

CẤP TỐC

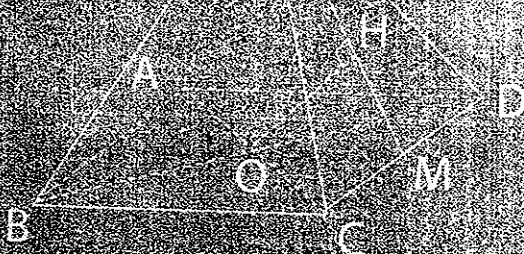
CHINH PHỤC

ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM

MÔN TOÁN

CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC

- Hóa tốc cũng có, khắc sâu lý thuyết, hoàn thiện và nâng cao kỹ năng giải đề môn Toán theo hình thức thi mới nhất
- Nắm trọn lý thuyết trọng điểm, công thức cần nhớ
- Nắm chắc mẹo, chiến thuật, bí kíp, phương pháp xử lý tốt để đạt điểm tối đa
- Đảm bảo tiếp thu kiến thức bài tốt trên 98%.



 NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Biên giác mở bước vào ngưỡng cửa đại học thành

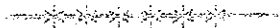
TH0335



1000

CẤP TỐC CHINH PHỤC LỢI THẾ KHU VỰC

CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH MCBOOKS **HOẠT ĐỘNG CHUYÊN NGHIỆP**



Bản quyền © thuộc TKBooks, theo hợp đồng chuyển nhượng giữa Công ty Cổ phần sách MCBooks và tác giả Phạm Minh Trung.

Bất cứ sao chép nào không được sự đồng ý của TKBooks đều là bất hợp pháp và vi phạm Luật xuất bản Việt Nam. Luật bản quyền quốc tế và Công ước Berne về bản quyền sở hữu trí tuệ.

THƯƠNG HIỆU TKBOOKS **Chuyên sách tham khảo**

Phát triển cùng phương châm "Knowledge Sharing - Chia sẻ tri thức", MCBooks luôn mong muốn được hợp tác cùng các tác giả trong nước với ước mong được chia sẻ những phương pháp học mới lạ, độc đáo, những cuốn sách học hay và chất lượng đến với độc giả Việt Nam.

Các tác giả viết sách có nhu cầu xuất bản xin vui lòng liên hệ với chúng tôi qua:

Email: lienhebanquyen@mcbooks.vn

Điện thoại: (04).3792.1466 (Bấm số máy lẻ 103 - Phòng Kế Hoạch)

Chúng tôi luôn mong muốn nhận được những ý kiến góp ý của Quý độc giả để cuốn sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Liên hệ về bản thảo và bản dịch: contact@mcbooks.vn

Liên hệ hợp tác truyền thông trên sách: project@mcbooks.vn

Liên hệ tư vấn, đại diện và giao dịch bản quyền: copyright@mcbooks.vn

PHẠM MINH TRUNG

CẤP TỐC CHINH PHỤC ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM
MÔN TOÁN
CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC
(Theo chương trình thi mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo)



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Để tạo điều kiện cho học sinh 12 làm quen với phương pháp trắc nghiệm Toán, đáp ứng được mục đích yêu cầu của hình thức thi mới mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đề ra từ năm 2017, tôi biên soạn cuốn sách này.

Nội dung cuốn sách gồm:

Phần 1: Kiến thức sử dụng máy tính căn bản.

Phần 2: Các dạng bài sử dụng máy tính bỏ túi.

Phần 3: Bài tập trắc nghiệm theo chuyên đề.

Chuyên đề 1: Vectơ

Chuyên đề 2: Hình giải tích trong mặt phẳng Oxy

Chuyên đề 3: Quan hệ song song

Chuyên đề 4: Quan hệ vuông góc

Chuyên đề 5: Thể tích khối đa diện

Chuyên đề 6: Khối tròn xoay

Chuyên đề 7: Hình giải tích trong mặt phẳng Oxyz

Phần 4: Đáp án bài tập trắc nghiệm theo chuyên đề.

Phần 5: Đề và lời giải chi tiết đề thi minh họa môn Toán của Bộ GD & ĐT năm 2017

Tác giả hy vọng quyển sách này sẽ là một tài liệu tham khảo và ôn tập thiết thực, giúp các em học sinh củng cố, khắc sâu lý thuyết, hoàn thiện và nâng cao kỹ năng giải toán.

Vì hình thức thi trắc nghiệm có những đặc thù riêng trong cách giải nhằm tìm ra đáp án bài toán nhanh nhất, do đó có nhiều bài sẽ có những cách giải khác không chính thống về mặt toán học (tạm gọi là Meo) tuy nhiên tôi sẽ không trình bày chi tiết trong nội dung cuốn sách này.

Dù đã cố gắng rất nhiều, nhưng chắc chắn nội dung quyển sách không tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong nhận được sự góp ý chân thành của bạn đọc gần xa, để quyển sách ngày càng được hoàn thiện.

Qua đây, tôi cũng xin chân thành cảm ơn các quý thầy cô, các bạn học sinh đã có những đóng góp không nhỏ giúp tôi hoàn thành cuốn sách này.

Tác giả: Phạm Minh Trung

(Thầy Trungpm)

CÁCH LÀM BÀI THI TRẮC NGHIỆM HIỆU QUẢ

Thay đổi hình thức thi trắc nghiệm, bắt buộc cách học cũng như các bài phải thay đổi theo sao cho phù hợp nhất, đừng quá lo lắng, hãy bình tĩnh với cách đã mới để sẵn sàng vượt vũ môn.

Theo như phương án tổ chức kì thi THPT Quốc Gia năm 2017 mà bộ GD&ĐT đã công bố thì ngoài môn Ngữ Văn, tất cả các môn còn lại đều thi theo hình thức trắc nghiệm. Như vậy, môn Toán, môn Ngoại ngữ và bài thi Khoa học xã hội, Khoa học tự nhiên sẽ thi bài thi trắc nghiệm.

Mặc dù cũng đã được làm quen với hình thức thi trắc nghiệm thông qua các kì thi Học kì hay các bài kiểm tra ở trường, tuy nhiên trước sự thay đổi của một kì thi quan trọng như vậy thực sự cũng sẽ gây ra không ít khó khăn cho thí sinh. Hình thức thi thay đổi bắt buộc cách học cũng như cách giải phải thay đổi theo sao cho phù hợp nhất, đừng quá lo lắng, hãy bình tĩnh với cách thi mới để sẵn sàng vượt vũ môn.

Thay đổi một chút về cách học và giải

Nếu như trước đây bạn cần nắm thật chắc kiến thức và học cách trình bày theo các bước cho đúng trình tự thì bây giờ yêu cầu thêm nữa đó là phải học kiến thức rộng hơn. Tùy mỗi môn sẽ có những đặc thù khác nhau, nhưng trên cơ sở phải nắm kiến thức và biết vận dụng.

Ở bài thi trắc nghiệm thường sẽ là những bài yêu cầu giải nhanh và không quá rườm rà, yêu cầu kiến thức rộng và bao quát hơn. Nếu như bạn đang theo phương pháp "chậm và chắc" thì bạn phải đổi ngay từ "chậm" thành "nhanh". Giải nhanh chính là chìa khóa để bạn có được điểm cao ở môn trắc nghiệm. Với các bài thi nặng về lí thuyết thì sẽ yêu cầu ghi nhớ nhiều hơn, bạn nên chú trọng phần liên hệ vì đó là xu hướng học cũng như ra đề của Bộ.

Phải tìm được từ "chìa khóa" trong câu hỏi

Từ chìa khóa hay còn gọi là "key" trong mỗi câu hỏi chính là mấu chốt để bạn giải quyết vấn đề. Mỗi khi bạn đọc câu hỏi xong, điều đầu tiên là phải tìm được từ chìa khóa nằm ở đâu. Điều đó giúp bạn định hướng được rằng câu hỏi liên quan đến vấn đề gì và đáp án sẽ gắn liền với từ chìa khóa ấy. Đó được xem là cách để bạn giải quyết câu hỏi một cách nhanh nhất và tránh bị lạc đề hay nhầm dữ liệu đáp án.

Tự trả lời trước... đọc đáp án sau

Cho dù bài thi môn Toán hay bài thi Khoa học xã hội thì bạn đều nên áp dụng cách thức tự đưa ra câu trả lời trước khi đọc đáp án ở đề thi. Điều này đặc biệt xảy ra ở các bài thi liên quan đến môn Lịch sử và Địa lí, khi mà các đáp án thường "na ná" nhau khiến bạn dễ bị rối. Sau khi đọc xong câu hỏi, bạn nên tự trả lời rồi đọc tiếp phần đáp án xem

có phương án nào giống với câu trả lời mình đưa ra hay không. Chớ vội đọc ngay đáp án vì như thế bạn rất dễ bị phân tâm nếu như kiến thức của mình không thực sự chắc chắn.

Phương pháp loại trừ

Một khi bạn không có cho mình một đáp án thực sự chính xác thì phương pháp loại trừ cũng là một cách hữu hiệu giúp bạn tìm ra câu trả lời đúng. Mỗi câu hỏi thường có 4 đáp án, các đáp án cũng thường không khác nhau nhiều lắm về nội dung, tuy nhiên vẫn có cơ sở để bạn dùng phương án loại trừ bằng "mẹo" của mình cộng thêm chút may mắn nữa. Thay vì đi tìm đáp án đúng, bạn hãy thử tìm phương án sai... đó cũng là một cách hay và loại trừ càng nhiều phương án càng tốt.

Khi bạn không còn đủ cơ sở để loại trừ nữa thì hãy dùng cách phỏng đoán, nhận thấy phương án nào khả thi hơn và đủ tin cậy hơn thì khoanh vào phiếu trả lời... đó là cách cuối cùng dành cho bạn.

Phân bố thời gian và nhớ không được bỏ trống đáp án

Việc đầu tiên là đọc qua một lượt tất cả các câu hỏi, xem những câu nào mình đã biết thì nên khoanh ngay đáp án vào phiếu trả lời (bạn nhớ dùng bút chì để có thể sửa đáp án nếu cần thiết). Sau khi làm hết những câu hỏi "trúng tủ" của mình thì chọn những câu hỏi đơn giản làm trước, vì bài thi trắc nghiệm các câu hỏi đều có thang điểm như nhau chứ không giống như bài thi tự luận.

Chính vì vậy câu hỏi khó hay dễ cũng đều có chung phổ điểm, nên bạn hãy làm câu dễ trước để đảm bảo đạt tối đa số điểm. Chú ý phân bố thời gian để không bỏ sót câu hỏi nào, nếu không biết đáp án thì hãy dùng phỏng đoán hay kể cả may mắn cũng được, điều bạn cần là không được để trống đáp án, đó cũng là một cơ hội dành cho bạn.

"Trăm hay không bằng tay quen"

Trước sự mọi sự thay đổi, hay nói cách khác là một cách thức thi mới, thì điều tất yếu là bạn buộc phải tập làm quen với nó để có thể thích ứng ngay với cái mới, điều này cần thời gian để tích lũy kinh nghiệm, các bài thi cũng vậy, thiết nghĩ ngay từ bây giờ bạn nên giải nhiều đề thi trắc nghiệm hơn, tập quen dần với các câu hỏi trắc nghiệm như thế. Bạn sẽ tìm được những lỗi mà mình thường gặp phải cũng như tìm được một phương pháp giải tối ưu cho bài trắc nghiệm.

Thay vì lo lắng và suốt ngày than vãn về việc thay hình thức thi tự luận bằng trắc nghiệm, hãy chủ động bản thân mình để chuẩn bị thật tốt cho kì thi. Bạn lo lắng hay than vãn như thế sẽ chẳng giúp ích được gì cho bản thân, cứ tập làm quen với các bài thi trắc nghiệm, biết đâu được bạn lại phù hợp hơn với cách thi ấy thì sao?

ÁP DỤNG VÀO THỰC TIỄN

Năm nay, đối với môn Toán Bộ đã quyết định chuyển đổi từ hình thức thi Tự Luận sang Trắc Nghiệm. Đây là một hình thức thi không hề lạ đối với HS (như các môn Lí, Hóa, Sinh,...) nhưng khá lạ so với môn Toán. Theo thầy các em không có gì phải hoang mang cả bởi "nước nổi thì bèo nổi", nếu thi Toán dưới hình thức trắc nghiệm thì kiến thức sẽ dàn đều và sẽ dễ hơn, không tập trung quá nhiều vào các câu phân loại như mọi năm. Điều cần làm ngay bây giờ là các em học thật chắc kiến thức (chú ý các em cần đọc kĩ và đào sâu suy nghĩ các khái niệm, định nghĩa trong sách giáo khoa để giải quyết được các câu trắc nghiệm về lí thuyết) và ôn luyện như bình thường đồng thời giữ vững sự chăm chỉ, ý chí quyết tâm còn lại hãy để thầy lo và định hướng cho các em.

Thông thường học sinh rất sợ giải lâu, tốn nhiều thời gian nên luôn cố gắng tìm cách nhanh, mẹo và mất ít thời gian để giải. Nhưng sau đó không ra kết quả hoặc đáp án sai rồi lại phải làm lại từ đầu. Người ta gọi như thế này là "Nhanh một giây chậm cả đời". Khi học toán nên tiếp cận bài toán bằng cách chính thống. Giải tay viết ra giấy kết hợp đầu tính toán luôn. Trong cuộc chiến này, người thắng cuộc hơn nhau ở cái đầu.

Trong quá trình biên soạn chắc chắn không tránh khỏi sai sót, kính mong quý thầy cô và các bạn học sinh thân yêu góp ý để các lần tái bản sau cuốn sách sẽ được hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn!

**KIẾN THỨC SỬ DỤNG MÁY TÍNH
CĂN BẢN CẦN BIẾT ĐỂ CHINH
PHỤC BÀI THI TRẮC NGHIỆM**



CÁC LOẠI PHÍM TRÊN MÁY FX 570ES

1. Phím chung:

Phím	Chức năng
ON	Mở máy
SHIFT OFF	Tắt máy
< >	Cho phép di chuyển con trỏ đến vị trí dữ liệu hoặc phép toán cần sửa.
0 1 2 ... 9	Nhập từng chữ số 0, 1, 2, ..., 9
■	Nhập dấu ngăn cách phần nguyên với phần thập phân của số thập phân.
+ - x ÷ =	Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, dấu bằng
AC	Xóa hết
DEL	Xóa ký tự vừa nhập
INS	Ghi chèn
(-)	Dấu của số âm
CLR	Xóa màn hình

Phím nhớ

RCL	Gọi số nhớ
STO	Gán số nhớ
A B C D E F X Y M	Biến nhớ có thể dùng để gán số liệu, kết quả và các giá trị khác. Riêng số nhớ M, có thể thêm vào số nhớ, bớt ra từ số nhớ. Số nhớ độc lập M trở thành tổng cuối cùng.
M+	Cộng thêm vào số nhớ M
M-	Bớt ra ở số nhớ M
:	Dấu cách hai biểu thức
Ans	Gọi lại kết quả vừa tính (do ấn =, STO A, ..., M+, M-)

2. Phím đặc biệt:

Phím	Chức năng
SHIFT	Để chuyển sang kênh chữ vàng
ALPHA	Để chuyển sang kênh chữ đỏ

MODE	Ấn định ngay từ đầu kiểu, trạng thái, loại hình tính toán, loại đơn vị đo, dạng số biểu diễn kết quả... cần dùng
()	Mở ngoặc, đóng ngoặc
EXP	Nhân với lũy thừa nguyên của 10
π	Nhập số π
$\square\dots$	Nhập hoặc đọc độ, phút, giây
$\square\dots$	Đọc độ, phút, giây
Rnd	Làm tròn giá trị

3. Phím hàm:

Phím	Chức năng
sin, cos, tan	Sin, cô sin, tang
\sin^{-1}	Giá trị góc (từ -90° đến 90° hoặc từ $-\frac{\pi}{2}$ đến $\frac{\pi}{2}$) tương ứng với sin của nó.
\cos^{-1}	Giá trị góc (từ 0° đến 180° hoặc từ 0 đến π) tương ứng với cosin của nó.
\tan^{-1}	Giá trị góc (giữa -90° và 90° hoặc giữa $-\frac{\pi}{2}$ đến $\frac{\pi}{2}$) tương ứng với tang của nó.
e^x 10^x	Hàm mũ cơ số e, cơ số 10
x^2 x^3	Bình phương, lập phương
$\sqrt{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[n]{\quad}$	Căn bậc hai, căn bậc ba, căn bậc n
x^{-1}	Nghịch đảo
\perp	Mũ
$x!$	Giai thừa
%	Phần trăm
Abs	Giá trị tuyệt đối
Ab/c	Nhập hoặc đọc phân số, hỗn số, đổi phân số, hỗn số ra số thập phân và ngược lại.
d/c	Đổi hỗn số (hoặc số thập phân) ra phân số.
RAN#	Số ngẫu nhiên

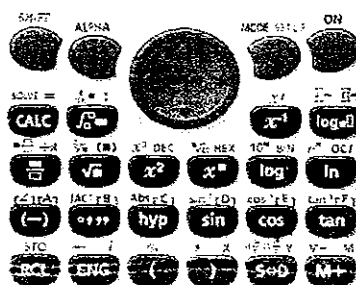
4. Tính thống kê

Biểu tượng	Chức năng
DT	Nhập dữ liệu
;	Dấu ngăn cách giữa số liệu và tần số
,	Cách hai biến
S-SUM	Gọi $\Sigma x^2, \Sigma x, n$
S-VAR	Gọi \bar{x}, σ_n
n	Tổng tần số
\bar{x}	Số trung bình
σ_n	Độ lệch tiêu chuẩn
Σx	Tổng các số liệu
Σx^2	Tổng bình phương các số liệu



NHỮNG QUY ƯỚC MẶC ĐỊNH:

- + Các phím chữ màu trắng thì ấn trực tiếp.
- + Các phím chữ màu vàng thì ấn sau phím SHIFT.
- + Các phím chữ màu đỏ thì ấn sau phím ALPHA.



BẤM CÁC KÍ TỰ BIẾN SỐ:

Bấm phím ALPHA kết hợp với phím chứa các biến.

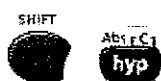
Biến số A



Biến số B



Biến số C



.....

Biến số M



.....



CÁC MODE TÍNH TOÁN

Chức năng MODE

Tính toán chung	COMP	MODE	1
Tính toán với số phức	CMPLX	MODE	2
Giải phương trình bậc 2, bậc 3. Giải hệ phương trình bậc nhất 2, 3 ẩn	EQN	MODE	5
Lập bảng số theo biểu thức	TABLE	MODE	7
Tính toán vectơ	VECTOR	MODE	8
Xóa các MODE đã cài đặt		SHIFT	9

- 1: COMP 2: CMPLX
 3: STAT 4: BASE-N
 5: EQN 6: MATRIX
 7: TABLE 8: VECTOR



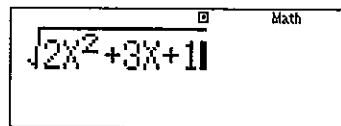
CÔNG CỤ CALC ĐỂ THAY SỐ:

Phím CALC có tác dụng thay số vào một biểu thức.

Ví dụ: Tính giá trị của biểu thức $\sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ tại $x = 3$ ta thực hiện các bước theo thứ tự sau:

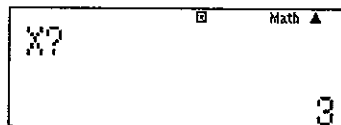
Bước 1: Nhập biểu thức

$$2X^2 + 3X + 1$$



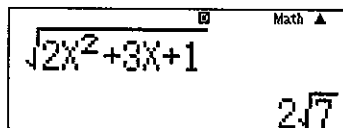
Bước 2: Bấm CALC.

Máy hỏi X? Ta nhập 3.



Bước 3: Nhận kết quả

$$2X^2 + 3X + 1 = 2\sqrt{7}$$



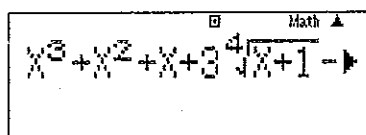
CÔNG CỤ SOLVE ĐỂ DÒ NGHIỆM:

Trong máy tính không có phím SOLVE. Muốn gọi lệnh này phải bấm tổ hợp phím SHIFT + CALC, cùng lúc mới dò được nghiệm. Công cụ dò nghiệm có tác dụng lớn trong việc giải nhanh một phương trình cơ bản và tìm nghiệm của nó. Chú ý rằng, muốn dùng SOLVE, phải luôn bấm bằng biến số X.

Ví dụ 1: Muốn tìm nghiệm của phương trình: $x^3 + x^2 + x + 3\sqrt[4]{x+1} = 3$ ta thực hiện theo các bước sau:

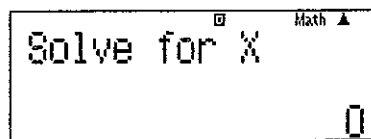
Bước 1: Nhập vào máy tính

$$X^3 + X^2 + X + 3\sqrt[4]{X+1} - 3$$

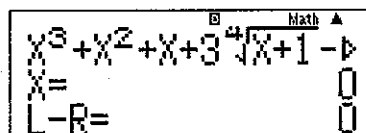


Bước 2: Bấm tổ hợp phím SHIFT + CALC

Máy hỏi Solve for X có nghĩa là bạn muốn bắt đầu dò nghiệm với giá trị của X bắt đầu từ số nào? Chúng ta chỉ cần nhập 1 giá trị bất kỳ, miễn sao thỏa mãn điều kiện xác định là được. Chẳng hạn ta chọn số 0 rồi bấm nút "="



Bước 3: Nhận nghiệm: $X = 0$



+ Nếu nghiệm lẻ quá, ta có thể biểu diễn dưới dạng phân số bằng cách bấm AC sau đó bấm X =

+ Chú ý: Nếu đến bước này không biểu thị được phân thức, ta có thể hiểu rằng 99% đây là nghiệm vô tỷ chứa căn không biểu diễn được bằng máy tính.

CÔNG CỤ TABLE - MODE 7:

Table là công cụ quan trọng để lập bảng giá trị của hàm số. Từ bảng giá trị ta hình dung hình dáng cơ bản của hàm số và nghiệm của đa thức.

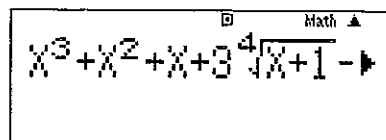
Ex 10: Muốn tìm nghiệm của phương trình: $x^3 + x^2 + x + 3\sqrt[4]{x+1} = 3$ ta thực hiện theo các bước sau:

Dùng tổ hợp phím **MODE** để vào **MATH**.

Bước 1: Nhập vào máy tính

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 3\sqrt[4]{x+1} - 3$$

Sau đó bấm =



Bước 2:

+ Màn hình hiển thị Start?

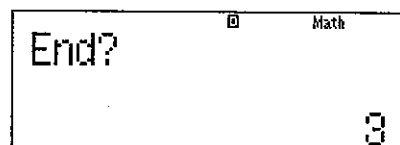
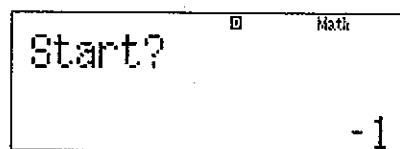
→ Nhập -1.

Bấm =

+ Màn hình hiển thị End?

→ Nhập 3.

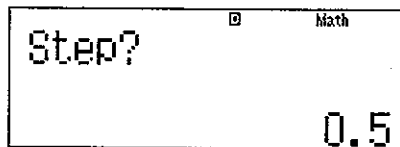
Bấm =



+ Màn hình hiển thị Step?

→ Nhập 0,5.

Bấm =

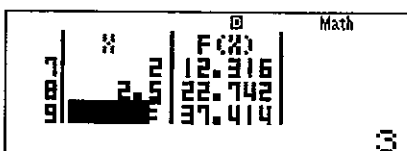
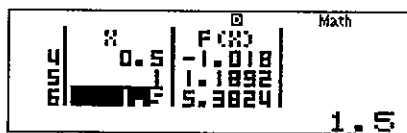
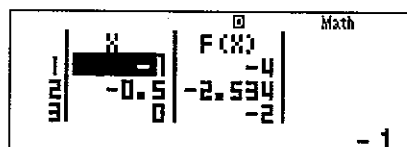


Bước 3: Nhận bảng giá trị

+ Từ bảng giá trị này ta thấy phương trình có nghiệm $x = 0$ và hàm số đồng biến trên $[-1; +\infty)$.

Do đó, $x = 0$ chính là nghiệm duy nhất của phương trình.

+ Qua cách nhẩm nghiệm này ta biết được $f(x) = x^3 + x^2 + x + 3\sqrt[4]{x+1} - 3$ là hàm số đồng biến trên $[-1; +\infty)$.





EQN là công cụ quan trọng để hỗ trợ ta giải phương trình và hệ phương trình.

EQN là công cụ quan trọng để hỗ trợ ta giải phương trình và hệ phương trình.

- 1: $ax+by=c$
- 2: $ax+by+cz=d$
- 3: $ax^2+bx+c=0$
- 4: $ax^3+bx^2+cx+d=0$

EQN 1: Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn.

EQN 2: Hệ phương trình bậc nhất 3 ẩn.

EQN 3: Giải phương trình bậc 2 một ẩn.

EQN 4: Giải phương trình bậc 3 một ẩn.



CMPLX là công cụ quan trọng để hỗ trợ ta giải các bài toán về số phức.

CMPLX là công cụ quan trọng để hỗ trợ ta giải các bài toán về số phức.

ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG

1. Mọi quyền được bảo lưu. Không được sao chép, in, hoặc truyền tải dưới bất kỳ hình thức nào mà không có sự đồng ý bằng văn bản của tác giả.

PHẦN II:

CÁC DẠNG BÀI SỬ DỤNG MÁY TÍNH CĂN BẢN

I TÍNH GIỚI HẠN:

Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{4x + 5} - 3}$.

Bước 1: Nhập vào máy tính

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{4x + 5} - 3}$$

Bước 2: Ấn CALC?

→ Nhập 1.000000.

Bấm =

Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 + x - 1})$

Bước 1: Nhập vào máy tính

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 + x - 1}$$

Bước 2: Ấn CALC?

→ Nhập 1000000.

Bấm =

Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}}$

Bước 1: Nhập vào máy tính

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}}$$

Bước 2: Ấn CALC?

→ Nhập -1000000.

Bấm =

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{4x + 5} - 3} = -2.999998889$$

Đáp số ra -3

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 + x - 1} = -1.000000033$$

Đáp số ra -1

$$\frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}} = 3.0000001$$

Đáp số ra 3

II TÍNH ĐẠO HÀM:

Tính $y'(0)$ của hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$

Bước 1: Ấn SHIFT + phím $\frac{d}{dx}$

Bước 2: Nhập vào máy tính

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$$

→ Nhập X = 0

Bấm =

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2x + 1}{x - 1} \right) \Big|_{x=0} = -3$$

Đáp số ra -3



TÍNH TÍCH PHẦN:

Tính $\int_1^e \frac{\ln X}{X(2 + \ln X)^2} dX$

Bước 1: Bấm phím

Bước 2: Nhập vào máy tính

$$\int_1^e \frac{\ln X}{X(2 + \ln X)^2} dX$$

Bấm =

$$-\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi

$$y = -x^2 + 2x + 1 \text{ và } y = 2x^2 - 4x + 1$$

Bước 1: Giải $-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1$

$$\rightarrow x = 0, x = 2$$

Bước 2: Bấm phím

Bước 3: Nhập vào máy tính

$$\int_0^2 \left| (-x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 4x + 1) \right| dx$$

Bấm =

Đáp số ra 4



IV. TÍNH GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT:

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35 \text{ trên đoạn } [-1; 1]$$

Bước 1: Bấm MODE 7 để vào TABLE

Bước 2: Nhập vào máy tính

$$f(X) = X^3 - 3X^2 - 9X + 35$$

Bấm =

Nhập Start = -1, End = 1 và Step = 0,2

Bước 3: Tra bảng và tìm giá trị lớn nhất.

X	F(X)
-0.8	39.768
-0.6	39.104
-0.4	38.056

Đáp số ra 40 tại $x \approx -0,8$

• Ví dụ: tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = x + \frac{9}{x+2} \text{ trên đoạn } [-1; 2]$$

Bước 1: Bấm MODE để vào MODE

Bước 2: Nhập vào máy tính

$$f(X) = X + \frac{9}{X+2}$$

Bấm

Nhập $\text{Start} = -1$, $\text{End} = 2$ và $\text{Step} = 0,3$

Bước 3: Tra bảng và tìm giá trị nhỏ nhất.

7	8	F(X)
8	0.8	4.0142
9	1.1	4.0032
	1.4	4.047

Math

1.4

Đáp số ra 1



• BÀI PHƯƠNG TRÌNH:

CHỈT $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$

Bước 1: Nhập vào máy tính

$$f(X) = 4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} - 3$$

Bước 2: Bấm $\text{SHIFT} + \text{CALC}$

Nhận nghiệm $X = 0$

Bước 3: Nhập lại vào máy tính

$$f(X) = (4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} - 3) : X$$

Bước 4: Bấm $\text{SHIFT} + \text{CALC}$

Nhận nghiệm $X = 1$

(Có thể dùng lệnh CALC để thử nghiệm)

$$\begin{array}{l} 4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} - 3 \\ X = \\ L-R = \end{array} \begin{array}{l} \text{Math} \uparrow \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} - 3 \\ X = \\ L-R = \end{array} \begin{array}{l} \text{Math} \uparrow \\ 1 \\ 0 \end{array}$$

Đáp số ra $x = 0$ và $x = 1$

$$\log_4(3 \cdot 2^X - 8) = X - 1$$

Bước 1: Nhập vào máy tính

$$f(X) = 3 \cdot 2^X - 8 - 4^{X-1}$$

Bước 2: Bấm $\text{SHIFT} + \text{CALC}$

Nhận nghiệm $X = 2$

Bước 3: Nhập lại vào máy tính

$$f(X) = (3 \cdot 2^X - 8 - 4^{X-1}) : (X - 2)$$

Bước 4: Bấm $\text{SHIFT} + \text{CALC}$

Nhận nghiệm $X = 3$

(Có thể dùng lệnh CALC để thử nghiệm)

$$\begin{array}{l} \text{Math} \blacktriangle \\ 3 \times 2^X - 8 - 4^{X-1} \\ X = \\ \text{L-R} = \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ -2 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Math} \blacktriangle \\ (3 \times 2^X - 8 - 4^{X-1}) \div (X - 2) \\ X = \\ \text{L-R} = \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ 3 \\ 0 \end{array}$$

Đáp số ra là $X = 2$ và $X = 3$

VII. TÍNH SỐ PHỨC:

Tìm modulo của số phức

$$z = (2 + i)(1 - i) + 1 + 3i$$

Bước 1: Bấm $\text{MODE} 2$ để vào CMPLX

Bước 2: Nhập vào máy tính

$$f(X) = (2 + i)(1 - i) + 1 + 3i$$

Bấm =

Được số phức $z = 4 + 2i$

Bước 3: Nhập $\text{Abs}(\text{Ans})$.

Bấm =

Tìm modulo của số phức

$$\text{Biết } z \text{ thỏa mãn } z + (1 + i) \cdot z = 5 + 2i$$

Bước 1: Bấm $\text{MODE} 2$ để vào CMPLX

Bước 2: Nhập vào máy tính

Đặt $z = x + yi$

$$f(X) = (x + yi) + (1 + i)(x - yi) - 5 - 2i$$

Bước 3: Bấm CALC với $X = 1000$, $Y =$

100 ta được kết quả sau:

Bước 4: Phân tích kết quả

Bước 5: Tính modulo của z

$$\begin{array}{l} \text{CMPLX} \quad \text{EQ} \quad \text{Math} \blacktriangle \\ (2+i)(1-i) + 1 + 3i \\ \\ \\ 4 + 2i \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{CMPLX} \quad \text{EQ} \quad \text{Math} \blacktriangle \\ |\text{Ans}| \\ \\ \\ 2\sqrt{5} \end{array}$$

Đáp số ra là 0 tại $x = -0,8$

$$\begin{array}{l} \text{CMPLX} \quad \text{EQ} \quad \text{Math} \blacktriangle \\ (X+Yi) + (1+i)(X-Yi) \\ \\ \\ 2095 + 998i \end{array}$$

Phân tích kết quả

$$2095 = 2000 + 100 - 5 = 2x + y - 5$$

$$998 = 1000 - 2 = x - 2$$

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Đáp số } |z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Chuyển đổi dạng số phức

Cho $z = 1 + i$

Bước 1: Bấm MODE 2 để vào CMPLX

Bước 2: Nhập vào máy tính $z = 1 + i$

Bước 3: Bấm SHIFT + 2 + 3 chuyển về dạng lượng giác ta được kết quả.

Lấy thừa của số phức

$$[r(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

Căn bậc 2 của số phức

$$z_1 = \pm \sqrt{r} \left(\cos \frac{\phi}{2} + i \sin \frac{\phi}{2} \right)$$

VIP TÍNH VECTƠ:

- 1) Mode + 8: chuyển sang môi trường vectơ.
- 2) Mode + 8 + 1 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ A
- 3) Mode + 8 + 2 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ B
- 4) Mode + 8 + 3 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ C
- 5) Shift + 5 + 1: Nhập dữ liệu lại cho các vectơ A, B, C
- 6) Shift + 5 + 2: Truy cập dữ liệu các vectơ A, B, C
- 7) Shift + 5 + 3/4/5: Trích xuất vectơ A, B, C ra ngoài màn hình
- 8) Shift + 5 + 6: Vectơ kết quả phép tính
- 9) Shift + 5 + 7: Tích vô hướng
- 10) VctAVctB: tích có hướng (Nhập liền nhau không dấu)
- 11) Abs: độ dài vectơ/giá trị tuyệt đối.

Tính diện tích tam giác cho $A(1;0;1)$, $B(2;2;2)$, $C(5;2;1)$

Ta có: $\vec{AB} = (1;2;1)$; $\vec{AC} = (4;2;0)$;

Bước 1: Bấm MODE 8 để vào VECTO

Bước 2: Nhập vào máy tính tọa độ các vectơ

Bấm Mode + 8 + 1 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ A (\overrightarrow{AB})

Bấm Mode + 8 + 2 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ B (\overrightarrow{AC})

Bước 3: Nhập $\frac{1}{2} \text{Abs}(\text{VctA} \times \text{VctB})$

Bấm =

Tính thể tích tứ diện A(1;0;1), B(2;2;2), C(5;2;1), D(4;3;-2)

Bước 1: Bấm MODE 8 để vào VECTO

Bước 2: Nhập vào máy tính tọa độ các vectơ

Bấm Mode + 8 + 1 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ A (\overrightarrow{AB})

Bấm Mode + 8 + 2 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ B (\overrightarrow{AC})

Bấm Mode + 8 + 3 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ C (\overrightarrow{AD})

Bước 3: Nhập $\frac{1}{6} \text{Abs}((\text{VctA} \times \text{VctB}) \times \text{VctC})$.

Bấm =

Tính khoảng cách từ A(1;2;1) đến đường thẳng (d) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$

Ta có: $\vec{u} = (1; 2; -2)$; $\overrightarrow{AM} = (-3; -1; -2)$

Bước 1: Bấm MODE 8 để vào VECTO

Bước 2: Nhập vào máy tính tọa độ các vectơ

Bấm Mode + 8 + 1 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ A (\vec{u})

Bấm Mode + 8 + 2 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ B (\overrightarrow{AM})

Bước 3: Nhập $\text{Abs}(\text{VctA} \times \text{VctB}) : \text{AbsVctA}$

Bấm =

Đáp số ra $S = \sqrt{14}$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left| \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \right|$$

$$\vec{A} \left[\begin{array}{ccc} \text{Vct A} \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\vec{B} \left[\begin{array}{ccc} \text{Vct B} \\ 2 & 2 & 2 \end{array} \right]$$

$$\vec{C} \left[\begin{array}{ccc} \text{Vct C} \\ 5 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

$$(1 \div 6) \times \text{Abs}(\text{VctA} \times \text{VctB})$$

Đáp số ra $V = 4$

$$\text{Abs}(\text{VctA} \times \text{VctB}) \div \text{AbsVctA}$$

Đáp số ra $d = \frac{5\sqrt{5}}{3}$

$$d(A; d) = \frac{\left| \left[\vec{u}, \overrightarrow{AM} \right] \right|}{|\vec{u}|}$$

Hình khoảng cách giữa 2 đường thẳng

chép nhau (d) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$ và

(d') $\frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{5}$

Ta có: $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$; $\vec{u}_2 = (-4; -2; 5)$;

$\overline{M_1M_2} = (-3; 4; -5)$

Bước 1: Bấm MODES để vào VECTO

Bước 2: Nhập vào máy tính tọa độ các vectơ

Bấm Mode + 8 + 1 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ A (\vec{u}_1)

Bấm Mode + 8 + 2 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ B (\vec{u}_2)

Bấm Mode + 8 + 3 + 1: Nhập dữ liệu cho vectơ C ($\overline{M_1M_2}$)

Bước 3: Nhập

Abs((VctAVctB)xVtcC):Abs(VctAVctB)

Bấm =

Abs((VctAVctB) x VtcC) : Abs(VctAVctB)

4.91934955

Đáp số ra d = $\frac{11}{\sqrt{5}}$

$$d(A; d) = \frac{\left| \begin{bmatrix} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \end{bmatrix} \cdot \overline{M_1M_2} \right|}{\left| \begin{bmatrix} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \end{bmatrix} \right|}$$

PHẦN III:

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
THEO CHUYÊN ĐỀ**

CHUYÊN ĐỀ 1: VECTƠ

A. LÝ THUYẾT

1. Các định nghĩa

• Vectơ là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu vectơ có điểm đầu A, điểm cuối B là \vec{AB} .

• Giá của vectơ là đường thẳng chứa vectơ đó.

• Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ, kí hiệu $|\vec{AB}|$.

• Vectơ - không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, kí hiệu $\vec{0}$.

• Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

• Hai vectơ cùng phương có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

• Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

Chú ý

+ Ta còn sử dụng kí hiệu \vec{a}, \vec{b}, \dots để biểu diễn vectơ.

+ Qui ước: Vectơ $\vec{0}$ cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ.

Mọi vectơ $\vec{0}$ đều bằng nhau.

2. Các phép toán trên vectơ

a) Tổng của hai vectơ

• Qui tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C tùy ý, ta có: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

• Qui tắc hình bình hành: Với ABCD là hình bình hành, ta có: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

• Tính chất: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$; $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

b) Hiệu của hai vectơ

• Vectơ đối của \vec{a} là vectơ \vec{b} sao cho $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$. Kí hiệu vectơ đối của \vec{a} là $-\vec{a}$.

• Vectơ đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$.

• $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

• Qui tắc ba điểm: Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta có: $\vec{OB} - \vec{OA} = \vec{AB}$.

c) Tích của một vectơ với một số

• Cho vectơ \vec{a} và số $k \in \mathbb{R}$. $k\vec{a}$ là một vectơ được xác định như sau:

+ $k\vec{a}$ cùng hướng với \vec{a} nếu $k \geq 0$, $k\vec{a}$ ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$.

+ $|\vec{k}\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

• Tính chất: $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$; $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$; $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$
 $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

• Điều kiện để hai vectơ cùng phương:

\vec{a} và $\vec{b} (\vec{a} \neq \vec{0})$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \vec{b} = k\vec{a}$

• Điều kiện ba điểm thẳng hàng: A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \neq 0: \vec{AB} = k\vec{AC}$.

• Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương:

Cho hai vectơ không cùng phương \vec{a}, \vec{b} và \vec{x} tùy ý. Khi đó $\exists! m, n \in \mathbb{R}: \vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

Chú ý

• Hệ thức trung điểm đoạn thẳng:

M là trung điểm của đoạn thẳng AB $\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$ (O tùy ý).

• Hệ thức trọng tâm tam giác:

G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ (O tùy ý).

3. Tích vô hướng của hai vectơ

• Góc giữa hai vectơ

Cho $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$. Từ một điểm O bất kì vẽ $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$.

Khi đó $(\vec{a}, \vec{b}) = \widehat{AOB}$ với $0^\circ \leq \widehat{AOB} \leq 180^\circ$.

Chú ý

+ $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

+ $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng

+ $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng

+ $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$

• Định nghĩa: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Đặc biệt: $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

• Tính chất: Với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và $\forall k \in \mathbb{R}$, ta có:

+ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

+ $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

+ $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$

+ $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$

+ $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$

+ $\vec{a}^2 - \vec{b}^2 = (\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$.

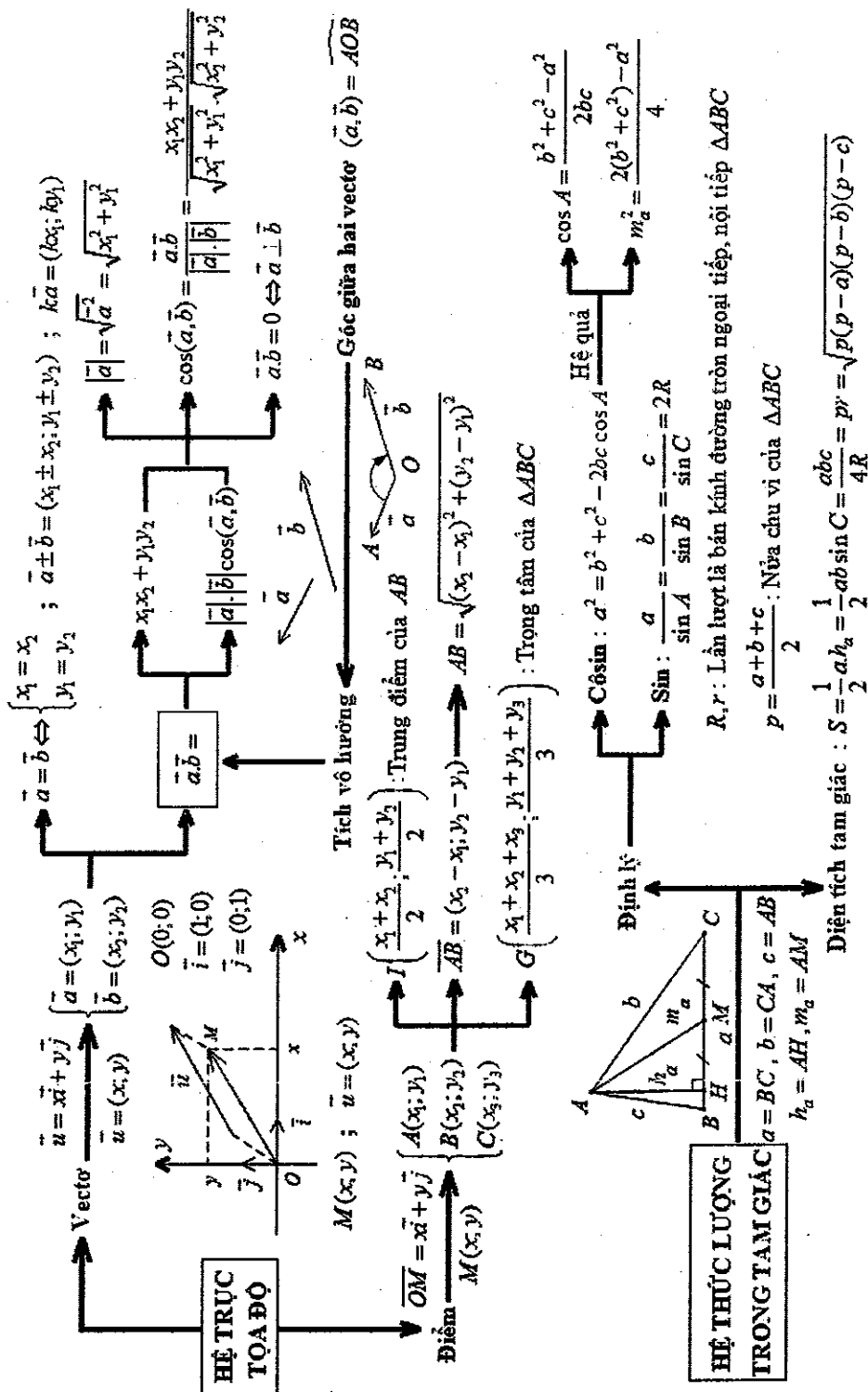
+ $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b})$ là góc nhọn

+ $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b})$ là góc tù

+ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b})$ là góc vuông.

SƠ ĐỒ TƯ DUY

(Sưu tầm)



Câu 10 I là chân đường phân giác trong của ΔABC kẻ từ A khi và chỉ khi:

A. $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$

B. $\overline{IB} = \frac{AB}{AC} \overline{IC}$

C. $\overline{IB} = -\frac{AB}{AC} \overline{IC}$

D. $\overline{IC} = -\frac{AB}{AC} \overline{IA}$

Câu 11 Cho 3 điểm phân biệt A,B,C đẳng thức nào sau đây là đúng:

A. $\overline{CA} - \overline{BA} = \overline{BC}$

B. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}$

C. $\overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CB}$

D. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CA}$

Câu 12 Cho ABCD là hình bình hành kết luận nào sau đây là đúng:

A. $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD}$

B. $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AB}$

C. $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{BC}$

D. $\overline{AC} - \overline{AD} = \overline{D}$

Câu 13 Cho 5 điểm bất kì M,N,P,Q,R. Vectơ tổng bằng:

A. \overline{MR}

B. \overline{MN}

C. \overline{PR}

D. \overline{MP}

Câu 14 Cho ABCD là hình bình hành có tâm O. Kết luận nào sau đây sai:

A. $\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{AD} = 4\overline{AO}$

B. $\overline{AB} + \overline{CB} = \overline{BD}$

C. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$

D. $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{CB}$

Câu 15 Cho ΔABC có trọng tâm G, I là trung điểm BC. Đẳng thức nào sau đây là đúng:

A. $\overline{GA} = 2\overline{GI}$

B. $\overline{GB} + \overline{GC} = \overline{GA}$

C. $\overline{AB} + \overline{AC} = 6\overline{GI}$

D. $\overline{GI} = \frac{-1}{3} \overline{IA}$

Câu 16 Cho ΔABC đều có tâm O. Kết luận nào sau đây sai:

A. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \vec{0}$

B. $\overline{AB} + \overline{AC} = 3\overline{AO}$

C. $|\overline{OA}| + |\overline{OB}| = |\overline{OC}|$

D. $\overline{CA} + \overline{CB} = 2\overline{CO}$

Câu 17 Cho $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì khác $\vec{0}$. Kết luận nào đúng:

A. $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$

B. $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$

C. \vec{a} cùng hướng $k\vec{a}$ ($k \in R$)

D. \vec{a} và \vec{b} ngược hướng \vec{c} thì \vec{a} cùng hướng \vec{b}



Câu 18 Cho ΔABC thì cặp vectơ nào cùng hướng:

- A. $2\overline{BC} + \overline{AC}$ và $\overline{BC} + 2\overline{AC}$ B. $5\overline{BC} + \overline{AC}$ và $-10\overline{BC} - 2\overline{AC}$
 C. $\overline{BC} - 2\overline{AC}$ và $2\overline{BC} - \overline{AC}$ D. $\overline{BC} - \overline{AC}$ và $\overline{BC} + \overline{AC}$

Câu 19 Cho ΔABC có trọng tâm G, I là trung điểm BC. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G. Kết luận nào đúng:

- A. $\overline{DC} = 2\overline{GI}$ B. $\overline{AD} = \overline{GC}$
 C. $\overline{AD} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ D. các kết luận A, B, C đều đúng

Câu 20 Cho ABCD là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là các trung điểm BC và CD thì $\overline{AI} + \overline{AK}$ bằng:

- A. $2\overline{AC}$ B. $\frac{2}{3}\overline{AC}$ C. $\frac{3}{2}\overline{AC}$ D. $3\overline{AC}$

Câu 21 Cho ΔABC cố định, M là điểm di động thỏa mãn $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3$ thì quỹ tích các điểm M:

- A. đoạn thẳng B. đường thẳng
 C. đường tròn D. các kết quả A, B, C đều sai

Câu 22 Cho ΔABC có trọng tâm G, I là trung điểm BC. Quỹ tích các điểm n di động mà $2|\overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NC}| = 3|\overline{NB} + \overline{NC}|$ là:

- A. đường trung trực của GI B. đường thẳng qua G và \perp IG
 C. đường thẳng qua G và // IG D. đường tròn tâm G bán kính IG

Câu 23 Cho ΔABC lấy E trên đoạn BC sao cho $BE = \frac{1}{4}BC$. Chọn kết luận đúng:

- A. $\overline{AE} = 3\overline{AB} + 4\overline{AC}$ B. $\overline{AE} = \frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$
 C. $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{1}{5}\overline{AC}$ D. $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \overline{AC}$

Câu 24 Cho ngũ giác đều ABCDE. Kết luận nào sau đây sai:

- A. \overline{AB} cùng phương \overline{EC} B. $\overline{OA} + \overline{OB}$ cùng phương $\overline{OC} + \overline{OE}$
 C. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OE} = \vec{0}$ D. $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{CE}| + |\overline{EA}|$

Câu 35 Cho ΔABC vuông tại A có $\hat{A}BC = 50^\circ$. Kết luận nào sau đây sai:

A. $(\overline{AB}; \overline{AC}) = 130^\circ$

B. $(\overline{BC}; \overline{AC}) = 40^\circ$

C. $(\overline{AB}; \overline{CB}) = 50^\circ$

D. $(\overline{AC}; \overline{CB}) = 120^\circ$

Câu 36 Cho ΔABC vuông tại A có $\hat{A}BC = 60^\circ$, $AB = a$ thì $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng

A. $3a^2$

B. $-3a^2$

C. $a^2\sqrt{3}$

D. $-a^2\sqrt{3}$

Câu 37 Cho ΔABC vuông tại C có $AC = 9$ thì $\overline{AB} \cdot \overline{CA}$ bằng:

A. 9

B. -9

C. 81

D. -81

CHUYÊN ĐỀ 2:
HÌNH GIẢI TÍCH TRONG MẶT PHẪNG OXY

1. KHÁI NIỆM:



1. TOẠ ĐỘ OXY:

1.1. Trục toạ độ

Trục toạ độ (trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm gốc O và một vectơ đơn vị \vec{e} . Kí hiệu $(O; \vec{e})$.

Toạ độ của vectơ trên trục: $\vec{u} = (a) \Leftrightarrow \vec{u} = a \cdot \vec{e}$.

Toạ độ của điểm trên trục: $M(k) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = k \cdot \vec{e}$.

Độ dài đại số của vectơ trên trục: $\overline{AB} = a \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = a \cdot \vec{e}$.

Chú ý + Nếu \overrightarrow{AB} cùng hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = AB$.

+ Nếu \overrightarrow{AB} ngược hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = -AB$.

+ Nếu $A(a), B(b)$ thì $\overline{AB} = b - a$.

+ Hệ thức Sa-lơ: Với A, B, C tuỳ ý trên trục, ta có: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$.

2. Hệ trục toạ độ

• Hệ gồm hai trục toạ độ Ox, Oy vuông góc với nhau. Vectơ đơn vị trên Ox, Oy lần lượt là \vec{i}, \vec{j} . O là gốc toạ độ, Ox là trục hoành, Oy là trục tung.

• Toạ độ của vectơ đối với hệ trục toạ độ: $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$.

• Toạ độ của điểm đối với hệ trục toạ độ: $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$.

• Tính chất: Cho $\vec{a} = (x; y), \vec{b} = (x'; y'), A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$:

$$+ \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$+ \vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y')$$

$$+ k\vec{a} = (kx; ky)$$

$$+ \vec{a} = \vec{b} \text{ cùng phương với } \vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: x' = kx \text{ và } y' = ky \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \text{ (nếu } x \neq 0, y \neq 0)$$

$$+ \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$+ \text{Toạ độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB: x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

+ Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$; $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

+ Toạ độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k \neq 1$: $x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k}$; $y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k}$

(M chia đoạn AB theo tỉ số $k \Leftrightarrow \vec{MA} = k\vec{MB}$).

3. **Biên độ góc** \vec{a} của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} :

Cho $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$. Khi đó: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$; $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$; $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = 0$

Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Khi đó: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.



II. ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẪNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .

Nhận xét: – Nếu \vec{u} là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTCP của Δ .

– Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTCP.

2. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ .

Nhận xét:

– Nếu \vec{n} là một VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của Δ .

– Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTPT.

– Nếu \vec{u} là một VTCP và \vec{n} là một VTPT của Δ thì $\vec{u} \perp \vec{n}$.

3. Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$.

Phương trình tham số của Δ :
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad (1) \quad (t \text{ là tham số}).$$

4. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$.

Phương trình chính tắc của Δ :
$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (2) \quad (u_1 \neq 0, u_2 \neq 0).$$

Chú ý Trong trường hợp $u_1 = 0$ hoặc $u_2 = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc.

5. Phương trình tổng quát của đường thẳng

PT $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng.

• Ví dụ: $2x - 3y + 5 = 0$ - Nếu Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có:

VTPT là $\vec{n} = (a; b)$ và VTCP $\vec{u} = (-b; a)$ hoặc $\vec{v} = (b; -a)$.

- Nếu Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$ thì phương trình của Δ là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

• Ví dụ: Đường hợp đặc biệt:

a, b, c	Phương trình đường thẳng Δ	Đặc tính đường thẳng Δ
$c = 0$	$ax + by = 0$	Δ đi qua gốc tọa độ O
$a = 0$	$by + c = 0$	$\Delta // Ox$ hoặc $\Delta \equiv Ox$
$b = 0$	$ax + c = 0$	$\Delta // Oy$ hoặc $\Delta \equiv Oy$

• Δ đi qua hai điểm $A(a; 0), B(0; b)$ ($a, b \neq 0$): Phương trình của $\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn.

• Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k : Phương trình của $\Delta: y - y_0 = k(x - x_0)$

được gọi là phương trình đường thẳng theo hệ số góc.

6. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Toạ độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

• Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ hệ (1) có một nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

• $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow$ hệ (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

• $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ hệ (1) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

7. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ (có VTPT $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$)

và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ (có VTPT $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$)

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1b_2 + a_2b_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Chú ý

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$$

Cho $\Delta_1: y = k_1 x + m_1, \Delta_2: y = k_2 x + m_2$ thì:

$$+ \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2 + \Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$$

• Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$

• Cho hình vuông từ một hình chữ nhật nội tiếp đường thẳng

Cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$: $d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

• Trị trị tương đối của hai điều kiện của một đường thẳng

Cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và hai điểm $M(x_M; y_M), N(x_N; y_N) \notin \Delta$.

- M, N nằm cùng phía đối với $\Delta \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$.

- M, N nằm khác phía đối với $\Delta \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$.

• Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ cắt nhau.

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

III. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN:

1. Phương trình đường tròn

Phương trình đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính R : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Nhận xét: Phương trình $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$, với $a^2 + b^2 - c > 0$, là phương trình khai triển của đường tròn tâm $I(-a; -b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ :

Δ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường tròn

Để biện luận số giao điểm của đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$ và đường tròn $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, ta có thể thực hiện như sau:

* Cách 1: So sánh khoảng cách từ tâm I đến d với bán kính R .

- Xác định tâm I và bán kính R của (C) .
- Tính khoảng cách từ I đến d .
- + $d(I, d) < R \Leftrightarrow d$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
- + $d(I, d) = R \Leftrightarrow d$ tiếp xúc với (C) .
- + $d(I, d) > R \Leftrightarrow d$ và (C) không có điểm chung.

* Cách 2: Tọa độ giao điểm (nếu có) của d và (C) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \end{cases} (*)$$

- + Hệ $(*)$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow d$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
- + Hệ $(*)$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow d$ tiếp xúc với (C) .
- + Hệ $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow d$ và (C) không có điểm chung.

4. Vị trí tương đối giữa 2 đường tròn

Để biện luận số giao điểm của hai đường tròn

$$(C_1): x^2 + y^2 + 2a_1x + 2b_1y + c_1 = 0, (C_2): x^2 + y^2 + 2a_2x + 2b_2y + c_2 = 0$$

ta có thể thực hiện như sau:

* Cách 1: So sánh độ dài đoạn nối tâm I_1I_2 với các bán kính R_1, R_2 .

- + $|R_1 - R_2| < I_1I_2 < R_1 + R_2 \Leftrightarrow (C_1)$ cắt (C_2) tại 2 điểm.
- + $I_1I_2 = R_1 + R_2 \Leftrightarrow (C_1)$ tiếp xúc ngoài với (C_2) .
- + $I_1I_2 = |R_1 - R_2| \Leftrightarrow (C_1)$ tiếp xúc trong với (C_2) .
- + $I_1I_2 > R_1 + R_2 \Leftrightarrow (C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.
- + $I_1I_2 < |R_1 - R_2| \Leftrightarrow (C_1)$ và (C_2) ở trong nhau.

* Cách 2:

Tọa độ các giao điểm (nếu có) của (C_1) và (C_2) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2a_1x + 2b_1y + c_1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2a_2x + 2b_2y + c_2 = 0 \end{cases} (*)$$

- + Hệ (*) có hai nghiệm $\Leftrightarrow (C_1)$ cắt (C_2) tại 2 điểm.
- + Hệ (*) có một nghiệm $\Leftrightarrow (C_1)$ tiếp xúc với (C_2) .
- + Hệ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow (C_1)$ và (C_2) không có điểm chung.



1. Định nghĩa

Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$). $M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$ ($a > c$)
 F_1, F_2 : các tiêu điểm, $F_1F_2 = 2c$: tiêu cự.

2. Phương trình chính tắc của elip

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

- Tọa độ các tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Với $M(x; y) \in (E)$, MF_1, MF_2 được gọi là các bán kính qua tiêu điểm của M :

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x, \quad MF_2 = a - \frac{c}{a}x$$

3. Hình dạng của elip

- (E) nhận các trục tọa độ làm các trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng
- Tọa độ các đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$
- Độ dài các trục: trục lớn: $A_1A_2 = 2a$, trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$
- Tâm sai của (E) : $e = \frac{c}{a}$ ($0 < e < 1$)
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ (ngoại tiếp elip)

4. Đường chuẩn của elip

- Phương trình các đường chuẩn Δ_i ứng với các tiêu điểm F_i là: $x \pm \frac{a}{e} = 0$
- Với $M \in (E)$ ta có: $\frac{MF_1}{d(M, \Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M, \Delta_2)} = e$ ($e < 1$)

5. Phương trình tiếp tuyến của Elip

Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$

Đường thẳng Δ tiếp xúc với $(E) \Leftrightarrow (Aa)^2 + (Bb)^2 = C^2$



PHƯƠNG TRÌNH HYPERBOL

1. Định nghĩa

Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$). $M \in (H) \Leftrightarrow |MF_1 - MF_2| = 2a$ ($a < c$)

F_1, F_2 là các tiêu điểm, $F_1F_2 = 2c$: là tiêu cự.

2. Phương trình chính tắc của hyperbol

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0, b^2 = c^2 - a^2)$$

• Tọa độ các tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$

• Với $M(x; y) \in (H)$, MF_1, MF_2 được gọi là các độ dài qua tiêu điểm của M:

$$MF_1 = \left| a + \frac{c}{a}x \right|, \quad MF_2 = \left| a - \frac{c}{a}x \right|$$

3. Hình dạng của hyperbol

- (H) nhận các trục tọa độ làm các trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng
- Tọa độ các đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0)$
- Độ dài các trục: trục thực: $2a$, trục ảo: $2b$
- Tâm sai của (H): $e = \frac{c}{a}$ ($e > 1$)
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$
- Phương trình các đường tiệm cận: $y = \pm \frac{b}{a}x$

4. Đường chuẩn của hyperbol

- Phương trình các đường chuẩn Δ_1 ứng với các tiêu điểm F_1 là: $x \pm \frac{a}{e} = 0$
- Với $M \in (H)$ ta có: $\frac{MF_1}{d(M, \Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M, \Delta_2)} = e$ ($e < 1$)

5. Phương trình tiếp tuyến của hyperbol

Cho hyperbol (H) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng Δ :

$$Ax + By + C = 0$$

Đường thẳng Δ tiếp xúc với (E) $\Leftrightarrow (Aa)^2 - (Bb)^2 = C^2$



1. Định nghĩa

Cho điểm F và đường thẳng Δ không đi qua F . $M \in (P) \Leftrightarrow MF = d(M, \Delta)$

F : tiêu điểm, D : đường chuẩn, $p = d(F, \Delta)$: tham số tiêu.

2. Phương trình chuẩn của parabola

$$y^2 = 2px \quad (p > 0)$$

• Tọa độ tiêu điểm: $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$

• Phương trình đường chuẩn: $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0$

• Với $M(x; y) \in (P)$, bán kính qua tiêu điểm của M là $MF = x + \frac{p}{2}$

3. Hình dạng của parabola

• (P) nằm về phía bên phải của trục tung

• (P) nhận trục hoành làm trục đối xứng

• Tọa độ đỉnh: $O(0; 0)$

• Tâm sai: $e = 1$

CÁC SƠ ĐỒ

Sơ đồ 1: TAM GIÁC

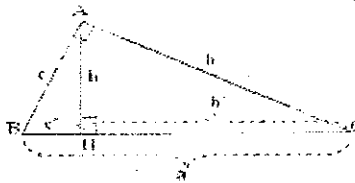
Tam giác có 1 góc bằng 90 độ

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AM = \frac{1}{2} BC$$

Mà tâm đường tròn ngoại tiếp

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ b^2 = a \cdot b' \\ c^2 = a \cdot c' \\ h^2 = b' \cdot c' \\ a \cdot h = b \cdot c \\ \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \end{cases}$$



Hệ thức lượng về cạnh

$$\begin{cases} \sin B = \cos C = \frac{b}{a} \\ \sin C = \cos B = \frac{c}{a} \\ \tan B = \cot C = \frac{b}{c} \\ \tan C = \cot B = \frac{c}{b} \end{cases}$$

Hệ thức lượng về góc

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c = \frac{1}{2} a \cdot h$$

Diện tích

Chú ý:

R: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

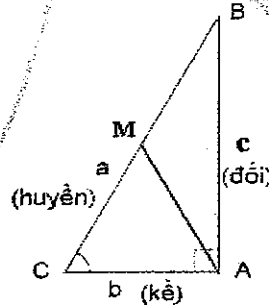
r: bán kính đường tròn nội tiếp tam giác

p: nửa chu vi tam giác, $p = \frac{a+b+c}{2}$

m_a, m_b, m_c: độ dài trung tuyến tương ứng

h_a, h_b, h_c: độ dài đường cao tương ứng

Tam giác vuông



TAM

Tam giác có 3 cạnh bằng nhau

Tam giác có 2 góc bằng 60 độ

Tam giác cân có 1 góc bằng 60 độ

Dấu hiệu

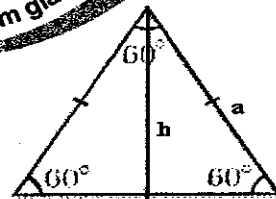
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Đường cao

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

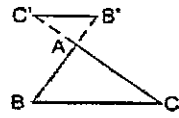
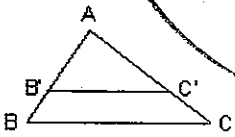
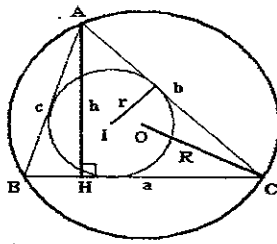
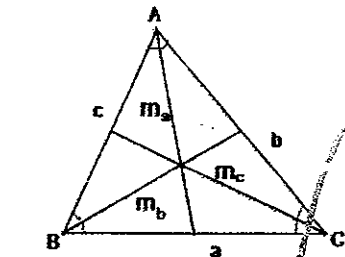
Diện tích

Tam giác đều



TRƯỜNG

GIÁC



Dấu hiệu

+ Tổng 2 cạnh lớn hơn cạnh còn lại. + Hiệu 2 cạnh nhỏ hơn cạnh còn lại.

Định lí Cosin

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \\ c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cdot \cos C \end{cases}$$

Hệ quả ĐL Cosin

$$\begin{cases} \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$

Định lí Sin

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Độ dài trung tuyến

$$\begin{cases} m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} \\ m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \\ m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4} \end{cases}$$

Tam giác thường

Diện tích tam giác

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} b h_b = \frac{1}{2} c h_c \\ S = \frac{1}{2} a b \cdot \sin C = \frac{1}{2} a c \cdot \sin B = \frac{1}{2} b c \cdot \sin A \\ S = \frac{abc}{4R} = p \cdot r \\ S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \end{cases}$$

ĐL Talet

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

2 tam giác

Tam giác bằng nhau

- C - C - C
- C - G - C
- G - C - G

Tam giác đồng dạng

- C - C - C
- C - G - C
- G - G

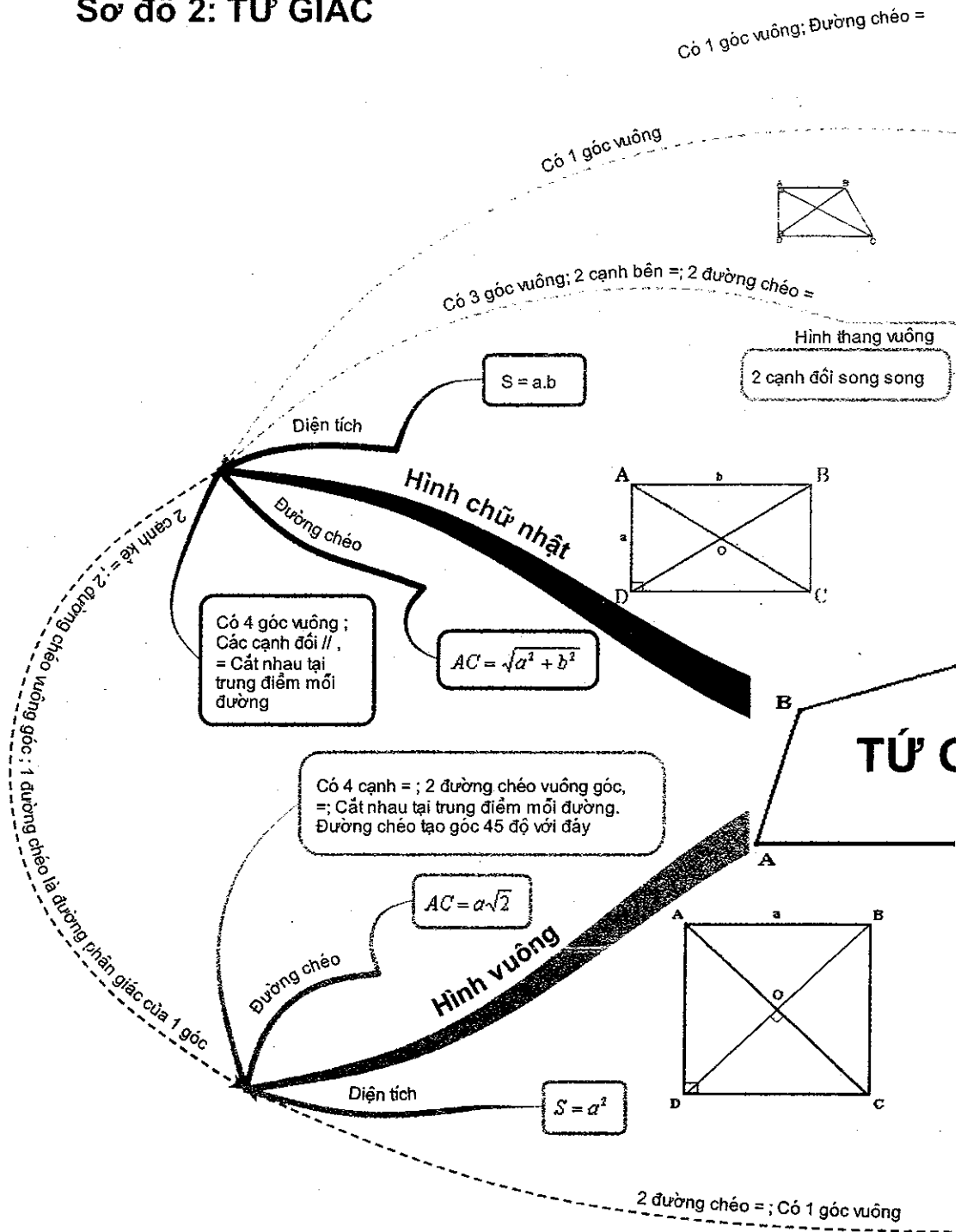
T/c khác

Trong 1 tam giác: Trực tâm H, trọng tâm G, tâm đường tròn ngoại tiếp O cùng nằm trên 1 đường thẳng (đt OIe).

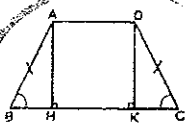
G ở giữa O và H; OH = 3.OG

Tỉ lệ phân giác $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ Áp dụng cho cả pg trong và pg ngoài.

