

MÔN: TOÁN - KHỐI: 11

Câu 8. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -4.

Câu 9. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2. D. 0.

Câu 10. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2023)$ bằng

- A. $-\infty$. B. 3. C. -3. D. $+\infty$.

Câu 11. Cho bảng biến thiên hàm số: $y = \frac{3-x}{x-2}$, phát biểu nào sau đây là **đúng**?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-		-
y	a	$-\infty$	$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$

- A. a là $\lim_{x \rightarrow 2^-} y$. B. b là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$. C. b là $\lim_{x \rightarrow 2^+} y$. D. a là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$.

Câu 12. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x})$. Ta được M bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{36x^2 + 5ax + 1} - 6x + b) = \frac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y = ax + 6b$ đi qua điểm

$M(3; 42)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$ là

- A. 104. B. 100. C. 185. D. 169.

Câu 14. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2 + 1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.

- A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

2. Hàm số liên tục

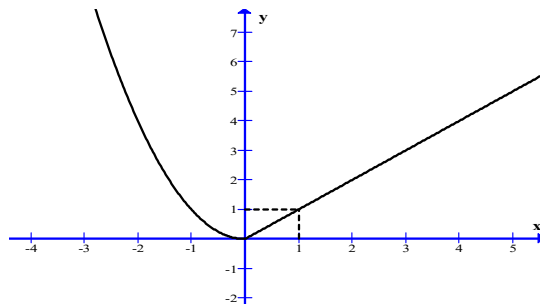
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và điểm x_0 . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ thì hàm số $f(x)$ liên tục tại x_0 .
 B. Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ và $x_0 \in (a; b)$ thì hàm số liên tục tại x_0 .
 C. Nếu $x_0 \notin (a; b)$ thì hàm số $f(x)$ gián đoạn tại x_0 .
 D. Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ thì hàm số $f(x)$ gián đoạn tại x_0 .

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 17. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng không liên tục tại điểm $x = 0$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 0$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

Câu 18. Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{khi } x \neq 0 ; x \neq -1 \\ 3 & \text{khi } x = -1 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[-1; 0]$
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$
- C. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$
- D. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -1$

Câu 19. Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ 17 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ có tính chất

- A. Liên tục tại $x = 2$ nhưng gián đoạn tại $x = 0$
- B. Liên tục tại $x = 4, x = 0$
- C. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$
- D. Liên tục tại $x = 3, x = 4, x = 0$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi m bằng

- A. -1.
- B. 4.
- C. -4.
- D. 1.

Câu 21. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = \frac{7}{4}$.
- B. $m = 8$.
- C. $m = -\frac{7}{4}$.
- D. $m = -8$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm các giá trị thực của tham số a để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. $a = -\frac{3}{4}$.

B. $a = \frac{4}{3}$.

C. $a = -\frac{4}{3}$.

D. $a = \frac{3}{4}$.

Câu 23. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2;1)$.

B. Phương trình (1) vô nghiệm.

C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0;2)$.

D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 24. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$

A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$.

B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.

C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$.

D. $3x^{2022} - 8x + 4 = 0$.

3. Đạo hàm

Câu 25. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là **đúng**?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là

A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{x_0 + \Delta x}$.

B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0 + \Delta x}$.

C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$.

D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(6) = 2$. Giá trị của biểu thức $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$ bằng

A. 12.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = x^3 + 5x^2 + 1$ tại $x = -1$ là

A. 13.

B. 10.

C. -7.

D. 7.

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-2022}$ là

A. $y' = x^{-2021}$.

B. $y' = -2022x^{-2021}$

C. $y' = 2022x^{-2023}$.

D. $y' = -2022x^{-2023}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$

A. $\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. Không tồn tại. B. $f'(0) = \frac{1}{16}$. C. $f'(0) = \frac{1}{4}$. D. $f'(0) = \frac{1}{32}$.

Câu 32. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^4}{2} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$ (a là hằng số) bằng

- A. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$. B. $2x^3 + 5x^2 + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.
C. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$. D. $2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$.

Câu 33. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

- A. $f(x) = 2\sqrt{x}$. B. $f(x) = \sqrt{x}$. C. $f(x) = \sqrt{2x}$. D. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 34. Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x) \neq 0$ với $\forall x \in J$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$. B. $\left[\frac{1}{v(x)}\right]' = \frac{v'(x)}{v^2(x)}$.
C. $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$. D. $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v^2(x)}$.

