SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH YÊN BÁI**	**KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT** **NĂM HỌC 2023 - 2024**
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi có 04 trang, gồm 50 câu)*	Môn thi: **Toán** Thời gian: **90 phút** *(không kể thời gian giao đề)* Khóa thi ngày: **29/03/2024**

Họ tên : .... Số báo danh : ....

Mã đề 009

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(0;\ 0\ ;-2)$. **B.** $Q(3;-1;\ 3)$. **C.** $N(3;-1;\ 2)$. **D.** $M(2;2;0)$.

Câu 2: Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 3: Cho a là số thực dương tùy ý, $\log(11a)-\log(7a)$ bằng

A. $\frac{\log 11}{\log 7}$. **B.** $\frac{\log(11a)}{\log(7a)}$. **C.** $\log\frac{11}{7}$. **D.** $\log(4a)$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm nào sau đây?

A. $P(2;0)$. **B.** $Q(0;2)$. **C.** $M(0;-2)$. **D.** $N(0;0)$.

Câu 5: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$ có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;2)$.

Câu 6: Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 18. **C.** 54π. **D.** 36π.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-7;2)$ và $B(3;-1;4)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;1)$. **B.** $(2;-4;3)$. **C.** $(-2;-4;3)$. **D.** $(4;-8;6)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$?

A. $N(-2;1;-1)$. **B.** $Q(2;-1;1)$. **C.** $P(1;-1;0)$. **D.** $M(1;-1;-1)$.

Câu 9: $\int 2x^4dx$ bằng

A. $2x^4+C$. **B.** $6x^5+C$. **C.** $8x^3+C$. **D.** $\frac{2}{5}x^5+C$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1,2)$.

Câu 11: Biết $\int_1^3 f(x)dx=5$ và $\int_3^7 f(x)dx=9$. Giá trị của $\int_1^7 f(x)dx$ bằng

A. 14. **B.** 4. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** 45.

Câu 12: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+1}{x-3}$ có phương trình là

A. $y=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Câu 13: Số cách chọn ra 3 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ là

A. C_{13}^3. **B.** $C_5^3+C_8^3$. **C.** 13. **D.** A_{13}^3.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=-3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -5. **B.** 18. **C.** -18. **D.** -6.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tọa độ tâm là

A. $(2;-1;4)$. **B.** $(2;-1;-4)$. **C.** $(-2;1;-4)$. **D.** $(4;-2;8)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z-5=0$. **B.** $x+2y+2z-3=0$. **C.** $2x-y-z+5=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-8=0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là

A. $x-y+z=0$. **B.** $x-y+z+1=0$. **C.** $x-y+z+2=0$. **D.** $x-y+z-1=0$.

Câu 19: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\sin 3x+3x^2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+x^3+C$. **B.** $\int f(x)dx=3\cos 3x+x^3+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{3}\cos 3x+x^3+C$. **D.** $\int f(x)dx=-3\cos 3x+x^3+C$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{9}$.

Câu 22: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(3;0)$.

Câu 23: Cho số phức $z=2+4i$, modun của số phức $w=z+1$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}+1$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 6.

Câu 25: Với các số thực dương a,b và $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a \dfrac{a^3}{b^2}$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 9. **D.** -1.

Câu 26: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng một người nam là

A. $\dfrac{40}{429}$. **B.** $\dfrac{70}{429}$. **C.** $\dfrac{8}{3003}$. **D.** $\dfrac{8}{429}$.

Câu 27: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Số phức $w=z_1+2z_2$ bằng

A. $9+2i$. B. $9-2i$. C. $-9+2i$. D. $-9-2i$.

Câu 28: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=5^x$, $x=2$, trục tung và trục hoành. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int_0^2 5^{2x}dx$. B. $S=\pi\int_0^2 5^x dx$. C. $S=\int_0^2 5^x dx$. D. $S=\pi\int_0^2 5^{2x}dx$.

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3$, $y=0$, $x=-1$ và $x=1$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{2\pi}{7}$. B. π. C. $\frac{6\pi}{7}$. D. 2π.

Câu 30: Cho $(e-2)^m>(e-2)^n$ với m,n là các số thực. Khẳng định đúng là

A. $m>n$. B. $m<n$. C. $m\ge n$. D. $m\le n$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$ là

A. $(-1;2)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Câu 32: Cho $z_1=2+3i$, $z_2=4+5i$. Số phức liên hợp của số phức $w=2(z_1+z_2)$ là

A. $\overline{w}=12+8i$. B. $\overline{w}=28i$. C. $\overline{w}=12-16i$. D. $\overline{w}=8+10i$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. B. $30°$. C. $90°$. D. $60°$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x}=\frac{1}{e^2}$ bằng

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 36: Cho phương trình $\log_4 x^2-\log_2(12x-1)=-\log_2 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 11. B. 10. C. 12. D. 7.