Sơ đồ 2: TỨ GIÁC



Hình thang cân



+ 2 góc gề 1 đáy:
= + 2 đường
chéo: = + 2 Cạnh
bên: =

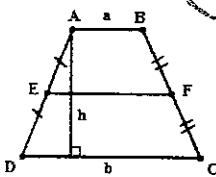
2 cạnh đáy = ; 2 cạnh bên //

Đường TB

Diện tích

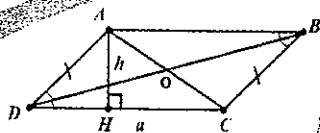
$$EF = \frac{a+b}{2}$$

Hình thang



$$S = \frac{1}{2}h(a+b)$$

Hình bình hành

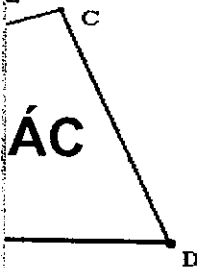


Các cạnh >< // ; Các cạnh >< = ; Các góc >< = ; 2 cạnh >< // và = ; 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

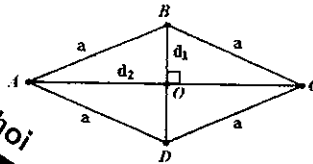
Diện tích

$$S = a.h$$

ÁC



Hình thoi



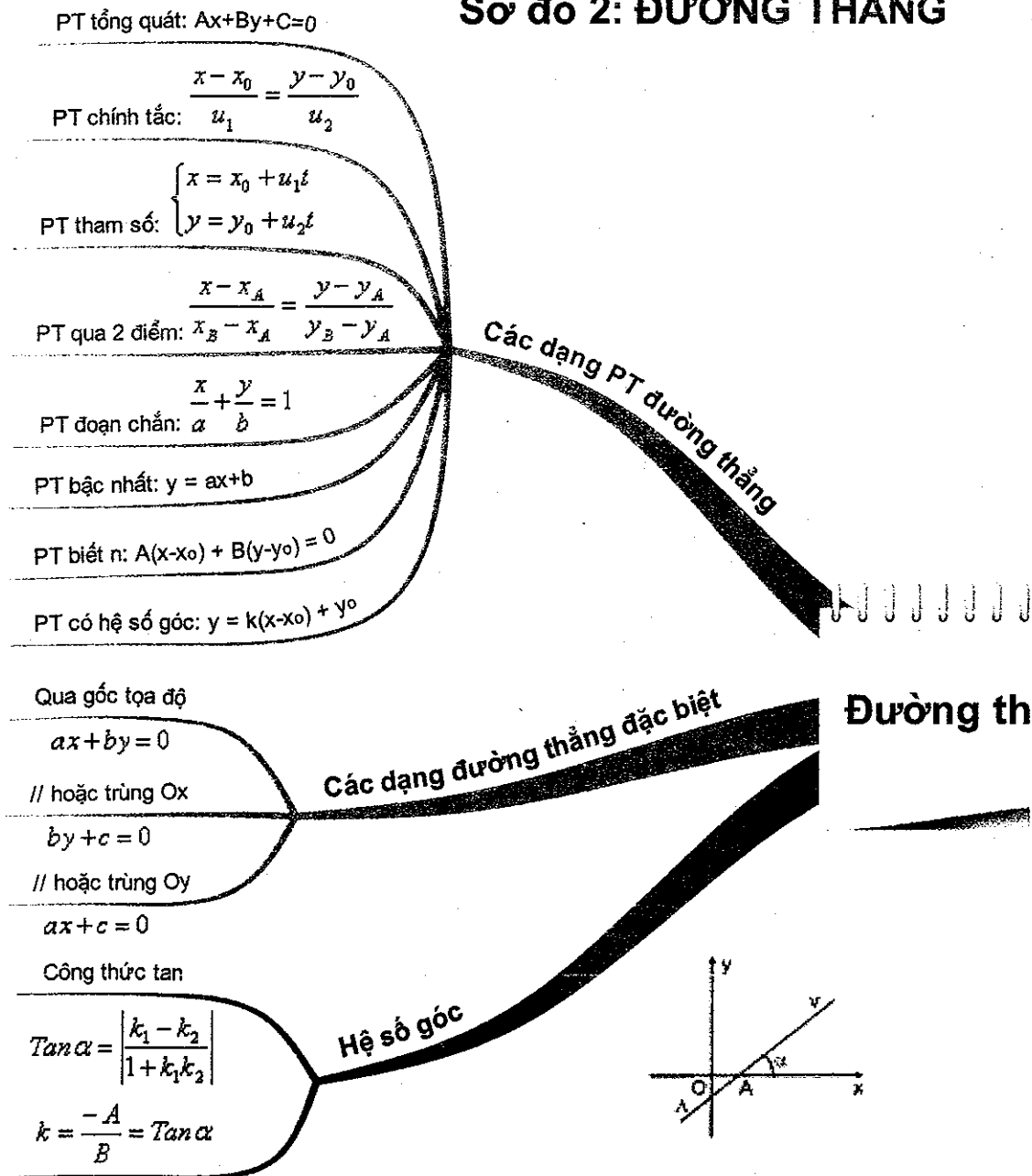
$$S = ah = \frac{1}{2}d_1.d_2$$

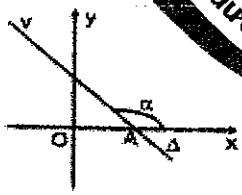
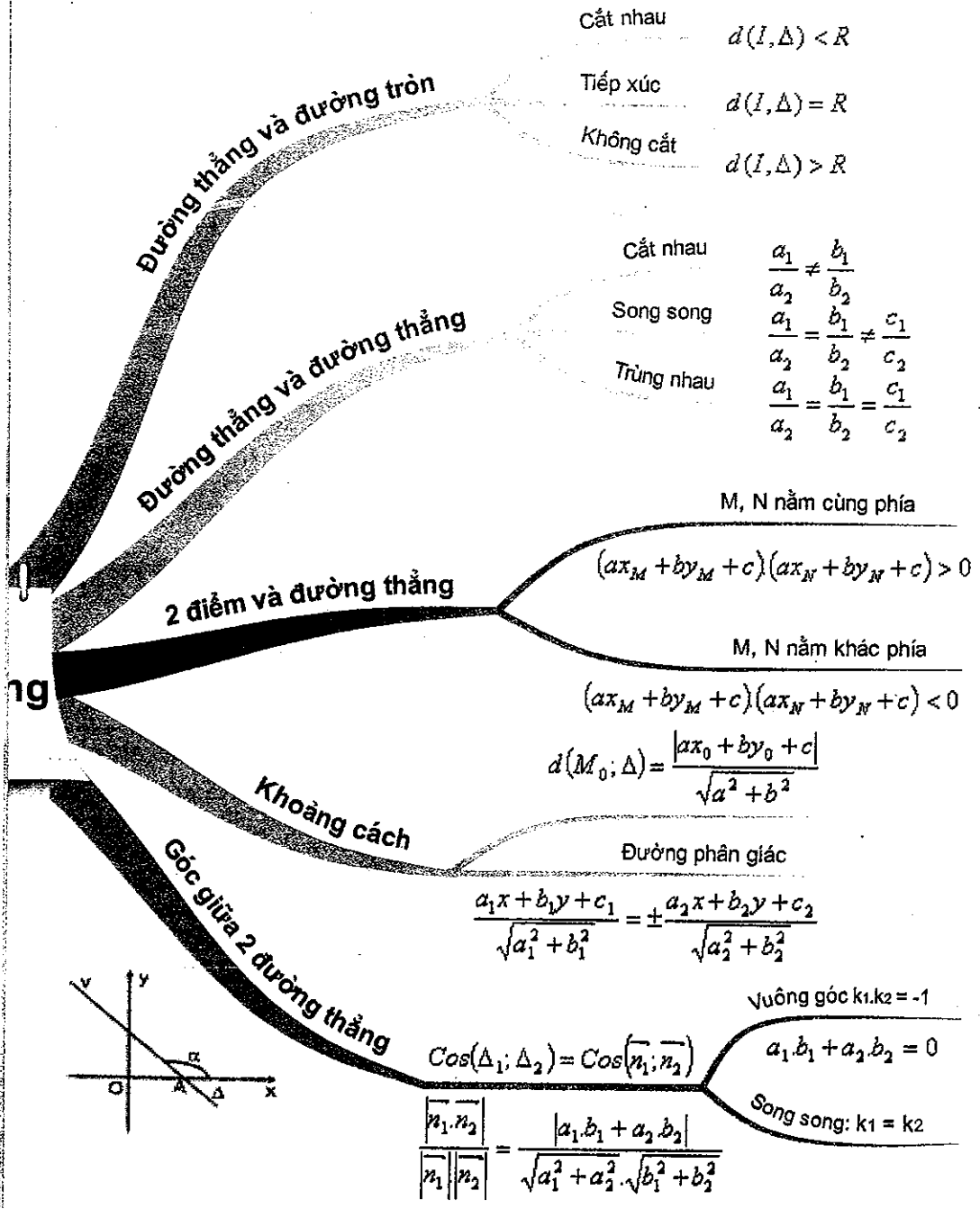
Diện tích

4 cạnh = ; 2 đường chéo vuông góc ; 2 đường chéo là đường phân giác và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

2 cạnh kề = ; 2 đường chéo vuông góc ; 1 đường chéo là đường phân giác của 1 góc

Sơ đồ 2: ĐƯỜNG THẲNG





Sơ đồ 3: ĐƯỜNG TRÒN

PT tổng quát

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

PT khai triển

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

Tâm I(a,b)

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

TT tại 1 điểm (Tách tọa độ)

$$x^2 = x \cdot x_0; y^2 = y \cdot y_0$$

$$2x = x + x_0; 2y = y + y_0$$

Tiếp tuyến đi qua điểm

$$y = k(x - x_0) + y_0$$

$$d(I, \Delta) = R$$

Tiếp tuyến // với $y = ax + b$

$$k = a; d(I, \Delta) = R$$

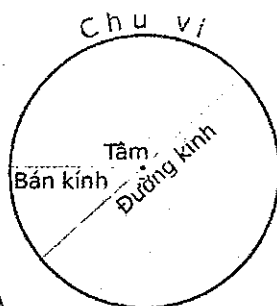
Tiếp tuyến vg với $y = ax + b$

$$k = \frac{-1}{a}; d(I, \Delta) = R$$

Tiếp tuyến tạo góc α với $y = ax + b$

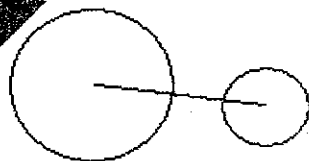
$$\tan \alpha = \left| \frac{k-a}{1+ka} \right|; d(I, \Delta) = R$$

Phương trình đường tròn

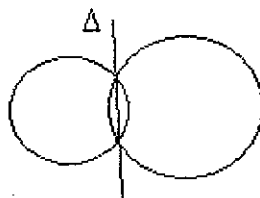


ĐƯỜNG

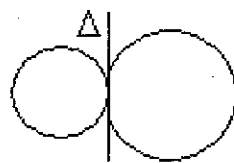
Tiếp tuyến



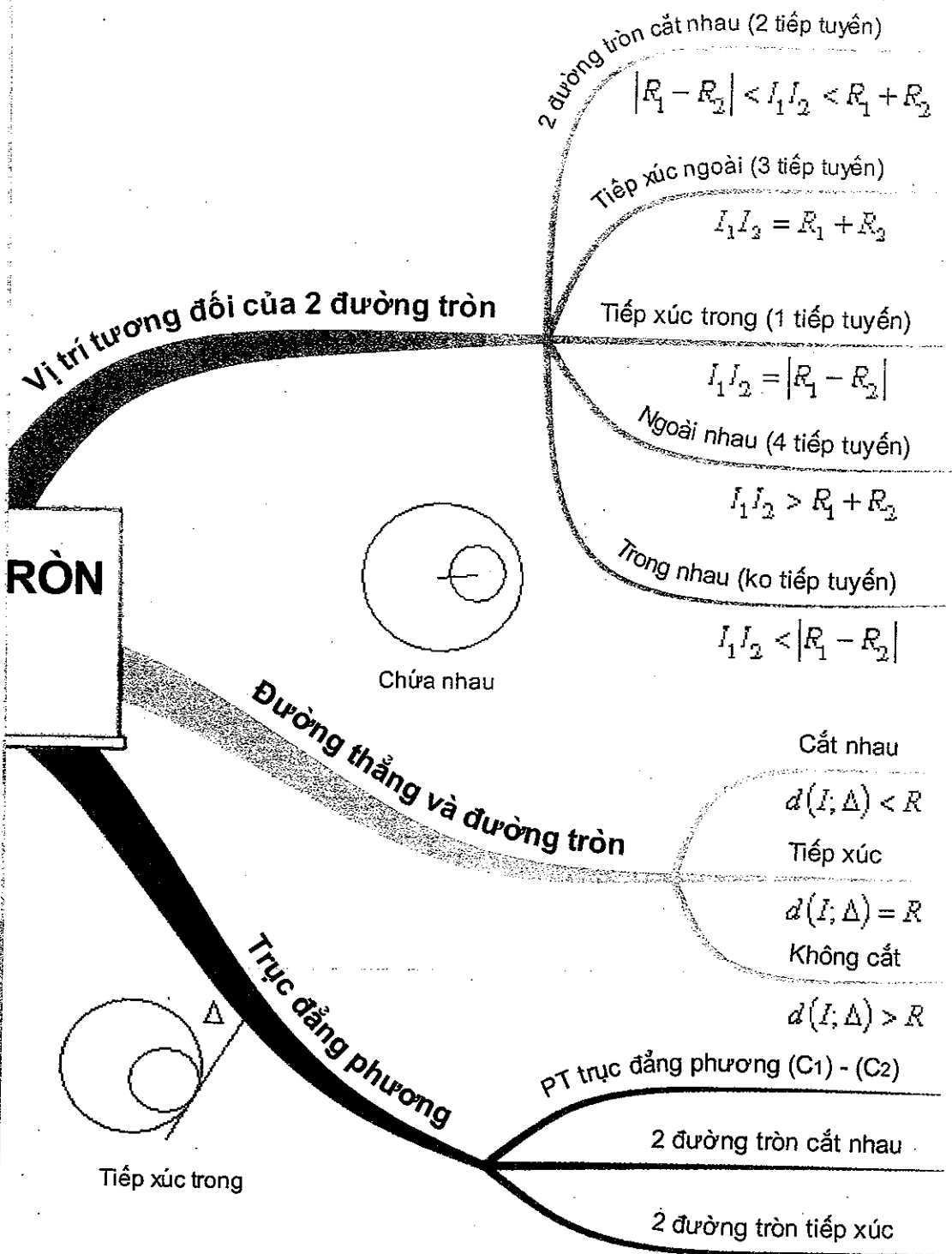
Ngoài nhau



Cắt nhau



Tiếp xúc ngoài



Trục: Trục lớn A_1A_2 ; Trục nhỏ B_1B_2

$$A_1A_2 = 2a \quad B_1B_2 = 2b$$

Đỉnh: Trục lớn A_1, A_2 ; Trục nhỏ B_1, B_2

$$A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$$

Tiêu điểm: TĐT F_1 ; TĐP F_2

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$$

$$\text{Tiêu cự: } F_1F_2 = 2c$$

$$(a > b > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

$$\text{Tâm sai } e = c/a$$

Đường chuẩn: ĐCT d_1 ; ĐCP d_2

$$(d_1): x = \frac{-a^2}{c} = \frac{-a}{e} \quad (d_2): x = \frac{a^2}{c} = \frac{a}{e}$$

Bán kính qua tiêu

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x, \quad MF_2 = a - \frac{c}{a}x$$

Tìm M thuộc (E) để góc $F_1MF_2 = 90^\circ$

$$MF_1^2 + MF_2^2 = F_1F_2^2 = 4c^2$$

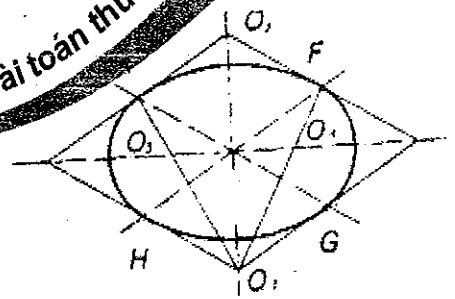
Tìm M thuộc (E) để góc $F_1MF_2 = 60^\circ$

$$MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos(60^\circ) = 4c^2$$

Các bài toán về khoảng cách và BK qua tiêu

Các đặc trưng cơ bản của Elip

Các bài toán thường gặp



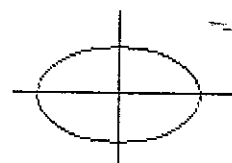
Sơ đồ 4: HÌNH ELIP

HÌNH ELIP

Phương trình đường Elip

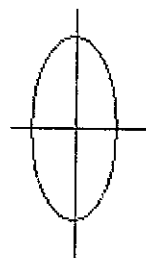
PT tổng quát $a > b > 0$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



PT tổng quát $a < b$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Tiếp tuyến

TT tại 1 điểm (Tách tọa độ)

$$x^2 = x \cdot x_0; y^2 = y \cdot y_0$$

Tiếp tuyến đi qua điểm

$$y = k(x - x_0) + y_0$$

$$A^2 a^2 + B^2 b^2 = C^2 (dk1)$$

Tiếp tuyến // với $y = ax + b$

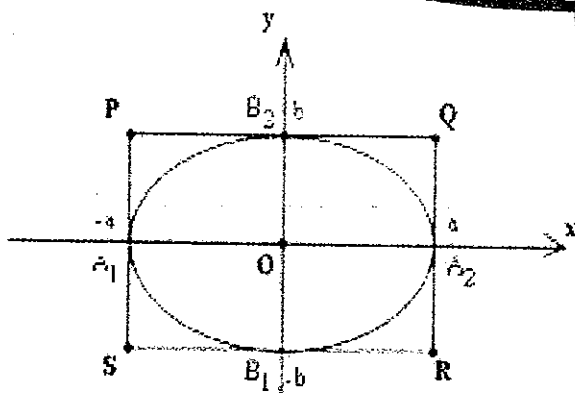
$$k = a; (dk1)$$

Tiếp tuyến vg với $y = ax + b$

$$k = \frac{-1}{a}; (dk1)$$

Tiếp tuyến tạo góc α với $y = ax + b$

$$\tan \alpha = \left| \frac{k - a}{1 + ka} \right|; (dk1)$$



Sơ đồ 5: HÌNH HYPEBOL

Tiệm cận: TCT d_1 ; TCP d_2

$$(d_1)y = \frac{b}{a}x \quad (d_2)y = -\frac{b}{a}x$$

Trục: Trục lớn A_1A_2 ; Trục nhỏ B_1B_2

$$A_1A_2 = 2a \quad B_1B_2 = 2b$$

Đỉnh: Trục lớn A_1, A_2 ; Trục nhỏ B_1, B_2

$$A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$$

Tiêu điểm: TĐT F_1 ; TĐP F_2

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$$

Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$

$$(a, b > 0, b^2 = c^2 - a^2)$$

Tâm sai $e = c/a$

Đường chuẩn: ĐCT d_1 ; ĐCP d_2

$$(d_1): x = \frac{-a^2}{c} = \frac{-a}{e} \quad (d_2): x = \frac{a^2}{c} = \frac{a}{e}$$

Bán kính qua tiêu

$$MF_1 = \left| a + \frac{c}{a}x \right|, MF_2 = \left| a - \frac{c}{a}x \right|$$

Tìm M thuộc (E) để góc $F_1MF_2 = 90^\circ$

$$MF_1^2 + MF_2^2 = F_1F_2^2 = 4c^2$$

Tìm M thuộc (E) để góc $F_1MF_2 = 60^\circ$

$$MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos(60^\circ) = 4c^2$$

Các bài toán về khoảng cách và BK qua tiêu

Các đặc trưng cơ bản của Hypeb

HÌ



Các bài toán thường gặp

Chú ý:

$$\text{Đồ thị hàm } y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

cũng là 1 đường Hypebol

Phương trình đường Hypebol

PT tổng quát $a > b$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

HYPEBOL

Tiếp tuyến

- TT tại 1 điểm (Tách tọa độ)
 - $x^2 = x \cdot x_0; y^2 = y \cdot y_0$
- Tiếp tuyến đi qua điểm
 - $y = k \cdot (x - x_0) + y_0$
 - $A^2 a^2 - B^2 b^2 = C^2 (dk1)$
- Tiếp tuyến // với $y = ax + b$
 - $k = a; (dk1)$
- Tiếp tuyến vg với $y = ax + b$
 - $k = \frac{-1}{a}; (dk1)$
- Tiếp tuyến tạo góc α với $y = ax + b$
 - $\text{Tan } \alpha = \left| \frac{k - a}{1 + ka} \right|; (dk1)$

V. BÀI TẬP:



TỌA ĐỘ OXY:

- Câu 1 Cho OABC là hình bình hành với $C \in x'Ox$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. \overline{AB} có tung độ $\neq 0$ B. $y_a \neq y_b$ C. $x_c = 0$ D. $x_a + x_c = x_b$
- Câu 2 Cho $\vec{u} = (3, -2)$, $\vec{v} = (1, 6)$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. $\vec{u} + \vec{v}$ ngược hướng $\vec{a} = (-4, 4)$ B. \vec{u} cùng phương \vec{v}
 C. $\vec{u} + \vec{v}$ cùng hướng $\vec{b} = (1, -4)$ D. $2\vec{u} + \vec{v}$ cùng phương \vec{v}
- Câu 3 Cho $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, 3)$, $\vec{c} = (-6, -10)$. Hãy chọn kết quả đúng
 A. $\vec{a} + \vec{b}$ cùng hướng \vec{c} B. $\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - \vec{b}$ cùng phương
 C. $\vec{a} - \vec{b}$ và \vec{c} cùng hướng D. $\vec{a} + \vec{b}$ và \vec{c} ngược hướng
- Câu 4 Cho A(0,3), B(1,5), C(-3,-3). Kết luận nào sau đây đúng:
 A. và \overline{AC} cùng hướng B. A nằm giữa B và C
 C. B nằm giữa A và C D. C nằm giữa B và A
- Câu 5 Cho A(-2,3), B(0,4), C(5,-4); Tứ giác ABCD là hình bình hành khi:
 A. D(3,-5) B. D(3,7) C. D(7,5) D. D(-7,5)
- Câu 6 ΔABC có trọng tâm G(1,2) A(-3,5), B(1,2) thì tọa độ C là:
 A. C(5,1) B. C(-5,1) C. C(5,-1) D. C(-5,-1)
- Câu 7 Cho ΔABC có M(1,-1); N(3,2); P(0,-5) lần lượt là trung điểm BC, CA, AB thì tọa độ A là:
 A. A(2,2) B. A(5,1) C. A(1,-2) D. A(2,-2)
- Câu 8 Cho $\vec{a} = (-2, -1)$; $\vec{b} = (3, -1)$ góc của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là
 A. 45° B. 135° C. 30° D. 150°
- Câu 9 cho A(1,2); B(3,4) vectơ đơn vị cùng phương với \overline{AB} là:
 A. (1,1) B. $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ D. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
- Câu 10 Cho ΔABC có trung điểm của BC=C là M(1,1) trọng tâm tam giác là G(2,3) thì tọa độ A là:
 A. (3,5) B. (4,5) C. (4,7) D. (2,4)

- Câu 10 Cho ΔABC có $A(-1,1); B(1,3); C(1,-1)$. Kết luận nào sau đây đúng:
- A. ΔABC đều
 B. ΔABC cân tại B
 C. ΔABC vuông cân tại A
 D. ΔABC có 3 góc nhọn
- Câu 11 ΔABC có $A(10,5); B(3,2); C(6,-5)$ Kết luận nào sau đây đúng:
- A. ΔABC vuông tại B
 B. ΔABC vuông cân tại B
 C. ΔABC vuông cân tại A
 D. ΔABC có \widehat{BAC} tù
- Câu 12 Cho ΔABC có $A(-1,1); B(3,1); C(6,0)$ thì \widehat{ABC} bằng:
- A. 45°
 B. 60°
 C. 120°
 D. 150°
- Câu 13 Cho ΔABC có $A(-3,6); B(9,-10); C(-5,4)$ thì tọa độ trực tâm ΔABC là:
- A. (3,5)
 B. (2,4)
 C. (-5,4)
 D. (2,0)
- Câu 14 Cho $A(1,2); B(-3,3); M(m+2,2)$. Để ΔABC vuông tại m thì:
- A. $m = -1$
 B. $m = -5$
 C. Hai kết quả A, B đều đúng
 D. Hai kết quả A, B đều sai
- Câu 15 Cho $A(-1,3); B(2,1)$. Tìm tọa độ N sao cho $\overline{NB} = -2\overline{AB}$ thì:
- A. $N(8,3)$
 B. $N(8,-3)$
 C. $N(-8,-3)$
 D. $N(-8,3)$
- Câu 16 Cho $A(0,1); B(-1,-2); C(1,5); D(-1,-1)$. Kết luận nào sau đây đúng:
- A. A, B, C thẳng hàng
 B. A, B, D thẳng hàng
 C. $AB \parallel CD$
 D. $AB \parallel BC$
- Câu 17 ΔOAB có $A(0,2); B(1,3)$ thì tọa độ trực tâm H của ΔOAB là:
- A. $H(\frac{1}{3}, 1)$
 B. $H(-\frac{1}{3}, 1)$
 C. $H(\frac{1}{3}, -1)$
 D. $H(-\frac{1}{3}, -1)$
- Câu 18 Cho tứ giác ABCD có $A(2,4); B(1,2); C(3,1); D(6,2)$ thì ABCD là hình:
- A. thang
 B. thang cân
 C. thang vuông
 D. hình chữ nhật
- Câu 19 cho $A(0,3); B(-4,-1); C(4,-1)$ thì ΔABC là tam giác:
- A. vuông
 B. cân
 C. vuông cân
 D. đều
- Câu 20 ΔABC có $C(-2,-4)$ trọng tâm $G(0,4)$ và $M(2,0)$ là trung điểm BC thì tọa độ A và B là:
- A. (6,4) và (4,12)
 B. (-6,4) và (4,12)
 C. (-4,12) và (6,4)
 D. A, B, C đều sai

100. Cho A(1,-2) và B nằm trên tia Ox. Biết rằng đường trung trực của AB qua O thì:

- A. $B(\sqrt{5}, 0)$ B. $B(-\sqrt{5}, 0)$ C. $B(0, \sqrt{5})$ D. $B(5, 0)$

101. Cho A(1,-1); B(2,0) C(0,1) thì diện tích ΔABC bằng:

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

102. Cho A(1,1); B(3,-1); C(7,-1); D(4,2) thì diện tích ABCD bằng:

- A. 7 B. 10 C. 12 D. 16

103. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là:

- A. (0,1) B. (0,-1) C. (1,0) D. (-1,0)

104. Trục tâm của ΔOAB là:

- A. (1,-1) B. (-1,1) C. (1,1) D. (-1,-1)

105. Bán kính đường tròn nội tiếp ΔOAB bằng:

- A. $\sqrt{2} + 1$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

106. Tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB là:

- A. (1,-1) B. $(\sqrt{2} - 1, -1)$ C. $(\sqrt{2}, 1)$ D. $(\sqrt{2} - 1, 1)$

107. A(5,4); B(3,-2). Lấy M trên trục hoành. Giá trị nhỏ nhất của $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

108. Cho A(-1,1); B(2,3). Gọi N trên trục tung, NA + NB ngắn nhất khi:

- A. $N(\frac{5}{3}, 0)$ B. $N(0, \frac{5}{3})$
 C. $N(0, \frac{3}{5})$ D. 3 kết quả A, B, C đều sai

II. ĐƯỜNG THẲNG:

1. Phương trình đường thẳng:

Câu 1. Phương trình đường thẳng qua A(0,1); B(-1,0) là:

- A. $\frac{-x}{1} + \frac{y}{1} = 1$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t, t \in R \end{cases}$
 C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1}$ D. các kết quả A, B, C đều đúng

Câu 1 Phương trình đường thẳng qua $M(-1,2); N(2,4)$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2}$$

B. $2x - 3y + 8 = 0$

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$$

C. các kết quả A, B, C đều đúng

Câu 2 Cho ΔABC cân tại B. Biết $B \in (d): 2x - y = 0; A(1,-1); C(3,5)$ thì tọa độ B là :

A. $B(\frac{8}{7}, \frac{16}{7})$

B. $B(\frac{16}{7}, \frac{8}{7})$

C. $B(\frac{4}{7}, \frac{8}{7})$

D. $B(8,16)$

Câu 3 Hệ số góc của đường thẳng qua $A(2,3)$ và $B(3,1)$ là k bằng:

A. 2

B. -2

C. 1

D. Không xác định

Câu 4 Đường thẳng qua $M(1,2); N(1,-3)$ có vectơ pháp tuyến là :

A. $\vec{n} = (0,1)$

B. $\vec{n} = (1,0)$

C. $\vec{n} = (0,-5)$

D. $\vec{n} = (1,2)$

Câu 5 Phương trình tổng quát của đường thẳng qua $M(1,2)$ và chẵn trên trục tọa độ các đoạn bằng nhau là:

A. $x - y - 3 = 0$

B. $x - y + 3 = 0$

C. $x + y + 3 = 0$

D. $x + y - 3 = 0$

Cho ΔABC có $A(1,4); B(3,-1); C(5,2)$. Hãy trả lời các câu hỏi 7, 8, 9, 10:

Câu 7 Phương trình tổng quát đường thẳng BC là:

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1}$

B. $x - y + 4 = 0$

C. $x - y - 4 = 0$

D. $x + y - 4 = 0$

Câu 8 Phương trình tổng quát đường cao AH là:

A. $x + y + 5 = 0$

B. $x + y - 5 = 0$

C. $x - y + 5 = 0$

D. $x - y - 5 = 0$

Câu 9 Phương trình tham số đường trung tuyến AM là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{9}{2} - 3t \\ y = 4 = \frac{1}{2} + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{1}$

Câu 10 Phương trình tổng quát đường trung trực của AB là:

A. $5x + 2y - 1 = 0$

B. $2x - 5y + 7 = 0$

C. $2x - 5y + \frac{7}{2} = 0$

D. $2x + 5y + \frac{7}{2} = 0$

- Câu 11 Hình chiếu vuông góc của $M(2,7)$ lên (d): $x - 2y + 2 = 0$ là:
 A. $H(-4,-3)$ B. $(4,3)$ C. $H(-4,3)$ D. $H(4,-3)$
- Câu 12 Phương trình đường thẳng qua $A(-1,-3)$ và vuông góc với (d); $3x + 8y - 12 = 0$ là:
 A. $8x - 3y - 1 = 0$ B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{8}$
 C. $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = -3+8t \end{cases}$ D. Các kết quả A, B, C đều đúng
- Câu 13 Phương trình đường thẳng qua $M(-1,-2)$ và song song (Δ): $\frac{x}{5} = \frac{y}{-2}$ là:
 A. $2x + 5y - 12 = 0$ B. $2x + 5y + 12 = 0$
 C. $2x - 5y + 12 = 0$ D. $2x - 5y - 12 = 0$
- Câu 14 Điểm đối xứng của $O(0,0)$ qua (D): $x - y + 2 = 0$ là:
 A. $(2,2)$ B. $(2,-2)$ C. $(-2,2)$ D. $(-2,-2)$
- Câu 15 Cho $A(2,1)$ và $\Delta \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+t \end{cases}$. Lấy $M \in \Delta$ để AM ngắn nhất thì:
 A. $M(1,2)$ B. $M(-1,2)$ C. $M(1,-2)$ D. $M(-1,-2)$
2. Vị trí tương đối của 2 đường thẳng
- Câu 16 Cho d: $\begin{cases} x = 1-4t \\ y = 2+2t \end{cases}$ và d': $2x + 4y - 10 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. $d // d'$ B. d trùng d'
 C. d cắt d' D. Góc của d và d' là 30°
- Câu 17 Cho $d_1: 2x - y + 3 = 0$; $d_2: x + y + 3 = 0$; $d_3: ax + y + 3 = 0$. Để d_1, d_2, d_3 đồng quy thì:
 A. $a = -2$ B. $a = 2$
 C. $a = 1$ D. các kết quả A, B, C đều sai
- Câu 18 Cho (d) $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = t \end{cases}$ và (d') $\begin{cases} x = t' \\ y = 3+t' \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. d cắt d' B. $d // d'$
 C. d trùng d' D. d và d' chéo nhau
- Câu 19 ΔABC có phương trình (AB): $2x + y - 11 = 0$; AC: $x + 4y - 2 = 0$; $M(0,4)$ là trung điểm BC thì tọa độ C là:
 A. $(-2,1)$ B. $(2,7)$ C. $(2,1)$ D. $(2,-7)$
- Câu 20 Cho $d_1: x - 2y = 0$ và $d_2: y = 2x$. Phương trình đường thẳng qua $M(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A và B mà M là trung điểm AB:
 A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{7}$ B. $7x - 2y + 6 = 0$
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{7}$ D. $7x + 2y - 6 = 0$

Câu 27 Cho (d): $\sqrt{3}x - 3y + 1 = 0$ thì góc tạo bởi (d) và trục hoành là:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{6}$

Câu 28 Cho (d): $x - 2y + 5 = 0$ và (d'): $3x - y + 1 = 0$ thì góc tạo bởi d và d' là:

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

III. ĐƯỜNG TRÒN:

1. Cho đường thẳng và đường tròn. Đường tròn tiếp xúc:

Câu 29 Cho $(C_m): x^2 + y^2 - 2mx + 4my + 6m - 1 = 0$. (C_m) là đường tròn khi và chỉ khi:

- A. $\frac{1}{5} < m < 1$ B. $\frac{1}{5} \leq m \leq 1$
 C. $m < \frac{1}{5} \vee m > 1$ D. $m \leq \frac{1}{5} \vee m \geq 1$

Cho $(C_m): x^2 + y^2 - 2mx - 4y + 4 - m = 0$. Hãy trả lời câu 2, 3

Câu 30 (C_m) là đường tròn khi và chỉ khi:

- A. $m \in \varnothing$ B. $m \in \mathbb{R}$ C. $m \in (-1, 1)$ D. $m > 1$

Câu 31 Tập hợp các tâm I là:

- A. (d): $x = -m$ B. (d): $x = 3$ C. (d): $y = 3$ D. $y = -3$

Câu 32 Cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Kết luận nào sau đây sai:

- A. O(0, 0) nằm ngoài (C) B. A(3, 2) nằm trên (C)
 C. B(1, 1) nằm trong C D. D(2, -1) nằm trong C

Câu 33 Trục đẳng thức của (C): $x^2 + y^2 = 9$ và (C'): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x + y + 7 = 0$ B. $x + y - 7 = 0$ C. $2x + y - 14 = 0$ D. $x = 1$

Câu 34 Cho họ $(C_m): x^2 + y^2 - 2mx + 2my = 0$ và A(2, 0). Kết luận nào sau đây là đúng:

- A. (C_m) là đường tròn với mọi m B. A luôn nằm ngoài (C_m)
 C. O(0, 0) luôn nằm trong (C_m) D. (C_m) luôn cắt đoạn OA với mọi m

Câu 35 Cho A(-1, 1); B(5, 3) thì đường tròn đường kính AB có phương trình:

- A. $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 5 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 5 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 6 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 6 = 0$

Câu 8 Phương trình đường tròn qua $O(0, 0)$; $M(1, 1)$; $N(2, 0)$ là:

A. $x^2 + y^2 + 2x = 0$

B. $x^2 + y^2 - 2x = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2y = 0$

D. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$

Câu 9 Cho $A(3, 0)$; $B(0, 4)$. Phương trình đường tròn nội tiếp ΔOAB là:

A. $x^2 + y^2 = 1$

B. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$

C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$

Câu 10 Đường tròn qua $A(-1, 2)$; $B(-2, 3)$ và tâm $I \in \Delta: 3x - y + 10 = 0$ thì tâm I là:

A. $I(0, 10)$

B. $I(-3, -1)$

C. $I(-3, 1)$

D. $I(3, 1)$

Câu 11 Cho $A(-2, 0)$; $B(0, 2)$; $C(\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Phương trình đường tròn A, B, C là:

A. $x^2 + y^2 = 2$

B. $x^2 + y^2 = 4$

C. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

D. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$

Câu 12 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$. Từ $M(2, 2)$ vẽ hai tiếp tuyến đến (C). Gọi hai tiếp điểm là A, B thì phương trình (AB) là:

A. $x + y - 1 = 0$

B. $x - y + 1 = 0$

C. $2x + 2y + 5 = 0$

D. $x + y + 2 = 0$

2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường tròn

Câu 13 Đường tròn tâm $I(2, 3)$ tiếp xúc trục tung có bán kính:

A. $R = 2$

B. $R = 3$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

Câu 14 Phương trình đường tròn tâm $I(2, 3)$ mà tiếp xúc $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ là:

A. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$

B. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

C. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$

D. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$

Câu 15 Phương trình đường tròn qua $M(4, 2)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ là:

A. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

B. $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

Câu 16 Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 2$ tại $A(-1, 1)$ là:

A. $x - y + 2 = 0$

B. $x + y - 2 = 0$

C. $x - y - 2 = 0$

D. $x + y + 2 = 0$

Câu 17 Phương trình tiếp tuyến của (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ tại $E(4, 2)$ là:

A. $3x - 4y + 20 = 0$

B. $3x - 4y - 20 = 0$

C. $3x + 4y + 20 = 0$

D. $3x + 4y - 20 = 0$

Câu 18 Số đường thẳng qua A(5, 6) và tiếp xúc (C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 19 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) mà vuông góc với (d): $3x - y + 4 = 0$ là:

- A. $x + 3y - 10 = 0$ B. $x + 3y + 10 = 0$
 C. Hai kết quả đều đúng D. Hai kết quả đều sai.

Câu 20 Tâm đường tròn O(0, 0); A(-1, 1) và tiếp xúc (d): $x - y + 1 + \sqrt{2} = 0$ là:

- A. I(0, 1) B. I(-1, 0)
 C. Hai kết quả đều đúng D. Hai kết quả đều sai.

Câu 21 (d): $mx - y + 3 - 2m = 0$ cắt (C): $(x - 1)^2 + y^2 = \frac{1}{5}$ khi và chỉ khi:

- A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 7$ B. $\frac{1}{2} < m < 7$ C. $m > 7$ D. $m < \frac{1}{2}$

Câu 22 Cho (C): $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và (d): $\sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$ thì (d) tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi:

- A. $m > 4$ B. $m < 4$
 C. $m = 4$ D. Các kết quả A, B, C đều sai.

Câu 23 Cho (C): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ và (d): $2x - y - 1 = 0$. Biết d cắt (C) tại A và B thì độ dài AB là:

- A. $8\sqrt{5}$ B. $\frac{8}{5}\sqrt{5}$ C. 8 D. $\sqrt{5}$

Câu 24 Cho (C): $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$ và (Δ): $x - y + 2 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. Δ tiếp xúc với (C) B. Δ và (C) không có điểm chung
 C. Δ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt D. Δ qua tâm I của (C)

Câu 25 Tiếp tuyến của (C): $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0$ mà song song với (d): $x + 3y = 0$ là:

- A. $x + 3y + 10 = 0$ B. $x + 3y - 10 = 0$
 C. Hai kết quả đều đúng D. Hai kết quả đều sai.

Câu 26 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) đi qua A(3, -2) là:

- A. $k = 2$ B. $k = -\frac{1}{2}$
 C. Hai kết quả đều đúng D. Hai kết quả đều sai.

- Câu 27 Cho hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$
 Kết luận nào sau đây đúng:
 A. (C_1) cắt (C_2) B. $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc trong
 C. $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc ngoài D. $(C_1), (C_2)$ ở ngoài nhau
- Câu 28 Cho hai đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ và $(C'): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. $(C), (C')$ cắt nhau B. $(C), (C')$ tiếp xúc trong
 C. $(C), (C')$ tiếp xúc ngoài D. (C) dựng (C')
- Câu 29 Cho $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ và $(C'): (x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 36$. Số đường tiếp tuyến chung của (C) và (C') là:
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- Câu 30 Cho $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$; $(C'): x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. $(C), (C')$ cắt nhau
 B. Phương trình đường thẳng qua dây chung là: $2x + 4y + 7 = 0$
 C. Hai kết quả đều đúng
 D. Hai kết quả đều sai.
- Câu 31 Cho $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và $(C'): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$. Kết luận nào sau đây sai:
 A. $(C), (C')$ tiếp xúc trong
 B. $(C), (C')$ có 1 tiếp tuyến chung duy nhất
 C. Phương trình các tiếp tuyến chung là: $3x - 4y - 26 = 0$
 D. $(C), (C')$ dựng nhau.

IV ELIP:

Câu 1 Phương trình chính tắc (E) qua $M(1, 0)$ và $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ là:

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ B. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$
 C. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$

Câu 1 Cho (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$). Biết các đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông thì tâm sai e bằng:

A. $e = \sqrt{2}$

B. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $e = \frac{1}{2}$

D. $e = 1$

Câu 2 Phương trình chính tắc (E) có độ dài trục lớn $4\sqrt{2}$, hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm cùng nằm trên 1 đường tròn là:

A. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{8} = 1$

C. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{2} = 1$

Câu 3 (E): $x^2 + 5y^2 = 20$ và (d): $y = x + m$ có điểm chung khi:

A. $m \in [-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6}]$

B. $m \in (-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6})$

C. $m \leq -2\sqrt{6} \vee m \geq 2\sqrt{6}$

D. $m < -2\sqrt{6} \vee m > 2\sqrt{6}$

Câu 4 Cho (E) có độ dài trục lớn 26, tâm sai $e = \frac{12}{13}$. Độ dài trục nhỏ của (E) là:

A. 5

B. 10

C. 12

D. 24

Câu 5 Cho $M(2, 3) \in (E)$: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Điểm nào sau đây không nằm trên (E)

A. N(-2, 3)

B. H(2, -3)

C. K(-2, -3)

D. I(3, 2)

Câu 6 Cho (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Đường thẳng qua tiêu điểm (E) cắt M và N thì độ dài MN là:

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 3

Câu 7 Phương trình chính tắc (E) tiếp xúc (d): $3x - 2y - 20 = 0$ và (d'): $x + 6y - 20 = 0$ là:

A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{40} = 1$

B. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

D. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$

Câu 8 Cho (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và (Δ): $x + y + 5 = 0$. Tích khoảng cách từ hai tiêu điểm của (E) đến Δ bằng:

A. 16

B. 9

C. 81

D. 7

Câu 9 (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ và (C): $x^2 + y^2 = 25$ có số điểm chung là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 10. Tiếp tuyến của (E): $x^2 + 5y^2 = 9$ có hệ số góc $k = -\frac{2}{5}$ là:

A. $2x + 5y + 9 = 0$

B. $2x + 5y - 9 = 0$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

Câu 11. Cho (E): $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Từ điểm $M(2, 1)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (E) với A, B là tiếp điểm thì phương trình AB là:

A. $x + 2y - 2 = 0$

B. $\frac{x}{4} + y = 1$

C. $2x + y - 1 = 0$

D. $2x + y + 1 = 0$



HYPEBOL:

Câu 1. Cho (H): $9x^2 - 16y^2 = 144$. Kết luận nào sau đây sai:

A. Độ dài trục thực bằng 8

B. Độ dài trục ảo bằng 6

C. Tiêu cự bằng 10

D. Phương trình hai tiệm cận $y = \pm \frac{4}{3}x$

Câu 2. Phương trình chính tắc của (H) có tiêu điểm trên $x'Ox$, độ dài trục thực bằng 8, tâm sai $e = \frac{5}{2}$ là:

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{84} = 1$

B. $\frac{x^2}{84} - \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{84} = 1$

D. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{100} = 1$

Câu 3. Cho (H): $\frac{x^2}{99} - \frac{y^2}{33} = 1$ thì góc giữa hai đường tiệm cận là:

A. 90°

B. 60°

C. 45°

D. 30°

Câu 4. Phương trình chính tắc của (H) có tiêu cự bằng 20 và một tiệm cận có phương trình $4x - 3y = 0$ là:

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$

D. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

Câu 5. Cho (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Kết luận nào sau đây sai:

A. Tiêu điểm $F_1(-5, 0); F_2(5, 0)$

B. Phương trình hai tiệm cận: $y = \pm \frac{4}{3}x$

A. Tâm sai $e = \frac{5}{3}$

B. Phương trình hai đường chuẩn: $y = \pm \frac{3}{25}$

Câu 6 Phương trình chính tắc của (H) qua $M(4, \sqrt{6})$; $N(\sqrt{6}, -1)$ là:

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$

Câu 7 Gọi M là điểm bất kì trên (H): $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$ thì tích các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (H) là:

A. $\frac{10}{9}$

B. $\frac{9}{10}$

C. $\frac{8}{9}$

D. $\frac{9}{8}$

Câu 8 Cho (H): $8x^2 - y^2 = 8$ và (d): $2x + m$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. (d) và (H) không có điểm chung.

B. (d) và (H) có một điểm chung

C. (d) cắt (H) tại hai điểm cùng một nhánh

D. (d) cắt (H) tại hai điểm thuộc hai nhánh.

Câu 9 Cho (E): $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} = 1$. Phương trình chính tắc của (H) có 2 tiệm cận $y = \pm 2x$ là 2 tiêu điểm (H) trùng với tiêu điểm (E) là:

A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$

C. $-\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$

D. $-\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$

Câu 10 Phương trình tiếp tuyến của (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ tại $T(6, 2)$ là:

A. $3x - 4y + 10 = 0$

B. $3x - 4y - 10 = 0$

C. $3x + 4y + 10 = 0$

D. $3x + 4y - 10 = 0$

Câu 11 Phương trình tiếp tuyến của (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$. Biết tiếp tuyến vuông góc (d): $4x + 3y - 1 = 0$

A. $3x + 4y - 10 = 0$

B. $3x - 4y + 10 = 0$

C. Hai kết quả đều sai

D. Hai kết quả đều đúng.

Câu 12 Cho (H): $x^2 - 2y^2 = 4$. Từ $I(2, 3)$ kẻ hai tiếp tuyến đến (H). Gọi hai tiếp điểm A, B thì phương trình AB:

A. $x + 3y + 2 = 0$

B. $x + 3y - 2 = 0$

C. $2x + y - 1 = 0$

D. $x - 3y - 2 = 0$



PARABOL:

- Câu 1. Parabol có đỉnh là O và $\Delta: x = 4$ là đường chuẩn thì phương trình (P) là:
 A. $y^2 = -16x$ B. $y = 16x$ C. $x^2 = 8y$ D. $x^2 = -8y$
- Câu 2. Cho (P): $x^2 = 5y$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. (P) có tâm sai $e = -1$ B. Tiêu điểm $F(1, 0)$
 C. Đường chuẩn $\Delta: x = -1$ D. Tham số tiêu $p = 2$
- Câu 3. Phương trình chính tắc (P) qua $A(2, -2)$ là:
 A. $x^2 = -2y$ B. $y^2 = 2x$
 C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai.
- Câu 4. Phương trình (P) có đỉnh O, trục Ox và khoảng cách từ đỉnh đến tiêu điểm là 3:
 A. $y = 12x$ B. $y = -12x$
 C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai.
- Câu 5. Cho (P): $y^2 = 2x$ và $M \in (P)$ có $x_M = 2$ với F là tiêu điểm của (P) thì hoành độ M là:
 A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$
- Câu 6. Cho (P): $y^2 = 4x$ và $M \in (P)$ và $MF = 2$ với F là tiêu điểm của (P) thì hoành độ M là:
 A. $1 = x_M$ B. $-3 = x_M$
 C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai.
- Câu 7. Cho (P): $x^2 = 2y$ và (D): $2mx - 2y + 1 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:
 A. Tiêu điểm $F\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. (D) luôn qua F
 C. (D) luôn cắt (P) tại hai điểm D. Các kết luận a, b, c đều đúng.
- Câu 8. Giao điểm của (P): $y^2 = 4x$ và (d): $2x - y - 4 = 0$ là:
 A. $A(4, -4)$ và $B(1, -2)$ B. $A(4, 4)$ và $B(1, 2)$
 C. $A(-4, 4)$ và $B(1, -2)$ D. $A(4, 4)$ và $B(1, -2)$
- Câu 9. Tiếp tuyến của (P): $y^2 = 8x$ mà song song (d): $y = 2x$ là:
 A. $2x - y + 1 = 0$ B. $2x + y + 1 = 0$
 C. $2x - y - 1 = 0$ D. $2x - y = 0$

Câu 10. Phương trình tiếp tuyến của (P): $x^2 + 2y = 0$ mà hệ số góc $k = 2$ là:

A. $x - 2y + 2 = 0$

B. $x + 2y - 2 = 0$

C. $2x - y + 2 = 0$

D. $2x - y - 2 = 0$

Câu 11. Cho (P) : $y^2 = 4x$. Từ I(-1, 2) vẽ hai tiếp tuyến IA, IB đến (P) với A, B là tiếp điểm thì phương trình AB là:

A. $x - y + 1 = 0$

B. $x - y - 1 = 0$

C. $x + y + 1 = 0$

D. $x + y - 1 = 0$

Câu 12. Cho điểm A cố định và đường thẳng (Δ) cố định không qua A. Tập hợp tâm M của các đường tròn A và tiếp xúc (Δ) là:

A. Đường tròn

B. Elip

C. Hyperbol

D. Parabol

PHẦN MỘT: CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT



I. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

1. Xác định một mặt phẳng

- Ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng ($mp(ABC), (ABC)$)
- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó thuộc mặt phẳng ($mp(A, d)$)
- Hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng ($mp(a, b)$)

2. Một số qui tắc vẽ hình biểu diễn của hình không gian

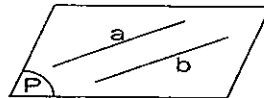
- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Đường nhìn thấy vẽ nét liền, đường bị che khuất vẽ nét đứt.



II. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG:

1. Định nghĩa

$$a // b \Leftrightarrow \begin{cases} a, b \subset (P) \\ a \cap b = \emptyset \end{cases}$$



2. Tính chất

- Nếu ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng qui hoặc đôi một song song.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

III. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG:

1. Định nghĩa

$$d // (P) \Rightarrow d \cap (P) = \emptyset$$

2. Tính chất

• Nếu đường thẳng d không nằm trên mặt phẳng (P) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (P) thì d song song với (P) .

• Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa d mà cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với d .

• Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

• Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .

IV. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG:

1. Định nghĩa

$$(P) // (Q) \Rightarrow (P) \cap (Q) = \emptyset$$

2. Tính chất

• Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q) .

• Nếu đường thẳng d song song với $mp(P)$ thì có duy nhất một $mp(Q)$ chứa d và song song với (P) .

• Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

• Cho một điểm $A \notin (P)$, khi đó mọi đường thẳng đi qua A và song song với (P) đều nằm trong một $mp(Q)$ đi qua A và song song với (P) .

• Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cũng cắt mặt phẳng kia và các giao tuyến của chúng song song với nhau.

• Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

• Định lý Thales: Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

• Định lý Thales đảo. Giả sử trên hai đường thẳng d và d' lần lượt lấy các điểm A, B, C và A', B', C' sao cho:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

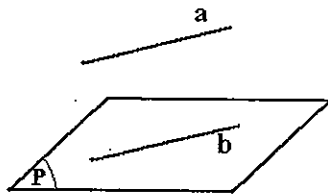
Khi đó, ba đường thẳng AA', BB', CC' lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song, tức là chúng cùng song song với một mặt phẳng.

V. CÁC PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH HÌNH HỌC:

1. Phương pháp chứng minh đường thẳng song song mặt phẳng:

• Phương pháp 1:

Muốn chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng ta chứng minh đường thẳng đó không nằm trong mặt phẳng và song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng.



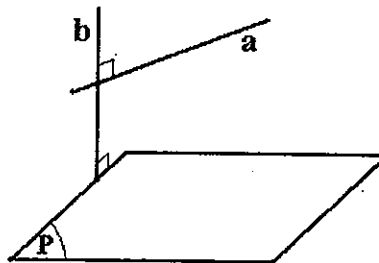
$$\left. \begin{array}{l} a // b \\ b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a // (P)$$

• Phương pháp 2:

Muốn chứng minh đường thẳng a song song mặt phẳng (P) ta chứng minh đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (Q) mà $(Q) // (P)$

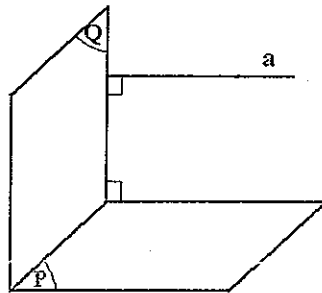
• Phương pháp 3:

Muốn chứng minh đường thẳng a song song mặt phẳng (P) , ta chứng minh đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung cùng vuông góc với một đường thẳng b .



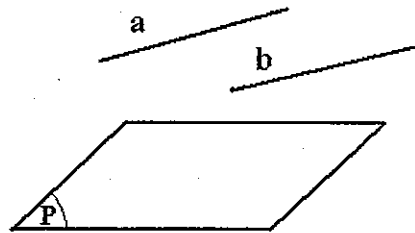
• Phương pháp 4:

Muốn chứng minh đường thẳng a song song mặt phẳng (P) , ta chứng minh đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung cùng vuông góc với một mặt phẳng (Q) .



• Phương pháp 5:

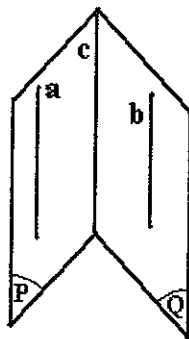
Muốn chứng minh đường thẳng a song song mặt phẳng (P) , ta chứng minh đường thẳng a song song với đường thẳng b mà đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) (a và (P) không có điểm chung)



2. Phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song:

• Phương pháp 1:

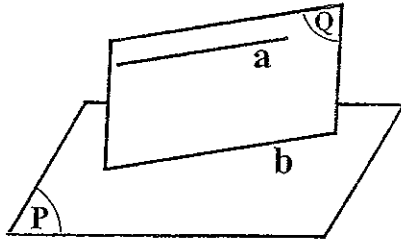
Sử dụng định lý: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).



$$\left. \begin{array}{l} a // b \\ a \subset (P) \\ b \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = c \end{array} \right\} \Rightarrow c // a // b$$

• Phương pháp 2:

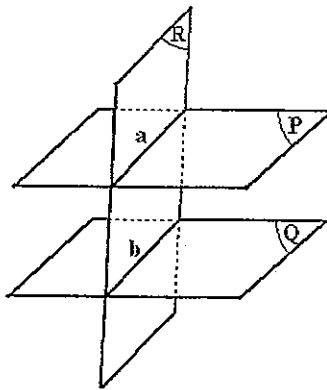
Sử dụng định lý: Nếu đường thẳng a song song mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a mà cắt mặt phẳng (P) thì cắt theo giao tuyến b song song với đường thẳng a .



$$\left. \begin{array}{l} (P) // a \\ a \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = b \end{array} \right\} \Rightarrow b // a$$

• Phương pháp 3:

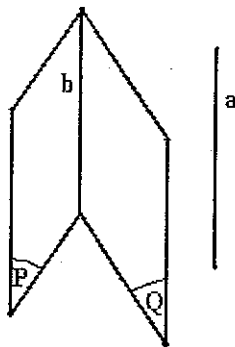
Sử dụng định lý: Nếu mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt theo hai giao tuyến a và b thì $a // b$.



$$\left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ (R) \cap (P) = a \\ (R) \cap (Q) = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

• Phương pháp 5:

Sử dụng định lý: Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với đường thẳng đó.

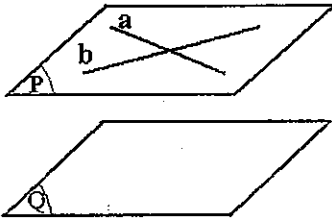


$$\left. \begin{array}{l} (P) // a \\ (Q) // a \\ (P) \cap (Q) = b \end{array} \right\} \Rightarrow b // a$$

3. Phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song:

• Phương pháp 1:

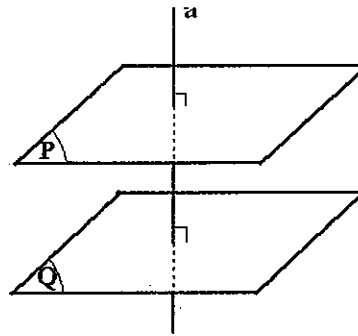
Muốn chứng minh hai mặt phẳng song song, ta chứng minh mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng kia.



Nếu $a // (Q)$
 $b // (Q)$
 $a, b \subset (P)$
 a cắt b
 Thì $(P) // (Q)$

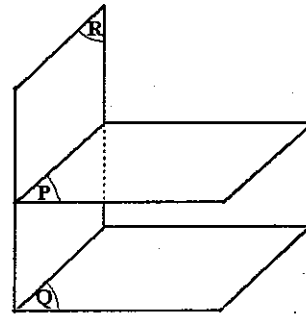
• Phương pháp 2:

Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) không có điểm chung cùng vuông góc với một đường thẳng a thì chúng song song với nhau.



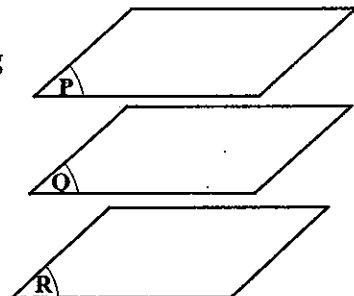
• Phương pháp 3:

Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) không có điểm chung cùng vuông góc với một mặt phẳng (R) thì chúng song song với nhau.

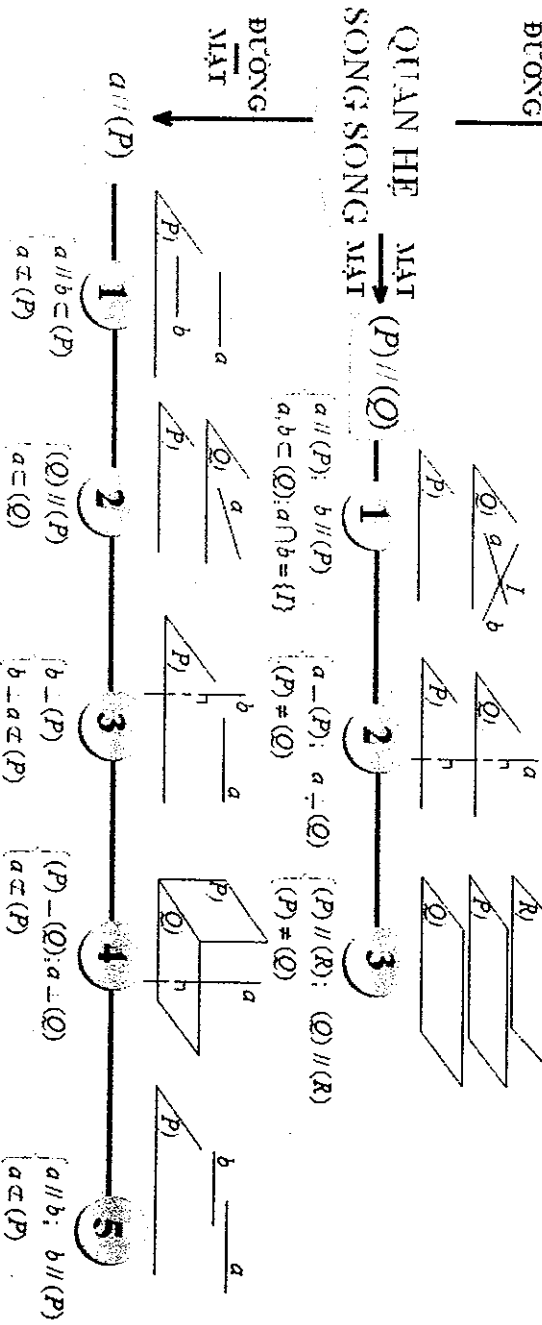
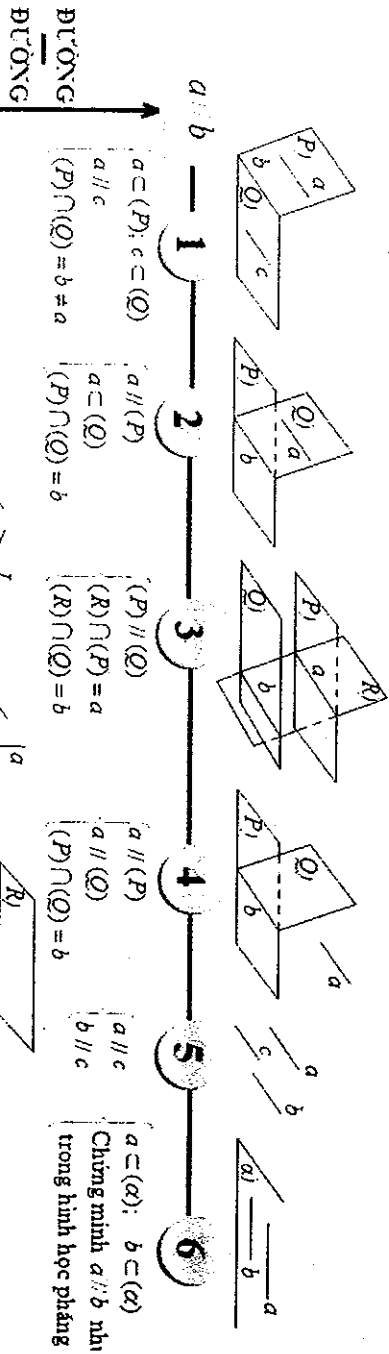


• Phương pháp 4:

Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) không có điểm chung cùng song song với một mặt phẳng (R) thì chúng song song với nhau.



SƠ ĐỒ TƯ DUY
(Sưu tầm)



B. BÀI TẬP



ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Câu 1 Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt.
- B. Một điểm và một đường thẳng.
- C. Hai đường thẳng cắt nhau.
- D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 2 Cho ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 không cùng thuộc một mặt phẳng và cắt nhau từng đôi. Chọn khẳng định đúng:

- A. ba đường thẳng trên đồng qui.
- B. ba đường thẳng trên trùng nhau.
- C. ba đường thẳng trên chứa ba cạnh của một tam giác.
- D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 3 Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu ba điểm A, B, C là ba điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
- B. Nếu A, B, C thẳng hàng và (P) và (Q) có điểm chung là A thì B, C cũng là hai điểm chung của (P) và (Q)
- C. Nếu ba điểm A, B, C là ba điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì A, B, C không thẳng hàng.
- D. Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là hai điểm chung của (P) và (Q) thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q)

Câu 4 Cho tứ giác ABCD. Có thể xác định bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác ABCD?

- A. một mặt phẳng.
- B. hai mặt phẳng.
- C. ba mặt phẳng.
- D. Không có mặt phẳng nào.

Câu 5 Cho tứ diện ABCD có điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD. Gọi I và J tương ứng là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD. Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ và CD của MH và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là:

- A. KI
- B. KJ
- C. MI
- D. MH

- Câu 7 Cho tứ diện ABCD, O là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD, M là điểm trên cạnh AO, I trên cạnh BC, J trên cạnh BD. IJ cắt CD tại K, BO cắt JI tại E, BO cắt CD tại H, ME cắt AH tại F. Giao tuyến của (MJI) và (ACD) là:
- A. KM B. AK C. MF D. KF
- Câu 8 Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AI và BC. Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là:
- A. IK B. BC C. AK D. DK
- Câu 9 Cho hình chóp S.ABCD. AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F. Chọn khẳng định đúng:
- A. $(SAB) \cap (SCD) = SE$ B. $(SAC) \cap (SBD) = SE$
 C. $(SAB) \cap (SCD) = SF$ D. $(SAB) \cap (SCD) = EF$
- Câu 9 Cho tứ diện ABCD. I là điểm nằm trên đường thẳng BD và ngoài đoạn BD. Trong mặt phẳng BAD vẽ đường thẳng qua I, cắt AB tại K, cắt AD tại L. Trong mặt phẳng BCD, vẽ đường thẳng qua I, cắt BC tại M, cắt CD tại N. BN cắt DM tại O. BL cắt DK tại E, LM cắt KN tại F. Chọn khẳng định đúng?
- A. A, F, O không thẳng hàng và C, F, E thẳng hàng.
 B. A, E, O thẳng hàng và C, F, E thẳng hàng.
 C. A, E, O thẳng hàng và C, F, E không thẳng hàng.
 D. A, F, O không thẳng hàng và C, F, E không thẳng hàng.
- Câu 10 Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của?
- A. NP và CD B. CD và MN C. CD và MP D. CD và AP
- Câu 11 Cho tứ diện ABCD, trên AC và AD lần lượt lấy M, N sao cho MN không song song với CD. Gọi O là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD. Chọn khẳng định đúng
- A. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với OM.
 B. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với ON.
 C. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với MN.
 D. Các khẳng định A, B, C đều sai.
- Câu 12 Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của AM với (SBD). Chọn khẳng định đúng:
- A. $\vec{IA} = -2\vec{IM}$ B. $\vec{IA} = -3\vec{IM}$
 C. $\vec{IA} = 2\vec{IM}$ D. $\vec{IA} = 2,5\vec{IM}$

Câu 13 Chọn khẳng định sai:

Thiết diện của một hình tứ diện với một mặt phẳng có thể là:

- A. Tam giác B. Tam giác vuông C. Tứ giác D. Ngũ giác

Câu 14 Cho mp(P) và điểm A ở trên (P) và một đường thẳng a không nằm trong (P) và a không đi qua A. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng b thuộc (P) biết b đi qua A và cắt a?

- A. Một đường thẳng B. Hai đường thẳng.
C. Vô số đường thẳng. D. Không có đường thẳng nào.

Câu 15 Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F, G, K lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD, AD, EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H, KF cắt CD tại T, EK cắt BD tại L

- A. I, T, L thẳng hàng và IG, FH, CD đồng qui.
B. I, T, L không thẳng hàng và IG, FH, CD đồng qui.
C. I, T, L thẳng hàng và IG, FH, CD không đồng qui.
D. I, T, L không thẳng hàng và IG, FH, CD không đồng qui.



HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU, HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG:

Câu 1 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là:

- A. Đường thẳng qua S và song song với DC.
B. Đường thẳng qua S và song song với AD.
C. Đường thẳng SO với O là tâm của hình bình hành.
D. Đường thẳng qua S và cắt AB.

Câu 2 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác SAB, Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là:

- A. SC.
B. Đường thẳng qua S và song song với AB.
C. Đường thẳng qua G và song song với DC.
D. Đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 3 Cho tứ diện ABCD và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC. Cho $PR // AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S. Chọn khẳng định đúng

- A. $AD = 3DS$ B. $AD = 2DS$ C. $AS = 3DS$ D. $AS = DS$

Câu 4 Cho hình tứ diện ABCD với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Gọi R là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 4RC$ và S là giao điểm của cạnh AD với mp (PQR). Chọn khẳng định đúng:

- A. $AS = 4SD$ B. $AS = 3SD$ C. $AS = 2SD$ D. $AS = 5SD$

Câu 5 Cho hình tứ diện ABCD trong đó tam giác BCD không cân. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN. Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD). Chọn khẳng định đúng.

- A. A_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.
 B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD.
 C. A_1 là trực tâm tam giác BCD.
 D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD.

Câu 6 Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chọn khẳng định đúng

- A. IJ song song với CD. B. IJ song song với AB.
 C. IJ chéo CD. D. IJ cắt AB.

Câu 7 Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Gọi P là giao điểm của SC và (AND). AN cắt DP tại I. SABI là hình gì?

- A. Hình bình hành B. Hình chữ nhật C. Hình vuông D. Hình thoi

Câu 8 Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M ở ngoài a và ngoài b. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng qua M cắt cả a và b?

- A. 1 B. 2 C. 0 D. Vô số

Câu 9 Trong không gian cho đường thẳng a, b, c chéo nhau từng đôi. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt 3 đường thẳng ấy?

- A. 1 B. 2 C. 0 D. Vô số

Câu 10 Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thang với đáy lớn $AB = 3CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC. G là trọng tâm của tam giác SAB, SCD là tam giác cân tại S. Thiết diện của (IJG) và hình chóp S.ABCD là:

- A. Hình thang B. Hình bình hành
 C. Tứ giác không phải hình thang D. Hình chữ nhật



ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG:

Câu 1 Cho đường thẳng a và mp (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 2 Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng song song với mp (P) . Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và b ?

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 3 Cho mp (P) và hai đường thẳng song song với a và b . Chọn khẳng định đúng?

- A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b .
- B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .
- C. Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b .
- D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 4 Có hai đường thẳng chéo nhau a, b . Chọn khẳng định sai?

- A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .
- B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a song song với b .
- C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M cho trước và song song với a và b hoặc chứa một trong hai đường thẳng này.
- D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .

Câu 5 Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận hai đường thẳng a, b song song với nhau

- A. $a // c$ và $c // b$ B. $a \perp c$ và $b \perp c$ và $a \neq b$
 C. $a // mp(P)$ và $b // mp(P)$ và $a \neq b$ D. $a // mp(P)$ và $a // (Q)$ và $b = (P) \cap (Q)$

Câu 6 Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC. Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

- A. P, Q, R, S B. M, P, R, S C. M, N, R, S D. M, N, P, Q

Câu 7 Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm của tam giác của ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB. Chọn khẳng định đúng?

- A. $GP // (BCD)$ B. $GQ // (BCD)$
 C. GQ cắt (BCD) D. Q thuộc mp (CDP)

Câu 15 Cho tứ diện ABCD cạnh $a = 3$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Gọi (P) là mặt phẳng qua AO và song song với BD. Gọi M, N là giao điểm của (P) với BC và CD. Độ dài của AM bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{7}$ B. 3 C. $\sqrt{6}$ D. 2



IV. MẶT PHẪNG SONG SONG:

Câu 1 Trong các điều kiện sau. Điều kiện nào là kết luận đường thẳng a song song với mp (P)

- A. $a // b$ và $b \subset (P)$ B. $a // b$ và $b // (P)$
 C. $a // (Q)$ và $(Q) // (P)$ D. $a \subset (Q)$ và $(Q) // (P)$

Câu 2 Trong không gian cho hai mặt phẳng, có mấy vị trí tương đối của hai mặt phẳng này?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 3 Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $(\alpha) // (\beta)$?

- A. $(\alpha) // (\gamma)$ và $(\beta) // (\gamma)$ (γ là mặt phẳng nào đó)
 B. $(\alpha) // a$ và $(\alpha) // b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β)
 C. $(\alpha) // a$ và $(\alpha) // b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β)
 D. $(\alpha) // a$ và $(\alpha) // b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β)

Câu 4 Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) đường thẳng $a // (\alpha)$ có mấy vị trí tương đối của a và (β) ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 5 Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành ABCD tâm O. Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD, AB. Chọn khẳng định đúng?

- A. (NOM) cắt (OPM) B. (MON) // (SBC)
 C. $(PON) \cap (MNP) = NP$ D. (NMP) // (SBD)

Câu 6 Cho hai hình vuông ABCD và ABEF không cùng thuộc mặt phẳng. Trên đoạn AC và BF lần lượt lấy M, N sao cho $AM = BN$. Đường thẳng song song với AB kẻ từ M, N lần lượt cắt AD, AF tại M_1 và N_1 . Chọn khẳng định sai?

- A. $(ADF) // (CBE)$ B. $(M_1N_1N) \cap (MNM_1) = M_1N$
 C. $(MNM_1) // (CDE)$ D. $AB // (MM_1N)$

- Câu 7 Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành ABCD tâm O. SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) với hình chóp là hình gì?
- A. Hình bình hành
B. Tam giác cân
C. Tam giác vuông
D. Tam giác đều
- Câu 8 Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành ABCD. Gọi M là điểm trên cạnh SB. Thiết diện của mặt phẳng (ADM) và hình chóp S.ABCD là hình:
- A. Tam giác
B. Hình thang
C. Hình bình hành
D. Hình chữ nhật
- Câu 9 Cho hình chóp S.ABC có đáy là hình tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $A = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Thiết diện của (P) và hình chóp S.ABC bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{16}{9}$
B. $\frac{14}{9}$
C. $\frac{25}{9}$
D. 1
- Câu 10 Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với ABCD và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp S.ABCD bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. 2
D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$
- Câu 11 Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành ABCD có tâm O. $AB = 8$, $SA = SB = 6$. (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB). Thiết diện của (P) và hình chóp có diện tích bằng
- A. $5\sqrt{5}$
B. $6\sqrt{5}$
C. 12
D. 13
- Câu 12 Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$
B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$
C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$
D. AA_1B_1B là hình chữ nhật
- Câu 13 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định sai?
- A. ABCD là hình bình hành
B. Các đường thẳng A_1C, AC_1, DB_1, D_1B đồng qui
C. $(ADD_1A_1) \parallel (BCC_1B_1)$
D. AD_1CB là hình chữ nhật

- Câu 14 Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA_1, AC . Thiết diện của lăng trụ và (MNB_1) là:
- A. Tam giác
B. Hình thang
C. Hình chữ nhật
D. Tứ giác không phải hình thang.
- Câu 15 Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Gọi H là trung điểm của A_1B_1 . Mặt phẳng (AHC_1) song song với đường thẳng nào sau đây?
- A. CB_1
B. BB_1
C. BC
D. BA_1
- Câu 16 Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm của A_1C_1, B_1D_1, BD, AC . IJKL là hình gì?
- A. Tứ giác không phải hình thang
B. Hình thang không phải hình bình hành
C. Hình bình hành
D. Hình chữ nhật
- Câu 17 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CC_1, C_1D_1, AA_1 . Mặt phẳng $(NMPQ)$ song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (A_1BCD_1)
B. (A_1BC_1)
C. $(ABCD)$
D. (A_1BB_1)
- Câu 18 Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, CC_1, C_1D_1 . Thiết diện của (MNP) và hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình gì?
- A. Lục giác không đều
B. Ngũ giác đều
C. Lục giác đều
D. Ngũ giác không đều
- Câu 19 Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Gọi I, G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, $ACC_1, A_1B_1C_1$. M_p (IGK) song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. I, G, K thẳng hàng
B. $(IGK) // (BB_1C)$
C. $(IGK) // (AA_1B)$
D. $(IGK) // (AA_1CC_1)$
- Câu 20 Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q). Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q). Gọi I là trung điểm của MN. Chọn khẳng định đúng?
- A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q).
B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q).
C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P).
D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P).

CHUYÊN ĐỀ + QUAN HỆ VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

A. LÝ THUYẾT:



VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN:

1. Định nghĩa và các phép toán

• Định nghĩa, tính chất, các phép toán về vectơ trong không gian được xây dựng hoàn toàn tương tự như trong mặt phẳng.

• Lưu ý:

+ Quy tắc ba điểm: Cho ba điểm A, B, C bất kỳ, ta có: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

+ Quy tắc hình bình hành: Cho hình bình hành ABCD, ta có: $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$

+ Quy tắc hình hộp: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', ta có: $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$

+ Hệ thức trung điểm đoạn thẳng: Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB, O tùy ý.

Ta có: $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$; $\overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OI}$

+ Hệ thức trọng tâm tam giác: Cho G là trọng tâm của tam giác ABC, O tùy ý.

Ta có: $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$; $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG}$

+ Hệ thức trọng tâm tứ diện: Cho G là trọng tâm của tứ diện ABCD, O tùy ý.

