

Câu 1: Cho hàm số $y = a^{x^2}$ với $a > 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

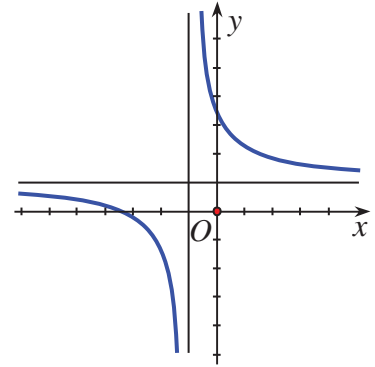
- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận. B. Hàm số có một điểm cực tiểu.
C. Hàm số có một điểm cực đại. D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1-2i}{2-i}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. 1.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. $a < b < 0$.
B. $b < 0 < a$.
C. $0 < b < a$.
D. $0 < a < b$.



Câu 4: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 \left(\frac{1}{1-2x} \right)$.

- A. $y' = \frac{2}{x \ln 4 - \ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{\ln 2 - x \ln 4}$.
C. $y' = \frac{2}{x \ln 2 - \ln 4}$. D. $y' = \frac{2}{\ln 4 - x \ln 2}$.

Câu 5: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(3x - 3)$.

- A. $S = (1; 2)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 6: Gọi (H) là tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a^2 + b^2 \leq 1 \leq a - b$. Tính diện tích hình (H)

- A. $\frac{3\pi}{4} + \frac{1}{2}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 7: Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục Ox , hai đường thẳng và $x = a$; $x = b$ quay quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.
C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 8: Cho khối chóp tứ giác đều có đường cao bằng 3 và thể tích bằng 4. Tính cạnh đáy.

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\cos^3 x - \cos 2x$ trên tập hợp

$$D = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right].$$

A. $\max_{x \in D} f(x) = 1, \min_{x \in D} f(x) = \frac{19}{27}.$

B. $\max_{x \in D} f(x) = \frac{3}{4}, \min_{x \in D} f(x) = -3.$

C. $\max_{x \in D} f(x) = \frac{3}{4}, \min_{x \in D} f(x) = \frac{19}{27}.$

D. $\max_{x \in D} f(x) = 1, \min_{x \in D} f(x) = -3.$

Câu 10: Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx.$

A. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{2018}.$

B. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}.$

C. $\frac{3^{2017}}{4034} - \frac{2^{2018}}{2017}.$

D. $\frac{3^{2021} - 2^{2021}}{4040}.$

Câu 11: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4} + 5$ và đường thẳng $y = x$?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 12: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng.

B. 44163000 đồng.

C. 42465000 đồng.

D. 41600000 đồng.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (6; 3; 2).$

B. $\vec{n} = (2; 3; 6).$

C. $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right).$

D. $\vec{n} = (3; 2; 1).$

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng 3 nghiệm?

A. $2 < m < 3.$

B. $m > 3.$

C. $m = 3.$

D. $m = 2.$

Câu 15: Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng (hoặc các khoảng) nào sau đây?

A. $(-1; 0).$

B. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty).$

C. $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty).$

D. $(0; 1).$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + m(\sqrt{4-x^2} + 1) - 7$ có điểm chung với trục hoành.

A. $0 \leq m \leq 3.$

B. $-1 \leq m \leq \frac{7}{3}.$

C. $2 \leq m \leq \frac{7}{3}.$

D. $2 \leq m \leq 3.$

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 3$ và trục Ox .

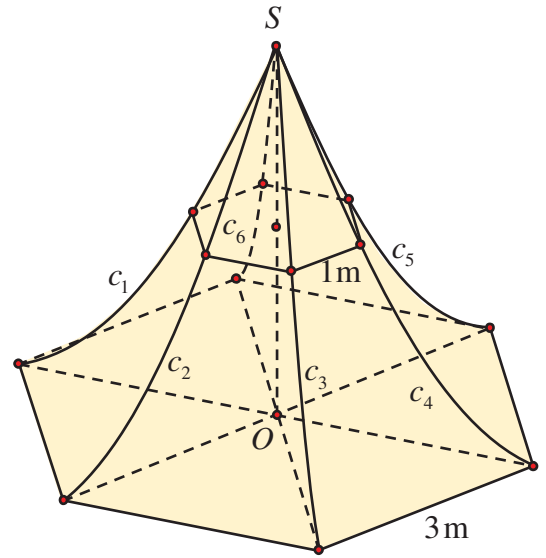
A. $\frac{8}{3}.$

B. $\frac{4}{3}\pi.$

C. $\frac{4}{3}.$

D. $\frac{8}{3}\pi.$

Câu 18: Người ta dựng một cái lều vải (H) có dạng hình “chóp lục giác cong đều” như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình lục giác đều cạnh 3 m. Chiều cao $SO = 6$ m (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (P) vuông góc với SO là một lục giác đều và khi (P) qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh 1 m. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong cái lều (H) đó.