Câu 37: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+2)z+m^2+1=0$ (m là tham số thực). Tổng các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=3$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-3;-2)$. B. $(-1;1)$. C. $(-2;-1)$. D. $(-5;-3)$.

Câu 38: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ là

A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=-x^3+2(2m-1)x^2-(m^2-8)x+2$. Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ là

A. $m=-2$. B. $m=3$. C. $m=-9$. D. $m=1$.

Câu 40: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2$ và đường thẳng $y=mx$ với $m\neq 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để diện tích hình phẳng (H) nhỏ hơn 10?

A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 41: Số các giá trị nguyên dương m để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x(3^{m+2}+1)+3^m<0$ có không quá 25 nghiệm nguyên là

A. 24. B. 23. C. 26. D. 25.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;-2), B(2;1;0)$ sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x-2y-z-3=0$. **B.** $2x-y-z-3=0$. **C.** $x-y-z+3=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, đáy nhỏ của hình thang là CD, cạnh bên $SC=a\sqrt{15}$. Tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm cạnh AD, khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SHC) bằng $2\sqrt{6}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $8\sqrt{6}a^3$. **B.** $24\sqrt{6}a^3$. **C.** $12\sqrt{6}a^3$. **D.** $4\sqrt{6}a^3$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3+(m+2)x^2+m^2x$ cắt đường thẳng $y=(m+3)x+m^2$ tại ba điểm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

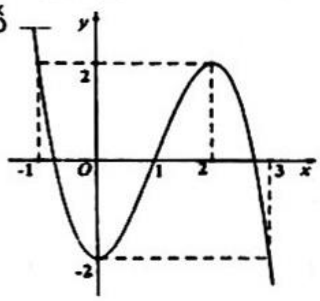
Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46: Xét các số phức $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z-\bar{z})-15i=i(z+\bar{z}-1)^2$. Khi $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, tổng $S=8(x+y)$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 14. **D.** 19.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(1)=0$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên.



Đồ thị hàm số $g(x)=\left|f\left(1+\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{x^2}{8}\right|$ có số điểm cực trị là

A. 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.
B. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
C. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
D. 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của (S), đáy là hình tròn (C). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by-z+c=0$. Giá trị của $a-2b+3c$ bằng

A. -14. **B.** -8. **C.** 10. **D.** 0.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$, thỏa mãn $x^2+4x^2f(x)=[f'(x)]^2$, $\forall x\in[1;3]$, $f(1)=-\dfrac{1}{4}$. Giá trị $I=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{233}{30}$. **B.** $\dfrac{117}{15}$. **C.** $\dfrac{23}{3}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $1\le x,y\le 2023$ và thỏa mãn $(2x+4y-xy-8)\log_2\left(\dfrac{2x-1}{x-4}\right)\ge(xy+2x+3y+6)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right)$?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4038. **D.** 2023.

—— HẾT ——

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.B**	**3.C**	**4.B**	**5.B**	**6.A**	**7.B**	**8.C**	**9.D**	**10.A**
11.A	**12.A**	**13.A**	**14.B**	**15.C**	**16.A**	**17.D**	**18.A**	**19.A**	**20.A**
21.C	**22.A**	**23.A**	**24.C**	**25.D**	**26.A**	**27.C**	**28.C**	**29.A**	**30.B**
31.B	**32.C**	**33.A**	**34.A**	**35.D**	**36.A**	**37.C**	**38.A**	**39.D**	**40.A**
41.A	**42.D**	**43.D**	**44.A**	**45.D**	**46.D**	**47.B**	**48.A**	**49.A**	**50.C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(0;0;-2)$. **B.** $Q(3;-1;3)$. **C.** $N(3;-1;2)$. **D.** $M(2;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$.

Ta thấy $z_M=0$, suy ra mặt phẳng (Oxy) đi qua điểm $M(2;2;0)$.

Câu 2: Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao bằng $3a$ bằng $a^2.3a=3a^3$.

Câu 3: Cho a là số thực dương tùy ý, $\log(11a)-\log(7a)$ bằng

A. $\frac{\log 11}{\log 7}$. **B.** $\frac{\log(11a)}{\log(7a)}$. **C.** $\log\frac{11}{7}$. **D.** $\log(4a)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(11a)-\log(7a)=\log\frac{11a}{7a}=\log\frac{11}{7}$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm nào sau đây?