Ta có: $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$; $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = 4\overline{OG}$

+ Điều kiện hai vectơ cùng phương:

\vec{a} và \vec{b} cùng phương ($\vec{a} \neq \vec{0}$) $\Leftrightarrow \exists ! k \in \mathbb{R} : \vec{b} = k\vec{a}$

+ Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số k ($k \neq -1$), O tùy ý.

Ta có: $\overline{MA} = k\overline{MB}$; $\overline{OM} = \frac{\overline{OA} - k\overline{OB}}{1 - k}$

2. Sự đồng phẳng của ba vectơ

• Ba vectơ được gọi là đồng phẳng nếu các giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

• Điều kiện để ba vectơ đồng phẳng: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, trong đó \vec{a} và \vec{b} không cùng phương.

Khi đó: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \exists ! m, n \in \mathbb{R} : \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$

• Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng, \vec{x} tùy ý.

Khi đó: $\exists ! m, n, p \in \mathbb{R} : \vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$

3. Tích vô hướng của hai vectơ

• Góc giữa hai vectơ trong không gian:

$$\overline{AB} = \vec{u}, \overline{AC} = \vec{v} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = \widehat{BAC} (0^\circ \leq \widehat{BAC} \leq 180^\circ)$$

• Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian:

+ Cho $\vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0}$. Khi đó: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$

+ Với $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$. Qui ước: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

+ $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

II. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC:

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng: $\vec{a} \neq \vec{0}$ là VTCP của d nếu giá của \vec{a} song song hoặc trùng với d .

2. Góc giữa hai đường thẳng:

• $a // b \Rightarrow (a, b) = (a', b')$

• Giả sử \vec{u} là VTCP của a , \vec{v} là VTCP của b , $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$.

Khi đó: $(a, b) = \begin{cases} \alpha & \text{nếu } 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \\ 180^\circ - \alpha & \text{nếu } 90^\circ < \alpha \leq 180^\circ \end{cases}$

• Nếu $a // b$ hoặc $a = b$ thì $(a, b) = 0^\circ$

Chú ý: $0^\circ \leq (a, b) \leq 90^\circ$

3. Hai đường thẳng vuông góc:

• $a \perp b \Leftrightarrow (a, b) = 90^\circ$

• Giả sử \vec{u} là VTCP của a , \vec{v} là VTCP của b . Khi đó $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

• Lưu ý: Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

III. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG:

1. Định nghĩa

$$d \perp (P) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \subset (P)$$

2. Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

$$\begin{cases} a, b \subset (P), a \cap b = O \\ d \perp a, d \perp b \end{cases} \Rightarrow d \perp (P)$$

3. Định chất

• Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng là mặt phẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của nó

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

$$\begin{aligned} & \bullet \begin{cases} a//b \\ (P) \perp a \end{cases} \Rightarrow (P) \perp b & \bullet \begin{cases} a \neq b \\ a \perp (P), b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a//b \\ & \bullet \begin{cases} (P) // (Q) \\ a \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q) & \bullet \begin{cases} (P) \neq (Q) \\ (P) \perp a, (Q) \perp a \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q) \\ & \bullet \begin{cases} a // (P) \\ b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow b \perp a & \bullet \begin{cases} a \not\subset (P) \\ a \perp b, (P) \perp b \end{cases} \Rightarrow a // (P) \end{aligned}$$

4. Định lý ba đường vuông góc

Cho $a \not\subset (P), b \subset (P)$, a' là hình chiếu của a trên (P) . Khi đó $b \perp a \Leftrightarrow b \perp a'$

5. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

- Nếu $d \perp (P)$ thì $(d, (P)) = 90^\circ$.
 - Nếu $d \not\subset (P)$ thì $(d, (P)) = (dd')$ với d' là hình chiếu của d trên (P) .
- Chú ý: $0^\circ \leq (d, (P)) \leq 90^\circ$.

IV. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC:

1. Góc giữa hai mặt phẳng

- $\begin{cases} a \perp (P) \\ b \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow ((P), (Q)) = (a, b)$
 - Giả sử $(P) \cap (Q) = c$. Từ $I \in c$, dựng $\begin{cases} a \subset (P), a \perp c \\ b \subset (Q), b \perp c \end{cases} \Rightarrow ((P), (Q)) = (a, b)$
- Chú ý: $0^\circ \leq ((P), (Q)) \leq 90^\circ$

2. Diện tích hình chiếu của một đa giác

Gọi S là diện tích của đa giác (H) trong (P) , S' là diện tích của hình chiếu (H') của (H) trên (Q) ,

$$\varphi = ((P), (Q)). \text{ Khi đó: } S' = S \cdot \cos \varphi$$

3. Hai mặt phẳng vuông góc

- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow ((P), (Q)) = 90^\circ$

• Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau: $\begin{cases} (P) \supset a \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q)$

1. Tính chất

• $\begin{cases} (P) \perp (Q), (P) \cap (Q) = c \\ a \subset (P), a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$

• $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ A \in (P) \\ a \ni A, a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow a \subset (P)$

• $\begin{cases} (P) \cap (Q) = a \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \end{cases} \Rightarrow a \perp (R)$



KHOẢNG CÁCH:

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng

$d(M, a) = MH$ trong đó H là hình chiếu của M trên a hoặc (P).
 $d(M, (P)) = MH$

2. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song

$d(a, (P)) = d(M, (P))$ trong đó M là điểm bất kì nằm trên a.

$d((P), (Q)) = d(M, (Q))$ trong đó M là điểm bất kì nằm trên (P).

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

• Đường thẳng Δ cắt cả a, b và cùng vuông góc với a, b được gọi là đường vuông góc chung của a, b.

• Nếu Δ cắt a, b tại I, J thì IJ được gọi là đoạn vuông góc chung của a, b.

• Độ dài đoạn IJ được gọi là khoảng cách giữa a, b.

• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng đó với mặt phẳng chứa đường thẳng kia và song song với nó.

• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

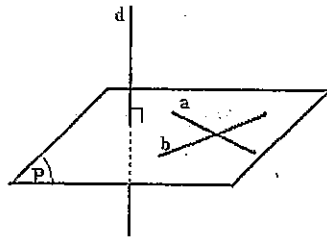


CÁC PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH HÌNH HỌC:

1. Phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc mặt phẳng:

• Phương pháp 1:

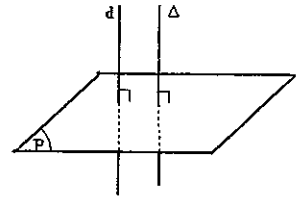
Muốn chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P), ta chứng minh đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a và b cắt nhau nằm trong mặt phẳng (P)



$$\left. \begin{array}{l} d \perp a \\ d \perp b \\ a, b \subset (P) \\ a \cap b = I \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp (P)$$

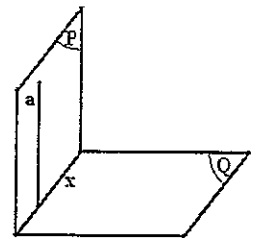
• Phương pháp 2:

Sử dụng tính chất: $d // \Delta$, mà $\Delta \perp (P)$ thì $d \perp (P)$



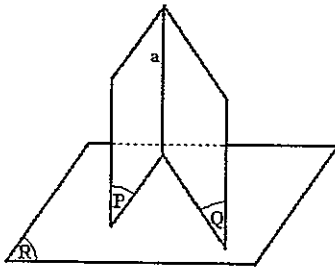
• Phương pháp 3:

Sử dụng định lý: Nếu hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến x, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (P) mà vuông góc với giao tuyến x thì vuông góc với mặt phẳng (Q).



• Phương pháp 4:

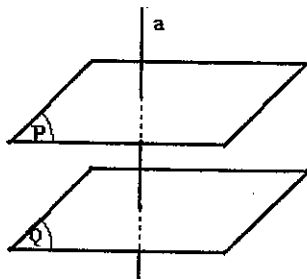
Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.



$$\left. \begin{array}{l} (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \\ (P) \cap (Q) = a \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (R)$$

• Phương pháp 5:

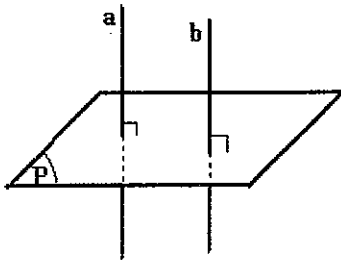
Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng song song với nhau, đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng này thì nó vuông góc với mặt phẳng kia.



$$\left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ a \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (Q)$$

• Phương pháp 0:

Sử dụng tính chất: Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , mà đường thẳng a vuông góc mặt phẳng (P) thì đường thẳng b cũng vuông góc với mặt phẳng (P) .

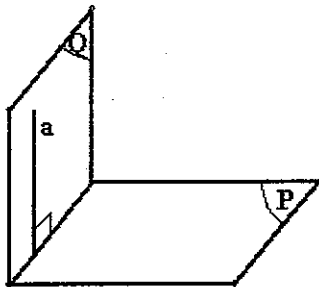


$$\left. \begin{array}{l} a // b \\ a \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp (P)$$

2. Phương pháp chứng minh hai mặt phẳng vuông góc:

• Phương pháp 1:

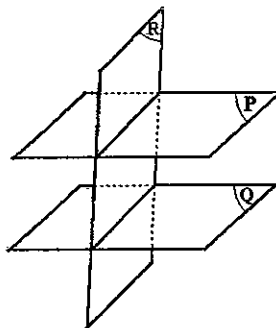
Muốn chứng minh hai mặt phẳng vuông góc với nhau ta chứng minh mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc mặt phẳng kia.



$$\left. \begin{array}{l} a \perp (P) \\ a \subset (Q) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \perp (Q)$$

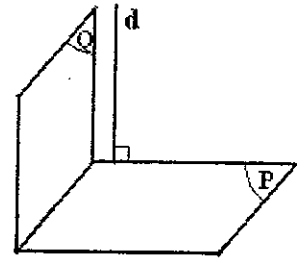
• Phương pháp 2:

Sử dụng tính chất: $\left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ (R) \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow (R) \perp (Q)$



• Phương pháp 3:

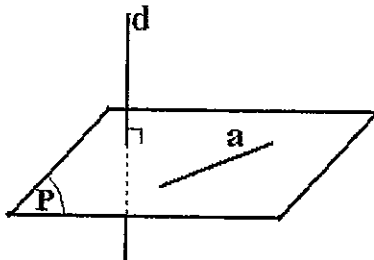
Sử dụng tính chất: $(P) \perp d$, $(Q) // d$ hoặc chứa d thì $(P) \perp (Q)$



3. Phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc:

• Phương pháp 1:

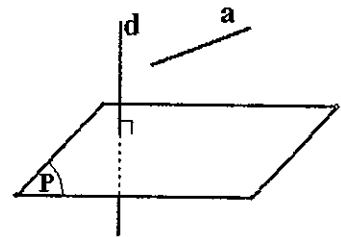
Muốn chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau ta chứng minh đường thẳng này vuông góc với mặt phẳng chứa đường thẳng kia.



$$\left. \begin{array}{l} d \perp (P) \\ a \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp a$$

• Phương pháp 2:

Sử dụng định lý: Nếu đường thẳng a song song mặt phẳng (P) , mà đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P) , thì d vuông góc với đường thẳng a .



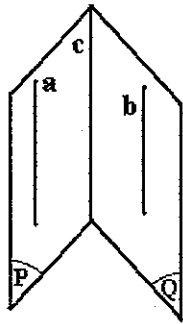
4. Phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng:

• Phương pháp 1:

Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

• Phương pháp 2:

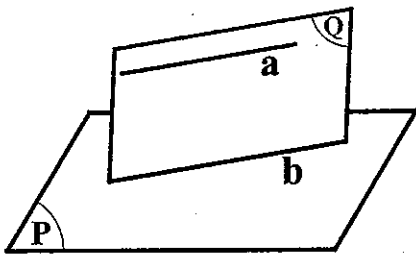
Sử dụng định lý: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).



$$\left. \begin{array}{l} a // b \\ a \subset (P) \\ b \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = c \end{array} \right\} \Rightarrow c // a // b$$

• Phương pháp 3:

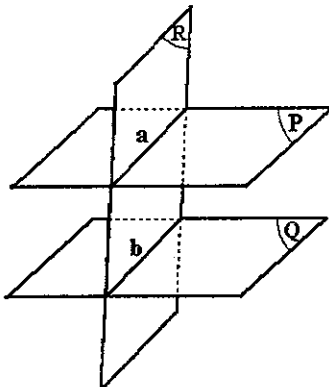
Sử dụng định lý: Nếu đường thẳng a song song mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a mà cắt mặt phẳng (P) thì cắt theo giao tuyến b song song với đường thẳng a.



$$\left. \begin{array}{l} (P) // a \\ a \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = b \end{array} \right\} \Rightarrow b // a$$

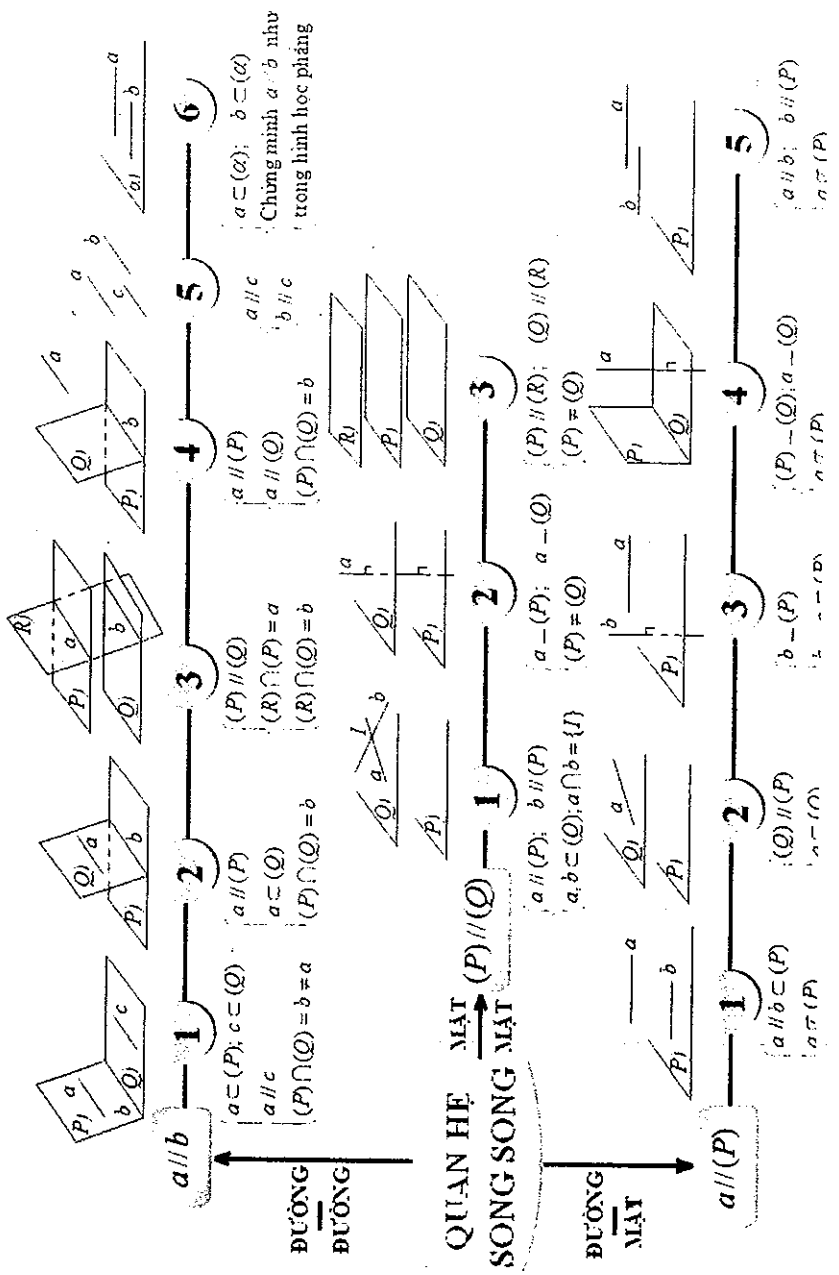
• Phương pháp 4:

Sử dụng định lý: Nếu mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt theo hai giao tuyến a và b thì a // b.



$$\left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ (R) \cap (P) = a \\ (R) \cap (Q) = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

50 ĐỒ VẼ DUY
MỘT LẦN



KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM TỚI MỘT MẶT PHẪNG

TH1: $d(H, (\alpha))$ \rightarrow SH là đường cao $(\alpha) = (SAB)$. $d(H, (SAB)) = HK$. Đặc biệt $\Delta H, AB$ vuông.

TH2: $d(M, (\alpha))$ \rightarrow M không là chân đường cao. Chuyển điểm \rightarrow Nối M với H (H là chân đường cao). $d(M, (\alpha)) = d(MH, (\alpha))$. $d(M, (\alpha)) = d(MH, (\alpha))$. Chuyển về TH1.

TH3: $d(M, (\alpha))$ \rightarrow (α) chứa đường cao SH . Dùng $MK \perp \Delta(\alpha)$ đáy ($K \in \Delta$) $\rightarrow d(M, (\alpha)) = MK$.

TH4: $d(M, (ABC))$ \rightarrow Không thuộc TH1, TH2, TH3. Tính gián tiếp (chuyển đỉnh) $\rightarrow d(M, (ABC)) = h = \frac{MS \cdot SH}{S_{\Delta ABC}}$.

CHÚ Ý

- Trong TH2, TH3 nếu $M \in$ (đáy) ta sẽ chuyển điểm xuống đáy nhờ cách chuyển điểm như TH2.
- Xác suất rơi vào TH2 trong các đề thi là cao nhất.

KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÈO NHAU

Cách giải chung: Tính khoảng cách $d(\Delta_1, \Delta_2)$.

- Dùng $(\alpha) \supset \Delta_1$ và $(\alpha) \perp \Delta_2$.
- $d(\Delta_1, \Delta_2) = d(\Delta_1, (\alpha)) = d(M, (\alpha))$. (quay về khoảng cách từ điểm tới mặt)

Hay gặp: $\Delta_1 \supset$ (đáy), $\Delta_2 \supset$ (đáy).

- Xác định $\Delta_2 \cap$ (đáy) = $\{A\}$.
- Từ A dựng $\Delta_1 \perp \Delta_2$.
- $d(\Delta_1, \Delta_2) = d(\Delta_1, (SAB)) = d(M, (SAB))$. (quay về khoảng cách từ điểm tới mặt)

Đặc biệt khi $\Delta_1 \perp \Delta_2$: Tính theo đoạn vuông góc chung.

- Dùng (α) với $\begin{cases} (\alpha) \supset \Delta_2 \\ (\alpha) \perp \Delta_1 \end{cases}$.
- Xác định $\Delta_1 \cap (\alpha) = \{M\}$.
- Kẻ $MN \perp \Delta_2$ với $N \in \Delta_2$.
- Khi đó $d(\Delta_1, \Delta_2) = MN$.

B. BÀI TẬP:



VECTƠ TRONG ANH HƯNG MIỀN

Câu 1 Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng
- B. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng
- C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng
- D. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi thì ba vectơ đó đồng phẳng

Câu 2 Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào sau đây để khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

- A. Tồn tại 3 số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$
- B. Tồn tại 3 số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$
- C. Tồn tại 3 số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$
- D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui

Câu 3 Cho 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$, trong đó $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- B. Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ ta suy ra $m = n = p = 0$
- C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p \neq 0$ ta có $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- D. Nếu giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

Câu 4 Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng:

- A. Hai vectơ \vec{x}, \vec{y} cùng phương
- B. Hai vectơ \vec{y}, \vec{z} cùng phương
- C. Hai vectơ \vec{x}, \vec{z} cùng phương
- D. Các khẳng định trên đều sai

Câu 5 Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng:

- A. Ba vectơ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ không đồng phẳng
- B. Hai vectơ \vec{x}, \vec{b} cùng phương
- C. Hai vectơ \vec{x}, \vec{a} cùng phương
- D. Các khẳng định trên đều sai

Câu 4 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD. Chọn đẳng thức đúng:

A. $\overline{B_1B} + \overline{B_1A_1} + \overline{B_1C_1} = 2\overline{B_1D}$

B. $\overline{B_1M} = \overline{B_1B} + \overline{B_1A_1} + \overline{B_1C_1}$

C. $\overline{C_1M} = \overline{C_1C} + \overline{C_1D_1} + 0,5\overline{C_1B_1}$

D. $\overline{C_1M} = \overline{C_1C} + 0,5\overline{C_1D_1} + 0,5\overline{C_1B_1}$

Câu 7 Cho tứ diện ABCD. Đặt $\overline{AB} = \vec{a}, \overline{AC} = \vec{b}, \overline{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của BC. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$

B. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$

C. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$

D. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$

Câu 8 Cho tứ diện ABCD. Đặt $\overline{AB} = \vec{b}, \overline{AC} = \vec{c}, \overline{AD} = \vec{d}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overline{AG} = \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$

B. $\overline{AG} = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$

C. $\overline{AG} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$

D. $\overline{AG} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

Câu 9 Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng:

A. $\overline{AO} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

B. $\overline{AO} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

C. $\overline{AO} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

D. $\overline{AO} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

Câu 10 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm đẳng thức sai

A. $\overline{AC_1} + \overline{CA_1} + \overline{C_1C} = \vec{0}$

B. $\overline{AC_1} + \overline{A_1C} = 2\overline{AC}$

C. $\overline{AC_1} + \overline{A_1C} = \overline{AA_1}$

D. $\overline{CA_1} + \overline{AC} = \overline{CC_1}$

Câu 11 Cho tứ diện ABCD. Gọi P, Q là trung điểm AB và CD. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$

B. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$

C. $\overline{PQ} = (\overline{BC} + \overline{AD})$

D. $\overline{PQ} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$

Câu 12 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overline{BA_1}, \overline{BD_1}, \overline{BC_1}$ đồng phẳng

B. $\overline{BA_1}, \overline{BD_1}, \overline{BD}$ đồng phẳng

C. $\overline{BD}, \overline{BD_1}, \overline{BC_1}$ đồng phẳng

D. $\overline{BA_1}, \overline{BD_1}, \overline{BC}$ đồng phẳng

Câu 13 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overline{CD_1}, \overline{AD}, \overline{A_1C}$ đồng phẳng
- B. $\overline{CD_1}, \overline{AD}, \overline{A_1B_1}$ đồng phẳng
- C. $\overline{BD}, \overline{BD_1}, \overline{BC_1}$ đồng phẳng
- D. $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{C_1A}$ đồng phẳng

Câu 14 Cho hai điểm phân biệt A, B và một điểm O bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = \overline{OB} = k\overline{BA}$.
- B. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = \overline{OB} = k(\overline{OB} - \overline{OA})$.
- C. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = k\overline{OA} + (1-k)\overline{OB}$.
- D. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{OB}$.

Câu 15 Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overline{AA_1} = \vec{a}, \overline{AB} = \vec{b}, \overline{AC} = \vec{c}, \overline{BC} = \vec{d}$. Trong các đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$
- B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$
- C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$
- D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$

Câu 16 Trong mặt phẳng cho tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$.
- B. Nếu $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$ thì ABCD là hình bình hành.
- C. Nếu $\overline{OA} + \overline{OB} + 2\overline{OC} + 2\overline{OD} = \vec{0}$.
- D. Nếu ABCD là hình thang thì $\overline{OA} + \overline{OB} + 2\overline{OC} + 2\overline{OD} = \vec{0}$.

Câu 17 Cho hình chóp S.ABCD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overline{SB} + \overline{SD} = \overline{SA} + \overline{SC}$.
- B. Nếu $\overline{SB} + \overline{SD} = \overline{SA} + \overline{SC}$ thì ABCD là hình bình hành.
- C. Nếu $\overline{SB} + 2\overline{SD} = \overline{SA} + 2\overline{SC}$ thì ABCD là hình thang.
- D. Nếu ABCD là hình thang thì $\overline{SB} + 2\overline{SD} = \overline{SA} + 2\overline{SC}$.

Câu 18 Cho hình chóp S.ABCD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}$.
- B. Nếu $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}$ thì ABCD là hình bình hành.
- C. Nếu $\overline{SA} + \overline{SB} + 2\overline{SC} + 2\overline{SD} = 6\overline{SO}$ thì ABCD là hình thang.
- D. Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overline{SA} + \overline{SB} + 2\overline{SC} + 2\overline{SD} = 6\overline{SO}$.

Câu 19 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai?

- A. $\overline{BC} + \overline{BA} + \overline{BB_1} = \overline{BD_1}$ B. $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{B_1C_1} + \overline{B_1A_1}$
 C. $\overline{AD} + \overline{D_1C_1} + \overline{D_1A_1} = \overline{DC}$ D. $\overline{BA} + \overline{DD_1} + \overline{BD_1} = \overline{BC}$

Câu 20 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O. Hãy chỉ ra đẳng thức sai?

- A. $\overline{AC_1} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1}$ B. $\overline{AB} + \overline{BC_1} + \overline{CD} + \overline{D_1A} = \vec{0}$
 C. $\overline{AB} + \overline{AA_1} = \overline{AD} + \overline{DD_1}$ D. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC_1} = \overline{AD_1} + \overline{D_1O} + \overline{OC_1}$

Câu 21 Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD, và G là trung điểm của MN. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\overline{GM} + \overline{GN} = \vec{0}$ B. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$
 C. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 4\overline{MG}$ D. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \overline{GD}$

Câu 22 Cho tứ diện ABCD và điểm G thỏa mãn $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm GA và mp (BCD). Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overline{GA} = 2\overline{G_0G}$ B. $\overline{GA} = -2\overline{G_0G}$
 C. $\overline{GA} = 3\overline{G_0G}$ D. $\overline{GA} = 4\overline{G_0G}$

Câu 23 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành có tâm O. Gọi G là điểm thỏa mãn: $\overline{GS} + \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. G, S, O không thẳng hàng B. $\overline{GS} = 3\overline{OG}$
 C. $\overline{GS} = 4\overline{OG}$ D. $\overline{GS} = 5\overline{OG}$

Câu 24 Cho hình tứ diện SABC và I là trọng tâm của tam giác ABC. Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overline{SI} = \overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC}$ B. $\overline{SI} = \frac{1}{3}\overline{SA} + \frac{1}{3}\overline{SB} + \frac{1}{3}\overline{SC}$
 C. $\overline{SI} = 3(\overline{SA} - \overline{SB} + \overline{SC})$ D. $6\overline{SI} = \overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC}$

Câu 25 Cho hình tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Chọn khẳng định sai

- A. Các vectơ $\overline{BD}, \overline{AC}, \overline{MN}$ đồng phẳng.
 B. Các vectơ $\overline{AB}, \overline{DC}, \overline{MN}$ đồng phẳng.
 C. Các vectơ $\overline{AN}, \overline{CM}, \overline{MN}$ đồng phẳng.
 D. Các vectơ $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{MN}$ không đồng phẳng.

Câu 26 Cho hình tứ diện ABCD trên cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD$, $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC. Trong các khẳng định sau, chọn khẳng định sai?

- A. $\overline{AB}, \overline{DC}, \overline{PQ}$ đồng phẳng. B. $\overline{AB}, \overline{DC}, \overline{MN}$ đồng phẳng.
 C. $\overline{BD}, \overline{AC}, \overline{MN}$ không đồng phẳng. D. $\overline{MN}, \overline{PQ}, \overline{DC}$ đồng phẳng.

Câu 27 Cho hình hộp ABCD.EFGH. Gọi I là tâm hình bình hành ABEF và K là tâm của hình bình hành BCGF. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GF}$ đồng phẳng. B. $\overline{BD}, \overline{EK}, \overline{GF}$ đồng phẳng.
 C. $\overline{BD}, \overline{AK}, \overline{GF}$ đồng phẳng. D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 28 Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. M là điểm trên đoạn AC sao cho $AC' = 3MC$. Lấy N trên đoạn C'D sao cho $xCD = CN$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BID$

- A. $x = \frac{2}{3}$ B. $x = \frac{1}{3}$ C. $x = \frac{1}{2}$ D. $x = \frac{1}{4}$

Câu 29 Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Trên các đường chéo BD và AD của các mặt bên lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $DM = AN$. MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (A'D'BC) B. (BB'C) C. (AA'B) D. (ADB')

Câu 30 Cho hình lăng trụ ABC. $A_1B_1C_1$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh $CC_1 = a$ và vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của BC. Chọn đáp án đúng nhất.

- A. $AI \perp BC$. B. $AB \perp BC$.
 C. $AI \perp A_1B_1$. D. Tất cả đều đúng.



HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC:

Câu 1 Trong không gian cho ba điểm A, B, C bất kì. Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overline{ABAC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$ B. $\overline{ABAC} = AB^2 + AC^2 - 2BC^2$
 C. $\overline{ABAC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$ D. $\overline{ABAC} = AB^2 + AC^2 - 2BC^2$

Câu 2 Cho $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 5$, góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng 120° . Chọn khẳng định sai?

- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$ B. $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$
 C. $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 9$ D. $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{139}$

Câu 3 Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} . Chọn khẳng định đúng

- A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. $\alpha = 30^\circ$

Câu 4 Cho tứ diện đều ABCD cạnh bằng a, gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu?

- A. 60° B. 90° C. 30° D. 0°

Câu 5 Cho tứ diện đều ABCD cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm cạnh CD. Gọi φ là góc giữa AC và BM. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\varphi = 60^\circ$
 C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 6 Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$. Xét hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$. Gọi α là góc giữa hai vectơ \vec{x} và \vec{y} . Chọn khẳng định đúng

- A. $\cos \alpha = \frac{-5}{\sqrt{115}}$ B. $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{115}}$
 C. $\cos \alpha = \frac{6}{\sqrt{115}}$ D. $\cos \alpha = \frac{8}{\sqrt{115}}$

Câu 7 Cho tứ diện đều ABCD. Góc giữa AB và CD bằng bao nhiêu?

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

Câu 8 Cho tứ diện ABCD với $AB \perp AC, AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Góc giữa PQ và AB bằng bao nhiêu?

- A. 60° B. 90° C. 45° D. 30°

Câu 9 Cho tứ diện ABCD có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CI bằng bao nhiêu?

- A. 60° B. 90° C. 30° D. 120°

Câu 10 Cho tứ diện ABCD, với $AC = 1,5AD, \angle CAB = \angle DAB = 60^\circ, CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\varphi = 60^\circ$ B. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$ C. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$ D. 30°

Câu 11 Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định sai?

- A. Góc giữa BD và A_1C_1 bằng 90° . B. Góc giữa AC và B_1D_1 bằng 90° .
 C. Góc giữa AD và B_1C bằng 45° . D. Góc giữa B_1D_1 và AA_1 bằng 60° .

- Câu 12** Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 bằng bao nhiêu?
 A. 60° B. 45° C. 90° D. 120°
- Câu 13** Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm của AD . Giá trị $\overline{B_1M}, \overline{BD_1}$ bằng
 A. $0,5a^2$ B. a^2 C. $0,75a^2$ D. $1,5a^2$
- Câu 14** Trong không gian cho tam giác ABC có trọng tâm G . Chọn hệ thức đúng?
 A. $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$
 B. $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 2(GA^2 + GB^2 + GC^2)$
 C. $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 4(GA^2 + GB^2 + GC^2)$
 D. $AB^2 + AC^2 + BC^2 = GA^2 + GB^2 + GC^2$
- Câu 15** Trong không gian cho tam giác ABC . Tìm điểm M sao cho giá trị của biểu thức $\sum = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị bé nhất
 A. M là trực tâm của tam giác ABC .
 B. M là trọng tâm của tam giác ABC .
 C. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
 D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .
- Câu 16** Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Chọn khẳng định đúng?
 A. $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 2(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$
 B. $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$
 C. $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 4(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$
 D. $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 6(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$
- Câu 17** Cho tứ diện $ABCD$ trong đó $AB = 6$, $CD = 3$ và góc giữa AB và CD là 60° , và điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$, mp(P) qua M song song với AB và CD . (P) cắt BD , AD , AC lần lượt tại N , P , Q . Diện tích $MNPQ$ bằng bao nhiêu?
 A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. $1,5$
- Câu 18** Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC , AD , AC tại M , N , P , Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?
 A. Hình thang B. Hình bình hành
 C. Hình chữ nhật D. Tứ giác không phải hình thang

Câu 19 Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc với CD, $AB = 4$, $CD = 6$, M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$, mp (P) song song với AB và CD đi qua điểm M. Diện tích thiết diện của (P) và tứ diện ABCD bằng bao nhiêu?

- A. 5 B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{17}{3}$ D. 6

Câu 20 Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc với CD, $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = xBC (1 > x > 0)$ mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác MNPQ bằng bao nhiêu?

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 11



PHƯƠNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG:

Câu 1 Cho hình chóp S.ABCD trong đó có ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Trong các tam giác sau tam giác nào không phải là tam giác vuông?

- A. ΔSAB B. ΔSBC C. ΔSCD D. ΔSBD

Câu 2 Cho tứ diện ABCD có $AB \perp CD$ và $AC \perp BD$. H là hình chiếu vuông góc của A lên (BCD). Các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $CD \perp (ABH)$ B. $AD \perp BC$
C. H là trực tâm của tam giác BCD D. Các khẳng định trên đều sai

Câu 3 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Chọn khẳng định sai:

- A. $SA \perp BD$ B. $SC \perp BD$ C. $SO \perp BD$ D. $AD \perp SC$

Câu 4 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi và $SA = SC$. Chọn khẳng định đúng

- A. $AC \perp (SBD)$ B. $BD \perp (SAC)$
C. $SO \perp (ABCD)$ D. $AB \perp (SAD)$

Câu 5 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, tam giác SAB vuông tại A, tam giác SCD vuông tại D. Chọn khẳng định sai

- A. $AB \perp (SAD)$ B. $AC = BD$
C. $SO \perp (ABCD)$ D. ABCD là hình chữ nhật

Câu 6 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, AE và AF là đường cao của tam giác SAB và SAD. Chọn khẳng định đúng?

- A. $SC \perp (ADF)$ B. $SC \perp (AFB)$
C. $SC \perp (AEF)$ D. $SC \perp (AEC)$

Câu 7 Cho hình chóp S.ABC thỏa mãn $SA = SB = SC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Chọn khẳng định đúng?

- A. H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC
- B. H là trọng tâm tam giác ABC
- C. H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- D. H là trực tâm tam giác ABC

Câu 8 Cho hình chóp S.ABC thỏa mãn $SA = SB = SC$. Tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mp(ABC). Chọn khẳng định sai?

- A. $(SAH) \cap (SBH) = SH$
- B. $(SAH) \cap (SCH) = SH$
- C. $(SBH) \cap (SCH) = SH$
- D. $AB \perp SH$

Câu 9 Cho hình chóp S.ABC có $\angle BSC = 120^\circ$, $\angle CSA = 60^\circ$, $\angle ASB = 90^\circ$, $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mp(ABC). Chọn mệnh đề đúng:

- A. I là trọng tâm tam giác ABC
- B. I là trung điểm của AB
- C. I là trung điểm của AC
- D. I là trung điểm của BC

Câu 10 Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều. $SA \perp (ABC)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua B và vuông góc với SC. Thiết diện của (P) và hình chóp S.ABC là:

- A. Hình thang vuông
- B. Tam giác đều
- C. Tam giác vuông
- D. Tam giác cân

Câu 11 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD theo thứ tự tại H, M, K. Tìm mệnh đề sai:

- A. $AH \perp SB$
- B. $AK \perp HK$
- C. $HK \perp AM$
- D. $BD \parallel HK$

Câu 12 Cho tứ diện đều ABCD cạnh 12. Gọi (P) là mặt phẳng qua B và vuông góc với AD. Thiết diện của (P) và hình chóp có diện tích bằng:

- A. 40
- B. $36\sqrt{2}$
- C. $36\sqrt{3}$
- D. 36

Câu 13 Cho tứ diện đều ABCD cạnh $a = 12$. AP là đường cao của tam giác ACD. Mặt phẳng (P) qua B và vuông góc với AP. (P) cắt mặt (ACD) của tứ diện ABCD theo đoạn giao tuyến có độ dài là:

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 6

Câu 14 Cho hình chóp S.ABC đáy ABC là tam giác vuông tại B. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB. (P) cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q. Tứ giác MNPQ là hình gì?

- A. Hình bình hành
 B. Hình chữ nhật
 C. Hình thang cân
 D. Hình thang vuông

Câu 15 Cho hình chóp S.ABC đáy ABC là tam giác đều, O là trung điểm của đường cao AH của tam giác ABC. SO vuông góc với đáy. Gọi I là điểm tùy ý trên đoạn OH (không trùng với O và H). Mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với OH. Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

- A. Tam giác vuông
 B. Hình bình hành
 C. Hình thang cân
 D. Hình thang vuông

Câu 16 Tam giác ABC có $BC = 2a$, đường cao $AD = a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A, lấy điểm S sao cho $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB và SC. Diện tích tam giác AEF bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$
 B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^2$
 D. $\frac{1}{2}a^2$

Câu 17 Cho hình chóp S.ABCD, với đáy ABCD là hình bình hành tâm O, AD, SA, AB vuông góc từng đôi. $AD = 8$, $SA = 6$. (P) là mặt phẳng qua trung điểm của AB và vuông góc với AB. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp bằng bao nhiêu?

- A. 18
 B. 16
 C. 20
 D. 17

Câu 18 Cho hình chóp S.ABCD, với đáy ABCD là hình thang vuông tại A, có đáy lớn $AD = 8$, $BC = 6$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = 6$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp bằng bao nhiêu?

- A. 10
 B. 15
 C. 16
 D. 20

Câu 19 Cho tứ diện SABC có hai mặt (ABC) và (SBC) là hai tam giác đều cạnh a.

$SA = a\frac{\sqrt{3}}{2}$. M là điểm trên cạnh AB sao cho $AM = b$ ($0 < b < a$). (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với BC. Thiết diện tạo bởi (P) và tứ diện SABC có diện tích bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}(a-b)^2}{4}$
 B. $\frac{3\sqrt{3}(a-b)^2}{8}$
 C. $\frac{3\sqrt{3}(a-b)^2}{16}$
 D. $\frac{\sqrt{3}(a-b)^2}{4}$

Câu 20 Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC vuông góc từng đôi. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mp(ABC). Chọn khẳng định sai

- A. $OA \perp BC$ B. H là trực tâm của tam giác ABC
 C. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OA^2}$ D. $3OH^2 = AB^2 + AC^2 + BC^2$

Câu 21 Cho tứ diện đều ABCD. Gọi α là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD). Chọn khẳng định đúng?

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\cos \alpha = 0$

Câu 22 Cho hình chóp S.ABCD, với đáy ABCD là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mp(ABCD). $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SC và (ABCD). Chọn khẳng định đúng?

- A. $\alpha = 45^\circ$ B. $\alpha = 60^\circ$ C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\alpha = 30^\circ$

Câu 23 Cho hình chóp S.ABCD, với đáy ABCD là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mp(ABCD). $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SC và (SAB). Chọn khẳng định đúng?

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{8}}$ B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$ C. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{7}}$ D. $\alpha = 30^\circ$

Câu 24 Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$. Gọi α là góc giữa AC_1 và mp(ABCD). Chọn khẳng định đúng

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\alpha = 30^\circ$
 C. $\alpha = 45^\circ$ D. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Câu 25 Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$. Gọi α là góc giữa AC_1 và mp(A_1BCD_1). Chọn khẳng định đúng.

- A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$ B. $\alpha = 30^\circ$
 C. $\alpha = 45^\circ$ D. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Câu 26 Cho hình chóp S.ABCD, với đáy ABCD là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác đều có đường cao SH vuông góc với đáy (ABCD). Gọi α là góc giữa BD và (SAD). Chọn khẳng định đúng:

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. $\alpha = 30^\circ$

Câu 27 Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$. Đường thẳng AC_1 vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (A_1BCD) B. (A_1CD_1) C. (A_1DC_1) D. (A_1BD)

Câu 28 Cho hình tứ diện S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua S và vuông góc với BC. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ B. $\frac{a^2}{2}$ C. $\frac{a^2}{6}$ D. a^2

Câu 29 Cho hình tứ diện S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với trung tuyến SM của tam giác SBC. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp bằng:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{16}a^2$ B. $\frac{\sqrt{6}}{8}a^2$ C. $\frac{a^2}{6}$ D. a^2

Câu 30 Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Biết $AB = CD = 2a$, $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa AB và CD.

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

IV HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC:

Câu 1 Cho tứ diện đều ABCD. Góc giữa (ABC) và (ABD) bằng α . Chọn khẳng định đúng:

- A. $\alpha = 60^\circ$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ D. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

Câu 2 Cho hình chóp tam giác đều S.ABC với $SA = 2AB$. Gọi góc giữa (ABC) và (SAB) bằng α . Chọn khẳng định đúng:

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{5}}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{5}}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{4\sqrt{5}}$ D. $\alpha = 60^\circ$

Câu 3 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD với $SA = AB$. Gọi góc giữa (ABCD) và (SAB) bằng α . Chọn khẳng định đúng:

- A. $\alpha = 60^\circ$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ D. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$

Câu 4 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD với $SA = AB$. Gọi góc giữa (SAD) và (SAB) bằng α . Chọn khẳng định đúng:

- A. $\alpha = 60^\circ$ B. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ D. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$

Câu 5 Cho tam giác ABC vuông tại A. Cạnh $AB = a$ nằm trong mặt phẳng (P). Cạnh $AC = a\sqrt{2}$ tạo với (P) góc 60° . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. BC tạo với (P) góc 60° .
 B. BC tạo với (P) góc 45° .
 C. BC tạo với (P) góc 30° .
 D. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (P) là 45° .

- Câu 6** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng a và góc $\angle ABC = 60^\circ$. Các cạnh SA, SB, SC đều bằng $a\frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABCD). Giá trị $\tan \varphi$ bằng bao nhiêu?
- A. $5\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{5}$
- Câu 7** Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ADB_1C_1) và (AA_1CC_1) . Chọn khẳng định đúng?
- A. $\alpha = 45^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. $\alpha = 90^\circ$
- Câu 8** Cho tứ diện ABCD có hai mặt (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với (DBC). Gọi BE và DF là hai đường cao của tam giác BCD, DK là đường cao của tam giác ACD. Chọn khẳng định sai?
- A. $(ABE) \perp (ADC)$ B. $(ABD) \perp (ADC)$
 C. $(ABC) \perp (DFK)$ D. $(ADC) \perp (DFK)$
- Câu 9** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a. SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Góc giữa (SBD) và (ABCD) bằng bao nhiêu?
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
- Câu 10** Tứ diện SABC có $(SBC) \perp (ABC)$. SBC là tam giác đều cạnh a. ABC là tam giác vuông tại A và $B = 30^\circ$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC). Chọn khẳng định đúng?
- A. $\tan \varphi = 2\sqrt{3}$ B. $\tan \varphi = 3\sqrt{3}$ C. $\varphi = 60^\circ$ D. $\varphi = 30^\circ$
- Câu 11** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a. SA vuông góc với (ABCD) và $SA = a$. Góc giữa (SBC) và (SCD) bằng bao nhiêu?
- A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°
- Câu 12** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a. SA vuông góc với (ABCD) và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa (SBC) và (SCD) là φ . Chọn khẳng định sai?
- A. $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{4}$ B. $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$
 C. $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{4}$ D. $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$
- Câu 13** Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$. Mặt phẳng (A_1BD) không vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?
- A. (ACC_1A_1) B. (ABD_1) C. (AB_1D) D. (A_1BC_1)

Câu 14 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D. $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Chọn khẳng định sai

- A. $(SBC) \perp (SAC)$
- B. (SBC) tạo với đáy góc 45° .
- C. (SBC) hợp với (BCD) góc 60°
- D. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) song song với AB

Câu 15 Cho tam giác ABC đều có cạnh a nằm trong mặt phẳng (P). Trên các đường vuông góc với (P) tại B, C lần lượt lấy D, E nằm cùng một bên đối với (P) sao cho

$$BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}, CE = a\sqrt{3}. \text{ Góc giữa (P) và (ADE) bằng bao nhiêu?}$$

- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°

Câu 16 Cho hình chóp S.ABCD với đáy ABCD là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$. SA vuông góc với đáy (ABCD) và $SA = a$. Gọi (P) là mặt phẳng qua SO và vuông góc với (SAD). Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp S.ABCD bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$
- B. a^2
- C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
- D. $\frac{a^2}{2}$

Câu 17 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, O là tâm của hình vuông ABCD, $AB = a$. $SO = 2a$. Gọi (P) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD). Thiết diện của (P) và hình chóp S.ABCD là hình gì?

- A. Tam giác cân
- B. Hình thang cân
- C. Hình bình hành
- D. Hình thang vuông

Câu 18 Cho tam giác cân ABC có đường cao $AH = a\sqrt{3}$, đáy $BC = 3a$. BC chứa trong mặt phẳng (P). Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Biết tam giác ABC vuông tại A. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (ABC). Chọn khẳng định đúng:

- A. 45°
- B. 60°
- C. 30°
- D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 19 Cho tam giác đều ABC cạnh a, d_B, d_C lần lượt là đường thẳng đi qua B, C và vuông góc với (ABC). (P) là mặt phẳng qua A và hợp với (ABC) góc 60° . (P) cắt d_B, d_C lần lượt tại D, E. Biết $AD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $AE = a\sqrt{3}$. Đặt $\alpha = \angle DAE$. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\alpha = 60^\circ$
- B. $\alpha = 60^\circ$
- C. $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{6}}$
- D. $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{6}}$

Câu 20 Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$, $SA \perp (SAB)$. Gọi I là trung điểm của BC. Xác định góc giữa mặt phẳng (SAI) và (SBC).

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



KHOẢNG CÁCH:

Câu 1 Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng a và b chéo nhau là một đường thẳng d vừa vuông góc với a vừa vuông góc với b .
 B. Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau là đoạn ngắn nhất trong các đoạn nối hai điểm bất kì lần lượt thuộc hai đường thẳng ấy.
 C. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Đường vuông góc chung luôn luôn nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với a và chứa đường thẳng b .
 D. Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không có điểm chung.

Câu 2 Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với a là khoảng cách từ một điểm A bất kì thuộc a tới mặt phẳng (P).
 B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách từ một điểm M thuộc mặt phẳng (P) chứa a và song song với b đến một điểm N bất kì trên b .
 C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm M bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.
 D. Nếu hai đường a và b chéo nhau và vuông góc nhau thì đường thẳng vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng (P) chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 3 Cho hình chóp S.ABC với SA vuông góc với (ABC) và $SA = 3a$. Diện tích tam giác ABC bằng $2a^2$. $BC = a$. Khoảng cách từ S đến BC bằng bao nhiêu?

- A. $2a$ B. $3a$ C. $4a$ D. $5a$

Câu 4 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a , tâm O. Cạnh bên $SA = a$ vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SC, M là trung điểm của AB. Khoảng cách từ I đến CM bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

Câu 5 Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) bằng bao nhiêu?

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $1,5a$

Câu 6 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD cạnh đáy bằng a. Cạnh bên bằng a. Khoảng cách từ S đến (ABCD) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ D. a

Câu 7 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD đáy ABCD có tâm O và cạnh bằng a. Cạnh bên bằng a. Khoảng cách từ O đến (SAD) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ D. a

Câu 8 Cho mặt phẳng (P) và điểm M ngoài (P) và khoảng cách từ M đến (P) bằng 6. Lấy A thuộc (P) và N trên đoạn AM sao cho $2MN = NA$. Khoảng cách từ N đến (P) bằng bao nhiêu?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 2

Câu 9 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Cạnh bên bằng cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ C đến (SAD) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{2a}{\sqrt{6}}$ C. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ D. a

Câu 10 Cho hình lăng trụ đứng ABC. $A_1B_1C_1$. Cạnh bên $AA_1 = 21$. ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = 42$. Khoảng cách từ A đến (A_1BC) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{21\sqrt{2}}{2}$ B. $7\sqrt{2}$ C. $\frac{21\sqrt{3}}{2}$ D. 42

Câu 11 Cho góc $\angle xOy = 90^\circ$ và một điểm M nằm ngoài mặt phẳng chứa góc xOy. Biết $MO = 6$. Khoảng cách từ M đến Ox và Oy bằng nhau và bằng $2\sqrt{5}$. Khoảng cách từ M đến (Ox, Oy) bằng bao nhiêu?

- A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

Câu 12 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Cạnh bên bằng cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ AD đến (SBC) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ D. $0,5a$

- Câu 13 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh bên bằng a . Các cạnh bên của lăng trụ tạo với mặt đáy góc 60° và hình chiếu vuông góc của A lên $(A_1B_1C_1)$ là trung điểm của B_1C_1 . Khoảng cách giữa hai mặt đáy của lăng trụ bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a}{3}$
- Câu 14 Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{a}{2}$ D. a
- Câu 15 Cho hình tứ diện $OABC$, trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = a$. Khoảng cách giữa OA và BC bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B. a C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a}{2}$
- Câu 16 Cho hình tứ diện $OABC$, trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = a$. Gọi I là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa AI và OC bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ B. a C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a}{2}$
- Câu 17 Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . $BA = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa SM và BC bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- Câu 18 Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = SA = 2a$. Khoảng cách từ đường thẳng AB đến (SCD) bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $0,5a$ C. a D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$
- Câu 19 Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh bằng a . Trong các kết quả sau, kết quả nào đúng?
- A. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (B_1BD) bằng $\frac{a}{3}$.
 B. $AC_1 = a\sqrt{2}$.
 C. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (CDC_1D_1) bằng $a\sqrt{2}$.
 D. Khoảng cách từ AB đến $B_1D = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Câu 20 Cho hình hộp chữ nhật ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$. Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

- A. $BD_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC_1 bằng b
 C. Khoảng cách từ A đến (BB_1D) bằng $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
 D. Khoảng cách từ A đến (BB_1D) bằng $\frac{abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Câu 21 Cho hình hộp chữ nhật ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = 2a$, $AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến (A_1BD) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{6}{7}a$ B. $\frac{5}{7}a$ C. a D. $\frac{7}{6}a$

Câu 22 Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách từ A_1 đến (C_1D_1M) bằng bao nhiêu?

- A. $0,5a$ B. $\frac{2}{\sqrt{6}}a$ C. $\frac{2}{\sqrt{5}}a$ D. a

Câu 23 Cho hình tứ diện OABC với OA, OB, OC vuông góc từng đôi và $OA = OB = OC$. Gọi I là trung điểm của BC, J là trung điểm của AI. Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên AI, của J lên OC. Chọn khẳng định đúng?

- A. Đoạn vuông góc chung của AI và OC là OK.
 B. Đoạn vuông góc chung của AI và OC là IC.
 C. Đoạn vuông góc chung của AI và OC là JL.
 D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

Câu 24 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, SA vuông góc với (ABCD), Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A lên SD, của O lên SD. Chọn khẳng định đúng

- A. Đoạn vuông góc chung của AC và SD là AK.
 B. Đoạn vuông góc chung của AC và SD là OH.
 C. Đoạn vuông góc chung của AC và SD là CD.
 D. Các khẳng định A, B, C đều sai.


Câu 25 Cho hình hộp chữ nhật ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ có $AA_1 = 2a$, $AD = 4a$. Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng A_1B_1 và C_1M bằng bao nhiêu?

- A. $a\sqrt{2}$ B. $2a\sqrt{2}$ C. 2a D. 3a

- Câu 26 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, SA vuông góc với (ABCD), Gọi H, K, M theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của B, O, D lên SC. Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SC và BD là đoạn thẳng nào dưới đây?
 A. BK B. OH C. DM D. BS
- Câu 27 Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh bằng a. SA vuông góc với (ABCD) và SA = a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng bao nhiêu?
 A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. 0,5a D. $\frac{a}{\sqrt{7}}$
- Câu 28 Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh a và SA = SB = SC = SD = $a\sqrt{2}$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB.
 A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{42}}{3}$ D. $\frac{a}{7}$
- Câu 29 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA \perp (ABCD), SA = a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC.
 A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{a}{6}$
- Câu 30 Hình hộp ABCD.A'B'C'D' có AB = AA' = AD = a, A'AB = A'AD = 60°. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng chứa cạnh đối diện của tứ diện A'ABD bằng:
 A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$

CHUYÊN ĐỀ 5:
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A. LÝ THUYẾT:

 CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN

1. Tam giác

a. Tam giác bất kỳ:

$$- S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$- S_{\Delta ABM} = S_{\Delta ACM} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}$$

$$- AG = \frac{2}{3} AM \text{ (G là trọng tâm)}$$

$$- \text{Độ dài trung tuyến: } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

- Định lí hàm số cosin:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

$$- \text{Định lí hàm số sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

b. Tam giác đều ABC cạnh a, G là trọng tâm:

$$- S_{\Delta ABC} = \frac{(\text{cạnh})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$- AH = \frac{\text{cạnh} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$- AG = \frac{2}{3} AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

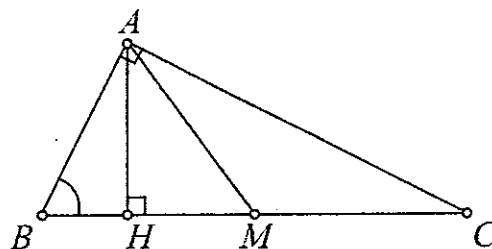
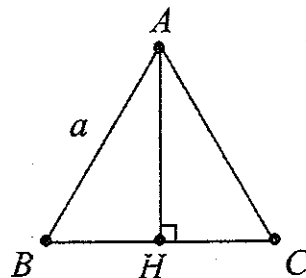
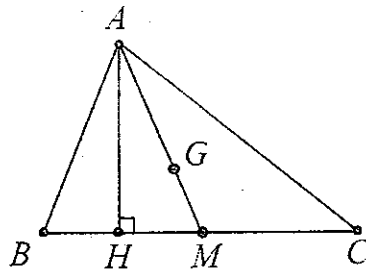
c. Tam giác ABC vuông tại A:

$$- S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

$$- BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$- BA^2 = BH \cdot BC$$

$$- CA^2 = CH \cdot CB$$



- $HA^2 = HB.HC$

- $AH.BC = AB.AC$

- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

- $\frac{HB}{HC} = \frac{AB^2}{AC^2}$

- $AM = \frac{1}{2}BC$

- $\sin B = \frac{AC}{BC}$

- $\cos B = \frac{AB}{BC}$

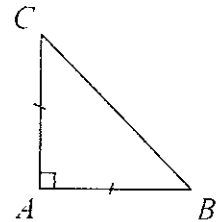
- $\tan B = \frac{AC}{AB}$

- $\cot B = \frac{AB}{AC}$

d. Tam giác ABC vuông cân tại A:

- $BC = AB\sqrt{2} = AC\sqrt{2}$

- $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}}$

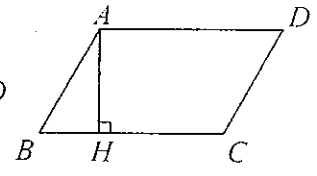
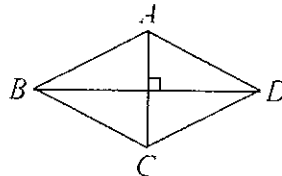


2. Tứ giác

a. Hình bình hành:

- Diện tích:

$S_{ABCD} = BC.AH = AB.AD.\sin A$



b. Hình thoi:

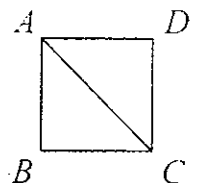
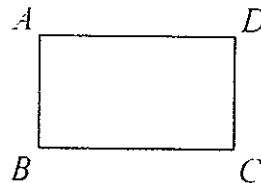
- Diện tích

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC.BD = AB.AD.\sin A$

- Đặc biệt:

Khi $\widehat{ABC} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{BAC} = 120^\circ$

thì các tam giác ABC, ACD đều.



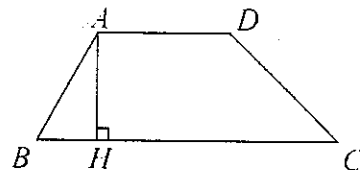
c. Hình chữ nhật:

- $S_{ABCD} = AB.AD$

d. Hình vuông:

- Diện tích: $S_{ABCD} = AB^2$

- Đường chéo: $AC = AB\sqrt{2}$



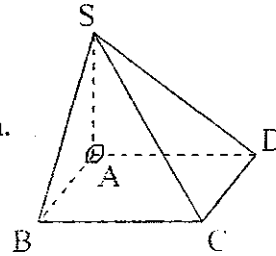
b. Hình thang:

$$- S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$$

c. Hình trong không gian

1. Hình chóp:

- Thể tích khối lăng trụ: $V = S_d \cdot \text{Chiều cao}$
- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên.}$
- Diện tích toàn phần: $S_p = S_{xq} + S_{2d}$



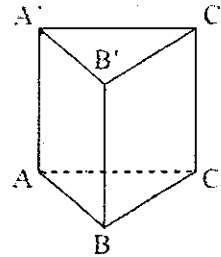
Hình chóp

2. Hình nón:

- Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot \text{Chiều cao.}$
- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên.}$
- Diện tích toàn phần: $S_p = S_{xq} + S_d$

3. Hình trụ:

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h$
- Diện tích toàn phần: $S_p = S_{xq} + 2S_d$
- Thể tích khối trụ: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$



Hình lăng trụ

4. Hình nón:

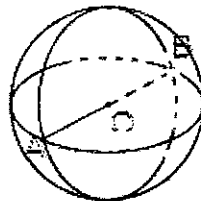
- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l$
- Diện tích toàn phần: $S_p = S_{xq} + S_d$
- Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot h$

5. Hình cầu:

- Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$
- Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi \cdot R^2$



Hình trụ



Hình nón



Hình cầu

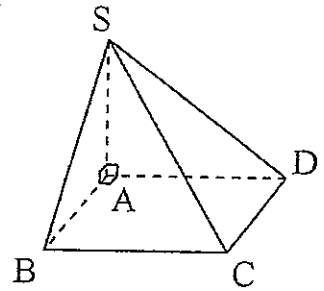


1. HÌNH CHÓP ĐỀU

1. HÌNH CHÓP ĐỀU (CÓNG ĐỀU) LÀ CHÓP ĐỀU CÓ ĐÁY LÀ HÌNH VUÔNG (HÌNH CHỮ NHẬT) VÀ ĐƯỜNG CAO ĐI QUA TRUNG ĐIỂM ĐÁY.

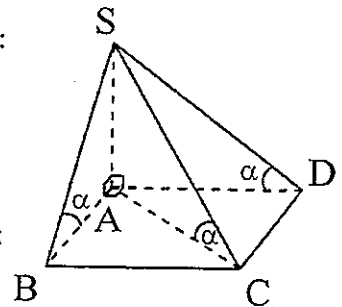
a. Đường cao, cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp

- Đáy: ABCD là hình vuông hoặc hình chữ nhật.
- Đường cao: SA
- Cạnh bên: SA, SB, SC, SD.
- Cạnh đáy: AB, BC, CD, DA.
- Mặt bên: ΔSAB là tam giác vuông tại A.
 ΔSBC là tam giác vuông tại B.
 ΔSCD là tam giác vuông tại D.
 ΔSAD là tam giác vuông tại A.



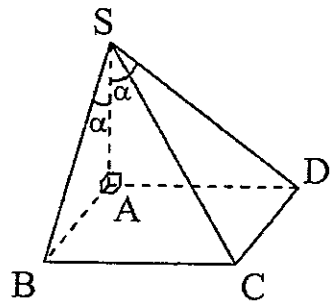
b. Góc giữa cạnh bên và đáy

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABCD) bằng α :
 Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)
 \Rightarrow Hình chiếu của SB lên (ABCD) là AB
 $\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = \alpha$
- Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy (ABCD) bằng α :
 \Rightarrow Hình chiếu của SD lên (ABCD) là AD
 $\Rightarrow (SD, (ABCD)) = (SD, AD) = \widehat{SDA} = \alpha$
- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABCD) bằng α :
 \Rightarrow Hình chiếu của SC lên (ABCD) là AC
 $\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = \alpha$



c. Góc giữa cạnh bên và mặt bên:

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt bên (SAD) bằng α :
 Ta có: $AB \perp (SAD)$
 \Rightarrow Hình chiếu của SB lên (SAD) là SA
 $\Rightarrow (SB, (SAD)) = (SB, SA) = \widehat{BSA} = \alpha$
- Góc giữa cạnh bên SD và mặt bên (SAB) bằng α : B



Ta có: $AD \perp (SAB)$

\Rightarrow Hình chiếu của SD lên (SAB) là SA

$\Rightarrow (SD, (SAB)) = (SD, SA) = \widehat{DSA} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt bên (SAB) bằng α :

Ta có: $BC \perp (SAB)$

\Rightarrow Hình chiếu của SC lên (SAB) là SB

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{SCB} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt bên (SAD) bằng α :

Ta có: $DC \perp (SAD)$

\Rightarrow Hình chiếu của SC lên (SAD) là SD

$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SD) = \widehat{SCD} = \alpha$

d. Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

- Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)

$BC \perp SB$ tại B (?)

$(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (AB, SB) = \widehat{SBA} = \alpha$

- Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

Ta có: $CD \perp AD$ tại D (?)

$CD \perp SD$ tại D (?)

$(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (AD, SD) = \widehat{SDA} = \alpha$

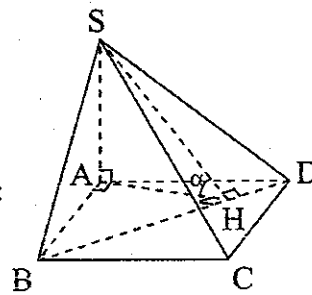
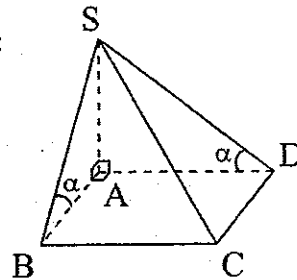
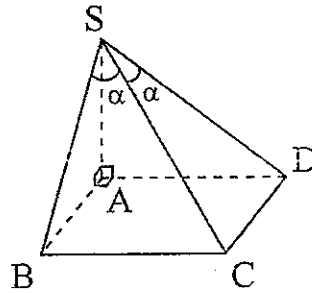
- Góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :

+ Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật:

Trong $(ABCD)$, vẽ $AH \perp BD$ tại H

$\Rightarrow BD \perp SH$ (?)

$\Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = (AH, SH) = \widehat{SHA} = \alpha$



Chú ý

Nếu $AB < AD$ thì điểm H ở gần B hơn.

Nếu $AB > AD$ thì điểm H ở gần D hơn.

+ Đáy ABCD là hình vuông:

Gọi $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow AO \perp BD$ (?)

$\Rightarrow BD \perp SO$ (?)

$\Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = (SO, AO) = \widehat{SOA} = \alpha$

e. Khoảng cách "điểm - mặt"

- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

Trong mp(SAD), vẽ $AH \perp SD$ tại H.

$\Rightarrow AH \perp (SCD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SCD)] = AH$

- Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

Vì $AB \parallel (SCD)$ (?) nên $d[B, (SCD)] = d[A, (SCD)]$

(xem dạng 1)

- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

Trong mp(SAB), vẽ $AH \perp SB$ tại H.

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$

- Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC)

Vì $AD \parallel (SBC)$ (?) nên $d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)]$

(xem dạng 3)

- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD)

+ Đáy ABCD là hình chữ nhật:

Trong (ABCD), vẽ $AI \perp BD$ tại I

$\Rightarrow BD \perp (SAI)$ (?)

Trong (SAI), vẽ $AH \perp SI$ tại H

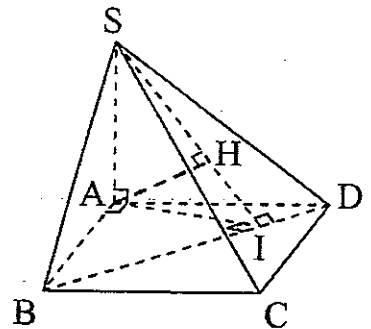
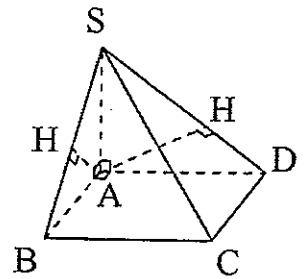
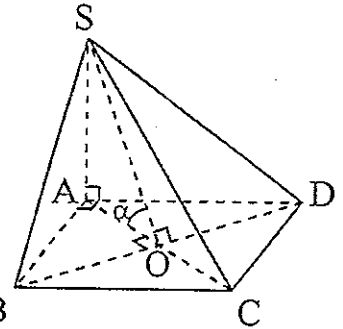
$\Rightarrow AH \perp (SBD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBD)] = AH$



Nếu $AB < AD$ thì điểm I ở gần B hơn.

Nếu $AB > AD$ thì điểm I ở gần D hơn.



+ Đáy ABCD là hình vuông

Gọi $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow AO \perp BD$ (?)

$\Rightarrow BD \perp (SAO)$ (?)

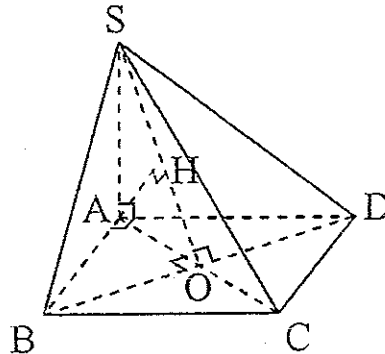
Trong (SAO), vẽ $AH \perp SO$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SBD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBD)] = AH$

- Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD)

Vì O là trung điểm của AC nên $d[C, (SBD)] = d[A, (SBD)]$



2. **TÌM HIỂU** Hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình thang vuông tại A

và B. SA vuông góc với đáy.

a. Đáy: đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

- Đáy: Hình thang ABCD vuông tại A và B

- Đường cao: SA

- Cạnh bên: SA, SB, SC, SD.

- Cạnh đáy: AB, BC, CD, DA.

- Mặt bên: $\triangle SAB$ là tam giác vuông tại A.

$\triangle SBC$ là tam giác vuông tại B.

$\triangle SAD$ là tam giác vuông tại A.

Chú ý

Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$

$\Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow \triangle SCD$ vuông tại C.

c. Góc giữa cạnh bên và đáy

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABCD) bằng α :

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)

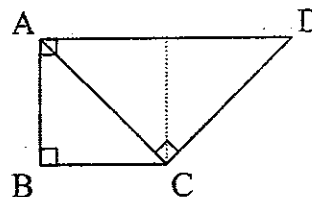
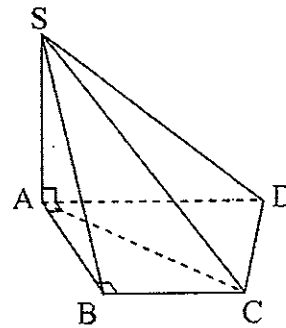
\Rightarrow Hình chiếu của SB lên (ABCD) là AB

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \hat{SBA} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy (ABCD) bằng α :

\Rightarrow Hình chiếu của SD lên (ABCD) là AD

$\Rightarrow (SD, (ABCD)) = (SD, AD) = \hat{SDA} = \alpha$



- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABCD):

Ta có $SA \perp ABCD$ (gt)

\Rightarrow Hình chiếu của SC lên (ABCD) là AC

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = \alpha$

a. Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

- Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)

$BC \perp SB$ tại B (?)

$(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (AB, SB) = \widehat{SBA} = \alpha$

- Góc giữa mặt bên (SBD) và mặt đáy (ABCD):

Trong (ABCD), vẽ $AM \perp CD$ tại M

$\Rightarrow SM \perp CD$ tại M (?)

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (AM, SM) = \widehat{SMA} = \alpha$

Chú ý

Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$.

Do đó $M \equiv C$.

d. Khoảng cách "điểm - mặt"

- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

Trong mp(SAB), vẽ $AH \perp SB$ tại H.

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$

- Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC)

Vì $AD \parallel (SBC)$ (?) nên $d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)]$

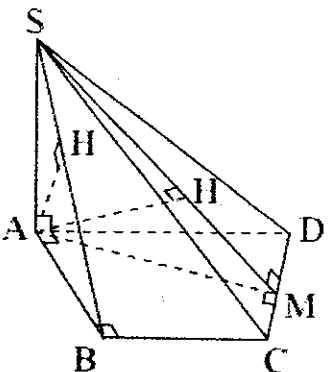
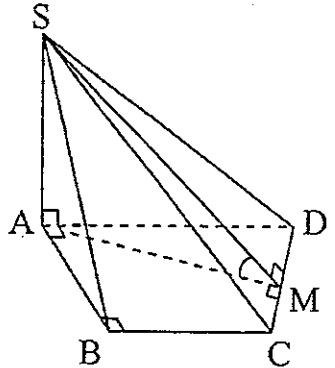
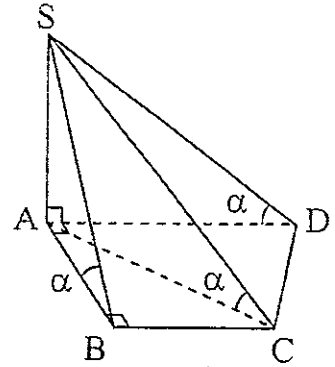
(xem dạng 3)

- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

Trong (ABCD), vẽ $AM \perp CD$ tại M.

$\Rightarrow CD \perp (SAM)$ (?)

Trong (SAM), vẽ $AH \perp SM$ tại H



$\Rightarrow AH \perp (SCD) (?)$

$\Rightarrow d[A, (SCD)] = AH$

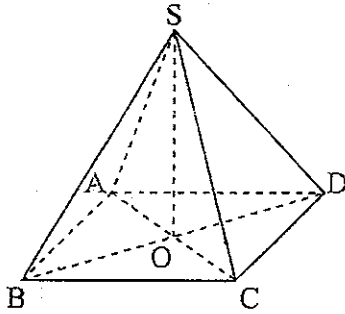
Chú ý Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$. Do đó $M \equiv C$.

3. HÌNH III: Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$

a. *Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp*

- Đáy: $ABCD$ là hình vuông.
 - Đường cao: SO
 - Cạnh bên: $SA = SB = SC = SD$.
 - Cạnh đáy: $AB = BC = CD = DA$.
 - Mặt bên: $\Delta SAB, \Delta SBC, \Delta SCD, \Delta SAD$
- là các tam giác cân tại S và bằng nhau.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$



b. *Góc giữa cạnh bên và đáy*

- Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$:

Ta có: $SO \perp (ABCD) (?)$

\Rightarrow Hình chiếu của SA lên $(ABCD)$ là AO

$\Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, AO) = \widehat{SAO} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$:

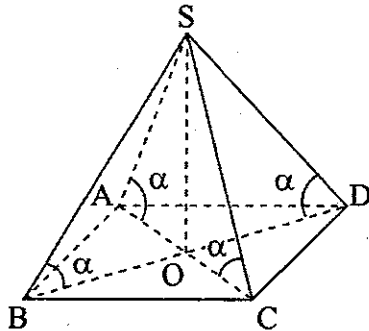
Tương tự: $(SB, (ABCD)) = (SB, BO) = \widehat{SBO} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự: $(SC, (ABCD)) = (SC, CO) = \widehat{SCO} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự: $(SD, (ABCD)) = (SD, DO) = \widehat{SDO} = \alpha$



Chú ý $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO}$

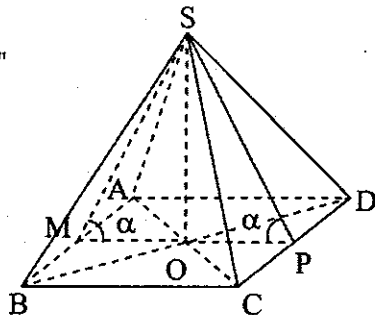
\rightarrow "Góc giữa các cạnh bên với mặt đáy bằng nhau"

c. *Góc giữa mặt bên và mặt đáy:*

- Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$:

Ta có $OM \perp AB$ tại M (?)

$\Rightarrow AB \perp SM$ tại M (?)



