

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A ; $AB = 3a$, $AC = a$ và đường cao $SA = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 16$ có bán kính là

- A. $R = 2$. B. $R = 16$. C. $R = 4$. D. $R = 8$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 3$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $M(-1; 3)$. B. $P(-1; 0)$. C. $Q(-1; -1)$. D. $N(-1; 1)$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) > 4$.

- A. $S = (-\infty; 17)$. B. $S = (1; 17)$. C. $S = (17; +\infty)$. D. $S = (0; 17)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_5 = 96$. B. $u_5 = 32$. C. $u_5 = 48$. D. $u_5 = 24$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $5^{x+3} = 5^{1-x}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 7: Hàm số $f(x) = -2x^4 + x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 8: Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh để tham gia đội văn nghệ?

- A. 5^{10} . B. A_{10}^5 . C. 10^5 . D. C_{10}^5 .

Câu 9: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x+3}$ là

- A. $x = 4$. B. $y = -3$. C. $y = 4$. D. $x = -3$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$		2	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 11: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-3;0)$. C. $(-1;1)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3\sqrt[4]{a}}$ bằng

- A. $\frac{13}{a^6}$. B. $\frac{13}{a^8}$. C. $\frac{17}{a^4}$. D. $\frac{17}{a^6}$.

Câu 13: Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$.

- A. $V=6a^3$. B. $V=3a^3$. C. $V=a^3$. D. $V=2a^3$.

Câu 14: Cho số thực α và các số thực dương a, b khác 1. Khẳng định nào **sai**?

- A. $b^{\log_b a} = a$. B. $\log_a 1 = 1$. C. $\log_a a = 1$. D. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Câu 15: Cho khối trụ (T) có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $r=4$. Tính thể tích V của khối trụ (T) .

- A. $V=96\pi$. B. $V=96$. C. $V=32$. D. $V=32\pi$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(3;1;1)$. B. $G(1;3;1)$. C. $G(-1;3;1)$. D. $G(3;1;-1)$.

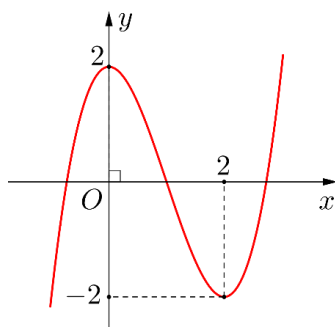
Câu 17: Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

- A. $m=13$. B. $m=2$. C. $m=15$. D. $m=0$.

Câu 18: Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{4}{3}R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = 4R^3$. D. $V = 4\pi R^3$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x=-2$. B. $x=2$. C. $x=0$. D. $x=1$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

- A. $(3;+\infty)$. B. $(2;+\infty)$. C. $[2;+\infty)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 21: Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$.

- A. $d=-1$. B. $d=-2$. C. $d=1$. D. $d=2$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1).$

B. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1).$

C. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0).$

D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0).$

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3m+2)x - 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$

B. $-2 \leq m \leq -1.$

C. $-2 < m < -1.$

D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$

Câu 24: Bất phương trình: $8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị $T = a + 3b$.

A. $T = 7.$

B. $T = -7.$

C. $T = 5.$

D. $T = -5.$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

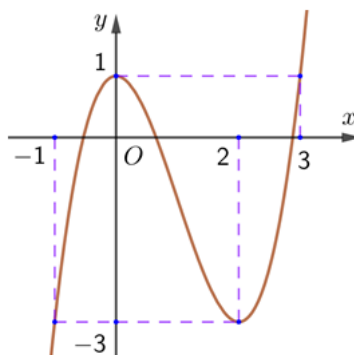
A. $a\sqrt{6}.$

B. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{3a}{2}.$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc mặt phẳng (ABC) ; tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $8\pi a^2.$

B. $32\pi a^2.$

C. $16\pi a^2.$

D. $4\pi a^2.$

Câu 28: Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. 6.

B. 5.

C. $\sqrt{5}.$

D. $2\sqrt{5}.$

Câu 29: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu khác màu.

A. $\frac{5}{22}.$

B. $\frac{8}{11}.$

C. $\frac{5}{11}.$

D. $\frac{6}{11}.$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy.

A. $90^\circ.$

B. $45^\circ.$

C. $30^\circ.$

D. $60^\circ.$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -2; 1)$, $B(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 3 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 12 = 0$.

Câu 32: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x = 3$.

A. 8.

B. -2.

C. 2.

D. $\frac{17}{2}$.

Câu 33: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.

B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		4		-2	$+\infty$

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

D. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Câu 36:

Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = ax + 2b - 4$. Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Tính $P = a.b$.

A. $P = 3$.

B. $P = 4$.

C. $P = 2$.

D. $P = \frac{7}{2}$.

Câu 37:

Cho hàm số $y = f(x)$. Bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(4; 5)$.

D. $(3; 4)$.

Câu 38:

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có tiệm cận ngang?

