

Mã đề 001

Câu 1. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. C. $y = \log_{\frac{3}{\pi}} x$. D. $y = x^4 + 4x^2$.

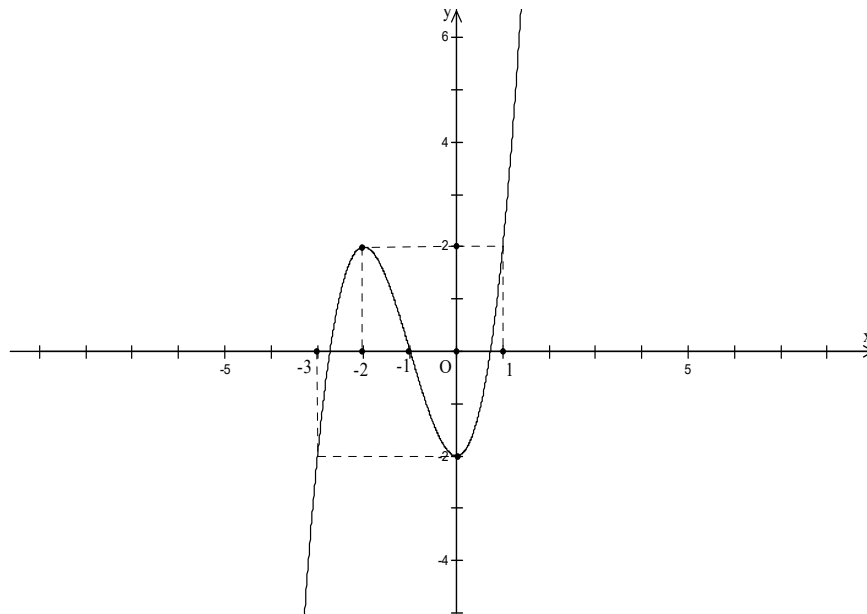
Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$, môđun của số phức $w = z+1+i$.

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. D. $(-\infty; 1), (1; +\infty)$.

Câu 4. Đồ thị như hình vẽ là đồ thị hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$ B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$
C. $y = x^3 + x - 2$ D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 5. Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 2016$ là

- A. $y_{CT} = -2014$. B. $y_{CT} = -2016$. C. $y_{CT} = -2018$. D. $y_{CT} = -2020$.

Câu 6. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - e^x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = 6 - e^2 + e$. B. $V = 6 - e^2 - e$. C. $V = \pi(6 - e^2 - e)$. D. $V = \pi(6 - e^2 + e)$.

Câu 7. Trong không gian $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\overrightarrow{OI} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 9 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm

$$A(2;1;3), B(1;-2;1) \text{ và song song với đường thẳng } d : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}.$$

- A. $(P): 10x - 4y - z - 19 = 0$. B. $(P): 10x - 4y + z - 19 = 0$.
C. $(P): 10x - 4y - z + 19 = 0$. D. $(P): 10x + 4y + z - 19 = 0$.

Câu 9. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:

- A. $1 < x < 2$. B. $2 < x < 3$. C. $2 < x < 5$. D. $-4 < x < 3$.

Câu 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos^3 x - 3\cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$

- A. $-\frac{11}{8}$. B. 0. C. -2. D. $-\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

Câu 11. Tìm m nhỏ nhất để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 2.

Câu 12. Cho $a; b > 0; ab \neq 1$ và thỏa mãn $\log_{ab} a = 2$ thì giá trị của $\log_{ab} \sqrt{\frac{a}{b}}$ bằng :

- A. 1. B. $\frac{3}{4}$. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 13. Số $p = 2^{2017}$ viết trong hệ thập phân, số đó có bao nhiêu chữ số?

- A. 2016 chữ số. B. 607 chữ số. C. 608 chữ số. D. 2017 chữ số.

Câu 14. Trong không gian Oxyz, cho 2 mặt phẳng (P) : $x - y + 4z - 2 = 0$ và (Q) : $2x - 2z + 7 = 0$. Góc giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 15. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) $3x - y + z - 4 = 0$. mp (α) cắt mặt cầu (S) tâm I(1;-3;3) theo giao tuyến là đường tròn tâm H(2;0;1), bán kính $r = 2$. Phương trình (S) là:

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 18$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18$.
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 16. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Diện tích toàn phần của khối trụ là:

- A. $a^2\pi\sqrt{3}$. B. $\frac{27\pi a^2}{2}$. C. $\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{13a^2\pi}{6}$.

