

Câu 1. (6 điểm)

a) Giải phương trình: $\sin^2 2x \cdot \cos 6x + \sin^2 3x = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x \cdot \sin 8x$.

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 12x - y^3 + 6y^2 - 16 = 0 \\ 4x^2 + 2\sqrt{4-x^2} - 5\sqrt{4y-y^2} + 6 = 0 \end{cases} \quad \text{với } x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 2. (4 điểm)

Cho hàm số: $y = \frac{x-1}{1-2x}$ có đồ thị (C) .

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1;0)$.

b) Chứng minh đường thẳng $(d): x - y + m = 0$ luôn cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m . Tìm m sao cho: $AB = |\overline{OA} + \overline{OB}|$ với O là gốc tọa độ.

Câu 3. (3 điểm)

Cho khai triển: $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$. Tìm giá trị của a_6 .

Câu 4. (3 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{24}{13a + 12\sqrt{ab} + 16\sqrt{bc}} - \frac{3}{\sqrt{a+b+c}}.$$

Câu 5. (4 điểm)

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , $AB = AA' = a$. Góc tạo bởi đường thẳng BC' với mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 60° . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BB', CC' và BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và NP theo a .

----- HẾT -----