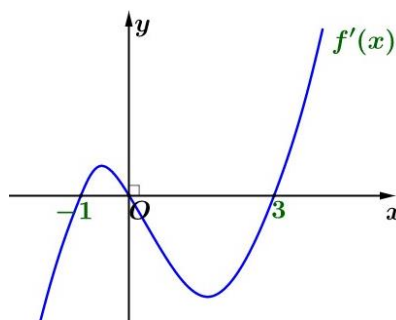
A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

- Câu 39:** Cho hàm số $f(x) = \frac{2025^x}{45 + 2025^x}$, $x \in \mathbb{R}$ và hai số a, b thỏa mãn $a + b = 3$. Tính $f(a) + f(b-2)$.
- A. -1 . B. 2 . C. -2 . D. 1 .
- Câu 40:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 + 2x + m)$ có nghiệm đúng với mọi số thực x ?
- A. 6 . B. 2 . C. 1 . D. 4 .
- Câu 41:** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ và điểm $I(2; -2)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.
- A. $-\frac{2}{17}$. B. $\frac{20}{17}$. C. $\frac{14}{17}$. D. $\frac{4}{17}$.
- Câu 42:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.
- A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.
- Câu 43:** Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách Tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn xếp cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{300}$. B. $\frac{1}{210}$. C. $\frac{1}{420}$. D. $\frac{1}{600}$.
- Câu 44:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{27a^3}{32}$. C. $V = \frac{3a^3}{32}$. D. $V = \frac{9a^3}{32}$.
- Câu 45:** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$; AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính thể tích V của khối trụ đã cho.
- A. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. B. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. C. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. D. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.
- Câu 46:** Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có $f(0) = -1$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|f(x) - 3|)$ là

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 10.

Câu 47: Cho một miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. B. $\left(2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$. C. $\left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$. D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, SB và SC . Tính thể tích của khối đa diện $MNPQRT$.

- A. $\frac{5a^3}{96}$. B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$. C. $\frac{a^3}{96}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S .

- A. -7 . B. 2 . C. 0 . D. 5 .

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(8.64^x - m)^3 - 162.4^x - 27m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$?

- A. 487. B. 489. C. 483. D. 485.

-----HẾT-----

- Câu 1:** Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$.
- A. $V = a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 6a^3$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 16$ có bán kính là
- A. $R = 8$. B. $R = 4$. C. $R = 16$. D. $R = 2$.
- Câu 3:** Nghiệm của phương trình $5^{x+3} = 5^{1-x}$ là
- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.
- Câu 4:** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng
- A. $\frac{13}{a^8}$. B. $\frac{17}{a^6}$. C. $\frac{13}{a^6}$. D. $\frac{17}{a^4}$.
- Câu 5:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là
- A. $u_5 = 24$. B. $u_5 = 32$. C. $u_5 = 48$. D. $u_5 = 96$.
- Câu 6:** Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $V = 4R^3$. B. $V = \frac{4}{3}R^3$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. D. $V = 4\pi R^3$.
- Câu 7:** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x+3}$ là
- A. $y = 4$. B. $x = 4$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.
- Câu 8:** Hàm số $f(x) = -2x^4 + x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 9:** Cho số thực α và các số thực dương a, b khác 1. Khẳng định nào **sai**?
- A. $b^{\log_b a} = a$. B. $\log_a a = 1$. C. $\log_a b^a = a \log_a b$. D. $\log_a 1 = 1$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- A. $G(1;3;1)$. B. $G(3;1;-1)$. C. $G(3;1;1)$. D. $G(-1;3;1)$.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A ; $AB = 3a$, $AC = a$ và đường cao $SA = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $2a^3$. D. $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 12:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) > 4$.
- A. $S = (-\infty; 17)$. B. $S = (1; 17)$. C. $S = (0; 17)$. D. $S = (17; +\infty)$.
- Câu 13:** Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 3$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $M(-1;3)$. B. $Q(-1;-1)$. C. $N(-1;1)$. D. $P(-1;0)$.

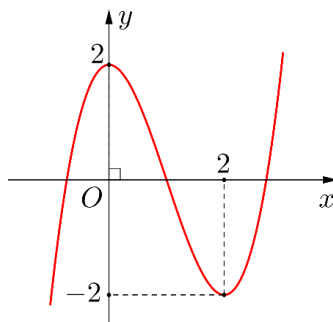
Câu 14: Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

- A. $m=13$. B. $m=15$. C. $m=0$. D. $m=2$.

Câu 15: Cho khối trụ (T) có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $r=4$. Tính thể tích V của khối trụ (T) .

- A. $V=32\pi$. B. $V=96$. C. $V=96\pi$. D. $V=32$.

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x=2$. B. $x=0$. C. $x=-2$. D. $x=1$.

Câu 17: Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh để tham gia đội văn nghệ?

- A. C_{10}^5 . B. 10^5 . C. 5^{10} . D. A_{10}^5 .

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-2)$ là

- A. $(2;+\infty)$. B. $(3;+\infty)$. C. $[2;+\infty)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 19: Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;+\infty)$. B. $(0;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-3;0)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 1 2 $-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-1;0)$. B. $(-1;+\infty)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(1;2)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy.

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 22: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số $y=2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.
 B. Hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.

C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc mặt phẳng (ABC) ; tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $8\pi a^2$. B. $32\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\vec{a} \perp \vec{b}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Câu 25: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu khác màu.

- A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{5}{22}$.

Câu 26: Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. 6. B. $2\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Câu 27: Bất phương trình: $8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị $T = a + 3b$.

- A. $T = 7$. B. $T = -5$. C. $T = -7$. D. $T = 5$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		-2	
	$-\infty$					$+\infty$

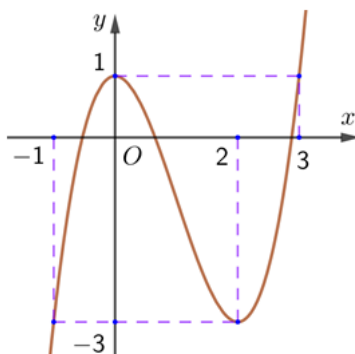
Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 31: Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$.

- A. $d = 1$. B. $d = 2$. C. $d = -1$. D. $d = -2$.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3m+2)x - 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $-2 \leq m \leq -1$. B. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $-2 < m < -1$. D. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -2; 1)$, $B(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 3 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 12 = 0$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	$-$	0	$+$	0	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$. B. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$.
C. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$. D. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$.

