C_{100}^{100})^2$.

A. $S = C_{200}^{100}$.

B. $S = 2^{200} - 1$.

C. $S = C_{200}^{100} - 1.$

D. $S = C_{200}^{100} + 1.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $(1+x)^{2n} = (1+x)^n (1+x)^n, \forall x$ (1)

Mà: $(1+x)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k x^k$

Trong khai triển hệ số của x^n là C_{2n}^n . (2)

Mặt khác:

$$\begin{aligned} (1+x)^n (1+x)^n &= (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) \\ \Leftrightarrow (1+x)^n (1+x)^n &= (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) (C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n) \end{aligned}$$

Hệ số của x^n trong khai triển tích là $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + (C_n^3)^2 + \dots + (C_n^n)^2$ (3)

Từ (1) (2) (3), ta được :

$$\begin{aligned} C_{2n}^n &= (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + (C_n^3)^2 + \dots + (C_n^n)^2 \\ \Leftrightarrow C_{2n}^n - 1 &= (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + (C_n^3)^2 + \dots + (C_n^n)^2 \end{aligned}$$

Với $n = 100$, ta được kết quả: $C_{200}^{100} - 1 = (C_{100}^1)^2 + (C_{100}^2)^2 + (C_{100}^3)^2 + \dots + (C_{100}^{100})^2$

Vậy $S = C_{200}^{100} - 1$

Câu 47. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng (-1;1)
- B. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng (-2;0)
- C. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng (-2;1)
- D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng (0;2)

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + x + 1$ liên tục trên R và $f(0) = 1; f(1) = -1; f(2) = 15$ vậy Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng (0;2).

Câu 48. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SA=a. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. *a*

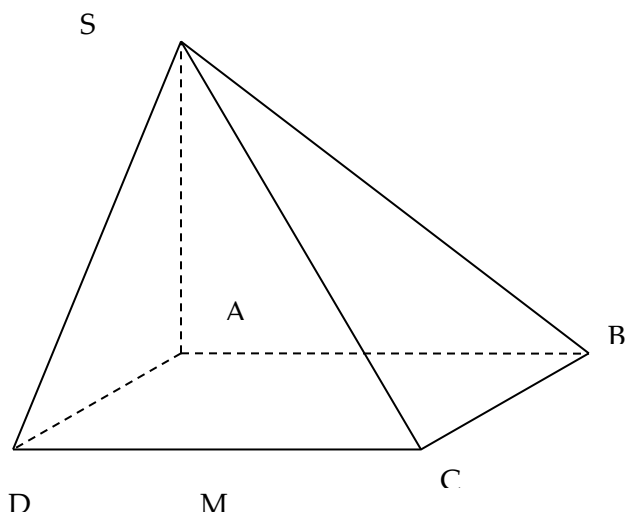
C. $a\sqrt{2}$

D. 2a

Lời giải

Chọn B

Vì $MD \parallel AB$ nên $MD \parallel (SAB)$ vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) và bằng $DA = a$



Câu 49. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Tính thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 5s$.

B. $t = 6s$.

C. $t = 3s$.

D. $t = 1s$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S' = v = -6t^2 + 36t + 2 = -6(t^2 - 6t + 9) + 56 = -6(t - 3)^2 + 56 \leq 56$.

Vận tốc v của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng 56 m/s khi $t = 3\text{ s}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD . Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) .

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

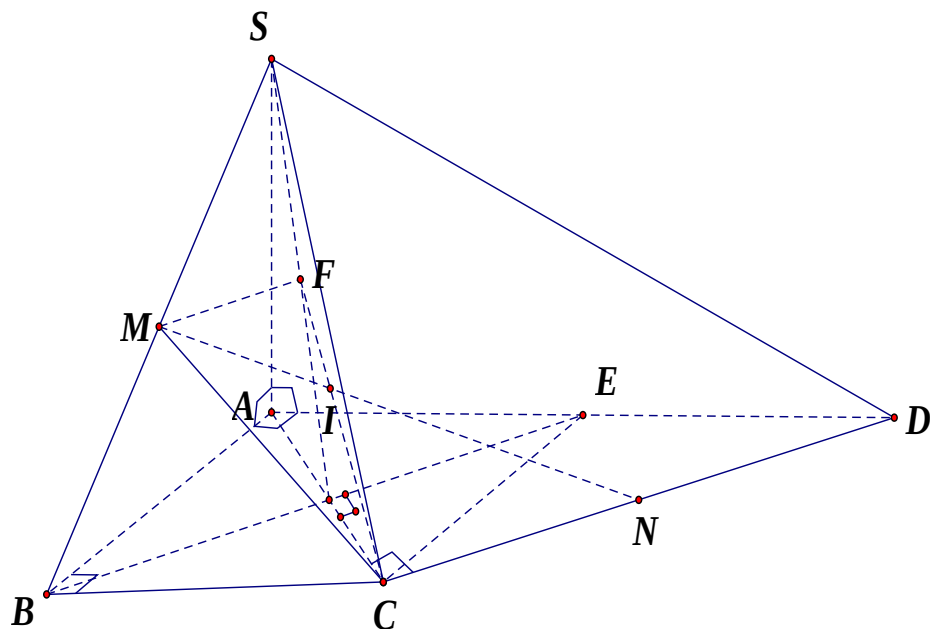
B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

C. $\frac{\sqrt{55}}{10}$

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Lời giải

Chọn C



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, SO với O là giao của AC và BE .

Ta có : tứ giác $ABCE$ là hình vuông và tam giác ACD có CE là trung tuyến và

$CE = \frac{1}{2}AB$ nên tam giác ACD là tam giác vuông $AC \perp CD$ lại có

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$ do đó $CD \perp (SAC)$ hay hình chiếu của điểm N lên mặt phẳng (SAC) là C .

Mặt khác, M, F lần lượt là trung điểm của SB, SO nên MF là đường trung bình của tam giác $SBO \Rightarrow MF \parallel BO$ hay $MF \parallel BE \parallel CD$ do đó $MF \parallel CD \perp (SAC)$ hay hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (SAC) là F .

Vậy góc giữa MN và (SAC) là góc giữa MN và CF là góc $\angle CIN$.

Khi đó: $\cos \angle CIN = \frac{CI}{IN}$ trong đó: $AC = CD = a\sqrt{2}, OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SAO có:

$$\cos \angle SOA = \frac{AO}{SO} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \angle FOC = -\cos \angle SOA = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Và } SO = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow FO = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Lại có: } FC^2 = FO^2 + OC^2 - 2.FO.OC.\cos \angle FOC = \frac{3a^2}{8} + \frac{a^2}{2} - 2.\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.(-\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{11a^2}{8}$$

$$\Rightarrow FC = \frac{a\sqrt{22}}{4}$$

$$\text{Mặt khác, } \frac{MF}{CN} = \frac{FI}{IC} = \frac{MI}{IN} = \frac{MF}{BO} = \frac{1}{2} \Rightarrow FI = \frac{1}{2}IC = \frac{1}{3}FC = \frac{a\sqrt{22}}{12}; IC = \frac{a\sqrt{22}}{6}$$

$$\text{Xét tam giác } ICN \text{ có: } IN = \sqrt{IC^2 + CN^2} = \sqrt{\frac{11a^2}{18} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \cos \angle CIN = \frac{CI}{IN} = \frac{\frac{a\sqrt{22}}{6}}{\frac{a\sqrt{10}}{3}} = \frac{\sqrt{55}}{10}$$