Câu 35. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A. $y' = \cos 2x$. B. $y' = -2\cos 2x$. C. $y' = 2\cos x$. D. $y' = 2\cos 2x$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2}$. Giá trị đạo hàm của hàm số tại $x = 2023$ là

- A. Không tồn tại. B. 2023. C. 1. D. 0.

Câu 37. Đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x}$ là

- A. $y' = \frac{3\sqrt{x}}{2}$. B. $y' = -\frac{\sqrt{x}}{2}$. C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{-1}{\sqrt{x}}$.

Câu 38. Hàm số có đạo hàm bằng $9(x+5)^2$ là

- A. $y = 3(x+5)^4$. B. $y = 3(x+5)^3$. C. $y = -3(x+5)^3$. D. $y = 3(x+5)^5$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \cot 2x$. Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào **đúng**?

- A. $y' + 2y^2 + 2 = 0$. B. $y' - 2y^2 + 2 = 0$. C. $y' - 2y^2 - 2 = 0$. D. $y' + 2y^2 - 2 = 0$.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là

- A. $[-1; 5]$ B. $\emptyset$. C. $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

Câu 41. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. 5. B. 3 C. 4 D. Có vô số $m \in \mathbb{Z}$.

Câu 42. Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động $s = \frac{1}{2}gt^2$, $g = 9,8m/s^2$ và t tính bằng giây. Vận tốc tại thời điểm $t = 5s$ bằng

- A. $49m/s$. B. $25m/s$. C. $20m/s$. D. $18m/s$.

Câu 43. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y = x^2 + x - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $x - y - 2 = 0$. C. $x + y + 3 = 0$. D. $x - y - 1 = 0$.

Câu 44. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(H): y = \frac{x-1}{x+2}$ tại giao điểm của (H) và trục hoành là

- A. $y = x - 3$. B. $y = \frac{1}{3}(x - 1)$. C. $y = 3x$. D. $y = 3(x - 1)$.

Câu 45. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ là

- A. $y = 9x + 6, y = 9x - 28$. B. $y = 9x, y = 9x - 26$.
C. $y = 9x - 6, y = 9x - 28$. D. $y = 9x + 6, y = 9x - 26$.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- A. $y + 16 = -9(x + 3)$. B. $y = -9(x + 3)$. C. $y - 16 = -9(x - 3)$. D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$. Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 0)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A và B thỏa mãn điều kiện $OA = 4OB$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 49. PT tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$ có hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3 là

- A. $y = -3x + 2, y = 3x + 2$. B. $y = 3x + 2, y = 3x + 3$.
C. $y = -3x + 2, y = 3x - 2$. D. $y = 3x - 2, y = 3x + 2$.

Câu 50. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ có tung độ của tiếp điểm bằng 2 là

- A. $y = 2(4x - 3), y = -2(4x + 3)$. B. $y = 2(4x + 3), y = -2(4x - 3)$.
C. $y = 2(4x - 3), y = 2(4x + 3)$. D. $y = -2(4x - 3), y = -2(4x + 3)$.

Câu 51. Cho biết khai triển $(1 + 2x)^{2022} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2022}x^{2022}$. Khi đó tổng $S = a_1 + 2a_2 + \dots + 2022a_{2022}$ có giá trị bằng

- A. $2022 \cdot 3^{2021}$. B. $2022 \cdot 3^{2022}$. C. $4044 \cdot 3^{2021}$. D. Kết quả khác.

Câu 52. Đạo hàm cấp $2n, n \in \mathbb{N}^*$ của hàm số $y = \cos^2 x$ là

- A. $2^{2n-1} \cdot \cos 2x$ B. $(-1)^n 2^{2n-1} \cdot \cos 2x$ C. $(-1)^n \cdot \cos 2x$ D. $(-1)^n \cdot 2^{2n-1}$

Câu 53. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là

- A. 24 m/s^2 . B. 12 m/s^2 . C. 17 m/s^2 . D. 14 m/s^2 .

Câu 54. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = 2t^4 + 6t^2 - 3t + 1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3(s)$ bằng bao nhiêu?

- A. $88(m/s^2)$. B. $228(m/s^2)$. C. $64(m/s^2)$. D. $76(m/s^2)$.