Câu 35: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x = 3$.

- A. -2 . B. $\frac{17}{2}$. C. 8 . D. 2 .

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$. Bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(3; 4)$. D. $(4; 5)$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có tiệm cận ngang?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 38: Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách Tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn xếp cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{420}$. B. $\frac{1}{600}$. C. $\frac{1}{210}$. D. $\frac{1}{300}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ và điểm $I(2; -2)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

- A. $-\frac{2}{17}$. B. $\frac{20}{17}$. C. $\frac{4}{17}$. D. $\frac{14}{17}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = ax + 2b - 4$. Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O . Tính $P = ab$.

- A. $P = 4$. B. $P = 3$. C. $P = 2$. D. $P = \frac{7}{2}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 + 2x + m)$ có nghiệm đúng với mọi số thực x ?

- A. 6. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 42: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$; AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. B. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. C. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. D. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \frac{2025^x}{45 + 2025^x}$, $x \in \mathbb{R}$ và hai số a, b thỏa mãn $a + b = 3$. Tính $f(a) + f(b - 2)$.

- A. -1. B. 2. C. 1. D. -2.

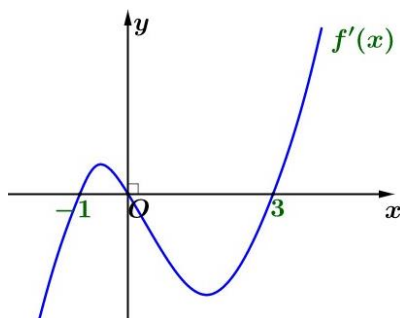
Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{9a^3}{32}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{32}$. D. $V = \frac{27a^3}{32}$.

Câu 46: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có $f(0) = -1$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|f(x) - 3|)$ là

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 10.

Câu 47: Cho một miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\left(2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$. B. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. C. $\left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$. D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, SB và SC . Tính thể tích của khối đa diện $MNPQRT$.

- A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$. B. $\frac{a^3}{96}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$. D. $\frac{5a^3}{96}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(8.64^x - m)^3 - 162.4^x - 27m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$?

- A. 489. B. 483. C. 487. D. 485.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S .

- A. 0. B. 2. C. 5. D. -7.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN ĐỀ TOÁN LIÊN TRƯỜNG

CÂU	MÃ ĐỀ 123	MÃ ĐỀ 234	MÃ ĐỀ 345	MÃ ĐỀ 456	MÃ ĐỀ 567	MÃ ĐỀ 678	MÃ ĐỀ 789	MÃ ĐỀ 890
1	D	D	A	A	D	C	A	D
2	C	B	B	A	B	D	C	C
3	D	B	B	B	B	D	B	B
4	C	A	C	B	B	C	B	B
5	C	C	D	D	D	B	B	A
6	A	C	A	B	D	A	C	B
7	C	A	D	C	A	A	A	B
8	D	C	D	A	B	B	A	C
9	C	D	B	D	B	A	C	A
10	C	C	B	A	B	D	A	B
11	A	B	C	A	B	A	A	C
12	B	D	B	D	A	B	D	B
13	A	C	D	D	C	C	D	B
14	B	D	C	D	D	C	A	D
15	A	C	B	B	B	D	D	B
16	A	A	D	C	C	A	D	C
17	B	A	D	D	A	C	D	D
18	B	A	D	D	B	A	C	B
19	B	B	C	C	B	B	B	D
20	B	A	C	A	A	A	A	B
21	D	D	B	C	C	D	C	B
22	A	D	C	C	D	A	D	D
23	B	A	C	D	C	A	C	D
24	D	D	B	A	B	A	D	C
25	D	B	B	B	D	D	B	A
26	B	B	D	B	D	D	B	D
27	A	B	B	B	A	A	D	A
28	D	C	D	C	D	B	D	C
29	D	C	B	C	D	A	A	C
30	B	D	D	D	D	D	C	C
31	A	B	B	B	D	C	C	A
32	D	A	C	C	D	D	B	B
33	C	A	C	D	B	D	B	B
34	C	D	D	C	C	D	B	C
35	D	B	A	D	C	D	A	A
36	A	D	D	C	D	D	C	B
37	C	C	B	C	C	A	D	C
38	D	C	C	A	B	D	A	C
39	D	B	C	A	B	B	A	B
40	C	B	D	D	A	A	C	D
41	B	B	A	B	B	C	B	D
42	A	B	D	A	B	C	B	D
43	B	C	B	C	D	C	D	A
44	D	A	C	C	C	D	C	D
45	C	A	C	B	B	A	D	D
46	A	A	B	A	D	A	C	A
47	C	C	A	D	D	C	B	A
48	B	A	D	B	B	B	D	C
49	A	C	A	A	B	B	D	B
50	A	D	D	D	C	A	C	D

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.C	5.C	6.D	7.C	8.D	9.C	10.C
11.A	12.B	13.A	14.B	15.A	16.A	17.B	18.B	19.B	20.B
21.D	22.A	23.B	24.D	25.D	26.B	27.A	28.D	29.D	30.B
31.A	32.D	33.C	34.B	35.D	36.A	37.C	38.D	39.D	40.C
41.B	42.A	43.B	44.D	45.C	46.A	47.C	48.D	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A ; $AB = 3a$, $AC = a$ và đường cao $SA = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $3a^3$. **D. a^3 .**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a = \frac{3a^2}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ bằng } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{3a^2}{2} = a^3.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 16$ có bán kính là

- A. $R = 2$. B. $R = 16$. **C. $R = 4$.** D. $R = 8$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Mặt cầu } (S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 16 \text{ có bán kính là } R = 4.$$

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 3$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $M(-1; 3)$. B. $P(-1; 0)$. C. $Q(-1; -1)$. **D. $N(-1; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đồ thị hàm số } y = x^3 + x + 3 \text{ đi qua điểm } N(-1; 1) \text{ vì } (-1)^3 - 1 + 3 = 1.$$

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) > 4$.

