

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 5 trang)

Mã đề thi 202

Họ, tên thí sinh:
Số báo danh:

Câu 1. Hệ số của x^2 trong khai triển $(x+2)^{10}$ là

- A. $C_{10}^7 \cdot 2^2$ B. $C_{10}^2 \cdot 2^8$ C. $C_{10}^8 \cdot 2^2$ D. $C_{10}^3 \cdot 2^8$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 8$ và $q = 2$. Cấp số nhân đã cho có u_4 bằng

- A. 18 B. 16 C. 32 D. 48

Câu 3. Phương trình $\log_2(2x) = 3$ có nghiệm là

- A. 2 B. 4 C. $\frac{9}{4}$ D. 8

Câu 4. Cho khối nón có diện tích đáy bằng S và độ dài đường cao là h . Công thức nào sau đây là công thức tính thể tích khối nón đã cho?

- A. $V = Sh$ B. $V = \frac{1}{3}Sh$ C. $V = \frac{1}{2}Sh$ D. $V = 3Sh$

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-3}$ là

- A. $R \setminus \{2\}$ B. $[2; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-\infty; 2)$

Câu 6. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + 3$ là

- A. $\frac{1}{5}x^5 + 3x + C$ B. $4x^4 + 3x + C$ C. $x^5 + C$ D. $\frac{1}{4}x^4 + 3x + C$

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $S = 5$. Chiều cao $h = 3$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 5 B. 15 C. 35 D. 12

Câu 8. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và đường kính đáy bằng 8. Thể tích khối trụ đã cho là

- A. 192π B. 64π C. 16π D. 48π

Câu 9. Cho khối cầu có đường kính bằng 6. Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A. 16π B. 72π C. 108π D. 36π

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(0; 3)$ C. $(3; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$

Câu 11. Biết $\log_3 a = 2$. Thì $\log_3(9a^3)$ bằng

- A. 17 B. 8 C. 72 D. 12

Câu 12. Thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

- A. πhr B. πhr^2 C. $\frac{1}{3}\pi hr^2$ D. $\frac{2}{3}\pi hr$

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A. biết $AB=3$, $AC=4$. Khi quay tam giác ABC quanh trục AB ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng

- A. 30π B. 20π C. 45π D. 15π

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

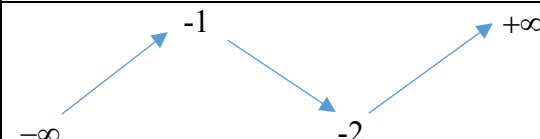
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -3

B. -1

C. -2

D. 2

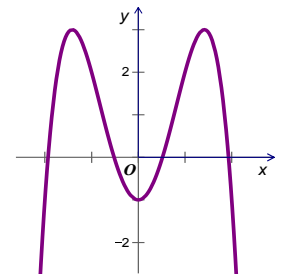
Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình bên?

A. $y = -x^4 + 4x^2 - 1$

B. $y = x^3 + 2x^2 - 1$

C. $y = -x^4 - 2x$

D. $y = x^4 + 4x^2 - 1$



Câu 17. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+2}$ là

A. $x = -2$

B. $y = 2$

C. $x = 3$

D. $y = -3$

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 8 \geq 0$ là

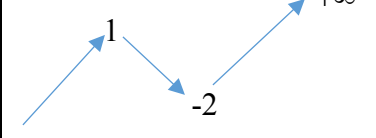
A. $(0; 3]$

B. $(-\infty; 3]$

C. $[3; +\infty)$

D. $[0; 3]$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
f(x)					

Với giá trị nào của m sau đây thì phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

A. $m = 1$

B. $m = -2$

C. $m = -1$

D. $m = 2$

Câu 20. Nếu $\int_0^2 (f(x) + 2) dx = 11$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 9

B. 13

C. 7

D. 5

Câu 21. Phần thực của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

A. 4

B. 5

C. 7

D. 3

Câu 22. Mô đun của số phức $z = (3 + 2i) + (1 - 5i)$ là

A. 5

B. 7

C. 9

D. 11

Câu 23. Mặt cầu (S) có tâm I(-1; 2; -3), bán kính R=4 có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ. Điểm $M(1;5)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z = 5 + i$ B. $z = 1 - 5i$ C. $z = -5 + i$ D. $z = 1 + 5i$

Câu 25. Trong không gian Oxyz. Hình chiếu của điểm $M(2;7;-1)$ lên trục Oy có tọa độ là

- A. $(2;0;0)$ B. $(0;7;0)$ C. $(0;7;-1)$ D. $(0;0;-1)$

Câu 26. Trong không gian Oxyz. Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng (Δ) ?

- A. $M(1;-1;3)$ B. $P(0;3;-4)$ C. $N(1;2;1)$ D. $Q(1;-2;1)$

Câu 27. Trong không gian Oxyz. Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) ?