Câu 55. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 3t^2 + 20$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật đạt vận tốc lớn nhất bằng

- A. 20 m. B. 28 m. C. 32 m. D. 36 m.

II. HÌNH HỌC

4. Hai đường thẳng vuông góc

Câu 56. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

- A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
 B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
 C. Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c .
 D. Cho hai đường thẳng a và b song song nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng tạo bởi hai đường thẳng a và b .

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I, J là trung điểm của AB, CD . Khi đó góc giữa AB và IJ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 30° .

Câu 58. Cho biết khẳng định nào sau đây là **sai**

Cho các tam giác đều ABC, ABD và ABE , trong đó tam giác ABC và ABD cùng thuộc một mặt phẳng còn tam giác ABE không thuộc mặt phẳng đó. Gọi I là trung điểm AB ta có

- A. CE vuông góc DE . B. CD vuông góc với AB .
 C. BE vuông góc AE . D. AB vuông góc EI .

Câu 59. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

- A. vuông góc với nhau. B. song song với nhau.
 C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. D. cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 60. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

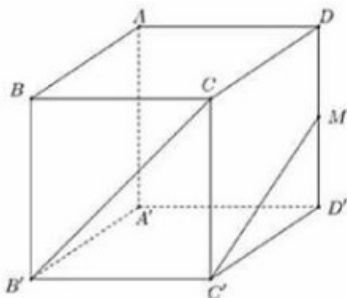
Câu 61. Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q . Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ, AB = AD = AC$. Gọi φ là góc giữa AB và CD . Chọn mệnh đề **đúng**?

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

Câu 63. Cho hình lập phương trình $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của DD' (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$.



- A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau đôi một và $SA = SB = SC$. Gọi M là trung điểm của AC . Góc giữa SM và AB bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$, lấy H, K lần lượt trên các cạnh AB, AD sao cho $BH = 3HA, AK = 3KD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S sao cho $\widehat{SBH} = 30^\circ$. Gọi E là giao điểm của CH và BK . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SE và BC .

- A. $\frac{28}{5\sqrt{39}}$. B. $\frac{18}{5\sqrt{39}}$. C. $\frac{36}{5\sqrt{39}}$. D. $\frac{9}{5\sqrt{39}}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc giữa hai đường thẳng MN và SC là

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 67. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $BB' \perp BD$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.

Câu 68. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A. $A'D$. B. AC . C. BB' . D. AD' .

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

5. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Câu 70. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì d vuông góc với hai đường thẳng trong mặt phẳng (α) .
- B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với mặt phẳng (α) .
- C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với bất kỳ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) .
- D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 71. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a \perp c$ và $(P) \perp c$ thì $a // (P)$. B. Nếu $a \perp c$ và $b \perp c$ thì $a // b$.
C. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \perp c$. D. Nếu $a \perp b$ thì a và b cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 72. Mệnh đề nào **đúng** trong các mệnh đề sau đây?

- A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Q) .
B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với đường thẳng b .
C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b .
D. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Câu 73. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $CM \perp (ABD)$. B. $AB \perp (MCD)$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DM \perp (ABC)$.

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = 2$, $DB = DC = 3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp AD$. B. $AC \perp BD$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DC \perp (ABC)$.

Câu 75. Cho hình chóp $SABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC$. Khi đó số mặt bên của hình chóp đã cho là tam giác vuông bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 76. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- A. mặt phẳng $(AB'D')$ vuông góc với $A'C'$. B. mặt phẳng $(AB'D')$ vuông góc với $A'D$.
C. mặt phẳng $(AB'D')$ vuông góc với $A'B$. D. mặt phẳng $(AB'D')$ vuông góc với $A'C$.

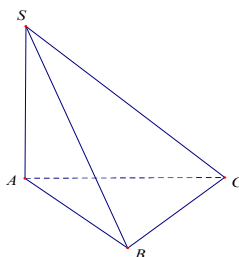
Câu 77. Cho hình chóp $SABC$ có SA vuông góc với đáy và đáy là tam giác vuông tại B . Gọi AM là đường cao của tam giác SAB (M thuộc cạnh SB), khi đó AM không vuông góc với đoạn thẳng nào dưới đây

- A. SB . B. SC . C. BC . D. AC .