- A. $\frac{135\sqrt{3}}{5} (\text{m}^3)$. B. $\frac{96\sqrt{3}}{5} (\text{m}^3)$. C. $\frac{135\sqrt{3}}{4} (\text{m}^3)$. D. $\frac{135\sqrt{3}}{8} (\text{m}^3)$.

Câu 19: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x$.

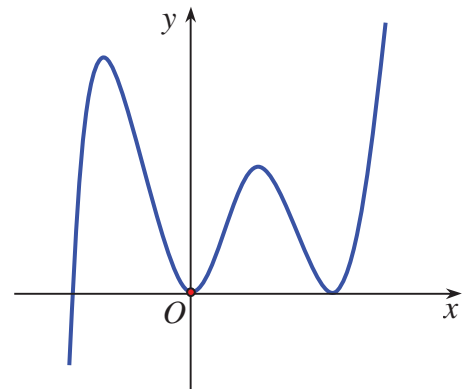
Câu 20: Cho số phức $z \neq 0$ sao cho z không phải là số thực và $w = \frac{z}{1+z^2}$ là số thực. Tính $\frac{|z|}{1+|z|^2}$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 21: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x^2 - 1)e^{x^3 - 3x}$, biết rằng đồ thị của hàm số $F(x)$ có điểm cực tiểu nằm trên trục hoành.

- A. $F(x) = e^{x^3 - 3x} - e^2$. B. $F(x) = \frac{e^{x^3 - 3x + 2} - 1}{3e^2}$.
C. $F(x) = \frac{e^{x^3 - 3x} - e^2}{3}$. D. $F(x) = \frac{e^{x^3 - 3x} - 1}{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ của nó trên khoảng K như hình vẽ. Khi đó trên K , hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 1. B. 4.
C. 3. D. 2.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2 - 3x - 4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 0.
C. 2. D. 1.

Câu 24: Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

- A. 5. B. -6.
C. 12. D. 2.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Xét

$$\text{đường thẳng } d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-mt \\ z=(m-1)t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \quad m \text{ là tham số thực. Giả sử } (P) \text{ và } (P') \text{ là hai mặt}$$

phẳng chứa d , tiếp xúc với (S) lần lượt tại T và T' . Khi m thay đổi, tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng TT' .

- A. $\frac{4\sqrt{13}}{5}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $\frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

- A. $y = -x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 2x + 2$. D. $y = -x - 1$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

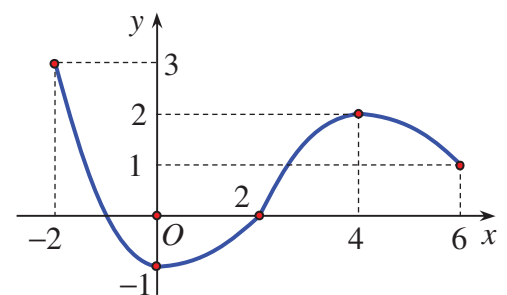
- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.
 C. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_2[(m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3]$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq -2$. B. $m > -2$. C. $m < -2$. D. $m \geq -2$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(-2)$. B. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(2)$.
 C. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(6)$. D. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(-1)$.



Câu 30: Cho khối chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 1$, $OB = 2$ và thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng 3. Tính OC .

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 9. D. 3.

Câu 31: Trong hệ thập phân, số 2016^{2017} có bao nhiêu chữ số?

- A. 2017. B. 2018. C. 6666. D. 6665.

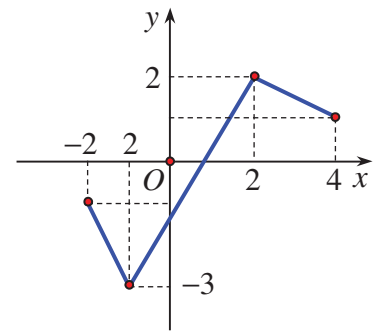
Câu 32: Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1 và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 33: Một hình nón có bán kính đáy bằng 1 và thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $\sqrt{2}\pi$. B. π . C. $2\sqrt{2}\pi$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}\pi$.

- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 2$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)
- A. $I(-1;1;0), R=2$. B. $I(-1;1;0), R=\sqrt{2}$. C. $I(1;-1;0), R=2$. D. $I(1;-1;0), R=\sqrt{2}$.
- Câu 35:** Cho khối lập phương (H) có cạnh bằng 1. Qua mỗi cạnh của (H) dựng một mặt phẳng không chứa các điểm trong của (H) và tạo với hai mặt của (H) đi qua cạnh đó những góc bằng nhau. Các mặt phẳng như thế giới hạn một đa diện (H') . Tính thể tích của (H') .
- A. 4. B. 2. C. 8. D. 6.
- Câu 36:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- A. $G(4;-1;-1)$. B. $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.
- Câu 37:** Gọi I là giao điểm hai tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2+x}$. Tìm tọa độ của I .
- A. $I\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $I(1;2)$. C. $I(-2;1)$. D. $I(-2;2)$.
- Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$; $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?
- A. 1. B. Vô số. C. 0. D. 2.
- Câu 39:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Tính $\frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2}$.
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{2}{9}$.
- Câu 40:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm $\max_{[-2;4]} |f(x)|$.
- A. 2. B. $|f(0)|$. C. 3. D. 1.
- Câu 41:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;-2;3)$ và $C'(2;-1;4)$. Tính thể tích V của khối lập phương đã cho.
- A. $V=1$. B. $V=3\sqrt{3}$. C. $V=2\sqrt{2}$. D. $V=3$.
- Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P) .
 B. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.
 C. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.
 D. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P) .



Câu 43: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, $SA=1$ và $SA \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đáy và trục OO' có cùng độ dài bằng 1. Một mặt phẳng (P) thay đổi qua O tạo với đáy hình trụ một góc 60° và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo hai dây cung AB và CD (dây AB đi qua O). Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

- A. $\frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$. C. $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$. D. $\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 45: Tính $\int \frac{1}{4-2x} dx$.

- A. $-2\ln|4-2x|+C$. B. $\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$. C. $\ln|4-2x|+C$. D. $-\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$.

Câu 46: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}(a^3\sqrt{b})$

- A. $-\frac{10}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{9}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$, $(Q): x+3y-12=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa đường thẳng d và giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

- A. $(R): 5x+y-7z-1=0$. B. $(R): x+2y-z+2=0$.
C. $(R): x+y-z=0$. D. $(R): 15x+11y-17z-10=0$.

Câu 48: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. Tồn tại mặt cầu đi qua một đường tròn và một điểm nằm ngoài mặt phẳng chứa đường tròn đó.
B. Nếu một điểm nằm ngoài mặt cầu thì qua điểm đó có vô số tiếp tuyến với mặt cầu và tập hợp các tiếp điểm là một đường tròn nằm trên mặt cầu.
C. Nếu tất cả các mặt của một hình đa diện nội tiếp đường tròn thì đa diện đó nội tiếp mặt cầu.
D. Tồn tại mặt cầu đi qua bốn điểm không đồng phẳng.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Tính $\int_{-1}^1 f(|2x|) dx$.

- A. 3. B. 6. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

Câu 50: Nếu cho hai số phức z_1, z_2 . Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

- A. Nếu $|z_1|=|z_2|$ thì $z_1 = \overline{z_2}$.
B. Nếu $z_1 = \overline{z_2}$ thì $|z_1|=|z_2|$.
C. Nếu $|z_1|=|z_2|$ thì $z_1 = z_2$.
D. Nếu $|z_1|=|z_2|$ thì các điểm nằm trong mặt phẳng Oxy được biểu diễn các số phức z_1, z_2 tương ứng đối xứng qua gốc tọa độ.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	B	D	C	C	B	A	B	B	B	B	C	A	D	C	D	C	B	B	A	D	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	D	C	C	C	C	A	D	B	C	D	A	A	C	A	A	B	D	D	A	D	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = a^{x^2}$ với $a > 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận. B. Hàm số có một điểm cực tiểu.
C. Hàm số có một điểm cực đại. D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = a^{x^2} \cdot 2x \cdot \ln a$ và y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2: Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1-2i}{2-i}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. 1.

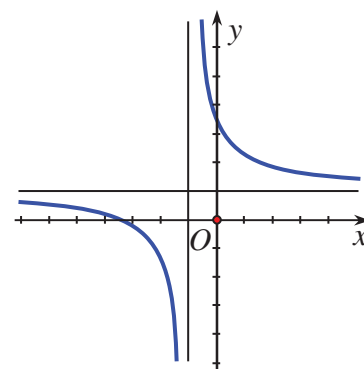
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $z = \frac{1-2i}{2-i} = \frac{(1-2i)(2+i)}{5} = \frac{2+i-4i-2i^2}{5} = \frac{4-3i}{5} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. $a < b < 0$. B. $b < 0 < a$.
C. $0 < b < a$. D. $0 < a < b$.