Mà $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

$$\Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = (OM, SM) = \widehat{SMO} = \alpha$$

- Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):

Ta có $ON \perp BC$ tại N (?)

$$\Rightarrow BC \perp SN \text{ tại N (?)}$$

Mà $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (ON, SN) = \widehat{SNO} = \alpha$$

- Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):

Ta có $OP \perp CD$ tại P (?)

$$\Rightarrow CD \perp SP \text{ tại P (?)}$$

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (OP, SP) = \widehat{SPO} = \alpha$$

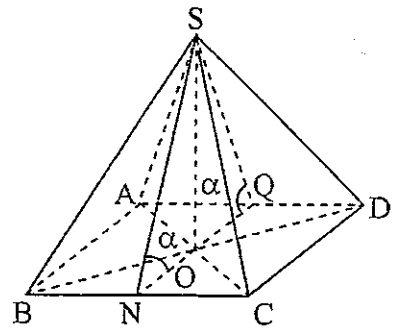
- Góc giữa mặt bên (SAD) và mặt đáy (ABCD):

Ta có $OQ \perp AD$ tại Q (?)

$$\Rightarrow AD \perp SQ \text{ tại Q (?)}$$

Mà $(SAD) \cap (ABCD) = AD$

$$\Rightarrow ((SAD), (ABCD)) = (OQ, SQ) = \widehat{SQO} = \alpha$$



Chú ý

$$\widehat{SMO} = \widehat{SNO} = \widehat{SPO} = \widehat{SQO}$$

→ "Góc giữa các mặt bên với mặt đáy bằng nhau"

d. Khoảng cách 'điểm - mặt'

- Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD)

Trong (ABCD), vẽ $OM \perp CD$ tại M.

$$\Rightarrow CD \perp (SOM) \text{ (?)}$$

Trong (SOM), vẽ $OH \perp SM$ tại H

$$\Rightarrow d[O, (SCD)] = OH$$

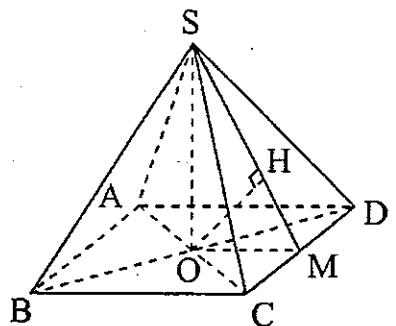
- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

Vì O là trung điểm của AC nên

$$d[A, (SCD)] = 2d[O, (SCD)]$$

- Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

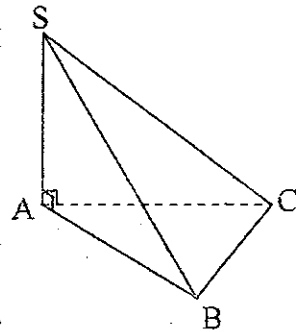
Vì O là trung điểm của BD nên



4. HÌNH IV: Hình chóp S.ABC, SA vuông góc với đáy

a. Đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

- Đáy: tam giác ABC
- Đường cao: SA
- Cạnh bên: SA, SB, SC
- Cạnh đáy: AB, BC, CA.
- Mặt bên: ΔSAB là tam giác vuông tại A.
 ΔSAC là tam giác vuông tại A.



Chú ý Nếu ΔABC vuông tại B thì ΔSBC vuông tại B.

Nếu ΔABC vuông tại C thì ΔSBC vuông tại C.

b. Góc giữa cạnh bên và đáy

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SA \perp (ABC)$ (gt)

\Rightarrow Hình chiếu của SB lên (ABC) là AB

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SA \perp (ABC)$

\Rightarrow Hình chiếu của SC lên (ABC) là AC

$\Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = \alpha$

c. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC)

- Tam giác ABC vuông tại B.

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)

$BC \perp SB$ tại B (?)

$(SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AB, SB) = \widehat{SBA} = \alpha$

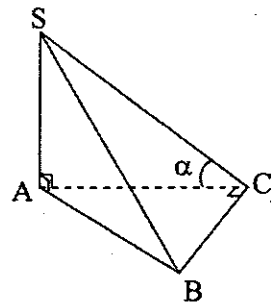
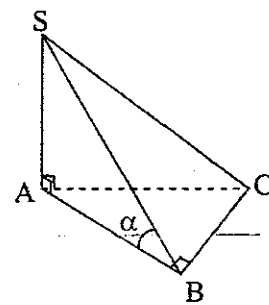
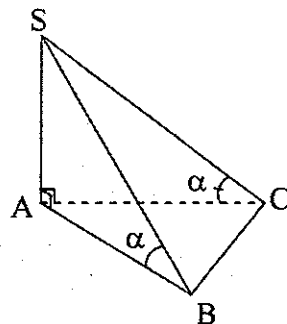
- Tam giác ABC vuông tại C.

Ta có: $BC \perp AC$ tại C (?)

$BC \perp SC$ tại C (?)

$(SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AC, SC) = \widehat{SCA} = \alpha$



- Tam giác ABC vuông tại A.

Trong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?)

$\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

$(SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AM, SM) = \widehat{SMA} = \alpha$

Chú ý

+ M không là trung điểm BC

+ Nếu $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$ thì M ở trên đoạn BC và gần B hơn.

+ Nếu $\widehat{ABC} < \widehat{ACB}$ thì M ở trên đoạn BC và gần C hơn.

+ Nếu $AB > AC$ thì M ở trên đoạn BC và gần C hơn.

+ Nếu $AB < AC$ thì M ở trên đoạn BC và gần B hơn.

- Tam giác ABC cân tại A (hoặc đều)

Gọi M là trung điểm BC

$\Rightarrow BC \perp AM$ tại M (?)

$\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

Mà $(SBC) \cap (ABC) = SM$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AM, SM) = \widehat{SMA} = \alpha$

- Tam giác ABC có $\widehat{ABC} > 90^\circ$

Trong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?)

$\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

$(SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AM, SM) = \widehat{SMA} = \alpha$

Chú ý

M nằm ngoài đoạn BC và ở về phía B.

- Tam giác ABC có $\widehat{ACB} > 90^\circ$

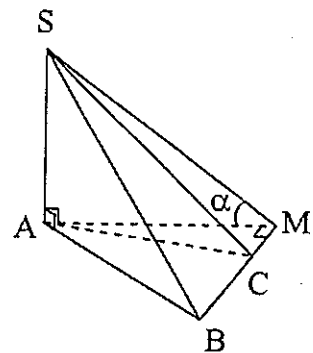
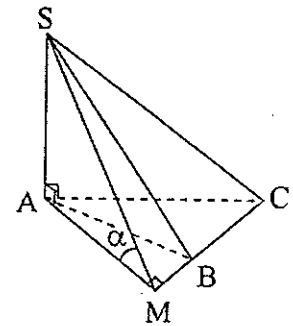
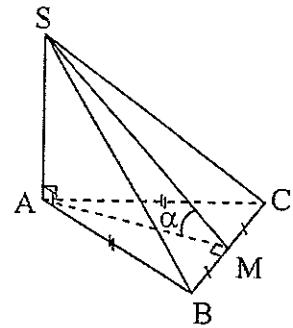
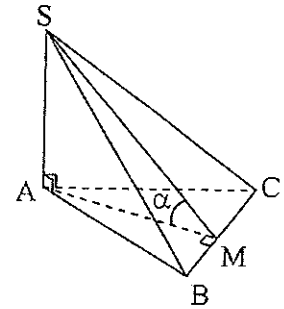
Trong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?)

$\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

$(SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (AM, SM) = \widehat{SMA} = \alpha$

Chú ý M nằm ngoài đoạn BC và ở về phía C.



d. Khoảng cách điểm - mặt

- Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)

Trong mp(ABC), vẽ $BH \perp AC$ tại H.

$\Rightarrow BH \perp (SAC)$ (?)

$\Rightarrow d[B, (SAC)] = BH$

Chú ý

+ Nếu ΔABC vuông tại A thì $H \equiv A$ và khi đó

$AB = d[B(SAC)]$.

+ Nếu ΔABC vuông tại C thì $H \equiv C$ và khi đó $BC = d[B(SAC)]$.

- Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

Trong mp(ABC), vẽ $CH \perp AB$ tại H.

$\Rightarrow CH \perp (SAB)$ (?)

$\Rightarrow d[C, (SAB)] = CH$

Chú ý

+ Nếu ΔABC vuông tại A thì $H \equiv A$ và khi đó $CA = d[C(SAB)]$.

+ Nếu ΔABC vuông tại B thì $H \equiv B$ và khi đó $CB = d[C(SAB)]$.

- Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

Trong mp(ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?)

$\Rightarrow AM \perp SM$ tại M (?)

Trong mp(SAM), vẽ $AH \perp SM$ tại H.

$\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$

Chú ý

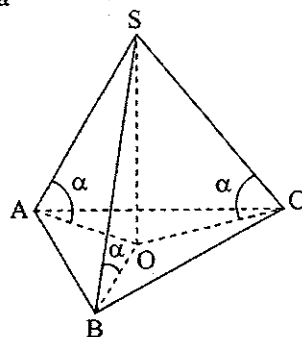
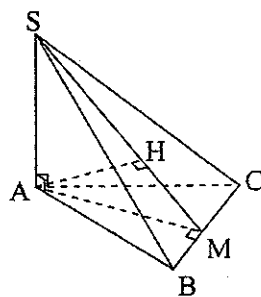
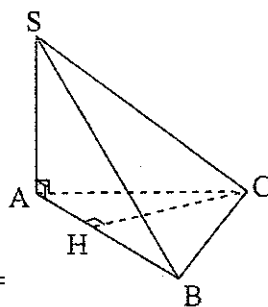
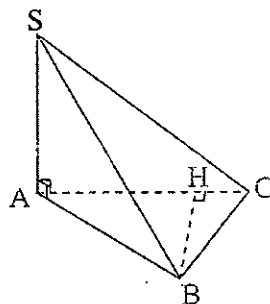
+ Tùy đặc điểm của ΔABC để xác định đúng vị trí của điểm M trên đường thẳng BC.

5. HÌNH V: Hình chóp tam giác đều S.ABC

a. Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

- Đáy: tam giác ABC đều

- Đường cao: SO



- Cạnh bên: $SA = SB = SC$
 - Cạnh đáy: $AB = BC = CA$.
 - Mặt bên: $\Delta SAB, \Delta SBC, \Delta SCA$ là các tam giác cân tại S và bằng nhau.
- Gọi O là tâm hình vuông ABCD $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Chú ý

Tứ diện đều S.ABC là hình chóp có đáy và các mặt bên là những tam giác đều bằng nhau.

b. Góc giữa cạnh bên và đáy

- Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SO \perp (ABC)$ (?)

\Rightarrow Hình chiếu của SA lên (ABC) là AO

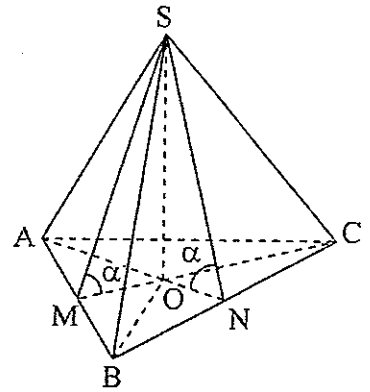
$\Rightarrow (SA, (ABC)) = (SA, AO) = \widehat{SAO} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):

Tương tự: $(SB, (ABC)) = (SB, BO) = \widehat{SBO} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC):

Tương tự: $(SC, (ABC)) = (SC, CO) = \widehat{SCO} = \alpha$



Chú ý

$\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO}$

\rightarrow Góc giữa các cạnh bên với mặt đáy bằng nhau"

c. Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

- Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC):

Ta có $OM \perp AB$ tại M (?)

$\Rightarrow AB \perp SM$ tại M (?)

Mà $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

$\Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (OM, SM) = \widehat{SMO} = \alpha$

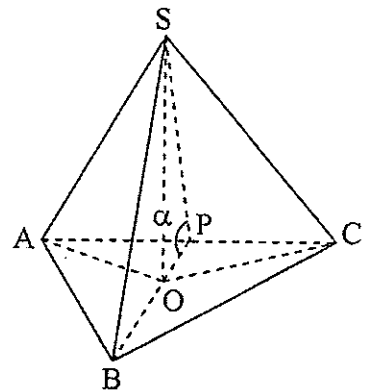
- Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC):

Ta có $ON \perp BC$ tại N (?)

$\Rightarrow BC \perp SN$ tại N (?)

Mà $(SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (ON, SN) = \widehat{SNO}$



- Góc giữa mặt bên (SAC) và mặt đáy (ABC):

Ta có $OP \perp AC$ tại P (?)

$\Rightarrow AC \perp SP$ tại P (?)

Mà $(SAC) \cap (ABC) = AC$

$\Rightarrow ((SAC), (ABC)) = (OP, SP) = \widehat{SPO} = \alpha$

Chú ý

$$\widehat{SMO} = \widehat{SNO} = \widehat{SPO}$$

\rightarrow "Góc giữa các mặt bên với mặt đáy bằng nhau"

... là trong các điểm ...

- Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB)

Trong (ABC), vẽ $OM \perp AB$ tại M.

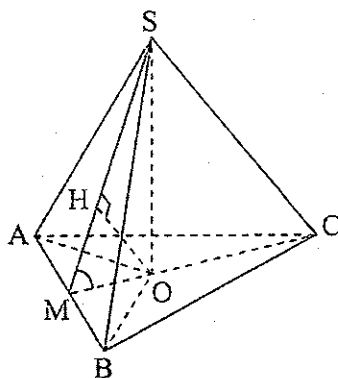
$\Rightarrow AB \perp (SOM)$ (?)

Trong (SOM), vẽ $OH \perp SM$ tại H

$\Rightarrow d[O, (SAB)] = OH$

- Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

Vì O là trọng tâm của ΔABC nên $\frac{MC}{MO} = 3$



6. HÌNH VI.a: Hình chóp S.ABC có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABC) "Luôn luôn vẽ SH vuông góc với giao tuyến".

a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H

- Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Chú ý

Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

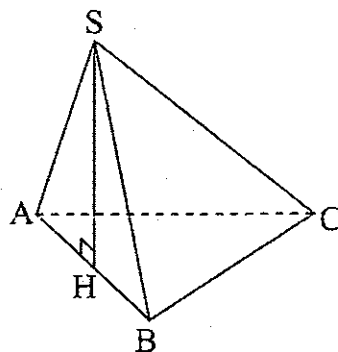
- Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)

\Rightarrow Hình chiếu của SA lên (ABC) là AH

$\Rightarrow (SA, (ABC)) = (SA, AH) = \widehat{SAH} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):



Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)

\Rightarrow Hình chiếu của SB lên (ABC) là BH

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, BH) = \widehat{SBH} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC) :

Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)

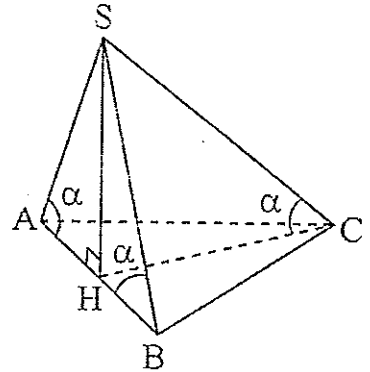
\Rightarrow Hình chiếu của SC lên (ABC) là CH

$\Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, CH) = \widehat{SCH} = \alpha$

B. Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H

- Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$



Chú ý

Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

- Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC) :

Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $((SAB), (ABC)) = 90^\circ$

- Góc giữa mặt bên (SAC) và mặt đáy (ABC) :

Vẽ $HM \perp AC$ tại M

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HM \perp AC \\ SH \perp AC \end{array} \right\}$

$\Rightarrow AC \perp (SHM)$, mà $SM \subset (SHM)$

$\Rightarrow SM \perp AC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (HM, SM) = \widehat{SMH} = \alpha$

- Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC) :

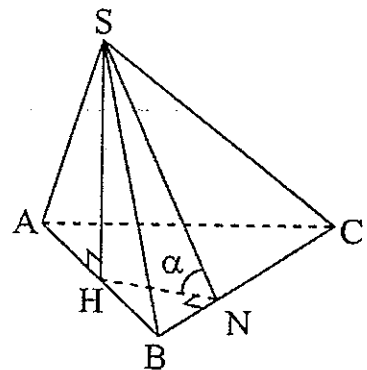
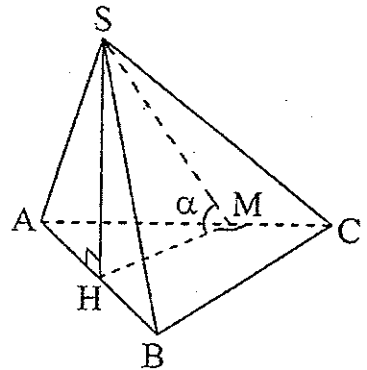
Vẽ $HN \perp BC$ tại N

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HN \perp BC \\ SH \perp BC \end{array} \right\}$

$\Rightarrow BC \perp (SHN)$, mà $SN \subset (SHN)$

$\Rightarrow SN \perp AB$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (HN, SN) = \widehat{SNH} = \alpha$



7. HÌNH V.1.b: Hình chóp $S.ABCD$ có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật hoặc hình vuông

a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H
- Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$

Chú ý

Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB .

- Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$:

Ta có: $SH \perp (ABCD)$ (?)

\Rightarrow Hình chiếu của SA lên (ABC) là AH

$\Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, AH) = \widehat{SAH} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự: $(SB, (ABCD)) = (SB, BH) = \widehat{SBH} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự: $(SC, (ABCD)) = (SC, CH) = \widehat{SCH} = \alpha$

- Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$:

Tương tự: $(SD, (ABCD)) = (SD, DH) = \widehat{SDH} = \alpha$

b. Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

- Góc giữa mặt bên (SAD) và mặt đáy $(ABCD)$:

Ta có: $HA \perp AD$ (?) $SH \perp AD$ (?)

$\Rightarrow AD \perp (SHA) \Rightarrow AD \perp SA$

Mà $(SAD) \cap (ABCD) = AD$

$\Rightarrow ((SAD), (ABCD)) = (SA, AH) = \widehat{SAH} = \alpha$

- Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$:

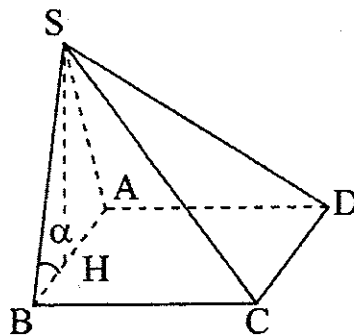
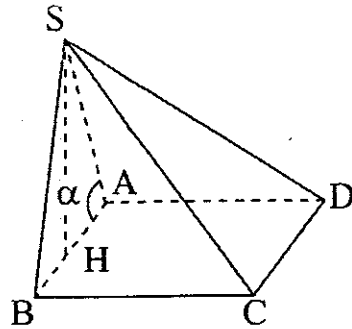
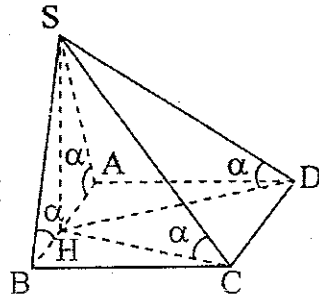
Ta có: $BA \perp BC$ (?)

$SH \perp BC$ (?)

$\Rightarrow BC \perp (SHB) \Rightarrow BC \perp SB$

Mà $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SB, BH) = \widehat{SBH} = \alpha$



- Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD)

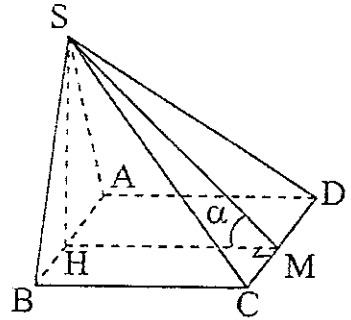
Trong (ABCD), vẽ $HM \perp CD$ tại M

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} HM \perp CD \\ SH \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SHM)$$

$$\Rightarrow CD \perp SM$$

$$\text{Mà } (SCD) \cap (ABCD) = CD$$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{HMS} = \alpha$$



8. HÌNH VII: Hình lăng trụ

a. Lăng trụ có:

- Hai đáy song song và là hai đa giác bằng nhau
- Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- Các mặt bên là các hình bình hành.

b. Lăng trụ đứng: là lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với đáy.

c. Lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng, có đáy là tam giác đều.

d. Lăng trụ có đáy là tam giác đều là lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều.

e. Lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng, có đáy là hình vuông.

f. Lăng trụ có đáy là tứ giác đều là lăng trụ xiên, có đáy là hình vuông.

g. Hình hộp là lăng trụ xiên, có đáy là hình bình hành.

h. Hình hộp đứng là lăng trụ đứng, có đáy là hình bình hành.

i. Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng, có đáy là hình chữ nhật.

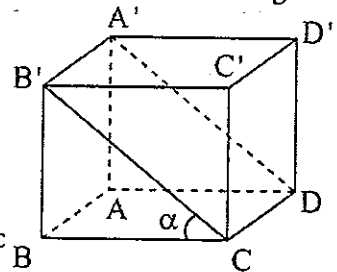
j. Hình lập phương là lăng trụ đứng, có đáy và các mặt bên là hình vuông.

k. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$:

- Góc giữa mp($A'BC$) và mp(ABC):

$$\text{Vẽ } AM \perp BC \text{ tại } M \Rightarrow A'M \perp BC \text{ (?)}$$

$$\Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{MA'A} = \alpha$$



Chú ý Tùy đặc điểm của tam giác ABC để xác định đúng vị trí của điểm M trên đường thẳng BC.

1. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$:

- Góc giữa $mp(A'B'CD)$ và $mp(ABCD)$:

Ta có: $BC \perp CD \Rightarrow CD \perp B'C$ (?)

$\Rightarrow ((A'B'CD), (ABCD)) = \widehat{CB'C} = \alpha$.

THỂ TÍCH

1. Thể tích của khối hộp chữ nhật:

$V = abc$ với a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

2. Thể tích của khối chóp:

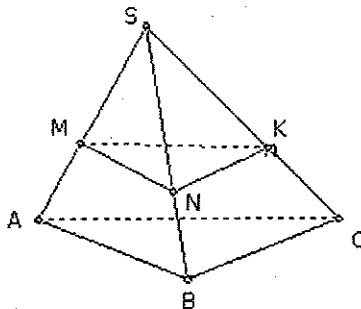
$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$ với S là diện tích đáy, h là chiều cao

của khối chóp

3. Thể tích của khối lăng trụ:

$V = S_{\text{đáy}} \cdot h$ với S là diện tích đáy, h là chiều cao

của khối lăng trụ



4. Một số phương pháp tính thể tích khối đa diện

a. Tính thể tích bằng công thức

• Tính các yếu tố cần thiết: độ dài cạnh, diện tích đáy, chiều cao, ...

• Sử dụng công thức để tính thể tích.

b. Tính thể tích bằng cách chia nhỏ

Ta chia khối đa diện thành nhiều khối đa diện nhỏ mà có thể dễ dàng tính được thể tích của chúng.

Sau đó, cộng các kết quả ta được thể tích của khối đa diện cần tính.

c. Tính thể tích bằng cách bổ sung

Ta có thể ghép thêm vào khối đa diện một khối đa diện khác sao cho khối đa diện thêm vào và khối đa diện mới tạo thành có thể dễ tính được thể tích.

d. Tính thể tích bằng công thức tỉ số thể tích

Ta có thể vận dụng tính chất sau:

Cho ba tia Ox, Oy, Oz không đồng phẳng. Với bất kì các điểm A, M trên Ox ; B, N trên Oy ; C, K trên Oz , ta đều có: $\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SK}{SC}$

SỐ ĐÓNG ĐÓNG

(CHUYÊN ĐỀ)

PHƯƠNG PHÁP (TÍNH) DIỆN TÍCH (LĂNG TRỤ) ĐỨNG

PHƯƠNG PHÁP 1: TÍNH TRỰC TIẾP $\begin{cases} V_{\text{Chóp}} = \frac{1}{3} h \cdot S_{\text{đáy}} \\ V_{\text{Trụ}} = h \cdot S_{\text{đáy}} \end{cases} \rightarrow$ Cần thực hiện 2 công việc (CV)

Cho trực tiếp

- VD1: +) Chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD) \rightarrow h = SA$
- +) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C' \rightarrow h = AA' (h = BB' = CC')$
- VD2: +) Chóp $S.ABC$, hình chiếu S trên (ABC) là H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB \rightarrow h = SH$
- +) Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật và hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của AC và $BD \rightarrow h = A'O$

Cho gián tiếp

- VD1: Chóp $S.ABCD$ có (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy $\rightarrow h = SA$
- VD2: Chóp $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC) \rightarrow h = SH$ (H là hình chiếu của S trên AB)
- VD3: Chóp đều $S.ABC$ (Chóp đều $S.ABCD$) $\rightarrow h = SO$ (O : tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy)

Xác định chiều cao h

- Dựng chân chiều cao
- $S \in (\alpha) \perp (\text{đáy})$
- $(\alpha) \cap (\text{đáy}) = d$
- $SH \perp d$
- VD: Chóp $S.ABC$ có SBC, ABC lần lượt là các tam giác cân tại S và A .

CV1 \rightarrow **Tính h**

Xác định chiều cao h \rightarrow các em xem lại pic trước

CV1 \rightarrow **Tính h**

Gắn vào tam giác vuông

- $a^2 = b^2 + c^2 ; c^2 = c'a$
- $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} ; h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$
- $AM = \frac{BC}{2} ; AB = \frac{BC}{2}$ nếu $\hat{C} = 30^\circ$
- $AB = AC \tan C = AC \cot B = BC \sin C = BC \cos B$

Gắn vào tam giác không vuông

- Định lí cosin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
- Công thức trung tuyến: $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$

Sử dụng diện tích

- $S = S_{\Delta ABC} \rightarrow h' = \frac{2S}{a}$
- $\Delta AHM \sim \Delta ABC \rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AM}{AC}$
- (hoặc $\cos A = \frac{AH}{AM} = \frac{AB}{AC}$)

Đùng tỉ số

- Tam giác đồng dạng (hoặc "trái tam giác")
- Ta-lét (Thales) $\frac{MN}{AB} = \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} (= \frac{1}{2})$ - Nếu MN là đường trung bình

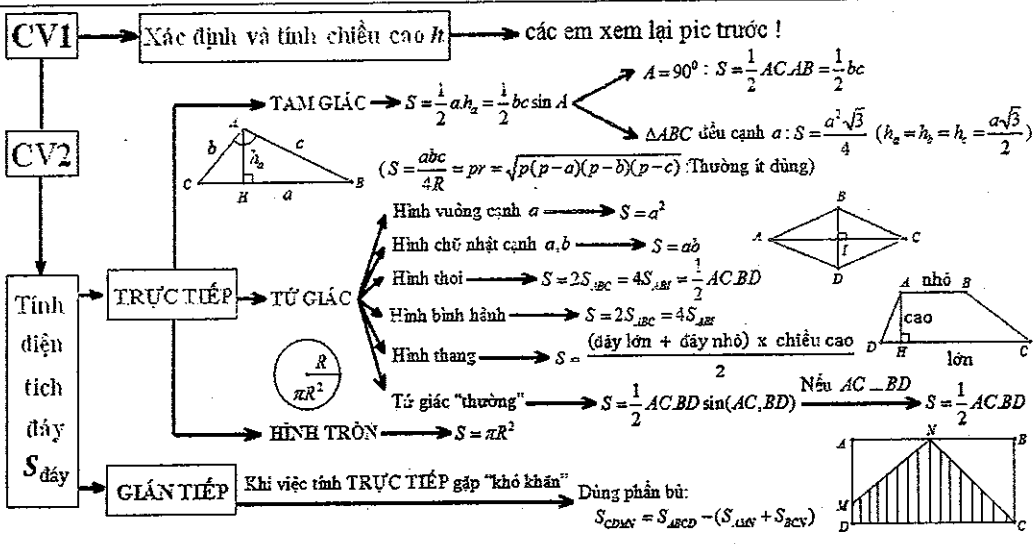
CV2 \rightarrow **Tính diện tích đáy $S_{\text{đáy}}$**

các em xem ở pic sau !

CHÚ Ý:
 Khi khai thác số liệu của bài toán nếu có thể chỉ ra được các yếu tố đặc biệt (tam giác cân, đều, vuông...), hãy làm điều đó để việc tính toán được đơn giản hơn.

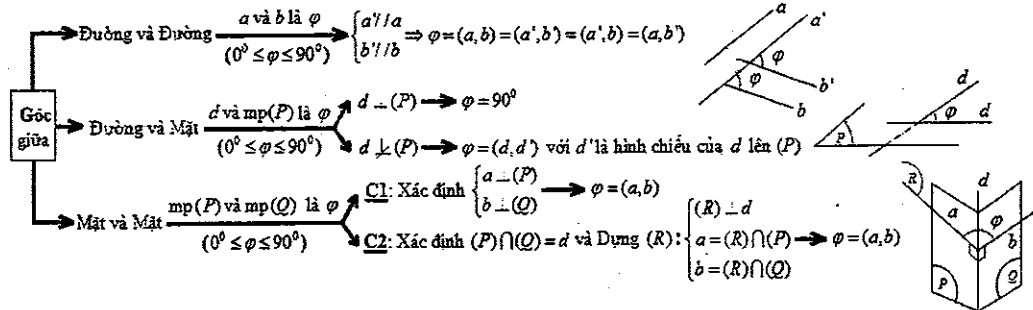
PHƯƠNG PHÁP TÍNH THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN (TIẾP)

PHƯƠNG PHÁP 1: TÍNH TRỰC TIẾP $\begin{cases} V_{\text{Chóp}} = \frac{1}{3} h \cdot S_{\text{đáy}} \\ V_{\text{Trụ}} = h \cdot S_{\text{đáy}} \end{cases}$ Cần thực hiện 2 công việc (CV)

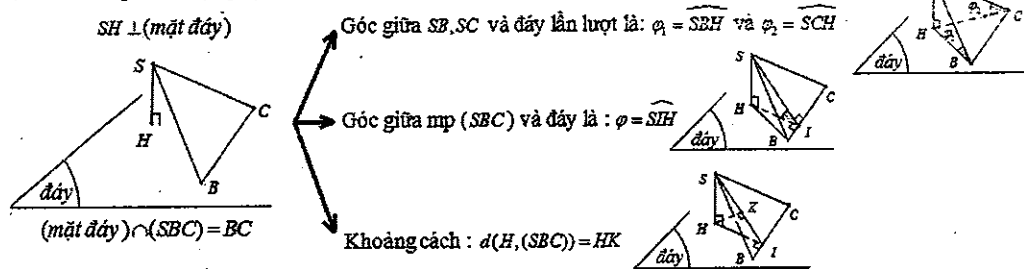


Để việc tính trực tiếp theo PHƯƠNG PHÁP 1 (các em xem lại các pic trước) phát huy hiệu quả, các em cần nắm chắc 2 vấn đề sau:

1) Để tính h, để bài thường cho dữ kiện về góc. Vì vậy các em cần nắm được cách xác định:



2) Hình ảnh quen thuộc gần như luôn xuất hiện trong các đề thi:



B. BÀI TẬP:

I. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP:

Câu 1 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 2 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B; $AB = a$; $SA \perp (ABC)$. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B; $AC = a$; $SA \perp (ABC)$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 4 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; $SA \perp (ABCD)$; Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5 Cho hình chóp S.ABD có đáy là hình vuông cạnh a; $SA \perp (ABCD)$; $SB = a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $2a^3$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 6 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; $SB \perp (ABCD)$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 7 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; $SA \perp (ABCD)$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 45° . Và $SC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 8 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; hình chiếu của S trên (ABCD) trùng với trung điểm của AB; cạnh bên $SD = \frac{3a}{2}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 9 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; các mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABCD); cạnh SB hợp với mp(SAD) một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 10 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; các mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABCD); cạnh SC hợp với mp(SAD) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 11 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$; $SC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 12 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$; $SC = a\sqrt{3}$ và SC hợp với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{32}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 13 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại A; mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 14 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B; $SA \perp (ABC)$; $AB = 1$; $AC = 2a$. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 15 Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên bằng a và các mặt bên hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{25}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{25}$

Câu 16 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh a; $\angle ABC = 60^\circ$; $SA \perp (ABCD)$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{3a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{4a^3}{3}$

Câu 17 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; hình chiếu vuông góc của S trên (ABCD) trùng với trung điểm của AD và gọi M là trung điểm DC. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABM tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 18 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a; tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 19 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; các mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABCD); cạnh SC hợp với mp(SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 20 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Cạnh bên SD tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{18}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 21 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A; $AC = a$; $BC = 2a$; tam giác SBC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt bên (SAC) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 22 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 23 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông; cạnh $BD = 2a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm I, cạnh đáy bằng a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của cạnh IC. Biết SB hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 25 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm cạnh $a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 26 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng BC tạo với (SAC) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{3a^3}{4}$ C. $\frac{2a^3}{4}$ D. $\frac{2a^3}{4}$.

Câu 27 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a ; $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB, SC. Thể tích của khối chóp S.AMN tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{81a^3\sqrt{3}}{400}$ C. $\frac{77a^3\sqrt{3}}{400}$ D. $\frac{27a^3\sqrt{3}}{400}$.

Câu 28 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B; $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với SC tại H và cắt SB tại K. Thể tích của khối chóp S.AHK tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{60}$ B. $\frac{a^3\sqrt{60}}{40}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{20}$.

Câu 29 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có I là tâm của đa giác đáy và cạnh đáy bằng a. Mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi E là trung điểm của SB. Thể tích của khối chóp S.EICB tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{20}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 30 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 31 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 32 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B; $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$. Cạnh bên SB hợp với mặt phẳng (SAC) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 33 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B; $AC = 2a$, $AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Mặt bên (SBC) hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 34 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SC hợp với mặt đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{18}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 35 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông; SA vuông góc với mặt phẳng đáy; cạnh bên $SC = a$ và hợp với mặt phẳng (SAD) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{15}$.

Câu 36 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông; SA vuông góc với mặt phẳng đáy; cạnh AC = 2a, cạnh bên SB hợp với mặt phẳng (SAD) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$

Câu 37 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 38 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a. Mặt bên hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

Câu 39 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Cạnh bên bằng 2a và hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $2a^3$ B. a^3 C. $3a^3$ D. $4a^3$

Câu 40 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$ và mặt bên hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{16a^3}{3}$ B. $\frac{8a^3}{3}$ C. $\frac{32a^3}{3}$ D. $\frac{38a^3}{3}$

Câu 41 Cho hình chóp tam giác đều S.ABC cạnh đáy bằng a. Cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{64}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$

Câu 42 Cho hình chóp tam giác đều S.ABC cạnh đáy bằng 2a. Mặt bên hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 43 Cho hình chóp tam giác đều S.ABC. Cạnh bên bằng 2a và hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ C. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 44 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$. Cạnh bên SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{16\sqrt{15}a^3}{9}$ B. $\frac{6\sqrt{3}a^3}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}a^3}{9}$ D. $\frac{6\sqrt{3}a^3}{5}$

Câu 45 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trọng tâm của tam giác BCD. Cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{2}$

Câu 46 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Cạnh SD tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$ B. $\frac{5\sqrt{2}a^3}{9}$ C. $\frac{\sqrt{15}a^3}{9}$ D. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 47 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD; H là giao điểm của CN và MD. Biết SH vuông góc mặt phẳng (ABCD) và $SH = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp S.CDNM tính theo a bằng:

- A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$ D. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$

Câu 48 Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a và mặt bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$ D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 49 Cho hình chóp tam giác đều S.ABC với $SA = 2a$; $AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC. Thể tích của khối chóp S.ABH tính theo a bằng:

- A. $\frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$ B. $\frac{13a^3\sqrt{11}}{96}$ C. $\frac{a^3\sqrt{11}}{96}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{11}}{32}$

Câu 50 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{9}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3}{6}$

Câu 51 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D; $AB = AD = 2a$; $CD = 2a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD, các mặt phẳng (SCI) và (SBI) cùng vuông góc mặt phẳng (ABCD). Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{6a^3\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$

Câu 52 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông cạnh a; mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Gọi M là trung điểm của SD, mặt phẳng (P) chứa CM song song với BD cắt SB tại N. Thể tích của khối chóp S.CMN tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{36}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{64}$

Câu 53 Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = a$, $BC = b$, $AA' = c$. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của A'B' và B'C'. Tỷ số giữa thể tích của khối chóp D'.DMN và thể tích khối hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 54 Cho tứ diện ABCD. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khi đó tỷ số thể tích của khối tứ diện AB'C'D' và khối tứ diện ABCD bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 55 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh $2a$; $\angle ABC = 120^\circ$, $SB \perp (ABCD)$ và cạnh bên SA hợp với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{4a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{8a^3}{3}$

Câu 56 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh $2a$; $\angle ABC = 120^\circ$, $SB \perp (ABCD)$ và (SAC) hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $3\sqrt{3}a^3$ C. $4\sqrt{3}a^3$ D. $5\sqrt{3}a^3$

Câu 57 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh SC hợp với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{18}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 58 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh SC = a và cạnh bên SD hợp với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{64}$ B. $\frac{a^3}{32}$ C. $\frac{a^3}{80}$ D. $\frac{a^3}{16}$

Câu 59 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh SD = $a\sqrt{17}$ và mặt bên (SDC) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 60 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành với $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BD = a\sqrt{6}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trọng tâm G của tam giác BCD và $SG = 2a$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 61 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt bên (SBD) hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

Câu 62 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt bên (SDC) hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{64}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 63 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SC = $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{64}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

Câu 64 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm I cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của BI. Cạnh bên SA hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{16}$ C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{30}}{24}$

Câu 65 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt bên (SAC) hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 66 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm I cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của BI. Mặt bên (SCD) hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 67 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm I cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của BI. Mặt bên (SBC) hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 68 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\angle ABC = 60^\circ$. Cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy và SC hợp với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 69 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}$, $SA = 2a$. Cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy và BC hợp với (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 70 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D; $AB = AD = 2a$; $CD = a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{6a^3\sqrt{15}}{5}$

Câu 71 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D; $AB = BC = a$, $AD = 2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng

(SCD) hợp với mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 72 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang cân với $BC = CD = DA = a$; $AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 73 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B; $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Gọi N lần lượt là trung điểm AD, N là trung điểm của CM. Hai mặt phẳng (SAN) và (SNB) cùng vuông góc với đáy. khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\frac{2a}{\sqrt{11}}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 74 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều, mặt bên SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a$. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3}{4}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{2}$

D. $\frac{a^3}{6}$

Câu 75 Cho hình chóp tam giác S.ABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB, SC. Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{16}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 76 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}$, $SA = 2a$. Cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy và BC hợp với (SAB) một góc 30° . Gọi M là trung điểm SA. Thể tích khối chóp S.BMC tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 77 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Mặt bên (SAC) vuông góc với mặt đáy và $SA = a$, $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC. Thể tích khối chóp S.BMN tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 77 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Cạnh SC hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{7}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{14}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{12}$

Câu 78 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $\angle ABC = 30^\circ$. Tam giác SBC đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Điểm M là trung điểm của SA. Thể tích khối chóp S.BMC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{16}$ B. $\frac{a^3}{24}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3}{32}$

Câu 79 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 2a$; các mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của AB; mặt phẳng chứa SM và song song BC cắt AC tại N. Mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.MBCN tính theo a bằng:

- A. $2a^3\sqrt{3}$ B. $a^3\sqrt{3}$ C. $3a^3\sqrt{3}$ D. $4a^3\sqrt{3}$

Câu 80 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD; H là giao điểm giữa CN và MD. Biết SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SH = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp S.CDNM tính theo a bằng:

- A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{11a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 81 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Thể tích của khối chóp C.MNP tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{64}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$

Câu 82 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SC bằng $2a$ và hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.HBC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{15}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{13}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 83 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên $SB = a\sqrt{7}$ và hợp với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{6a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 87 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại A. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SB = $a\sqrt{5}$ và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

A. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 88 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) thuộc cạnh AB sao cho HB = 2HA. Mặt bên (SAC) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 89 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) thuộc cạnh AB sao cho HB = 2HA. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

A. $\frac{3a^3}{4}$

B. $\frac{3a^3}{8}$

C. $\frac{3a^3}{2}$

D. $\frac{3a^3}{5}$

Câu 90 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông tâm I cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của CI. Cạnh SA = a, gọi M chân đường cao kẻ từ C của tam giác SAC. Thể tích khối chóp S.BCM tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{24}$

B. $\frac{\sqrt{14}a^3}{48}$

C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{24}$

D. $\frac{\sqrt{14}a^3}{64}$

Câu 91 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $a\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC. Thể tích của khối chóp S.BCNM tính theo a bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{48}$

B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{34}$

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{60}$

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{50}$

Câu 92 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật; AB = a, AD = $a\sqrt{2}$, SA = a và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC; I là giao điểm của AC và BM. Thể tích khối tứ diện ANIB tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{36}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{36}$

Câu 93 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, SA = 2a. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{10}a^3}{12}$

B. $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$

C. $\frac{\sqrt{12}a^3}{12}$

D. $\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$

Câu 92 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S trên (ABCD) trùng với trung điểm của AB, góc giữa SD và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{10}a^3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{11}a^3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{13}a^3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

Câu 93 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc đáy. Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMCD}}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{7}{3}$

Câu 94 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc đáy. Biết $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$, khi đó góc giữa SC và mặt đáy nhận giá trị nào sau đây:

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 36°

Câu 95 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc đáy. Gọi M là trung điểm của SB; mặt phẳng (P) chứa AM, song song với BD và cắt SD tại N.

Tính $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}}$:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 96 Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với đáy, AH vuông góc với SG; cạnh SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tỉ số $\frac{V_{S.AHB}}{V_{S.ABC}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 97 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AD = 3BC = 3\sqrt{3}$, $AB = 2\sqrt{2}a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $4\sqrt{6}a^3$ B. $4a^3$ C. $8a^3$ D. $3a^3$

Câu 98 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật; $AB = 2a$, $AD = a$, trên AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$. Gọi H là giao điểm của MD và AC; SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SH = a$. Thể tích khối chóp S.HCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{4a^3}{15}$ B. $\frac{2a^3}{15}$ C. $\frac{8a^3}{15}$ D. $\frac{6a^3}{15}$

Câu 99 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B; $AB = a$; $AC = 2a$; $SA = a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 100 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $SA \perp (ABCD)$; cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 45° và $SC = 2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 101 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AC = a\sqrt{3}$; cạnh SD hợp với mặt đáy một góc 60° ; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Thể tích khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 102 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = 4a$; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi H là trung điểm của AB. Thể tích khối chóp S.HBCD tính theo a bằng:

- A. $\frac{28\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{26\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{25\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{20\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 103 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác cân tại A; $AB = a$; $\angle C = 30^\circ$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc đáy. Góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{8}$ D. $\frac{a^3}{9}$

Câu 104 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; $SA \perp (ABCD)$ và SB hợp với đáy một góc 60° . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SD. Tỉ số $\frac{V_{S.AHC}}{a^3}$ bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 105 Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = AD = a$. Tỉ số $\frac{V_{ABCD}}{a^3}$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 106 Cho tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng a. Tỉ số $\frac{V_{ABCD}}{a^3}$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 107 Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = a; AC = 2a; AD = 3a$. Tỉ số $\frac{V_{ABCD}}{a^3}$ bằng:

- A. 1 B. 2
C. 3 D. Đáp án khác.

Câu 108 Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = a; AC = b; AD = c$. Thể tích của khối tứ diện ABCD bằng:

- A. $\frac{1}{3}abc$ B. $\frac{1}{4}abc$ C. $\frac{1}{6}abc$ D. $\frac{1}{8}abc$

Câu 109 Cho tứ diện đều ABCD có G là trọng tâm của tam giác BCD. Điểm E là trung điểm của AI, mặt phẳng (BCE) cắt AD tại K. Tỉ số $\frac{V_{AKBC}}{V_{ABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 110 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, mặt phẳng (MAB) cắt SC tại N. Tỉ số $\frac{V_{S.AMNB}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. Đáp án khác D. $\frac{1}{3}$

Câu 111 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, SA vuông góc với (ABCD). Gọi M là trung điểm của SD và K là giao điểm của BM và (SAC). Tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{K.ABC}}$ bằng:

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 9

Câu 112 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA = a$ và SA hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 30° ; mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy; điểm M thuộc SA sao cho $SM = 2MA$. Thể tích của khối tứ diện S.MNH bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{72}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{64}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{36}$



Câu 113 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . $A'C$ hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{2a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{8}$

Câu 114 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 115 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . $A'C$ hợp với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$

Câu 116 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết diện tích của tứ giác $ABB'A'$ bằng $4a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $3\sqrt{3}a^3$ C. $4\sqrt{3}a^3$ D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 117 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết diện tích của tam giác ABA' bằng $2a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $4\sqrt{3}a^3$ C. $3\sqrt{3}a^3$ D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 118 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Biết diện tích của tam giác $AB'C'$ bằng $2\sqrt{3}a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $2a^3$ B. $2\sqrt{3}a^3$ C. $3a^3$ D. $4a^3$

Câu 119 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh SC hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 120 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh SC hợp với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 121 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 2$. Mặt phẳng $(A'B'C)$ hợp với (ABC) một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. 6 B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. 4

Câu 122 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(C'AB)$ hợp với (ABC) một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3}{10}$ B. $\frac{3a^3}{4}$ C. $\frac{3a^3}{2}$ D. $\frac{3a^3}{8}$

Câu 123 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{6}$. Mặt phẳng $(A'B'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 124 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác cân tại C, $AB = 6a$, $\angle ABC = 30^\circ$. Mặt phẳng $(C'AB)$ hợp với (ABC) một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $6a^3\sqrt{3}$ B. $9a^3\sqrt{3}$ C. $16a^3\sqrt{3}$ D. $12a^3\sqrt{3}$

Câu 125 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; CC' hợp với mặt phẳng $(A'B'C')$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{3a^3}{2}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 126 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 3a$, $AC = 4a$, $A'A = 3a$. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tam giác ABC. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $a^3\sqrt{11}$ B. $3a^3\sqrt{11}$
C. $2a^3\sqrt{11}$ D. Đáp án khác.

Câu 127 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu vuông góc của C' trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc BC sao cho $HC = 2HB$.

Góc giữa Ac và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{11}}{4}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{21}}{4}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{21}}{4}$ D. $\frac{9a^3\sqrt{21}}{4}$

Câu 128 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh AC' tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $a^3\sqrt{6}$ C. $2a^3\sqrt{3}$ D. $2a^3\sqrt{6}$

Câu 129 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $BC = 2a$. Mặt bên $BB'C'C'$ là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $2a^3\sqrt{3}$ C. $2a^3\sqrt{2}$ D. $2a^3\sqrt{6}$

Câu 130 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $2a$ và hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{4a^3}{3}$ C. $\frac{3a^3}{4}$ D. $\frac{5a^3}{3}$

Câu 131 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu của C' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Cạnh CC' hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $2a^3\sqrt{3}$ B. $3a^3\sqrt{3}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. $4a^3\sqrt{3}$

Câu 132 Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông với $AB = BC = a$; $AA' = a\sqrt{2}$. Điểm M thuộc AA' sao cho $AA' = 3AM$. Thể tích của khối lăng trụ tứ diện $M.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{9}$

Câu 133 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác đều cạnh a ; điểm A' cách đều các điểm A, B, C và AA' tạo với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 134 Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'D', A'B'$. Thể tích của khối chóp $A.BDMN$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a^3}{8}$ B. $\frac{3a^3}{16}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 135 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{15}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ B. $\frac{3a^3}{2}$ C. $\frac{3a^3}{8}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 136 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là hình chóp đều cạnh đáy $AB = a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối chóp $A'.BB'CC'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

Câu 137 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 1$, $CC' = m$ ($m > 0$). Tìm m biết rằng góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và BC' bằng 60° :

- A. $m = 2\sqrt{3}$ B. $m = \sqrt{2}$ C. $m = 2\sqrt{2}$ D. $m = 3\sqrt{2}$

Câu 138 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm G của tam giác $A'B'C'$ và $AG = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Biết mặt phẳng $(BB'CC')$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$ B. $\frac{3a^3}{32}$ C. $\frac{5a^3}{32}$ D. $\frac{9a^3}{32}$

Câu 139 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, cạnh bên bằng a ; hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ và $AG = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Biết mặt phẳng $(BB'CC')$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{5a^3}{16}$ B. $\frac{3a^3}{16}$ C. $\frac{9a^3}{16}$ D. $\frac{11a^3}{16}$

Câu 140 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông, $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm AA' . Thể tích của khối tứ diện $M.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 141 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết mặt phẳng (ABC') hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và diện tích của tam giác ABC' bằng $\sqrt{3}a^2$. Thể tích của khối tứ diện $M.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 142 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác cân tại C , cạnh $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 143 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, $AB = AC = a$, góc giữa cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trục tâm của tam giác ABC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

B. $\frac{3a^3}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

D. $\frac{3a^3}{2}$

Câu 144 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, đường thẳng $A'C$ tạo với $(ABB'A')$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{15}a^3}{14}$

B. $\frac{\sqrt{135}a^3}{14}$

C. $\frac{2\sqrt{105}a^3}{7}$

D. $\frac{\sqrt{105}a^3}{14}$

Câu 145 Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 146 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có $AB = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích khối đa diện $BCC'B'A'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{2a^3}{3}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

D. $\frac{4a^3}{3}$

Câu 147 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C và cạnh $A'A$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{23a^3}{4}$ B. $\frac{20\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{27a^3}{8}$ D. $\frac{22a^3}{3}$

Câu 148 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$ B. $\frac{5\sqrt{2}a^3}{16}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$ D. $\frac{5\sqrt{2}a^3}{8}$

Câu 149 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác vuông cân tại B ; $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AC ; đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $3a^3$ B. a^3 C. $4a^3$ D. $6a^3$

Câu 150 Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy là hình vuông; tam giác $A'Ac$ và $A'C = a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $ABB'C'$:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{64}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$

Câu 151 Cho hình lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

Tính tỉ số $\frac{V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}}{a^3}$:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 152 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác ABC vuông; $AB = BC = a$, cạnh bên $A'A = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$



KHOẢNG CÁCH

Câu 153 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và cạnh bên SC hợp với đáy một góc 45° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$

Câu 154 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$; tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên BC. Biết SD hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBD) tính theo a bằng:

- A. $\frac{4\sqrt{3}a}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$

Câu 155 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, $\widehat{BAC} = 60^\circ$; SA = AC = a và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ C. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

Câu 156 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $2SA = AC = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{4\sqrt{3}a}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$

Câu 157 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, SA = a và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tam giác SBC cân tại S và (SBC) tại với đáy một góc 45° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$

Câu 158 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác với AB = a, AC = 2a, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$ B. $\frac{3\sqrt{7}a}{2}$ C. $\frac{\sqrt{7}a}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{7}a}{3}$

Câu 159 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCN) tính theo a bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}a}{8}$ C. $\frac{3\sqrt{2}a}{4}$ D. $\frac{5\sqrt{2}a}{3}$

Câu 160 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD, DC. Gọi H là giao điểm của CN và DM. Cạnh SA = $a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBP) tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{8}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$

Câu 161 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh SC hợp với đáy 1 góc 60° , gọi h là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD). Tỉ số $\frac{h}{a}$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{78}}{13}$ B. $\frac{\sqrt{18}}{13}$ C. $\frac{\sqrt{58}}{13}$ D. $\frac{\sqrt{38}}{13}$

Câu 162 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh SC hợp với đáy 1 góc 60° . Gọi M là trung điểm BC. Tính tỉ số $\frac{d(A; (SMD))}{a}$:

- A. $\frac{\sqrt{51}}{17}$ B. $\frac{2\sqrt{51}}{17}$ C. $\frac{3\sqrt{51}}{17}$ D. $\frac{4\sqrt{51}}{17}$

Câu 163 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a; $SD = \frac{3a}{2}$; hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm H của cạnh AB. Tính tỉ số $\frac{d(H; (SDC))}{a}$:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{2}$

Câu 164 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa SC và (ABC) bằng 60° . Tính tỉ số $\frac{d(H; (SBC))}{a}$:

- A. $\frac{\sqrt{609}}{77}$ B. $\frac{\sqrt{309}}{87}$ C. $\frac{\sqrt{609}}{87}$ D. $\frac{\sqrt{609}}{87}$

Câu 165 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B; $AB = AC = 2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc mặt phẳng (ABC). Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính tỉ số $\frac{d(A; (SBC))}{a}$:

- A. $\frac{1}{3}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. 2

Câu 165 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B; $DC = 2AB = 2BC$; $BC = a$; $SA \perp (ABCD)$ và SB hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Tính $d(A; (SDC))$.

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 167 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh a; $\widehat{BAC} = 60^\circ$; mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 30° . Tính $d(A; (SBC))$.

- A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{7}$ C. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

Câu 168 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = 2a$; $AC = 2a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của AB. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Tính $d(B; (SAC))$.

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

Câu 169 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = 3a$; $CB = 5a$. Mặt bên (SAC) vuông góc với (ABC). Biết $SA = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính $d(A; (SBC))$.

- A. $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ B. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ D. $\frac{4\sqrt{7}}{7}$

Câu 170 Cho hình chóp S.ABC có cạnh đáy tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc đáy. Mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc 60° . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a\sqrt{2}}{6}$

Câu 171 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2AB = 2a$. Tam giác SAD vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính số $d(SA; BD)$.

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6a}}{3}$

Câu 172 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi tâm I, cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của IB. Biết $SH = \frac{a\sqrt{13}}{4}$. Tính số $d(A; (SCD))$.

- A. $\frac{\sqrt{39}}{39}$ B. $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}$ C. $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{59}}$ D. $\frac{\sqrt{39}}{49}$

Câu 173 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm AB, cạnh SC tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 174 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC); SB hợp với mặt đáy một góc 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 175 Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm AD. Khoảng cách từ A_1 đến (C_1D_1M) là:

- A. $0,5a$ B. $\frac{2}{\sqrt{6}}a$ C. $\frac{2}{\sqrt{5}}a$ D. a

Câu 176 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $BC = 2AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Tỷ số $\frac{3d(AC; SB)}{a}$ bằng:

- A. 2 B. 6 C. 1 D. 4

Câu 177 Cho hình hộp ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ có $AB = a$; $AD = 2a$; $AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến (A_1BD) là:

- A. $\frac{6}{7}a$ B. $\frac{5}{7}a$ C. a D. $\frac{7}{6}a$

Câu 178 Cho hình chóp đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SMN) tính theo a bằng:

- A. $\frac{4a}{7}$ B. $\frac{2a}{7}$ C. $\frac{6a}{7}$ D. $\frac{3a}{7}$

Câu 179 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $HB = 2HA$. Cạnh SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) bằng:

- A. $\sqrt{13}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{13}$

Câu 180 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $BC = 2AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Tỷ số $\frac{\sqrt{3}d(S; (DMN))}{a}$ bằng:

- A. $2\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{6}$ C. $\sqrt{15}$ D. $2\sqrt{15}$

Câu 181 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SD tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa SA và BD tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{93}}{33}$ B. $\frac{4a\sqrt{93}}{31}$ C. $\frac{2a\sqrt{93}}{31}$ D. $\frac{2a\sqrt{93}}{33}$

Câu 182 Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của AB. Góc giữa đường thẳng A'C và mặt đáy bằng 60° .

Tỷ số $\frac{\sqrt{13}d(B; (ACC'A'))}{a}$ bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 183 Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB. Góc giữa đường thẳng A'C và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách từ điểm B đến (ACC'A') :

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$ B. $\frac{2a\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{4a\sqrt{13}}{13}$

Câu 184 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác vuông tại A; $BC = 2a$, $AB = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 185 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác vuông tại A; mặt bên $ABB'A'$ là hình vuông. Biết $B'C' = a\sqrt{3}$, góc giữa B'C và mặt phẳng (A'B'C') bằng 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BA' và B'C tính theo a bằng:

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{3a}{2}$ C. a D. 2a

Câu 186 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 2a\sqrt{5}$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của CC'. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (A'BM) bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$

Câu 187 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành với $AB = a$, $AC = 4a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và cạnh SD tạo với đáy một góc 45° . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, SD. Khoảng cách giữa DE và CF tính theo a bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{39}a}{13}$ B. $\frac{2\sqrt{39}a}{39}$ C. $\frac{\sqrt{39}a}{39}$ D. $\frac{\sqrt{39}a}{13}$

Câu 188 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D với $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh SB tại với đáy một góc 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Khoảng từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{6}a}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{6}a}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{6}a}{4}$

Câu 189 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SD. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ACI) tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{14}a}{7}$ B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$ C. $\frac{\sqrt{4}a}{7}$ D. $\frac{2\sqrt{14}a}{7}$

Câu 190 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D với $AB = 2a$, $AD = a$, $CD = a$. Cạnh SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Tỷ số $\frac{\sqrt{6}d(B;(SCD))}{a}$ bằng:

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

Câu 191 Cho tứ diện SABC có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Diện tích của tam giác SBC gấp hai lần diện tích của tam giác ABC. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a}{3}$ B. $\frac{3a}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ D. $\frac{a}{2}$

Câu 192 Cho tứ diện S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC = 2a$. Gọi O là trung điểm của BC, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H sao cho $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OH} = \vec{0}$. Điểm I thuộc SB sao cho $SB = 3SI$. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAH) tính theo a bằng:

- A. $\frac{a}{3}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{2a}{3}$

Câu 193 Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình thoi. Biết tứ diện SABD là tứ diện giữa SC và DB tính theo a bằng:

- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 194 Cho tứ diện S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy và hai mặt bên còn lại cùng hợp với đáy một góc 30° . Tỷ số $\frac{d(SA; BC)}{a}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 195 Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có tất cả các cạnh đều bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu vuông góc của A trên (A'B'C') thuộc cạnh B'C'. Tỷ số $\frac{4\sqrt{3}d(A'A; B'C')}{a}$ bằng:

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 196 Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của A'D' và BB'. Tỷ số $\frac{\sqrt{5}d(IK; AD)}{2}$:

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 197 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SB tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{210}}{10}$ B. $\frac{a\sqrt{210}}{20}$ C. $\frac{a\sqrt{210}}{30}$ D. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$

Câu 198 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang cân có hai đường chéo AC và BD vuông góc nhau và $AD = 2a\sqrt{2}, BC = a\sqrt{2}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc đáy. Mặt phẳng (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60° . Khoảng cách từ trung điểm của AB đến mặt phẳng (SCD) tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{3a\sqrt{15}}{20}$ C. $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$ D. $\frac{9a\sqrt{15}}{20}$

Câu 199 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi M là trung điểm của AB và N thuộc cạnh AD sao cho $ND = 3NA$. Biết $SA = a$, $MN \perp SM$ và tam giác SMC cân tại S. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{93}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{93}}{13}$ C. $\frac{a\sqrt{90}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{90}}{13}$

Câu 200 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC. Cho $SA = a$ và hợp với đáy một góc 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$

IV. BÀI TẬP TỔNG HỢP:

Câu 201 Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c .

Cho các phát biểu sau:

(1) Hai đường thẳng a và b song song nếu chúng không có điểm chung.

$$(2) \begin{cases} a // b \\ b // c \end{cases} \Rightarrow a // c.$$

$$(3) \begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow a // b.$$

$$(4) \begin{cases} b // c \\ c \perp a \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$$

Số các phát biểu đúng là:

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 202 Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt a, b và mp(P).

Cho các phát biểu sau:

(1) Nếu đường thẳng a song song với mp(P) thì đường thẳng a song song với mọi đường thẳng nằm trong mp(P).

(2) Nếu hai đường thẳng a và b cùng song song với mp(P) thì hai đường thẳng a và b không có điểm chung.

(3) Nếu đường thẳng a vuông góc với mp(P) thì đường thẳng a vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp(P).

(4) Nếu hai đường thẳng a và b cùng vuông góc với mp(P) thì hai đường thẳng a và b song song với nhau

(5) Nếu đường thẳng a vuông góc mp(P) và đường thẳng b song song đường thẳng a thì b vuông góc mp(P).

Số các phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 203 Trong không gian, cho hai mp(P) và mp(Q) và một đường thẳng a .

Cho các phát biểu sau:

(1) Nếu mp(P) song song mp(Q) thì mọi đường thẳng nằm trong mp(P) đều song song với mp(Q).

(2) Nếu mp(P) vuông góc với mp(Q) thì mọi đường thẳng nằm trong mp(P) đều vuông góc với mp(Q).

- (3) Nếu $mp(P)$ song song với $mp(Q)$ và $mp(P)$ vuông góc đường thẳng a thì đường thẳng a vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong $mp(Q)$.
- (4) Nếu đường thẳng a không vuông góc với $mp(P)$ thì góc giữa đường thẳng a và $mp(P)$ là góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên $mp(P)$:

Số các phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 204 Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- A. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng kia.
- D. Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc nhau.

Câu 205 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với $mp(ABCD)$.

Cho các phát biểu sau:

- (1) Tam giác SBC vuông.
- (2) Cạnh BD vuông góc với SC .
- (3) Khoảng cách từ điểm A đến $mp(SBC)$ bằng khoảng cách từ điểm D đến $mp(SBC)$.
- (4) Góc tạo bởi đường thẳng SC và $mp(SAD)$ là góc SCD .

Số các phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 206 Hình tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau và $AB = AC = AD = 3$. Diện tích của tam giác BCD bằng:

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ C. 27 D. $\frac{27}{2}$

Câu 207 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm I và SA vuông góc với $mp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SA . Độ dài đường cao SA bằng h .

Cho các phát biểu:

- (1) Đường thẳng IM song song với $mp(SCD)$.
- (2) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) tăng khi h tăng.

Câu 217 Cho hình chóp S.ABC có mặt bên SBC là tam giác và mặt phẳng (SBC) vuông góc đáy. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC, mặt phẳng (P) qua G song song AC và cắt SA, AC lần lượt tại M và N. Tỉ số $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{4}{29}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{4}{7}$

Câu 218 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Điểm M là trung điểm của SC. Mặt phẳng (MAB) cắt SD tại N. Tỉ số $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 219 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang có $\widehat{DAB} = 90^\circ$, $BA = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính $d(H; (SCD))$:

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{4}$ C. $\frac{a}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$

Câu 220 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2AC = 2a$, $SC = \frac{a\sqrt{70}}{5}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABC) trùng với trung điểm của AB. Tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{s(BC; SA)}$ bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 221 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B; $AB = a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Gọi E là trung điểm của AC, biết $SE = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{78}}{16}$ B. $\frac{a^3\sqrt{78}}{18}$ C. $\frac{a^3\sqrt{38}}{16}$ D. $\frac{a^3\sqrt{78}}{24}$

Câu 222 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm I. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của SI, BC, CD. Thiết diện của hình chóp S.ABCD tạo từ mp(MNK) là:

- A. Tam giác B. Ngũ giác C. Lục giác D. Tứ giác

Câu 223 Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'; M là một điểm nằm trên đường chéo AB' sao cho $4AM = 5MB'$. Thiết diện của hình hộp tạo bởi mặt phẳng (P) qua M và song song các cạnh AC và B'C là:

- A. Tứ giác B. Ngũ giác C. Tam giác D. Lục giác

Câu 224 Cho tứ diện đều ABCD cạnh a; M và P là các điểm di động trên AD và BC sao cho $AM = PC = x$ ($0 < x < a$). Mặt phẳng qua MP song song CD cắt tứ diện theo thiết diện là một đa giác (H). Với giá trị nào của x thì diện tích của đa giác (H) là lớn nhất:

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{a}{4}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 225 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp(ABCD); SC hợp với mp(ABCD) một góc 60° . Tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}{a^3}$ bằng:

- A. 3 B. 2 C. 4 D. $2\sqrt{2}$

Câu 226 Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (A'BC) và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối đa diện ABCC'B' bằng:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 227 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $a^3\sqrt{2}$ B. $2a^3\sqrt{3}$ C. $2a^3\sqrt{2}$ D. $4a^3\sqrt{3}$

Câu 228 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có cạnh đáy là tam giác vuông cân cạnh $AB = AC = 2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng $2\sqrt{2}a^3$. Gọi h là khoảng cách từ điểm A đến mp(A'BC). Tỉ số $\frac{h}{a}$ bằng:

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 229 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4a$, $AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài bằng 5a. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $12a^3\sqrt{3}$ B. $5a^3\sqrt{3}$ C. $10a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 230 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc mặt phẳng (ABCD). Gọi M là trung điểm SB. Tìm tỉ số $\frac{SA}{a}$ sao cho khoảng cách từ M đến (SDC) bằng $\frac{a}{\sqrt{5}}$:

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 3

Câu 231 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a$. Các cạnh bên đều có độ dài bằng 2a. Thể tích của khối chóp S.ABCD tính theo a bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. a^3 C. $2a^3\sqrt{3}$ D. $2a^3$

Câu 232 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông, SA vuông góc mặt phẳng (ABCD). Biết $SA = a\sqrt{3}$; $AC = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Khoảng cách từ G đến mp(SAC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 233 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $AC' = 2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, E là giao điểm của A'C và OC'. Gọi h là khoảng cách từ điểm A đến mp(EBD). Tỉ số $\frac{h}{a}$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{12}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{21}$ D. $\frac{2\sqrt{7}}{21}$

Câu 234 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Gọi M là trung điểm SC, biết khoảng cách từ M đến (SAB) bằng 2a. Tính tỉ số $\frac{SA}{a}$:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 235 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mp(ABCD) và diện tích của tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{5}}{2}$. Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}{a^3}$:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 236 Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Thể tích khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 237 Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và cạnh bên SB hợp với mp(ABC) một góc 60° . gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Chọn phát biểu đúng:

- A. $d(A; (SBC)) = 2d(G; (SBC))$ C. $BC \perp (SAB)$
 B. $d(G; (SBC)) = \frac{a}{15}$ D. $d(G; (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{15}$

Câu 238 Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $SM = SA = SC = a\sqrt{5}$. Khoảng cách giữa SA và BC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{37}}{19}$ B. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ C. $\frac{a\sqrt{47}}{19}$ D. $\frac{a\sqrt{39}}{19}$

- Câu 239 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. M là điểm thuộc SC sao cho $SC = 3SM$. Tỉ số $\frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$
- Câu 240 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABCD) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính tỉ số $\frac{d(B; (SCD))}{a}$:
- A. $\frac{3}{\sqrt{112}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{112}}$ C. $\frac{6}{\sqrt{112}}$ D. $\frac{8}{\sqrt{112}}$
- Câu 241 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$; $SC \perp (ABCD)$. Mặt bên (SAB) tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD tính theo a bằng:
- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$ B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$
- Câu 242 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình thoi tâm O với $AC = a\sqrt{3}$, $BD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm O đến mp(SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a khoảng thể tích của khối chóp S.ABCD:
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$
- Câu 243 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SD. Cosin của góc giữa hai đường thẳng CM và SB bằng:
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- Câu 244 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D với $AB = AD = DC = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng:
- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- Câu 245 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. $AA' = a$. Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (BCA'):
- A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 246 Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $BC = 2a$. Các mặt bên cùng tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 247 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính tan góc hợp bởi hai mặt phẳng (SCD) và (ABCD):

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 248 Cho hình chóp S.ABC có hai mặt ABC và SAB là các tam giác đều cạnh a, $SC = a\sqrt{2}$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng và BC:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 249 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B; $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$; $SA \perp (ABC)$. Tính diện tích của thiết diện của hình chóp tạo bởi mặt phẳng trung trực của cạnh SB:

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{3a^2}{8}$ C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$

Câu 250 Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình vuông tâm I, cạnh đáy bằng a. Cạnh SI vuông góc với mp(ABCD). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc SC. Tính diện tích của thiết diện của hình chóp tạo bởi mặt phẳng (P):

- A. $\frac{3a^2}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{3a^2\sqrt{5}}{10}$ C. $\frac{a^2}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{3a^2\sqrt{10}}{4}$

Câu 251 Cho tứ diện đều S.ABCD có cạnh bằng a. Gọi (P) là mặt phẳng qua D song song BC và tạo với cạnh BD một góc 30° . Tính diện tích của thiết diện tạo bởi mp(P):

- A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{25}$ C. $\frac{3a^2\sqrt{2}}{25}$ D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{25}$

Câu 252 Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình vuông tâm I, cạnh đáy bằng a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, K lần lượt là trung điểm của SD và SB. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và PM:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 253 Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình vuông tâm I, cạnh đáy bằng a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, K, N lần lượt là trung điểm của SD, SB và BC. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AK và MN:

- A. $\frac{2a}{5}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{a}{2}$

Câu 254 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, tâm của đáy I và cạnh bên bằng $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. Gọi M, K lần lượt là trung điểm của BC và SD. Cho các phát biểu sau:

- (1) $MK // (SAB)$
 (2) $d(C; (SAB)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
 (3) $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$
 (4) Mặt phẳng (MKI) cắt SC tại trung điểm của SC.

Số phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 255 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABCD) trùng với trung điểm của AB. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 60° .

Cho các phát biểu sau:

- (1) $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$
 (2) Cosin của góc hợp bởi SA và AC bằng $\frac{2}{\sqrt{35}}$
 (3) $d(SA; CD) = AD$
 (4) Khoảng cách từ trung điểm M của SC đến mp(SAB) không phụ thuộc chiều cao của hình chóp.

Số phát biểu đúng là:

- A. 4 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 256 Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt phẳng (A'BC) tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD' và BD tính theo a bằng:

- A. $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 257 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của B trên $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của $B'C'$. K là điểm trên cạnh AC sao cho $CK = 2AK$. $BA' = 2a\sqrt{3}$. Tỉ số $\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{d(CC'; BK)}$ bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{70}}{12}$ B. $\frac{a\sqrt{38}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{60}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{66}}{2}$

Câu 258 Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{d(BM; AD)}$ bằng:

- A. $\frac{35a\sqrt{2}}{2\sqrt{70}}$ B. $\frac{35a\sqrt{2}}{8\sqrt{70}}$ C. $\frac{35a\sqrt{3}}{\sqrt{70}}$ D. $\frac{35a\sqrt{3}}{3\sqrt{70}}$

Câu 259 Chọn phát biểu sai trong các phát biểu sau:

- A. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy.
 B. Hình chóp đều có các cạnh bên tạo với đáy các góc bằng nhau.
 C. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
 D. Hình chóp đều có các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau.

Câu 260 Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Tính diện tích thiết diện của hình lập phương bị cắt bởi mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AC' :

- A. $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$

Câu 261 Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại A , cạnh SA vuông góc với $mp(ABC)$ và $SA = a$, $AB = b$, $AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, D, S có bán kính r bằng:

- A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$ B. $\frac{2(a + b + c)}{3}$
 C. $\frac{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$

Câu 262 Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại A , cạnh SA vuông góc với $mp(ABC)$ và $SA = 2a$, $AB = a$, $AC = 3a$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, D, S có bán kính r tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$ B. $\frac{16a}{3}$ C. $\frac{3a\sqrt{14}}{2}$ D. $\frac{2a\sqrt{14}}{3}$

Câu 263 Cho hình trụ vuông ABCD nội tiếp cạnh a , các điểm A, B thuộc đường tròn đáy thứ nhất và C, D thuộc đường tròn đáy thứ hai. Mặt phẳng (ABCD) tạo với đáy của hình trụ một góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ:

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$ B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$ C. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$

Câu 264 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC. Gọi I là giao điểm của AN với (SBD), K là giao điểm của MN và (SBD). Tỉ số $\frac{KM}{KN}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 265 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của SO, BC, CD. Gọi P là giao điểm giữa SA và (MNK). Tỉ số $\frac{AP}{PS}$ bằng:

- A. 3 B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

Câu 266 Cho hình chóp S.ABCD. Gọi K, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Điểm M thuộc SC sao cho $\frac{SM}{SC} = \frac{2}{3}$. Gọi E là giao điểm giữa mặt phẳng (MNK) và AB. Tỉ số $\frac{EA}{AB}$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 267 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có cạnh đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. K là hình chiếu vuông góc của B trên AC. Các điểm H, M lần lượt là trung điểm của AK và DC. SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết thể tích của khối chóp S.ABCD bằng $\frac{4a^3 \sqrt{10}}{15}$. Khoảng cách SB và MH tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4a\sqrt{5}}{5}$

Câu 268 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có cạnh đáy là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mp(ABCD). Biết thể tích của khối chóp S.ABCD bằng $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mp(SBD) tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{5}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{3a\sqrt{6}}{5}$

Câu 269 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có cạnh đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ B. $\frac{2a\sqrt{7}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{2a\sqrt{21}}{3}$

Câu 270 Cho hình chóp S.ABC có cạnh đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABC) trùng với trung điểm của H của BC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng HA và SB bằng $\frac{3a}{4}$. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{4}}{3}$

Câu 271 Cho hình chóp S.ABC có cạnh đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mp(ABC) trùng với trung điểm của AB. Gọi M là trung điểm của SC. Biết khoảng cách giữa SC và BC bằng $\frac{3a}{\sqrt{15}}$. Thể tích của khối chóp S.ABM tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{16}$ D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 272 Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có cạnh đáy là hình thoi tâm O cạnh $4a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABCD) trùng với trung điểm H của AO. Biết cosin của góc hợp bởi AO và mp(SCD) bằng $\frac{\sqrt{7}}{4}$. Thể tích của khối chóp S.ABM tính theo a bằng:

- A. $16\sqrt{3}a^3$ B. $4\sqrt{3}a^3$ C. $\sqrt{3}a^3$ D. $12\sqrt{3}a^3$

Câu 273 Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có các mặt bên là các hình vuông cạnh a, gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, A'C', C'B'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và A'F tính theo a bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{17}}{17}$ B. $\frac{a\sqrt{17}}{10}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{3a\sqrt{2}}{6}$

Câu 274 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABC) trùng với trung điểm H của BC. Biết khoảng cách từ đến mp(SAB) bằng $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. Thể tích của khối chóp S.ABC tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{16}$ D. $\frac{a^3}{12}$

CHUYÊN ĐỀ 8: KHỐI TRÒN XOAY



MẶT CẦU - KHỐI CẦU

1. Định nghĩa

• Mặt cầu: $S(O; R) = \{M | OM = R\}$

• Khối cầu: $V(O; R) = \{M | OM \leq R\}$

1. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi $d = d(O; (P))$.