Câu 78. Cho hình chóp $SABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC$. Khi đó góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) là góc nào dưới đây

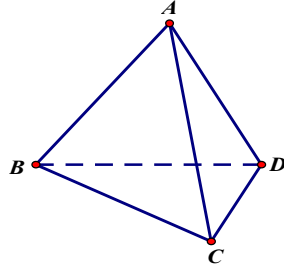
- A. $\widehat{DCS}$. B. $\widehat{DSC}$. C. $\widehat{DAC}$. D. $\widehat{DCA}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .



- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 90° .

Câu 80. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mp (BCD) . Tính $\cos \varphi$.



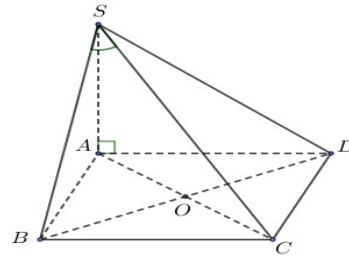
- A. $\cos \varphi = 0$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) là góc

- A. $\widehat{ASO}$. B. $\widehat{SAO}$. C. $\widehat{SAC}$. D. $\widehat{ASB}$.

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$ (hình vẽ). Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$ ta được kết quả là

- A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{5}$.



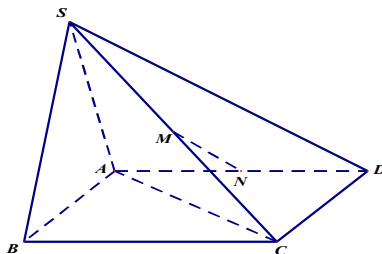
Câu 83. hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) .

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 84. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD đều cạnh a , AB vuông góc với mp (BCD) , $AB = 2a$. M là trung điểm đoạn AD , gọi φ là góc giữa CM với mp (BCD) , khi đó

- A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SC và AD (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa MN và mặt đáy $(ABCD)$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. H là trung điểm của cạnh AB .
 B. H là trọng tâm tam giác ABC .
 C. H là trực tâm tam giác ABC .
 D. H là trung điểm của cạnh AC .

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ; Gọi I là trung điểm của SC ; Xét các khẳng định sau:

- $OI \perp (ABCD)$.
- $BD \perp SC$.
- (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .
- $SB = SC = SD$.

Trong bốn khẳng định trên, số khẳng định **sai** là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

6. Hai mặt phẳng vuông góc

Câu 88. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì

- A. song song với nhau.
 B. trùng nhau.
 C. không song song với nhau.
 D. giao tuyến nếu có của chúng sẽ vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

Câu 89. Cho biết khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. Hình hộp là lăng trụ đứng.
 B. Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng.
 C. Hình lập phương là lăng trụ đứng.
 D. Hình lăng trụ có một cạnh bên vuông góc với đáy là lăng trụ đứng.

Câu 90. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó mặt phẳng $(ACC'A')$ không vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây

- A. $(BDD'B')$. B. (BDA') . C. $(CB'D')$. D. $(DCB'A')$.

Câu 91. Cho hình chóp $SABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC$. Khi đó góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc nào dưới đây

- A. $\widehat{SCA}$. B. $\widehat{SBC}$. C. $\widehat{SCD}$. D. $\widehat{SDA}$.

Câu 92. Cho các đường thẳng a, b và các mp $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

- A. $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$. B. $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$.
 C. $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$. D. $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$.

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều. Gọi H là trung điểm của cạnh AC . Tìm mệnh đề **sai**?

- A. $(SAC) \perp (SBD)$. B. $SH \perp (ABCD)$. C. $(SBD) \perp (ABCD)$. D. $CD \perp (SAD)$.

Câu 94. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. $(ABB') \perp (ACC')$. B. $(AC'M) \perp (ABC)$. C. $(AMC') \perp (BCC')$. D. $(ABC) \perp (ABA')$.

Câu 95. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Tính góc α giữa (SBC) và $(ABCD)$.

- A. $\alpha \approx 75^\circ 46'$. B. $\alpha \approx 71^\circ 21'$. C. $\alpha \approx 68^\circ 31'$. D. $\alpha \approx 65^\circ 21'$.