- A. $\vec{u}_1 = (1;1;3)$ B. $\vec{u}_2 = (2;0;-1)$ C. $\vec{u}_3 = (-1;2;3)$ D. $\vec{u}_4 = (3;1;0)$

Câu 28. Trong không gian Oxyz. Cho hai điểm $A(2;-1;5)$ và $B(0;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + 3y - z + 3 = 0$ B. $x - y + z - 5 = 0$ C. $x - y + z + 6 = 0$ D. $x + 3y - 5z - 1 = 0$

Câu 29. Trong không gian Oxyz. Cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$

Câu 30. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a . SA vuông góc với đáy, $SA = \sqrt{6}a$. Góc hợp bởi đường thẳng SC và mp(ABCD) bằng

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

- A. -3 B. 0 C. 6 D. 4

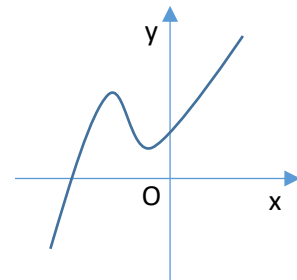
Câu 32. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ và trục hoành là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 33. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên

Trong các số a , b , c và d có bao nhiêu số dương?

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4



Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{x+5}{x+2m}$. Có bao nhiêu số nguyên m nhỏ hơn 20 sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-16;-10)$?

- A. 11 B. 15 C. 13 D. 14

Câu 35. Một nhóm có 12 học sinh, trong đó có 10 học sinh nam và hai học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm xếp ngẫu nhiên 12 học sinh đó thành một hàng dọc. Tính xác suất để hai học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 36. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm SB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC bằng

- A. $\frac{7a}{5}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}a}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$

Câu 37. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2(2^a \cdot 8^b) + 1 = \log_4 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2a + 4b = 1$ B. $2a + 6b + 1 = 0$ C. $2a + 6b + 3 = 0$ D. $2a + 3b + 1 = 0$

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 \leq 0$ là

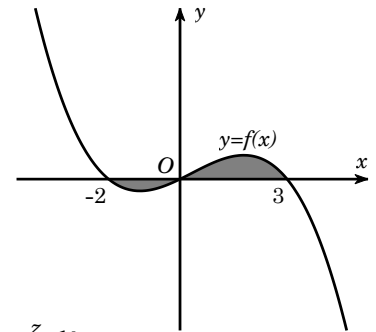
- A. $[4; 12]$ B. $(11; 31)$ C. $[2; 15]$ D. $[3; 27]$

Câu 39. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (x+3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2a + b = 4$. B. $2a + b = 7$. C. $2a + b = 15$ D. $2a + b = -1$.

Câu 40. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:

- A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$ B. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$. D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.



Câu 41. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 + i$. Số phức liên hợp của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$. B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. D. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Câu 42. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + z + 2 = 0$. Phần ảo của số phức $2z_1(1 + 2i)$ là

- A. $\sqrt{7} + 2$. B. $\sqrt{7} - 2$. C. $-2\sqrt{7} - 1$. D. $2\sqrt{7} - 1$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 4$; $\int_0^3 f(x) dx = 10$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$

- A. $I = 2$ B. $I = 4$ C. $I = 7$ D. $I = 9$

Câu 44. Sự tăng trưởng của một loại virút tuân theo công thức $S = M \cdot e^{rt}$, trong đó M là số lượng vi rút ban đầu, r là tốc độ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi rút ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 400 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi rút ban đầu sẽ tăng gấp đôi?

- A. 2 giờ 15 phút B. 2 giờ 30 phút C. 2 giờ 45 phút D. 3 giờ 15 phút

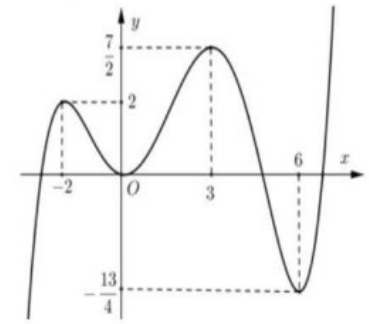
Câu 45. Cho hình nón có chiều cao $5a$. Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và tạo với trục một góc 30° , thiết diện thu được là một tam giác cân có cạnh đáy bằng $2a$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{140\pi}{3}a^3$ B. $\frac{152\pi}{3}a^3$ C. $\frac{125\pi}{9}a^3$ D. $\frac{140\pi}{9}a^3$

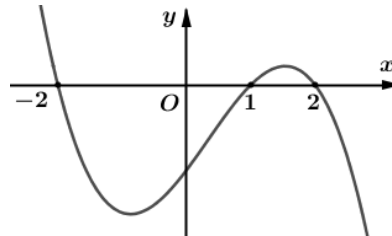
Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $\frac{m^3 + 4m}{8\sqrt{f^2(x) + 1}} = f^2(x) + 2$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-2; 6]$?

- A. 1
C. 3

- B. 2
D. 4



Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2) = f(2) = 0$



Hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

- A. $(-4; -3)$.

- B. $(-3; 1)$.

- C. $(2; 4)$.

- D. $(0; 2)$.

Câu 48. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi P là điểm đối xứng với C qua B và Q là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (DPQ) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , trong đó (H_1) chứa điểm C . Thể tích của khối (H_1) là

- A. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$

- B. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$

- C. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$

- D. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	0	16	4	12	

Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_6(f(x) + m) + \log_6 2 = \log_4(f(x))$ có 5 nghiệm phân biệt?

- A. 1

- B. 2

- C. 3

- D. 7

Câu 50. Xét các số dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{3 - x + 2y - xy}{x + 2y} = 3xy + 4(x - y) - 10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $(-3; 0)$.

- B. $(0; 2)$.

- C. $(2; 5)$.

- D. $(5; 10)$.