• Nếu $d < R$ thì (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn nằm trên (P) , có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

• Nếu $d = R$ thì (P) tiếp xúc với (S) tại tiếp điểm H . ((P) được gọi là tiếp diện của (S))

• Nếu $d > R$ thì (P) và (S) không có điểm chung.

Khi $d=0$ thì (P) đi qua tâm O và được gọi là mặt phẳng kính, đường tròn giao tuyến có bán kính bằng R .

2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và đường thẳng Δ . Gọi $d = d(O; \Delta)$.

• Nếu $d < R$ thì Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt.

• Nếu $d = R$ thì Δ tiếp xúc với (S) . (Δ được gọi là tiếp tuyến của (S)).

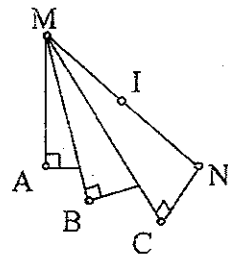
• Nếu $d > R$ thì Δ và (S) không có điểm chung.

3. Mặt cầu ngoại tiếp - nội tiếp

	Mặt cầu ngoại tiếp	Mặt cầu nội tiếp
Hình đa diện	Tất cả các đỉnh của hình đa diện nếu nằm trên mặt cầu	Tất cả các mặt của hình đa diện đều tiếp xúc với mặt cầu
Hình trụ	Hai đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt cầu	Mặt cầu tiếp xúc với các mặt đáy và mọi đường sinh của hình trụ
Hình nón	Mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn đáy của hình nón	Mặt cầu tiếp xúc với mặt đáy và mọi đường sinh của hình nón

4. Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

• Cách 1: Nếu $(n - 2)$ đỉnh của đa diện nhìn hai đỉnh còn lại dưới một góc vuông thì tâm của mặt cầu là trung điểm của đoạn thẳng nối hai đỉnh đó.

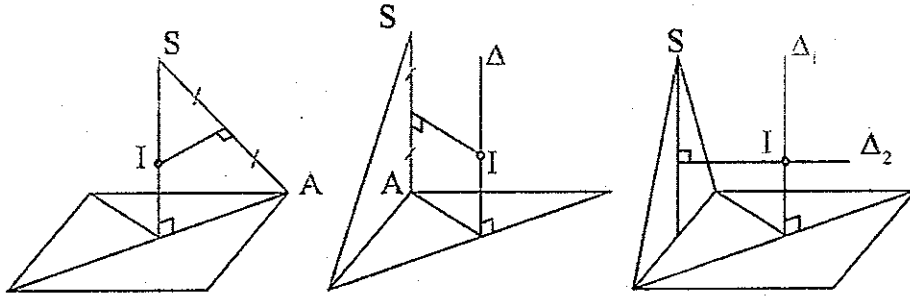


• Cách 2: Để xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- Xác định trục Δ của đáy (Δ là đường thẳng vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy).

- Xác định mặt phẳng trung trực (P) của một cạnh bên.

- Giao điểm của (P) và Δ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.



• Một số ví dụ thường gặp ở toán 12 cơ bản:

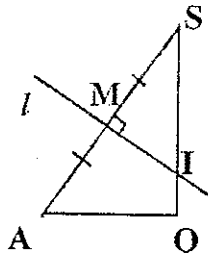
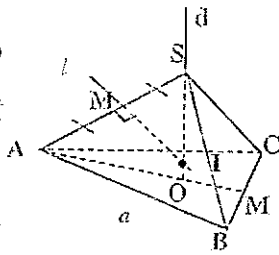
Hình chóp tam giác	Hình chóp tứ giác
<p>I. Hình chóp tam giác đều:</p> <p>I.1) Cạnh đáy bằng a,</p> <p>chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}a$</p> <p>Khi đó $I \equiv O$ vì:</p> $\begin{cases} OA = OB = OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ OS = \frac{\sqrt{3}}{3}a \end{cases}$ <p>$\Rightarrow OA = OB = OC = \frac{\sqrt{3}}{3}a = R$</p>	<p>I. Hình chóp tứ giác đều S.ABCD:</p> <p>I.1) Cạnh đáy bằng a ($a > 0$), chiều cao bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}a$</p> <p>$I \equiv O$</p> <p>vì $OA = OB = OC = \frac{\sqrt{2}}{2}a = R$</p>

I.2) Cạnh đáy bằng a ($a > 0$), chiều cao $SO > \frac{\sqrt{3}}{3}a$. Khi đó I nằm trong đoạn SO

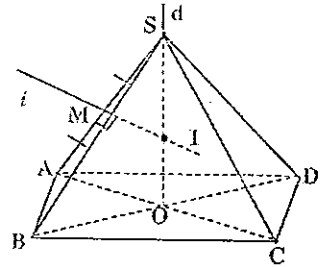
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R = SI$

$$\text{Với } SI = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{SA^2}{2SO}$$

Sử dụng $\triangle SMI$ đồng dạng với $\triangle SOA$ hoặc $AMIO$ nội tiếp đường tròn và 2 cát tuyến AM, OI cắt nhau tại S

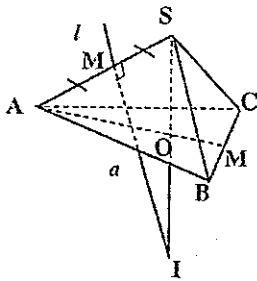


I.2) Cạnh đáy bằng a ($a > 0$), chiều cao bằng $SO > \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

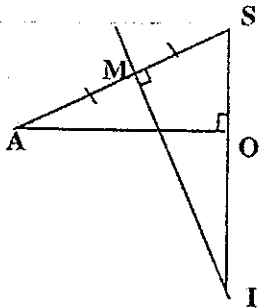


Xác định R như bên

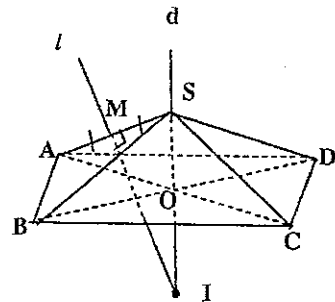
I.3) I.2) Cạnh đáy bằng a ($a > 0$), chiều cao $SO < \frac{\sqrt{3}}{3}a$. Khi đó I nằm ngoài đoạn SO



$R = SI$ xác định như trên



I.3) I.2) Cạnh đáy bằng a ($a > 0$), chiều cao bằng $SO < \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

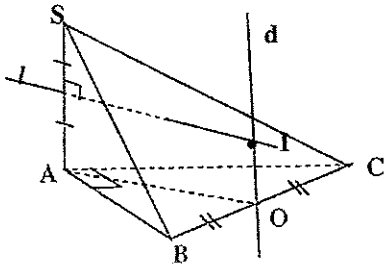


Xác định R như bên

i. Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy:

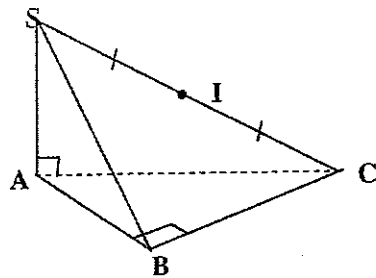
ii. Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy:

1.1.a) $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại A



Bán kính $R = IA$

1.1.b) $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại B

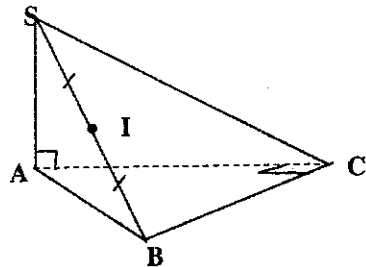


I là trung điểm của SC.

A, B nhìn SC dưới một góc vuông.

$$\text{Bán kính } R = \frac{SC}{2}$$

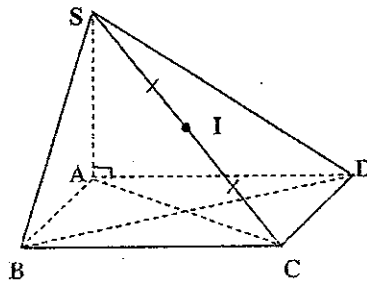
1.1.c) $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại C



Tương tự như trên: I là trung điểm của SB

ii. Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy:

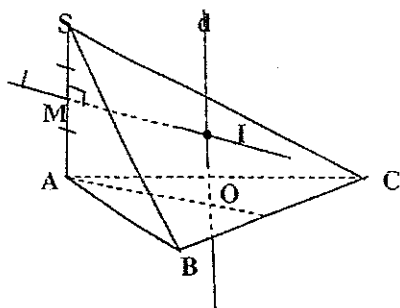
Đáy là một hình vuông (hoặc hình chữ nhật)



I là trung điểm của SC

Vì A, B, D nhìn SC dưới một góc vuông

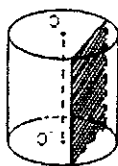
1.1.1.1. Hình chóp tam giác đều



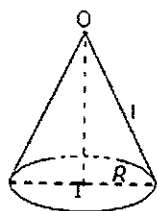
O là trọng tâm ΔABC , $d \parallel SA$, $l \parallel AO$ (M là trung điểm của SA)

$$R = IA$$

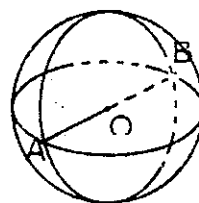
II DIỆN TÍCH - THỂ TÍCH



Hình trụ



Hình nón



Hình cầu

	Cầu	Trụ	Nón
Diện tích	$S = 4\pi R^2$	$S_{xq} = 2\pi Rh$ $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$	$S_{xq} = \pi Rl$ $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$
Thể tích	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$V = \pi R^2 h$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

XÁC ĐỊNH TÂM VÀ BÁN KÍNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP - LĂNG TRỤ

Đi qua n điểm A_1, A_2, \dots, A_n chung nhau $A_1A_2 \dots A_n$ thì góc vuông

$\checkmark I$ là trung điểm của A_1A_n
 $\checkmark R = \frac{A_1A_n}{2}$

Mặt cầu (I, R)

TH1: $SA = SB = SC$ **TH2:** $SA \perp (ABC)$ **TH3:** $(SAB) \perp (ABC)$

TH1: Hình vuông, chữ nhật $SA = SB = SC = SD$

TH2: $SA \perp (ABCD)$

TH3: Có thể hiểu theo

Đáy là tam giác Ngoại tiếp hình chóp Đáy là tam giác

Đáy là tam giác Đáy là tứ giác

Ngọn tréo Đáy là tam giác Đáy là tứ giác

O_1, O_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy $A_1A_2A_3A_4$ và $A_5A_6A_7A_8$

r là bán kính đường tròn ngoại tiếp hai đáy

I là trung điểm của O_1O_2

$R = \sqrt{r^2 + \left(\frac{O_1O_2}{2}\right)^2}$

Ngọn tréo Đáy là tứ giác

$R = IS = \frac{SK \cdot SA}{SO} = \frac{S \cdot I^2}{2SO}$ **TH1**

$R = \sqrt{OA^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}$ **TH2**

Đáy là tứ giác

B. BÀI TẬP:

Câu 1 Hình chóp $D.ABC$ có $DA \perp mp(ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại B . Đặt $AB = c$, $BC = a$, $AD = b$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

A. $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

D. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 2 Cho điểm A và đường thẳng d không đi qua A . Xét các mặt cầu có tâm thuộc d và đi qua điểm A .

Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng:

A. Các mặt cầu đó luôn đi qua một điểm cố định.

B. Các mặt cầu đó luôn đi qua hai điểm cố định.

C. Các mặt cầu đó luôn đi qua một đường tròn cố định.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 3 Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và $\hat{A}DB = \hat{B}CD = \hat{C}DA = 90^\circ$. Một đường kính của mặt cầu đó là:

A. AB

B. BC

C. AC

D. DD' , trong đó $\overline{DD'} = 3\overline{DG}$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 4 Cho mặt cầu (S_1) bán kính R_1 , (S_2) bán kính R_2 mà $R_1 = 2R_2$. Tỉ số diện tích của mặt cầu (S_1) và (S_2) bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 5 Cho mặt phẳng (P) và điểm S nằm ngoài (P) . Gọi A là điểm cố định thuộc (P) sao cho SA không vuông góc với (P) . Một đường thẳng d thay đổi nằm trong (P) và luôn đi qua A . Tập hợp các hình chiếu của điểm S trên đường thẳng d là:

A. Một mặt cầu

B. Một mặt trụ.

C. Một mặt nón.....

D. Một đường tròn.

Câu 6 Cho điểm A cố định thuộc mặt cầu (S) . Ba đường thẳng thay đổi đi qua A , đôi một vuông góc và cắt mặt cầu (S) tại B, C, D . Xét hình hộp chữ nhật dựng trên 3 cạnh AB, AC, AD . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. Hình hộp đó có một đường chéo cố định.

B. Hình hộp đó có hai đường chéo cố định.

C. Hình hộp đó có ba đường chéo cố định.

D. Hình hộp đó không có đường chéo nào cố định.

Câu 7 Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua BC và vuông góc với mp(ABC). Trong mặt phẳng (P) xét đường tròn (C) đường kính BC. Bán kính của mặt cầu (S) đi qua (C) và điểm A bằng:

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 8 Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. O_1 trùng với O_2 B. O_1 trùng với O_3
 C. O_2 trùng với O_3 D. O_1, O_2, O_3 trùng nhau.

Câu 9 Kí hiệu R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Khi ấy:

- A. $R_1 > R_2 > R_3$ B. $R_2 > R_3 > R_1$
 C. $R_1 > R_3 > R_2$ D. $R_3 > R_1 > R_2$

Câu 10 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh cùng bằng a. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 11 Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh cùng bằng a. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{4(1+\sqrt{3})}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}$

Câu 12 Cho hình trụ tam giác đều có các cạnh cùng bằng a. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là:

- A. $7\pi a^2$ B. $\frac{7\pi a^2}{2}$ C. $\frac{7\pi a^2}{3}$ D. $\frac{7\pi a^2}{6}$

Câu 13 Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc mp(ABC). Trong mặt phẳng (P) xét đường tròn (C) đường kính BC. Diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón có đáy là (C), đỉnh A bằng:

- A. $\frac{\pi a^2}{2}$ B. $\frac{\pi a^2}{3}$ C. πa^2 D. $2\pi a^2$

Câu 14 Cho hai điểm A, B cố định, M là điểm di động trong không gian sao cho $\widehat{MAB} = 30^\circ$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. M thuộc mặt cầu cố định. B. M thuộc mặt trụ cố định.
 C. M thuộc mặt phẳng cố định. D. M thuộc mặt nón cố định.

- Câu 15 Cho hai đường thẳng song song a và b . Gọi (P) và (Q) là các mặt phẳng thay đổi lần lượt đi qua a, b và vuông góc với nhau. Gọi c là giao tuyến của (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:
- A. c thuộc mặt phẳng cố định. B. c thuộc mặt trụ cố định.
 C. c thuộc mặt nón cố định. D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.
- Câu 16 Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính bằng 1. Thể tích khối trụ đó là:
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
- Câu 17 Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1, thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình trụ là:
- A. $6\pi\sqrt{3}$ B. $3\pi\sqrt{3}$ C. $\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$
- Câu 18 Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:
- A. 12π B. 10π C. 8π D. 6π
- Câu 19 Thể tích của một khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π là:
- A. π B. 2π C. 3π D. 4π
- Câu 20 Diện tích toàn phần của một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông bằng:
- A. 12π B. 10π C. 8π D. 6π
- Câu 21 Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một đáy của đường tròn đáy hình trụ và căng một cung 120° . Diện tích thiết diện $ABB'A'$ là:
- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$
- Câu 22 Cho tứ diện đều ABCD cạnh a . Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD, chiều cao bằng chiều cao của tứ diện ABCD là:
- A. $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ C. $\pi a^2\sqrt{3}$ D. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$
- Câu 23 Cho tứ diện đều ABCD cạnh a . Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD, chiều cao bằng chiều cao của tứ diện ABCD là:
- A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$

Câu 24 Một hình lăng trụ có bán kính bằng R và thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ là:

- A. $2R^3$ B. $3R^3$ C. $4R^3$ D. $5R^3$

Câu 25 Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón sẽ có bán kính là:

- A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 26 Một hình chóp có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên của hình chóp bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp là:

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $\frac{\pi a^3}{2}$ C. πa^3 D. $2\pi a^3$

Câu 27 Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên của hình hộp bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp là:

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$ C. $\frac{3\pi a^2}{2}$ D. $3\pi a^2$

Câu 28 Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp của khối nón là:

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

Câu 29 Cho tứ diện $DABC$ có $DA \perp mp(ABC)$, $DB \perp BC$, $AB = AD = BC = a$. Kí hiệu V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của hình tròn xoay sinh bởi tam giác ABD khi quay quanh AD , tam giác ABC khi quay quanh AB , tam giác DBC khi quay quanh BC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng:

- A. $V_1 + V_2 = V_3$ B. $V_1 + V_3 = V_2$ C. $V_1 + V_2 = V_3$ D. $V_1 = V_2 = V_3$

Câu 30 Một hình nón có bán kính đáy bằng R , đường cao $\frac{4R}{3}$. Khi đó, góc ở đỉnh của hình nón là 2α mà:

- A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ C. $\tan \alpha = \frac{3}{5}$ D. $\cot \alpha = \frac{3}{5}$

Câu 31 Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích sáu mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ và chọn một trong các kết quả sau:

- A. Tỉ số đó bằng $\frac{\pi}{6}$ C. Tỉ số đó bằng $\frac{\pi}{2}$
 B. Tỉ số đó bằng $\frac{1}{2}$ D. Tỉ số đó bằng π .

Câu 32 Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón tròn xoay còn ba đỉnh còn lại của tứ diện nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay là một trong các kết quả sau:

- A. $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{3}$ C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ B. $\pi a^2\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}\pi a^2\sqrt{3}$

Câu 33 Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây:

- A. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình tứ diện bất kì.
 B. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình lăng trụ có đáy là một tứ giác lồi.
 C. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình hộp chữ nhật.
 D. Có một mặt cầu đi qua các đỉnh của một hình chóp đều.

Câu 34 Cho ba điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và biết rằng: $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. AB là một đường kính của mặt cầu đã cho.
 B. Luôn luôn có một đường tròn thuộc mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC .
 C. ABC là một tam giác vuông cân tại C .
 D. AB là đường kính của một đường tròn lớn trên mặt cầu đã cho.

Câu 35 Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$ và $BD \perp BC$. Khi quay tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB , có bao nhiêu hình nón được tạo thành:

- A. 1 C. 3 B. 2 D. 4

Câu 36 Các hình chóp sau đây luôn có các đỉnh nằm trên một mặt cầu:

- A. Hình chóp tam giác. C. Hình chóp tứ giác.
 B. Hình chóp đều ngũ giác. D. Hình chóp đều n -giác.

Câu 37 Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó xung quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành:

- A. 1 C. 3
 B. 2 D. Không có hình nón nào.

Câu 38 Trong một chiếc hộp hình trụ, người ta bỏ vào đấy ba quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên ba quả banh và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là:

- A. 1 C. 2
 B. 5 D. Tỉ số là một số khác.

Câu 39 Diện tích S của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

- A. $S = 4\pi.r$ B. $S = 4\pi.r^2$ C. $S = 4\pi^2.r^2$ D. $S = 4r^2$

Câu 40 Thể tích V của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

- A. $V = \frac{4\pi.r}{3}$ B. $V = \frac{4\pi^2.r^2}{3}$
 C. $V = \frac{4\pi.r^3}{3}$ D. $V = \frac{4\pi^2.r^3}{3}$

Câu 41 Số mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước là:

- A. 1 B. 2 C. vô số D. 3

Câu 42 Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a . Bán kính của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện ABCD bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 43 Cho hình chóp S.ABC có $SA = a\sqrt{2}$, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$ và đường trung tuyến AM của tam giác ABC bằng $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $2\sqrt{6}\pi a^3$ B. $2\sqrt{2}\pi a^3$ C. $2\sqrt{3}\pi a^3$ D. $\sqrt{6}\pi a^3$

Câu 44 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mp(ABC) và SC hợp với đáy một góc bằng 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Câu 45 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mp(ABCD) và SC hợp với mp(ABCD) một góc bằng 45° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{3\pi a^3}{2}$ B. $\frac{\pi a^3}{3}$ C. $\frac{2\pi a^3}{3}$ D. $\frac{4\pi a^3}{3}$

Câu 46 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp(ABCD). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{7\pi a^2}{3}$ B. $\frac{2\pi a^2}{3}$ C. $\frac{3\pi a^2}{2}$ D. $\frac{5\pi a^2}{3}$

Câu 47 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tứ giác ABCD có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, $AB = AD = a$ và $CD = CB = a\sqrt{2}$. Cạnh SA vuông góc mp(ABCD) và mp(SBC) hợp với đáy một góc 45° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$ B. $\frac{4\pi a^3}{3}$ C. $\frac{8\pi a^3}{3}$ D. $\frac{10\pi a^3}{3}$

Câu 48 Cho hình chóp đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{32\pi a^3}{81}$ B. $\frac{64\pi a^3}{77}$ C. $\frac{32\pi a^3}{81}$ D. $\frac{72\pi a^3}{39}$

Câu 49 Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mp(ABC) và $SA = 2a$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Diện tích của mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{19\pi a^2}{3}$ B. $\frac{17\pi a^2}{3}$ C. $\frac{22\pi a^2}{3}$ D. $\frac{23\pi a^2}{3}$

Câu 50 Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' tạo với mặt phẳng (BB'C'C) một góc bằng 30° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Diện tích của mặt cầu (S) bằng:

- A. $8\pi a^2$ B. $4\pi a^2$ C. $10\pi a^2$ D. $12\pi a^2$

Câu 51 Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $SA = a$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 52 Cho hình chóp S.ABCD có cạnh đáy là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD. Gọi V là thể tích của khối cầu tại nên bởi mặt cầu (S). Tỉ số $\frac{2V}{a^3}$ bằng:

- A. $4\pi\sqrt{3}$ B. $2\pi\sqrt{3}$ C. $3\pi\sqrt{3}$ D. $\pi\sqrt{3}$

Câu 53 Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a, cạnh C'A hợp với mặt đáy một góc bằng 45° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đều ABC.A'B'C'. Gọi V là thể tích của khối cầu tại nên bởi mặt cầu (S). Tỉ số $\frac{V}{a^3}$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. $\frac{2}{3}\pi$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ D. π

Câu 54 Cho hình chóp S.ABC có SA = 5a và SA vuông góc mp(ABC). Tam giác ABC vuông tại B, AB = 3a, BC = 4a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Gọi S' là diện tích của mặt cầu (S) và V là thể tích của khối cầu tại nên bởi mặt cầu (S). Tỷ số $\frac{V}{S'}$ bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{6}a$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a$

Câu 55 Cho hình tứ diện S.ABC có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và SA = a, SB = SC = 2a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Gọi S' là diện tích của mặt cầu (S) và V là thể tích của khối cầu tại nên bởi mặt cầu (S). Tỷ số $\frac{V}{S'}$ bằng:

- A. a B. 4a C. 2a D. 3a

Câu 56 Với S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy là r và đường sinh là l được cho bởi công thức nào sau đây:

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$ B. $S_{xq} = \pi rl$
 C. $S_{xq} = \pi^2 rl$ D. $S_{xq} = \pi^2 r^2 l$

Câu 57 Với V là thể tích của khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h được cho bởi công thức nào sau đây:

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ B. $V = \frac{4}{3}\pi r^2 h$
 C. $V = \pi r^2 h$ D. $V = \frac{4}{3}\pi^2 r^2 h$

Câu 58 Cho hình nón tròn xoay có đường cao h = 20cm và bán kính đáy r = 25cm. Gọi diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay và thể tích của khối nón tròn xoay lần lượt là S_{xq} và V. Tỷ số $\frac{V}{S_{xq}}$ bằng:

- A. $\frac{2000}{3\sqrt{41}}cm$ B. $\frac{3001}{3\sqrt{41}}cm$ C. $\frac{3001}{5\sqrt{41}}cm$ D. $\frac{2005}{3\sqrt{41}}cm$

Câu 59 Cho hình nón có thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

Câu 60 Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $2\pi a^2$ B. πa^2 C. $\frac{\pi a^2}{2}$ D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Câu 61 Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn ngoài tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}\pi a^2}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$

Câu 62 Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là:

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$ D. $\sqrt{3}\pi a^2$

Câu 63 Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của DC và AB . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục HK ta được một hình trụ tròn xoay (H) . Gọi S_{xq}, V lần lượt là diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ tròn xoay (H) và khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ (H) . Tỷ số $\frac{V}{S_{xq}}$ bằng:

- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$

Câu 64 Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' . Bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn O lấy điểm A , trên đường tròn O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Thể tích khối tứ diện $OO'AB$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

Câu 65 Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, tam giác ABC vuông tại A và $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của A' trên $mp(ABC)$ trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 66 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a, SB = a\sqrt{3}$ và $mp(SAB)$ vuông góc với $mp(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM và DN :

- A. $\frac{4}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 67 Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa $mp(A'BC)$ và $mp(ABC)$ bằng 60° . Gọi G là trọng tâm của tam giác $A'BC$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{7a}{12}$ B. $\frac{5a}{12}$ C. $\frac{3a}{4}$ D. $\frac{6a}{7}$

Câu 68 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên $mp(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $AH = 3HC$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng CM và SD :

- A. $\frac{1}{2\sqrt{39}}$ B. $\frac{1}{4\sqrt{39}}$ C. $\frac{1}{3\sqrt{39}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{39}}$

Câu 69 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc $mp(ABCD)$. Tính cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) :

- A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

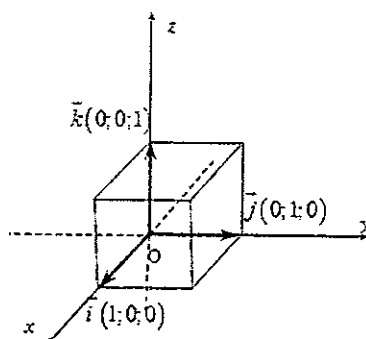
Câu 70 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'A = 2a$. Tính cosin của góc tạo bởi đường thẳng BC' và $mp(A'BC)$:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$



HỆ TỌA ĐỘ TRỤC OXYZ TRONG KHÔNG GIAN

1. Tọa độ vectơ:



• Trục tọa độ: $\vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$. (1)

• Biểu diễn: $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (2)

• Tích với 1 số: $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ (3)

Cho 2 vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3), k \in \mathbb{R}$

• Tổng, hiệu: $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$ (4)

• Vectơ bằng nhau: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$ (5)

• Vectơ cùng phương: $\begin{cases} a_1 = k.b_1 \\ a_2 = k.b_2 \\ a_3 = k.b_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ (6)

• Tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$ (7)

• Vuông góc: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 = 0$ (8)

• Độ dài: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ (9) $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$ (10)

• Góc giữa 2 vectơ: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ (11)

3. Vectơ độ dời:

• Vectơ: $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ (12)

• Độ dài: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ (13)

• Ảnh của điểm M qua trục Ox: $M\left(\frac{x_A - kx_B}{1-k}, \frac{y_A - ky_B}{1-k}, \frac{z_A - kz_B}{1-k}\right)$ (14)

• Trọng tâm ABC: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$ (15)

• Trung điểm AB: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$ (16)

• Trọng tâm ABCD: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}, \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}, \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$ (17)

Chú ý + Điểm thuộc trục/mp tọa độ nào thì có thành phần tọa độ của trục/mp tọa độ đó.

+ Hình chiếu của điểm trên trục/mp tọa độ nào thì có thành phần tọa độ của trục/mp tọa độ đó, thành phần khác bằng 0

+ Điểm đối xứng qua trục/mp tọa độ nào thì giữ nguyên thành phần tọa độ của trục/mp tọa độ đó, thành phần khác đổi dấu.

3. Tích có hướng của hai vectơ:

$|\vec{a}, \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}) \quad [\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}; [\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$ (18)

$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} \left| \begin{matrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{matrix} \right| & \left| \begin{matrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{matrix} \right| & \left| \begin{matrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix} \right| \end{pmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2; a_3 b_1 - a_1 b_3; a_1 b_2 - a_2 b_1)$

(Nhớ câu 23 - 31 - 12) (19)

4. Ứng dụng tích có hướng:

• \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ (20)

• Điều kiện đồng phẳng của hai vectơ: \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$ (21)

• Diện tích hình bình hành ABCD: $S_{ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$ (22)

• Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$ (25)

• Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA}'|$ (26)

• Thể tích tứ diện $ABCD$: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}'|$ (27)

II. MẶT CẦU

1. Các dạng phương trình

• PT tổng quát: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (28)

• PT khai triển: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (29)

• Bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ (30)

• Tâm $I(a; b; c)$ (31)

2. Các dạng bài tập lập phương trình mặt cầu:

• Nhóm áp dụng PT tổng quát: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (32)

(S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R : (a)

(S) có tâm $I(a; b; c)$ và đi qua điểm A : $R = IA$ (b)

(S) có AB là đường kính: Tâm I : $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$; $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$; $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$.

Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$ (c)

• Nhóm áp dụng PT khai triển: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (33)

(S) đi qua bốn điểm phân biệt A, B, C, D : Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt cầu, giải hệ bốn ẩn bốn phương trình (a)

(S) đi qua 3 điểm và có tâm $I(x; y; z)$ thuộc mp (P): Thay tọa độ I vào mp (P), giải hệ bốn ẩn bốn phương trình (b)

(S) có tâm I và tiếp xúc mặt cầu (S'): Tính tâm I , và bán kính R , dùng điều kiện tiếp xúc của hai mặt (S) cầu.

Tiếp xúc trong: $I_1 I_2 = |R_1 - R_2|$; Tiếp xúc ngoài: $I_1 I_2 = R_1 + R_2$ (c)

3. Vị trí tương đối giữa 2 mặt cầu:

Nếu $I_1 I_2 < |R_1 - R_2| \Leftrightarrow (S_1), (S_2)$ trong nhau (34)

Nếu $I_1 I_2 > R_1 + R_2$ (S), (S) ngoài nhau (33)

Nếu $I_1 I_2 = |R_1 - R_2|$ (S), (S) tiếp xúc trong (34)

Nếu $I_1 I_2 = R_1 + R_2$ (S), (S) tiếp xúc ngoài (35)

Nếu $|R_1 - R_2| < I_1 I_2 < R_1 + R_2$ (S), (S) cắt nhau theo một đường tròn. (36)

11.6. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG:

Nếu $\vec{n} \perp (P)$ thì \vec{n} là VTPT.

\vec{a}, \vec{b} là hai vectơ không cùng phương thì \vec{a}, \vec{b} là hai VTPT của (P) thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ (37)

• Phương trình tổng quát của mặt phẳng:

• Phương trình tổng quát của mặt phẳng: $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ (38)

• Phương trình bình phương VTPT: $\vec{n} = (A; B; C)$ và điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$:

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ (39)

• Phương trình đoạn chắn cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a; 0; 0)$, $(0; b; 0)$, $(0; 0; c)$:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (40)

• Các trường hợp đặc biệt: Nếu $(P) // (Q)$ thì $\vec{n}_P = \vec{n}_Q$ Nếu $(P) \perp (Q)$ thì $\vec{n}_P = \vec{u}_Q$

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (α)	Tính chất mặt phẳng (α)
$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	(α) đi qua gốc tọa độ O
$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	$(\alpha) // Ox$ hoặc $(\alpha) \supset Ox$
$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	$(\alpha) // Oy$ hoặc $(\alpha) \supset Oy$
$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	$(\alpha) // Oz$ hoặc $(\alpha) \supset Oz$
$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	$(\alpha) // (Oxy)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$By + D = 0$	$(\alpha) // (Oxz)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	$(\alpha) // (Oyz)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oyz)$

• (α) đi qua hai điểm M, N và song song với đường thẳng (d):

Xác định vectơ pháp tuyến \vec{n} của (α): $\vec{n} = (\vec{AB}, \vec{AC})$

• (α) đi qua hai điểm M, N và vuông góc với đường thẳng (d):

Xác định vectơ pháp tuyến \vec{n} của (α): $\vec{n} = (\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{d})$

$\vec{n} = (\vec{AB}, \vec{BC})$

• (α) đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C:

Lập vectơ \vec{AB}, \vec{AC} ; $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$

• (α) đi qua điểm M và l đường thẳng (d) không chứa M:

Lấy A thuộc (d), Lập vectơ \vec{AM} ; $\vec{n} = [\vec{AM}, \vec{u}]$

• (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d):

Xác định VTCP \vec{u} của d; $\vec{n} = \vec{u}$

• (α) đi qua hai đường thẳng cắt nhau d, d':

Xác định VTCP \vec{a}, \vec{b} của d, d'; $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$; Lấy M thuộc d hoặc d' (g)

• (α) chứa đường thẳng d, và song song với đường thẳng d' (d, d' chéo nhau):

Xác định VTCP \vec{a}, \vec{b} của d, d'; $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$; Lấy M thuộc d (h)

• (α) đi qua điểm M và song song với 2 đường thẳng chéo nhau d, d':

Xác định VTCP \vec{a}, \vec{b} của d, d'; $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ (i)

• (α) chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mp (β):

Xác định VTCP \vec{u} của (d), và VTPT \vec{n}_β của (β); $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{n}_\beta]$; Lấy M thuộc (d) (j)

• (α) đi qua điểm M và vuông góc với hai mp (β), (γ):

Xác định VTPT $\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma$ của (β), (γ); $\vec{n} = [\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma]$ (k)

• (α) đi qua điểm M và song song hoặc chứa trục Ox:

Lập \vec{OM} ; $\vec{i} = (1; 0; 0)$; $\vec{n} = [\vec{OM}, \vec{i}]$ (Tương tự cho Oy, Oz) (l)

• (α) chứa đường thẳng (d) và cách điểm M 1 khoảng k cho trước (Phương pháp chùm mặt phẳng): Chuyển đường thẳng (d) về dạng tổng quát, phương trình mp chứa (d) có dạng $(P) + m \cdot (Q) = 0$; $d(M, (\alpha)) = k$; suy ra m. (m)

• (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H: Xác định tâm I; $\vec{n} = \vec{IH}$ (n)

4. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng:

Cho hai mp: $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$; $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

• Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ cắt nhau $\Leftrightarrow A_1:B_1:C_1 \neq A_2:B_2:C_2$ (42)

• Nếu $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ (43)

• Nếu $(\alpha) \cap (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$ (44)

• Nếu $(\alpha) \subset (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$ (45)

5. Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (46)$$

Chú ý + H là hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (P):

Lập đường thẳng (d') qua H và vuông góc với (P); $(d') \cap (P) = H'$

+ Điểm M' đối xứng với M qua (P): $MM' \perp 2MH'$

6. Góc giữa hai mặt phẳng:

Cho $\begin{cases} (\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ (\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$

$$\cos(\alpha, \beta) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (47)$$

7. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu:

Cho $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

• Nếu (α) và (S) không có điểm chung $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) > R$ (48)

• Nếu (α) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$ (49)

• Nếu (α) cắt (S) theo một đường tròn $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) < R$ (50)

Chú ý + Xác định tiếp điểm H: Lập (d) qua I và vuông góc (α) ; $(d) \cap (\alpha) = H$;

+ Xác định tâm H và bán kính r của đường tròn giao tuyến: Lập (d) qua I và vuông góc (α) ; $(d) \cap (\alpha) = H$; $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$



PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. VTCP:

Nếu $\vec{u} //$ hoặc $\equiv (d)$ thì \vec{u} là VTCP của (d)

Nếu $\vec{a}, \vec{b} \perp (d)$ thì \vec{a}, \vec{b} là cặp VTPT của (d) khi đó $\vec{u} = [\vec{a}, \vec{b}]$

2. Các dạng phương trình đường thẳng:

• PT tổng quát:
$$\begin{cases} (P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ (Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases} \quad \vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$$

• PT biết VTCP $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$ và điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$

• PT chính tắc $(d): \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$

• PT tham số: $(d): \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Nếu $(d) // (\Delta)$ thì $\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta$ Nếu $(d) \perp (\Delta)$ thì $\vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta$
 Nếu $(d) \perp (P)$ thì $\vec{u}_d = \vec{n}_P$ Nếu $(d) // (P)$ thì $\vec{u}_d \perp \vec{n}_P$

3. Các dạng lập phương trình đường thẳng:

- (d) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ có VTCP $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$: (a)
- (d) đi qua hai điểm A, B: $\vec{u} = \vec{AB}$ (b)
- (d) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và // với đường thẳng (Δ) : $\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta$ (c)
- (d) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với mp (P) : $\vec{u}_d = \vec{n}_P$ (d)
- (d) là giao tuyến của hai mp (P) và (Q) : Lấy A $\equiv (d)$ (Chọn $x = 0$, giải hệ phương trình), $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$ (e)
- (d) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 : $\vec{u} = [\vec{u}_{d1}, \vec{u}_{d2}]$ (f)
- (d) đi qua điểm M, vuông góc và cắt đường thẳng (Δ) : Gọi N (chứa t) $\in (\Delta)$, vì $MN \perp (\Delta)$ nên $\vec{MN} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow t \Rightarrow N$. Lập phương trình đường thẳng (d) qua M, N (g)

* (d) đi qua điểm M và cắt hai đường thẳng d, d'. Gọi A (chứa t) ∈ (d); Gọi B (chứa t) ∈ (d');

Lập $\overline{MA}, \overline{MB}$; Vì M, A, B thẳng hàng nên $\overline{MA} // \overline{MB} \Leftrightarrow \frac{x_{MA}}{x_{MB}} = \frac{y_{MA}}{y_{MB}} = \frac{z_{MA}}{z_{MB}} \Rightarrow t, t \Rightarrow A, B$; Lập PT đường thẳng (d) qua A, B

* (d) nằm trong (P) và cắt hai đường thẳng d, d'.

Tìm A = d ∩ (P), B = d ∩ (P); Lập PT đường thẳng (d) qua A, B (1)

* (d) song song với (P) và cắt hai đường thẳng d, d'; Gọi A (chứa t) ∈ (d); Gọi B (chứa t) ∈ (d');

Lập \overline{AB} ; Vì (d) // (P) nên $\overline{AB} // \vec{u}_d \Leftrightarrow \frac{x_{AB}}{u_1} = \frac{y_{AB}}{u_2} = \frac{z_{AB}}{u_3} \Rightarrow t, t \Rightarrow A, B$; Lập phương trình đường thẳng (d) qua A, B (1)

* (d) là đường thẳng góc chung của 2 đường thẳng d, d' chéo nhau. Gọi M (chứa t) ∈ (d); Gọi N (chứa t) ∈ (d'); Lập \overline{MN} ; Vì MN ⊥ (d), MN ⊥ (d') nên $\overline{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0, \overline{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow t, t \Rightarrow M, N$; Lập phương trình (d) qua M, N (k)

* (d) là hình chiếu của (Δ) lên mp (P); Lập mp (Q) chứa (Δ) và ⊥ với (P) (Lấy M ∈ (Δ); $\vec{n}_Q = [\vec{a}_\Delta, \vec{n}_P]$); d = (P) ∩ (Q). (l)

* (d) đi qua điểm M, vuông góc d, và cắt đường thẳng d'; Gọi N (chứa t) ∈ (d), vì MN ⊥ (d) nên $\overline{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow t \Rightarrow N$. Lập phương trình đường thẳng (d) qua M, N (m)

4. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Cho mp (α): Ax + By + Cz + D = 0 và đường thẳng (d):
$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

Xét phương trình: A(x₀ + ta₁) + B(y₀ + ta₂) + C(z₀ + ta₃) + D = 0 (*). Suy ra nghiệm t

• d // (α) ⇔ (*) vô nghiệm (56)

• d cắt (α) ⇔ (*) có một nghiệm (57)

• d ⊂ (α) ⇔ (*) có vô số nghiệm (58)

5. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu:

Cho mặt cầu (S): (x - a)² + (y - b)² + (z - c)² = R² và đường thẳng (d):
$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

Thay (d) vào (S) ta được phương trình (*) ẩn t; (Hoặc tính d(I, d) và R)

• Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian: d, d' cắt nhau, d, d' song song, d, d' chéo nhau.

• Vị trí tương đối của hai mặt phẳng trong không gian: α, β song song, α, β cắt nhau, α, β vuông góc.

• Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian: d, α song song, d, α cắt nhau, d, α vuông góc.

6. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường thẳng:

Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}; d': \begin{cases} x = x'_0 + t'a'_1 \\ y = y'_0 + t'a'_2 \\ z = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$

• d, d' cắt nhau: $\begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ không cùng phương} \\ \vec{a}, \vec{a}', M_0M'_0 \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a}'] \neq \vec{0} \\ [\vec{a}, \vec{a}'] \cdot M_0M'_0 = 0 \end{cases} \quad (62)$

• d, d' song song: $\begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \notin d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a}'] = \vec{0} \\ [\vec{a}, M_0M'_0] \neq \vec{0} \end{cases} \quad (63)$

• d, d' trùng nhau: $\begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \in d' \end{cases} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{a}'] = [\vec{a}, M_0M'_0] = \vec{0} \quad (64)$

• d, d' chéo nhau: $\vec{a}, \vec{a}', M_0M'_0 \text{ không đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{a}'] \cdot M_0M'_0 \neq 0 \quad (65)$

• d, d' vuông góc: $\vec{a} \perp \vec{a}' \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{a}' = 0 \quad (66)$

7. Khoảng cách:

• Từ điểm đến đường thẳng:

Cho điểm M và (d) đi qua M_0 và có VTCP \vec{a} : $d(M, d) = \frac{|[M_0M, \vec{a}]|}{|\vec{a}|} \quad (67)$

• Giữa 2 đường thẳng chéo nhau:

Cho (d_1) qua M_1 và có VTCP \vec{a}_1 , (d_2) qua M_2 và có \vec{a}_2 :

$d(d_1, d_2) = \frac{|[\vec{a}_1, \vec{a}_2] \cdot M_1M_2|}{|[\vec{a}_1, \vec{a}_2]|} \quad (68)$

• Giữa hai đường thẳng song song: Bằng khoảng cách từ điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

• Giữa đường thẳng và mp song song: Bằng khoảng cách từ điểm thuộc đường thẳng này đến mặt phẳng kia.

8. Góc giữa hai đường thẳng:

Cho hai đường thẳng d, d' lần lượt có các VTCP \vec{a}_1, \vec{a}_2 :

$$\cos(\vec{a}_1, \vec{a}_2) = \frac{|\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2|}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|} \quad (65)$$

9. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đt(d) có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, mp(P) có $\vec{n} = (A; B; C)$:

$$\sin(\widehat{d, (P)}) = \frac{|Aa_1 + Ba_2 + Ca_3|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \quad (70)$$

10. Hình chiếu - Điểm đối xứng:

• Hình chiếu H của M trên (d): Lập mp(P) qua M và $\perp d$; $H = d \cap P$

• Điểm đối xứng M' của M qua (d):

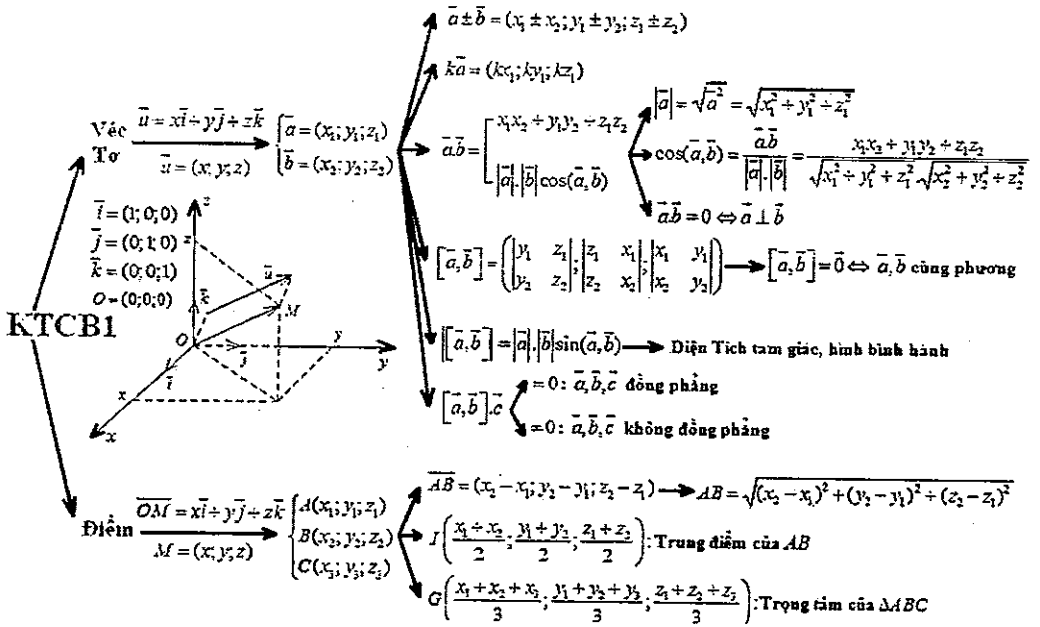
Tìm H như trên; H là trung điểm MM' lên $x_{M'} = 2x_H - x_M; y_{M'} = 2y_H - y_M$

• Hình chiếu H của M trên (P): Lập đt (d) qua M và $\perp (P)$; $H = d \cap (P)$

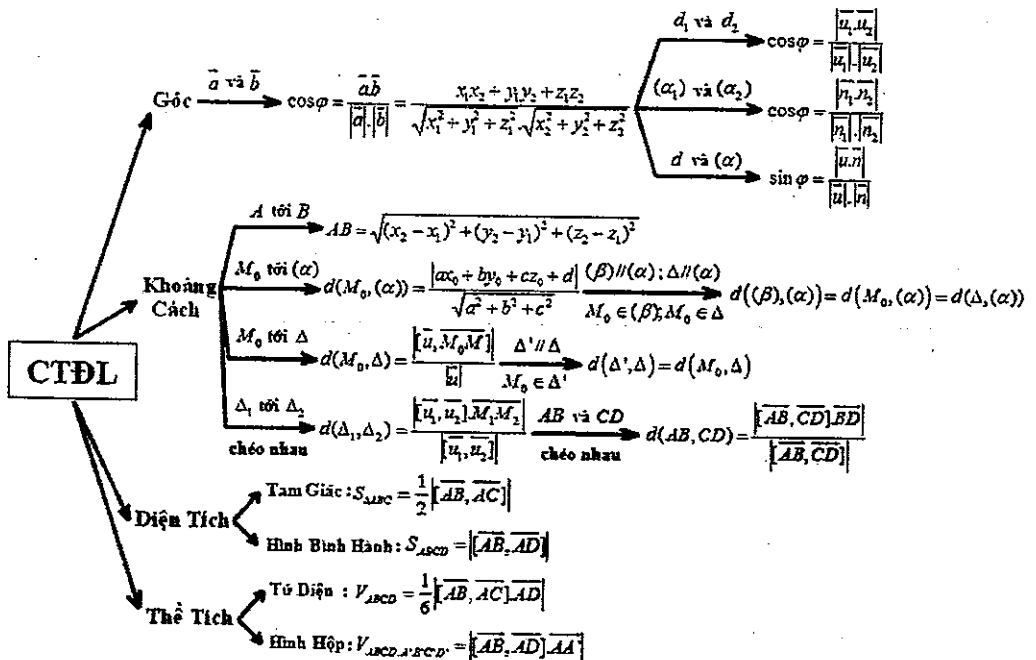
• Điểm đối xứng M' của M qua (P):

Tìm H như trên; H là trung điểm MM' lên $x_{M'} = 2x_H - x_M; y_{M'} = 2y_H - y_M$

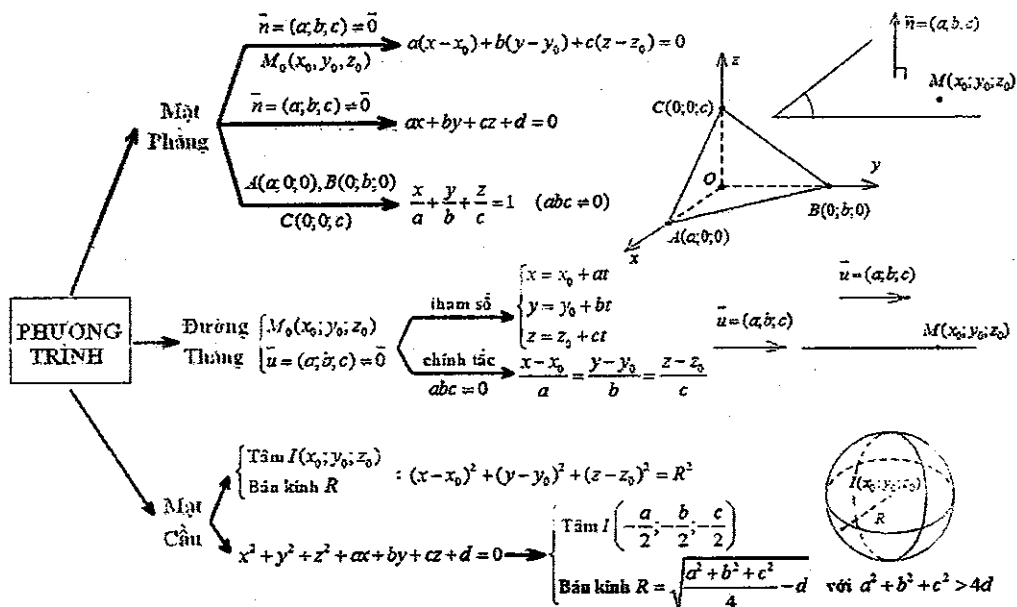
SƠ BỘ TƯ DUY
 (CÁC TÀI LIỆU)
 CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN



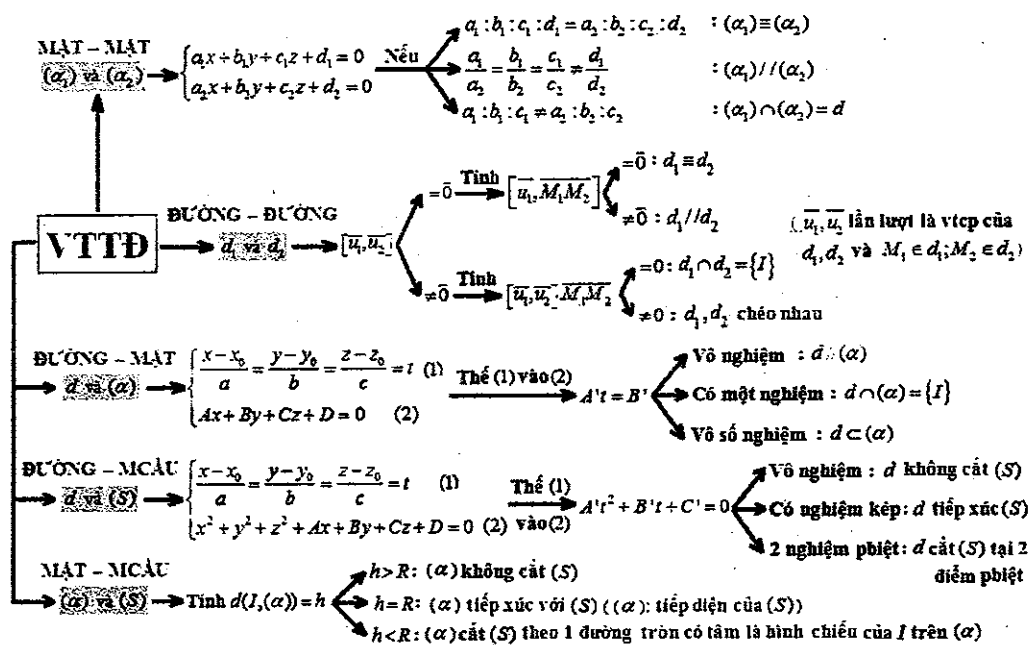
GÓC - KHOẢNG CÁCH - DIỆN TÍCH - THỂ TÍCH



PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG - ĐƯỜNG THẲNG - MẶT CẦU



VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI



Câu 10 Cho \vec{a} và \vec{b} tạo với nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Biết $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=3$ thì $|\vec{a}-\vec{b}|$ bằng:

- A. 5 B. 7 C. 6 D. 4

Câu 11 Cho A(0, 1, 1); B(-1, 0, 1); C(1, 1, 1). Kết luận nào sau đây là đúng:

- A. A, B, C thẳng hàng B. $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (0, 0, -1)$
 C. Diện tích $(\Delta ABC) = \frac{1}{2}$ D. $AB \perp AC$

Câu 12 Cho A(1, 0, 0); B(0, 0, 1); C(2, 1, 1) thì ABCD là hình bình hành là:

- A. D(1, 1, 2) B. D(3, 1, 0) C. D(-1, 1, 2) D. D(3, -1, 0)

Câu 13 Cho A(3, 1, 0); B(-2, 4, $\sqrt{2}$). Gọi M là điểm trên trục tung và cách đều A và B thì:

- A. (2, 0, 0) B. (0, -2, 0) C. (0, 2, 0) D. (0, 0, 2)

Câu 14 Cho A(4, 2, 6); B(5, -3, 1); C(12, 4, 5); D(11, 9, -2) thì ABCD là hình

- A. Bình hành B. Thoi C. Chữ nhật D. Vuông

Câu 15 Cho A(4, 2, 6); B(10, -2, 4); C(4, -4, 0); D(-2, 0, 2) thì tứ giác ABCD là hình:

- A. Bình hành B. Thoi C. Chữ nhật D. Vuông

Câu 16 Cho A(-1, 2, 3); B(0, 1, -3). Gọi M là điểm sao cho $\overline{AM} = 2\overline{BA}$ thì:

- A. M(3, 4, 9) B. M(-3, 4, 15) C. M(1, 0, -9) D. M(-1, 0, 9)

Câu 17 Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A. ABCD là tứ diện B. $AB \perp CD$
 C. ΔABC có một góc tù D. ΔABC vuông

Câu 18 Thể tích chóp C.OADB:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

Câu 19 Diện tích ΔABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. Các kết quả a, b, c đều sai

Câu 20 Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng:

- A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 20 Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A(0, 0, 0); B(1, 0, 0); D(0, 1, 0); A'(0, 2, 2) thì thể tích V tứ diện ABA'C" bằng:

A. $V = 1$

B. $V = \frac{3}{2}$

C. $V = \frac{1}{3}$

D. $V = \frac{1}{6}$

Câu 21 ABCD là tứ diện khi và chỉ khi:

A. B không nằm trên mặt phẳng (ACD)

B. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ không đồng phẳng

C. $[\overline{BA}, \overline{BD}] \overline{BC} \neq 0$

D. Ba kết quả a, b, c cùng đúng

Câu 23 H là chân đường cao hạ từ A trong tứ diện ABCD khi và chỉ khi:

A. \overline{AH} vuông góc với $\overline{AB}, \overline{AC}$.

B. \overline{AH} vuông góc với $\overline{AB}, \overline{AC}$ và $[\overline{AB}, \overline{AC}] = 0$

C. Hai kết quả a, b cùng đúng.

D. Hai kết quả a, b cùng sai.

Câu 24 Trong không gian, I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC khi và chỉ khi:

A. $IA = IB = IC$

B. $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$

C.
$$\begin{cases} |\overline{IA}| = |\overline{IB}| = |\overline{IC}| \\ [\overline{IA}, \overline{IB}] \overline{IC} = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} IA = IB = IC \\ IA \perp IB \perp IC \end{cases}$$

Câu 25 H là trực tâm ΔABC trong không gian khi và chỉ khi:

A. $\overline{AH} \perp \overline{BC}, \overline{BH} \perp \overline{AC}$ và $\overline{CH} \perp \overline{AB}$

B. $\overline{AH} \perp \overline{BC}, \overline{BH} \perp \overline{AC}$ và $[\overline{AB}, \overline{AC}] \overline{AH} = 0$

C. Hai kết quả a, b cùng đúng.

D. Hai kết quả a, b cùng sai.

II. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG:

Câu 1 Phương trình mặt phẳng qua A(0, 0, 4); B(8, 0, 0); C(0, -2, 0) là:

A. $\frac{x}{8} - \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 0$

B. $2x + y - 8 = 0$

C. $2x + y + 4a - 8 = 0$

D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 2 Cho A(1, 2, 3). Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên 3 trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (IHK) là:

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$

B. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$

C. $x + 2y + 3z = 0$

D. $x + 2y + 3z - 6 = 0$

Câu 3 Phương trình mặt phẳng qua $A(1, -1, 1)$ và song song mp(Oxy) là:

- A. $x - 1 = 0$ B. $x + 1 = 0$ C. $y + 1 = 0$ D. $z - 1 = 0$

Câu 4 Cho mặt phẳng $x + 2y = 0$ (α). Kết luận nào sau đây là đúng:

- A. (α) song song trục Oz B. (α) chứa trục Oz
C. (α) song song mp (Oxy) D. (α) chứa trục Oy.

Câu 5 Mặt phẳng qua $A(1, 2, 3)$ và song song mặt phẳng: $x - 4y + z + 12 = 0$ là:

- A. $x - 4y + z + 4 = 0$ B. $x - 4y + z - 4 = 0$
C. $x - 4y + z - 12 = 0$ D. $x - 4y + z - 1 = 0$

Câu 6 Phương trình mặt phẳng qua $E(4, -1, 1)$; $F(3, 1, -1)$ và // $x'Ox$ là:

- A. $x + y = 0$ B. $x + z = 0$ C. $y + z = 0$ D. $y + z - 1 = 0$

Câu 7 Phương trình mặt phẳng chứa trục tung và qua $A(1, 4, -3)$ là:

- A. $3x + z + 1 = 0$ B. $3x + z = 0$ C. $3x + y = 0$ D. $3x - z = 0$

Cho $A(2, 1, -1)$; $B(-1, 0, 4)$; $C(0, -2, -1)$. Hãy trả lời cho câu 8, 9, 10 và 11.

Câu 8 Phương trình mặt phẳng qua A và $\perp BC$ là:

- A. $x - 2y - 5z + 5 = 0$ B. $x - 2y - 5z - 5 = 0$
C. $x - 2y - 5z = 0$ D. $x - 2y + 5z - 5 = 0$

Câu 9 Phương trình mặt phẳng qua A, B, C là:

- A. $15x - 10y + 7z - 13 = 0$ B. $15x + 10y + 7z - 13 = 0$
C. $15x - 10y + 7z + 13 = 0$ D. $15x - 10y + 7z - 1 = 0$

Câu 10 Phương trình mặt phẳng trung trực AC là:

- A. $2x + 3y + \frac{1}{2} = 0$ B. $2x + 3y - \frac{1}{2} = 0$
C. $2x - 3y + \frac{1}{2} = 0$ D. Các kết quả a, b, c đều sai.

Câu 11 Phương trình mặt phẳng qua A, B và vuông góc mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $5x - z + 6 = 0$ B. $5x + z + 6 = 0$
C. $5x + z + 4 = 0$ D. $5x + z + 4 = 0$

Câu 12 Phương trình mặt phẳng qua $O(0, 0, 0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1, -2, 3)$; $\vec{b} = (3, 0, 5)$ là:

- A. $5x - 2y - 3z = 0$ B. $5x + 2y + 3z = 0$
C. $5x - 2y + 3z = 0$ D. $5x - 2y + 3z + 1 = 0$

Câu 12 Phương trình mặt phẳng qua $A(1, 1, 1)$ và vuông góc mp (Oyz) và (α) :
 $x - y + 2z = 0$ là:

A. $2y - z + 1 = 0$ B. $2y - z - 1 = 0$ C. $2y - z = 0$ D. $2y + z - 3 = 0$

Câu 13 Cho các mặt phẳng (α) $x - 2 = 0$; (β) $y - 6 = 0$; (γ) $z + 3 = 0$. kết luận nào sau đây sai:

- A. mp (β) song song mp (Oxy) B. $\alpha \perp \beta$
 C. $\gamma \parallel \beta$ D. $\gamma \perp \beta$

Câu 14 Cho mp (P) : $2x + 3y - z + 2 = 0$ thì giao điểm (P) và các trục tọa độ là:

- A. $(0, 0, 2)$; $(-1, 0, 0)$; $(0, -\frac{2}{3}, 0)$ B. $(0, 0, 2)$; $(1, 0, 0)$; $(0, -\frac{2}{3}, 0)$
 C. $(0, 0, -2)$; $(-1, 0, 0)$; $(0, -\frac{2}{3}, 0)$ D. $(1, 0, 0)$; $(0, 0, 2)$; $(0, \frac{2}{3}, 0)$

Câu 15 Cho mp (P) : $2x + 3y - z + 2 = 0$ thì (P) có cặp vectơ chỉ phương là:

- A. $(0, -1, 3)$ và $(1, 0, 2)$ B. $(3, 2, 0)$ và $(1, 0, -2)$
 C. $(3, 2, 0)$ và $(0, 1, 3)$ D. $(3, 2, 0)$ và $(0, 0, 1)$

Cho ba mặt phẳng: (α) : $x + y + z - 2 = 0$, (β) : $x + y - 2z + 1 = 0$, (γ) : $x - y + z + 5 = 0$.

Hãy trả lời câu 17, 18, 19.

Câu 17 Kết luận nào sau đây sai:

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$ B. $(\alpha) \perp (\gamma)$
 C. $(\beta) \perp (\gamma)$ D. $(\alpha) \perp \text{mp}(Oxy)$

Câu 18 Phương trình mặt phẳng qua giao tuyến của (α) và (β) và qua $O(0, 0, 0)$ là:

- A. $3x + 3y + 3z + 1 = 0$ B. $x + y + z = 0$
 C. $x + y - z = 0$ D. $x - y - z = 0$

Câu 19 Góc tạo bởi 2 mặt phẳng (γ) và mp (Oxz) :

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $-\frac{\pi}{4}$

Câu 20 Cho mặt phẳng (P) $x + y + 3 = 0$ và (Q) $y - z = 0$ thì góc của 2 mặt phẳng trên là:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

Câu 21 Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2, -1, -1)$ lên mp (α) : $16 - 12y - 15z - 4 = 0$ thì độ dài AH bằng:

- A. 55 B. $\frac{11}{5}$ C. $\frac{11}{25}$ D. $\frac{22}{5}$

Câu 22 Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + y - z + 5 = 0$; (Q): $2x + 2y - 2z + 3 = 0$ bằng:

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. 2 C. $\frac{7}{2\sqrt{3}}$ D. 0

Câu 23 Cho tứ diện OABC với $O(0, 0, 0)$; $A(3, 0, 0)$; $B(0, 1, 0)$; $C(0, 0, 2)$ thì khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là:

- A. $-\frac{6}{7}$ B. $\frac{6}{7}$ C. -6 D. 6

Câu 24 Cho $A(1, 1, 0)$; $B(0, -1, 2)$; $C(1, 1, 1)$ thì kết luận nào sau đây là sai:

- A. $[\overline{OA}, \overline{OB}] = (2, -2, -1)$
 B. Diện tích ΔOAB bằng $\frac{3}{2}$
 C. Phương trình mp(OAB): $2x - 2y - z = 0$
 D. Khoảng cách từ C đến mp(OAB) bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 25 Cho mp(α): $(m + 3)x - 2y + (5m + 1)z + 1 = 0$ và mp(β): $2x - y + 3z + m - 6 = 0$. Mặt phẳng (α) // (β) khi:

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = \pm 1$

Câu 26 Điểm trên trục tung cách đều 2 mặt phẳng (α): $x + y + z + 1 = 0$ và (β): $x - y + z + 5 = 0$

- A. $M(2, 0, 0)$ B. $M(0, 0, 2)$ C. $M(0, -2, 0)$ D. $M(0, 2, 0)$

Câu 27 Tập hợp các điểm cách đều 2 mặt phẳng (α): $x + y + z + 1 = 0$ và (β): $x + y + z + 3 = 0$

- A. Đường thẳng $\begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ x + y + z + 3 = 0 \end{cases}$ B. $M(1, -1, 0)$
 C. Mặt phẳng (γ): $x + y + z + 2 = 0$ D. Mặt phẳng: $x + y - z - 2 = 0$

Câu 28 Tập hợp các điểm cách đều 2 mặt phẳng (α): $x - 2y + z + 5 = 0$ và (β): $2x - y + z + 8 = 0$ là:

- A. Mặt phẳng: $x + y + 3 = 0$ B. Mặt phẳng: $3x - 3y + 2z + 13 = 0$
 C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai.

Câu 29 Số điểm trên $z'Oz$ mà cách đều $A(1, 0, -1)$ và mặt phẳng (α): $x + 2y - 2z = 0$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 39 Phương trình mặt phẳng qua $A(1, 0, 0)$; $B(0, 1, 0)$ và tạo với mp(Oyz) một góc 60° là:

A. $x + y + \sqrt{2}z - 1 = 0$

B. $x + y - \sqrt{2}z - 1 = 0$

C. Hai kết quả a, b đều đúng

D. Hai kết quả a, b đều sai.



PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG:

Câu 1 Phương trình tổng quát đường thẳng qua hai điểm $A(0, 1, 2)$; $B(-1, 0, 1)$ là:

A. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z + 2 = 0 \end{cases}$

D. $x = y - 1 = z - 2$

Câu 2 Cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Giao điểm (d) và ba mặt phẳng tọa độ đó là:

A. $A(2, 3, 0)$; $B(0, 1, -2)$; $C(1, 0, 3)$.

B. $A(2, 3, 0)$; $B(0, 1, 2)$; $C(-1, 0, 3)$.

C. $A(2, 3, 0)$; $B(0, 1, +2)$; $C(+1, 0, 3)$.

D. $A(2, -3, 0)$; $B(0, 1, 2)$; $C(1, 0, 3)$.

Câu 3 Phương trình đường thẳng qua $M(0, 1, 1)$ và song song (d): $\begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0 \\ x + 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ là:

A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{-5}$

B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{-5}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{-5}$

Câu 4 Cho $A(1, 2, 0)$; $B(0, 4, 0)$; $C(0, 0, 3)$ phương trình đường thẳng qua $O(0, 0, 0)$ và vuông góc với mp(ABC) là:

A. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 4y - 3z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$

C. $\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

D. Các kết quả a, b, c đều đúng.

Câu 5 Cho (P): $2x + my + z - 5 = 0$ và (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$. Để d vuông góc (P) thì:

A. $m = -2$

B. $m = 1$

C. $m \in \mathbb{R}$

D. $m \in \varnothing$

Câu 6 Cho (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$. Gọi φ là góc của d và x'Ox thì $\cos\varphi$ bằng:

A. $-\frac{1}{\sqrt{14}}$

B. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

C. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

D. $\frac{2}{\sqrt{14}}$

Câu 7 Cho (D): $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3 \end{cases}$ và (P): $y+z+1=0$. Gọi φ là góc của d và (P) thì φ bằng:

- A. 60° B. -60° C. 30° D. -30°

Câu 8 Cho mp (α): $x+2y+z-5=0$ và (d): $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc của d và (α) thì φ bằng:

- A. $\varphi = -30^\circ$ B. $\varphi = 30^\circ$ C. $\varphi = 60^\circ$ D. $\varphi = 150^\circ$

Câu 9 Cho A(2, 3, 2); B(6, -1, -2); C(-1, -4, 3); D(1, 6, -5). Gọi α là góc của 2 đường thẳng AB và CD thì:

- A. $\alpha = 90^\circ$ B. $\alpha = -90^\circ$ C. $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{2} + k\pi$

Câu 10 Cho $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$ d_1, d_2 cắt mặt phẳng (Oxy) tại A và B thì diện tích ΔOAB bằng:

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. $\frac{22}{5}$

Câu 11 Cho họ đường thẳng (d_k): $\begin{cases} x-z \sin \alpha + \cos \alpha = 0 \\ y-z \cos \alpha - \sin \alpha = 0 \end{cases}$. Kết luận nào là đúng:

- A. vector chỉ phương của C có độ dài không đổi.
 B. (d_k) tạo trục $z'Oz$ góc 45°
 C. Hai kết quả a, b đều đúng
 D. Hai kết quả a, b đều sai.