A. $P(2;0)$. **B.** $Q(0;2)$. **C.** $M(0;-2)$. **D.** $N(0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm Q.

$\Rightarrow x_Q=0\Rightarrow y_Q=2$.

Vậy $Q(0;2)$.

Câu 5: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$ có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;2)$.

Lời giải

Chọn B

điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$ có tọa độ là $(3;-2)$.

Câu 6: Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 18. **C.** 54π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=\frac{1}{3}.r^2.\pi.h=\frac{1}{3}.3^2.\pi.6=18\pi$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-7;2)$ và $B(3;-1;4)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;1)$. **B.** $(2;-4;3)$. **C.** $(-2;-4;3)$. **D.** $(4;-8;6)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB, ta có tọa độ điểm I là $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=2 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-4 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=3 \end{cases}$.

Vậy $I(2;-4;3)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1-2t \\ y=-1+t \\ z=-t \end{cases}$,

A. $N(-2;1;-1)$. **B.** $Q(2;-1;1)$. **C.** $P(1;-1;0)$. **D.** $M(1;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $\int 2x^4\mathrm{d}x$ là

A. $2x^4+C$. **B.** $6x^5+C$. **C.** $8x^3+C$. **D.** $\frac{2}{5}x^5+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int 2x^4\mathrm{d}x=\frac{2}{5}x^5+C$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Giá trị của $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** 4. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** 45.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_3^7 f(x)\mathrm{d}x = 5 + 9 = 14$.

Câu 12: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{x-3}$ có phương trình là

A. $y = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 3$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{-x+1}{x-3} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{-1+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 13: Số cách chọn ra 3 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ là

A. C_{13}^3. **B.** $\mathrm{C}_5^3 + \mathrm{C}_8^3$. **C.** 13. **D.** A_{13}^3.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -5. **B.** 18. **C.** -18. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_3 = u_1.q^2 = 2.(-3)^2 = 18$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tọa độ tâm là

A. $(2;-1;4)$. **B.** $(2;-1;-4)$. **C.** $(-2;1;-4)$. **D.** $(4;-2;8)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16: Trong khong gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x - y - z = 0$. **B.** $x + 2y + 2z - 3 = 0$. **C.** $2x - y - z + 5 = 0$. **D.** $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm AB. Ta có $I(3;2;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;-2;-2) = 2(2;-1;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

$2(x-3)-(y-2)-(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z+5=0$.

Câu 17: Trong khong gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-8=0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(x+1)^2=3$.

B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(x-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(x-1)^2=3$.

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(x+1)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R=d(I;(P))=\dfrac{|2-4+1-8|}{\sqrt{4+4+1}}=3$.

mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-8=0$ có phương trình là:

$(x-1)^2+(y-2)^2+(x+1)^2=9$.

Câu 18: Trong khong gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là

A. $x-y+z=0$.

B. $x-y+z+1=0$.

C. $x-y+z+2=0$.

D. $x-y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ có dạng $(P): x-y+z+d=0; d\neq 2$.

Vì đi qua điểm $A(1;0;-1)$ nên ta có $1-0-1+d=0 \Leftrightarrow d=0$.

Vậy $(P): x-y+z=0$.

Câu 19: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$.

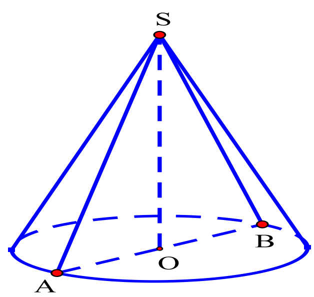
B. $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{3}$.

C. $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{6}$.

D. $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông cân tại S và $AB=\sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} h=SO=\dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ r=OA=\dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$

Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2.\dfrac{\sqrt{6}}{2}=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$ (đvtt).

Câu 20: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 3x+3x^2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+x^3+C$.

B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3\cos 3x+x^3+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\cos 3x+x^3+C$.

D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+x^3+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\sin 3x+3x^2\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+x^3+C$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{6}a^3$.

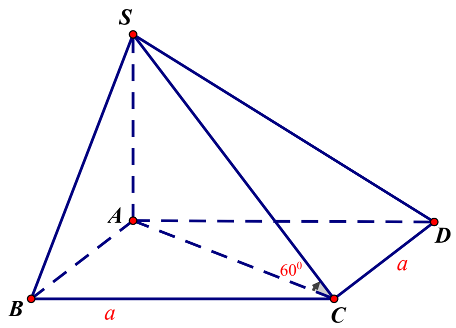
B. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

C. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow\left(SC,\left(ABCD\right)\right)=\left(SC,AC\right)=\widehat{SCA}=60^\circ$.