- A. $S = (-\infty; 17)$. B. $S = (1; 17)$. **C. $S = (17; +\infty)$.** D. $S = (0; 17)$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) > 4 \Leftrightarrow x-1 > 2^4 \Leftrightarrow x > 17 \Leftrightarrow x \in (17; +\infty).$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_5 = 96$. B. $u_5 = 32$. **C. $u_5 = 48$.** D. $u_5 = 24$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } u_n = u_1 q^{n-1} \Leftrightarrow u_5 = u_1 q^4 = 48$$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $5^{x+3} = 5^{1-x}$ là

A. $x = -1$

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

$$5^{x+3} = 5^{1-x}$$

$$\Leftrightarrow x+3 = 1-x$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

Câu 7: Hàm số $f(x) = -2x^4 + x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$f'(x) = -8x^3 + 2x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị

Câu 8: Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh để tham gia đội văn nghệ?

A. 5^{10} .

B. A_{10}^5 .

C. 10^5 .

D. C_{10}^5

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x+3}$ là

A. $x = 4$.

B. $y = -3$.

C. $y = 4$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 4$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4$ nên $y = 4$.Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 11: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(0; 1)$. **B.** $(-3; 0)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y' < 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1. \end{cases}$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng

- A.** $a^{\frac{13}{6}}$. **B.** $a^{\frac{13}{8}}$. **C.** $a^{\frac{17}{4}}$. **D.** $a^{\frac{17}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}} = \sqrt{a^3 a^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{a^{\frac{13}{4}}} = a^{\frac{13}{8}}$.

Câu 13: Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$

- A.** $V = 6a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A

$V = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Câu 14: Cho số thực α và các số thực dương a, b khác 1. Khẳng định nào **sai**?

- A.** $b^{\log_b a} = a$ **B.** $\log_a 1 = 1$ **C.** $\log_a a = 1$ **D.** $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

Lời giải

Chọn B

$\log_a 1 = 0$.

Câu 15: Cho khối trụ (T) có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 4$. Tính thể tích V của khối trụ (T) .

- A.** $V = 96\pi$ **B.** $V = 96$ **C.** $V = 32$ **D.** $V = 32\pi$

Lời giải

Chọn A

$V = \pi r^2 \cdot h = 96\pi$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2; 1; -3)$, $B(4; 2; 1)$, $C(3; 0; 5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(3; 1; 1)$ **B.** $G(1; 3; 1)$ **C.** $G(-1; 3; 1)$ **D.** $G(3; 1; -1)$

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A.** $m = 13$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 15$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = -x^4 + 12x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 24x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = \sqrt{6} \notin [-1; 2] \\ x = -\sqrt{6} \notin [-1; 2] \end{cases}$$

$$f(0) = 2; f(-1) = 13; f(2) = 34.$$

Vậy $m = 2$.

Câu 18: Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

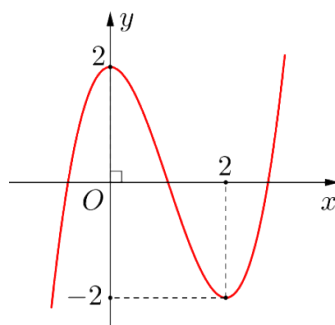
A. $V = \frac{4}{3}R^3$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V = 4R^3$. **D.** $V = 4\pi R^3$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số $y = f(x)$ từ nghịch biến chuyển sang đồng biến khi qua điểm $x = 2$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 2)$ là

A. $(3; +\infty)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $[2; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log_3(x - 2)$ xác định khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 2)$ là $(2; +\infty)$.

Câu 21: Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$.

A. $d = -1$. **B.** $d = -2$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 2$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} u_1 + 16d = 33 \\ u_1 + 32d = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	$-$	0	$+$	0	$-$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$. **B.** $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$.
C. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$. **D.** $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy khẳng định $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$ là đúng.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3m+2)x - 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A.** $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$. **B.** $-2 \leq m \leq -1$. **C.** $-2 < m < -1$. **D.** $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R}$. Có $y' = -x^2 - 2mx + 3m + 2$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' = -x^2 - 2mx + 3m + 2 \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Câu 24: Bất phương trình: $8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị $T = a + 3b$.

- A.** $T = 7$. **B.** $T = -7$. **C.** $T = 5$. **D.** $T = -5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình } 8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{3x(x+1)} < 2^{2x^2-2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3x < 2x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow -2 < x < -1$$

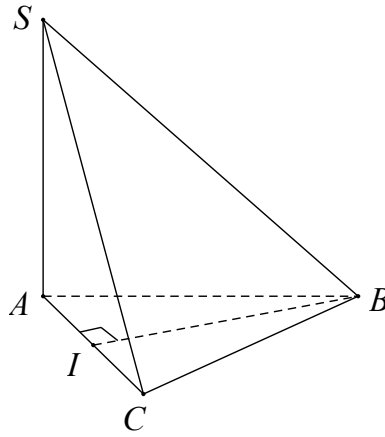
Nên tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-2; -1)$. Vậy $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow T = a + 3b = -2 - 3 = -5$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

- A.** $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Trong mặt phẳng (ABC) dựng $BI \perp AC$ tại I .