Câu 12 Cho (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Gọi A và B là giao điểm (d) và mp (Oxz), mp (O), thì diện tích OAB bằng:

- A. $\sqrt{6}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 13 Cho mp (α): $x+y+z-1=0$ cắt các trục tọa độ tại A, B, C và (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ cắt mp(Oxy) tại D thì thể tích tứ diện ABCD bằng:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 14 Cho I(1, 3, 4); A(2, 0, 0). Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng OA bằng:

- A. -5 B. 5 C. ± 5 D. $\frac{5}{2}$

Câu 15 Cho đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ thì khoảng cách từ O đến (d) bằng:

- A. $-\frac{3}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$

Câu 16 Cho M(-1, 1, 0); N(1, 0, 2). Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng MN bằng:

- A. 1 B. -1 C. ±1 D. 2

Câu 17 Cho (d): $\begin{cases} x=1-2t \\ y=1-t \\ z=3t \end{cases}$. Điểm M trên d mà khoảng cách từ M đến mp(Oyz) bằng 1 là:

- A. M(1, 2, 0) B. M(-1, 1, 3)
C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai

Câu 18 Phương trình đường thẳng qua O(0, 0, 0) và chứa (d): $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-z+1=0 \end{cases}$ là:

- A. $2x + y - z + 1 = 0$ B. $2x + y - z = 0$
C. $2x + y - z + 3 = 0$ D. $x + 2y - z = 0$

Câu 19 Mặt phẳng M(1, -1, 0) và chứa (d): $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ có vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n} = (0, 1, 1)$ B. $\vec{n} = (-1, 0, -1)$
C. $\vec{n} = (0, 1, -1)$ D. $\vec{n} = (1, 0, 1)$

Câu 20 Cho (d): $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-3}$ và (α): $x - y - z + 1 = 0$. Gọi (Δ) là đường thẳng song song mp (α) và vuông góc (d) thì (Δ) có vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{a} = (2, 5, -3)$ B. $\vec{a} = (2, 5, 3)$
C. $\vec{a} = (2, -5, -3)$ D. $\vec{a} = (2, 5, 1)$

Câu 21 Cho (d_1): $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$ và (d_2): $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$. Mặt phẳng chứa d_1 và // d_2 có phương trình là:

- A. $2x + z = 0$ B. $2x - z + 1 = 0$ C. $2x + z + 1 = 0$ D. $2x - z = 0$

Câu 22 Cho A(1, -1, 2). Phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng OA lên mp (Oyz) là:

- A. $\begin{cases} 2y+z=0 \\ y=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2y+z=0 \\ x=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x+z=0 \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x+z=0 \\ x=0 \end{cases}$

Câu 23 Cho họ đường thẳng (d_k) : $\begin{cases} x+kz-k=0 \\ (1-k)x-ky=0 \end{cases}$ thì (d_k) luôn qua điểm cố định là:

- A. (0, 0, 1) B. (0, 0, -1) C. (1, 0, 1) D. (1, 0, 0)

Cho $(d) : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$. Hãy trả lời câu hỏi 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

Câu 24 Khoảng cách từ $O(0, 0, 0)$ đến (d) là:

- A. $\frac{5}{3}\sqrt{5}$ B. $-\frac{5}{3}\sqrt{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{3}\sqrt{2}$

Câu 25 Hình chiếu vuông góc của (d) lên mp(Oxy) là:

- A. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ y=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ z=0 \end{cases}$ D. $x-y-3=0$

Câu 26 Hình chiếu vuông góc của (d) lên mp(Oyz) là:

- A. $y-2z+8=0$ B. $\begin{cases} x=0 \\ y-2z+8=0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} y=0 \\ y-2z+8=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} z=0 \\ y-2z+8=0 \end{cases}$

Câu 27 Hình chiếu vuông góc của (d) lên mp(Oxz) là:

- A. $y-2z+5=0$ B. $\begin{cases} x-2z+5=0 \\ x=0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} y=0 \\ y-2z+5=0 \end{cases}$ D. $y+2z+5=0$

Câu 28 Hình chiếu vuông góc của (d) theo phương $x'Ox$ lên mp(α): $x+y+z+1=0$ là:

- A. $\begin{cases} x-2z+8=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$ B. $y-2z-8=0$
 C. $\begin{cases} x-2z+8=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$ D. $y+2z+8=0$

Câu 29 Hình chiếu vuông góc của (d) theo phương $y'Oy$ lên mp(α): $x+y+z+1=0$ là:

- A. $x+2z+5=0$ B. $x-2z+5=0$
 C. $\begin{cases} x+2z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x-2z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$

Câu 30 Hình chiếu vuông góc của (d) theo phương $z'Oz$ lên mp(α): $x+y+z+1=0$ là:

Câu 8 Giao điểm của $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và $(\alpha): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là:

- A. A(1, 0, 1) B. B(0, 0, 2) C. C(1, 1, 6) D. D(12, 9, 1)

Câu 9 $(d_m): \begin{cases} 2mx + y - z + 1 = 0 \\ x - my + z - 1 = 0 \end{cases}$ cắt mp(Oyz) khi và chỉ khi:

- A. $m = 1$ B. $m \neq 1$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

Câu 10 Cho $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc M(2, 0, 1) lên Δ là:

- A. N(1, 0, 2) B. H(2, 2, 3) C. K(0, -2, 1) D. L(-1, -4, 0)

Câu 11 Cho $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và A(1, 2, -1) thì hình chiếu vuông góc của A lên d là:

- A. H(1, 2, 2) B. K(-1, 0, 3) C. M(-1, 2, 2) D. N(-2, 4, 4)

Câu 12 Cho M(5, 2, -3) và mp(α): $2x + 2y - z + 1 = 0$. Hình chiếu vuông góc của M lên mp(α) là:

- A. N(0, 1, 3) B. R(1, -2, -1) C. S(1, 2, 3) D. H(-1, 3, 2)

Câu 13 Cho M(2, 1, 4), lấy $N \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ thì MN ngắn nhất khi và chỉ khi:

- A. $N_1(2, -3, -3)$ B. $N_2(2, 3, 3)$
C. $N_3(0, 1, -1)$ D. $N_4(0, 1, 1)$

Câu 14 Cho $(\alpha): x - 2y - 3z + 14 = 0$ và A(1, -1, 1). Điểm đối xứng của A qua (α) là:

- A. B(1, 3, 7) B. C(-1, -3, 7) C. D(-1, 3, 7) D. E(1, -3, 7)

Câu 15 Cho M(1, 2, 3) và $(\Delta): \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ thì điểm đối xứng của M qua (Δ) là:

- A. N(1, 4, -1) B. H(-1, -4, 1) C. K(1, 4, 1) D. G(1, -4, -1)

Câu 16 Cho A(0, 0, -3); B(2, 0, -1) thì đường thẳng AB cắt mp(α): $3x - 8y + 7z + 1 = 0$ tại:

- A. I(2, 0, 1) B. I(-2, 0, 1) C. I(2, 0, -1) D. I(-2, 0, -1)

Câu 17 Cho mp(α): $3x - 2y - z + 5 = 0$ và $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Khoảng cách từ (α) và (β) là:

- A. $\frac{9}{14}$ B. $\frac{9}{\sqrt{14}}$ C. $\frac{3}{14}$ D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

Câu 5 Cho d: $\begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t \\ z=5-t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x+2y+3=0 \\ y-z+4=0 \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. d cắt d' B. d song song d' C. d, d' chéo nhau D. d trùng d'

Câu 6 Cho d: $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-2+3t \\ z=6+4t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} 4x+y-19=0 \\ y+4z-79=0 \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng, d cắt d' tại:

- A. A(-3, -2, 6) B. B(5, -2, 20) C. C(3, 7, 18) D. D(3, -2, 1)

Câu 7 Cho d: $\begin{cases} x=1+mt \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} 2x+y-19=0 \\ x-z+2=0 \end{cases}$ d cắt d' khi:

- A. $m=0$ B. $m \neq 0$ C. $m=-1$ D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 8 Cho 2 đường thẳng song song d: $\begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t \\ z=-t \end{cases}$ và d': $\frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-1}$

Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:

- A. $x+2z+5=0$ B. $x-2z-5=0$
C. $x+2z-5=0$ D. $x-2z+5=0$

Câu 9 Cho 2 đường thẳng cắt nhau d: $\begin{cases} 2x+y+1=0 \\ x-y+z-1=0 \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=4+5t \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng chứa d, d' là:

- A. $x-2y-z+2=0$ B. $x-2y-z-2=0$
C. $x+2y-z-2=0$ D. $x+2y-z+2=0$

Câu 10 Cho hai đường thẳng chéo d, d'. Gọi (α) là đường thẳng chứa d và song song d'. Gọi (β) là mặt phẳng chứa d' và song song d. khoảng cách giữa 2 đường d, d':

- A. Bằng khoảng cách từ d' đến mp(α) B. Bằng khoảng cách từ d' đến mp(β)
C. Bằng khoảng cách từ (α) đến mp(β) D. Các kết quả a, b, c đều đúng.

Câu 11 Cho A(1, 1, 0); B(2, -1, 1). Khoảng cách từ trục hoành đến đường thẳng AB là:

- A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{5}$

Câu 12 Cho $M(1, 0, 0); N(0, 1, 0); H(1, 1, 0); K(0, 0, 2)$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng MN và HK bằng:

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 13 Khoảng cách giữa 2 đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ bằng:

- A. $\sqrt{6}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 14 Cho $d: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$; $d': \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

Đường vuông góc chung của d và d' cắt d và d' lần lượt tại:

- A. $M(7, 3, 9); H(0, 1, 1)$ B. $M(7, 3, 9); H(3, 1, 1)$
C. $H(0, 1, 1); N(3, 1, 1)$ D. $N(3, 1, 1); K(0, -11, 16)$

Câu 15 Cho hai đường thẳng cố định và chéo nhau d và d' có khoảng cách bằng 1. Trên d lấy hai điểm cố định A và B mà $AB = 2$. Lấy M di động trên d' thì diện tích ΔMAB nhỏ nhất bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

VI. MẶT CẦU:

Câu 1 Cho một mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 18 = 0$ thì (S) có tâm và bán kính:

- A. $I(-2, 3, 3); R = 2$ B. $I(2, -3, -3); R = 4$
C. $I(-2, 3, 3); R = 4$ D. $I(2, -3, -3); R = 2$

Câu 2 Cho họ $(S_m): x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)z + 6m + 7 = 0$. (S_m) là mặt cầu khi và chỉ khi:

- A. $-1 < m < 1$ B. $-1 \leq m \leq 1$
C. $m < -1$ hoặc $m > 1$ D. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 1$

Câu 3 Cho $A(1, 0, 0); B(0, 2, 0); C(0, 0, 2)$ thì mặt cầu qua O, A, B, C có tâm là:

- A. $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$ B. $I(0, 1, 1)$ C. $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ D. $I\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$

Câu 4 Cho $A(1, 0, 0); B(1, 2, 0); C(0, 0, 2)$ thì mặt cầu qua O, A, B, C có bán kính R :

- A. 3 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 1

Câu 5. Mặt cầu tâm $I(4, 2, -2)$ tiếp xúc $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$ thì có bán kính:

- A. $R = 3$ B. $R = 4$ C. $R = 5$ D. $R = 1$

Câu 6. Mặt cầu (S) tiếp xúc hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x - y + 2z + 5 = 0$ thì có bán kính R :

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7. Cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = \frac{16}{9}$ và $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ phẳng (α) vuông góc d và tiếp xúc (S) là:

- A. $x + 2y + 2z + 5 = 0$ B. $x + 2y + 2z - 3 = 0$
 C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai.

Câu 8. Cho mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc (S) tại $T(1, -3, 1)$ là:

- A. $3x + 4y + z + 16 = 0$ B. $3x - 4y + z - 16 = 0$
 C. $3x + 4y - z - 16 = 0$ D. $3x - 4y - z + 16 = 0$

Câu 9. Cho mặt cầu (S) di động luôn tiếp xúc hai mặt phẳng cố định (α) , (β) và (S) luôn qua A cố định thì tập hợp các tâm I của (S) là:

- A. Đường thẳng B. Đường tròn C. Mặt phẳng D. Mặt cầu

Câu 10. Cho $(\alpha): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) tâm $I(1, 2, -2)$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π thì bán kính mặt cầu (S) là:

- A. $R = \sqrt{5}$ B. $R = 5$ C. $R = 9$ D. $R = 3$

Câu 11. Cho $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 1$ thì mặt phẳng (P) chứa trục Oz và tiếp xúc (S) có phương trình:

- A. $4x + 3z = 0$ B. $4x + 3y = 0$ C. $3x + 4y = 0$ D. $4x - 3y = 0$

Câu 12. Cho $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$ tiếp xúc $(P): 2x + 2y + z - 10 = 0$ thì tiếp điểm T là:

- A. $T(3, 1, 2)$ B. $T(-3, 1, 2)$ C. $T(3, -1, 2)$ D. $T(3, 1, -2)$

Câu 13. Cho đường tròn $(C): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0 \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ thì bán kính của (O) bằng:

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 2

Câu 20 Cho (S) : $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 1$ và (d) : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ thì (d) cắt (S) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $m = \frac{5}{2} \vee m = \frac{15}{2}$

B. $m < \frac{5}{2} \vee m > \frac{15}{2}$

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$

D. $\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{15}{2}$

Câu 21 Cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$ và (S') : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$.

Kết luận nào sau đây là đúng.

A. (S), (S') ở ngoài nhau

B. (S), (S') dựng nhau

C. (S), (S') cắt nhau

D. (S), (S') tiếp xúc nhau

Câu 22 Cho (S) : $(x - 1)^2 + (y + 2\sqrt{2})^2 + z^2 = 9$ và (S') : $(x + 2)^2 + y + (z - 2\sqrt{2})^2 = 64$. Kết luận nào sau đây là đúng về vị trí tương đối của (S) và (S'):

A. Cắt nhau

B. Tiếp xúc trong

C. Tiếp xúc ngoài

D. Ở ngoài nhau

PHẦN IV

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM THEO CHUYÊN ĐỀ

DÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 1: VECTO

Câu 1: Cho tứ giác lồi ABCD. Số vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là hai đỉnh của tứ giác là:

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

► Lời giải:

Số vectơ có giá là 4 cạnh tứ giác: 8

Số vectơ có giá là 2 cạnh tứ giác: 4

Vậy có 12 vectơ. Chọn D.

Câu 2: Số vectơ có điểm đầu điểm cuối trong sáu điểm phân biệt là:

- A. 12 B. 21 C. 30 D. 120

► Lời giải:

Do phép chọn có thứ tự nên có $A_6^2 = 30$ vectơ. Chọn C

Câu 3: Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy sáu điểm phân biệt, trên d_2 lấy năm điểm phân biệt. Số vectơ có điểm đầu trên d_1 , điểm cuối trên d_2 là:

- A. 30 B. 25 C. 20 D. 15

► Lời giải:

Ứng với mỗi điểm trên d_1 ta có năm vectơ gốc trên d_1 ngọn trên d_2 .

Mà trên d_1 có sáu điểm. Vậy có $6 \times 5 = 30$ vectơ. Chọn A.

Câu 4: ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi:

- A. $\overline{AB} = \overline{CD}$ B. $\overline{BC} = \overline{DA}$
 C. $\overline{BA} = \overline{CD}$ D. $\overline{AC} = \overline{BD}$

► Lời giải:

ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{CD}$. Chọn C.

Câu 5: ABCD là hình chữ nhật khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{CD} \\ AC = BD \end{cases}$ C. $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{DC} \\ AC \perp BD \end{cases}$ D. $\begin{cases} \overline{AD} = \overline{BC} \\ AC \perp DB \end{cases}$

► Lời giải: ABCD là hình chữ nhật $\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} = \overline{DC} \\ AB \perp BC \end{cases}$. Chọn A.

Câu 6 ABCD là hình thang có đáy AB và CD khi và chỉ khi:

A. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

B. $\overline{AB} = k\overline{CD}$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

C. $\overline{AB} = k\overline{CD}$ với $k > 0$

D. $\overline{AB} = k\overline{CD}$ với $k < 0$

➤ Lời giải:

\overline{AB} và \overline{CD} phải ngược hướng. Chọn D.

Câu 7 ABCD là hình thoi khi và chỉ khi:

A. $\overline{AB} = \overline{DC}$ và $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

B. $\overline{BC} = \overline{AD}$ và AC là phân giác \widehat{BAC}

C. $\overline{AB} = \overline{CD}$ và $|\overline{BA}| = |\overline{BC}|$

D. các kết quả a, b, c đều đúng

➤ Lời giải:

Chọn D.

Câu 8 ABCD là hình vuông khi và chỉ khi:

A. $\overline{AB} = \overline{DC}$ và $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

B. $\overline{AB} = \overline{DC}$ và $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0, \overline{AC} \cdot \overline{BD} = 0$

C. $\overline{BC} = \overline{AD}, |\overline{AC}| = |\overline{BD}|$

D. $AB = BC = CD = DA$

➤ Lời giải:

Chọn B.

Câu 9 H là chân đường cao hạ từ A trong ΔABC khi và chỉ khi:

A. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$

B. $\overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0$

C. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ và $\overline{AB} = k\overline{BC}$ với $k > 0$

D. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ và $\overline{AH} = k\overline{BC}$ với $k < 0$

➤ Lời giải:

Chọn B, chỉ cần $\overline{BH} \parallel \overline{BC}$

Câu 10 I là chân đường phân giác trong của ΔABC kẻ từ A khi và chỉ khi:

A. $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$

B. $\overline{IB} = \frac{AB}{AC} \overline{IC}$

C. $\overline{IB} = -\frac{AB}{AC} \overline{IC}$

D. $\overline{IC} = -\frac{AB}{AC} \overline{IA}$

Câu 15 Cho ΔABC có trọng tâm G , I là trung điểm BC Đẳng thức nào sau đây là đúng:

A. $\overline{GA} = 2\overline{GI}$

B. $\overline{GB} + \overline{GC} = \overline{GA}$

C. $\overline{AB} + \overline{AC} = 6\overline{GI}$

D. $\overline{GI} = \frac{-1}{3}\overline{IA}$

► Lời giải:

$\overline{GA} = -2\overline{GI} \rightarrow$ A sai.

$\overline{GB} + \overline{GC} = -\overline{GA} \rightarrow$ B sai.

$\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AI} = 2(3\overline{GI}) \rightarrow$ C đúng.

$\overline{IG} = \frac{1}{3}\overline{IA} \rightarrow$ D sai.

\Rightarrow Chọn C.

Câu 16 Cho ΔABC đều có tâm O . Kết luận nào sau đây sai:

A. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \vec{0}$

B. $\overline{AB} + \overline{AC} = 3\overline{AO}$

C. $|\overline{OA}| + |\overline{OB}| = |\overline{OC}|$

D. $\overline{CA} + \overline{CB} = 2\overline{CO}$

► Lời giải:

Dĩ nhiên A, C đúng.

Xét B: $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AI} = 2\left(\frac{3}{2}\overline{AO}\right) = 3\overline{AO} \rightarrow$ B đúng.

Xét D: $\overline{CA} + \overline{CB} = 2\overline{CJ} = 2\left(\frac{3}{2}\overline{CO}\right) = 3\overline{CO} \rightarrow$ D sai.

Câu 17 Cho $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì khác $\vec{0}$. Kết luận nào đúng:

A. $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$

B. $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$

C. \vec{a} cùng hướng $k\vec{a}$ ($k \in \mathbb{R}$)

D. \vec{a} và \vec{b} ngược hướng \vec{c} thì \vec{a} cùng hướng \vec{b}

► Lời giải:

Cho $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \neq \vec{0}$.

A. $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$; B. $|\vec{a} - \vec{b}| \geq |\vec{a}| - |\vec{b}|$. Dĩ nhiên A, B sai.

\vec{a} cùng hướng $k\vec{a}$ khi $k > 0$ nên C sai.

D. đúng

Câu 18 Cho ΔABC thì cặp vectơ nào cùng hướng:

A. $2\overline{BC} + \overline{AC}$ và $\overline{BC} + 2\overline{AC}$

B. $5\overline{BC} + \overline{AC}$ và $-10\overline{BC} - 2\overline{AC}$

C. $\overline{BC} - 2\overline{AC}$ và $2\overline{BC} - \overline{AC}$

D. $\overline{BC} - \overline{AC}$ và $\overline{BC} + \overline{AC}$

➤ Lời giải:

Xét B. $-10\overline{BC} - 2\overline{AC} = -2(5\overline{BC} + \overline{AC})$. → B đúng.

Câu 19 Cho ΔABC có trọng tâm G, I là trung điểm BC. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G. Kết luận nào đúng:

A. $\overline{DC} = 2\overline{GI}$

B. $\overline{AD} = \overline{GC}$

C. $\overline{AD} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$

D. các kết luận a,b,c đều đúng

➤ Lời giải:

ΔBCD có GI là đường trung bình $\Rightarrow \overline{GI} = \frac{1}{2}\overline{DC} \rightarrow$ A đúng.

Mà $\overline{AG} = 2\overline{GI} \Rightarrow \overline{AG} = \overline{DC} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{GC}$. → B đúng.

Chọn D không cần kiểm tra C.

Câu 20 Cho ABCD là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là các trung điểm BC và CD thì $\overline{AI} + \overline{AK}$ bằng:

A. $2\overline{AC}$

B. $\frac{2}{3}\overline{AC}$

C. $\frac{3}{2}\overline{AC}$

D. $3\overline{AC}$

➤ Lời giải: $\overline{AI} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$

$\overline{AK} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$

$\Rightarrow \overline{AI} + \overline{AK} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AD}) + \overline{AC} = \frac{3}{2}\overline{AC}$. Chọn C.

Câu 21 Cho ΔABC cố định, M là điểm di động thỏa mãn $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3$ thì quỹ tích các điểm M:

A. đoạn thẳng

B. đường thẳng

C. đường tròn

D. các kết quả a,b,c đều sai

➤ Lời giải:

Ta có: $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}$ (G là trọng tâm ΔABC)

$\Rightarrow |\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = |3\overline{MG}| = 3 \Rightarrow MG = 1$

$\Rightarrow M \in$ đường tròn (G, R = 1). Chọn C.

Câu 22 Cho ΔABC có trọng tâm G, I là trung điểm BC. Quỹ tích các điểm n di động mà

$2|\overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NC}| = 3|\overline{NB} + \overline{NC}|$ là:

A. đường trung trực của GI

B. đường thẳng qua G và $\perp IG$

C. Đường thẳng qua G và // IG

D. đường tròn tâm G bán kính IG

► Lời giải:

$$\text{Ta có: } 2|\overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NC}| = 3|\overline{NB} + \overline{NC}| \Leftrightarrow 2|3\overline{NG}| = 3|2\overline{NI}| \Leftrightarrow NG = NI.$$

Vậy quỹ tích N là đường trung trực của IG. Chọn a.

Câu 23 Cho ΔABC lấy E trên đoạn BC sao cho $BE = \frac{1}{4} BC$. Chọn kết luận đúng:

A. $\overline{AE} = 3\overline{AB} + 4\overline{AC}$

B. $\overline{AE} = \frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$

C. $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{1}{5}\overline{AC}$

D. $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \overline{AC}$

► Lời giải:

$$\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE} = \overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{BC} = \overline{AB} + \frac{1}{4}(\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{1}{4}\overline{AC} + \frac{3}{4}\overline{AB}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 24 Cho ngũ giác đều ABCDE. Kết luận nào sau đây sai:

A. \overline{AB} cùng phương \overline{EC}

B. $\overline{OA} + \overline{OB}$ cùng phương $\overline{OC} + \overline{OE}$

C. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OE} = \vec{0}$

D. $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{CE}| + |\overline{EA}|$

► Lời giải:

$AB \parallel EC$ do ABEC thang cân \rightarrow A đúng.

$\overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OI}$; $\overline{OC} + \overline{OE} = 2\overline{OJ}$. Mà $\overline{OI} \parallel \overline{OJ} \rightarrow$ B đúng

C. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OE} = 2\overline{OI} + 2\overline{OJ} \neq \vec{0}$. Chọn C.

D. $AB = AE = BC = CD = DE \rightarrow$ D đúng.

Câu 25 Cho ABCD hình thoi cạnh a có góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, O là giao điểm 2 đường chéo. Kết luận nào sau đây sai:

A. $|\overline{AB} + \overline{AD}| = a\sqrt{3}$

B. $|\overline{BA} - \overline{BC}| = a\sqrt{3}$

C. $|\overline{OB} - \overline{DC}| = a\sqrt{3}$

D. $|\overline{BA} + \overline{BC}| = a$

► Lời giải:

$$|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = a\sqrt{3}, \rightarrow \text{A đúng.}$$

$$|\overline{BA} - \overline{BC}| = |\overline{CA}| = a\sqrt{3}, \rightarrow \text{B đúng.}$$

$$|\overline{BA} + \overline{BC}| = |\overline{BD}| = a, \rightarrow \text{D đúng.}$$

$$|\overline{OB} - \overline{DC}| = |\overline{DO} - \overline{DC}| = |\overline{CO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \rightarrow \text{C sai.}$$

Câu 26 Cho ΔABC có $|\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AB} - \overline{AC}|$ thì ΔABC :

- A. tam giác cân
 B. tam giác đều
 C. tam giác vuông tại A
 D. tam giác vuông tại B

► Lời giải:

$$|\overline{AB} + \overline{AC}| = 2AM$$

$$|\overline{AB} - \overline{AC}| = CB$$

Do $BC = 2AM$ nên ΔABC vuông tại A. Chọn C.

Câu 27 Cho ΔABC có $\overline{AB} + \overline{AC}$ vuông góc $\overline{AB} + \overline{CA}$ thì ΔABC là:

- A. tam giác cân tại A
 B. tam giác cân tại B
 C. tam giác cân tại C
 D. tam giác cân tại D

► Lời giải:

$$\overline{AB} + \overline{AC} \perp \overline{AB} + \overline{CA} \Rightarrow (\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot (\overline{AB} + \overline{CA}) = 0 \Rightarrow (\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot (\overline{AB} - \overline{CA}) = 0$$

$\Rightarrow AB^2 - AC^2 = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A. Chọn A.

Câu 28 Biết $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 12, |\vec{a} + \vec{b}| = 14$ thì $\vec{a}(\vec{a} + \vec{b})$ bằng:

- A. 2
 B. -2
 C. 52
 D. $\frac{23}{2}$

► Lời giải:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 196 \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 196 \Leftrightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 196 - 25 - 144 = 27$$

Vậy $\vec{a}(\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 25 + \frac{27}{2} = \frac{77}{2}$. Chọn D.

Câu 29 Cho $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$ Kết luận nào sau đây đúng:

- A. $(2\vec{a})(-3\vec{b}) = -6|\vec{a}||\vec{b}|$
 B. $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$
 C. $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2}$
 D. $\sqrt{\vec{a}^2} = \vec{a}$

► Lời giải: Do $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$. Vậy $\sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2} = |\vec{a}|$. Chọn C.

Câu 30 Cho ΔABC vuông tại C có $AC = b$ thì $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng:

- A. $-b^2$
 B. b^2
 C. $\frac{b^2}{2}$
 D. $2b^2$

► Lời giải:

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos A = AB \cdot AC \cdot \frac{CA}{AB} = b^2. \text{ Chọn B.}$$

Câu 31 Cho ΔABC có $AB = 5, AC = 8, BC = 7$ thì $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng:

- A. 1=0 B. 20 C. -20 D. 40

► Lời giải:

$$3C^2 = (\overline{AC} - \overline{AB}) = AC^2 + AB^2 - 2\overline{AC} \cdot \overline{AB} \Rightarrow 49 = 64 + 25 - 2\overline{AC} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \overline{AC} \cdot \overline{AB} = 89 - 49 = 40. \text{ Chọn D.}$$

Câu 32 Cho ΔABC đều cạnh a tâm O thì $\overline{OB} \cdot \overline{OC}$ bằng:

- A. $-\frac{a^2}{6}$ B. $\frac{a^2}{6}$ C. $-\frac{a^2}{3}$ D. $\frac{a^2}{3}$

► Lời giải:

$$\overline{OB} \cdot \overline{OC} = OB \cdot OC \cdot \cos 120^\circ = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{a^2}{6}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 33 Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a thì giá trị của $(\overline{AC} - \overline{AB})(2\overline{AD} - \overline{AB})$ bằng:

- A. $a^2\sqrt{2}$ B. $-a^2\sqrt{2}$ C. a^2 D. $2a^2$

► Lời giải:

$$(\overline{AC} - \overline{AB}) \cdot (2\overline{AD} - \overline{AB}) = \overline{BC} \cdot (2\overline{AD} - \overline{AB}) = 2\overline{BC} \cdot \overline{AD} - \overline{BC} \cdot \overline{AB} = 2BC^2 - 0 = 2a^2.$$

Chọn D.

Câu 34 Cho ΔABC vuông tại A . Kết luận nào sau đây sai:

- A. $\overline{AB} \cdot \overline{AC} < \overline{BA} \cdot \overline{BC}$ B. $\overline{AC} \cdot \overline{CB} < \overline{AC} \cdot \overline{BC}$
 C. $\overline{AB} \cdot \overline{BC} < \overline{CA} \cdot \overline{CB}$ D. $\overline{AC} \cdot \overline{BC} < \overline{BC} \cdot \overline{AB}$

► Lời giải:

$$\text{Chú ý } \Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ nên } \begin{cases} \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \\ \overline{BA} \cdot \overline{BC} > 0 \text{ (B và C nhọn)} \\ \overline{CA} \cdot \overline{CB} > 0 \end{cases}$$

$$0 = \overline{AB} \cdot \overline{AC} < \overline{BA} \cdot \overline{BC}. \rightarrow \text{A đúng.}$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{CB} = -\overline{CA} \cdot \overline{CB} < 0 < \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{AC} \cdot \overline{BC} \rightarrow \text{B đúng.}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{BC} = -\overline{BA} \cdot \overline{BC} < 0 < \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{CA} \cdot \overline{CB} \rightarrow \text{C đúng.}$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{CA} \cdot \overline{CB} > 0 \text{ mà } \overline{BC} \cdot \overline{AB} = -\overline{BC} \cdot \overline{BA} < 0 \rightarrow \text{D sai.}$$

Câu 35 Cho ΔABC vuông tại A có $\hat{A}BC = 50^\circ$ Kết luận nào sau đây sai:

- A. $(\hat{A}B; \hat{A}C) = 130^\circ$ B. $(\hat{B}C; \hat{A}C) = 40^\circ$
 C. $(\hat{A}B; \hat{C}B) = 50^\circ$ D. $(\hat{A}C; \hat{C}B) = 120^\circ$

► Lời giải:

ΔABC vuông tại A có $\hat{ABC} = 50^\circ$. $(\overline{AB}; \overline{BC}) = \overline{BD}; \overline{BC} = 130^\circ$ nên A đúng.

$(\overline{BC}; \overline{AC}) = \overline{BE}; \overline{BE} = 40^\circ \rightarrow$ B đúng.

$(\overline{AB}; \overline{CB}) = \hat{FAB} = 50^\circ \rightarrow$ C đúng.

$(\overline{AC}; \overline{CB}) = (\overline{AC}; \overline{AF}) = \hat{FAC} = 140^\circ \rightarrow$ D sai.

Câu 36 Cho ΔABC vuông tại A có $\hat{ABC} = 60^\circ$, $AB = a$ thì $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng:

A. $3a^2$

B. $-3a^2$

C. $a^2\sqrt{3}$

D. $-a^2\sqrt{3}$

► Lời giải:

$\tan 60^\circ = \frac{AC}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$

$\overline{AC} \cdot \overline{CB} = -\overline{CA} \cdot \overline{CB} = -CA \cdot CB \cdot \cos \hat{ACB} = -(a\sqrt{3})(2a) \cos 30^\circ = -2a^2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -3a^2$.

Chọn B.

Câu 37 Cho ΔABC vuông tại C có $AC = 9$ thì $\overline{AB} \cdot \overline{CA}$ bằng:

A. 9

B. -9

C. 81

D. -81

► Lời giải: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -AB \cdot AC \cos \hat{CAB} = -AB \cdot AC \left(\frac{AC}{AB} \right) = -AC^2 = -81$.

Chọn D.

Câu 5 Cho A(-2,3), B(0,4), C(5,-4); Tứ giác ABCD là hình bình hành khi:

- A. D(3,-5) B. D(3,7) C. D(7,5) D. D(-7,5)

► Lời giải:

$$ABCD \text{ hình bình hành} \Leftrightarrow \overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 5 \\ y_D - 3 = -8 \end{cases}. \text{ Vậy } D(3, -5). \text{ Chọn A.}$$

Câu 6 ΔABC có trọng tâm G(1,2) A(-3,5), B(1,2) thì tọa độ C là:

- A. C(5,1) B. C(-5,1) C. C(5,-1) D. C(-5,-1)

► Lời giải:

$$\begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 3 + 3 - 1 = 5 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 6 - 5 - 2 = -1 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 7 Cho ΔABC có M(1,-1); N(3,2); P(0,-5) lần lượt là trung điểm BC, CA, AB thì tọa độ A là:

- A. A(2,2) B. A(5,1) C. A(1,-2) D. A(2,-2)

► Lời giải:

$$\begin{aligned} \overline{MN} = (-2, -3) \text{ và } \overline{PM} = (1, 4). \text{ Ta có } \overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM} &\Rightarrow 2(\overline{NM} + \overline{PM}) = 2\overline{AM} \\ \Rightarrow \begin{cases} -1 = 1 - x_A \\ 1 = -1 - y_A \end{cases} &\Rightarrow A(2, -2). \text{ Chọn D.} \end{aligned}$$

Câu 8 Cho $\vec{a} = (-2, -1)$; $\vec{b} = (3, -1)$ góc của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là

- A. 45° B. 135° C. 30° D. 150°

► Lời giải:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-6 + 1}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{5}{5\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ. \text{ Chọn B.}$$

Câu 9 cho A(1,2); B(3,4) vectơ đơn vị cùng phương với \overline{AB} là:

- A. (1,1) B. $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ D. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

► Lời giải:

$$A(1, 2); B(3, 4) \text{ nên } \overline{AB} = (2, 2).$$

Các vectơ của A, B, C, D đều phương với \overline{AB} nhưng chỉ có vectơ $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ có độ dài bằng 1. Chọn D.

Câu 20 Cho $A(0,3)$; $B(-4,-1)$; $C(4,-1)$ thì ΔABC là tam giác:

- A. vuông B. cân C. vuông cân D. đều

➤ Lời giải:

$$AB^2 = 32, AC^2 = 32, BC^2 = 64$$

Do $AB = AC$ và $AB^2 = AC^2 + BC^2$ nên ΔABC vuông cân. Chọn C.

Câu 21 ΔABC có $C(-2,-4)$ trọng tâm $G(0,4)$ và $M(2,0)$ là trung điểm BC thì tọa độ A và B là:

- A. $(6,4)$ và $(4,12)$ B. $(-6,4)$ và $(4,12)$
 C. $(-4,12)$ và $(6,4)$ D. A, B, C đều sai

➤ Lời giải:

$$M \text{ là trung điểm BC} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_M - x_C = 4 + 2 = 6 \\ y_B = 2y_M - y_C = 0 + 4 = 4 \end{cases}$$

$$G \text{ trọng tâm } \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3x_G - x_B - x_C = 0 - 6 + 2 = -4 \\ y_A = 3y_G - y_B - y_C = 12 - 4 + 4 = 12 \end{cases} \text{ Chọn C.}$$

Câu 22 Cho $A(1,-2)$ và B nằm trên tia Ox. Biết rằng đường trung trực của AB qua O thì:

- A. $B(\sqrt{5}, 0)$ B. $B(-\sqrt{5}, 0)$ C. $B(0, \sqrt{5})$ D. $B(5, 0)$

➤ Lời giải:

$$A(1, -2); B(b, 0) \in Ox (b > 0).$$

$$\text{Ta có: } OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow 5 = b^2 \Leftrightarrow b = \sqrt{5}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 23 Cho $A(1,-1)$; $B(2,0)$ $C(0,1)$ thì diện tích ΔABC bằng:

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

➤ Lời giải:

$$A(1, -1); B(2, 0); C(0, 1)$$

$$\overline{AB} = (1, 1); \overline{AC} = (-1, 2)$$

$$Dt(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{3}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 24 cho $A(1,1)$; $B(3,-1)$; $C(7,-1)$; $D(4,2)$ thì diện tích ABCD bằng:

- A. 7 B. 10 C. 12 D. 16

► Lời giải:

$$\overline{BA} = (-2, 2); \overline{BC} = (4, 0); \overline{BD} = (1, 3).$$

$$Dt(ABCD) = Dt(ABC) + Dt(BDC) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} + \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4 + 6 = 10. \text{ Chọn C.}$$

ĐÁP ÁN: A. 1; B. 2; C. 2; D. 1. Hãy trả lời các câu 25, 26, 27, 28.

Câu 25 Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là:

- A. (0,1) B. (0,-1) C. (1,0) D. (-1,0)

► Lời giải:

Tâm đường tròn (OAB) là trung điểm OB, đó là (0, 1). Chọn A.

Câu 26 Trục tâm của ΔOAB là:

- A. (1,-1) B. (-1,1) C. (1,1) D. (-1,-1)

► Lời giải:

Trục tâm là $H \equiv A(1, 1)$. Chọn A.

Câu 27 Bán kính đường tròn nội tiếp ΔOAB bằng:

- A. $\sqrt{2} + 1$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

► Lời giải:

$$S = Dt(\Delta OAB) = \frac{1}{2} AB \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$P = \frac{1}{2} (AB + OA + OB) = \frac{1}{2} (\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2) = \sqrt{2} + 1.$$

$$\text{Mà } S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1. \text{ Chọn B}$$

Câu 28 Tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB là:

- A. (1,-1) B. $(\sqrt{2} - 1, -1)$ C. $(\sqrt{2}, 1)$ D. $(\sqrt{2} - 1, 1)$

► Lời giải:

ΔOAB vuông cân tại A. Vậy AH là phân giác trong $\hat{BAO} \Rightarrow y_1 = 1$

Mặt khác $x_1 = IH = r = \sqrt{2} - 1$. Vậy $I(\sqrt{2} - 1, 1)$. Chọn D.

Câu 29 A(5,4); B(3,-2). Lấy M trên trục hoành. Giá trị nhỏ nhất của $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

➤ Lời giải:

Trung điểm AB là I(4, 1). Gọi $M(m, 0) \in x'Ox$.

$$|\overline{MA} + \overline{MB}| = 2|\overline{MI}| = 2\sqrt{(m-4)^2 + 1} \geq 2. \text{ Chọn C.}$$

Q.13 Cho A(-1,1); B(2,3). Gọi N trên trục tung NA + NB ngắn nhất khi:

A. $N(\frac{5}{3}, 0)$

B. $N(0, \frac{5}{3})$

C. $N(0, \frac{3}{5})$

D. 3 kết quả A, B, C đều sai

➤ Lời giải:

Gọi $N(0, n) \in y'Oy$

Ta có: $NA + NB \geq AB = \sqrt{9+4}$

$$\overline{AN} = (2, 3 - n)$$

$(NA + NB)_{\min} = \sqrt{13} \Leftrightarrow \overline{AN}$ cùng hướng.

$$\overline{NB} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{n-1}{3-n} \Leftrightarrow 3-n = 2n-2 \Leftrightarrow n = \frac{5}{3}. \text{ Chọn B.}$$

II. ĐƯỜNG THẲNG:

1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG:

Câu 1 Phương trình đường thẳng qua A(0,1); B(-1,0) là:

A. $\frac{-x}{1} + \frac{y}{1} = 1$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 1+t, t \in R \end{cases}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1}$

D. các kết quả A, B, C đều đúng

➤ Lời giải:

Các kết quả A, B, C đều đúng. Chọn D.

Câu 2 Phương trình đường thẳng qua M(-1,2); (2,4)

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2}$

B. $2x - 3y + 8 = 0$

C. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$

D. các kết quả A, B, C đều đúng

➤ Lời giải:

Các kết quả A, B, C đều đúng. Chọn D.

Câu 4: Cho ΔABC cân tại B. Biết $B \in (d): 2x - y = 0$; $A(1, -1)$; $C(3, 5)$ thì tọa độ B là:

- A. $B\left(\frac{8}{7}, \frac{16}{7}\right)$ B. $B\left(\frac{16}{7}, \frac{8}{7}\right)$ C. $B\left(\frac{4}{7}, \frac{8}{7}\right)$ D. $B(8, 16)$

► Lời giải:

Gọi $B(b, 2b) \in (d): y = 2x$. $A(1, -1)$; $C(3, 5)$

Do $BA^2 = BC^2$

$$\Rightarrow (b-1)^2 + (2b+1)^2 = (b-3)^2 + (2b-5)^2 \Rightarrow 5b^2 + 2b + 2 = 5b^2 - 26b + 34 \Rightarrow b = \frac{8}{7}$$

Vậy $B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$. Chọn A.

Câu 5: Hệ số góc của đường thẳng qua $A(2, 3)$ và $B(3, 1)$ là k bằng:

- A. 2 B. -2
C. 1 D. Không xác định

► Lời giải:

(d) có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (1, -2)$. Vậy $k = \frac{a_2}{a_1} = -2$. Chọn B.

Câu 6: Đường thẳng qua $M(1, 2)$; $N(1, -3)$ có pháp vectơ là:

- A. $\vec{n} = (0, 1)$ B. $\vec{n} = (1, 0)$ C. $\vec{n} = (0, -5)$ D. $\vec{n} = (1, 2)$

► Lời giải:

$M(1, 2)$; $N(1, -3) \Rightarrow$ VTCP $\overrightarrow{MN} = (0, -5) = -5(0, 1) \Rightarrow PVT\vec{n} = (1, 0)$. Chọn B.

Câu 7: Phương trình tổng quát của đường thẳng qua $M(1, 2)$ và chẵn trên trục tọa độ các đoạn bằng nhau là:

- A. $x - y - 3 = 0$ B. $x - y + 3 = 0$ C. $x + y + 3 = 0$ D. $x + y - 3 = 0$

► Lời giải:

d có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. $M(1, 2) \in d \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} = 1 \Rightarrow a = 3$

Phương trình d: $\Rightarrow x + y - 3 = 0$. Chọn D.

(Cho ΔABC có $A(1, -4)$; $B(3, -1)$; $C(6, 2)$. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

Câu 8: Phương trình tổng quát đường thẳng BC là:

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1}$ B. $x - y + 4 = 0$ C. $x - y - 4 = 0$ D. $x + y - 4 = 0$

► Lời giải:

Phương trình chính tắc (BC): $\frac{x-3}{1} + \frac{y+1}{1} \Leftrightarrow x - y - 4 = 0$. Chọn C.

Câu 8 Phương trình tổng quát đường cao AH là:

- A. $x + y + 5 = 0$ B. $x + y - 5 = 0$ C. $x - y + 5 = 0$ D. $x - y - 5 = 0$

► Lời giải:

AH là PVT là $\overline{BC} = 3(1, 1)$. Phương trình AH: $1(x-1) + 1(y-4) = 0 \Rightarrow x + y - 5 = 0$.
Chọn B.

Câu 9 Phương trình tham số đường trung tuyến AM là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{9}{2} - 3t \\ y = 4 = \frac{1}{2} + 3t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$ D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{1}$

► Lời giải:

Ta có trung điểm BC là $M\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \overline{AM} = \frac{7}{2}(1, -1)$

Phương trình tham số AM: $\begin{cases} x = \frac{9}{2} + t \\ y = \frac{1}{2} - t \end{cases}$. Chọn B.

Câu 10 Phương trình tổng quát đường trung trực của AB là:

- A. $5x + 2y - 1 = 0$ B. $2x - 5y + 7 = 0$
C. $2x - 5y + \frac{7}{2} = 0$ D. $2x + 5y + \frac{7}{2} = 0$

► Lời giải:

Trung điểm của đoạn AB là $I\left(2, \frac{3}{2}\right)$. Trung trực của AB qua I, có: $\overline{AB} = (2, -5)$
suy ra:

$$2(x-2) - 5\left(y - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5y + \frac{7}{2} = 0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 11 Hình chiếu vuông góc của $M(2, 7)$ lên (d): $x - 2y + 2 = 0$ là:

- A. $H(-4, -3)$ B. $H(4, 3)$ C. $H(-4, 3)$ D. $H(4, -3)$

► Lời giải:

Phương trình d' qua $M(2, 7)$ và $\perp (d)$: $2(x-2) + 1(y-7) = 0$

Tọa độ H: $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Rightarrow H(4, 3)$. Chọn B.

Câu 12 Phương trình đường thẳng qua A(-1,-3) và vuông góc với (d); $3x + 8y - 12 = 0$ là:

A. $8x - 3y - 1 = 0$

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{8}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 + 8t \end{cases}$

D. Các kết quả A, B, C đều đúng

► Lời giải:

(d) có PVT (3, 8)

Vậy $d' \perp d$ có PVT (8,-3).

Phương trình d' : $8(x + 1) - 3(y + 3) = 0 \Leftrightarrow 8x - 3y - 1 = 0$

Mặt khác (3, 8) cũng là VTCP của d' . Vậy kết quả B, C cũng đúng. Chọn D.

Câu 13 Phương trình đường thẳng qua M(-1,-2) và song song (Δ): $\frac{x}{5} = \frac{y}{-2}$ là:

A. $2x + 5y - 12 = 0$

B. $2x + 5y + 12 = 0$

C. $2x - 5y + 12 = 0$

D. $2x - 5y - 12 = 0$

► Lời giải:

Đường thẳng cần tìm có VTCP (5, -2)

Phương trình: $\frac{x+1}{5} = \frac{y+2}{-2} \Leftrightarrow 2x + 5y + 12 = 0$. Chọn B.

Câu 14 Điểm đối xứng của O (0,0) qua (D): $x - y + 2 = 0$ là:

A. (2,2)

B. (2,-2)

C. (-2,2)

D. (-2,-2)

► Lời giải:

Phương trình (D') qua O và \perp (D): $x + y = 0$.

Tọa độ giao điểm $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = -2 \end{cases} \Rightarrow H(-1, 1)$

H là trung điểm $OO' \Rightarrow \begin{cases} x_0' = 2x_H - x_0 = -2 \\ y_0' = 2y_H - y_0 = 2 \end{cases}$. Chọn C.

Câu 15 Cho A(2,1) và $\Delta \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Lấy $M \in \Delta$. Để AM ngắn nhất thì:

A. M(1,2)

B. M(-1,2)

C. M(1,-2)

D. M(-1,-2)

► Lời giải:

$M \in \Delta \Rightarrow \exists t: M(2+t; 3+t); A(2, 1)$.

$\overline{AH} = (t, t + 2)$

$$AM_{\min} \Leftrightarrow AM \perp \Delta \Leftrightarrow \overline{AM} \perp \overline{a}(1,1) \Leftrightarrow t + (t+2) = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Vậy $M(1, 2)$. Chọn A.

2. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA 2 ĐƯỜNG THẲNG

Câu 16 Cho $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ và $d': 2x + 4y - 10 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. $d // d'$

B. d trùng d'

C. d cắt d'

D. Góc của d và d' là 30°

► Lời giải:

Thay x, y của d vào phương trình d' : $2(1 - 4t) + 4(2 + 2t) - 10 = 0 \Leftrightarrow 0t = 0$ vô số nghiệm.

Vậy $d \equiv d'$. Chọn B.

Câu 17 Cho $d_1: 2x - y + 3 = 0$; $d_2: x + y + 3 = 0$; $d_3: ax + y + 3 = 0$. Để d_1, d_2, d_3 đồng quy thì:

A. $a = -2$

B. $a = 2$

C. $a = 1$

D. các kết quả A, B, C đều sai

► Lời giải:

Giao điểm d_1 và d_2 là $I(-2, -1)$.

Yêu cầu của bài toán $\Rightarrow I \in d_3 \Rightarrow -2a - 1 - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$. Chọn A.

Câu 18 Cho $(d) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \end{cases}$ và $(d') \begin{cases} x = t' \\ y = 3 + t' \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. d cắt d'

B. $d // d'$

C. d trùng d'

D. d và d' chéo nhau

► Lời giải:

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} 1 - 2t = t' \\ 3 + t' = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + t' = 1 \\ t - t' = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ t' = \frac{4}{3} - 3 = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất. Vậy d cắt d' . Chọn A.

Câu 19 ΔABC có phương trình $(AB): 2x + y - 11 = 0$; $AC: x + 4y - 2 = 0$; $M(0,4)$ là trung điểm BC thì tọa độ C là:

A. $(-2, 1)$

B. $(2, 7)$

C. $(2, 1)$

D. $(2, -7)$

► Lời giải:

$$\text{Tọa độ A} \begin{cases} 2x + y = 11 \\ x + 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(6, -1).$$

Phương trình d qua M và // AB: $2(x - 0) + 1(y - 4) = 0$

$$\text{Tọa độ N} \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow N(2, 0).$$

$$N \text{ là trung điểm AC} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 4 - 6 = -2 \\ y_C = 0 + 1 = 1 \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

► Câu 20: Cho $d_1: x - 2y = 0$ và $d_2: y = 2x$. Phương trình đường thẳng qua $M(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A và B mà M là trung điểm AB:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{7}$$

$$7x - 2y + 6 = 0$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{7}$$

$$7x + 2y - 6 = 0$$

► Lời giải:

Gọi $A(a, \frac{a}{2}) \in d_1; B(b, 2b) \in d_2$.

$$\text{Mà trung điểm AB} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ \frac{a}{2} + 2b = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + 4b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $A(1, \frac{1}{2}); B(2, 4)$.

$$\text{Phương trình (d): } \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{\frac{7}{2}} \Leftrightarrow 7(x-2) = 2(y-4) \Leftrightarrow 7x - 2y - 6 = 0. \text{ Chọn D.}$$

► Câu 21: Cho ΔABC biết $A(1,3)$, hai đường trung tuyến là $(d_1): y = 1$ và $(d_2): x - 2y + 1 = 0$ thì tọa độ B và C là:

A. (5,1) và (3,1)

B. (5,1) và (-3,1)

C. (-5,1) và (-3,1)

D. (5,1) và (-3,-1)

► Lời giải:

$$\text{Tọa độ trọng tâm G} \begin{cases} y = 1 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1, 1).$$

$$B \in (d_1): y = 1 \Rightarrow y_B = 1$$

$$\text{Ta có: } y_A + y_B + y_C = 3y_G \Rightarrow 3 + 1 + y_C = 3 \Rightarrow y_C = -1$$

$$C \in d_2 \Rightarrow x_C + 2 + 1 = 0 \Rightarrow x_C = -3$$

$$x_A + x_B + x_C = 3x_G \Rightarrow x_B = 3 - 1 + 3 = 5. \text{ Chọn D.}$$

Cho $A(1,-2)$; $B(3,4)$, Tìm $M \in x'Ox$ sao cho $MA+MB$ ngắn nhất thì :

A. $M(-\frac{5}{3},0)$

D. $M(\frac{5}{3},0)$

C. $M(0,\frac{5}{3})$

B. M không tồn tại

► Lời giải:

Do $y_A \cdot y_B < 0 \Rightarrow A, B$ nằm về 2 phía đối $x'Ox$.

Ta có: $MA + MB \geq AB$

$(MA + MB)_{\min} = AB$

Phương trình AB: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{6}$. Giao điểm AB và $x'Ox$:

Cho $y = 0$ $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$. Vậy $M(\frac{5}{3}, 0)$. Chọn B.

3. GÓC - KHOẢNG CÁCH:

Câu 23 Cho $A(1,2)$ và (d): $\frac{x-1}{2} = y+1$ thì khoảng cách từ A đến d là:

A. -6

B. $-\frac{6}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{6}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

► Lời giải:

(d): $\frac{x-1}{2} = y+1 \Leftrightarrow x-2y-3=0$

$\delta(A, d) = \frac{|1-4-3|}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$. Chọn C.

Câu 24 Phương trình đường thẳng song song với (d): $3x - 4y - 5 = 0$ và cách (d) một khoảng bằng 1 là:

A. $3x - 4y + 5 = 0$

B. $3x - 4y - 5 = 0$

C. hai kết quả A, B đều đúng

D. hai kết quả A, B đều sai

► Lời giải:

$d' // d$ có dạng: $3x - 4y + c = 0$. Gọi $O(0, 0) \in d'$

Ta có $\delta(d', d) = \delta(O, d) = 1 \Rightarrow \frac{|0-0+c|}{\sqrt{25}} = 1 \Rightarrow c = \pm 5$. Chọn C.

Câu 25 Tập hợp các điểm cách đều 2 đường thẳng (d): $5x + 3y - 8 = 0$ và (d'): $5x + 3y + 7 = 0$ là đường thẳng:

A. $5x + 3y + 2 = 0$

B. $5x + 3y - 2 = 0$

C. hai kết quả A, B đều đúng

D. hai kết quả A, B đều sai

► Lời giải:

$$\delta(M, d) = \delta(M, d') \Rightarrow \frac{|5x+3y-3|}{\sqrt{34}} = \frac{|5x+3y+7|}{\sqrt{34}} \Rightarrow \begin{cases} 5x+3y-3=5x+3y+7 \\ 5x+3y-3=-5x-3y-7 \end{cases}$$

(vô nghiệm)

$$\Rightarrow 10x + 6y + 4 = 0. \text{ Chọn A.}$$

Câu 26 Phương trình đường phân giác của góc tạo thành bởi (d): $x - 2y - 3 = 0$ và (d') $2x + 4y + 7 = 0$ là:

A. $4x + 1 = 0$

B. $8y + 13 = 0$

C. hai kết quả A, B đều đúng

D. hai kết quả A, B đều sai

► Lời giải:

Phương trình 2 đường phân giác:

$$\frac{|2+4y+7|}{2\sqrt{5}} = \frac{|x-2y-3|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 2x + 4y + 7 = \pm 2(x - 2y - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 8y + 13 = 0 \vee 4x + 1 = 0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 27 Cho (d₁): $x - 2y + 1 = 0$; (d₂): $2x + y - 1 = 0$. Phương trình phân giác của (d₁), (d₂) qua O(0,0) là:

A. $3x + y = 0$

B. $3x - y = 0$

C. $2x + y = 0$

D. $2x - y = 0$

► Lời giải:

$$\frac{|x-2y+1|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x+y-1|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+1=2x+y-1 \\ x-2y+1=-2x-y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y-2=0 \\ 3x-y=0 \end{cases}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 28 Cho ΔABC , I trung điểm BC có diện tích bằng 4. Tâm I \in (d): $y = x$; A(1,0); B(2,0) thì tọa độ I:

A. I(2,4)

B. I(-2,-2)

C. hai kết quả A, B đều đúng

D. hai kết quả A, B đều sai

► Lời giải:

$$Dt(\Delta ABC) = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} CH \cdot AB = 2 (AB = 1)$$

$$\Rightarrow CH = 4 \Rightarrow IK = 2.$$

Gọi $I(m, m) \in (d): y = x$.

$$IK = \delta(I, AB) = \frac{|m|}{\sqrt{1}} = 2 \Rightarrow m = \pm 2. \text{ Vậy } I(2, 2) \vee I(-2, -2). \text{ Chọn C.}$$

Câu 29 Cho (d): $\sqrt{3}x - 3y + 1 = 0$ thì góc tạo bởi (d) và trục hoành là:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{6}$

► Lời giải:

(d): $\sqrt{3}x - 3y + 1 = 0$ có PVT $\vec{n} = (\sqrt{3}, -3) \Rightarrow VTCP \vec{a} = (3, \sqrt{3})$.

Gọi γ là góc của (d) và Ox thì: $tg \gamma = k = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{6}$. Chọn C.

Câu 30 Cho (d): $x - 2y + 5 = 0$ và (d'): $3x - y + 1 = 0$ thì góc tạo bởi d và d' là:

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

► Lời giải:

(d): có PVT $\vec{n} = (1, -2)$. (d) có PVT $\vec{m} = (3, -1)$.

$\cos \gamma = \frac{|3+2|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{4}$. Chọn A.

III. ĐƯỜNG TRÒN:

1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN - PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 1 Cho $(C_m): x^2 + y^2 - 2mx + 4my + 6m - 1 = 0$. (C_m) là đường tròn khi và chỉ khi:

- A. $\frac{1}{5} < m < 1$ B. $\frac{1}{5} \leq m \leq 1$
 C. $m < \frac{1}{5} \vee m > 1$ D. $m \leq \frac{1}{5} \vee m \geq 1$

► Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m^2 - (6m - 1) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 6m + 1 > 0$

$\Leftrightarrow m < \frac{1}{5} \vee m > 1$. Chọn C.

Cho $(C_m): x^2 + y^2 + 2mx - 6y + 4 - m = 0$. Hãy trả lời câu 2, 3

Câu 2 (C_m) là đường tròn khi và chỉ khi:

- A. $m \in \varnothing$ B. $m \in \mathbb{R}$ C. $m \in (-1, 1)$ D. $m > 1$

► Lời giải:

$$\begin{cases} a = -m \\ b = 3 \\ c = 4 - m \end{cases} \cdot (C_m) \text{ là đường tròn } \Leftrightarrow m^2 + 9 - (4 - m) > 0 \Leftrightarrow m^2 + m + 5 > 0 \forall m. \text{ Chọn B.}$$

Câu 3 Tập hợp các tâm I là:

A. (d): $x = -m$

B. (d): $x = 3$

C. (d): $y = 3$

D. $y = -3$

► Lời giải:

Ta có: tâm I(-m, 3). Vậy tập hợp I là (d): $y = 3$. Chọn C.

Câu 4 Cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Kết luận nào sau đây sai:

A. O(0, 0) nằm ngoài (C)

B. A(3, 2) nằm trên (C)

C. B(1, 1) nằm trong C

D. D(2, -1) nằm trong C

► Lời giải:

$$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$$P_{O(C)} = 1 > 0 \Rightarrow \text{nằm ngoài (C)}$$

$$P_{A(C)} = 9 + 4 - 6 - 8 + 1 = 0 \Rightarrow A \in (C)$$

$$P_{B(C)} = 1 + 1 - 2 - 4 + 1 < 0 \Rightarrow B \text{ trong (C)}$$

$$P_{D(C)} = 4 + 1 - 4 + 4 + 1 > 0 \Rightarrow D \text{ nằm ngoài (C). Chọn D sai.}$$

Câu 5 Trục đẳng thức của (C): $x^2 + y^2 = 9$ và (C'): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x + y + 7 = 0$

B. $x + y - 7 = 0$

C. $2x + y - 14 = 0$

D. $x = 1$

► Lời giải:

Phương trình trục đẳng phương (C) và (C'): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 \Leftrightarrow 2x + 2y + 14 = 0$.

Chọn A.

Câu 6 Cho họ $(C_m): x^2 + y^2 - 2mx + 2my = 0$ và A(2, 0). Kết luận nào sau đây là đúng:

A. (C_m) là đường tròn với mọi m

B. A luôn nằm ngoài (C_m)

C. O(0, 0) luôn nằm trong (C_m)

D. (C_m) luôn cắt đoạn OA với mọi m

► Lời giải:

(C_m) là đường tròn $\Leftrightarrow m^2 - 2m > 0$ nên A sai.

$$P_{A(C_m)} = 4 - 2m \text{ nên B sai.}$$

$$P_{O(C_m)} = 2m \text{ nên C sai.}$$

$$P_{A(C_m)} \cdot P_{O(C_m)} = 2m(4 - 2m) = -4(m^2 - 2m) < 0$$

Do (C_m) là đường tròn $\Leftrightarrow m^2 - 2m > 0$. Vậy chọn D.

Câu 8 Cho $A(-1, 1)$; $B(5, 3)$ thì đường tròn đường kính AB có phương trình:

A. $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 5 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 5 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 6 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 6 = 0$

➤ Lời giải:

$A(-1, 1)$; $B(5, 3)$. Vậy trung điểm $I(2, 2)$.

$$R = IA = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

Phương trình (C): $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y - 6 = 0$. Chọn C.

Câu 9 Phương trình đường tròn qua $O(0, 0)$; $M(1, 1)$; $N(2, 0)$ là:

A. $x^2 + y^2 + 2x = 0$

B. $x^2 + y^2 - 2x = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2y = 0$

D. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$

➤ Lời giải:

Phương trình (C): $x^2 + y^2 - 2ax - 4by + c = 0$

$$O(0, 0) \in (C) \Rightarrow c = 0$$

$$N(2, 0) \in (C) \Rightarrow 4 - 4a = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$M(1, 1) \in (C) \Rightarrow 2 - 2a - 2b = 0 \Rightarrow b = 0.$$

Phương trình (C): $x^2 + y^2 - 2x = 0$. Chọn B.

Câu 9 Cho $A(3, 0)$; $B(0, 4)$. Phương trình đường tròn nội tiếp ΔOAB là:

A. $x^2 + y^2 = 1$

B. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$

C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$

➤ Lời giải:

Ta có tâm $I(a, a)$ và $r = |a|$ với $a > 0$. (Do $I \in (d) : y = x$).

$$\text{Mà } dt(\Delta OAB) = pr \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} OA \cdot OB}{\frac{1}{2}(OA + OB + AB)} = \frac{3 \times 4}{3 + 4 + 5} = 1.$$

Vậy phương trình (C): $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$. Chọn C.

Câu 10 Đường tròn qua $A(-1, 2)$; $B(-2, 3)$ và tâm $I \in \Delta : 3x - y + 10 = 0$ thì tâm I là:

A. $I(0, 10)$

B. $I(-3, -1)$

C. $I(-3, 1)$

D. $I(3, 1)$

➤ Lời giải:

$$\text{Gọi } I(a, b). \text{ Do } IA = IB \Rightarrow (a+1)^2 + (b-2)^2 = (a+2)^2 + (b-3)^2$$

$$\Rightarrow 2a - 4b + 5 = 4a - 6b + 13 \Rightarrow a - b = -4 \quad (1)$$

$$\text{Mà } I \in \Delta \Rightarrow 3a - b = -10 \quad (2).$$

$$(1), (2) \Rightarrow I(-3, 1). \text{ Chọn C.}$$

Câu 12 Cho A(-2, 0); B(0, 2); C($\sqrt{2}, \sqrt{2}$). Phương trình đường tròn A, B, C là:

A. $x^2 + y^2 = 2$

B. $x^2 + y^2 = 4$

C. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

D. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$

► Lời giải:

Nhận xét: O là trung điểm AB, C($\sqrt{2}, \sqrt{2}$) thuộc đường phân giác $y = x$.

Vậy O là tâm đường tròn (C). $R = OC = \sqrt{4}$. Vậy chọn kết quả B.

Câu 13 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$. Từ M(2, 2) vẽ hai tiếp tuyến đến (C). Gọi hai tiếp điểm là A, B thì phương trình (AB) là:

A. $x + y - 1 = 0$

B. $x - y + 1 = 0$

C. $2x + 2y + 5 = 0$

D. $x + y + 2 = 0$

► Lời giải:

Đường tròn (C) đường kính OM là: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$

(AB) là trục đẳng thức (C) và (C')

$$x^2 + y^2 - 1 = x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 \Leftrightarrow 2x + 2y + 5 = 0. \text{ Chọn C.}$$

2. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Câu 13 Đường tròn tâm I(2, 3) tiếp xúc trục tung có bán kính:

A. $R = 2$

B. $R = 3$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

► Lời giải:

(I, R) tiếp xúc $y'Oy$ ($x = 0$) $\Leftrightarrow \delta(I, y'Oy) = R \Leftrightarrow |x_1| = R \Leftrightarrow R = 2$. Chọn A.

Câu 14 Phương trình đường tròn tâm I(2, 3) mà tiếp xúc $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ là:

A. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$

B. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

C. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$

D. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$

► Lời giải:

Do điều kiện tiếp xúc: $R = \delta(I, \Delta) = \frac{|8 + 9 - 12|}{\sqrt{25}} = 1$.

Vậy chọn C, vì $R = \sqrt{4 + 9 - 12} = 1$

Câu 19 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) mà vuông góc với (d): $3x - y + 4 = 0$ là:

A. $x + 3y - 10 = 0$

B. $x + 3y + 10 = 0$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

► Lời giải:

(C) có tâm $I(3, -1)$; $R = \sqrt{10}$

Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d nên có dạng: $x + 3y + c = 0$

Do điều kiện tiếp xúc $\Rightarrow \delta(I, TT) = R \Rightarrow \frac{|3-3+c|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow c = \pm 10$. Chọn C.

Câu 20 Tâm đường tròn O(0, 0); A(-1, 1) và tiếp xúc (d): $x - y + 1 + \sqrt{2} = 0$ là:

A. I(0, 1)

B. I(-1, 0)

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

► Lời giải:

$$\text{Gọi } I(a, b) \text{ ta có: } \begin{cases} IA^2 = IO^2 \\ \delta(I, d) = IO \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b-1)^2 = a^2 + b^2 \quad (1) \\ \frac{|a-b+1+\sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow a - b + 1 = 0 \Rightarrow b = a + 1$

Thay vào (2)

$\Rightarrow |a - (a+1) + 1 + \sqrt{2}| = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + 2a + 1} \Rightarrow 2a^2 + 2a = 0 \Rightarrow a = 0 \vee a = -1$

Vậy I(0, 1) hoặc I(-1, 0). Chọn C.

Câu 21 (d): $mx - y + 3 - 2m = 0$ cắt (C): $(x - 1)^2 + y^2 = \frac{1}{5}$ khi và chỉ khi:

A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 7$

B. $\frac{1}{2} < m < 7$

C. $m > 7$

D. $m < \frac{1}{2}$

► Lời giải:

(d) cắt (C) $\Leftrightarrow \delta(I, d) < R \Leftrightarrow \frac{|m+3-2m|}{\sqrt{m^2+1}} < \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow 5(3-m)^2 < m^2 + 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 30m + 14 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 7$. Chọn B.

Câu 22 Cho (C): $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và (d): $\sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$ thì (d) tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi:

A. $m > 4$

B. $m < 4$

C. $m = 4$

D. Các kết quả A, B, C đều sai.

➤ Lời giải:

(C) có tâm $I(1, -2)$; $R = 3$

$$(d) \text{ tiếp xúc (C): } \Leftrightarrow \delta(I, d) \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{2}-2m+1-\sqrt{2}|}{\sqrt{2+m^2}} = 3$$

$$\Leftrightarrow (1-2m)^2 = 9(m^2+2) \Leftrightarrow 5m^2+4m+17=0 \text{ vô nghiệm. Chọn D.}$$

Câu 23 Cho (C): $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ và (d): $2x - y - 1 = 0$. Biết d cắt (C) tại A và B thì độ dài AB là:

A. $8\sqrt{5}$

B. $\frac{8}{5}\sqrt{5}$

C. 8

D. $\sqrt{5}$

➤ Lời giải:

(C) có tâm $I(2, 1)$; $R = 2$

$$\text{Ta có: } IM = \delta(I, d) = \frac{|4-1-1|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Delta IHB \Rightarrow HA^2 = R^2 - IH^2 = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{5}}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 24 Cho (C): $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$ và (Δ): $x - y + 2 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. Δ tiếp xúc với (C)

B. Δ và (C) không có điểm chung

C. Δ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt

D. Δ qua tâm I của (C)

➤ Lời giải:

(C) có tâm $I(-3, -2)$; $R = 2$

$$\delta(I, \Delta) = \frac{|-3+2+2|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} < R \Rightarrow \Delta \text{ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt. Chọn C.}$$

Câu 25 Tiếp tuyến của (C): $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0$ mà song song với (d): $x + 3y = 0$ là:

A. $x + 3y + 10 = 0$

B. $x + 3y - 10 = 0$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

➤ Lời giải:

Phương trình: $d' // d: x + 3y + c = 0$

(C) có tâm $I(-3, 1)$; $R = \sqrt{10}$.

$$\text{Do điều kiện tiếp xúc } \Rightarrow \delta(I, d') = R \Rightarrow \frac{|-3+3+c|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow c = \pm 10. \text{ Chọn C.}$$

Câu 26 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) đi qua A(3, -2) là:

A. $k = 2$

B. $k = -\frac{1}{2}$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

► Lời giải:

(C) có tâm I(2, 1); $R = \sqrt{5}$. Phương trình (d) qua A và có hệ số góc k: $y = k(x - 3) - 2$
 $\Leftrightarrow kx - y - 2 - 3k = 0$

(d) tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow \delta(I, d) = R \Leftrightarrow 2k^2 - 3k - 3 = 0 \Leftrightarrow k = 2$ hoặc $k = -\frac{1}{2}$. Chọn C.

3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI HAI ĐƯỜNG TRÒN

Câu 27 Cho hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$

Kết luận nào sau đây đúng:

A. (C_1) cắt (C_2)

B. $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc trong

C. $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc ngoài

D. $(C_1), (C_2)$ ở ngoài nhau

► Lời giải:

(C_1) có tâm I(-1, 3); $R = \sqrt{1+9-6} = 2$

(C_2) có tâm J(2, -1); $R = \sqrt{4+1+4} = 3$

Ta có: $IJ = \sqrt{9+16} = R + R' \Rightarrow (C), (C')$ tiếp xúc ngoài. Chọn C.

Câu 28 Cho hai đường tròn (C): $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ và (C') : $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. (C), (C') cắt nhau

B. (C), (C') tiếp xúc trong

C. (C), (C') tiếp xúc ngoài

D. (C) đựng (C')

► Lời giải: (C), (C') tiếp xúc ngoài. Chọn C.

(C) có tâm I(-1, 3); $R = 2$

(C') có tâm J(2, -1); $R' = 3$.

Ta có: $IJ = \sqrt{9+16} = R + R' \Rightarrow (C), (C')$ tiếp xúc ngoài. Chọn C.

Câu 29 Cho $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ và $(C'): (x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 36$. Số đường tiếp tuyến chung của (C) và (C') là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

► Lời giải:

(C) có tâm $I(1, 1)$; $R = 1$

(C') có tâm $J(6, 6)$; $R = 6$

Ta có: $IJ = 5\sqrt{2} > R + R' \Rightarrow (C), (C')$ ở ngoài nhau.

\Rightarrow Có 4 tiếp tuyến chung. Chọn D.

Câu 30 Cho (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$; (C') : $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. (C), (C') cắt nhau

B. Phương trình đường thẳng qua dây chung là: $2x + 4y + 7 = 0$

C. Hai kết quả đều đúng

D. Hai kết quả đều sai.

► Lời giải:

(C) có tâm $I(1, 3)$; $R = 5$

(C') có tâm $J(0, 1)$; $R' = 3$.

Ta có $R - R' < IJ = \sqrt{5} < R + R' \Rightarrow (C), (C')$ cắt nhau \rightarrow A đúng.

Đường thẳng qua dây chung chính là trục đẳng phương \rightarrow B đúng. Chọn C.

Câu 31 Cho $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và (C') : $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$. Kết luận nào sau đây sai:

A. (C), (C') tiếp xúc trong

B. (C), (C') có một tiếp tuyến chung duy nhất

C. Phương trình các tiếp tuyến chung là: $3x - 4y - 26 = 0$

D. (C), (C') dựng nhau.

► Lời giải:

(C) có tâm $I(1, -2)$; $R = 3$

(C') có tâm $J(-2, 2)$; $R = 2$.

$IJ = 5 = R - R' \Rightarrow (C), (C')$ tiếp xúc trong

Kết luận D sai.

IV. ELIP:

Câu 1 Phương trình chính tắc (E) qua $M(1, 0)$ và $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ là:

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

B. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{2} = 1$

D. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$

➤ Lời giải:

Phương trình (E) dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$M(1, 0) \in (E) \Rightarrow \frac{1}{a^2 + 1} = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right) \in (E) \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = 2.$$

$$(E): \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 2 Cho (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$). Biết các đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông thì tâm sai e bằng:

A. $e = \sqrt{2}$

B. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $e = \frac{1}{2}$

D. $e = 1$

➤ Lời giải:

$$\Delta MF_1F_2 \text{ vuông cân} \Rightarrow OM = \frac{F_1F_2}{2} \Rightarrow b = c$$

$$\text{Mà } c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow 2c^2 = a^2$$

$$\text{Vậy: } e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow e = \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 3 Phương trình chính tắc (E) có độ dài trục lớn $4\sqrt{2}$, hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm cùng nằm trên một đường tròn là:

A. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{8} = 1$

C. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{2} = 1$

➤ Lời giải:

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Rightarrow 2c = 2b$$

$$\text{Mà } c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{a^2}{2} = 16.$$

$$\text{Phương trình (E): } \frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 4 (E) : $x^2 + 5y^2 = 20$ và (d): $y = x + m$ có điểm chung khi:

A. $m \in [-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6}]$

B. $m \in (-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6})$

C. $m \leq -2\sqrt{6} \vee m \geq 2\sqrt{6}$

D. $m < -2\sqrt{6} \vee m > 2\sqrt{6}$

➤ Lời giải:

$$\text{Xét pt: } x^2 + 5(x + m)^2 = 20 \Leftrightarrow 6x^2 + 10mx + 5m^2 - 20 = 0$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta' = 25m^2 - 6(5m^2 - 20) \geq 0$

$\Leftrightarrow -5m^2 + 120 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 24 \leq 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{6} \leq m \leq 2\sqrt{6}$. Chọn A.

Câu 5 Cho (E) có độ dài trục lớn 26, tâm sai $e = \frac{12}{13}$. Độ dài trục nhỏ của (E) là:

A. 5

B. 10

C. 12

D. 24

➤ Lời giải:

$2a = 26 \Rightarrow a = 13$

$e = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{12}{13} = \frac{c}{13} \Leftrightarrow c = 12$

Vậy $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow b = 5$. Chọn B.

Câu 6 Cho $M(2, 3) \in (E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Điểm nào sau đây không nằm trên (E)

A. $N(-2, 3)$

B. $H(2, -3)$

C. $K(-2, -3)$

D. $I(3, 2)$

➤ Lời giải:

Do trục hoành, trục tung là trục đối xứng của (E). $M \in (E)$ thì $H, K, N \in (E)$.
 Câu D sai.

Câu 7 Cho (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Đường thẳng qua tiêu điểm (E) cắt M và N thì độ dài MN là:

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 3

➤ Lời giải:

(E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$NF_2 = r_2 = a - ex_2 = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}) = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 2NF_2 = 1$. Chọn B.