$AC=a\sqrt{2};SA=AC\tan 60^\circ=a\sqrt{6}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{6}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 22: Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ là

A. $\left(1;4\right)$.

B. $\left(0;3\right)$.

C. $\left(4;1\right)$.

D. $\left(3;0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-12x+9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

BBT:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT suy ra toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;4)$.

Câu 23: Cho số phức $z=2+4i$, mođun của số phức $w=z+1$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $w=z+1=2+4i+1=3+4i\Rightarrow|w|=\sqrt{3^2+4^2}=5$..

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên $[-1;2]$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=6x^2+6x-12;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(n)\\x=-2(l)\end{array}\right.$.

$y(-1)=15;\ y(2)=6;\ y(1)=-5.$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]}y=y(-1)=15$.

Câu 25: Với các số thực dương a,b và $a\neq 1$ thoả mãn $\log_a b=2$,giá trị của $\log_a\dfrac{a^3}{b^2}$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 9. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a\dfrac{a^3}{b^2}=\log_a a^3-\log_a b^2=3-2\log_a b=3-4=-1$.

Câu 26: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 1 nam.

A. $\dfrac{40}{429}$. **B.** $\dfrac{70}{429}$. **C.** $\dfrac{8}{3003}$. **D.** $\dfrac{8}{429}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^5$

Biến cố A: "Đoàn đại biểu có đúng một nam"

Chọn 1 nam, 4 nữ: $\Rightarrow n(A)=C_8^1.C_7^4$.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{40}{429}$.

Câu 27: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Số phức $w=z_1+2z_2$ bằng

A. $9+2i$. **B.** $9-2i$. **C.** $-9+2i$. **D.** $-9-2i$.

Lời giải

Chọn C

Giải: $z^2+6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-3-2i \\ z_2=-3+2i \end{array}\right.$.

Vậy $\mathrm{w}=z_1+2z_2=-9+2i$.

Câu 28: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=5^x, x=2$, trục hoành và trục tung. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S=\int\limits_0^2 5^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_0^2 5^x\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_0^2 5^x\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int\limits_0^2 5^{2x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3, y=0, x=-1$ và $x=1$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{2}{7}\pi$. **B.** π. **C.** $\frac{6}{7}\pi$. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn A

$V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(x^3\right)^2\mathrm{d}x=\frac{2}{7}\pi$.

Câu 30: Cho $(\mathrm{e}-2)^m>(\mathrm{e}-2)^n$, với m, n là số thực. Khẳng định đúng là ?

A. $m>n$. **B.** $m<n$. **C.** $m\geq n$. **D.** $m\leq n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(\mathrm{e}-2)^m>(\mathrm{e}-2)^n$

Mà $0<\mathrm{e}-2<1$

Nên $m<n$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\frac{1}{5}}(x+1)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1>3x-3 \\ 3x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<2$.

Câu 32: Cho $z_1=2+3i, z_2=4+5i$. Số phức liên hợp của số phức $w=2(z_1+z_2)$ là

A. $\overline{w}=12+8i$. **B.** $\overline{w}=28i$. **C.** $\overline{w}=12-6i$. **D.** $\overline{w}=8+10i$.

Lời giải

Chọn C

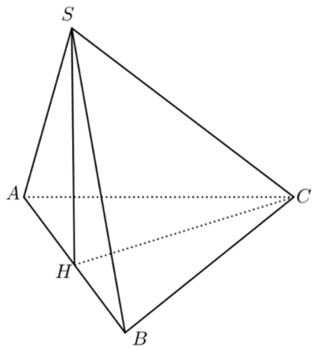
Ta có $w=2(z_1+z_2)=12+16i \Rightarrow \overline{w}=12-16i$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB, khi đó $SH \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{SCH} = 45°$ (Do tam giác SHC vuông cân tại H).

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x} = \dfrac{1}{e^2}$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $e^{x^2-3x} = \dfrac{1}{e^2} \Leftrightarrow e^{x^2-3x} = e^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$.

Theo Viet ta có tổng các nghiệm bằng 3.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = -4$ (đây là các nghiệm đơn và bội lẻ).

Vậy hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 36: Cho phương trình $\log_4 x^2 - \log_2(12x-1) = -\log_2 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 > 0 \\ 12x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{12}$.

Ta xét $m > 0$.