Câu 17. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = z$. Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ và tiếp xúc với (S) có phương trình là:

- A. $2x - 2y - 3\sqrt{8} + 6 = 0$ và $2x - 2y - 3\sqrt{8} - 6 = 0$.

B. $2x - 2y + 3\sqrt{8} - 6 = 0$ và $2x - 2y - 3\sqrt{8} - 6 = 0$.

C. $2x - 2y + z + 2 = 0$ và $2x - 2y + z - 16 = 0$.

D. $2x + 2y - z + 2 = 0$ và $2x + 2y - z - 16 = 0$.

Câu 18. Hàm số $F(x) = ax^3 + bx^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ Khi đó $b^2 - 8a$ bằng

A. -17.

B. -39.

C. 1.

D. 17

Câu 19. Cho khối tứ diện OABC với OA,OB,OC vuông góc từng đôi một và OA = a, OB = 2a, OC = 3a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC. Thể tích của khối tứ diện OCMN tính theo a bằng:

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. a^3 .

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 20. Cho khối tứ diện OABC với OA, OB, OC từng đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 21. Cho $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 2017; \int_2^6 f(x)dx = 2016$

Khi đó giá trị của $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$ là

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. -1.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mp $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là:

A. $-4x - 3y + 2z + 3 = 0$.

B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 3y + z + 3 = 0$.

D. $-4x + 5y - 2z - 5 = 0$.

Câu 23. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt có tung độ lần lượt là y_1, y_2 . $y_1 + y_2$ bằng

A. $y_1 + y_2 = -4$.

B. $y_1 + y_2 = 2$.

C. $y_1 + y_2 = 4$.

D. $y_1 + y_2 = -2$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = 2 + 2i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{3i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

A. $S_{\triangle OMM'} = 4$.

B. $S_{\triangle OMM'} = 6$.

C. $S_{\triangle OMM'} = 3$.

D. $S_{\triangle OMM'} = \frac{15}{2}$.

Câu 25. Một khối chóp tam giác đều có cạnh đáy là a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp đó

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 26. Tổng diện tích các mặt của một khối lập phương là $54cm^2$. Tính thể tích của khối lập phương đó.

A. $9cm^3$.

B. $27cm^3$.

C. $81cm^3$.

D. $18cm^3$.

Câu 27. Biết tích phân $\int_0^1 (x-3)e^x dx = a + be$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm tổng $a + b$.

A. $a + b = 1$.

B. $a + b = 25$.

C. $a + b = 4 - 3e$.

D. $a + b = -1$.

Câu 28. Cho số phức z có phần ảo bằng 164 và với số nguyên dương n thỏa mãn $\frac{z}{z+n} = 4i$.

Tìm n ?

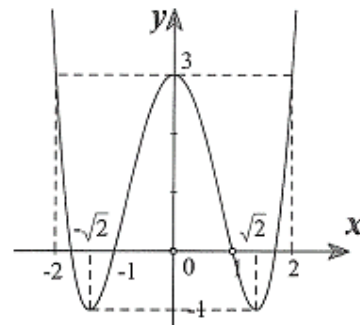
- A. $n = 679$. B. $n = -656$. C. $n = 697$. D. $n = 656$.

Câu 29. Tìm c biết a, b và c là các số nguyên dương thỏa mãn $c = (a + bi)^3 - 107i$.

- A. $c = 198$. B. $c = 189$. C. $c = 198$ hoặc $c = -198$. D. $c = -198$.

Câu 30. Đường thẳng d đi qua $H(3; -1; 0)$ và vuông góc với (Oxz) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 \\ z = 0 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$



Câu 31. Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

- A. $y = (x^2 + 2)^2 - 1$. B. $y = (x^2 - 2)^2 - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

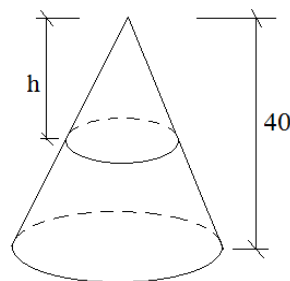
Câu 32. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 1$. Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số trên. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị bằng

- A. $\frac{35}{9}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{-35}{9}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$. Giá trị của tham số m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(-1; \sqrt{2})$ là

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = \sqrt{2}$.

