

Câu 1. (1,0 điểm)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; \frac{3}{2}]$.

Câu 3. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $4^{x+\frac{1}{2}} + 7.2^{x-1} - 1 = 0$.

b) Tìm số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+i} = \bar{z} - \frac{1}{2}(3+i)$.

Câu 4. (1,0 điểm)

a) Cho $\sin a + \cos a = \frac{5}{4}$. Tính $\sin 2a$.

b) Có 2 hộp bi, hộp thứ nhất có 4 bi đỏ và 3 bi trắng, hộp thứ hai có 2 bi đỏ và 4 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên, tính xác suất để 2 bi lấy được cùng màu.

Câu 5. (1,0 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{1 - \ln x}{x} dx$.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $ASB = 90^\circ$, $BSC = 120^\circ$, $CSA = 90^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mp(SAB).

Câu 7. (1,0 điểm)

Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y - 2z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với mặt phẳng (P), tìm tọa độ tiếp điểm.

Câu 8. (1,0 điểm)

Giải bất phương trình: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} \leq 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16$.

Câu 9. (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD ngoại tiếp đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 20$. Biết rằng $AC = 2BD$ và điểm B thuộc đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$. Viết phương trình cạnh AB của hình thoi ABCD biết điểm B có hoành độ dương.

Câu 10. (1,0 điểm)

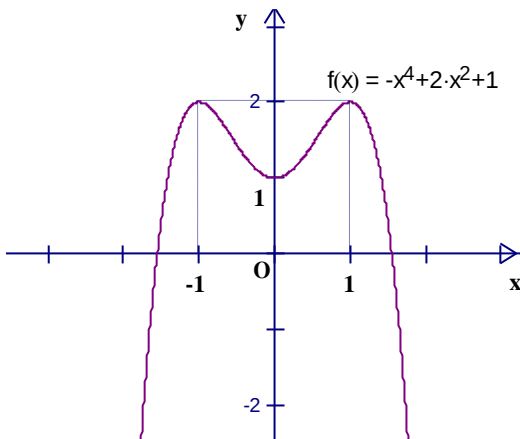
Cho ba số thực dương $x; y; z$ thỏa mãn: $xyz = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\log_3^2 x + 1} + \sqrt{\log_3^2 y + 1} + \sqrt{\log_3^2 z + 1}$$

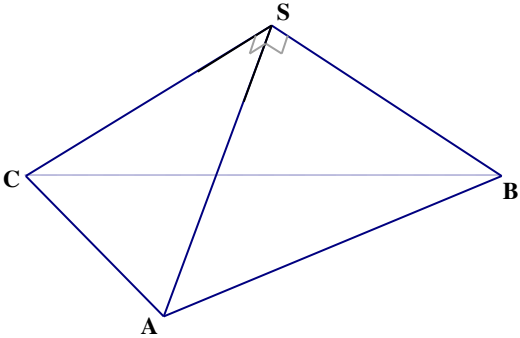
-----Hết-----

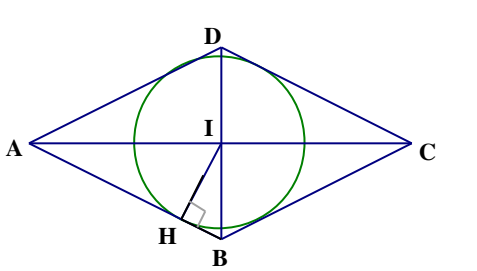
Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																		
Câu 1	(1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$																			
	*TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $y' = -4x^3 + 4x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25																		
	-Hs nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$, Và đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$ -Hs đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$, $y_{CT} = 1$ và đạt cực đại tại các điểm $x = \pm 1$, $y_{CD} = 2$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$	0,25																		
	+BBT: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗ 2</td><td>↘ 1</td><td>↗ 2</td><td>↘ $-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	-	y	$-\infty$	↗ 2	↘ 1	↗ 2	↘ $-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	-															
y	$-\infty$	↗ 2	↘ 1	↗ 2	↘ $-\infty$															
*Đồ thị (C): 	0,25																			
Câu 2	(1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; \frac{3}{2}]$																			
	+ Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1; \frac{3}{2}]$ $f'(x) = 3x^2 - 6x$	0,25																		
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1; \frac{3}{2}) \\ x = 2 \notin (-1; \frac{3}{2}) \end{cases}$	0,25																		
	Trên đoạn $[-1; \frac{3}{2}]$ ta có: $f(-1) = -3$; $f(0) = 1$; $f(\frac{3}{2}) = -\frac{19}{8}$	0,25																		