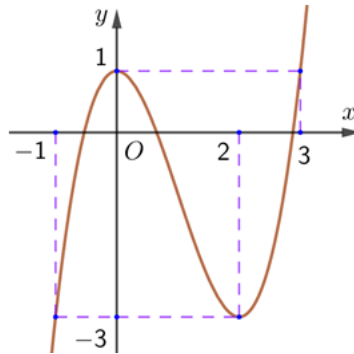
Khi đó $BI \perp SA$ và $BI \perp AC$ nên $BI \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BI$.

Do tam giác đều ABC và $BI \perp AC$ nên BI là đường trung tuyến của $\triangle ABC \Rightarrow AI = \frac{AC}{2}$.

Trong tam giác ABI có $BI = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}$.

Vậy $d(B, (SAC)) = BI = \frac{3a}{2}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ có 1 nghiệm.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc mặt phẳng (ABC) ; tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $8\pi a^2$.

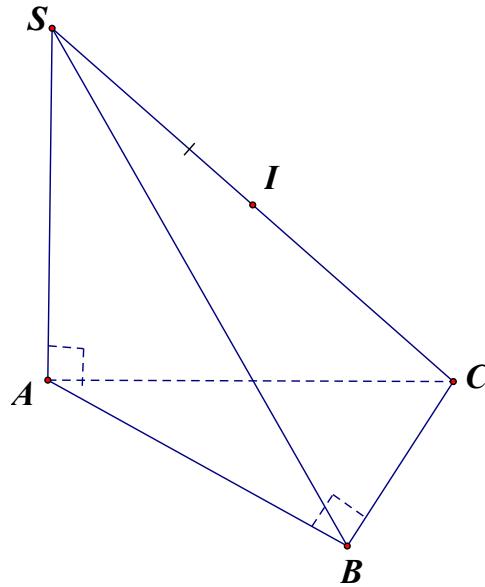
B. $32\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



+ Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$ (1)

+ Lại có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90^\circ$ (2)

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ \Rightarrow$ Bốn điểm S, A, B, C cùng nằm trên mặt cầu đường kính SC .

+ Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $\Rightarrow R = \frac{SC}{2}$

+ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$

$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow R = a\sqrt{2}$.

+ Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi (a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2$.

Câu 28: Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. 6.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$

$\Rightarrow AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 29: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu khác màu.

A. $\frac{5}{22}$

B. $\frac{8}{11}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Có: $|\Omega| = C_{11}^2 = 55$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 quả cầu khác nhau

$$\Rightarrow |A| = C_5^1 \cdot C_6^1 = 30.$$

Xác suất để lấy được 2 quả cầu khác màu là:

$$P = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy.

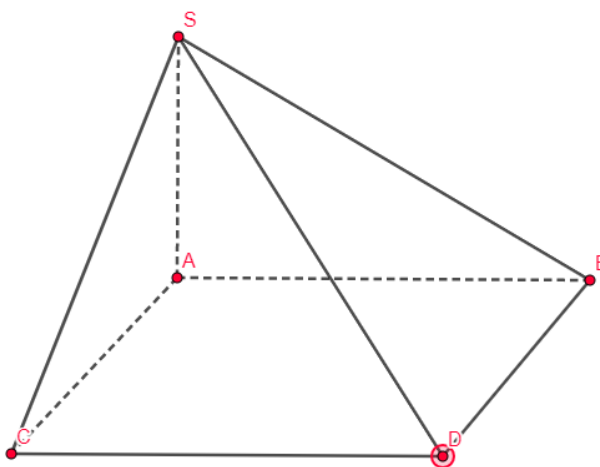
A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn B

Do SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA}$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{2}a} = 1 \rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$

Hay góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -2; 1)$, $B(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 3 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 3 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 12 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 12 = 0$

Lời giải

Chọn A

Toạ độ tâm mặt cầu đường kính AB là $(2; -2; 0)$

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(4-0)^2 + (-2+2)^2 + (1+1)^2}}{2} = \sqrt{5}$$

Phương trình mặt cầu đường kính là:

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5 \text{ hay } x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 3 = 0$$

Câu 32: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2 \log_2 x = 3$.

A. 8

B. -2

C. 2

D. $\frac{17}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$\log_2^2 x - 2\log_2 x = 3 \text{ (ĐKXĐ: } x > 0)$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 3)(\log_2 x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn ĐKXĐ})$$

$$\text{Ta có tổng 2 nghiệm: } 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}.$$

Câu 33: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.

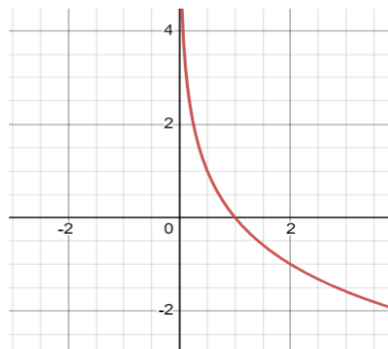
B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn C



Đồ thị hàm số $y = \log_{2^{-1}} x$ có đồ thị như hình vẽ. Nên khẳng định sai là **C**.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x) = 0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 phân biệt.

Do vậy $\lim_{x \rightarrow x_1} y = \pm\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_2} y = \pm\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_3} y = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2023}{f(x)}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

D. $\vec{c} \perp \vec{b}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2$ nên khẳng định sai là $\vec{c} \perp \vec{b}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = ax + 2b - 4$. Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O . Tính $P = a.b$.