----- HẾT -----

TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)



★★★★★

MÃ ĐỀ: 202

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	A	C	D	B	C	B	B	A	C	B	D	B	D	A	B	C	D	B	C	B	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	C	B	A	D	D	C	C	D	A	B	D	A	C	B	B	B	C	B	A	A	D	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hệ số của x^3 trong khai triển $(x+2)^{10}$ là

A. $C_{10}^3 \cdot 2^7$.

B. $C_{10}^7 \cdot 2^3$.

C. $C_{10}^3 \cdot 2^3$.

D. $C_{10}^7 \cdot 2^6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(x+2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k 2^{10-k}$. Số hạng chứa x^3 tương ứng với $k=3$, vậy hệ số của số hạng đó là $C_{10}^3 \cdot 2^7$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 6$ và $q = 2$. Cấp số nhân đã cho có u_5 bằng?

A. 16.

B. 14.

C. 12.

D. 48.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = 3$, do đó $u_5 = u_1 q^4 = 48$.

Câu 3: Phương trình $\log_2(2x) = 3$ có nghiệm là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. 4.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x > 0$.

Ta có $\log_2(2x) = 3 \Leftrightarrow 2x = 2^3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 4: Cho lăng trụ có diện tích đáy bằng S và độ dài đường cao là h . Công thức nào sau đây là công thức tính thể tích khối lăng trụ đã cho?

A. $V = Sh$.

B. $V = \frac{1}{3}Sh$.

C. $V = \frac{1}{2}Sh$.

D. $V = 3Sh$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{3}}$ là?

A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$, vậy tập xác định của hàm số là $(2; +\infty)$.

Câu 6: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3$ là

A. $\frac{1}{3}x^4 + 3x + C$.

B. $4x^4 + 3x + C$.

C. $x^4 + C$.

D. $\frac{1}{4}x^4 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int (x^3 + 3) dx = \frac{1}{4}x^4 + 3x + C.$$

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 4$, chiều cao $h = 6$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 8.

B. 24.

C. 4.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V = S.h = 4.6 = 24.$$

Câu 8: Cho khối trụ có chiều cao $h = 5$ và đường kính đáy bằng 6. Thể tích khối trụ đã cho là

A. 180π .

B. 30π .

C. 45π .

D. 15π .

Lời giải

Chọn C

Bán kính đáy bằng $r = 3$

$$\text{Ta có } V = \pi r^2 h = \pi 3^2 \cdot 5 = 45\pi.$$

Câu 9: Cho khối cầu có đường kính bằng 4. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 16π .

B. $\frac{32\pi}{3}$.

C. $\frac{256\pi}{3}$.

D. 6π .

Lời giải

Chọn B

Bán kính khối cầu là $R = 2$

$$\text{Ta có } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}.$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 11: Biết $\log_3 a = 5$. Thì $\log_3(9a^3)$ bằng

A. 17.**B. 30.****C. 45.****D. 21****Lời giải****Chọn A**

$$\log_3(9a^3) = \log_3 9 + \log_3 a^3 = 2 + 3\log_3 a = 2 + 3.5 = 17.$$

Câu 12: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. πhr .**B. πhr^2 .****C. $\frac{1}{3}\pi hr^2$.****D. $\frac{2}{3}\pi hr$** **Lời giải****Chọn C**

Công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi hr^2$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1.**B. 2.****C. 3.****D. 4****Lời giải****Chọn B**

Từ bảng xét dấu ta thấy đạo hàm đổi dấu từ dương qua âm khi x qua các điểm $x = -1, x = 2$.
Suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A . biết $AB = 3, AC = 4$. Khi quay tam giác ABC quanh trục AC ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. 30π .**B. 20π .****C. 45π .****D. 15π** **Lời giải****Chọn D**

Quay tam giác ABC quanh trục AC ta được một hình nón có bán kính đáy bằng $AB = 3$, chiều cao bằng $AC = 4$, độ dài đường sinh bằng $BC = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi rl = \pi.3.5 = 15\pi$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-4	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -4 .

B. -1 .

C. 0 .

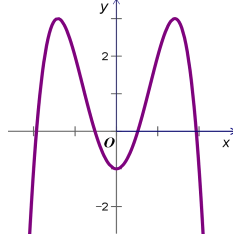
D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại bằng -1 .

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình bên dưới?



A. $y = x^4 + 4x^2 - 1$.

B. $y = x^3 + 2x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 - 2x$.

D. $y = -x^4 + 4x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ là đồ thị của hàm trùng phương, với hệ số $a < 0$.

Đồ thị hàm số cần tìm cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$.

Vậy $y = -x^4 + 4x^2 - 1$ là hàm số có đồ thị như hình vẽ.

Câu 17: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+2}$ là

A. $x = -2$.

B. $y = 2$.

C. $x = 3$.

D. $y = -3$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$

Vậy $x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 8 \leq 0$ là

A. $(0; 3]$.

B. $(-\infty; 3]$.

C. $[3; +\infty)$.

D. $[0; 3]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow 2^x \leq 2^3 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; 3]$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$		1		-2	$+\infty$

Với giá trị nào của m sau đây thì phương trình $f(x) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 1$.

Vậy $m = -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 20: Nếu $\int_0^2 (f(x) + 3) dx = 11$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 9.