Câu 34. Một vật N_1 có dạng hình nón có chiều cao bằng 40cm. Người ta cắt vật N_1 bằng một mặt cắt song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ N_2 có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích N_1 . Tính chiều cao h của hình nón N_2 ?



- A. 5 cm. B. 10 cm. C. 20 cm. D. 40 cm.

Câu 35. Đường thẳng $y = ax + b$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{1+2x}$ tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt bằng -1 và 0. Lúc đó giá trị của a và b là:

- A. $a = 1$ và $b = 2$. B. $a = 4$ và $b = 1$.
C. $a = -2$ và $b = 1$. D. $a = -3$ và $b = 2$.

Câu 36. Phương trình $\log_4 \frac{x^2}{4} - 2\log_4 (2x)^4 + m^2 = 0$ có một nghiệm $x = -2$ thì giá trị của m là:

- A. $m = \pm 6$. B. $m = \pm \sqrt{6}$. C. $m = \pm 8$. D. $m = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 37. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$ là:

A. $I = x + \ln|x| + C.$

B. $I = e^x + 1 - \ln(e^x + 1) + C.$

C. $I = x - \ln|x| + C.$

D. $I = e^x + \ln(e^x + 1) + C.$

Câu 38. Cho tích phân $I = \int_0^a 7^{x-1} \cdot \ln 7 dx = \frac{7^{2a} - 13}{42}$. Khi đó, giá trị của a bằng:

A. $a = 1.$

B. $a = 2.$

C. $a = 3.$

D. $a = 4.$

Câu 39. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3\sqrt{x} - x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$. Tính diện tích hình (H).

A. $\frac{57}{5}.$

B. $\frac{13}{2}.$

C. $4.$

D. $\frac{25}{4}.$

Câu 40. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng

$(P): x + y - z - 1 = 0$. Có tất cả bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$.

A. Vô số điểm.

B. Một.

C. Hai.

D. Ba.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên khoảng xác định

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		-	+	-
y	3	$+\infty$	3	3	$+\infty$

Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

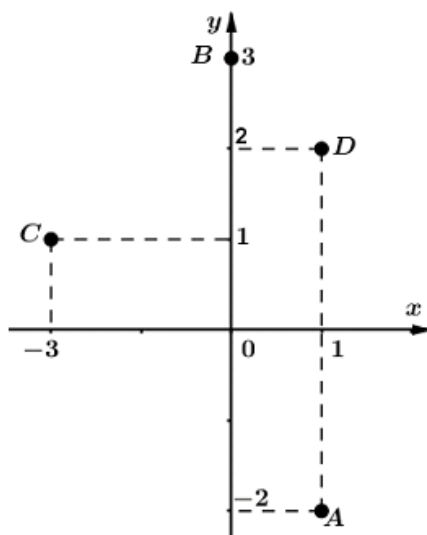
A. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng vẫn đạt giá trị cực đại tại $x = 0$.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x = -1$, $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -3$, $y = 3$.

Câu 42. các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là A, B, C, D (như hình vẽ). Tính $P = |z_1 + z_2 + z_3 + z_4|$



A. $P = 2$.

B. $P = \sqrt{5}$.

C. $P = 3$.

D. $P = \sqrt{17}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng đi qua A , trọng tâm G của tam giác SBC và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tỷ số $\frac{V_{SAMND}}{V_{SABCD}}$ là

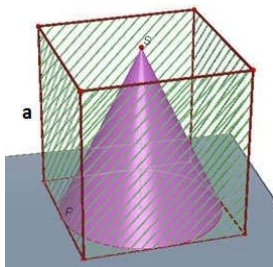
A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 44. Một hình nón được đặt bên trong hình lập phương (như hình vẽ). Hãy tính tỉ lệ nón và hình lập phương: $\frac{V_n}{V_{lp}}$



A. 0,541.

B. 0,413.

C. 0,262.

D. 0,654.

Câu 45. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \tan^2 x dx = \frac{\pi}{a} - \ln \sqrt{b} - \frac{\pi^2}{32}$ khi đó tổng $a + b$ bằng

A. 4.

B. 8.

C. 10.

D. 6.

Câu 46. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 4t^3 - \frac{t^4}{2}$ (người). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Câu 47. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng :

A. $(0; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 48. Với các giá trị nào của m thì đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại 3 điểm phân biệt?