Câu 96. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao $SA = x$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Khi đó x bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

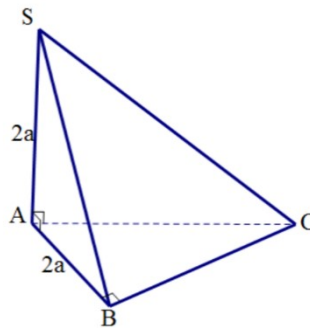
- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

7. Khoảng cách

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $2a$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , SA vuông góc với mặt đáy. Hỏi mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$. B. $d(A, (SBD)) = d(B, (SAC))$.
C. $d(C, (SAB)) = d(C, (SAD))$. D. $d(S, (ABCD)) = SA$.

Câu 102. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O ; mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD) . Biết khoảng cách từ O đến các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCD)$ lần lượt là $1; 2; \sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (SAD) .

A. $d = \sqrt{\frac{19}{20}}$. B. $d = \sqrt{\frac{20}{19}}$. C. $d = \sqrt{2}$. D. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

A. IB . B. IC . C. IA . D. IO .

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$.

Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{8}$. B. $\frac{5a}{8}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{5a}{4}$.

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC , góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là 60° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$. B. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{9a}{2\sqrt{7}}$. D. $\frac{a}{2\sqrt{7}}$.

Câu 106. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. a . C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh là $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{10}a$. B. $\frac{\sqrt{30}}{5}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$.

Câu 108. Cho hình chóp $SABCD$ có SA vuông góc đáy và đáy là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AD và SC bằng

A. $h = 2a$. B. $h = \frac{a}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

I. ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

Bài 1.

1) Xét tính liên tục của hàm số

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 27}{x + 3} & \text{khi } x < -3 \\ 4x + 15 & \text{khi } x \geq -3 \end{cases}$ tại $x = -3$ b) $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 - 2x + 3}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ tại $x = 1$

2) Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của nó.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + |x|}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

$$3) a) \text{ Xác định giá trị của } a \text{ để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 5x + 3}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ 2ax + 5 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = -1$$

$$b) \text{ Xác định giá trị của } a \text{ để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục trên } (0; +\infty)$$

$$c) \text{ Xác định } a \text{ và } b \text{ để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+2}}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax^2 + bx & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} & \text{khi } x < -1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 1 \text{ và } x = -1$$

Bài 2. Chứng minh rằng:

a. Phương trình $3x^3 + 2x - 2 = 0$ có ít nhất một nghiệm.

b. Phương trình $\cos 2x = 2\sin x - 2$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; \pi\right)$

c*. Phương trình $m(x - 1)(x^2 - 4) = x^2 - x - 1$ có ba nghiệm phân biệt với mọi $m \neq 0$

Bài 3. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a. $y = (x^2 + 1)(3 - 2x^2)$

b. $y = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$

c. $y = \frac{3x+1}{5-4x}$

d. $y = \frac{3x^2 - 2x + 5}{2x - 1}$

e. $y = x^3 \cdot \cos^2 x$

f. $y = \sqrt{1 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}$

Bài 4.

a. Cho hàm số $y = \sin^2 x + \cos x$. Giải phương trình $y' = 0$.

b. Cho hàm số $y = 3\sin 2x + 4\cos 2x + 10x$. Giải phương trình $y' = 0$.

c. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 1}$. Giải bất phương trình $f'(x) \geq 1$.

d. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$. Giải bất phương trình $f'(x) < 0$.

e. Cho $f(x) = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (2m+1)x - 15$. Tìm m để $f'(x) < 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

f. Cho $y = x \cdot \sin x$, chứng minh rằng: $xy - 2(y' \cdot \sin x) + xy'' = 0$.

g. Cho $y = \sqrt{2x + x^2}$, chứng minh rằng $y^3 \cdot y'' + 1 = 0$.

Bài 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$

a. Tại giao điểm của đồ thị với trục Oy .

b. Tại giao điểm của đồ thị với trục Ox .

c. Tại điểm có tung độ bằng 4.

d. Biết tiếp tuyến đó có hệ số góc bằng 27.

e. Biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = -3x - 2$.

g. Biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x + 2018$.

Bài 6. Tính tổng $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2020.2^{2019} + 2021.2^{2020}$.

II. HÌNH HỌC

Bài 7. Cho tứ diện đều SABC cạnh là a. Gọi I là trung điểm của BC, $M \in SI$: $\frac{IM}{IS} = \frac{3}{5}$.