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = a$, nhìn đồ thị ta thấy tiệm cận ngang nằm phía trên trục hoành nên $a > 0$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung $(0; b)$, nhìn đồ thị ta thấy $b > 0$,

Giao điểm của đồ thị với trục hoành $\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$, ta thấy $-\frac{b}{a} < -1 \Leftrightarrow -b < -a$ do $(a > 0)$,
 $\Leftrightarrow b > a$.

Câu 4: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 \left(\frac{1}{1-2x} \right)$.

- A. $y' = \frac{2}{x \ln 4 - \ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{\ln 2 - x \ln 4}$.
C. $y' = \frac{2}{x \ln 2 - \ln 4}$. D. $y' = \frac{2}{\ln 4 - x \ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Với $x < \frac{1}{2}$, ta có:

$$y = \log_2 \left(\frac{1}{1-2x} \right) \Rightarrow y' = \frac{\left(\frac{1}{1-2x} \right)'}{\ln 2 \cdot \frac{1}{1-2x}} = \frac{\left(\frac{2}{(1-2x)^2} \right)}{\ln 2 \cdot \frac{1}{1-2x}} = \frac{2}{\ln 2 \cdot (1-2x)} = \frac{2}{\ln 2 - x \ln 4}.$$

Cách khác:

$$y = \log_2 \left(\frac{1}{1-2x} \right) = -\log_2 (1-2x)$$

$$y' = -\frac{(1-2x)'}{(1-2x) \ln 2} = \frac{2}{(1-2x) \ln 2}$$

Câu 5: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(3x - 3)$.

A. $S = (1; 2)$.

B. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đk: $x > 1$.

$$\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(3x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 1 > 3x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$$

So với điều kiện $x > 1 \Rightarrow S = (2; +\infty)$.

Câu 6: Gọi (H) là tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a^2 + b^2 \leq 1 \leq a - b$. Tính diện tích hình (H)

A. $\frac{3\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

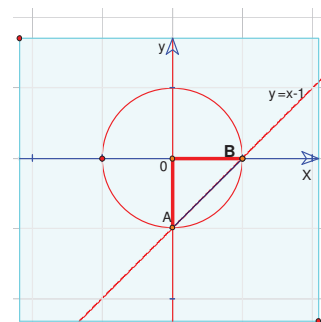
Chọn C

Gọi $M(a; b)$ biểu diễn số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 \leq 1 \leq a - b \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 \leq 1 \\ a - b \geq 1 \end{cases}$$

Suy ra diện tích của (H) là

$$S = \frac{1}{4}\pi \cdot OA^2 - \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.$$



Câu 7: Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục Ox , hai đường thẳng và $x = a$; $x = b$ quay quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức về thể tích ta có đáp án **C**.

Câu 8: Cho khối chóp tứ giác đều có đường cao bằng 3 và thể tích bằng 4. Tính cạnh đáy.

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. 2.

C. 4.

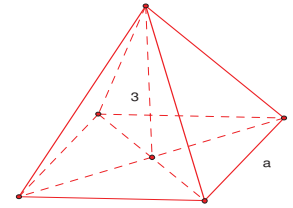
D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi cạnh của đáy bằng a .

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot a^2 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$



Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\cos^3 x - \cos 2x$ trên tập hợp

$D = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

A. $\max_{x \in D} f(x) = 1, \min_{x \in D} f(x) = \frac{19}{27}$.

B. $\max_{x \in D} f(x) = \frac{3}{4}, \min_{x \in D} f(x) = -3$.

C. $\max_{x \in D} f(x) = \frac{3}{4}, \min_{x \in D} f(x) = \frac{19}{27}$.

D. $\max_{x \in D} f(x) = 1, \min_{x \in D} f(x) = -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f(x) = 2\cos^3 x - \cos 2x = 2\cos^3 x - 2\cos^2 x + 1$

Đặt $t = \cos x, t \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ ta có $g(t) = 2t^3 - 2t^2 + 1 \Rightarrow g'(t) = 6t^2 - 4t$.

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$, ta có $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}; g(1) = 1; g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{19}{27}$.