B. 17.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^2 (f(x) + 3) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 3 dx$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (f(x) + 3) dx - \int_0^2 3 dx = 11 - 6 = 5.$$

Câu 21: Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

A. 25.

B. 5.

C. 7.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 22: Số phức liên hợp của số phức $z = (3 + 2i) + (1 - 5i)$ là

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 3 - 4i$.

C. $\bar{z} = 4 + 3i$.

D. $\bar{z} = 3 + 4i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = (3 + 2i) + (1 - 5i) = 4 - 3i \Rightarrow \text{Số phức liên hợp của } z \text{ là } \bar{z} = 4 + 3i.$$

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ. Điểm $M(1; -5)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z = 5 + i$.

B. $z = 1 - 5i$.

C. $z = -5 + i$.

D. $z = 1 + 5i$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 24: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=4$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$. Hình chiếu của điểm $M(2;7;-1)$ lên trục Ox có tọa độ là

A. $(2;0;0)$.

B. $(0;7;0)$.

C. $(0;7;-1)$.

D. $(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$. Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=-1+3t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường

thẳng (Δ) ?

A. $M(1;-1;3)$.

B. $N(1;2;1)$.

C. $P(2;1;2)$.

D. $Q(1;-2;1)$

Lời giải

Chọn C

Thử trực tiếp ta thấy điểm $P(2;1;2)$ thuộc đường thẳng đã cho.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$. Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) ?

A. $\vec{u}_1 = (1;1;3)$.

B. $\vec{u}_2 = (2;0;-1)$.

C. $\vec{u}_3 = (2;1;-1)$.

D. $\vec{u}_4 = (3;1;0)$

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết đường thẳng có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;1;3)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$. Cho hai điểm $A(2;-1;5), B(0;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+3y-z+3=0$.

B. $x-y+z+6=0$.

C. $x-y+z-5=0$.

D. $x+3y-5z-1=0$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(1;0;4)$.

Mặt phẳng trung trực nhận một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = k\overrightarrow{AB} = k(-2;2;-2) \Rightarrow \vec{u} = (1;-1;1)$.

Ta có $(Q): x-1-(y-0)+z-4=0 \Rightarrow x-y+z-5=0$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z+1=0$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1;1;5)$ và nhận một véc tơ chỉ phương tỉ lệ với $\vec{u} = (1;3;-2)$.

Chọn véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-1;-3;2)$, ta thu được $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . SA vuông góc với đáy, $SA = \frac{\sqrt{6}a}{3}$. Góc hợp bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

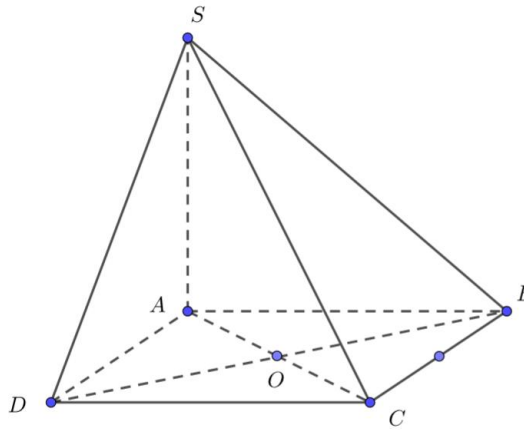
B. 45° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SC, (ABCD)} = \widehat{SCA}$.

Tam giác SAC vuông tại A có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. -3 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có $y(1) = 2, y(2) = 0, y(3) = 4$.

Vậy $\max_{[1;4]} y = y(3) = 4$.

Câu 32: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ và trục hoành là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

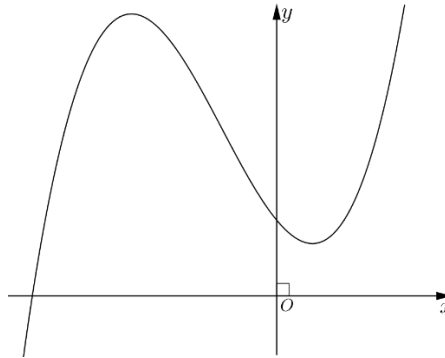
Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là

$$x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ và trục hoành có ba điểm chung.

Câu 33: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các số a , b , c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Từ đồ thị, ta suy ra đây là đồ thị hàm bậc ba có $a > 0$.

Đồ thị có hai điểm cực trị trái dấu x_1, x_2 và $x_1 + x_2 < 0$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{3a} < 0 \\ \frac{-2b}{3a} < 0 \\ d > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b > 0 \\ d > 0 \end{cases}$$

Vậy có ba giá trị dương là a, b, d .

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{x+5}{x+2m}$. Có bao nhiêu số nguyên m nhỏ hơn 20 sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-20; -10)$?

A. 11.

B. 15.

C. 13.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2m\}$. Ta có $y' = \frac{2m-5}{(x+2m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-20; -10)$ thì:

$$\begin{cases} y' > 0 \\ -2m \notin (-20; -10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-5 > 0 \\ -2m \leq -20 \\ -2m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{5}{2} \\ m \geq 10 \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} < m \leq 5 \\ m \geq 10 \end{cases}.$$

Vì m là các số nguyên nhỏ hơn 20 nên $m \in \{3; 4; 5; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19\}$.

Vậy có 13 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 35: Một nhóm có 10 học sinh, trong đó có 8 học sinh nam và 2 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng dọc. Tính xác suất để hai học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $10!$.