Ta có: $\log_4 x^2 - \log_2(12x-1) = -\log_2 m$

$\Leftrightarrow \log_2 m = \log_2(12x-1) - \log_2 x = \log_2 \dfrac{12x-1}{x}$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{12x-1}{x}$ (*)

Đặt $f(x)=\dfrac{12x-1}{x},\forall x\in\left(\dfrac{1}{12}:+\infty\right)$.

Khi đó: $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}>0,\ \forall x\in\left(\dfrac{1}{12};+\infty\right)$ hay hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{12};+\infty\right)$.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{12}$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow 12$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình (*) có nghiệm thì $0<m<12$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;...;11\}$ hay có 11 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2(m+2)z+m^2+1=0$ (m là tham số thực). Tổng các giá trị của tham số m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=3$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-3;-2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-5;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $z^2-2(m+2)z+m^2+1=0$ (*)

Ta có: $\Delta'=(m+2)^2-(m^2+1)=4m+3$.

Để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thì $\Delta'\neq 0\Leftrightarrow 4m+3\neq 0\Leftrightarrow m\neq-\dfrac{3}{4}$.

Ta xét 2 trường hợp:

□ Trường hợp 1: $\Delta'>0\Leftrightarrow 4m+3>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{3}{4}$.

Khi đó phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 và $z_1,z_2\in\mathbb{R}$.

Nhận xét: với $m>-\dfrac{3}{4}$ thì $\begin{cases}z_1+z_2=2(m+2)>0\\ z_1\,z_2=m^2+1>0\end{cases}\Rightarrow z_1>0;z_2>0$.

Theo đề: $|z_1|+|z_2|=3\Leftrightarrow z_1+z_2=3\Leftrightarrow 2(m+2)=3\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$ (thỏa $m>-\dfrac{3}{4}$).

Hay $m=-\dfrac{1}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

□ Trường hợp 2: $\Delta'<0\Leftrightarrow 4m+3<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{3}{4}$.

Khi đó phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 và $z_1=\overline{z_2}$.

Ta có: $z_1z_2=m^2+1\Rightarrow|z_1z_2|=m^2+1\Rightarrow|z_1|\cdot|z_2|=m^2+1\Rightarrow|z_1|^2=m^2+1$.

Theo đề: $|z_1|+|z_2|=3\Leftrightarrow 2|z_1|=3\Leftrightarrow|z_1|=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow|z_1|^2=\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow m^2+1=\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow m^2=\dfrac{5}{4}\Leftrightarrow m=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

So với điều kiện $m < -\frac{3}{4}$ ta được $m = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hay $m = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $m = -\frac{1}{2}$; $m = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ là giá trị cần tìm.

Suy ra $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \in (-2;-1)$.

Câu 38: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. 3. **B.** 2 . **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y = \frac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-12<0 \\ -\frac{m+1}{2} \notin (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4<m<3 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -3 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4<m\le -3 \\ 1 \le m < 3 \end{array}\right..$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2-8)x + 2$. Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ là

A. $m=-2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-9$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

$f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2-8)x + 2$

$f'(x) = -3x^2 + 4(2m-1)x - (m^2-8)$

$f''(x) = -6x + 4(2m-1)$

+Điều kiện cần

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ thì

$$\begin{cases} f'(-1)=0 \\ f''(-1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2-8m+9=0 \\ 8m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-9 \end{array}\right. \\ m > -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m=1$$

+Điều kiện đủ

Thử lại với $m=1$ thì

$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 7x + 2$

$$f'(x) = -3x^2 + 4x + 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{7}{3} \end{array}\right.$$

$f''(-1) = 10 > 0$

Thì hàm số có cực tiểu tại $x=-1$ nên $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2$ và đường thẳng $y=mx$ với $m\neq 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để diện tích hình phẳng (H) nhỏ hơn 10?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $2x^2-mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{m}{2}\end{array}\right.$. Và với $m>0$ ta có diện tích hình phẳng (H) là

$$S=\int_0^{\frac{m}{2}}\left|2x^2-mx\right|dx=\int_0^{\frac{m}{2}}\left(-2x^2+mx\right)dx=\left(-\frac{2}{3}x^3+\frac{m}{2}x^2\right)\Bigg|_0^{\frac{m}{2}}=\frac{m^3}{24}.$$

Để $S<10$ thì $m^3<240\Leftrightarrow m<\sqrt[3]{240}$. Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 41: Số các giá trị nguyên dương m để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0$ có không quá 25 nghiệm nguyên là