A. $-2 < m < 0$.

B. $0 < m < 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $m < -2 \vee m > 2$.

Câu 49. Phương trình $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 50. Người ta đặt được vào một hình nón hai khối cầu có bán kính lần lượt là $1dm$ và $2dm$ sao cho các khối cầu đều tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón, hai khối cầu tiếp xúc với nhau và khối cầu lớn tiếp xúc với đáy của hình nón. Bán kính đáy của hình nón đã cho là:

A. $\frac{8}{3}dm$.

B. $\sqrt{2}dm$.

C. $2\sqrt{2}dm$.

D. $\frac{4}{3}dm$.

Hết.

ĐÁP ÁN – TÓM TẮT CÁCH GIẢI

Câu 1. Xét cơ số $\sqrt{2} > 1; \frac{1}{2} < 1; \frac{3}{\pi} < 1$ chỉ có $y = \log_{\sqrt{2}} x$ đồng biến $(0; +\infty)$. **Chọn B**

Câu 2. $z = 3 + 2i$, $w = 4 + 3i$, **Chọn A**

Câu 5. $y = -x^3 + 3x - 2016 \Rightarrow y' = -3x^2 + 2, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

lập bảng biến thiên suy ra $y_{CT} = -2018$ **Chọn C**

Câu 6. $V = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx = \pi (2x^2 - e^x) \Big|_1^2 = \pi (6 - e^2 + e)$ **Đáp án D**

Câu 7.

$$\vec{OI} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow I(2; 3; -2)$$

Tâm của mặt cầu: $I(2; 3; -2)$

$$\text{Bán kính của mặt cầu: } R = d(I, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) - 9|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{3} = 3$$

Vậy, phương trình mặt cầu (S) là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$$
 Đáp án D

Câu 8:

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 1; 3), B(1; -2; 1)$, song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$

nên (P) Có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = [\vec{AB}; \vec{u}_d] = (10; -4; 1)$

(P): $10x - 4y + z - 19 = 0$ **Đáp án B**

Câu 9. ĐK: $2 < x < 5$

$$\log_2(x + 1) - 2\log_4(5 - x) < 1 - \log_2(x - 2) \Leftrightarrow x^2 + x - 12 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 3$$

Kết hợp đk nghiệm của bất phương trình $2 < x < 3$ **Chọn B**

Câu 10. Đặt $t = \cos x$ với $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

$$y = t^3 - 3t \Rightarrow y' = 3t^2 - 3 < 0 \Rightarrow y = f(x) = \cos^3 x - 3\cos x \geq -2. \text{ **Chọn C**}$$

Câu 11. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 1$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 36m^2 - 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

Vậy $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ thì hàm số đồng biến trên R. Chọn **C**

Câu 12.

$$\begin{aligned} \log_{ab} \sqrt{\frac{a}{b}} &= \frac{1}{2} \log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \log_{ab} \frac{a^2}{ab} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\log_{ab} a^2 - \log_{ab} ab) = \frac{1}{2} \cdot (2 \log_{ab} a - 1) \end{aligned}$$

Do đó, $\log_{ab} a = 2$ thì ta có:

$$\log_{ab} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 2 - 1) = \frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 13.

$$p = 2^{2017} \Leftrightarrow \log p = \log 2^{2017} \Leftrightarrow \log p = 2017 \cdot \log 2 \approx 607,18$$

$$n = [\log p] + 1$$

Vậy số p này có 608 chữ số. **Đáp án C**

Câu 14.

(P) có VTPT $\vec{n}_1(1; -1; 4)$; (Q) có VTPT $\vec{n}_2(2; 0; -2)$

$$\cos((P), (Q)) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{góc cần tìm là } 60^\circ \Rightarrow \text{Đáp án A}$$

Câu 15.

$$(S) \text{ có bán kính } R = \sqrt{IH^2 + r^2} = \sqrt{18} \Rightarrow \text{đáp án B}$$

Câu 16.

Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $3a$

$$\text{Ta có : } l = h = 2r = 3a$$

$$\text{Diện tích toàn phần của khối trụ là: } S = 2\pi r l + 2\pi r^2 = \frac{27\pi a^2}{2} \quad \text{Đáp án B}$$

Câu 17.

(P) nhận $\vec{u}_\Delta(2; -2; 1)$ làm VTPT $\Rightarrow$ pt (P) có dạng: $2x - 2y + z + D = 0$

(S) có tâm $I(1; -2; 1)$, bán kính $R = 3$

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|7 + D|}{3} = 3 \text{ giải được } D = 2, D = -16 \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

Câu 18. Ta có $F'(x) = 3ax^2 + 2bx - 4$

$$\begin{cases} 3a = 3 \\ 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1, b = 5 \quad \text{Chọn D}$$

$$\text{Câu 19. } \frac{V_{COMN}}{V_{COAB}} = \frac{CM}{CA} \cdot \frac{CN}{CB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{COMN} = \frac{1}{4} V_{COAB} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} OB \cdot OC \cdot OA = \frac{a^3}{4} \text{ (dvtt)}$$

Chọn đáp án **D**

$$\frac{V_{COMN}}{V_{COAB}} = \frac{CM}{CA} \cdot \frac{CN}{CB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{COMN} = \frac{1}{4} V_{COAB} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} OB \cdot OC \cdot OA = \frac{a^3}{4} \text{ (dvtt)}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 20.

$$AC = \sqrt{2}, R = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{Đáp án C}$$

Câu 21.

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = 1$$

Câu 23. Đáp án D

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$x - 2 = \frac{x - 2}{x + 1} \Leftrightarrow (x - 2) \left(1 - \frac{1}{x + 1} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy 2 giao điểm là $(2; 0), (0; -2)$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = -2$$

Câu 24. Đáp án B

Theo giả thiết, ta có $M(2; 2)$ và $z' = \frac{3i}{2} z = -3 + 3i$ suy ra $M'(-3; 3)$.

OMM' vuông tại O. Diện tích tam giác OMM' là $S_{\triangle OMM'} = \frac{1}{2} \cdot OM' \cdot OM = \frac{1}{2} 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 6$.

Câu 25. Đáp án A

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC

$$AH = \frac{2}{3} AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$h = SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{\text{đáy}} = S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

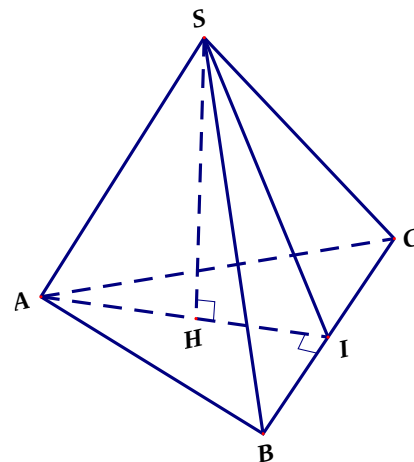
$$V_{\text{chóp}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

Câu 26. Đáp án B

Ta có: $6a^2 = 54 \Rightarrow a = 3$; $V = a^3 = 3^3 = 27 \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 27. Đáp án A

$$\text{Hd: } \int_0^1 (x - 3)e^x dx = 4 - 3e = a + be.$$



Câu 28. C

- $z = a + 164i, a \in \mathbb{R}.$
- Từ $\frac{z}{z+n} = 4i \Rightarrow \begin{cases} a = -656 \\ n = 697. \end{cases}$

Câu 29. A

- $c = (a + bi)^3 - 107i = a^3 - 3ab^2 + (3a^2b - b^3 - 107)i.$
- Để c là số nguyên dương khi và chỉ khi $3a^2b - b^3 - 107 = 0 \Leftrightarrow b(3a^2 - b^2) = 107.1.$
- Do a và b là số nguyên và số 107 là số nguyên tố nên có hai trường hợp.

$$\left[\begin{cases} b = 107 \\ 3a^2 - b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 = \frac{11450}{3} \notin \mathbb{Z}. \right.$$

$$\left. \begin{cases} b = 1 \\ 3a^2 - b^2 = 107 \end{cases} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow c = 198. \right.$$

Câu 31. Đáp án B

Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ qua các điểm $(0;3), (1;0), (2;3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = 3 \\ a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + c = 0 \\ a \cdot 2^4 + b \cdot 2^2 + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Khai triển hàm số $y = (x^2 - 2)^2 - 1 = x^4 - 4x^2 + 3$ chính là hàm số cần tìm

Câu 32. $y' = -3x^2 + 6x - 1$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \text{ Chọn D}$$

Câu 33. TCD: $x = -\frac{m}{2}$

TCD qua A: suy ra $m = 2$ Chọn A

Câu 34.