Số cách xếp để hai bạn nữ luôn đứng cạnh nhau là $2! \cdot 9!$.

Số cách xếp để hai bạn nữ không đứng cạnh nhau là $10! - 2! \cdot 9!$.

Vậy xác suất để xếp hai bạn học sinh nữ không đứng cạnh nhau là $P = \frac{10! - 2! \cdot 9!}{10!} = \frac{4}{5}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Gọi M là trung điểm SB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC bằng

A. $\frac{3\sqrt{19}a}{19}$.

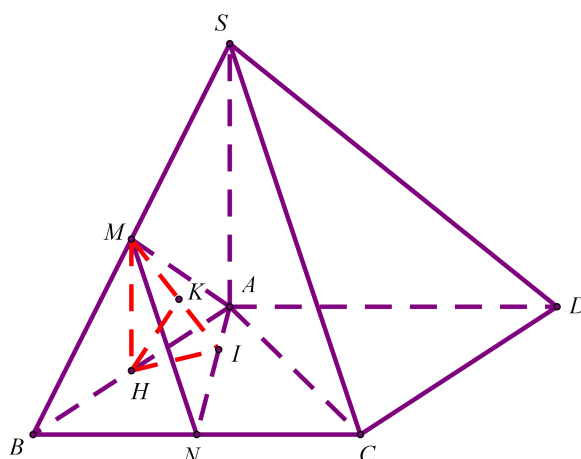
B. $\frac{3\sqrt{76}a}{76}$.

C. $\frac{5\sqrt{76}a}{38}$.

D. $\frac{11\sqrt{76}a}{76}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của BC .

Ta có $MN // SC \Rightarrow SC // (AMN)$.

Suy ra $d(SC, AM) = d(SC, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN))$.

Dựng $MH // SA, H \in AB \Rightarrow MH \perp (ABCD)$ và H là trung điểm của AB , $MH = \frac{1}{2}SA = \frac{3a}{2}$.

Dựng $HI \perp AN, I \in AN; HK \perp MI, K \in MI$.

Có $\begin{cases} AN \perp HI \\ AN \perp MH \end{cases} \Rightarrow AM \perp (MHI) \Rightarrow AM \perp HK$.

Có $\begin{cases} HK \perp AM \\ HK \perp MI \end{cases} \Rightarrow HK \perp (AMN) \Rightarrow d(H, (AMN)) = HK$.

Suy ra $d(SC, AM) = d(B, (AMN)) = 2d(H, (AMN)) = 2HK$.

Xét tam giác ABN có $\hat{B} = 90^\circ$ và $BA = BN = a \Rightarrow$ tam giác ABN vuông cân tại B .

Có $AN = a\sqrt{2} \Rightarrow d(B, AN) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Xét tam giác vuông MHI có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{8}{a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{76}{9a^2} \Leftrightarrow HK = \frac{3a\sqrt{19}}{38}$.

Vậy $d(SC, AM) = 2HK = \frac{3a\sqrt{19}}{19}$.

Câu 37: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2(2^a \cdot 8^b) + 1 = \log_4 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2a + 4b = 1$. B. $2a + 6b + 1 = 0$. C. $2a + 6b + 3 = 0$. D. $2a + 3b + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra ta có

$$\log_2(2^a \cdot 8^b) + 1 = \log_4 2 \Leftrightarrow \log_2(2 \cdot 2^a \cdot 8^b) = \frac{1}{2} \log_2 2 = \log_2 2^{\frac{1}{2}}.$$

$$\Leftrightarrow 2^{a+1} \cdot 2^{3b} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a+1+3b = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a+6b+1 = 0.$$

Câu 38: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 \leq 0$ là

A. $[4; 12]$. B. $(11; 31)$. C. $[2; 15]$. D. $[3; 27]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$, đặt $t = \log_3 x$ ta có bất phương trình $t^2 - 4t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 3$

$$\Rightarrow 1 \leq \log_3 x \leq 3 \Rightarrow 3 \leq x \leq 27.$$

Tập nghiệm bất phương trình là $S = [3; 27]$.

Câu 39: Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (x+3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a + b = 4$.

B. $2a + b = 7$.

C. $2a + b = 15$.

D. $2a + b = -1$.

Lời giải

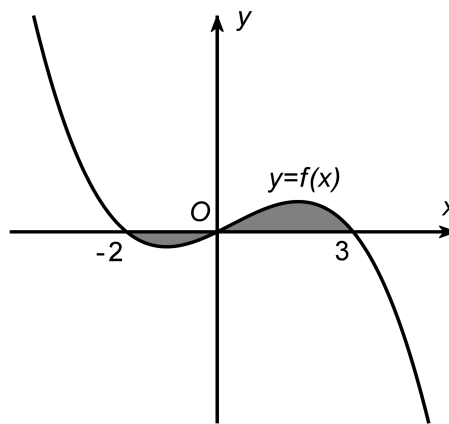
Chọn A

Sử dụng tích phân từng phần ta có

$$\begin{cases} x+3=u \\ e^x dx= dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx=du \\ v=e^x \end{cases} \Rightarrow I = (x+3)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = 4e - 3 - (e - 1) = 3e - 2.$$

Như vậy $a = 3; b = -2 \Rightarrow 2a + b = 4$.