A. 23. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0\Leftrightarrow\left(3^x-3^m\right)\left(3^{x+2}-1\right)<0$. Vì m nguyên dương nên từ bất phương trình trên cho tập nghiệm $S=(-2;m)$, để trong S có không quá 25 số nguyên thì $-2\le m<24$ nên có 23 giá trị nguyên dương của m.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;-2), B(2;1;0)$ sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x-2y-z-3=0$. **B.** $2x-y-z-3=0$. **C.** $x-y-z+3=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Lời giải

Chọn D

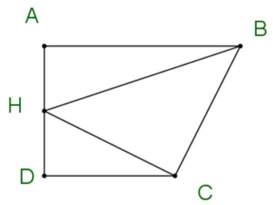
Có $\overrightarrow{AB}(2;0;2)$, đường thẳng AB đi qua điểm $A(0;1;-2)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;0;1)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=t\\y=1\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng AB ta có $H(1;1;-1)$. Gọi K là hình chiếu của O lên (P), ta luôn có $OK\le OH$ vậy nên $d(O,(P))$ lớn nhất bằng OH khi $K\equiv H$, khi đó mặt phẳng (P) nhận véc tơ $\overrightarrow{OH}(1;1;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến và đi qua điểm $A(0;1;-2)$ nên có phương trình $x+y-z-3=0$.

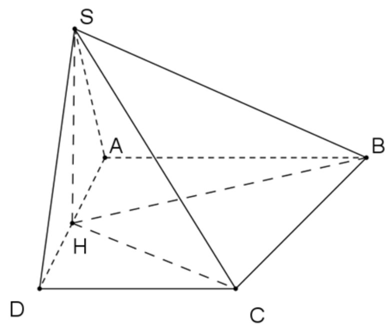
Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, đáy nhỏ của hình thang là CD, cạnh bên $SC=a\sqrt{15}$. Tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm cạnh AD, khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SHC) bằng $2\sqrt{6}a$. Thế tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $8\sqrt{6}a^3$. **B.** $24\sqrt{6}a^3$. **C.** $12\sqrt{6}a^3$. **D.** $4\sqrt{6}a^3$.

Lời giải

Chọn D





Ta có $\begin{cases} SH \perp AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HC.$

Ta có ΔSHC vuông tại $H \Rightarrow HC^2 = SC^2 - SH^2 = 15a^2 - 3a^2 = 12a^2 \Rightarrow HC = 2\sqrt{3}a.$

$d\left(B,(SHC)\right) = d\left(B, HC\right) = 2a\sqrt{6} \Rightarrow dt\left(\Delta HCB\right) = \frac{1}{2}d\left(B, HC\right).HC = \frac{1}{2}.2a\sqrt{6}.2a\sqrt{3} = 6a^2\sqrt{2}.$

$dt\left(ABCD\right) = \frac{1}{2}AD\left(AB + CD\right) = dt\left(\Delta DCH\right) + dt\left(ABH\right) + dt\left(\Delta BCH\right)$

$dt\left(\Delta DCH\right) + dt\left(ABH\right) = \frac{1}{2}\frac{AD}{2}\left(AB + CD\right) = \frac{1}{2}dt\left(ABCD\right) \Rightarrow dt\left(ABCD\right) = 2dt\left(\Delta BCH\right) = 12a^2\sqrt{2}.$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.dt\left(ABCD\right) = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.12a^2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}a^3$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + m^2x$ cắt đường thẳng $y = (m+3)x + m^2$ tại ba điểm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^3 + (m+2)x^2 + m^2x = (m+3)x + m^2 \Leftrightarrow x^3 + (m+2)x^2 + \left(m^2 - m - 3\right)x - m^2 = 0\left(1\right).$

$\left(x-1\right)\left[x^2 + \left(m+3\right)x + m^2\right] = 0.$ Đặt $h\left(x\right) = x^2 + \left(m+3\right)x + m^2.$

Để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + m^2x$ cắt đường thẳng $y = (m+3)x + m^2$ tại ba điểm phân biệt điều kiện là $\left(1\right)$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_h > 0 \\ h\left(1\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(m+3\right)^2 - 4m^2 > 0 \\ m^2 + m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3m^2 + 6m + 9 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$

Do $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m > 0, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = 1, m = 2.$

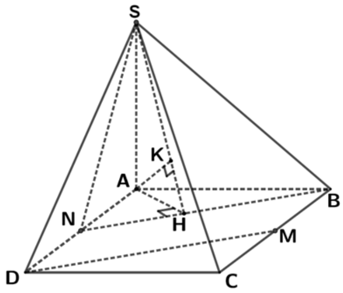
Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.   B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.   C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.   D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm $AD \Rightarrow BN//DM$

$\Rightarrow DM // (SBN) \Rightarrow d(DM;SB) = d(DM;(SBN)) = d(D;(SBN))$.