A. $P = 3$

B. $P = 4$

C. $P = 2$

D. $P = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B , điều kiện cần: $a \neq 0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{3x+2}{x+2} = ax + 2b - 4 \Rightarrow 3x + 2 = (x+2)(ax + 2b - 4)$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + (2a + 2b - 7)x + 4b - 10 = 0$$

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ theo yêu cầu bài toán:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ y_1 + y_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ a(x_1 + x_2) + 4b - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ 2a + 2b - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Thử lại với } a = \frac{3}{2}, b = 2 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} (TM)$$

Vậy $P = a.b = 3$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$. Bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (1;3)

B. $(-\infty; -3)$

C. (4;5)

D. (3;4)

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = f(5-2x) \Rightarrow y' = -2 \cdot f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}.$$

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có tiệm cận ngang?

A. 3

B. 1

C. 0

D. 2

Lời giải

Chọn D

Nếu $m > 0$ thì đồ thị hàm số tiệm cận ngang khi $x \rightarrow -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1})$ hữu hạn.

$$\text{Xét: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{(m^2 - 1)x^2 - x - 1}{mx - \sqrt{x^2 + x + 1}} \right)$$

Giới hạn có kết quả hữu hạn khi: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \ (m > 0)$

Nếu $m < 0$ thì đồ thị hàm số tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1})$ hữu hạn.

$$\text{Xét: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (mx + \sqrt{x^2 + x + 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(m^2 - 1)x^2 - x - 1}{mx - \sqrt{x^2 + x + 1}} \right)$$

Giới hạn có kết quả hữu hạn khi: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \ (m < 0)$

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \frac{2025^x}{45 + 2025^x}$, $x \in \mathbb{R}$ và hai số a, b thỏa mãn $a + b = 3$. Tính $f(a) + f(b-2)$.

A. -1

B. 2

C. -2

D. 1

Lời giải

Chọn D

Ta có $a + (b-2) = 1$.

Xét $m + n = 1$.

$$\begin{aligned} f(m) + f(n) &= \frac{2025^m}{45 + 2025^m} + \frac{2025^n}{45 + 2025^n} = \frac{2025^m(45 + 2025^n) + 2025^n(45 + 2025^m)}{(45 + 2025^m)(45 + 2025^n)} \\ &= \frac{45(2025^m + 2025^n) + 2 \cdot 2025}{45 \cdot 45 + 45(2025^m + 2025^n) + 2025} = \frac{45(2025^m + 2025^n) + 2 \cdot 2025}{45(2025^m + 2025^n) + 2 \cdot 2025} = 1. \end{aligned}$$

$$f(a) + f(b-2) = 1$$

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 + 2x + m)$ có nghiệm đúng với mọi số thực x ?

A. 6

B. 2

C. 1

D. 4

Lời giải

Chọn C

$$1 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 + 2x + m) \Leftrightarrow \log_3 3 \cdot (x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 + 2x + m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 2x + m > 0 \\ 3(x^2 + 1) \geq mx^2 + 2x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 2x + m > 0 \\ (3-m)x^2 - 2x + 3-m \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

TH1: $m = 0$.

$$\text{Hệ (I)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ 3x^2 - 2x + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Ta thấy $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ loại vì hệ không có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

TH2: $m = 3$

$$\text{Hệ (I)} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2x + 3 > 0 \\ -2x \geq 0 \end{cases}$$

Ta thấy $-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$ loại vì hệ không có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{TH3: } \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 3 \end{cases}$$

$$\text{Để hệ có nghiệm với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 1 - m^2 < 0 \\ 3 - m > 0 \\ \Delta' = -m^2 + 6m - 8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > 1 \vee m < -1 \\ m < 3 \\ m \leq 2 \vee m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 2$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2$.

Câu 41: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ và điểm $I(2; -2)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

A. $-\frac{2}{17}$

B. $\frac{20}{17}$

C. $\frac{14}{17}$

D. $\frac{4}{17}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = m + 1; x = m - 1.$$

$$A(m + 1; -4m - 2), B(m - 1; -4m + 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5} = 2R$$

Suy ra tam giác IAB vuông ở I .

$$\overrightarrow{IA}(m - 1; -4m); \overrightarrow{IB}(m - 3; -4m + 4) \Rightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = (m - 1)(m - 3) + 16m^2 - 16m = 0 \Leftrightarrow 17m^2 - 20m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{17} \end{cases}$$

Tổng các giá trị của m là $1 + \frac{3}{17} = \frac{20}{17}$.

Câu 42: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

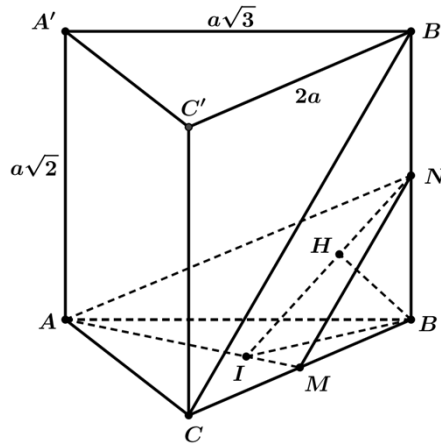
B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của BB' . Khi đó $MN \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$.

Ta có $d(B'C, AM) = d(B'C, (AMN)) = d(B', (AMN)) = d(B, (AMN))$.

Dựng $BI \perp AM$, $BH \perp NI \Rightarrow BH \perp (AMN)$. Do đó $d(B'C, AM) = d(B, (AMN)) = BH$.