- Xác định hình chiếu của S trên (ABC) và chứng minh $BC \perp SA$.
- Tính góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp và độ dài đoạn AM.
- Gọi (P) là mp chứa AM và song song với BC. Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi (P).
- Tính khoảng cách từ I đến (P) và góc tạo bởi AB và (P).

Bài 8. Cho hình chóp S. ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $SA \perp (ABC)$ và $SA = AB = BC = a$; H là trung điểm của AC, BK là đường cao của tam giác SBC.

- Chứng minh $BH \perp (SAC)$; $SC \perp (BHK)$.
- Tính các cạnh và diện tích tam giác BHK.
- Tính góc tạo bởi: AB và SC, SB và (BHK), (SBC) và (SAC).
- M là trung điểm của AB, gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với SC. Dựng thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P). Tính độ dài các cạnh của thiết diện theo a.

Bài 9. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi ABCD tâm O cạnh với $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của B' trên (ABCD) trùng với O, $BB' = a$.

- Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình hộp.
- Tính khoảng cách: từ D' đến (ABCD), giữa BD và B'C.
- Chứng minh $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.

Bài 10. Cho d là đường thẳng vuông góc với mp(ABC) tại A, một điểm S nằm trên d. Gọi H và K lần lượt là trực tâm các tam giác ABC và SBC.

- CMR: AH, SK, BC đồng quy và $SC \perp (BHK)$, $HK \perp (SBC)$.
- Đường thẳng HK cắt d tại R. Chứng minh tứ diện SBCR có các cặp cạnh đối diện vuông góc.
- c*. Khi tam giác ABC đều cạnh a, S di động trên d.
 - CMR: SA.AR không đổi.
 - Tìm vị trí của S để độ dài đoạn SR đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 11. Cho tam giác SAB đều và hình vuông ABCD cạnh bằng a nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi I, J, K, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, AD, SA, SB.

- CMR: $(SAD) \perp (SAB)$, $(SIJ) \perp (SCD)$, $(SCK) \perp (SID)$.
- Tính góc tạo bởi: SD và (ABCD), (SCD) và (ABCD), (SAB) và (SCD).
- Tính khoảng cách: từ A đến (SBC); giữa hai đường thẳng AB và SC.
- Gọi G là giao điểm của CE và DF. Chứng minh: $GE \perp SA$, $GE \perp SA$, G là trọng tâm tam giác SHJ.
- e*. Gọi M là điểm di động trên đoạn SA. Tìm tập hợp hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (CDM).

Bài 12. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều ($AD > BC$), $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SC, SD

- CMR: $BD \perp (SAB)$, $CD \perp (SAC)$, $AB' \perp (SBD)$, $AC' \perp (SCD)$.
- CMR: bốn điểm A, B', C, D' đồng phẳng.
- Khi $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc tạo bởi: (SAD) và (SCD), SD và (ABCD).

Bài 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B. $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SC.

- Chứng minh: $(SAC) \perp (SCD)$, $AM \perp (SCD)$.

b. Tính góc giữa: SC và (SAD); (SCD) và (ABCD); (SAB) và (SCD).

Bài 14. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy ABCD và A'B'C'D'.

a. CMR : $CD' \perp (ADC')$, $B'C \perp (ABC')$, $(ACC') \perp (B'D'C)$.

b. Tính góc tạo bởi: B'C và DC', AC và (B'D'C), (B'D'C) và (ABCD).

c. Tính khoảng cách: từ A đến (B'D'C), giữa BD và B'C.

d. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, A'D', C'C. Xác định và tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi (MNP).

Bài 15. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, C. Cạnh bên AA' nghiêng với đáy góc 60° , O là trọng tâm tam giác ABC.

a. Chứng minh $A'O \perp (ABC)$.

b. Chứng minh BCC'B' là hình chữ nhật. Tính diện tích hình chữ nhật BCC'B'.

b*. Xác định đường vuông góc chung của AB và A'C'. Tính $d(AB; A'C')$.

Bài 16. Cho hình lăng trụ xiên ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A lên (A'B'C') là trọng tâm G của tam giác A'B'C'. Góc tạo bởi các cạnh bên và mặt đáy của hình lăng trụ bằng 60° .

a. Chứng minh: BCC'B' là hình chữ nhật & $(AA'G) \perp (AB'C')$.

b. Xác định và tính góc tạo bởi các mặt bên và mặt đáy của hình lăng trụ.

c. Tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ.

----- HẾT -----