Mà $AD \cap (SBN)$ tại điểm N là trung điểm AD.

$\Rightarrow d(D;(SBN)) = d(A;(SBN))$.

Kẻ $AH \perp BN$ tại H; kẻ $AK \perp SH$ tại K.

Khi đó $AK \perp (SBN) \Rightarrow d(A;(SBN)) = AK$.

Xét tam giác SAH vuông tại A có :

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \left(\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AH^2}\right) + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy $d(DM;SB) = d(D;(SBN)) = d(A;(SBN)) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46: Xét các số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z - \overline{z}) - 15i = i(z + \overline{z} - 1)^2$. Khi đó $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ giá trị nhỏ nhất, tổng $S = 8(x + y)$ bằng

A. 8.   B. 16.   C. 14.   D. 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$4(z - \overline{z}) - 15i = i(z + \overline{z} - 1)^2$

$\Leftrightarrow 4(x + yi - x + yi) - 15i = i(x + yi + x - bi - 1)^2$

$\Rightarrow 8y - 15 = (2x - 1)^2 \Rightarrow y \geq \frac{15}{8}$

$\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(2x-1)^2 + (2y+6)^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{8y - 15 + 4y^2 + 24y + 36} = \frac{1}{2}\sqrt{4y^2 + 32y + 21}$

Xét hàm số $f(y) = 4y^2 + 32y + 21; \forall y \geq \frac{15}{8}$

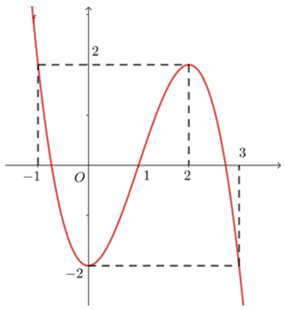
$\Rightarrow f'(y) = 8y + 32 > 0, \forall y \geq \frac{15}{8}$

$\Rightarrow f(y)$ là hàm số đồng biến trên $\left[\dfrac{15}{8};+\infty\right)$ nên $f(y)\geq f\left(\dfrac{15}{8}\right)=\dfrac{4353}{16}$.

$\Rightarrow \left|z-\dfrac{1}{2}+3i\right|Min=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{4353}{16}}$ khi $y=\dfrac{15}{8}, x=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow S=8(x+y)=8\left(\dfrac{15}{8}+\dfrac{1}{2}\right)=19$.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(1)=0$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Đồ thị hàm số $g(x)=\left|f\left(1+\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{x^2}{8}\right|$ có số điểm cực trị là



A. 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

B. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

C. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

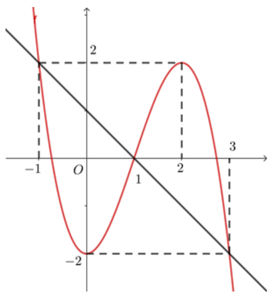
D. 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn B

Xét $h(x)=f\left(1+\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{x^2}{8}\Rightarrow h'(x)=\dfrac{1}{2}f'\left(1+\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{x}{4}$

$$h'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(1+\dfrac{x}{2}\right)=-\dfrac{x}{2}\Leftrightarrow f'(t)=1-t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=1\\t=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=0\\x=4\end{array}\right.$$

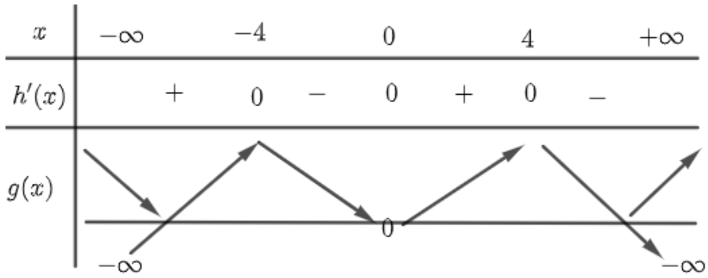


Ta có BBT của $h(x)$

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Với $x=0: h(0)=f(1)=0$

Ta có BBT của $g(x)$



Vậy $g(x)$ có 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4),B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của (S), đáy là hình tròn (C). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by-z+c=0$. Giá trị của $a-2b+3c$ bằng