	Vậy $\max_{[-1; \frac{3}{2}]} f(x) = f(0) = 1$; $\min_{[-1; \frac{3}{2}]} f(x) = f(-1) = -3$	0,25
Câu 3	(0,5 điểm) Giải phương trình: $4^{x+\frac{1}{2}} + 7 \cdot 2^{x-1} - 1 = 0$ (1).	
	$(1) \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} + \frac{7}{2} \cdot 2^x - 1 = 0$ Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$. Pt trở thành: $2t^2 + \frac{7}{2}t - 1 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{4} \\ t = -2 \text{ (ktm)} \end{cases} \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = -2$	0,25
	b) (0,5 điểm) Tìm số phức z thỏa mãn: $\frac{z}{1-i} = \bar{z} - \frac{1}{2}(3+i)$	
	Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có: $\frac{z}{1+i} = \bar{z} - \frac{1}{2}(3+i) \Leftrightarrow \frac{a+bi}{1+i} = (a-bi) - \frac{1}{2}(3+i)$ $\Leftrightarrow (a+b) + (-a+b)i = (2a-3) + (-2b-1)i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 2a-3 \\ -a+b = -2b-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy: $z = 4 + i$	0,25
Câu 4	a) (0,5 điểm) Cho $\sin a + \cos a = \frac{5}{4}$. Tính $\sin 2a$.	
	Ta có: $\sin a + \cos a = \frac{5}{4} \Rightarrow 1 + \sin 2a = \frac{25}{16}$	0,25
	$\Rightarrow \sin 2a = \frac{9}{16}$	0,25
	b) (0,5 điểm) Có 2 hộp bi, hộp thứ nhất có 4 bi đỏ và 3 bi trắng, hộp thứ hai có 2 bi đỏ và 4 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên, tính xác suất để 2 bi lấy được cùng màu.	
	Gọi Ω là không gian mẫu: tập hợp các cách chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên bi $\Rightarrow n(\Omega) = 7 \cdot 6 = 42$ Gọi A là biến cố 2 bi được chọn cùng màu $\Rightarrow n(A) = 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 20$	0,25
	Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$	0,25
Câu 5	(1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{1 - \ln x}{x} dx$	
	$I = \int_1^e \frac{1 - \ln x}{x} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx - \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = I_1 - I_2$ $I_1 = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e = 1$	0,25

	$I_2 = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = e \Rightarrow t = 1$	0,25
	$\Rightarrow I_2 = \int_0^1 t dt = \frac{t^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = I_1 - I_2 = \frac{1}{2}$	0,25
Câu 6	(1.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $ASB = 90^\circ$, $BSC = 120^\circ$, $CSA = 90^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mp(SAB)	
		
	Chứng minh: $SA \perp mp(SBC)$ $\Rightarrow V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} S_{SBC} \cdot SA$	0,25
	$S_{SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ Vậy: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$	0,25
	- Diện tích tam giác SAB là $S_{SAB} = \frac{a^2}{2}$ - Ta có $d(C, (SAB)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SABC}}$	0,25
	Suy ra $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25
Câu 7	(1.0 điểm) Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y - 2z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với mặt phẳng (P), tìm tọa độ tiếp điểm.	
	Ta có $O(0;0)$, do mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mp(P) nên ta có: $R = d(O, (P)) = \frac{ -6 }{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \sqrt{6}$	0,25
	Vậy pt mặt cầu (S) là: $x^2 + y^2 + z^2 = 6$	0,25
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mp(P), H chính là tiếp điểm của mặt cầu (S) và mp(P) Đường thẳng OH đi qua O và vuông góc mp(P) nhận $\vec{n} = (1, 1, -2)$ là vector pháp tuyến của mp(P) làm vector chỉ phương, pt đường thẳng OH có dạng:	0,25