Câu 40: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là



A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có: $f(x) < 0, \forall x \in (-2; 0)$ và $f(x) > 0, \forall x \in (0; 3)$.

$$\text{Do đó: } S = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$$

Câu 41: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo là số dương của phương trình $z^2 + z + 2 = 0$. Phần ảo của số phức $2z_1(1+2i)$ là

A. $\sqrt{7} + 2$.

B. $\sqrt{7} - 2$.

C. $-2\sqrt{7} - 1$.

D. $2\sqrt{7} - 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 + z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \\ z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases}.$$

Do z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$.

$$\text{Suy ra } 2z_1(1+2i) = 2\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i\right)(1+2i) = (-1-2\sqrt{7}) + (\sqrt{7}-2)i.$$

Vậy phần ảo của số phức $2z_1(1+2i)$ là: $\sqrt{7}-2$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_0^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = 4$.

C. $I = \frac{3}{2}$.

D. $I = 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(|2x-1|)d(2x-1) = \frac{1}{2} \int_{-3}^1 f(|x|)dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_{-3}^0 f(-x)dx + \int_0^1 f(x)dx \right] = \frac{1}{2} \left[-\int_{-3}^0 f(-x)d(-x) + \int_0^1 f(x)dx \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[-\int_3^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx \right] = \frac{1}{2} \left[\int_0^3 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx \right] = \frac{1}{2}(2+6) = 4. \end{aligned}$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_0^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx$

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = 4$.

C. $I = \frac{3}{2}$.

D. $I = 6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(|2x-1|)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(|2x-1|)dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^3 f(x)dx + \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x-1)dx = 3 + 1 = 4. \end{aligned}$$

Câu 44: Sự tăng trưởng của một loại virus tuân theo công thức $S = M.e^{rt}$, trong đó M là số lượng vi rút ban đầu, r là tốc độ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi rút ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi rút ban đầu sẽ tăng gấp đôi?

A. 2 giờ 55 phút.

B. 3 giờ 2 phút.

C. 3 giờ 9 phút.

D. 3 giờ 25 phút.

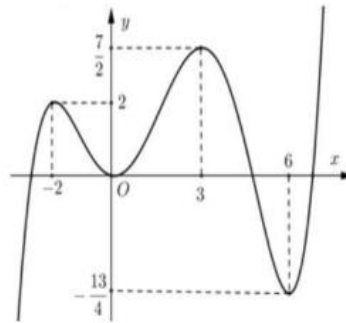
Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } S = M.e^{rt} \Rightarrow 300 = 100.e^{5r} \Rightarrow 5r = \ln 3 \Rightarrow r = \frac{\ln 3}{5} \Rightarrow S = M.e^{\frac{\ln 3}{5}t}.$$

$$\Rightarrow 200 = 100.e^{\frac{\ln 3}{5}t} \Leftrightarrow 2 = 3^{\frac{t}{5}} \Rightarrow \frac{t}{5} = \log_3 2 \Rightarrow t = 5 \log_3 2 \approx 3,15 \approx 3 \text{ giờ } 9 \text{ phút.}$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $\frac{m^3 + 4m}{8\sqrt{f^2(x) + 1}} = f^2(x) + 2$ (1) có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-2; 6]$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \sqrt{f^2(x) + 1} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -\sqrt{t-1} \\ f(x) = \sqrt{t-1} \end{cases}.$$

$$\text{Với } x \in [-2; 6] \Rightarrow f(x) \in \left[-\frac{13}{4}; \frac{7}{2}\right] \Rightarrow f^2(x) \in \left[0; \frac{49}{4}\right] \Rightarrow f^2(x) + 1 \in \left[1; \frac{53}{4}\right] \Rightarrow t \in \left[1; \frac{\sqrt{53}}{2}\right]$$

$$\text{Ta được phương trình: } (t^2 + 1)t = \frac{m^3 + 4m}{8} \Leftrightarrow t^3 + t = \frac{m^3 + 4m}{8}.$$

Xét hàm số $g(t) = t^3 + t$; $g'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến.

Nhận thấy phương trình (1) bậc chẵn đối với $f(x)$ nên nếu $f(x)$ là nghiệm của phương trình (1) thì $-f(x)$ cũng là nghiệm của (1).

Để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-2; 6]$ ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Phương trình (1) có 2 nghiệm $f(x) = 2$ và $-f(x) = -2$, khi đó

$$\frac{m^3 + 4m}{8\sqrt{5}} = 6 \Leftrightarrow m^3 + 4m - 48\sqrt{5} = 0 \text{ (không tồn tại } m \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Trường hợp 2: Phương trình (1) có 2 nghiệm $f(x) \in (0; 2]$ và $-f(x) \in [-2; 0)$

$$\Rightarrow f^2(x) \in (0; 4] \Rightarrow f^2(x) + 1 \in (1; 5] \Rightarrow t \in (1; \sqrt{5}] \Rightarrow 2 < g(t) < 6\sqrt{5}.$$

$$\Rightarrow 16 < m^3 + 4m < 48\sqrt{5} \Rightarrow 2 < m < \frac{9}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m .

Câu 46: Cho hình nón có chiều cao $5a$. Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và tạo với trục một góc 30° , thiết diện thu được là một tam giác cân có cạnh đáy bằng $2a$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{140\pi}{9}a^3$.