Vì $\triangle ABM$ vuông tại B , ta có $BM = \frac{BC}{2} = a$; $BI = \frac{BA \cdot BM}{\sqrt{BA^2 + BM^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle BIN$ vuông tại B , ta có:

$$BN = \frac{BB'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; BH = \frac{BN \cdot BI}{\sqrt{BN^2 + BI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Vậy $d(B'C, AM) = BH = \frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 43: Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách Tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{300}$.

B. $\frac{1}{210}$.

C. $\frac{1}{420}$.

D. $\frac{1}{600}$.

Lời giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên 10 quyển sách khác nhau ta có $10!$ cách. Do đó $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố: Mỗi quyển sách Tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn xếp cạnh nhau.

- Xếp 2 quyển sách Toán T1 và Toán T2 thành 1 vị trí cố định cạnh nhau có $2!$ cách.

- Xếp 4 quyển toán còn lại và 1 quyển Toán (T1+T2) có $5!$ cách.

- Khi đó có 5 vách ngăn tạo ra 4 vị trí để xếp 3 quyển Tiếng Anh có A_4^3 cách.
 - Xếp 1 quyển Văn vào 3 vị trí (gồm 1 vị trí giữa 2 quyển Toán và 2 vị trí bên ngoài cùng) có 3 cách.
- $$\Rightarrow n(A) = 2! \cdot 5! \cdot A_4^3 \cdot 3 = 17280.$$

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{17280}{10!} = \frac{1}{210}.$

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{8}.$

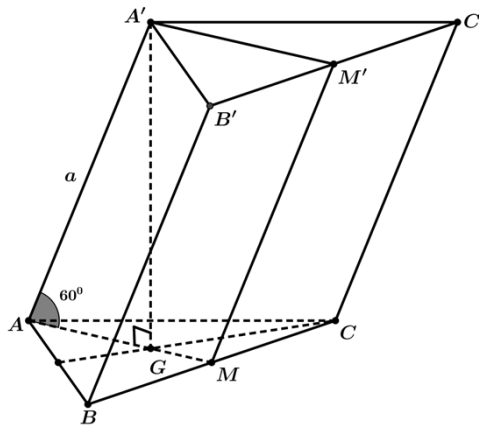
B. $V = \frac{27a^3}{32}.$

C. $V = \frac{3a^3}{32}.$

D. $V = \frac{9a^3}{32}.$

Lời giải

Chọn D



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Vì tam giác ABC đều nên $BC \perp AM$. Mà $BC \perp A'G$ nên $BC \perp (AA'MM')$.

Khi đó $((ABC), (BCC'B')) = (AM, MM')$.

Xét hình bình hành $AA'MM'$ có $\widehat{A'AM}$ là góc nhọn và bù với góc $\widehat{AMM'}$ nên $((ABC), (BCC'B')) = (AM, MM') = 180^\circ - \widehat{AMM'} = \widehat{A'AM} = 60^\circ.$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G , ta có $A'G = AA' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AG = AA' \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2},$

$$\Rightarrow AM = \frac{3}{2} AG = \frac{3a}{4}.$$

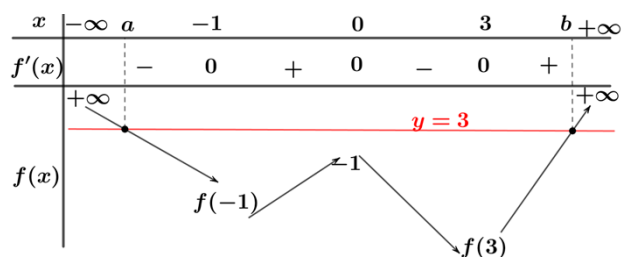
Xét tam giác ABM vuông tại M , ta có $\sin 60^\circ = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}.$$

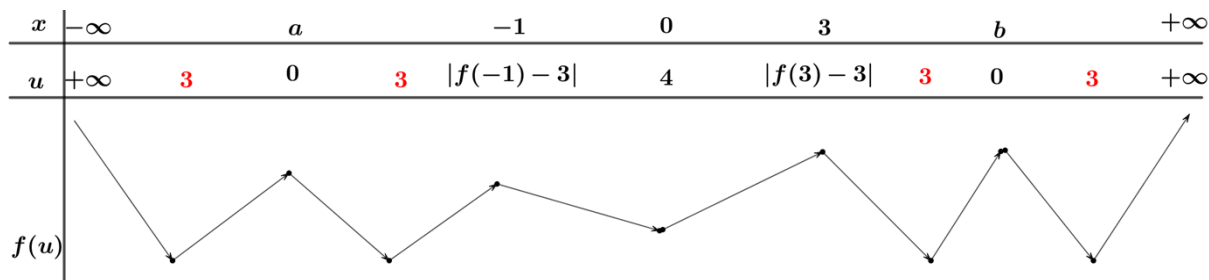
$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'G = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{32}.$$

Câu 45: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$; AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính thể tích V của hình trụ đã cho.

BBT của hàm số $f(x)$



Sử dụng phương pháp ghép trục, ta có BBT của hàm số $y = f(|f(x) - 3|) = f(u)$



Vậy hàm số có 9 điểm cực trị.

Câu 47: Cho một miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$

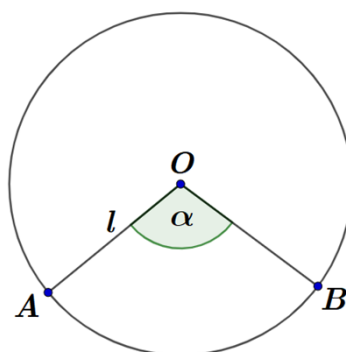
B. $\left(2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$

C. $\left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$

D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{l^2 - r^2}r^2$

$$\text{Với } l \text{ cố định, } V = \sqrt{\frac{\pi^2}{18}(2l^2 - 2r^2)r^2r^2} \leq \sqrt{\frac{\pi^2}{18} \frac{(2l^2 - 2r^2 + r^2 + r^2)^3}{27}} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}l^3$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow 2l^2 - 2r^2 = r^2 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}l.$$

Đặt $OA = l$ là bán đường kính đường tròn tâm O và là đường sinh của hình nón được tạo ra khi gò phần còn lại của miếng tôn sau khi cắt bỏ hình quạt OAB .

Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón, khi đó $S = \pi OA^2 \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \pi l^2 \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)$.

Mặt khác gọi r là bán kính hình nón, khi đó $r = \frac{S}{\pi l} = l \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)$.

Áp dụng chứng minh trên ta có được

$$r = l \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3} l \Leftrightarrow 1 - \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow \alpha = \left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) \pi.$$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, SB và SC . Tính thể tích của khối đa diện $MNPQRT$.

A. $\frac{5a^3}{16}$

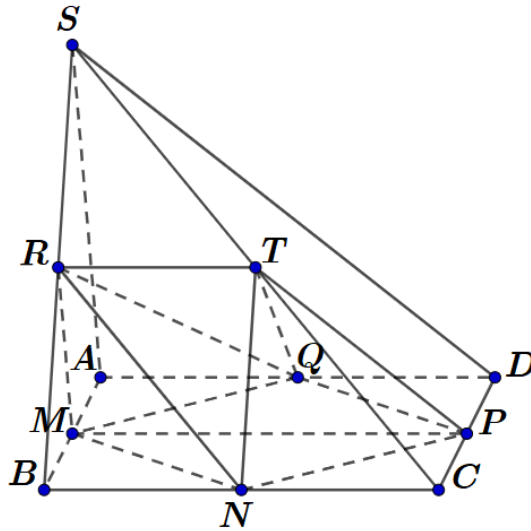
B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{16}$

C. $\frac{a^3}{16}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{MNPQRT} = V_{NMRT} + V_{QMRT} = 2V_{NMRT}$.

$$V_{NMRT} = \frac{3}{2} V_{NMTP} = \frac{3}{2} V_{RMNP} = \frac{3}{2} \frac{1}{3} d(R, (MNP)) S_{MNP} = \frac{3}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{2} d(S, (ABCD)) \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$\Leftrightarrow V_{NMRT} = \frac{3}{16} \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) S_{ABCD} = \frac{3}{16} V_{SABCD} \Rightarrow V_{IKEFGH} = \frac{3}{8} V_{SABCD}$$

Do M là trung điểm AB nên $SM \perp AB$. Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow SM \perp (ABCD). \\ SM \perp AB, SM \subset (SAB) \end{cases}$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = a^2 \text{ và } SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \Rightarrow V_{IKEFGH} = \frac{3}{8} V_{SABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S .

A. -7.

B. 2.

C. 0.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow t' = 2x - 2 \Rightarrow t = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [-1; 3]$.

x	-1	1	3
$t'(x)$	-	0	+
$t(x)$	4	0	4

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $t \in [0; 4]$.

Bài toán đưa về: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(t) = |t^2 - 2t + m|$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S .

Đặt $h(t) = t^2 - 2t + m \Rightarrow h' = 2t - 2 \Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \in [0; 4]$.

Ta có

$$h(1) = m - 1, h(0) = m - 1, h(4) = m - 1 + 9 \Rightarrow g(1) = |m - 1|, g(0) = |m - 1 + 1|, g(4) = |m - 1 + 9|.$$

Xét trường hợp:

$$+ \begin{cases} |m + 8| = 8 \\ |m - 1| < |m + 8| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -16 \\ |m - 1| < |m + 9| \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

$$+ \begin{cases} |m - 1| = 8 \\ |m - 1| > |m + 8| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -7 \\ |m - 1| > |m + 8| \end{cases} \Leftrightarrow m = -7.$$

Tổng các phần tử của $-7 + 0 = -7$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(8.64^x - m)^3 - 162.4^x - 27m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$?

A. 487.

B. 489.

C. 483.

D. 485.

Lời giải

Chọn A

$$(8.64^x - m)^3 - 162.4^x - 27m = 0 \Leftrightarrow ((2.4^x)^3 - m)^3 = 3^3(3.(2.4^x) - m)$$

$$(2.4^x)^3 - m = 3\sqrt[3]{3.(2.4^x) + m} \Leftrightarrow (2.4^x)^3 + 3.(2.4^x) = 3(2.4^x) + m + 3\sqrt[3]{3.(2.4^x) + m}.$$

Đặt $f(t) = t^3 + 3t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$

Ta có
$$\begin{cases} f'(t) > 0, \forall t \in \mathbb{R} \\ f(2.4^x) = f(\sqrt[3]{3.2.4^x + m}) \end{cases} \Rightarrow 2.4^x = \sqrt[3]{3.2.4^x + m} \Leftrightarrow m = (2.4^x)^3 - 3.(2.4^x)$$

Đặt $t = 2.4^x, x \in [0;1] \Rightarrow t \in [2;8]$.

Bài toán đưa về tìm m để phương trình $m = t^3 - 3.t$ có nghiệm thuộc $[0;1]$.

t	2	8
$h'(t)$	+	
$h(t)$	2	488



Đặt $h(t) = t^3 - 3t \Rightarrow h'(t) = 3t^2 - 3 > 0 \forall t \in [2;8]$.

Vậy số giá trị nguyên của m là: $[488 - 2] + 1 = 487$.

----- HẾT -----