	$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}$ * $H \in OH \Rightarrow H(t, t, -2t)$	
	*Ta lại có $H \in mp(P) \Rightarrow t + t - 2(-2t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $H(1, 1, -2)$	0,25
Câu 8	(1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} \leq 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16$ (1) Điều kiện: $x \geq -1$. Bpt (1) tương đương: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} \leq \left(\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1}\right)^2 - 20$ Đặt $t = \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1}$, $t > 0$ Bpt trở thành: $t^2 - t - 20 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 5 \\ t \leq -4 \end{cases}$. Đối chiếu đk được $t \geq 5$. Với $t \geq 5$, ta có: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} \geq 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} \geq -3x + 21$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 21 < 0 \\ 2x^2 + 5x + 3 \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 21 \geq 0 \\ x^2 - 146x + 429 \leq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 7 \\ 3 \leq x \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$ Kết hợp với điều kiện $x \geq -1$ suy ra tập nghiệm bất pt là: $S = [3; +\infty)$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9	(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD ngoại tiếp đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 20$. Biết rằng $AC = 2BD$ và điểm B thuộc đường thẳng d: $2x - y - 5 = 0$. Viết phương trình cạnh AB của hình thoi ABCD biết điểm B hoành độ dương.	
		
	Gọi I là tâm đường tròn (C), suy ra $I(1; -1)$ và I là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng AB. Ta có: $AC = 2BD \Rightarrow IA = 2IB$ Xét tam giác IAB vuông tại I, ta có: $\frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{IH^2} \Rightarrow \frac{5}{4IB^2} = \frac{1}{20} \Rightarrow IB = 5$	0,25
	Ta lại có điểm $B \in d \Rightarrow B(b, 2b-5)$ * $IB = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(b-1)^2 + (2b-4)^2} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ b = -\frac{2}{5} \end{cases}$. Chọn $b = 4$ (vì $b > 0$) $\Rightarrow B(4; 3)$	0,25
	Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của đường thẳng AB, pt đường thẳng AB có dạng: $a(x-4) + b(y-3) = 0$ Đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn (C) nên ta có:	0,25

	$d(I, AB) = \sqrt{20} \Leftrightarrow \frac{ -3a - 4b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{20}$	
	$\Leftrightarrow 11a^2 - 24ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{11}b \\ a = 2b \end{cases}$ *Với $a=2b$, chọn $b=1$, $a=2 \Rightarrow$ pt đường thẳng AB là: $2x+y-11=0$ *Với $a = \frac{2}{11}b$, chọn $b=11$, $a=2 \Rightarrow$ pt đường thẳng AB là: $2x+11y-41=0$	0,25
Câu 10	(1.0 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn: $xyz = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{\log_3^2 x + 1} + \sqrt{\log_3^2 y + 1} + \sqrt{\log_3^2 z + 1}$	
	Trong mp(Oxy), gọi $\vec{a} = (\log_3 x; 1), \vec{b} = (\log_3 y; 1), \vec{c} = (\log_3 z; 1)$ và $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow \vec{n} = (1; 3)$ Ta có: $ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \geq \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow \sqrt{\log_3^2 x + 1} + \sqrt{\log_3^2 y + 1} + \sqrt{\log_3^2 z + 1} \geq \sqrt{1^2 + 3^2}$	0,5
	$\Rightarrow P \geq \sqrt{10}$, dấu = xảy ra khi ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng hướng và kết hợp điều kiện đề bài ta được $x = y = z = \sqrt[3]{3}$ Vậy $\min P = \sqrt{10}$ khi $x = y = z = \sqrt[3]{3}$	0,5