Câu 8 Phương trình chính tắc (E) tiếp xúc (d): $3x - 2y - 20 = 0$ và (d'): $x + 6y - 20 = 0$ là:

A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{40} = 1$

B. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

D. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$

➤ Lời giải:

Do điều kiện tiếp xúc: $\begin{cases} 9a^2 + 4b^2 = 400 \\ a^2 + 36b^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 40 \\ b^2 = 10 \end{cases}$

Phương trình chính tắc (E): $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$. Chọn B.

Câu 9 Cho (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và (Δ): $x + y + 5 = 0$. Tích khoảng cách từ hai tiêu điểm của (E) đến Δ bằng:

- A. 16 B. 9 C. 81 D. 7

► Lời giải:

$$C^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow F_1(\sqrt{7}, 0); F_2(-\sqrt{7}, 0)$$

$$\delta(F_1; \Delta) \cdot \delta(F_2; \Delta) = \frac{|-\sqrt{7} + 5|}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|\sqrt{7} + 5|}{\sqrt{2}} = \frac{25 - 7}{2} = 9. \text{ Chọn B.}$$

Câu 10 (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ và (C): $x^2 + y^2 = 25$ có số điểm chung là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

► Lời giải:

Từ hình vẽ, số điểm chung là 2.

$$\text{Cách khác: Xét hệ: } \begin{cases} 10x^2 + 25y^2 = 400 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 25 \\ y^2 = 0 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 11 Tiếp tuyến của (E): $x^2 + 5y^2 = 9$ có hệ số góc $k = -\frac{2}{5}$ là:

- A. $2x + 5y + 9 = 0$ B. $2x + 5y - 9 = 0$
C. Hai kết quả đều đúng D. Hai kết quả đều sai.

► Lời giải:

$$\text{Phương trình tiếp tuyến dạng: } y = -\frac{2}{5}x + m \Leftrightarrow 2x + 5y - 5m = 0$$

$$\text{Phương trình (E): } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{\frac{9}{5}} = 1. \text{ Do điều kiện tiếp xúc; } a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$$

$$\Rightarrow 9 \times 4 + \frac{9}{5} \times 25 = 25m^2 \Rightarrow m^2 = \frac{81}{25} \Rightarrow m = \pm \frac{9}{5}$$

Phương trình tiếp tuyến là: $2x + 5y \pm 9 = 0$. Chọn C.

Câu 12 Cho (E): $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Từ điểm $M(2, 1)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (E) với A, B là tiếp điểm thì phương trình AB là:

- A. $x + 2y - 2 = 0$ B. $\frac{x}{4} + y = 1$
C. $2x + y - 1 = 0$ D. $2x + y + 1 = 0$

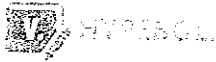
► Lời giải:

Gọi $A(x_1, y_1)$ thì phương trình tiếp tuyến của (E) tại A: $\frac{x_1}{4} + y_1 = 1$

$$M(2, 1) \in \text{tiếp tuyến} \Rightarrow \frac{2x_1}{4} + y_1 = 1 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự } B(x_2, y_2) \text{ thì } \frac{2x_2}{4} + y_2 = 1 \quad (2)$$

Từ (1), (2) \Rightarrow phương trình (AB): $x + 2y - 2 = 0$. Chọn A.



Câu 1 Cho (H): $9x^2 - 16y^2 = 144$. Kết luận nào sau đây sai:

A. Độ dài trục thực bằng 8

B. Độ dài trục ảo bằng 6

C. Tiêu cự bằng 10

D. Phương trình hai tiệm cận $y = \pm \frac{4}{3}x$

► Lời giải:

$$(H): 9x^2 - 16y^2 = 144 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$a^2 = 4, b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 13$. Tiêu cự: $2c = 2\sqrt{13}$. Câu C sai.

Câu 2 Phương trình chính tắc của (H) có tiêu điểm trên $x'Ox$, độ dài trục thực bằng 8,

tâm sai $e = \frac{5}{2}$ là:

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{84} = 1$

B. $\frac{x^2}{84} - \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{84} = 1$

D. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{100} = 1$

► Lời giải:

$$a = 4 \text{ và } e = \frac{5}{2} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \frac{5}{2} \times 4 = 10$$

$$\text{Mà } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 100 - 16 = 84$$

$$\text{Phương trình (H): } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{84} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 3 Cho (H): $\frac{x^2}{99} - \frac{y^2}{33} = 1$ thì góc giữa hai đường tiệm cận là:

A. 90°

B. 60°

C. 45°

D. 30°

► Lời giải:

$$\text{Ta có: } a = \sqrt{99}, b = \sqrt{33}$$

$$\text{Phương trình 2 tiệm cận: } y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{99}}x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}x$$

Tiệm cận d_1 có: $k = \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$. Vậy góc 2 tiệm cận là 60° . Chọn B.

4. Phương trình chính tắc của (H) có tiêu cự bằng 20 và một tiệm cận có phương trình $4x - 3y = 0$ là:

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$

D. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

► Lời giải:

TCX: $y = \frac{4}{3}x \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{4}{3}a$. Mà $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 100 = a^2 + \frac{16}{9}a^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 8 \end{cases}$.
 Chọn câu C.

5. Cho (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Kết luận nào sau đây sai:

A. Tiêu điểm $F_1(-5, 0); F_2(5, 0)$

B. Phương trình hai tiệm cận: $y = \pm \frac{4}{3}x$

C. Tâm sai $e = \frac{5}{3}$

D. Phương trình hai đường chuẩn: $y = \pm \frac{3}{25}$

► Lời giải:

Kết luận A, B, C đều đúng.

Phương trình 2 đường chuẩn: $x^2 = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{3}{\frac{5}{3}} = \pm \frac{9}{5} \rightarrow$ D sai

6. Phương trình chính tắc của (H) qua $M(4, \sqrt{6}); N(\sqrt{6}, -1)$ là:

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$

► Lời giải:

Phương trình (H) dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$M(4, \sqrt{6}) \in (H) \Rightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{6}{b^2} = 1; N(\sqrt{6}, -1) \in (H) \Rightarrow \frac{6}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$$

Vậy $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow$ Chọn A.

7. Gọi M là điểm bất kì trên (H): $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$ thì tích các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (H) là:

A. $\frac{10}{9}$

B. $\frac{9}{10}$

C. $\frac{8}{9}$

D. $\frac{9}{8}$

➤ Lời giải:

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1 \text{ có 2 tiệm cận: } y = \pm 3x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 (d_1) \\ 3x + y = 0 (d_2) \end{cases}$$

$$M(x_0, y_0) \in (H) \Rightarrow 9x_0^2 - y_0^2 = 9$$

$$\text{Ta có: } \delta(M; d_1) \cdot \delta(M; d_2) = \frac{|3x_0 - y_0|}{\sqrt{10}} \cdot \frac{|3x_0 + y_0|}{\sqrt{10}} = \frac{|9x_0^2 - y_0^2|}{10} = \frac{9}{10}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 8 Cho (H): $8x^2 - y^2 = 8$ và (d): $2x + m$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. (d) và (H) không có điểm chung.
- B. (d) và (H) có một điểm chung
- C. (d) cắt (H) tại hai điểm cùng một nhánh
- D. (d) cắt (H) tại hai điểm thuộc hai nhánh.

➤ Lời giải:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } 8x^2 - (2x + m)^2 = 8 \Leftrightarrow 4x^2 - 4mx - m^2 - 8 = 0 (*)$$

Do: $ac < 0$ nên (*) có 2 điểm phân biệt. A, B sai

$$\text{Ta có: } f(-1) = 4 + 4m - m^2 - 8 = -(m^2 - 4m + 4) \leq 0$$

$$f(1) = -(m^2 + 4m + 4) \leq 0. \text{ Vậy A, B } \in 2 \text{ nhánh của (H). Chọn D.}$$

Câu 9 Cho (E): $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} = 1$. Phương trình chính tắc của (H) có 2 tiệm cận $y = \pm 2x$ là 2 tiêu điểm (H) trùng với tiêu điểm (E) là:

$$A. \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$$

$$B. \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$$

$$C. -\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$$

$$D. -\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$$

➤ Lời giải:

$$(E) \text{ có } c^2 = 12 - 2 = 10$$

$$(H) \text{ có 2 tiệm cận: } y = \pm 2x \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2a$$

$$\text{Vậy } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 10 = a^2 + 4a^2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2 \\ b^2 = 4a^2 = 8 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (H): } \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 10 Phương trình tiếp tuyến của (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ tại T(6, 2) là:

$$A. 3x - 4y + 10 = 0$$

$$B. 3x - 4y - 10 = 0$$

$$C. 3x + 4y + 10 = 0$$

$$D. 3x + 4y - 10 = 0$$

► Lời giải:

Phương trình tiệm cận của (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ tại T(6, 2) là:

$$\frac{6x}{20} - \frac{2y}{5} = 1 \Leftrightarrow 6x - 8y - 20 = 0. \text{ Chọn B.}$$

► Câu 11 Phương trình tiếp tuyến của (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$. Biết tiếp tuyến vuông góc (d): $4x + 3y - 1 = 0$

A. $3x + 4y - 10 = 0$

B. $3x - 4y + 10 = 0$

C. Hai kết quả đều sai

D. Hai kết quả đều đúng.

► Lời giải:

Tiếp tuyến \perp (d): $4x + 3y - 1 = 0$ nên có dạng $3x - 4y + c = 0$.

Do điều kiện tiếp xúc: $a^2A^2 - b^2B^2 = c^2 \Rightarrow 20(3)^2 - 5(4)^2 = c^2 \Rightarrow c = \pm 10$.

Chọn C: $3x - 4y \pm 10 = 0$.

► Câu 12 Cho (H): $x^2 - 2y^2 = 4$. Từ I(2, 3) kẻ hai tiếp tuyến đến (H). Gọi hai tiếp điểm A, B thì phương trình AB:

A. $x + 3y + 2 = 0$

B. $x + 3y - 2 = 0$

C. $2x + y - 1 = 0$

D. $x - 3y - 2 = 0$

► Lời giải:

Gọi $A(x_1, y_1)$ thì phương trình tiếp tuyến của (H) tại A: $xx_1 - 2yy_1 = 4$

$I \in$ tiếp tuyến $\Rightarrow 2x_1 - 6y_1 = 4$ (1). Tương tự $B(x_2, y_2) \Rightarrow 2x_2 - 6y_2 = 4$.

Vậy phương trình (AB): $x - 3y - 2 = 0$. Chọn D.

VI. PARABOL:

► Câu 1 Parabola có đỉnh là O và $\Delta: x = 4$ là đường chuẩn thì phương trình (P) là:

A. $y^2 = -16x$

B. $y = 16x$

C. $x^2 = 8y$

D. $x^2 = -8y$

► Lời giải:

Do $x = 4$ là đường chuẩn nên (P) dạng: $y^2 = -2px$.

Mà $(\Delta): x = 4 = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 8$. Vậy pt(P): $y = -16x$. Chọn A.

► Câu 2 Cho (P): $x^2 = 5y$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. (P) có tâm sai $e = -1$

B. Tiêu điểm F(1, 0)

Đường chuẩn $\Delta : x = -1$

Tham số tiêu $p = 2$

➤ Lời giải:

$$x^2 = 4y = 2py \text{ (P) dạng}$$

Tiêu điểm $F(0, 1)$; $(\Delta) : y = -1$. Các kết luận A, B, C đều sai. Chọn D.

Câu 1: Phương trình chính tắc (P) qua $A(2, -2)$ là:

A. $x^2 = -2y$

B. $y^2 = 2x$

C. Hai kết quả a, b đều đúng

D. Hai kết quả a, b đều sai.

➤ Lời giải:

Phương trình (P) có dạng: $x^2 - 2py$ hay $y^2 = +2px$

$$A(2, -2) \in (P) \Rightarrow 4 = 4p \Rightarrow p = 1$$

Vậy phương trình (P): $x^2 = -2y$ hay $y^2 = 2x$. Chọn C.

Câu 4: Phương trình (P) có đỉnh O, trục Ox và khoảng cách từ đỉnh đến tiêu điểm là 3:

A. $y = 12x$

B. $y = -12x$

C. Hai kết quả a, b đều đúng

D. Hai kết quả a, b đều sai.

➤ Lời giải:

Phương trình (D) có dạng: $y = \pm 2px$.

Do $OF = \frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$. Phương trình (P): $y = \pm 2px$. Chọn C.

Câu 5: Cho (P): $y^2 = 2x$ và $M \in (P)$ có $x_M = 2$ với F là tiêu điểm của (P) thì hoành độ M là:

A. 2

B. $\frac{3}{2}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

➤ Lời giải:

$$y^2 = 2x = 2px \Rightarrow p = 1$$

$$r = MF = x_M + \frac{p}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 6: Cho (P): $y^2 = 4x$ và $M \in (P)$ và $MF = 2$ với F là tiêu điểm của (P) thì hoành độ M là:

A. $1 = x_M$

B. $-3 = x_M$

C. Hai kết quả A, B đều đúng

D. Hai kết quả A, B đều sai.

➤ Lời giải:

$$y^2 = 4x \Rightarrow p = 2 \text{ và đường chuẩn tắc } x = -\frac{p}{2} = -1: (\Delta)$$

A. $2x - y + 2 = 0$

B. $2x - y - 2 = 0$

➤ Lời giải:

(Cách 1): Tiếp tuyến có $k = 2$ nên có dạng: $y = 2x + m \Leftrightarrow 2x - y + m = 0$

Phương trình (P): $x^2 = -2y \Rightarrow p = 1$

Do điều kiện tiếp xúc: $A^2p = -2Bc \Rightarrow 4(1) = -2(-1)m \Rightarrow m = 2$

(Cách 2): Phương trình hoành độ giao điểm (d), (P):

$$x^2 = 2(2x + m) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 2m = 0$$

(d) tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2$. Chọn C.

Câu 11 Cho (P) : $y^2 = 4x$. Từ $I(-1, 2)$ vẽ hai tiếp tuyến IA, IB đến (P) với A, B là tiếp điểm thì phương trình AB là:

A. $x - y + 1 = 0$

B. $x - y - 1 = 0$

C. $x + y + 1 = 0$

D. $x + y - 1 = 0$

➤ Lời giải:

Gọi $A(x_1, y_1)$ thì phương trình tiếp tuyến của (P) tại A: $yy_A = 2(x + x_A)$

$I(-1, 2) \in$ tiếp tuyến $\Rightarrow 2y_A = 2(-1 + x_A)$ (1). Tương tự $B(x_2, y_2) \Rightarrow y_B = -1 + x_B$ (2).

Từ (1), (2) \Rightarrow phương trình (AB): $x - y - 1 = 0$. Chọn B.

Câu 12 Cho điểm A cố định và đường thẳng (Δ) cố định không qua A. Tập hợp tâm M của các đường tròn A và tiếp xúc (Δ) là:

A. Đường tròn

B. Elip

C. Hyperbol

D. Parabol

➤ Lời giải:

(M) tiếp xúc (Δ) $\Leftrightarrow \delta(M, \Delta) = R = MA$

Vậy quỹ tích M là (P). Chọn D.

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 3: QUAN HỆ SONG SONG



I. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng: 15 câu

- 1C 2A 3D 4A 5D 6B 7A 8A 9B 10A
 11D 12A 13D 14A 15A



II. Hai đường thẳng chéo nhau, hai đường thẳng song song: 10 câu

- 1A 2C 3A 4A 5D 6A 7A 8A 9B 10B



III. Đường thẳng song song với mặt phẳng: 15 câu

- 1B 2B 3B 4A 5D 6B 7B 8D 9C 10A
 11B 12A 13A 14B 15A



IV. Mặt phẳng song song: 20 câu

- 1D 2B 3D 4B 5B 6B 7D 8B 9A 10A
 11B 12D 13D 14D 15A 16C 17B 18C 19B 20B

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 4: QUAN HỆ VUÔNG GÓC



I. Vectơ trong không gian: 30 câu

- 1D 2B 3D 4D 5D 6C 7C 8B 9C 10C
 11A 12D 13A 14C 15C 16D 17D 18D 19D 20C
 21D 22C 23C 24B 25C 26C 27A 28A 29A 30A



Hai mặt phẳng vuông góc: 10 câu

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A	9A	10A
1D	12A	13A	14A	15A	16C	17A	18A	19B	20D



Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: 30 câu

1D	2D	3D	4A	5C	6C	7C	8C	9D	10C
11B	12B	13B	14D	15C	16D	17A	18D	19C	20D
21B	22B	23C	24A	25A	26B	27D	28A	29A	30C



Hai mặt phẳng vuông góc: 20 câu

1D	2A	3B	4C	5B	6D	7C	8B	9A	10A
11A	12B	13D	14C	15C	16A	17B	18C	19C	20D



Khoảng cách: 30 câu

1B	2B	3D	4C	5C	6A	7C	8B	9B	10A
11C	12A	13A	14A	15A	16A	17B	18A	19D	20D
21A	22C	23D	24D	25B	26B	27A	28B	29C	30D

**ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 5:
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN**



Thể tích khối chóp: 112 câu

1A	2B	3B	4D	5C	6A	7D	8C	9D	10B
11A	12C	13D	14B	15B	16C	17D	18A	19D	20A
21D	22A	23C	24B	25A	26A	27B	28A	29D	30A

111A	111B	111C	111D	112A	112B	112C	112D	113A	113B
114A	114B	114C	114D	115A	115B	115C	115D	116A	116B
117A	117B	117C	117D	118A	118B	118C	118D	119A	119B
120A	120B	120C	120D	121A	121B	121C	121D	122A	122B
123A	123B	123C	123D	124A	124B	124C	124D	125A	125B
126A	126B	126C	126D	127A	127B	127C	127D	128A	128B
129A	129B	129C	129D	130A	130B	130C	130D	131A	131B
132A	132B	132C	132D	133A	133B	133C	133D	134A	134B
135A	135B	135C	135D	136A	136B	136C	136D	137A	137B
138A	138B	138C	138D	139A	139B	139C	139D	140A	140B
141A	141B	141C	141D	142A	142B	142C	142D	143A	143B
144A	144B	144C	144D	145A	145B	145C	145D	146A	146B
147A	147B	147C	147D	148A	148B	148C	148D	149A	149B
150A	150B	150C	150D	151A	151B	151C	151D	152A	152B



Thế tích khối lăng trụ: 40 câu

113A	113B	113C	113D	114A	114B	114C	114D	115A	115B
116A	116B	116C	116D	117A	117B	117C	117D	118A	118B
119A	119B	119C	119D	120A	120B	120C	120D	121A	121B
122A	122B	122C	122D	123A	123B	123C	123D	124A	124B
125A	125B	125C	125D	126A	126B	126C	126D	127A	127B
128A	128B	128C	128D	129A	129B	129C	129D	130A	130B
131A	131B	131C	131D	132A	132B	132C	132D	133A	133B
134A	134B	134C	134D	135A	135B	135C	135D	136A	136B
137A	137B	137C	137D	138A	138B	138C	138D	139A	139B
140A	140B	140C	140D	141A	141B	141C	141D	142A	142B
143A	143B	143C	143D	144A	144B	144C	144D	145A	145B
146A	146B	146C	146D	147A	147B	147C	147D	148A	148B
149A	149B	149C	149D	150A	150B	150C	150D	151A	151B
151C	152A								



Khoảng cách: 48 câu

153A	153B	153C	153D	154A	154B	154C	154D	155A	155B
156A	156B	156C	156D	157A	157B	157C	157D	158A	158B
159A	159B	159C	159D	160A	160B	160C	160D	161A	161B
162A	162B	162C	162D	163A	163B	163C	163D	164A	164B
165A	165B	165C	165D	166A	166B	166C	166D	167A	167B
168A	168B	168C	168D	169A	169B	169C	169D	170A	170B
171C	172B	173B	174A	175C	176A	177A	178D	179A	180D
181B	182C	183C	184B	185A	186D	187B	188A	189B	190A
191D	192A	193B	194C	195B	196A	197A	198D	199A	200C



PHẦN 1

- 217A 217B 217C 217D 217E 217F 217G 217H 217I 217J
- 218A 218B 218C 218D 218E 218F 218G 218H 218I 218J
- 219A 219B 219C 219D 219E 219F 219G 219H 219I 219J
- 220A 220B 220C 220D 220E 220F 220G 220H 220I 220J
- 221A 221B 221C 221D 221E 221F 221G 221H 221I 221J
- 222A 222B 222C 222D 222E 222F 222G 222H 222I 222J
- 223A 223B 223C 223D 223E 223F 223G 223H 223I 223J
- 224A 224B 224C 224D 224E 224F 224G 224H 224I 224J
- 225A 225B 225C 225D 225E 225F 225G 225H 225I 225J
- 226A 226B 226C 226D 226E 226F 226G 226H 226I 226J
- 227A 227B 227C 227D 227E 227F 227G 227H 227I 227J

LẬP AN CHUYÊN ĐỀ 6:
KHÔNG TRÒN NGAY - 70 CÂU

1B	2C	3D	4D	5D	6A	7C	8D	9C	10B
11A	12C	13B	14D	15B	16A	17D	18C	19B	20D
21B	22A	23B	24C	25D	26A	27B	28A	29A	30A
31A	32A	33B	34B	35B	36C	37B	38A	39B	40C
41C	42B	43D	44B	45D	46A	47B	48C	49A	50D
51C	52D	53A	54B	55C	56B	57A	58A	59A	60C
61B	62B	63A	64A	65B	66D	67A	68B	69C	70A

ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 7
HÌNH GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG GIẢN OXYZ



HỆ TỌA ĐỘ OXYZ:

Cho $\vec{a} = (-1, 1, 0)$; $\vec{b} = (1, 1, 0)$; $\vec{c} = (1, 1, 1)$. Hãy trả lời các câu 1, 2, 3, 4, 5.

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây là sai:

A. \vec{a} vuông góc \vec{b} .

B. $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2$

C. \vec{b} không cùng phương \vec{c}

D. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$

➤ Lời giải:

Ta có: $\vec{a} = (-1, 1, 0)$; $\vec{b} = (1, 1, 0) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = (0, 0, -2) \neq \vec{0} \rightarrow$ D sai.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

B. $[\vec{b}, \vec{c}] = (1; 1; 0)$

C. $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = (0; 2; -1)$

D. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = -\frac{2}{3}$

➤ Lời giải:

Ta có: $\vec{a} = (-1, 1, 0)$; $2\vec{b} = (2, 2, 0)$; $-\vec{c} = (-1, -1, -1)$ $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = (0, 2, -1) \rightarrow$ C đúng.

Đĩ nhiên A sai. $[\vec{b}, \vec{c}] = (1; -1; 0) \rightarrow$ B sai.

$$\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{1+1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \rightarrow$$
 D sai.

Câu 3. Kết luận nào sau đây là sai:

A. $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

B. $|\vec{a} + \vec{b}| \geq |\vec{a}| - |\vec{b}|$

C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

D. $|\vec{a} + \vec{b}| \neq 0$

➤ Lời giải:

A, B dĩ nhiên đúng (bất đẳng thức trong Δ)

$$\vec{a} + \vec{b} = (0, 2, 0) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 2 \neq 0 \rightarrow$$
 D đúng. Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] \vec{c} = -2 \neq 0$.

Vậy $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng \rightarrow C sai.

Câu 4. Cosin góc bởi \vec{b} và \vec{c} bằng:

A. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

➤ Lời giải:

$$\vec{b} = (1, 1, 0); \vec{c} = (1, 1, 1). \cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| |\vec{c}|} = \frac{+1+1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 5: Kết luận nào sau đây là đúng:

A. $\vec{a} [\vec{b}, \vec{c}] = 2$

B. $[\vec{a}, \vec{b}] \vec{c} = 2$

C. $[\vec{b}, \vec{c}] \vec{a} = -2$

D. $[\vec{a}, \vec{c}] \vec{b} = -2$

➤ Lời giải:

Ta có: $[\vec{b}, \vec{c}] = (1, -1, 0) \Rightarrow \vec{a} [\vec{b}, \vec{c}] = -1 - 1 = -2$. Chọn C.

Câu 6: Cho OABC là hình bình hành $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ thì diện tích tứ giác OABC bằng:

A. 2

B. $\sqrt{2}$

C. 1

D. 4

➤ Lời giải:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = (0, 0, -2). \text{Dt(OABC)} = 2\text{Dt}(\Delta \text{OAC}) = \left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| = 2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 7: Cho $\vec{m} = (1, 0, -1)$; $\vec{n} = (0, 1, 1)$. Kết luận nào sai:

A. \vec{m} và \vec{n} không cùng phương

B. $\vec{m} \cdot \vec{n} = -1$

C. $[\vec{m}, \vec{n}] = (1, -1, 1)$

D. Góc của \vec{m} và \vec{n} là 60°

➤ Lời giải:

$[\vec{m}, \vec{n}] = (1, -1, 1) \neq \vec{0}$. Vậy A, C đúng.

Dễ dàng thấy B đúng. $\cos(\vec{m}, \vec{n}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{m}, \vec{n}) = 120^\circ \rightarrow$ D sai.

Câu 8: Cho \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây là sai:

A. $[2\vec{a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$

B. $[\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$

C. $[2\vec{a}, 2\vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$

D. $\left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$

➤ Lời giải:

Dễ dàng thấy A, B, D đúng \Rightarrow C sai. Vì $[2\vec{a}, 2\vec{b}] = 4[\vec{a}, \vec{b}]$.

Câu 9: Cho \vec{a} và \vec{b} có độ dài 1 và 2. Biết $(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\pi}{3}$ thì $|\vec{a} + \vec{b}|$ bằng:

A. 1

B. 2

C. $\frac{3}{2}$

D. $\sqrt{7}$

► Lời giải:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 + 4 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1 + 4 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) = 7$$

$$\Rightarrow |\vec{a}, \vec{b}| = \sqrt{7} \rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 10 Cho \vec{a} và \vec{b} tạo với nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Biết $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ thì $|\vec{a} - \vec{b}|$ bằng:

A. 5

B. 7

C. 6

D. 4

► Lời giải:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{2\pi}{3} = 9 + 25 - 2(3)(5)\left(-\frac{1}{2}\right) = 49.$$

Chọn B.

Câu 11 Cho $A(0, 1, 1)$; $B(-1, 0, 1)$; $C(1, 1, 1)$. Kết luận nào sau đây là đúng:

A. A, B, C thẳng hàng

B. $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (0, 0, -1)$

C. Diện tích $(\Delta ABC) = \frac{1}{2}$

D. $AB \perp AC$

► Lời giải:

$$\vec{AB} = (-1, -1, 0); \vec{AC} = (1, 0, 0) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (0; 0; 1) \rightarrow \text{A; B; D sai} \rightarrow \text{C đúng.}$$

$$\text{Diện tích } \Delta ABC: S = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{1}{2} \rightarrow \text{C đúng.}$$

Câu 12 Cho $A(1, 0, 0)$; $B(0, 0, 1)$; $C(2, 1, 1)$ thì ABCD là hình bình hành là:

A. $D(1, 1, 2)$

B. $D(3, 1, 0)$

C. $D(-1, 1, 2)$

D. $D(3, -1, 0)$

► Lời giải:

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 2 - x_D \\ 0 = 1 - y_D \\ 1 = 1 - z_D \end{cases} \text{ . Vậy } D(3, 1, 0). \text{ Chọn B.}$$

Câu 13 Cho $A(3, 1, 0)$; $B(-2, 4, \sqrt{2})$. Gọi M là điểm trên trục tung và cách đều A và B thì:

A. $(2, 0, 0)$

B. $(0, -2, 0)$

C. $(0, 2, 0)$

D. $(0, 0, 2)$

► Lời giải:

$$M(0, m, 0) \in y'Oy, A(3, 1, 0); B(-2, 4, \sqrt{2})$$

$$MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow 9 + (m - 1)^2 = 4 + (m - 4)^2 + 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 10 = m^2 - 8m + 22$$

$$\Leftrightarrow 6m = 12. \text{ Chọn C.}$$

Câu 14 Cho $A(4, 2, -6)$; $B(5, -3, 1)$; $C(12, 4, 5)$; $D(11, 9, -2)$ thì ABCD là hình

- A. Bình hành B. Thoi C. Chữ nhật D. Vuông

➤ Lời giải:

Ta có: $\overline{AB} = (1, -5, 7) = \overline{DC} \Rightarrow$ ABCD là hình bình hành.

$\overline{AD} = (7, 7, 4)$. Ta thấy $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 7 - 35 + 28 = 0$ và $AB \neq AD$. Vậy ABCD là hình chữ nhật. Chọn C.

Câu 15 Cho $A(4, 2, -6)$; $B(10, -2, 4)$; $C(4, -4, 0)$; $D(-2, 0, 2)$ thì tứ giác ABCD là hình :

- A. Bình hành B. Thoi C. Chữ nhật D. Vuông

➤ Lời giải: \rightarrow Ta có: $\overline{AB} = (6, -4, -2) = \overline{DC} \Rightarrow$ ABCD là hình bình hành.

$\overline{AD} = (-6, -2, -4)$. Do $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = -36 + 8 + 8 \neq 0$ nên ABCD không là hình chữ nhật.

Mà $AB = AD$ nên ABCD là hình thoi. Chọn B.

Câu 16 Cho $A(-1, 2, 3)$; $B(0, 1, -3)$. Gọi M là điểm sao cho $\overline{AM} = 2\overline{BA}$ thì:

- A. $M(3, 4, 9)$ B. $M(-3, 4, 15)$ C. $M(1, 0, -9)$ D. $M(-1, 0, 9)$

➤ Lời giải:

$A(-1, 2, 3)$; $B(0, 1, -3)$; $M(x, y, z)$

$$\overline{AM} = 2\overline{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2(-1) \\ y-2=2(+1) \\ z-3=2(+6) \end{cases} \text{ . Vậy } M(-3, 4, 15) \text{ . Chọn B.}$$

Cho $A(1, 0, 0)$; $B(0, 1, 0)$; $C(0, 0, 1)$; $D(1, 1, 0)$. Hãy trả lời các câu 17, 18, 19, 20.

Câu 17 Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A. ABCD là tứ diện B. $AB \perp CD$
C. $\triangle ABC$ có một góc tù D. $\triangle ABC$ vuông

➤ Lời giải:

ABCD tứ diện \rightarrow A đúng.

$\overline{AB} = (-1, 1, 0) \perp \overline{CD} = (1, 1, -1) \rightarrow$ B đúng.

$\triangle ABC \perp$ tại B (định lí 3 đường vuông góc) \rightarrow D đúng.

A, B, D đều đúng thì dĩ nhiên C sai. $\left. \begin{matrix} \overline{CA} = (+1, 0, -1) \\ \overline{CB} = (0, 1, -1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \overline{CA} \cdot \overline{CB} = 1 > 0$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = (-1, 1, 0) \\ \overline{CB} = (-1, 0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 1 > 0, \quad \left. \begin{array}{l} \overline{BA} = (1, -1, 0) \\ \overline{BC} = (0, -1, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} > 0$$

Vậy ΔABC có 3 góc nhọn \rightarrow C sai.

Câu 18. Thể tích chóp C.OADB:

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

➤ Lời giải:

$$V_{COADB} = \frac{1}{3} \cdot OC \cdot Dt(OADB) = \frac{1}{3}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 19. Diện tích ΔABC bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. Các kết quả a, b, c đều sai

➤ Lời giải:

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$.

$$Dt(\Delta ABC) = \frac{1}{2} CI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Cách khác: $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (1, 1, 1)$. $Dt(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \sqrt{3}$. Chọn A.

Câu 20. Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

➤ Lời giải:

$$S = Dt(\Delta ABC) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \frac{1}{2}(AB + AC + BC) = \frac{3\sqrt{2}}{2}. S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 21. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A(0, 0, 0); B(1, 0, 0); D(0, 1, 0); A'(0, 2, 2) thì thể tích V tứ diện ABA'C" bằng:

A. $V = 1$ B. $V = \frac{3}{2}$ C. $V = \frac{1}{3}$ D. $V = \frac{1}{6}$

➤ Lời giải:

$$\overline{AB} = (1, 0, 0); \overline{AA'} = (0, 2, 2); \overline{AC'} = (1, 1, 2)$$

$$\Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC'}] = (0, -2, 1) \Rightarrow v = \frac{1}{6}[\overline{AB}, \overline{AC'}] \cdot \overline{AA'} = \frac{1}{6} \cdot |-2| = \frac{1}{3}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 22 ABCD là tứ diện khi và chỉ khi:

- A. B không nằm trên mặt phẳng (ACD) B. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ không đồng phẳng
 C. $[\overline{BA}, \overline{BD}] \overline{BC} \neq 0$ D. Ba kết quả a, b, c cùng đúng

Câu 23 H là chân đường cao hạ từ A trong tứ diện ABCD khi và chỉ khi:

- A. \overline{AH} vuông góc với $\overline{AB}, \overline{AC}$.
 B. \overline{AH} vuông góc với $\overline{AB}, \overline{AC}$ và $[\overline{AB}, \overline{AC}] = 0$
 C. Hai kết quả a, b cùng đúng.
 D. Hai kết quả a, b cùng sai.

➤ Lời giải:

Do $\overline{AH} \perp mp(ABC)$ và $H \in mp(ABC)$. Chọn B.

Câu 24 Trong không gian, I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC khi và chỉ khi:

- A. $IA = IB = IC$ B. $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$
 C. $\begin{cases} |\overline{IA}| = |\overline{IB}| = |\overline{IC}| \\ [\overline{IA}, \overline{IB}] \overline{IC} = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IA \perp IB \perp IC \end{cases}$

➤ Lời giải:

I cách đều A, B, C và $I \in mp(ABC)$. Chọn C.

Câu 25 H là trực tâm ΔABC trong không gian khi và chỉ khi:

- A. $\overline{AH} \perp \overline{BC}, \overline{BH} \perp \overline{AC}$ và $\overline{CH} \perp \overline{AB}$
 B. $\overline{AH} \perp \overline{BC}, \overline{BH} \perp \overline{AC}$ và $[\overline{AB}, \overline{AC}] \overline{AH} = 0$
 C. Hai kết quả a, b cùng đúng.
 D. Hai kết quả a, b cùng sai.

➤ Lời giải:

$\overline{AH} \perp \overline{BC}, \overline{BH} \perp \overline{AC}$ mà $H \in mp(ABC)$. Chọn B.



PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG:

Phương trình mặt phẳng qua A(0, 0, 4); B(8, 0, 0); C(0, -2, 0) là:

A. $\frac{x}{8} - \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 0$

B. $2x + y - 8 = 0$

C. $2x + y + 4z - 8 = 0$

D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

➤

Phương trình mp (ABC): $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$. Chọn D.

Câu 2: Cho A(1, 2, 3). Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên 3 trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (IHK) là:

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$

B. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$

C. $x + 2y + 3z = 0$

D. $x + 2y + 3z - 6 = 0$

➤ Lời giải:

Ta có: I(1, 0, 0); H(0, 2, 0); K(0, 0, 3)

Vậy Phương trình mp(IHK): $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$. Chọn B.

Câu 3: Phương trình mặt phẳng qua A(1, -1, 1) và song song mp(Oxy) là:

A. $x - 1 = 0$

B. $x + 1 = 0$

C. $y + 1 = 0$

D. $z - 1 = 0$

➤ Lời giải:

Mp(Oyz) có phương trình: $x = 0$

Vậy phương trình mp // (Oyz): $x + D = 0$ (α). $A(1, -1, 1) \in \alpha \Rightarrow D = -1$. Chọn A.

Câu 4: Cho mặt phẳng $x + 2y = 0$ (α). Kết luận nào sau đây là đúng:

A. (α) song song trục Oz

B. (α) chứa trục Oz

C. (α) song song mp (Oxy)

D. (α) chứa trục Oy.

➤ Lời giải:

Xét mp: $Ax + By + Cz + D = 0$ (α)

$D \neq 0$ và $A = 0$ thì (α) // $x'Ox$

$D \neq 0$ và $B = 0$ thì (α) // $y'Oy$

$D \neq 0$ và $C = 0$ thì (α) // $z'Oz$.

$C = D = 0$ thì (α) qua Oz. Chọn B đúng.

Câu 10 Phương trình mặt phẳng trung trực AC là:

A. $2x + 3y + \frac{1}{2} = 0$

B. $2x + 3y - \frac{1}{2} = 0$

C. $2x - 3y + \frac{1}{2} = 0$

D. Các kết quả a, b, c đều sai.

► Lời giải:

Trung điểm I của AC là $I\left(1, -\frac{1}{2}, -1\right)$

Mặt phẳng trung trực của AC qua I và VTPT là $\overline{AC} = (-2, -3, 0)$

$2(x - 1) + 3\left(y + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - \frac{1}{2} = 0$. Chọn B.

Câu 11 Phương trình mặt phẳng qua A, B và vuông góc mặt phẳng (Oyz) là:

A. $5x - z + 6 = 0$

B. $5x + z + 6 = 0$

C. $5x + z + 4 = 0$

D. $5x + z + 4 = 0$

► Lời giải:

Mặt phẳng cần tìm có VTCP $\overline{AB} = (-3, -1, 5)$ và $\vec{i} = (1, 0, 0)$

\Rightarrow VTPT $(0, 5, 1)$. Phương trình mp: $0 + 5(y - 1) + 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 5y + z - 4 = 0$.

Chọn D.

Câu 12 Phương trình mặt phẳng qua $O(0, 0, 0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1, -2, 3)$;

$\vec{b} = (3, 0, 5)$ là:

A. $5x - 2y - 3z = 0$

B. $5x + 2y + 3z = 0$

C. $5x - 2y + 3z = 0$

D. $5x - 2y + 3z + 1 = 0$

► Lời giải:

$\vec{a} = (1, -2, 3); \vec{b} = (3, 0, 5) \Rightarrow$ VTPT $(-10, 4, 6) = -2(5, -2, 3)$.

Phương trình mp: $5x - 2y - 3z = 0$. Chọn A.

Câu 13 Phương trình mặt phẳng qua $A(1, 1, 1)$ và vuông góc mp (Oyz) và $(\alpha): x - y + 2z = 0$ là:

A. $2y - z + 1 = 0$

B. $2y - z - 1 = 0$

C. $2y - z = 0$

D. $2y + z - 3 = 0$

► Lời giải:

VTCP $(1, 0, 0)$

$(1, -1, 2)$

$$\Rightarrow \text{VTPT } \vec{n} = (0, +2, 1).$$

Phương trình mp: $0 + 2(y - 1) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + z - 3 = 0$. Chọn D.

Câu 14 Cho các mặt phẳng (α) $x - 2 = 0$; (β) $y - 6 = 0$; (γ) $z + 3 = 0$. Kết luận nào sau đây sai:

- A. Mp (β) song song Mp(Oxy) B. $\alpha \perp \beta$
 C. $\gamma \parallel \beta$ D. $\gamma \perp \beta$

➤ Lời giải:

$\gamma \parallel Oz$ phải có dạng $Ax + By + D = 0$. Kết luận C sai.

Câu 15 Cho mp(P): $2x + 3y - z + 2 = 0$ thì giao điểm (P) và các trục tọa độ là:

- A. $(0, 0, 2)$; $(-1, 0, 0)$; $(0, -\frac{2}{3}, 0)$ B. $(0, 0, 2)$; $(1, 0, 0)$; $(0, -\frac{2}{3}, 0)$
 B. $(0, 0, -2)$; $(-1, 0, 0)$; $(0, -\frac{2}{3}, 0)$ D. $(1, 0, 0)$; $(0, 0, 2)$; $(0, \frac{2}{3}, 0)$

➤ Lời giải:

$$(P): 2x + 3y - z + 2 = 0$$

Giao điểm (P) và z'Oz: Cho $x = y = 0 \Rightarrow z = 2$

Giao điểm (P) và x'Ox: Cho $y = z = 0 \Rightarrow x = -1$

Giao điểm (P) và y'Oy: Cho $x = z = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}$. Chọn A.

Câu 16 Cho mp(P): $2x + 3y - z + 2 = 0$ thì (P) có cặp vectơ chỉ phương là:

- A. $(0, -1, 3)$ và $(1, 0, 2)$ B. $(3, 2, 0)$ và $(1, 0, -2)$
 C. $(3, 2, 0)$ và $(0, 1, 3)$ D. $(3, 2, 0)$ và $(0, 0, 1)$

➤ Lời giải:

(P) có VTPT $\vec{n} = (2, 3, -1)$

Xét C. (P) có VTCP $\vec{a} = (3, -2, 0)$; $\vec{b} = (0, 1, 3)$

Vậy có VTPT $\vec{n} = (-6, -9, 3) = -3(2, 3, -1)$. Chọn C.

(α) : $x + y - z - 2 = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1, 1, -1)$

(β) : $x + y + 2z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{m} = (1, 1, 2)$

(γ) : $x - y + 5 = 0$ có VTPT $\vec{r} = (1, -1, 0)$

➤ Lời giải:

$$AH = \delta(A, \alpha) = \frac{|32 + 12 + 15 - 4|}{\sqrt{16^2 + 12^2 + 15^2}} = \frac{55}{25} = \frac{11}{5}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 22 Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + y - z + 5 = 0$; (Q): $2x + 2y - 2z + 3 = 0$ bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

B. 2

C. $\frac{7}{2\sqrt{3}}$

D. 0

➤ Lời giải:

Ta có: (P) // (Q)

Chọn I(0, 0, 5) ∈ (P) thì $\delta(P, Q) = \delta(I, Q) = \frac{|-10 + 3|}{\sqrt{12}} = \frac{7}{2\sqrt{3}}$. Chọn C.

Câu 23 Cho tứ diện OABC với O(0, 0, 0); A(3, 0, 0); B(0, 1, 0); C(0, 0, 2) thì khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $-\frac{6}{7}$

B. $\frac{6}{7}$

C. -6

D. 6

➤ Lời giải:

A(3, 0, 0); B(0, 1, 0); C(0, 0, 2)

Phương trình mp(ABC): $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 6y + 3z - 6 = 0$

$\delta(O, mp(ABC)) = \frac{|-6|}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{6}{7}$. Chọn B.

Câu 24 Cho A(1, 1, 0); B(0, -1, 2); C(1, 1, 1) thì kết luận nào sau đây là sai:

A. $[\overline{OA}, \overline{OB}] = (2, -2, -1)$

B. Diện tích ΔOAB bằng $\frac{3}{2}$

C. Phương trình mp(OAB): $2x - 2y - z = 0$

D. Khoảng cách từ C đến mp(OAB) bằng $\frac{1}{2}$.

➤ Lời giải:

$\overline{OA} = (1, 1, 0)$; $\overline{OC} = (1, 1, 1)$; $\overline{OB} = (0, -1, 2)$

$\Rightarrow [\overline{OA}, \overline{OB}] = (2, -2, -1) \rightarrow$ A đúng.

$\Rightarrow S = Dt(\Delta OAB) = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 + 1} = \frac{3}{2} \rightarrow$ B đúng.

Phương trình mặt phẳng (OAB): $2(x - 1) - 2(y - 1) - z = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y - z = 0 \rightarrow$
 C đúng.

$$\delta(C, mp(OAB)) = \frac{1}{3} \rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 25 Cho mp $(\alpha): (m + 3)x - 2y + (5m + 1)z + 1 = 0$ và mp $(\beta): 2x - y + 3z + m - 6 = 0$.

Mặt phẳng $(\alpha) // (\beta)$ khi:

A. $m = 0$

B. $m = 1$

C. $m = -1$

D. $m = \pm 1$

► Lời giải:

$$(\alpha) // (\beta) \text{ khi } \frac{m+3}{2} = \frac{-2}{-1} = \frac{5m+1}{+3} \neq \frac{1}{m-6} \quad (*)$$

Thay $m = 1$ vào thấy (*) thỏa mãn. Vậy chọn B.

Câu 26 Điểm trên trục tung cách đều 2 mặt phẳng

$$(\alpha): x + y + z + 1 = 0 \text{ và } (\beta): x - y + z + 5 = 0$$

A. $M(2, 0, 0)$

B. $M(0, 0, 2)$

C. $M(0, -2, 0)$

D. $M(0, 2, 0)$

► Lời giải:

Gọi $M(0, m, 0) \in y'Oy$

$$\delta(M, \alpha) = \delta(M, \beta) = \frac{|m+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|-m+5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m+1 = -m+5 \vee m+1 = m-5 \Leftrightarrow m=2.$$

Chọn D.

Câu 27 Tập hợp các điểm cách đều 2 mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + y + z + 3 = 0$

A. Đường thẳng $\begin{cases} x+y+z+1=0 \\ x+y+z+3=0 \end{cases}$

B. $M(1, -1, 0)$

C. Mặt phẳng $(\gamma): x + y + z + 2 = 0$

D. Mặt phẳng: $x + y - z - 2 = 0$

► Lời giải:

$$\delta(M, \alpha) = \delta(M, \beta) = \frac{|x+y+z+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|x+y+z+3|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x+2y+2z+4=0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 28 Tập hợp các điểm cách đều 2 mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z + 5 = 0$ và $(\beta): 2x - y + z + 8 = 0$ là:

A. Mp: $x + y + 3 = 0$

B. Mp: $3x - 3y + 2z + 13 = 0$

C. Hai kết quả a, b đều đúng

D. Hai kết quả a, b đều sai.

➤ Lời giải:

$$\delta(M, \alpha) = \delta(M, \beta) = \frac{|x-2y+z+5|}{\sqrt{6}} = \frac{|2x-y+z+8|}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+z+5=2x-y+z+8 \\ x-2y+z+5=-2x+y-z-8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x+y+3=0 \text{ và } 3x-3y+2z+13=0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 29 Số điểm trên trục Oz mà cách đều A(1, 0, -1) và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z=0$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

➤ Lời giải:

Gọi $M(0, 0, m) \in Oz$

$$\delta(M, \alpha) = MA \Leftrightarrow \frac{|-2m|}{3} = \sqrt{(m+1)^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 = 9(m^2 + 2m + 2) \Leftrightarrow 5m^2 + 18m + 18 = 0 \text{ vô nghiệm. Chọn A.}$$

Câu 30 Phương trình mặt phẳng qua A(1, 0, 0); B(0, 1, 0) và tạo với mp(Oyz) một góc 60° là:

A. $x + y + \sqrt{2}z - 1 = 0$

B. $x + y - \sqrt{2}z - 1 = 0$

C. Hai kết quả a, b đều đúng

D. Hai kết quả a, b đều sai.

➤ Lời giải:

$$\text{Mp có dạng } \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{m} = 1 \Leftrightarrow mx = my + z - m = 0$$

Mp(Oyz) có phương trình $x = 0$

$$\text{Ta có: } \cos 60^\circ = \frac{|m|}{\sqrt{2m^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4m^2 + 2m^2 + 1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Chọn C.}$$



PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG:

Câu 1 Phương trình tổng quát đường thẳng qua 2 điểm A(0, 1, 2); B(-1, 0, 1) là:

A. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z + 2 = 0 \end{cases}$

D. $x = y - 1 = z - 2$

➤ Lời giải:

AB qua A(0, 1, 2), VTCP $\overline{BA} = (1, 1, 1)$.

$$\text{Phương trình chính tắc: } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$$

Phương trình tổng quát: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$. Chọn B.

Câu 2 Cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Giao điểm (d) và 3 mặt phẳng tọa độ đó là:

A. $A(2, 3, 0)$; $B(0, 1, -2)$; $C(1, 0, 3)$.

B. $A(2, 3, 0)$; $B(0, 1, 2)$; $C(-1, 0, 3)$.

C. $A(2, 3, 0)$; $B(0, 1, +2)$; $C(+1, 0, 3)$.

D. $A(2, -3, 0)$; $B(0, 1, 2)$; $C(1, 0, 3)$.

➤ Lời giải:

$$(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Giao điểm (d) và mp(Oxy) cho $z = 0 \Rightarrow t = 1$. Vậy $A(2, 3, 0)$.

Giao điểm (d) và mp(Oxy) cho $x = 0 \Rightarrow t = -1$. Vậy $B(0, 1, 2)$.

Giao điểm (d) và mp(Oxy) cho $y = 0 \Rightarrow t = -2$. Vậy $C(-1, 0, 3)$.

Chọn B.

Câu 3 Phương trình đường thẳng qua $M(0, 1, 1)$ và song song (d): $\begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0 \\ x + 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ là:

A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{-5}$

B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{-5}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{-5}$

➤ Lời giải:

$$\vec{n}_1 = (3, -1, 2); \vec{n}_2 = (1, 3, -2)$$

\Rightarrow VTCP $\vec{a}_d = (-4, 8, 10) = -2(2, -4, -5)$. Chọn D.

Câu 4 Cho $A(1, 2, 0)$; $B(0, 4, 0)$; $C(0, 0, 3)$ phương trình đường thẳng qua $O(0, 0, 0)$ và vuông góc với mp(ABC) là:

A. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 4y - 3z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$

C. $\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

D. Các kết quả a, b, c đều đúng.

➤ Lời giải:

Cho $A(1, 2, 0)$; $B(0, 4, 0)$; $C(0, 0, 3)$

$$\overline{AB} = (-1, 2, 0); \overline{AC} = (-1, -2, 3) \Rightarrow \vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (6, 3, 4)$$

$$(d) \perp mp(ABC) \Rightarrow \vec{a}_d = \vec{n}.$$

Phương trình chính tắc (d): $\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. Chọn D.

Câu 5 Cho (P): $2x + my + z - 5 = 0$ và (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$. Để d vuông góc (P) thì:

A. $m = -2$

B. $m = 1$

C. $m \in \mathbb{R}$

D. $m \in \emptyset$

► Lời giải:

(d) có VTCP $\vec{a} = (1, -1, -1)$. (P) có VTPT $\vec{n} = (2, m, 1)$

$$(d) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{m}{-1} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases} \text{ vô nghiệm. Chọn D.}$$

Câu 6 Cho (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$. Gọi φ là góc của d và x'Ox thì $\cos \varphi$ bằng:

A. $-\frac{1}{\sqrt{14}}$

B. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

C. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

D. $\frac{2}{\sqrt{14}}$

► Lời giải:

(d) có VTCP $\vec{a} = (-1, 2, 3)$. x'Ox có VTCP $\vec{i} = (1, 0, 0)$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{i}|}{|\vec{a}| |\vec{i}|} = \frac{|-1|}{\sqrt{14}}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 7 Cho (D): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$ và (P): $y + z + 1 = 0$. Gọi φ là góc của d và (P) thì φ bằng:

A. 60°

B. -60°

C. 30°

D. -30°

► Lời giải:

(d) có VTCP $\vec{a} = (1, -1, 0)$. (P) có VTPT $\vec{n} = (0, 1, 1)$

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| |\vec{n}|} = \frac{|-1|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ. \text{ Chọn C.}$$

Câu 8 Cho mp (α): $x + 2y + z - 5 = 0$ và (d): $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Gọi φ là góc của d và (α) thì φ bằng:

A. $\varphi = -30^\circ$

B. $\varphi = 30^\circ$

C. $\varphi = 60^\circ$

D. $\varphi = 150^\circ$

► Lời giải:

(α) có VTPT $\vec{n} = (1, 2, 1)$. (d) có VTCP $\vec{a} = (-2, -1, 1)$.

Ta có: $\sin \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{a}|}{|\vec{n}| |\vec{a}|} = \frac{|-2 - 2 + 1|}{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{4+1+1}} = \frac{|-3|}{6} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$ Chọn B.

► Câu 9 Cho A(2, 3, 2); B(6, -1, -2); C(-1, -4, 3); D(1, 6, -5). Gọi α là góc của 2 đường thẳng AB và CD thì:

- A. $\alpha = 90^\circ$ B. $\alpha = -90^\circ$ C. $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{2} + k\pi$

► Lời giải:

Ta có: $\overline{AB} = (4, -4, -4) = 4(1, -1, -1)$; $\overline{CD} = (2, 10, -8) = 2(1, 5, -4)$

$\cos \alpha = \frac{|1-5+4|}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{32}} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$. Chọn A.

► Câu 10 Cho $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$ d_1, d_2 cắt mặt phẳng (Oxy) tại A và B thì diện tích ΔOAB bằng:

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. $\frac{25}{2}$

► Lời giải:

Cho $z = 0 \Rightarrow d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1} \Rightarrow A(4, -3, 0)$

Cho $z = 0$. phương trình $d_2: \begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases} \Rightarrow B(-3, 5, 0)$

Ta có $[\overline{OA}, \overline{OB}] = (0, 0, 11)$. Vậy $dt(\Delta OAB) = \frac{11}{2}$

► Câu 11 Cho họ đường thẳng (d_k): $\begin{cases} x - z \sin \alpha + \cos \alpha = 0 \\ y - z \cos \alpha - \sin \alpha = 0 \end{cases}$. Kết luận nào là đúng:

- A. vectơ chỉ phương của C có độ dài không đổi.
 B. (d_k) tạo trục z'Oz góc 45°
 C. Hai kết quả a, b đều đúng
 D. Hai kết quả a, b đều sai.

► Lời giải:

(d_k) có VTCP $\vec{a} = (\sin \alpha, \cos \alpha, 1)$. Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{2} \rightarrow A$ đúng.

$z'Oz$ có VTCP $\vec{k} = (0, 0, 1)$. Ta có: $\cos \varphi = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{k}|}{|\vec{a}| |\vec{k}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = 45^\circ \rightarrow B$ đúng.
 Vậy chọn C.

Câu 12 Cho (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Gọi A và B là giao điểm (d) và mp (Oxz), mp (O), thì diện tích OAB bằng:

- A. $\sqrt{6}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

➤ Lời giải:

➤ (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Mp(Oyz) có phương trình $x = 0 \Rightarrow$ Giao điểm A(0, 1, -1)

Mp(Oxz) có phương trình $y = 0 \Rightarrow$ Giao điểm B(-1, 0, -2)

$Dt(\Delta OAB) = \frac{1}{2} \left| \left[\overline{OA}, \overline{OB} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1} = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Chọn B.

Câu 13 Cho mp (α): $x + y + z - 1 = 0$ cắt các trục tọa độ tại A, B, C và (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ cắt mp(Oxy) tại D thì thể tích tứ diện ABCD bằng:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

➤ Lời giải:

Ta có: A(1, 0, 0); B(0, 1, 0); C(0, 0, 1); D(1, 1, 0)

$\overline{AB} = (-1, 1, 0)$; $\overline{AC} = (-1, 0, 1)$

$\Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (1, 1, 1)$ và $\overline{AD} = (0, 1, 0)$

$\Rightarrow V_{ACBD} = \frac{1}{6} \left| [\overline{AB}, \overline{AC}] \overline{AD} \right| = \frac{1}{6}$. Chọn A.

Câu 14 Cho I(1, 3, 4); A(2, 0, 0). Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng OA bằng:

- A. -5 B. 5 C. ± 5 D. $\frac{5}{2}$

➤ Lời giải:

➤ Ta có: $\overline{OI} = (1, 3, 4)$; $\overline{OA} = (2, 0, 0)$

$\Rightarrow [\overline{OI}, \overline{OA}] = (0, 8, -6)$

$\Rightarrow \delta(I, OA) = \frac{\left| [\overline{OI}, \overline{OA}] \right|}{OA} = \frac{\sqrt{64+36}}{2} = 5$. Chọn B.

Câu 15 Cho đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ thì khoảng cách từ O đến (d) bằng:

- A. $-\frac{3}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$

► Lời giải:

(d) qua M(0, 1, 0), VTCP $\vec{a} = (1, 2, 2)$

Ta có: $\overline{OM} = (0, 1, 0) \Rightarrow [\vec{a}, \overline{OM}] = (-2, 0, 1)$

$$\Rightarrow \delta(O, d) = \frac{\sqrt{4+1}}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{\sqrt{5}}{3}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 16 Cho M(-1, 1, 0); N(1, 0, 2). Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng MN bằng:

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 2

► Lời giải:

$$\overline{MN} = (2, -1, 2); \overline{ON} = (1, 0, 2)$$

$$\Rightarrow [\overline{MN}, \overline{ON}] = (-2, -2, 1) \Rightarrow d = \frac{\sqrt{4+4+1}}{\sqrt{4+4+1}} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 17 Cho (d): $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$. Điểm M trên d mà khoảng cách từ M đến mp(Oyz) bằng 1 là:

- A. M(1, 2, 0) B. M(-1, 1, 3)
C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai

► Lời giải:

$M(1 - 2t, 2 - t, 3t) \in d$, phương trình mp(Oyz): $x = 0$

$$\delta(M, \text{Oyz}) = 1 \Leftrightarrow |1 - 2t| = 1 \Leftrightarrow 1 - 2t = \pm 1 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 1. \text{ Vậy chọn C.}$$

Câu 18 Phương trình đường thẳng qua O(0, 0, 0) và chứa (d): $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$ là:

- A. $2x + y - z + 1 = 0$ B. $2x + y - z = 0$
C. $2x + y - z + 3 = 0$ D. $x + 2y - z = 0$

► Lời giải:

Phương trình mp chứa (d) dạng $(x + y - 1) + m(x - z + 1) = 0$

$$O \in \alpha \Rightarrow -1 + m = 0 \Rightarrow m = 1$$

Phương trình mặt phẳng: $2x + y - z = 0$. Chọn B.

Hoặc: $O \in \alpha \Rightarrow D = 0$ loại bỏ liền A và C.

Câu 19 Mặt phẳng $M(1, -1, 0)$ và chứa (d): $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ có vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (0, 1, 1)$

C. $\vec{n} = (-1, 0, -1)$

B. $\vec{n} = (0, 1, -1)$

D. $\vec{n} = (1, 0, 1)$

➤ Lời giải:

(d) qua $A(0, 0, 1)$, VTCP $\vec{a} = (2, 1, 1)$

Mp(M, d) có VTCP \vec{a} và $\vec{AM} = (1, -1, -1)$

\Rightarrow VTPT $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{AM}] = (0, 3, -3) = 3(0, 1, -1)$. Chọn C.

Câu 20 Cho (d): $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$ và $(\alpha): x - y - z + 1 = 0$. Gọi (Δ) là đường thẳng song song mp (α) và vuông góc (d) thì (Δ) có vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{a} = (2, 5, -3)$

B. $\vec{a} = (2, 5, 3)$

C. $\vec{a} = (2, -5, -3)$

D. $\vec{a} = (2, 5, 1)$

➤ Lời giải:

Gọi \vec{a} là VTCP của (Δ)

Do $(\Delta) \parallel (\alpha) \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{n}_\alpha = (1, -1, -1)$

$\Delta \perp (d) \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}_d = (2, 1, 3)$

Vậy $\vec{a} = [\vec{n}, \vec{b}] = (-2, -5, 3)$. Chọn A.

Câu 21 Cho $(d_1): \frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$ và $(d_2): \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$. Mặt phẳng chứa d_1 và $\parallel d_2$ có phương trình là:

A. $2x + z = 0$

B. $2x - z + 1 = 0$

C. $2x + z + 1 = 0$

D. $2x - z = 0$

➤ Lời giải:

(d_1) có VTCP $\vec{a} = (2, 3, 4)$

(d_2) có VTCP $\vec{b} = (1, 1, 2)$. Vậy VTPT $\vec{n}_\alpha = [\vec{a}, \vec{b}] = (2, 0, -1)$. Loại A, C

$I(0, -2, 0) \in d_1$ và $I \in \alpha \Rightarrow \text{Pt}(\alpha): 2(x-0) + 0(y+2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x - z = 0$. Chọn D.

Câu 22 Cho $A(1, -1, 2)$. Phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng OA lên mp (Oyz) là:

A. $\begin{cases} 2y+z=0 \\ y=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2y+z=0 \\ x=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x+z=0 \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x+z=0 \\ x=0 \end{cases}$

► Lời giải:

Loại bỏ liền A, C vì phương trình mp(Oyz): $x = 0$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa OA và \perp (Oyz)

(β) có VTCP $\vec{OA} = (1, -1, 2)$; $\vec{i} = (1, 0, 0)$

\Rightarrow VTPT $\vec{n} = (0, 2, 1)$. Phương trình (β) qua O: $2y + z = 0$. Chọn B.

Câu 23 Cho họ đường thẳng $(d_k) : \begin{cases} x+kz-k=0 \\ (1-k)x-ky=0 \end{cases}$ thì (d_k) luôn qua điểm cố định là:

A. $(0, 0, 1)$ B. $(0, 0, -1)$ C. $(1, 0, 1)$ D. $(1, 0, 0)$

► Lời giải:

$I(x, y, z)$ điểm cố định $\Leftrightarrow \begin{cases} x=k(1-z) \\ x=k(x+y) \end{cases} \forall k \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ z-1=0 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$. Chọn A.

Chú ý: có thể thay $(0, 0, 1)$ vào phương trình (d_k) thấy luôn thỏa $\forall k$.

Cho (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$. Hãy trả lời câu hỏi 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

Câu 24 Khoảng cách từ $O(0, 0, 0)$ đến (d) là:

A. $\frac{5}{3}\sqrt{5}$ B. $-\frac{5}{3}\sqrt{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{3}\sqrt{2}$

► Lời giải:

$\vec{OA} = (1, -2, 3) \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{a}] = d$ qua A $(1, -2, 3)$ và có VTCP $\vec{a} (2, 2, 1)$

$\delta(O, d) = \frac{\sqrt{64+25+36}}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{5}{3}\sqrt{5}$. Chọn A.

Câu 25 Hình chiếu vuông góc của (d) lên mp(Oxy) là:

A. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ y=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ z=0 \end{cases}$ D. $x-y-3=0$

► Lời giải:

(α) là mặt phẳng chứa (d) và vuông góc với mp(Oxy)

(α) có VTCP \vec{a} và $\vec{k} = (0, 0, 1)$

\Rightarrow VTPT (α) là $[\vec{a}, \vec{k}] = 2(1, -1, 0)$

\Rightarrow PT(α) là: $1(x-1) - 1(y+2) = 0$

PTHC $\begin{cases} x-y-3=0 \\ z=0 \end{cases}$. Chọn C.

Câu 26 Hình chiếu vuông góc của (d) lên mp(Oyz) là:

A. $y - 2z + 8 = 0$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y - 2z + 8 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 0 \\ y - 2z + 8 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = 0 \\ y - 2z + 8 = 0 \end{cases}$

► Lời giải:

(β) là mặt phẳng chứa (d) và vuông góc với mp(Oyz)

(β) có VTCP $= (1, 0, 0)$ và $\vec{a} \Rightarrow$ VTPT $[\vec{i}, \vec{a}] = (0, 1, -2)$

PT (β): $0 + 1(y+2) - 2(z-3) = 0 \Rightarrow y - 2z + 8 = 0$

PTHC $\begin{cases} y - 2z + 8 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$. Chọn B.

Câu 27 Hình chiếu vuông góc của (d) lên mp(Oxz) là:

A. $y - 2z + 5 = 0$

B. $\begin{cases} x - 2z + 5 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 0 \\ y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$

D. $y + 2z + 5 = 0$

► Lời giải:

(γ) là mặt phẳng chứa (d) và vuông góc với mp(Oxz)

(γ) có VTCP $\vec{j} = (0, 1, 0)$ và $\vec{a} \Rightarrow$ VTPT $[\vec{a}, \vec{j}] = -(1, 0, -2)$

PT (γ): $1(x-1) - 2(z-3) = 0$

PTHC $\begin{cases} y - 2z + 5 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. Chọn C.

Câu 28. Hình chiếu vuông góc của (d) theo phương $x'Ox$ lên mp(α): $x + y + z + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} y - 2z + 8 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$

B. $y - 2z - 8 = 0$

C. $\begin{cases} x - 2z + 8 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$

D. $y + 2z + 8 = 0$

➤ Lời giải:

Gọi (P) là mp chứa (d) và // x'Ox

(P) có VTCP \vec{a} và $\vec{i} = (1, 0, 0) \Rightarrow$ VTPT $[\vec{i}, \vec{a}] = (0, 1, -2)$

PT (P): $0(x-1) + 1(y+2) - 2(z-3) = 0$

PTHC $\begin{cases} y-2z+8=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$. Chọn A.

Câu 29 Hình chiếu vuông góc của (d) theo phương y'Oy lên mp(α): $x+y+z+1=0$ là:

A. $x+2z+5=0$

B. $x-2z+5=0$

C. $\begin{cases} x+2z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x-2z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$

➤ Lời giải:

Gọi (Q) là mp chứa (d) và // y'Oy

(Q) có VTCP \vec{a} và $\vec{j} = (0, 1, 0) \Rightarrow$ VTPT $[\vec{a}, \vec{j}] = (-1, 0, 2)$

PT (Q): $-1(x-1) + 0(y+2) + 2(z-3) = 0$

PT đường thẳng cần tìm $\begin{cases} x-2z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$. Chọn D.

Câu 30 Hình chiếu vuông góc của (d) theo phương z'Oz lên mp(α): $x+y+z+1=0$ là:

A. $x-y-3=0$

B. $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$

C. $x+y+3=0$

D. $\begin{cases} x+y+3=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$

➤ Lời giải: Gọi (R) là mp chứa (d) và // z'Oz

(P) có VTCP \vec{a} và $\vec{k} = (0, 0, 1) \Rightarrow$ VTPT $[\vec{a}, \vec{k}] = 2(1, -1, 0)$

PT (R): $1(x-1) - 1(y+2) + 0(z-3) = 0$

PTHC $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$. Chọn B.



IV. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẺANG VÀ MẶT PHẺANG:

Trong không gian (Oxyz) cho đường thẳng (Δ): $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{1}$. Hãy trả lời câu hỏi 1, 2, 3, 4.

Câu 1 Xét mặt phẳng (P): $x+y+z+2=0$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. (Δ) cắt (d) và không \perp (P).

B. (Δ) vuông góc (P).

C. (Δ) song song (P).

D. (Δ) nằm trong (P).

➤ Lời giải:

(Δ) đi qua $A(1, 2, 3)$ có VTCP $\vec{a} = (2, 4, 1)$

(P) có VTPT: $\vec{n} = (1, 1, 1)$. Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{n} = 2 + 4 + 1 = 7 \neq 0$ và \vec{a} không cùng phương \vec{n} .

Vậy (Δ) cắt (P) và không \perp (P). Chọn A.

Câu 2 Xét mặt phẳng (Q): $2x + 4y + z = 0$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. (Δ) cắt (d) và không \perp (Q).

B. (Δ) vuông góc (Q).

C. (Δ) song song (Q).

D. (Δ) nằm trong (Q).

➤ Lời giải:

(Q) có VTPT: $\vec{m} = (2, 4, 1)$

Ta có: $\vec{a} = \vec{m}$. Vậy (Δ) vuông góc (Q). Chọn B.

Câu 3 Xét mặt phẳng (R): $x - y + 2z + 5 = 0$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. (Δ) cắt (d) và không \perp (R).

B. (Δ) vuông góc (R).

C. (Δ) song song (R).

D. (Δ) nằm trong (R).

➤ Lời giải:

(R) có VTPT: $\vec{n} = (1, -1, 2)$. Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{n} = 2 - 4 + 2 = 0$ và $A(1, 2, 3) \notin (R)$ do $1 - 2 + 6 + 5 \neq 0$

Vậy (Δ) song song (R). Chọn C.

Câu 4 Xét mặt phẳng (S): $x - y + 2z - 5 = 0$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. (Δ) cắt (d) và không \perp (S).

B. (Δ) vuông góc (S).

C. (Δ) song song (S).

D. (Δ) nằm trong (S).

➤ Lời giải:

(S) có VTPT: $\vec{n} = (1, -1, 2)$. Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{n} = 2 - 4 + 2 = 0$ và $A(1, 2, 3) \in (S)$: $1 - 2 + 6 - 5 = 0$

Vậy (Δ) nằm trong (S). Chọn D.

Câu 5 Cho mặt phẳng (α): $2y + z = 0$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. (α) // $x'Ox$

B. (α) // $y'Oy$

C. (α) // yOz

D. (α) chứa Ox

➤ Lời giải:

(α) có VTPT: $\vec{n} = (0, 2, 1)$. Trục Ox có VTCP $\vec{a} = (1, 0, 0)$

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ và $O \in Ox$ mà $O \in (\alpha)$.

Vậy Ox nằm trên mặt phẳng (α) . Chọn D.

Câu 6 Cho đường thẳng a: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases}$ và mp (α) : $x+3y+z+2=0$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng:

- A. $d // \alpha$ B. d cắt α C. $d \subset (\alpha)$ D. $d \perp (\alpha)$

> Lời giải:

(d) có VTCP $\vec{a} = (1, -1, 2)$ và qua A(1, 2, 1), α có VTPT $\vec{n} = (1, 3, 1)$

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{n}$. Mà $A \notin \alpha$ vì $1+6+1+1 \neq 0$

Vậy $d // \alpha$. Chọn A.

Cách khác: Xét phương trình: $(1+t)+3(2-t)+(1+2t)+1=0 \Rightarrow 0t+9=0$ vô nghiệm.

Câu 7 Cho mp(P): $x+2y-z+5=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$ thì d cắt (P) tại:

- A. I(-5, -2, 2) B. I(-5, -2, -2) C. I(-1, 0, 4) D. I(-1, 0, -4)

> Lời giải:

Thay x, y, z của phương trình (d) vào phương trình (P) ta được:

$$(2t-3)+2(t-1)-t-3+5=0 \Leftrightarrow 3t-3=0 \Rightarrow t=1.$$

Vậy d cắt (P) tại I(-1, 0, 4). Chọn C.

Câu 8 Giao điểm của d: $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và (α) : $3x+5y-z-2=0$ là:

- A. A(1, 0, 1) B. B(0, 0, 2) C. C(1, 1, 6) D. D(12, 9, 1)

> Lời giải:

Thay tọa độ B(0, 0, -2) vào phương trình (α) ta có: $0+2-2=0$

Phương trình (d) ta có: $\frac{-12}{4} = \frac{-9}{3} = \frac{-3}{1}$. Vậy $B \in (d) \cap (\alpha)$. Chọn B.

Câu 9 (d_m) : $\begin{cases} 2mx+y-z+1=0 \\ x-my+z-1=0 \end{cases}$ cắt mp(Oyz) khi và chỉ khi:

A. $m = 1$

B. $m \neq 1$

C. $m = 0$

D. $m \neq 0$

➤ Lời giải:

(d_m) có VTCP $\vec{a} = (1 - m, -1 - 2m, -1 - 2m^2)$. mp(Oyz) có VTPT $\vec{i} = (1, 0, 0)$

(d) cắt mp(Oyz) $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{i} \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. Chọn B.

Câu 10 Cho $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc M(2, 0, 1) lên Δ là:

A. N(1, 0, 2)

B. H(2, 2, 3)

C. K(0, -2, 1)

D. L(-1, -4, 0)

➤ Lời giải:

Ta thấy các điểm M, H, K, L đều nằm trên Δ

Mặt khác: $\overline{MN} = (-1, 0, 1) \perp \vec{a}_\Delta = (1, 2, 1)$. Vậy chọn A.

Câu 11 Cho $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và A(1, 2, -1) thì hình chiếu vuông góc của A lên d là:

A. H(1, 2, 2)

B. K(-1, 0, 3)

C. M(-1, 2, 2)

D. N(-2, 4, 4)

➤ Lời giải:

Trước tiên hình chiếu vuông góc phải nằm trên d. Ta thấy chỉ có $M \in d$.

Mặt khác: $\overline{MA} = (2, 0, -3) \perp \vec{a}_d = (3, -2, 2)$. Vậy chọn C.

Câu 12 Cho M(5, 2, -3) và mp(α): $2x + 2y - z + 1 = 0$. Hình chiếu vuông góc của M lên mp(α) là:

A. N(0, 1, 3)

B. R(1, -2, -1)

C. S(1, 2, 3)

D. H(-1, 3, 2)

➤ Lời giải:

Ta thấy chỉ có M và R nằm trên mp(α).

Mặt khác: $\overline{MR} = (-4, -4, 2) \parallel \vec{n} = (2, 2, -1)$; $\overline{MN} = (-5, -1, 6)$ không $\parallel \vec{n} = (2, 2, -1)$

Vậy hình chiếu của M lên mp(α) là R. Chọn B.