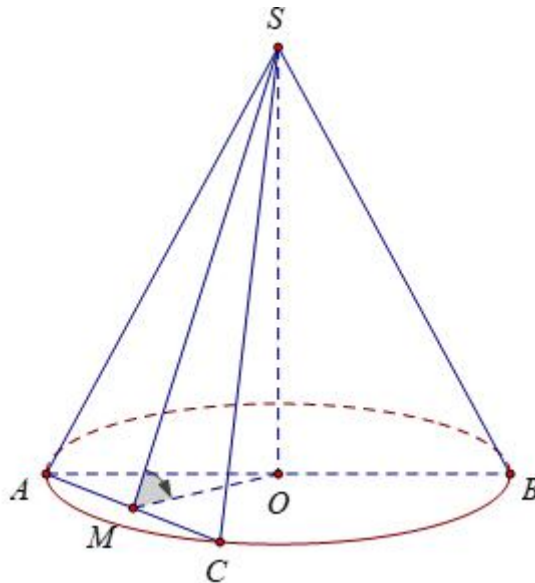
B. $\frac{152\pi}{3}a^3$.

C. $\frac{125\pi}{9}a^3$.

D. $\frac{140\pi}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện là tạo bởi mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón là tam giác SAC cân ở S và có độ dài cạnh đáy $AC = 2a$.

Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow OM \perp AC$

Theo đề bài thì góc giữa (SAC) và SO bằng $30^\circ \Rightarrow \widehat{OSM} = 30^\circ$.

Xét $\triangle SMO$ vuông tại O : $OM = SO \cdot \tan 30^\circ = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Mà $AM = a \Rightarrow r = OA = \sqrt{OM^2 + AM^2} = \frac{2a\sqrt{21}}{3}$.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{2a\sqrt{21}}{3} \right)^2 \cdot 5a = \frac{140\pi}{9}a^3.$$

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D và N là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , trong đó (H_1) chứa điểm C . Thể tích của khối (H_1) là

A. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

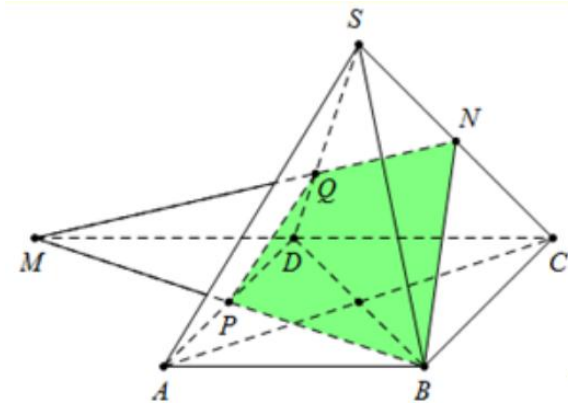
B. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$.

D. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$.

Lời giải

Chọn A



Chóp $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60°

$$\Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SO = OC \cdot \tan 60 = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Gọi P là giao điểm AD và BM ; Q là giao điểm của SD và NM .

Khi đó P là trung điểm AD ; Q là trọng tâm tam giác SMC .

Gọi V là thể tích chóp $S.ABCD$

V_1 là thể tích khối $PDQ.BCN$ và V_2 là thể tích khối còn lại. Khi đó, $V_1 + V_2 = V$.

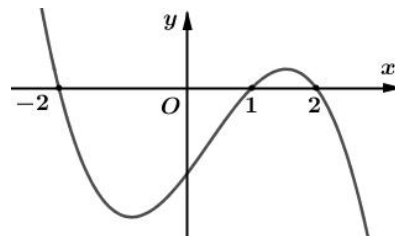
$$\text{Ta có: } \frac{V_{M.PDQ}}{V_{M.BCN}} = \frac{MP}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MQ}{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Mặt khác } V_{M.BCN} = V_{M.PDQ} + V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{5}{6}V_{M.BCN}$$

$$\text{Lại có } S_{\triangle MBC} = S_{ABCD} \Rightarrow V_{M.BCN} = V_{N.MBC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{V}{2}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{5}{12}V \Rightarrow V_2 = \frac{7}{12}V \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{7a^3\sqrt{6}}{72}.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2) = f(2) = 0$



Hàm số $g(x) = f(x)^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $[-1; \frac{3}{2}]$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$					

Ta có: $g'(x) = 2f(x).f'(x)$

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$g'(3) = 2f(3).f'(3) > 0$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	+

Từ bảng biến thiên trên ta thấy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_6(2f(x) + m) = \log_4(f(x))$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$\log_6(2f(x) + m) = \log_4(f(x)) = t \Leftrightarrow \begin{cases} 2f(x) + m = 6^t \\ f(x) = 4^t \end{cases} \quad (I)$$