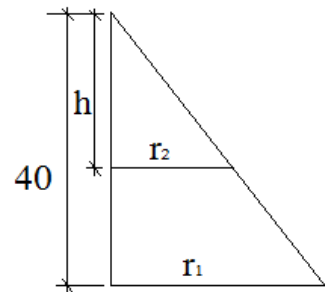
Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của N_1 và N_2 và r_1, r_2 lần lượt là bán

$$\text{kinh đáy của } N_1, N_2 \text{ ta có: } \frac{1}{8} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h}{\frac{1}{3}\pi r_1^2 \cdot 40} = \frac{r_2^2 h}{r_1^2 \cdot 40}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } \frac{r_2}{r_1} = \frac{h}{40}$$

$$\text{Do đó ta có: } \frac{1}{8} = \left(\frac{h}{40}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{h}{40} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow h = 20 \text{ cm}$$

Đáp án C.

**Câu 35. Đáp án B**

$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = -3 \Rightarrow A(-1; -3), x_B = 0 \Rightarrow y_B = 1 \Rightarrow B(0; 1)$$

Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B nên ta có hệ: $\begin{cases} a(-1) + b = -3 \\ a \cdot 0 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$

Câu 36. Đáp án D

Thay $x = -2$ vào phương trình ta được:

$$\log_4 1 - 2\log_4 4^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow -8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$$

Câu 37. Đáp án B

$$I = \int \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx = \int \frac{e^x}{e^x + 1} e^x dx$$

$$\text{Đặt } t = e^x + 1 \Rightarrow e^x = t - 1 \Rightarrow dt = e^x dx$$

$$\text{Ta có } I = \int \frac{t-1}{t} dt = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt = t - \ln|t| + C$$

$$\text{Trở lại biến cũ ta được } I = e^x + 1 - \ln(e^x + 1) + C$$

Câu 38. Đáp án A

Điều kiện: $a \geq 0$

$$\text{Ta có: } I = \int_0^a 7^{x-1} \cdot \ln 7 dx = \ln 7 \int_0^a 7^{x-1} d(x-1) = \ln 7 \cdot \frac{7^{x-1}}{\ln 7} \Big|_0^a = 7^{a-1} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}(7^a - 1)$$

Theo giả thiết ta có:

$$\frac{1}{7}(7^a - 1) = \frac{7^{2a} - 13}{42} \Leftrightarrow 6(7^a - 1) = 7^{2a} - 13 \Leftrightarrow 7^{2a} - 6 \cdot 7^a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7^a = -1(1) \\ 7^a = 7 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 39. Đáp án C

$$\text{PTHĐGD } 3\sqrt{x} - x = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4. \text{ Khi đó } S = \left| \int_0^4 \left(3\sqrt{x} - x\right) - \frac{1}{2}x dx \right| = 4$$

Câu 40. Đáp án C

Gọi $M(3+2m; 1+m; 5+2m) \in (d)$ (với $m \in \mathbb{R}$). Theo đề ta có $d_{[M, (P)]} = \sqrt{3}$

$$d_{[M, (P)]} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 6. \text{ Vậy có tất cả hai điểm}$$

Câu 41. Đáp án B

Dựa vào BBT ta thấy

Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng vẫn đạt giá trị cực tiểu tại $x = 0$. A sai