Câu 13 Cho M(2, 1, 4), lấy $N \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ thì MN ngắn nhất khi và chỉ khi:

A. $N_1(2, -3, -3)$

B. $N_2(2, 3, 3)$

C. $N_3(0, 1, -1)$

D. $N_4(0, 1, 1)$

➤ Lời giải:

$$N(1 + t, 2 + t, 1 + 2t) \Rightarrow \overline{MN} = (t - 1, t + 1, 2t - 3)$$

$$MN \perp \vec{d} = (1, 1, 2) \Rightarrow t - 1 + t + 1 + 2(2t - 3) = 0 \Rightarrow t = 1.$$

Vậy $N(2, 3, 3)$. Chọn B.

Câu 15 Cho $(\alpha): x - 2y - 3z + 14 = 0$ và $A(1, -1, 1)$. Điểm đối xứng của A qua (α) là:

- A. $B(1, 3, 7)$ B. $C(-1, -3, 7)$ C. $D(-1, 3, 7)$ D. $E(1, -3, 7)$

► Lời giải:

Ta chỉ có $\overline{AD} = (-2, 4, 6) = -2\vec{n}_\alpha$. Vậy chỉ xét điểm D.

Mặt khác trung điểm AD là $I(0, 1, 4) \in \alpha$. Chọn C.

Câu 17 Cho $M(1, 2, 3)$ và $(\Delta): \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ thì điểm đối xứng của M qua (Δ) là:

- A. $N(1, 4, -1)$ B. $H(-1, -4, 1)$ C. $K(1, 4, 1)$ D. $G(1, -4, -1)$

► Lời giải:

Ta có: $\overline{MN} = (0, 2, -4)$; $\overline{MH} = (-2, -6, -2)$; $\overline{MK} = (0, 2, -2)$.

Xét VTCP $\vec{n}_\alpha = (2, -1, 1)$. Ta thấy chỉ có $\overline{MH} \perp \vec{n}_\alpha$. Mặt khác trung điểm $I(0, -1, 2) \in \Delta$

Vậy chọn B.

Câu 16 Cho $A(0, 0, -3)$; $B(2, 0, -1)$ thì đường thẳng AB cắt mp $(\alpha): 3x - 8y + 7z + 1 = 0$ tại:

- A. $I(2, 0, 1)$ B. $I(-2, 0, 1)$ C. $I(2, 0, -1)$ D. $I(-2, 0, -1)$

► Lời giải:

$$\text{Phương trình tham số AB} \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -3 + t \end{cases}$$

Thay vào phương trình $(\alpha): \Rightarrow 3t + 0 + 7(t - 3) + 1 = 0$

$\Rightarrow 10t - 20 = 0 \Rightarrow t = 2$. Vậy giao điểm $I(2, 0, -1)$. Chọn C.

Câu 17 Cho mp $(\alpha): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Khoảng cách từ (α) và (β) là:

- A. $\frac{9}{14}$ B. $\frac{9}{\sqrt{14}}$ C. $\frac{3}{14}$ D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

► Lời giải:

(Δ) qua $A(1, 7, 3)$

$$\delta(\alpha, \beta) = \delta(A, \alpha) = \frac{|3 - 14 - 3 + 5|}{\sqrt{9 + 4 + 1}} = \frac{|-9|}{\sqrt{14}}. \text{ Chọn B.}$$

Mặt khác $I(1, -1, 2) \bar{a} \perp d'$ mà $I \notin d'$ vì $\frac{0}{1} \neq \frac{-3}{1} \neq +1$. Vậy $d \parallel d'$. Chọn B.

Câu 2 Cho $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 2+t \\ z = -3+3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2t' \\ y = -3+2t' \\ z = 1+3t' \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. d cắt d' B. d song song d' C. d, d' chéo nhau D. d trùng d' .

► Lời giải:

Ta có VTCP $\bar{a} = (2, 1, 3)$ không cùng phương VTCP $\bar{b} = (1, 2, 3)$.

Vậy d, d' cắt hoặc chéo nhau. Mặt khác hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2t = 2+t' \\ 2+t = -3+2t' \\ 3t-3 = 1+3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-t' = 2 \\ t-2t' = -5 \\ 3t-3t' = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = 4 \\ t-t' = -1 \neq \frac{4}{3} \end{cases} \text{ Vô nghiệm}$$

Vậy d, d' chéo nhau. Chọn C.

Cách khác: d qua $A(0, 2, -3)$, d' qua $B(2, -3, 1)$

Ta có: $[\bar{a}, \bar{b}] = (-3, -3, 3)$; $\overline{AB} = (2, -5, 4)$. Do $[\bar{a}, \bar{b}] \cdot \overline{AB} = 21 \neq 0$. Chọn C.

Câu 3 Cho $d: \begin{cases} x = 9t \\ y = 5t \\ z = -3+t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} 2x-3y-3z-9=0 \\ x-2y+z+3=0 \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. d cắt d' B. d song song d' C. d, d' chéo nhau D. d trùng d' .

► Lời giải:

Thay $A \in d \Rightarrow A(9t; 5t; -3+t)$ vào phương trình d' ta có:

$$\begin{cases} 18t-15t-3(t-3)-9=0 \\ 9t-10t+t-3+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0t=0 \\ 0t=0 \end{cases} \text{ Vậy số nghiệm. Vậy } d \equiv d'. \text{ Chọn D.}$$

Câu 4 Cho $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. d cắt d' B. d song song d' C. d, d' chéo nhau D. d trùng d' .

► Lời giải:

d qua $A(1, 7, 3)$; VTCP $\bar{a} = (2, 1, 4)$

d' qua $B(6, -1, -2)$; VTCP $\vec{b} = (3, -2, 1)$. Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (9, 10, -7)$ và $\overline{AB} = (5, -8, -5)$

Do $\begin{cases} [\vec{a}, \vec{b}] \overline{AB} = 45 - 80 + 35 = 0 \\ [\vec{a}, \vec{b}] \neq 0 \end{cases}$. Vậy d cắt d' . Chọn A.

Câu 5 Cho $d: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x + 2y + 3 = 0 \\ y - z + 4 = 0 \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng:

- A. d cắt d' B. d song song d' C. d, d' chéo nhau D. d trùng d'

➤ Lời giải:

d qua $A(5, 1, 5)$; VTCP $\vec{a} = (2, -1, -1)$

d' qua $B(-3, 0, 4)$; VTCP $\vec{b} = (-2, 1, 1)$

Ta có: $\vec{a} = -\vec{b}$ và $\overline{AB} = (-8, -1, -1)$ không cùng phương \vec{a} .

Vậy $d // d'$. Chọn B.

Câu 6 Cho $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} 4x + y - 19 = 0 \\ y + 4z - 79 = 0 \end{cases}$. Kết luận nào sau đây đúng, d cắt d' tại:

- A. $A(-3, -2, 6)$ B. $B(5, -2, 20)$ C. $C(3, 7, 18)$ D. $D(3, -2, 1)$

➤ Lời giải:

Thay phương trình d vào phương trình d' :

$$\begin{cases} 4(-3 + 2t) + (3t - 2) = 19 \\ (3t - 2) + 4(4t + 6) = 79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11t = 33 \\ 39t = 57 \end{cases} \Leftrightarrow t = 3. \text{ Vậy } d \text{ cắt } d' \text{ tại } (3, 7, 18). \text{ Chọn C.}$$

Câu 7 Cho $d: \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} 2x + y - 19 = 0 \\ x - z + 2 = 0 \end{cases}$. d cắt d' khi:

- A. $m = 0$ B. $m \neq 0$ C. $m = -1$ D. $\forall m \in R$

➤ Lời giải:

Thay phương trình d vào phương trình d' :

$$\begin{cases} 2(1 + mt) + t = 19 \\ 1 + mt + 1 - 2t + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m + 1)t = 16 \\ (m - 2)t = -4 \end{cases}$$

d cắt $d' \Leftrightarrow$ hệ có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{m - \frac{1}{2} \wedge m \neq 2}{2} = \frac{-4}{m - 2} \Leftrightarrow m = 0$. Chọn A.

Câu 8 Cho 2 đường thẳng song song $d: \begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t \\ z=-t \end{cases}$ và $d': \frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-1}$

Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:

A. $x + 2z + 5 = 0$

B. $x - 2z - 5 = 0$

C. $x + 2z - 5 = 0$

D. $x - 2z + 5 = 0$

► Lời giải:

d qua $A(5, 1, 0)$; VTCP $\vec{a} = (2, -1, -1)$

d' qua $B(3, -3, 1)$; VTCP $\vec{b} = (2, -1, -1)$

Ta có: $\vec{AB} = (-2, -4, 1)$; VTPT $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{AB}] = -5(1, 0, 2) \Leftrightarrow x + 2z - 5 = 0$. Chọn C.

Câu 9 Cho 2 đường thẳng cắt nhau $d: \begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng chứa d, d' là:

A. $x - 2y - z + 2 = 0$

B. $x - 2y - z - 2 = 0$

C. $x + 2y - z - 2 = 0$

D. $x + 2y - z + 2 = 0$

► Lời giải:

d VTCP $\vec{a} = (1, -2, -3)$

d' có VTCP $\vec{b} = (1, 2, 5)$ và qua $A(0, 1, 4)$.

\Rightarrow VTPT $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-4, -8, 4) = -4(1, 2, -1)$

Phương trình mp(d, d'): $1(x - 0) + 2(y - 1) - 1(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z + 2 = 0$.

Chọn D.

Câu 10 Cho hai đường thẳng chéo d, d' . Gọi (α) là đường thẳng chứa d và song song d' . Gọi (β) là mặt phẳng chứa d' và song song d . Khoảng cách giữa 2 đường d, d' :

A. Bằng khoảng cách từ d' đến mp(α)

B. Bằng khoảng cách từ d' đến mp(β)

C. Bằng khoảng cách từ (α) đến mp(β)

D. Các kết quả a, b, c đều đúng.

► Lời giải:

Các cách tính A, B, C đều đúng. Chọn D.

Câu 11 Cho $A(1, 1, 0)$; $B(2, -1, 1)$. Khoảng cách từ trục hoành đến đường thẳng AB là:

- A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{5}$

➤ Lời giải:

Ta có: Ta có: $\overline{AB} = (1, -2, 1)$; $\vec{i} = (1, 0, 0)$ và VTCP của $x'Ox$. $[\overline{AB}, \vec{i}] = (0; 1; 2)$ và $\overline{OA} = (1, 1, 0)$

$$\text{Vậy } \delta(x'Ox, AB) = \frac{|[\overline{AB}, \vec{i}] \cdot \overline{OA}|}{|[\overline{AB}, \vec{i}]|} = \frac{|1|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 12 Cho $M(1, 0, 0)$; $N(0, 1, 0)$; $H(1, 1, 0)$; $K(0, 0, 2)$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng MN và HK bằng:

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

➤ Lời giải:

Ta có: $\overline{MN} = (-1, 1, 0)$; $\overline{HK} = (-1, -1, 2)$

$\Rightarrow [\overline{MN}, \overline{HK}] = (2, 2, 2)$ và $\overline{MH} = (0, 1, 0)$

$$\delta(MN, HK) = \frac{|[\overline{MN}, \overline{HK}] \cdot \overline{MH}|}{|[\overline{MN}, \overline{HK}]|} = \frac{|2|}{\sqrt{4+4+4}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 13 Khoảng cách giữa 2 đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ bằng:

- A. $\sqrt{6}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$ D. $\sqrt{2}$

➤ Lời giải:

d qua $A(1, -1, 1)$; VCPT $\vec{a} = (2, -1, 0)$

d' qua $B(2, -2, 3)$; VTCP $\vec{b} = (-1, 1, 1)$

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1, -2, 1)$; $\overline{AB} = (1, -1, 2)$

$$\delta(d, d') = \frac{|-1+2+2|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{6}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 14 Cho $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$; $d': \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

Đường vuông góc chung của d và d' cắt d và d' lần lượt tại:

A. $M(7, 3, 9)$; $H(0, 1, 1)$

B. $M(7, 3, 9)$; $N(3, 1, 1)$

C. $H(0, 1, 1)$; $N(3, 1, 1)$

D. $N(3, 1, 1)$; $K(0, -11, 16)$

► Lời giải:

Loại A và C vì $H(0, 1, 1) \notin d \cup d'$. Xét B.

Ta có: $M \in d, N \in d'$ và $\overline{MN} = (-4, -2, -8) = -2(2, 1, 4)$.

$\overline{MN} \perp \vec{a} = (1, 2, -1)$ vì $2 + 2 - 4 = 0$

$\overline{MN} \perp \vec{b} = (-7, 2, 3)$ vì $-14 + 2 + 12 = 0$. Vậy chọn B.

Câu 15 Cho hai đường thẳng cố định và chéo nhau d và d' có khoảng cách bằng 1. Trên d lấy hai điểm cố định A và B mà $AB = 2$. Lấy M di động trên d' thì diện tích ΔMAB nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D. 4

► Lời giải:

$S = Dt(\Delta MAB) = \frac{1}{2} MI \cdot AB = MI \geq HK = 1$.

Vậy $S_{\min} = 1$. Chọn B.

MẶT CẦU:

Câu 1 Cho một mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 18 = 0$ thì (S) có tâm và bán kính:

A. $I(-2, 3, 3)$; $R = 2$

B. $I(2, -3, -3)$; $R = 4$

C. $I(-2, 3, 3)$; $R = 4$

D. $I(2, -3, -3)$; $R = 2$

► Lời giải:

Tâm $I(2, -3, -3)$; $R = \sqrt{4+9+9-18} = 2$. Chọn D.

Câu 2 Cho họ $(S_m): x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)z + 6m + 7 = 0$. (S_m) là mặt cầu khi và chỉ khi:

A. $-1 < m < 1$

B. $-1 \leq m \leq 1$

C. $m < -1 \vee m > 1$

D. $m \leq -1 \vee m \geq 1$

➤ Lời giải:

$$(S_m) \text{ là mặt cầu} \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 + (m+2)^2 - (6m-7) > 0 \\ \Leftrightarrow 2m^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 1. \text{ Chọn C.}$$

Câu 3 Cho $A(1, 0, 0)$; $B(0, 2, 0)$; $C(0, 0, 2)$ thì mặt cầu qua O, A, B, C có tâm là:

A. $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$ B. $I(0, 1, 1)$ C. $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ D. $I\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$

➤ Lời giải:

Ta có: $BC^2 = 8 = AB^2$. Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A . Do $\widehat{COB} = \widehat{CAB} = 1v$
 $\Rightarrow O, A \in$ mặt cầu đường kính BC . Tâm I trung điểm BC là $(0, 1, 1)$. Chọn B.

Câu 4 Cho $A(1, 0, 0)$; $B(1, 2, 0)$; $C(0, 0, 2)$ thì mặt cầu qua O, A, B, C có bán kính R :

A. 3 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 1

➤ Lời giải:

Ta có: $\widehat{BAC} = \widehat{COB} = 1v$

A và $O \in$ mặt cầu đường kính BC . $R = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{1+4+4}}{2} = \frac{3}{2}$. Chọn B.

Câu 5 Mặt cầu tâm $I(4, 2, -2)$ tiếp xúc $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$ thì có bán kính:

A. $R=3$ B. $R=4$ C. $R=5$ D. $R=1$

➤ Lời giải:

$$R = \delta(I, \alpha) = \frac{|48 + 10 - 19|}{\sqrt{144 + 25}} = \frac{39}{13} = 3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 6 Mặt cầu (S) tiếp xúc hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x - y + 2z + 5 = 0$ thì có bán kính R :

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

➤ Lời giải:

Ta có $\alpha // \beta$

Chọn $M(0, -1) \in (\alpha)$ thì $R = \frac{1}{2} \delta(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \delta(M, \beta) = \frac{1}{2} \frac{|6|}{\sqrt{9}}$. Chọn A.

➤ Lời giải:

$$\text{Ta có: } IJ = \delta(I, \alpha) = \frac{|2+4-2+5|}{\sqrt{9}} = 3.$$

$$CV = 8\pi = 2\pi r \Rightarrow r = JM = 4$$

$$\Delta IJM \text{ vuông} \Rightarrow R^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2. \text{ Chọn B.}$$

Câu 11 Cho (S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 1$ thì mặt phẳng (P) chứa trục Oz và tiếp xúc (S) có phương trình:

A. $4x + 3z = 0$

B. $4x + 3y = 0$

C. $3x + 4y = 0$

D. $4x - 3y = 0$

➤ Lời giải:

(S) có tâm $I(2, -1, 3)$; $R = 1$ (phương trình Oz $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$).

Mp(P) có dạng: $x + my = 0$

Do điều kiện tiếp xúc $\Rightarrow \delta(I, \alpha) = \frac{|2-m|}{\sqrt{1+m^2}} = 1 \Rightarrow 4 - 4m + m^2 = m^2 + 1 \Rightarrow m = \frac{3}{4}$.
 Chọn B.

Câu 12 Cho (S) : $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ tiếp xúc (P): $2x + 2y + z - 10 = 0$ thì tiếp điểm T là:

A. $T(3, 1, 2)$

B. $T(-3, 1, 2)$

C. $T(3, -1, 2)$

D. $T(3, 1, -2)$

➤ Lời giải:

(S) có tâm $I(1, -1, 1)$; $R = 3$

Phương trình d qua I và $\perp \alpha$ là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Thay vào phương trình (P) $\Rightarrow 2(1+2t) + 2(2t-1) + t + 1 = 10 \Rightarrow 9t = 9 \Rightarrow t = 1$.

Vậy $T(3, 1, 2)$. Chọn A.

Câu 13 Cho đường tròn (C): $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0 \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ thì bán kính của (O) bằng:

A. $\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. 4

D. 2

➤ Lời giải:

Tâm (S) là $I(2, -3, -3)$; $R^2 = 4 + 9 + 9 + 17 = 5$

$$IJ = \delta(I, \alpha) = \frac{|2+6-6+1|}{\sqrt{9}} = 1.$$

$$R^2 = JM^2 = R^2 - IJ^2 = 5 - 1 = 4 \Rightarrow r = 2. \text{ Chọn D.}$$

Câu 14 Cho mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 11$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$;

d' : $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Phương trình mặt phẳng song song d , chứa d' và tiếp xúc với (S) là:

- A. $3x - y - z + 15 = 0$ B. $3x - y - z - 7 = 0$
 C. Hai kết quả a, b đều đúng D. Hai kết quả a, b đều sai.

► Lời giải:

$$\vec{a}_d = (1, 1, 2); \vec{a}_{d'} = (1, 2, 1) \Rightarrow \text{VTPT } \vec{n}_\alpha = (-3, 1, 1)$$

Phương trình (α) dạng: $3x - y - z + D = 0$

$$\text{Do điều kiện tiếp xúc} \Rightarrow \delta(I, \alpha) = R \Rightarrow \frac{|3+1-0+D|}{\sqrt{11}} = \sqrt{11}$$

$$\Rightarrow D+4 = \pm 11 \Rightarrow D = 7 \vee D = -15. \text{ Chọn D.}$$

Câu 15 Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ và 3 điểm trên mặt cầu A(1, 2, -2); B(-4, 2, 3); C(1, -3, 3) thì phương trình đường tròn qua A, B, C là:

- A. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$ B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$
 C. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5 \\ x+y+z-1=0 \end{cases}$ D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 1$

► Lời giải:

$$A(1; 2; -2); B(-4; 2; 3); C(1; -3; 3)$$

$$\text{Mp}(ABC) \text{ có VTCP } \vec{AB} = (-5, 0, 0) = -5(1, 0, -1)$$

$$\vec{AC} = (0, -5, 5) = -5(0, 1, -1) \Rightarrow \text{VTPT } \vec{n} = (1, 1, 1)$$

$$\text{Phương trình (ABC): } 1(x-1) + 1(y-2) + 1(z+2) = 0$$

$$\text{Phương trình đường tròn (ABC): } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 16 Cho đường tròn (C): $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$ thì tâm của (C) là:

- A. J(1, 1, 0) B. J(1, 0, 1) C. J(0, 1, 1) D. J(0, -1, 1)

► Lời giải:

$$\text{Phương trình (d) qua tâm J và } \perp (\alpha): x + z - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x = t \\ y = 0. \text{ Thay } (\alpha) \Rightarrow t + t = 2 \Rightarrow t = 1. \\ z = t \end{cases}$$

Vậy tâm $J(1, 0, 1)$. Chọn B.

Câu 17 Cho mặt cầu $(S) : (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$ và $d : \frac{x-1}{0} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{1}$ thì d cắt (S) tại:

A. $A(1, 2, -4); B(1, -3, 1)$

B. $A(1, 2, -4); B(1, 3, 1)$

C. $A(1, 2, 4); B(1, -3, 1)$

D. $A(1, -2, -4); B(1, -3, 1)$

➤ Lời giải:

Gọi $A = d \cap (S)$

$A \in d \Rightarrow \exists t \ A : (1, 2 - t, -4 + t)$

$A \in (S) \Rightarrow 3^2 + (1 - t)^2 + (t - 4)^2 = 26 \Rightarrow 2t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t = 0 \vee t = 5$

Vậy giao điểm $A(1, 2, -4); B(1, -3, 1)$. Chọn A.

Câu 18 Cho $(\Delta) : \frac{2x-2y}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ và $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 26$. Kết luận nào sau đây là sai.

A. (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{a}(1, 2, 2)$

B. (Δ) tiếp xúc mặt cầu (S)

C. (Δ) nằm trong $(\alpha) : 2x - 11y + 10z - 35 = 0$

D. (Δ) cắt (S) .

➤ Lời giải:

Hiển nhiên a đúng. Chỉ cần kiểm tra B và D.

(S) tâm $I(1, 2, -2); R = 5; (\Delta)$ qua $A(1, -3, 0); \text{VTCP } \vec{a} = (1, 2, 2)$

$\Rightarrow \vec{IA} = (0, -5, 2) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{IA}] = (14, -2, -5)$

$\delta(I, \Delta) = \frac{\sqrt{196+4+25}}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{15}{3} = R \Rightarrow (S)$ tiếp xúc (Δ) . Chọn B.

Câu 19 Mặt cầu tâm $I(1, 3, 5)$ tiếp xúc với $(d) : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ có bán kính:

A. $R = \sqrt{14}$

B. $\sqrt{7}$

C. 7

D. 14

➤ Lời giải:

(d) qua $M(0, -1, 2), \text{VTCP } \vec{a} = (1, -1, -1)$

$\vec{MI} = (1, 4, 3) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{MI}] = (1, -4, 5)$. Chọn A.

Câu 20 Cho (S) : $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và (d) : $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$ thì (d) cắt (S) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $m = \frac{5}{2} \vee m = \frac{15}{2}$

B. $m < \frac{5}{2} \vee m > \frac{15}{2}$

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$

D. $\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{15}{2}$

➤ Lời giải:

Thay phương trình (d) vào phương trình (S).

$$\Rightarrow (t+1)^2 + (mt+4)^2 + (2t+2)^2 = 1 \Rightarrow (5+m^2)t^2 + (10+8m)t + 20 = 0$$

$$\text{Ycbt} \Rightarrow \Delta = (4m+5)^2 - 20(m^2+5) > 0 \Rightarrow -4m^2 + 40m - 74 > 0 \Rightarrow \frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}.$$

Chọn C.

Câu 21 Cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$ và (S') : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$.

Kết luận nào sau đây là đúng.

A. (S), (S') ở ngoài nhau

B. (S), (S') dựng nhau

C. (S), (S') cắt nhau

D. (S), (S') tiếp xúc nhau

➤ Lời giải:

(S) có tâm I(1, -2, 2); R = 3

(S') có tâm J(-2, 1, 1); R' = 4. Ta có : $IJ^2 = 9 + 9 + 1 = 19$

Do $R' - R < IJ < R + R'$

Vậy (S), (S') cắt nhau. Chọn C.

Câu 22 Cho (S) : $(x-1)^2 + (y+2\sqrt{2})^2 + z^2 = 9$ và (S') : $(x+2)^2 + y^2 + (z-2\sqrt{2})^2 = 64$. Kết luận nào sau đây là đúng về vị trí tương đối của (S) và (S'):

A. Cắt nhau

B. Tiếp xúc trong

C. Tiếp xúc ngoài

D. Ở ngoài nhau

➤ Lời giải:

(S) có tâm I(1, $-2\sqrt{2}$, 0); R = 3

(S') có tâm J(-2, 0, $2\sqrt{2}$); R' = 4

Ta có : $IJ = \sqrt{9+8+8} = 5 = R' - R \Rightarrow$ (S), (S') tiếp xúc trong. Chọn B.

PHẦN V:

**ĐỀ VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT -
ĐỀ THI MINH HỌA MÔN TOÁN
CỦA BỘ GD & ĐT NĂM 2017**

ĐỀ MINH HỌA

KÌ THI THIPT QUỐC GIA NĂM 2007

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + x - 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - x^2 - 1$

D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 2 Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$

Câu 3 Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$

B. $(0; +\infty)$

C. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$

D. $(-\infty; 0)$

Câu 4 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$-$	$+$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và nhỏ nhất bằng -1

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 5. Tìm giá trị cực đại y_{cb} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $y_{\text{cb}} = 4$ B. $y_{\text{cb}} = 1$ C. $y_{\text{cb}} = 0$ D. $y_{\text{cb}} = -1$

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$ B. $\min_{[2;4]} y = -2$
 C. $\min_{[2;4]} y = -3$ D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$

Câu 7. Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất, ký hiệu (x_0, y_0) là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$ B. $y_0 = 0$ C. $y_0 = 2$ D. $y_0 = -1$

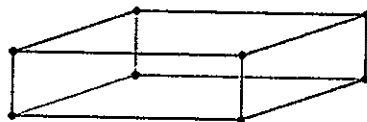
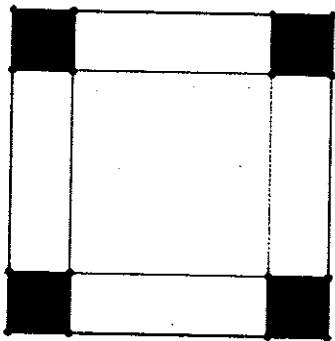
Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^3 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt{9}}$ B. $m = -1$ C. $m = \frac{1}{\sqrt{9}}$ D. $m = 1$

Câu 9. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn
 B. $m < 0$
 C. $m = 0$
 D. $m > 0$

Câu 10. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm đó lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$ B. $x = 3$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

Câu 11 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$

B. $m \leq 0$

C. $1 \leq m < 2$

D. $m \geq 2$

Câu 12 Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$

A. $x = 36$

B. $x = 65$

C. $x = 80$

D. $x = 82$

Câu 13 Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

A. $y' = x \cdot 13^{x-1}$

B. $y' = 13^x \ln 13$

C. $y' = 13^x$

D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

Câu 14 Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$

A. $x > 3$

B. $\frac{1}{3} < x < 3$

C. $x < 3$

D. $x > \frac{10}{3}$

Câu 15 Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 3)$

A. $D = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Câu 16 Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_7 7 < 0$

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_7 7 < 0$

Câu 17 Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_2(ab) = \frac{1}{2} \log_2 b$

B. $\log_2(ab) = 2 + 2 \log_2 b$

C. $\log_2(ab) = \frac{1}{4} \log_2 b$

D. $\log_2(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 b$

Câu 18 Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Câu 19 Đặt $a = \log_2 3, b = \log_2 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a, b

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Câu 20 Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\log_2 b < 1 < \log_2 a$

B. $1 < \log_2 b < \log_2 a$

C. $\log_2 b < \log_2 a < 1$

D. $\log_2 a < 1 < \log_2 b$

Câu 21 Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \frac{100 \cdot (1,03)}{3}$ (triệu đồng)

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

Câu 22 Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 23 Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$

Câu 24 Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2 m

B. 2 m

C. 10 m

D. 20 m

Câu 25 Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$

A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$

B. $I = -\pi^4$

C. $I = 0$

D. $I = -\frac{1}{4}$

Câu 26 Tính tích phân $I = \int_1^e x \cdot \ln x dx$

- A. $I = \frac{1}{2}$ B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$ C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$ D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

Câu 27 Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$

- A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{81}{12}$ D. 13

Câu 28 Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi xoay hình (H) xung quanh trục Ox.

- A. $V = 4 - 2e$ B. $V = (4 - 2e)\pi$ C. $V = e^2 - 5$ D. $V = (e^2 - 5)\pi$

Câu 29 Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z}

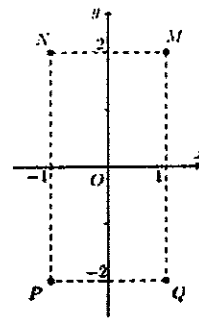
- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 2i.
 B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
 C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2i.
 D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 30 Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$ B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$
 C. $|z_1 + z_2| = 1$ D. $|z_1 + z_2| = 5$

Câu 31 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- A. Điểm P
 B. Điểm Q
 C. Điểm M
 D. Điểm N



Câu 32 Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A. $w = 7 - 3i$ B. $w = -3 - 3i$
 C. $w = 3 + 7i$ D. $w = -7 - 7i$

Câu 33 Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$.

Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

- A. $T = 4$ B. $T = 2\sqrt{3}$ C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$ D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

Câu 34 Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r=4$ B. $r=5$ C. $r=20$ D. $r=22$

Câu 35 Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $.AC'=a\sqrt{3}$.

- A. $V=a^3$ B. $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V=3\sqrt{3}a^3$ D. $V=\frac{1}{3}a^3$

Câu 36 Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $V=\sqrt{2}a^3$ D. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 37 Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a, AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

- A. $V=\frac{7a^3}{2}$ B. $V=14a^3$ C. $V=\frac{28a^3}{3}$ D. $V=7a^3$

Câu 38 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h=\frac{2}{3}a$ B. $h=\frac{4}{3}a$ C. $h=\frac{8}{3}a$ D. $h=\frac{3}{4}a$

Câu 39 Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại $A, AB=a$ và $AC=\sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

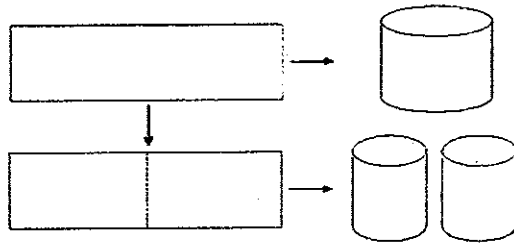
- A. $l=a$ B. $l=\sqrt{2}a$ C. $l=\sqrt{3}a$ D. $l=2a$

Câu 40 Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{ cm} \times 240\text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Câu 41 Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $S_p = 4\pi$

B. $S_p = 2\pi$

C. $S_p = 6\pi$

D. $S_p = 10\pi$

Câu 42 Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$

B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$

C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$

D. $V = \frac{5\pi}{3}$

Câu 43 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1 = (-1; 0; -1)$

B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$

C. $\vec{n}_2 = (3; -1; 0)$

D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Câu 44 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu S: $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

Tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S)?

A. $I(-1; 2; 1), R=3$

B. $I(1; 2; -1), R=3$

C. $I(-1; 2; 1), R=9$

D. $I(1; -2; -1), R=9$

Câu 45 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d = \frac{5}{9}$

B. $d = \frac{5}{29}$

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 46 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng (P): $10x + 2y + mz + 11 = 0$ m là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = -52$

D. $m = 52$

Câu 47 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + y + 2z - 3 = 0$

B. $x + y + 2z - 6 = 0$

C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$

D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x + y + 2z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S)

A. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$

B. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$

C. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$

D. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 49 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt D.

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 50 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(0;-1;1), C(2;1;-1), D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng

B. 4 mặt phẳng

C. 7 mặt phẳng

D. Có vô số mặt phẳng

ĐỀ MINH HỌA

KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Đáp án chi tiết môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

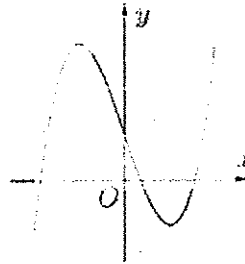
Câu 1 Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + x - 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - x^2 - 1$

D. $y = x^3 - 3x + 1$



➤ Lời giải:

Ta thấy đường cong là đồ thị của hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + c$, hơn nữa đồ thị có dạng đi lên - đi xuống - đi lên nên hệ số $a > 0$. Vậy phương án đúng là phương án D

Câu 2 Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$

➤ Lời giải:

Ta nhớ lại định nghĩa:

"Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang (tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$."

Chú ý Nếu cả hai điều kiện được thỏa mãn thì đương nhiên đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và khi đó ta viết $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = y_0$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy phương án đúng là phương án C

Chú ý

Mặc dù sách giáo khoa không ghi rõ, nhưng ta nên nhớ chỉ "đường cong" mới có đường tiệm cận và đường tiệm cận là một đường thẳng. Tức không có khái niệm đường tiệm cận của một đường thẳng. Thế nên nếu hàm số ở đề bài có dạng $y=1$ thì mặc dù $\lim_{x \rightarrow \infty} 1=1$, nhưng $y=1$ không có đường tiệm cận nào cả vì nó là đường thẳng!

Câu 3 Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

➤ Lời giải:

Ta có: $y'=8x^3 \Rightarrow y'>0 \Leftrightarrow x>0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Bài này không cần sử dụng CASIO, nhưng nếu muốn vẫn có thể (mất thời gian):

Dùng CASIO tính giá trị đạo hàm của y tại 100 ta được kết quả là một số dương \Rightarrow B hoặc C đúng!

Để loại bớt khả năng ta tính thêm giá trị đạo hàm của y tại $-\frac{1}{4}$ được kết quả là một số âm \Rightarrow B đúng

Câu 4 Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$-$	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị
 B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và nhỏ nhất bằng -1
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$

➤ Lời giải:

Phương án A sai vì hàm số có hai cực trị gồm một giá trị cực đại bằng 0 và một giá trị cực tiểu là -1 (cực trị của hàm số chính là giá trị cực tiểu, giá trị cực đại của hàm số đó).

Phương án B sai

Phương án C sai, tuy nhiên nhiều học sinh sẽ mắc sai lầm nếu không phân biệt được sự khác nhau của giá trị lớn nhất và giá trị cực đại, giá trị nhỏ nhất với giá trị cực tiểu. Ở đây, hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định, vì nó tăng tới dương vô cùng khi $x \rightarrow +\infty$, giảm tới âm vô cùng khi $x \rightarrow -\infty$.

Phương án D đúng vì mặc dù đạo hàm không xác định tại $x=0$ nhưng nó có đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=0$ nên $x=0$ vẫn là điểm cực đại, còn $x=1$ hiển nhiên là điểm cực tiểu.

Câu 5 Tìm giá trị cực đại y_{cd} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{\text{cd}} = 4$

B. $y_{\text{cd}} = 1$

C. $y_{\text{cd}} = 0$

D. $y_{\text{cd}} = -1$

➤ Lời giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$y(1) = 0; y(-1) = 4$

Đối với hàm bậc ba thì $y_{\text{cd}} > y_{\text{ct}}$ nên suy ra: $y_{\text{cd}} = 4$.

Vậy phương án đúng là phương án A

Câu 6 Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min y = 6$
[2;4]

B. $\min y = -2$
[2;4]

C. $\min y = -3$
[2;4]

D. $\min y = \frac{19}{3}$
[2;4]

➤ Lời giải:

Cách 1: $y' = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $x = -1$.

Ta thấy $x = 3 \in [2; 4]$.

$y(2) = 7; y(3) = 6; y(4) = \frac{19}{3} \Rightarrow \min y = 6$
[2;4]

Vậy phương án đúng là phương án A

Cách 2: Dùng TABLE của CASIO

Nhập hàm: $f(X) = \frac{X^2 + 3}{X - 1}$; Start = 2; End = 4; Step = $\frac{4-2}{20}$.

Xem bảng giá trị ta thấy ngay $\min y = 6$
[2;4]

Câu 7 Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất, ký hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

A. $y_0 = 4$

B. $y_0 = 0$

C. $y_0 = 2$

D. $y_0 = -1$

➤ **Lời giải:**

Giải 1: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 + x + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$

Vậy phương án đúng là C

Giải 2: Dùng TABLE 2 hàm của CASIO FX 570VN PLUS hoặc VICAL ES PLUS II

Nhập: $f(X) = -2X + 2; g(X) = X^2 + X + 2; \text{Start} = -1; \text{End} = 4; \text{Step} = \frac{4 - (-1)}{10}$

Được bảng số liệu:

	X	f(X)	g(X)	Y_min
TABLE	-0.5	1.0	1.25	1.0
	0.5	0.5	1.75	1.25
	1.5	-1.0	3.25	1.75
	2.5	-2.5	4.75	2.25
	3.5	-4.0	6.25	2.75

Để thấy khi $x = 0$ thì $f(x) = g(x) = 2$ nên giao điểm của hai đồ thị hàm số là $(0; 2) \Rightarrow y_0 = 2$

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^3 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt{9}}$

B. $m = -1$

C. $m = \frac{1}{\sqrt{9}}$

D. $m = 1$

➤ **Lời giải:**

$$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m) = 0 \quad (*)$$

Hàm số có ba điểm cực trị khi phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0$.

Do $a = 1 > 0$ nên đồ thị của hàm số có 1 điểm cực đại tại tọa độ $A(0; 1)$, có hai điểm cực tiểu là $B(-\sqrt{|m|}; 1 - m^2)$, $C(\sqrt{|m|}; 1 - m^2)$.

Tam giác ABC là tam giác cân tại A để nó vuông tại A thì trung tuyến, cũng là đường cao phải bằng một nửa cạnh đáy suy ra:

$$m^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{|m|} \Leftrightarrow m^2 = \sqrt{|m|} \Leftrightarrow m^2 = \sqrt{-m} \Leftrightarrow m^4 + m = 0 \Leftrightarrow m(m^3 + 1) = 0 \Rightarrow m = -1 \quad (\text{do } m < 0).$$

Vậy phương án đúng là B

Câu 9: Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn

B. $m < 0$

C. $m = 0$

D. $m > 0$

► **Lời giải:**

Đồ thị của hàm số hai tiệm cận ngang nên phải tồn tại hai giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và hai giới hạn này phải khác nhau như vậy hàm số phải xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Suy ra: $mx^2 + 1 > 0, \forall x$, so sánh với các phương án thì ta thấy phương án D $m > 0$ là thỏa mãn.

Vậy phương án đúng có thể là A hoặc D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$$

Nên hàm có hai tiệm cận $y = \frac{1}{\sqrt{m}}$ và $y = -\frac{1}{\sqrt{m}}$.

Phương án đúng là D.

Có thể không cần tính giới hạn như sau: ta thay m bằng một giá trị dương tùy ý, ví dụ $m=1$.

Dùng CASIO tính giới hạn của hàm $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ tại $-\infty$ và $+\infty$ như sau:

Để tính giới hạn tại $+\infty$ ta cho x một giá trị vô cùng lớn ví như $x=10^6$ ta được: $y \approx 1$.

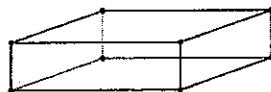
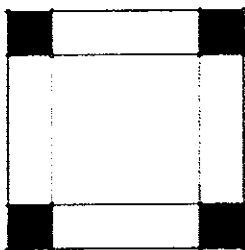
Suy ra: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = 1 \Rightarrow y=1$ là một tiệm cận ngang.

Để tính giới hạn tại $-\infty$ ta cho x một giá trị vô cùng bé ví như $x=-10^6$ ta được: $y \approx -1$.

Suy ra: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = -1 \Rightarrow y=-1$ là một tiệm cận ngang.

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang và phương án D là chính xác!

Câu 10 Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm đó lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=6$

B. $x=3$

C. $x=2$

D. $x=4$

➤ Lời giải:

Diện tích mặt đáy của hộp là : $S = (12 - 2x)^2 = 4(6 - x)^2$ (cm²)

Chiều cao của hộp là: $h = x$ (cm)

Thể tích của hộp là: $V = Sh = 4x(6 - x)^2$ (cm³) với $0 < x < 6$ (cm).

Đặt $t = 6 - x \Rightarrow 0 < t < 6$ được:

$V = f(t) = 4t^2(6 - t) = -4t^3 + 24t^2$, với $t \in (0; 6)$.

Ta có: $f'(t) = -12t^2 + 48t = -12t(t - 4) = 0 \Leftrightarrow t = 0, t = 4$. Chỉ $t = 4 \in (0; 6)$.

$f(0) = 0; f(4) = 128; f(6) = 0$

Vậy $V_{\max} = \max_{(0;6)} f(t) = \max_{[0;6]} f(t) = 128$ (cm³) khi $t = 4$ hay khi $x = 2$ (cm).

Câu 11 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$

B. $m \leq 0$

C. $1 \leq m < 2$

D. $m \geq 2$

➤ Lời giải:

Đặt $t = \tan x \Rightarrow 0 < t < 1$. Ta có: $y = \frac{t - 2}{t - m}, t \in (0; 1)$.

Hàm số bây giờ là hàm phân thức bậc nhất có: $D = -m + 2$.

Do hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất luôn đồng biến hoặc nghịch biến, nếu đồng biến thì $D > 0$, nghịch biến thì $D < 0$ suy ra trong trường hợp này ta có: $D > 0 \Rightarrow m < 2$.

Kết hợp lại ta được $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$

Vậy phương án đúng là A.

Câu 12 Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$

A. $x = 36$

B. $x = 65$

C. $x = 80$

D. $x = 82$

➤ Lời giải:

Sử dụng máy tính ta được ngay nghiệm của phương trình là $x = 65$. Tuy nhiên, ta cũng có thể giải tay vì phương trình này rất dễ!

Điều kiện: $x > 1$

PT $\Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 4^3 + 1 = 65$

Câu 13 Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

A. $y' = x \cdot 13^{x-1}$

B. $y' = 13^x \ln 13$

C. $y' = 13^x$

D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

➤ Lời giải:

Ta có quy tắc: $(a^x)' = a^x \ln a$ nên $y' = 13^x \ln 13$

Câu 14 Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$

A. $x > 3$

B. $\frac{1}{3} < x < 3$

C. $x < 3$

D. $x > \frac{10}{3}$

➤ Lời giải:

Điều kiện: $x > \frac{1}{3}$

BPT $\Leftrightarrow \log_2(3x-1) > \log_2 8 \Leftrightarrow 3x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$ (do hàm $y = \log_a x$ với $a > 1$ là hàm đồng biến).

Vậy $x > 3$

Câu 15 Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 3)$

A. $D = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

➤ Lời giải:

Ta biết rằng hàm số $y = \log_a a$ ($a > 0; a \neq 1$) xác định khi $x > 0$ nên điều kiện để hàm số đã cho xác định là: $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 16 Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_2 2 + x^2 < 0$

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$

➤ Lời giải:

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_2 f(x) < \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$$

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln f(x) < \ln 1 \Leftrightarrow \ln (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$$

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_7 f(x) < \log_7 1 \Leftrightarrow \log_7 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$$

Vậy phương án D là phương án sai.

Câu 17 Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_2(ab) = \frac{1}{2} \log_2 b$

B. $\log_2(ab) = 2 + 2 \log_2 b$

C. $\log_2(ab) = \frac{1}{4} \log_2 b$

D. $\log_2(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 b$

➤ Lời giải:

Ta có: $\log_a b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ ($a, b > 0, a \neq 1, a \neq 0$) nên:

$$\log_{2^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a (ab) = \frac{1}{2} \log_a a + \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$$

Câu 18 Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

➤ Lời giải:

Áp dụng công thức: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ được:

$$y' = \frac{4^x - (x+1)4^x \ln 4}{(4^x)^2} = \frac{4^x [1 - 2(x+1)\ln 2]}{(4^x)^2} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$$

Câu 19 Đặt $a = \log_2 3, b = \log_3 2$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a, b

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$

➤ Lời giải:

Dùng máy tính CASIO gán $A = \log_2 3, B = \log_3 2$ bấm thử các phương án ta thấy phương án C đúng!

Hoặc biến đổi thủ công sử dụng các tính chất của phép toán logarit:

$$\log_6 45 = 2\log_3 3 + \log_3 5 = 2 + \frac{\log_3 5}{\log_3 2 + 1} = \frac{2 + \frac{1}{\log_3 3}}{\frac{1}{\log_3 3} + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{\frac{1+2b}{b}}{\frac{a+1}{a}} = \frac{a(1+2b)}{(a+1)b} = \frac{a+2ab}{ab+b}$$

Câu 20 Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_a a$

B. $1 < \log_a b < \log_a a$

C. $\log_a b < \log_a a < 1$

D. $\log_a a < 1 < \log_a b$

➤ Lời giải:

Cách 1: Thử với $a = 2, b = 3$ ta được:

$\log_2 3 \approx 1,585 > 1$; $\log_3 2 \approx 0,631 < 1$ như thế rõ ràng: $\log_3 2 < 1 < \log_2 3$

Vậy phương án đúng là D.

Cách 2: Ta có: $\log_a b < \log_a a \Leftrightarrow 1 < \log_a b$. Hơn nữa do: $\log_a a = \frac{1}{\log_a b} \Rightarrow \log_a a < 1$

Vậy $\log_a a < 1 < \log_a b$

Câu 21 Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \frac{100 \cdot (1,03)}{3}$ (triệu đồng)

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

► Lời giải:

Sau 1 tháng ông A hoàn nợ lần 1, các lần hoàn nợ tiếp theo sau đó 1 tháng. Ông trả hết tiền nợ sau 3 tháng, vậy ông hoàn nợ 3 lần.

Lãi suất 1 năm là 12% suy ra lãi suất 1 tháng là 1%.

Gọi m là số tiền ông hoàn nợ mỗi tháng.

- Lần hoàn nợ 1:

+) Tổng tiền cần trả (cả gốc và lãi) là: $100 + 100 \cdot 0,01 = 100 \cdot 1,01$ (triệu đồng)

+) Số tiền còn lại sau khi hoàn nợ: $100 \cdot 1,01 - m$ (triệu đồng)

- Lần hoàn nợ 2:

+) Tổng tiền cần trả (cả gốc lẫn lãi) là: $(100 \cdot 1,01 - m) \cdot 1,01 = 100 \cdot (1,01)^2 - 1,01m$ (triệu đồng)

+) Số tiền còn lại sau khi hoàn nợ: $100 \cdot (1,01)^2 - 1,01m - m$ (triệu đồng)

- Lần hoàn nợ 3:

+) Tổng tiền cần trả (cả gốc lẫn lãi) là:

$(100 \cdot (1,01)^2 - 1,01m - m) \cdot 1,01 = 100 \cdot (1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m$ (triệu đồng)

+) Số tiền còn lại sau khi hoàn nợ: $100 \cdot (1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

Ta có: $100 \cdot (1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1} = \frac{(1,01)^3}{(1,01-1)(1,01^2 + 1,01 + 1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}$$

Chú ý Ta đã nhân cả tử và mẫu với $0,01 = 1,01 - 1$ rồi áp dụng hằng đẳng thức: $(a-1)(a^2+a+1) = a^3-1$

Câu 22 Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

D. $V = \int_a^b f(x) dx$

> Lời giải:

Phương án đúng là A. Câu này chỉ hỏi lý thuyết, học sinh chỉ cần ghi nhớ công thức, không cần tính toán gì.

Câu 23 Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$

> Lời giải:

Đặt $u = \sqrt{2x-1} \Rightarrow u^2 + 1 = 2x \Rightarrow 2udu = 2dx \Rightarrow udu = dx$

$$\int f(x) dx = \int u^2 du = \frac{1}{3}u^3 + C = \frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + C = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$$

Câu 24 Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2 m

B. 2 m

C. 10 m

D. 20 m

> Lời giải:

Cách 1: Sử dụng kiến thức Vật Lý

Ta biết rằng vận tốc của một vật chuyển động thẳng biến đổi đều có dạng: $v = v_0 + at$, trong đó v_0 là vận tốc khi bắt đầu chuyển động biến đổi đều còn a là gia tốc của vật.

Từ dạng của vận tốc ta suy ra: $v_0 = 10$ (m/s) và $a = -5$ m/s², a và v_0 trái dấu, nên vật chuyển động chậm dần đều.

Sử dụng công thức liên hệ giữa quãng đường, vận tốc và gia tốc: $v^2 - v_0^2 = 2as$. Khi dừng lại thì vận tốc của vật bằng không nên $v = 0$, và ta có:

$$-v_0^2 = 2as \Rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{10^2}{2 \cdot (-5)} = 10 \text{ (m)}$$

Cách 2: Sử dụng kiến thức Toán học

Khi vật dừng lại thì $v = 0 \Rightarrow 5t + 10 = 0 \Rightarrow t = 2$ (s)

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là:

$$s = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (-5t + 10) dt = -5 \int_0^2 t dt + 10 \int_0^2 dt = -\frac{5}{2} t^2 \Big|_0^2 + 10t \Big|_0^2 = 20 - 10 = 10 \text{ (m)}$$

Câu 25 Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$

A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$

B. $I = -\pi^4$

C. $I = 0$

D. $I = -\frac{1}{4}$

➤ Lời giải:

Cách 1: Dùng máy tính ta được kết quả: $I = 0$

Cách 2: Ta có: $I = -\int_0^{\pi} \cos^3 x d(\cos x) = -\frac{1}{4} \cos^4 x \Big|_0^{\pi} = 0$

Câu 26 Tính tích phân $I = \int_1^e x \cdot \ln x dx$

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$

C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$

D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

➤ Lời giải:

Cách 1: Dùng máy tính ta được kết quả: $I = \frac{e^2 + 1}{4}$

Cách 2: Tích phân từng phần

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

Ta có: $I = \int_1^e u dv = uv \Big|_1^e - \int_1^e v du$

Hay: $I = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}$

Câu 27 Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$

A. $\frac{37}{12}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{81}{12}$

D. 13

➤ Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2, x = 0, x = 1$$

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \frac{37}{12}$$

Câu 28 Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi xoay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e$

B. $V = (4 - 2e)\pi$

C. $V = e^2 - 5$

D. $V = (e^2 - 5)\pi$

➤ Lời giải:

Giao điểm của đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình: $2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^1 y^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx = 4\pi I$

Cách 1: Dùng máy tính ta tính được: $V = (e^2 - 5)\pi$

Cách 2:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = (x-1)^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2(x-1) dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$I = \frac{(x-1)^2 e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1) e^{2x} dx = -\frac{1}{2} - I_1$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-1 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{(x-1)e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3-e^2}{4}$$

$$\text{Suy ra: } I = -\frac{1}{2} - \frac{3-e^2}{4} = \frac{e^2-5}{4} \Rightarrow V = 4\pi I = (e^2 - 5)\pi$$

Câu 29 Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z}

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 2i.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2i.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

➤ Lời giải:

Ta có $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow$ phần thực là 3, phần ảo là 2 (không phải 2i).

Câu 30 Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$ B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$ C. $|z_1 + z_2| = 1$ D. $|z_1 + z_2| = 5$

➤ Lời giải:

Cách 1: Dùng máy tính CASIO ta được ngay kết quả: $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$

+) Bước 1: Chuyển sang chế độ số phức MODE + 2

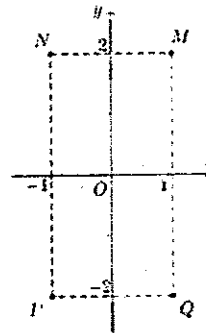
+) Nhấn SHIFT + hyp sau đó nhập $1 + i + 3 - 2i$, rồi nhấn dấu = được kết quả $\sqrt{13}$

Cách 2: $z_1 + z_2 = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

Câu 31 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- A. Điểm P
C. Điểm M

- B. Điểm Q
D. Điểm N



➤ Lời giải:

$$(1+i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1+i} \stackrel{\text{CASIO}}{=} 1-2i \Rightarrow z \text{ được biểu diễn bởi}$$

điểm $(1; -2)$ đó là điểm Q trên hình.

Câu 32 Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A. $w = 7 - 3i$ B. $w = -3 - 3i$
C. $w = 3 + 7i$ D. $w = -7 - 7i$

➤ Lời giải:

Nhập trực tiếp vào máy tính: $w = i(2 + 5i) + 2 - 5i = -3 - 3i$

Câu 33 Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

- A. $T = 4$ B. $T = 2\sqrt{3}$ C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$ D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

➤ Lời giải:

$$\text{Ta có: } z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_{1,2} = \pm 2 \\ z_{3,4} = \pm i\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1| = |z_2| = 2 \\ |z_3| = |z_4| = \sqrt{3} \end{cases}$$

Suy ra: $T = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 34 Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=4$

B. $r=5$

C. $r=20$

D. $r=22$

➤ Lời giải:

$$w=(3+4i)z+i \Leftrightarrow w-i=(3+4i)z$$

Gọi M là điểm biểu diễn w , $N(0;1)$ là điểm biểu diễn i , khi đó độ dài MN bằng môđun của $w-i$.

$$\text{Mặt khác: } |w-i|=|(3+4i)z|=|3+4i| \cdot |z|=5 \cdot 4=20$$

Vậy M thuộc đường tròn tâm $N(0;1)$, bán kính $r=20$

Câu 35 Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$

A. $V=a^3$

B. $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

C. $V=3\sqrt{3}a^3$

D. $V=\frac{1}{3}a^3$

➤ Lời giải:

Gọi b là cạnh của khối lập phương thì: $AC'=b^2+b^2+b^2=3b^2 \Rightarrow AC'=\sqrt{3}b \Rightarrow b=a$

Suy ra: $V=b^3=a^3$

Câu 36 Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

B. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V=\sqrt{2}a^3$

D. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

➤ Lời giải:

$$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}\sqrt{2}a \cdot a^2=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$$

Câu 37 Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V=\frac{7a^3}{2}$

B. $V=14a^3$

C. $V=\frac{28a^3}{3}$

D. $V=7a^3$

➤ Lời giải:

$$\text{Ta có: } V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB \cdot AC \cdot AD=28a^3$$

Để thấy tam giác MNP được tạo nên bởi các đường trung bình của tam giác BCD chúng đồng dạng với nhau, tỉ số đồng dạng là $\frac{1}{2}$, suy ra: $\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}}=\frac{S_{MNP}}{S_{BCD}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \Rightarrow V_{AMNP}=7a^3$

Câu 38 Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp S.ABCD bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

- A. $h = \frac{2}{3}a$ B. $h = \frac{4}{3}a$ C. $h = \frac{8}{3}a$ D. $h = \frac{3}{4}a$

► Lời giải:

Gọi H là hình chiếu của S xuống ABCD thì dễ thấy H là trung điểm AD.

Khoảng cách từ S tới mặt phẳng (ABCD) là:

$$SH = \frac{3 \cdot \frac{4}{3}a^3}{2a^2} = 2a.$$

Trong mặt phẳng SAD hạ HK vuông góc với SD thì HK vuông góc với (SCD).

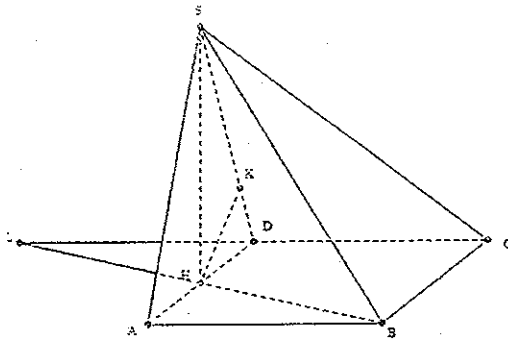
Gọi h là khoảng cách từ B đến (SCD) thì:

$$\frac{h}{HK} = \frac{BL}{HL} \Rightarrow h = 2HK$$

$$\text{Ta có: } SD = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{3a}{\sqrt{2}}$$

$$HK = \frac{SH \cdot HD}{SD} = \frac{2a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{3a}{\sqrt{2}}} = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Do đó: } h = \frac{4}{3}a$$



Câu 39 Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

- A. $l = a$ B. $l = \sqrt{2}a$ C. $l = \sqrt{3}a$ D. $l = 2a$

► Lời giải:

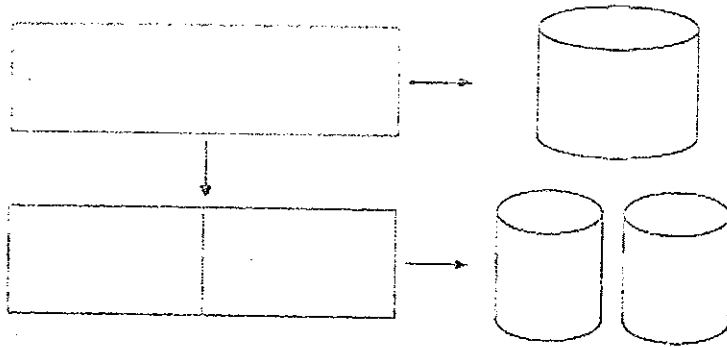
$$\text{Ta có: } l = BC = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$$

Câu 40 Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm x 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gỗ được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gỗ được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

➤ Lời giải:

Do chiều cao của các thùng là như nhau nên tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng tỉ số tổng diện tích đáy thùng.

Ta có chu vi đường tròn là $C = 2\pi R$ và diện tích hình tròn là $S = \pi R^2$, từ đó ta có mối liên hệ:

$$S = \pi R^2 = \pi \frac{C^2}{4\pi^2} = \frac{C^2}{4\pi} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{C_1^2}{C_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{2S_2} = 2$$

Câu 41 Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $S_p = 4\pi$

B. $S_p = 2\pi$

C. $S_p = 6\pi$

D. $S_p = 10\pi$

➤ Lời giải:

$$S_p = S_{xq} + S_{ov} = AB \cdot \pi \cdot AD + 2\pi \left(\frac{AD}{2}\right)^2 = 2\pi + 2\pi = 4\pi$$

Câu 42 Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$

B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$

C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$

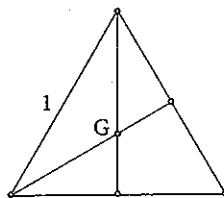
D. $V = \frac{5\pi}{3}$

➤ Lời giải:

Để thấy bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$r = \sqrt{AG^2 + GH^2} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi.r^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$$



Câu 43 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1 = (-1; 0; -1)$

B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$

C. $\vec{n}_1 = (3; -1; 0)$

D. $\vec{n}_1 = (3; 0; -1)$

➤ Lời giải:

Phương án D.

Câu 44 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu S: $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

Trong tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. I(-1; 2; 1), R = 3

B. I(1; 2; -1), R = 3

C. I(-1; 2; 1), R = 9

D. I(1; -2; -1), R = 9

➤ Lời giải:

Phương án A.

Câu 45 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm A(1; -2; 3). Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d = \frac{5}{9}$

B. $d = \frac{5}{29}$

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

➤ Lời giải:

$$d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

Câu 46 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}. \text{ Xét mặt phẳng (P): } 10x + 2y + mz + 11 = 0 \text{ m là tham số thực.}$$

Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = -52$

D. $m = 52$

➤ Lời giải:

$$\text{Ta có: } \vec{n}_r = (10; 2; m); \vec{u}_\Delta = (5; 1; 1) \quad (P) \perp \Delta \Leftrightarrow \vec{n}_r // \vec{n}_\Delta \Leftrightarrow \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = \frac{m}{1} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 47 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(0;1;1) và B(1;2;3). Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + y + 2z - 3 = 0$

B. $x + y + 2z - 6 = 0$

C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$

D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

➤ Lời giải:

$$\overline{AB} = (1; 1; 2) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 2) \Rightarrow (P): x + y + 2z - 3 = 0$$

Câu 48 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm I(2;1;1) và mặt phẳng (P): $2x + y + 2z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S)

A. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$

B. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$

C. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$

D. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

➤ Lời giải:

Khoảng cách từ tâm mặt cầu I đến (P): $d = 3 \Rightarrow$ bán kính mặt cầu R phải lớn hơn $3 \Rightarrow R^2 > 9 \Rightarrow$ phương án D. Hoặc có thể làm tường minh hơn: $R^2 = d^2 + r^2 = 10 \Rightarrow$ phương án D.

Câu 49 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1;0;2) và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

➤ Lời giải:

Gọi H(1+t; t; 2t-1) là hình chiếu của A xuống d.

$$\text{Khi đó: } \overline{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t + t + 2(2t - 3) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \overline{AH} = (1; 1; -1)$$

$$\text{Do đó: } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$$

Câu 50 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 2; -1)$, $D(3; 1; 4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng

B. 4 mặt phẳng

C. 7 mặt phẳng

D. Có vô số mặt phẳng

► Lời giải:

Để kiểm tra thấy A, B, C, D không đồng phẳng và nó tạo thành một tứ diện.

Có các trường hợp sau:

- Mặt phẳng qua trung điểm của các cạnh bên xuất phát từ một đỉnh sẽ song song với mặt đáy, và cách đều đỉnh và đáy, nên cách đều 4 điểm A, B, C, D. Có 4 đỉnh nên sẽ có 4 mặt phẳng như vậy.

- Mặt phẳng qua trung điểm của hai cặp cạnh chéo nhau và song song với 2 cặp cạnh chéo nhau còn lại sẽ cách đều 4 điểm A, B, C, D.

- Bởi tứ diện có 6 cạnh, nên có 3 cặp cạnh chéo nhau và do đó có 3 mặt phẳng như vậy.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu.

MỤC LỤC

* Lời nói đầu	5
---------------	---

PHẦN I: KIẾN THỨC SỬ DỤNG MÁY TÍNH CĂN BẢN CẦN BIẾT ĐỂ CHINH PHỤC BÀI THI TRẮC NGHIỆM

I. Các loại phím trên máy Fx 570es	10
II. Những quy ước mặc định:	12
III. Bấm các kí tự biến số:	12
IV. Các mode tính toán:	13
V. Công cụ calc để thay số:	13
VI. Công cụ solve để dò nghiệm:	14
VII. Công cụ table – mode 7:	14
VIII. Công cụ eqn – mode 5:	16
IX. Công cụ cmplx – mode 2:	16

PHẦN II: CÁC DẠNG BÀI SỬ DỤNG MÁY TÍNH CĂN BẢN

I. Tính giới hạn:	18
II. Tính đạo hàm:	18
III. Tính tích phân:	19
IV. Tính giá trị lớn nhất, nhỏ nhất:	19
V. Giải phương trình:	20
VI. Tính số phức:	21
VII. Tính vectơ:	22

PHẦN III:
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM THEO CHUYÊN ĐỀ

❖ CHUYÊN ĐỀ 1: MẶT CẦU	25
A. LÝ THUYẾT	26
B. BÀI TẬP	29
❖ CHUYÊN ĐỀ 2:	
TỌA ĐỘ VÀ HÌNH TRONG MẶT PHẪNG OXY	31
A. LÝ THUYẾT:	34
I. Tọa độ oxy:	34
II. Đường thẳng trong mặt phẳng:	35
III. Phương trình đường tròn:	37
VI. Phương trình elip:	39
V. Phương trình hypebol:	40
VI. Phương trình parabol:	41
* Các sơ đồ tư duy	42
B. BÀI TẬP:	54
I. Tọa độ oxy:	54
II. Đường thẳng:	56
III. Đường tròn:	60
IV. Elip:	63
V. Hypebol:	65
VI. Parabol:	67
❖ CHUYÊN ĐỀ 3: QUAN HỆ SONG SONG	69
A. LÝ THUYẾT:	69
I. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian:	69

II. Hai đường thẳng song song:	69
III. Đường thẳng và mặt phẳng song song:	70
IV. Hai mặt phẳng song song:	70
V. Các phương pháp chứng minh hình học:	71
B. BÀI TẬP:	76
I. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng:	76
II. Hai đường thẳng chéo nhau, hai đường thẳng song song:	78
III. Đường thẳng song song với mặt phẳng:	80
IV. Mặt phẳng song song:	82
❖ CHUYÊN ĐỀ 4: QUAN HỆ VUÔNG GÓC	85
A. LÝ THUYẾT:	85
I. Vectơ trong không gian:	85
II. Hai đường thẳng vuông góc:	86
III. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:	86
IV. Hai mặt phẳng vuông góc:	87
V. Khoảng cách:	88
VI. Các phương pháp chứng minh hình học:	88
Sơ đồ tư duy(sưu tầm)	93
B. BÀI TẬP:	95
I. Vectơ trong không gian:	95
II. Hai đường thẳng vuông góc:	99
III. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:	102
IV. Hai mặt phẳng vuông góc:	106
V. Khoảng cách:	109
❖ CHUYÊN ĐỀ 5: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN	114
A. LÝ THUYẾT:	114
I. Các công thức cơ bản	114

II. Các hình thường gặp	117
III. Thể tích	132
B. BÀI TẬP:	135
I. Thể tích khối chóp:	135
II. Thể tích khối lăng trụ:	151
III. Khoảng cách:	157
IV. Bài tập tổng hợp:	164
A. LÝ THUYẾT:	177
I. Mặt cầu – Khối cầu:	177
II. Diện tích – Thể tích	181
B. BÀI TẬP:	183
A. LÝ THUYẾT:	193
I. Hệ tọa độ trong không gian	193
II. Mặt cầu	195
III. Phương trình mặt phẳng	196
IV. Phương trình đường thẳng	199
Sơ đồ tư duy (Sưu tầm)	203
B. BÀI TẬP:	205
I. Hệ tọa độ OXYZ	205
II. Phương trình mặt phẳng	207
III. Phương trình đường thẳng	211
IV. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng	215
V. Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng	217
VI. Mặt cầu	219

PHẦN IV:

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM THEO CHUYÊN ĐỀ

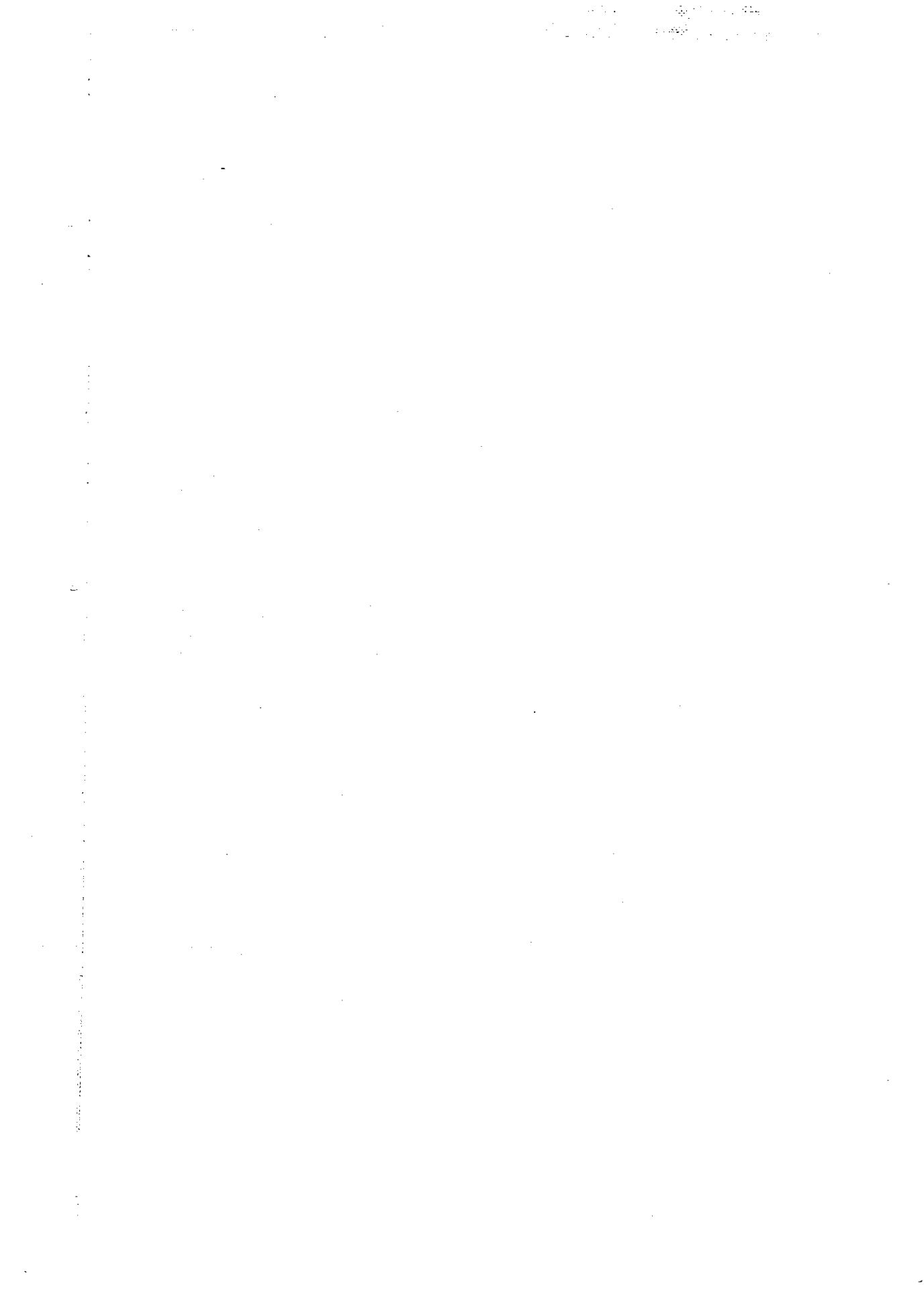
❖ ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 1	
❖ ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 1: MẶT PHẪNG VÀ MẶT CẦU	233
I. Tọa độ oxy:	233
II. Đường thẳng:	239
III. Đường tròn:	247
IV. Elip:	255
V. Hypebol:	259
VI. Parabol:	262
❖ ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 2	
QUAN HỆ SONG SONG	265
I. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng: 15 câu	266
II. Hai đường thẳng chéo nhau, hai đường thẳng song song: 10 câu	266
III. Đường thẳng song song với mặt phẳng: 15 câu	266
IV. Mặt phẳng song song: 20 câu	266
❖ ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 3	
QUAN HỆ VUÔNG GÓC	266
I. Vectơ trong không gian: 30 câu	266
II. Hai đường thẳng vuông góc: 20 câu	267
III. đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: 30 câu	267
IV. Hai mặt phẳng vuông góc: 20 câu	267
V. Khoảng cách: 30 câu	267
❖ ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 5: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN	267
I. Thể tích khối chóp: 112 câu	267
II. Thể tích khối lăng trụ: 40 câu	268

III. Khoảng cách: 48 câu	268
IV. Bài tập tổng hợp: 74 câu	269
C. HÌNH HỌC CHUỖI YẾU - HỆ MẶT PHẪNG VÀ MẶT CẦU	269
I. MẶT PHẪNG	270
II. MẶT CẦU	270
I. HỆ TỌA ĐỘ OXYZ:	270
II. Phương trình mặt phẳng:	276
III. Phương trình đường thẳng:	283
IV. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng:	292
V. Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng:	297
VI. Mặt cầu:	302

PHẦN V:

**ĐỀ VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT - ĐỀ THI MINH HỌA MÔN TOÁN CỦA
BỘ GD & ĐT NĂM 2017**

Đề minh họa	310
Đề minh họa	318



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội

Điện thoại: Biên tập: (04) 39714896

Quản lý xuất bản: (04) 39728806; Tổng biên tập: (04) 39715011

Fax: (04) 39729436

TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc - Tổng biên tập: TS. Phạm Thị Trâm

Biên tập xuất bản: Đặng Thị Phương Anh
Biên tập chuyên ngành: Nguyễn Hồng Sơn
Sửa bài: Trần Đức Anh
Chế bản: Hải Nam
Trình bày bìa: Điều Nguyễn

Liên kết xuất bản

CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH MCBOOKS

THƯƠNG HIỆU TKBOOKS

Mọi thắc mắc về sách, Quý độc giả vui lòng liên hệ:

Điện thoại: (04) 3792 1466

Email: tkbooksvn@gmail.com

Facebook: [fb.com/tkbooks.vn](https://www.facebook.com/tkbooks.vn)

Website: www.tkbooks.vn

Địa chỉ: Số 26, ngõ 245, Mai Dịch, Cầu Giấy, Hà Nội

Mã số 1L-587 PT2016

In 10.000 cuốn, khổ 17 x 24 cm tại Công ty TNHH in Thanh Bình

Số 432 - Đường K2 - P. Cầu Diễn - Q. Nam Từ Liêm - TP. Hà Nội

Số xuất bản 3540 - 2016/CXBIPH/18-299/ĐHQGHN, ngày 17/10/2016

Quyết định xuất bản số: 651 LK-TN/ QĐ-NXB ĐHQGHN, ngày 17/11/2016

In xong và nộp lưu chiểu năm 2016 ISBN: 978-604-62-6613-6