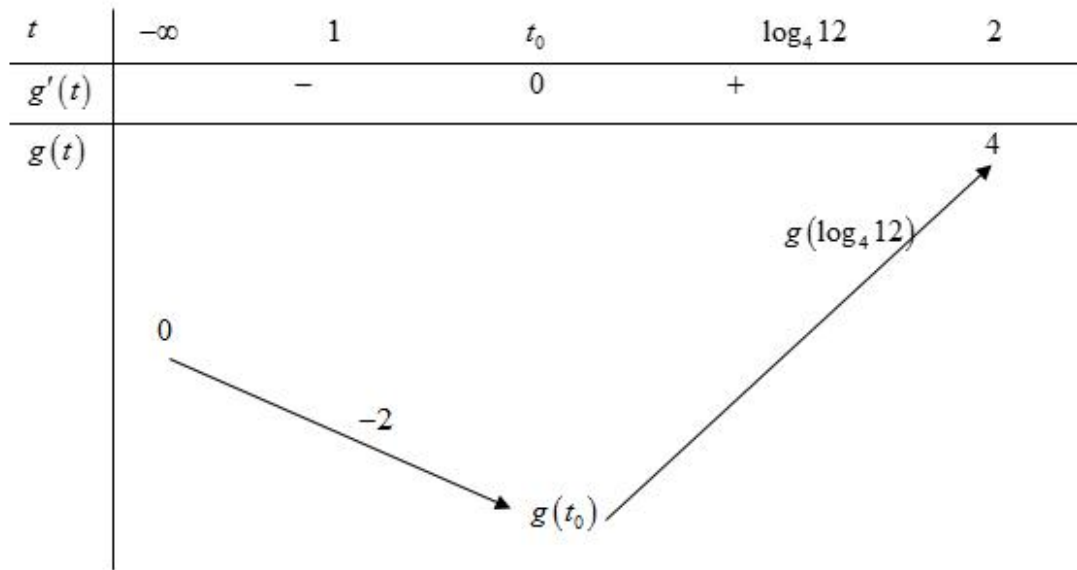
Với $0 < f(x) \leq 16 \Rightarrow 4^t \leq 16 \Rightarrow t \leq 2$.

Từ (I) suy ra: $2 \cdot 4^t + m = 6^t \Leftrightarrow m = 6^t - 2 \cdot 4^t \quad (2)$

Xét hàm số $g(t) = 6^t - 2 \cdot 4^t \quad (t \leq 2)$.

$$g'(t) = 6^t \ln 6 - 2 \cdot 4^t \ln 4; g'(t) = 0 \Leftrightarrow 6^t \ln 6 - 2 \cdot 4^t \ln 4 = 0 \Leftrightarrow \left| \frac{3}{2} \right|^t = \log_6 16 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16) = t_0$$

BBT của $g(t) = 6^t - 2 \cdot 4^t \quad (t \leq 2)$.



Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn một trong các TH sau:

$$\begin{cases} 4^{t_1} < 4 \\ 4 < 4^{t_2} < 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 < 1 \\ 1 < t_2 < \log_4 12 \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} 4^{t_1} = 16 \\ 4 < 4^{t_2} < 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ 1 < t_2 < \log_4 12 \end{cases} \quad (1.2)$$

$$12 \leq 4^{t_1}, 4^{t_2} < 16 \Leftrightarrow \log_4 12 \leq t_1, t_2 < 2 \quad (1.3)$$

$$\begin{cases} 12 \leq 4^{t_1} < 16 \\ 4^{t_2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 12 \leq t_1 < 2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \quad (1.4)$$

Dựa vào đồ thị $g(t) = 6^t - 2 \cdot 4^t \quad (t \leq 2)$, ta thấy phương trình (2) chỉ có thể có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn điều kiện (1.1) $\Leftrightarrow 0 < m < 2$. Vậy có 1 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{3-x+2y-xy}{x+2y} = 3xy + 4(x-y) - 10$ với $x > 0, y > -1$. Giá

trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$ thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(-3; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(2; 5)$.

D. $(5; 10)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3 \frac{3-x+2y-xy}{x+2y} = 3xy+4(x-y)-10$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{3(3-x+2y-xy)}{x+2y} = (x+2y)-3(3-x+2y-xy)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 [3(3-x+2y-xy)] + 3(3-x+2y-xy) = \log_3 (x+2y) + (x+2y). \quad (1)$$

Nhận thấy hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên

$$(1) \Leftrightarrow f[3(3-x+2y-xy)] = f(x+2y) \Leftrightarrow 3(3-x+2y-xy) = x+2y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4y+9}{3y+4} \quad (\forall x > 0, y > -1)$$

$$P = x + y = \frac{4y+9}{3y+4} + y = f(y).$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{4y+9}{3y+4} + y$ trên $(-1; +\infty)$.

$$f'(y) = \frac{-11}{(3y+4)^2} + 1; \quad f'(y) = 0 \Leftrightarrow \frac{-11}{(3y+4)^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow (3y+4)^2 = 11$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-\sqrt{11}-4}{3} \notin (-1; +\infty) \\ y = \frac{\sqrt{11}-4}{3} \in (-1; +\infty) \end{cases}$$

BBT của $f(y) = \frac{4y+9}{3y+4} + y$ trên $(-1; +\infty)$.

y	-1	$\frac{\sqrt{11}-4}{3}$	$+\infty$	
$f'(y)$		-	0	+
$f(y)$				$+\infty$

$4 \searrow \frac{2\sqrt{11}}{3} \nearrow$

$$\text{Vậy } \min_{(-1; +\infty)} f(y) = \frac{2\sqrt{11}}{3} = f\left(\frac{\sqrt{11}-4}{3}\right).$$

$$\min P = \frac{2\sqrt{11}}{3} \text{ khi } y = \frac{\sqrt{11}-4}{3} \text{ và } x = \frac{\sqrt{11}+4}{3}.$$

☞ HẾT ☞