A. -14. **B.** -8. **C.** 10. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$A\in(\alpha)\Rightarrow c=-4$

$B\in(\alpha)\Rightarrow a=2$

$\Rightarrow(\alpha):2x+by-z-4=0$

(S) có tâm $I(1;-2;3);R=3\sqrt{3}$

Gọi $h=d\left(I,(\alpha)\right),r$ là bán kính của (C)

$\Rightarrow h^2+r^2=R^2\Leftrightarrow h^2+r^2=27\Leftrightarrow r^2=27-h^2$

Ta có: $V_N=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(27-h^2\right)h=9\pi h-\frac{1}{3}\pi h^3=f(h)$

$f'(h)=9\pi-\pi h^2=0\Leftrightarrow h=\pm3$

V_N đạt giá trị lớn nhất tại $h=3\Leftrightarrow d\left(I,(\alpha)\right)=3$

$\frac{|2-2b-3-4|}{\sqrt{4+b^2+1}}=3\Leftrightarrow|2b+5|=3\sqrt{b^2+5}\Leftrightarrow 4b^2+20b+25=9\left(b^2+5\right)$

$\Leftrightarrow 5b^2-20b+20=0\Leftrightarrow b=2$

Vậy $a-2b+3c=2-2.2+3.(-4)=-14$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$ thoả mãn $x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2$, $\forall x\in[1;3]$, $f(1)=-\frac{1}{4}$. Giá trị tích phân $I=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{233}{30}$. **B.** $\frac{117}{15}$. **C.** $\frac{23}{3}$. **D.** $\frac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[1;3]$ nên $f'(x)\geq 0,\forall x\in[1;3]$

Ta có: $x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2\Leftrightarrow x^2\left[1+4f(x)\right]=\left[f'(x)\right]^2$

$$\Leftrightarrow x=\frac{f'(x)}{\sqrt{1+4f(x)}}\Leftrightarrow \int x\mathrm{d}x=\int\frac{f'(x)}{\sqrt{1+4f(x)}}\mathrm{d}x\Leftrightarrow \frac{1}{4}\int\frac{\mathrm{d}\left[4f(x)+1\right]}{\sqrt{1+4f(x)}}=\frac{x^2}{2}+C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{1+4f(x)}=\frac{x^2}{2}+C$$

Cho $x=1$ vào ta được $0=\frac{1}{2}+C\Leftrightarrow C=-\frac{1}{2}$. Khi đó

$$\frac{1}{2}\sqrt{1+4f(x)}=\frac{x^2-1}{2}\Leftrightarrow 1+4f(x)=\left(x^2-1\right)^2\Leftrightarrow f(x)=\frac{\left(x^2-1\right)^2-1}{4}=\frac{x^4-2x^2}{4}.$$

Vậy $I=\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^3\frac{x^4-2x^2}{4}\mathrm{d}x=\frac{233}{30}$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $1\le x,y\le 2023$ và thoả mãn $(2x+4y-xy-8)\log_2\left(\frac{2x-1}{x-4}\right)\ge(xy+2x+3y+6)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)$?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4038. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn C

Vì $x,y\in\mathbb{N}$ và $1\le x,y\le 2023$ nên $2x-1>0\Rightarrow$ điều kiện $x-4>0\Leftrightarrow x>4$.

Từ giả thiết trở thành $(x-4)(2-y)\log_2\left(\frac{2x-1}{x-4}\right)\ge(y+2)(x+3)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)$.

+ Ta thấy hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{x-4}$ luôn nghịch biến trên $(4;+\infty)$ vì $f'(x)=\frac{-7}{(x-4)^2}$

Do đó $f(x)>2\Rightarrow\log_2 f(x)>1,\forall x\in(4;+\infty)$.

+ Ta thấy hàm số $g(y)=\frac{2y}{y+2}$ luôn đồng trên $(0;+\infty)$ vì $g'(y)=\frac{4}{(y+2)^2}$.

+ TH 1: Nếu $y=1$ thì $\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)<0\Rightarrow VP<0$. Khi đó $VT\ge VP$

$\Rightarrow x=5;6;7;...;2023\Rightarrow$ có 2019 số

+TH 2: Nếu $y=2$ thì $\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)=0\Rightarrow VP=0$; $VT=0$ nên $\Rightarrow x=5;6;7;...;2023\Rightarrow$ có 2019 số.

+ TH 3: Nếu $y>2\Leftrightarrow 2-y<0$ thì $\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)>0\Rightarrow VP>0$; $VT<0$ nên bất phương trình vô nghiệm.

Vậy có 4038 cặp số $(x;y)$ thoả mãn.

☙ HẾT ❧