Tại điểm $x = -1$ thì $y = +\infty$ nên không là cực trị. C sai

Đồ thị chỉ có đt $y = 3$ là tiệm cận ngang. D sai

Câu 42. : Đáp án D

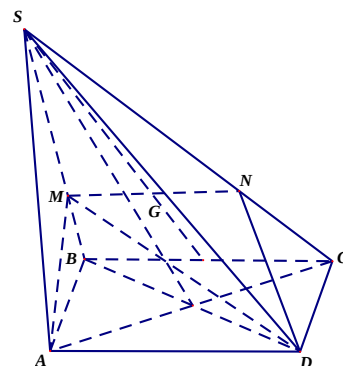
Dựa vào hình vẽ suy ra $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3i, z_3 = -3 + i, z_4 = 1 + 2i$

$$\text{Khi đó } z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -1 + 4i \Rightarrow |z_1 + z_2 + z_3 + z_4| = \sqrt{17}$$

Câu 43. Chọn đáp án C

$$\frac{V_{\text{SAMND}}}{V_{\text{SABCD}}} = \frac{V_{\text{SAMD}} + V_{\text{SMND}}}{2V_{\text{SABD}}} = \frac{V_{\text{SAMD}}}{2V_{\text{SABD}}} + \frac{V_{\text{SMND}}}{2V_{\text{SBCD}}} \quad (\text{vì } V_{\text{SABD}} = V_{\text{SBCD}})$$

$$\rightarrow \frac{V_{\text{SAMND}}}{V_{\text{SABCD}}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

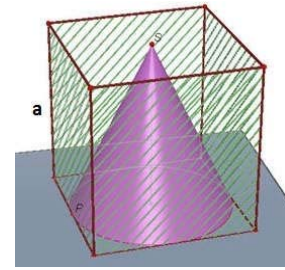


Câu 44. Chọn đáp án C

Thể tích hình lập phương $V_1 = a^3$

$$\text{Thể tích hình nón } V_2 = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{1}{3}a\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 0,262a^3$$

$$\text{Tỷ lệ thể tích } \frac{V_1}{V_2} = 0,262$$

**Câu 45. Đáp án**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} x dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x dx = \frac{\pi}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{32}$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}$$

$$I_1 = x \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \frac{\pi}{4} + \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } I = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2} - \frac{\pi^2}{32}, a + b = 4 + 2 = 6$$

Câu 46. Chọn đáp án A

Bài toán này đầu tiên ta phải tính đạo hàm và sử dụng BĐT hoặc xét hàm số. Ở đây ta sử dụng kỹ thuật điểm rơi BDT Cauchy với 3 số dương

$$\text{Ta có: } f'(t) = 12t^2 - 2t^3 = t^2(12 - 2t) = t \cdot t(12 - 2t) \leq \frac{(t + t + 12 - 2t)^3}{27} = 64 \text{ (người/ngày)}$$

Dấu bằng có khi và chỉ khi $t = 12 - 2t \Leftrightarrow t = 4$

Câu 47. Chọn: Đáp án A

$$y = \sqrt{2x - x^2} \text{ .ĐK: } 2x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$$

$$y' = \frac{2 - 2x}{2\sqrt{2x - x^2}} = \frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy đồ thị hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 48. Chọn: Đáp án C

Điểm cực trị là $M(-2;2)$ và $N(0;-2)$

$$y_{CD} = 2; y_{CT} = -2$$

Đường thẳng $d : y = m$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CT} < m < y_{CD} \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 49. Đáp án D

$$2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2 \Leftrightarrow 2^{x-1} + (x-1) = 2^{x^2-x} + (x^2 - x) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } (*) \Leftrightarrow f(x-1) = f(x^2-x) \Leftrightarrow x-1 = x^2-x \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x=1$$

Câu 50. Chọn C

Giả sử thiết diện qua trục của hình nón là $\triangle ABC$ với A là đỉnh nón, BC là đường kính đáy nón.

H là tâm đáy O_1, O_2 lần lượt là tâm của mặt cầu lớn và nhỏ, D_1, D_2

lần lượt là tiếp điểm của AC với (O_1) và (O_2) . Cần tính $r = HC$

Vì $O_1D_1 \parallel O_2D_2$ và $O_1D_1 = 2O_2D_2$ nên O_2 là trung điểm

$$AO_1 \Rightarrow AO_1 = 2O_1O_2 = 2.3 = 6$$

$$O_1D_1 = 2, AH = AO_1 + O_1H = 8$$

$$AD_1 = \sqrt{AO_1^2 + O_1D_1^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle O_1D_1 \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{O_1D_1}{CH} = \frac{AD_1}{AH} \Rightarrow CH = 2\sqrt{2}dm$$