Vậy: $\max_{x \in D} f(x) = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\min_{x \in D} f(x) = \frac{19}{27} \Leftrightarrow \cos x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{2}{3}\right) + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10: Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx$.

A. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{2018}$.

B. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}$.

C. $\frac{3^{2017}}{4034} - \frac{2^{2018}}{2017}$.

D. $\frac{3^{2021} - 2^{2021}}{4040}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx = \int_1^2 \left(\frac{x+2}{x}\right)^{2017} \frac{1}{x^2} dx = \left(-\frac{1}{2}\right) \int_1^2 \left(\frac{x+2}{x}\right)^{2017} d\left(\frac{x+2}{x}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2018} \cdot \left(\frac{x+2}{x}\right)^{2018} \Big|_1^2$.

$I = -\frac{1}{4036} \cdot (2^{2018} - 3^{2018}) = \frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}$

- Câu 11:** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4} + 5$ và đường thẳng $y = x$?
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\sqrt{x^2 - 4} + 5 = x \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4} = x - 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ x^2 - 4 = (x - 5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ x = \frac{29}{10} \end{cases} \text{ (VN)}$$

- Câu 12:** Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).
- A. 46794000 đồng. B. 44163000 đồng. C. 42465000 đồng. D. 41600000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tổng số tiền bạn Nam vay (gốc và lãi) sau 4 năm là:

$$\begin{aligned} A &= 10^6(1 + 0,04)^4 + 10^6(1 + 0,04)^3 + 10^6(1 + 0,04)^2 + 10^6(1 + 0,04) \\ &= 10^6(1 + 0,04)[1 + (1 + 0,04) + (1 + 0,04)^2 + (1 + 0,04)^3] \\ &= 10^6(1 + 0,04) \cdot \frac{1 - (1 + 0,04)^4}{1 - (1 + 0,04)} = 44163256 \end{aligned}$$

Nên $A = 44163000$ đồng

- Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (6; 3; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 6)$. C. $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\vec{n} = (3; 2; 1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z - 6 = 0. \text{ Suy ra } \vec{n} = (2; 3; 6).$$

- Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng 3 nghiệm?
- A. $2 < m < 3$. B. $m > 3$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình } 4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m \Leftrightarrow 4^{x^2} - 4 \cdot 2^{x^2} + 6 = m \quad (1)$$

$$\text{Đặt } 2^{x^2} = t, t \geq 1.$$

$$\text{Phương trình (1) thành: } t^2 - 4t + 6 = m$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^2 - 4t + 6, t \geq 1$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 2t - 4 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

BBT:

x	1	2	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	3	2	$+\infty$

Nhận xét $t = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Với $t > 1$ với mỗi giá trị của t có hai giá trị của x thỏa mãn $2^{x^2} = t$.

Phương trình (1) có đúng ba nghiệm $\Leftrightarrow$ pt $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $t = 1$ và một nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 15: Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng (hoặc các khoảng) nào sau đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$. **D.** $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y' = 6x^2 + 6x = 6x(x+1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$	2	1	$+\infty$		

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + m(\sqrt{4-x^2} + 1) - 7$ có điểm chung với trục hoành.

- A.** $0 \leq m \leq 3$. **B.** $-1 \leq m \leq \frac{7}{3}$. **C.** $2 \leq m \leq \frac{7}{3}$. **D.** $2 \leq m \leq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định: $D = [-2; 2]$. Ta có phương trình hoành độ giao điểm như sau:

$$x^2 + m(\sqrt{4-x^2} + 1) - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7-x^2}{\sqrt{4-x^2} + 1}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{7-x^2}{\sqrt{4-x^2} + 1}$ trên $[-2; 2]$

$$\text{Có } f'(x) = \frac{-2x(\sqrt{4-x^2} + 1) - (7-x^2) \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}}{(\sqrt{4-x^2} + 1)^2} = \frac{x^3 - x - 2x\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{4-x^2}(\sqrt{4-x^2} + 1)^2}.$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Rightarrow x^3 - x - 2x\sqrt{4-x^2} = 0 \Leftrightarrow x \in \{-\sqrt{3}; 0; \sqrt{3}\}.$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

Xét phương trình: $\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 6 = t \Leftrightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = 2t + \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{2t + \frac{1}{4}}$

$\Rightarrow BM = \frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}$ (chú ý là ta phải lấy giá trị có dấu “-” trước dấu căn và cho B chạy từ C đến A).

Khi đó, diện tích của “thiết diện lục giác” bằng $S(t) = 6 \cdot \frac{BM^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}\right)^2$ với $t \in [0; 6]$.

Vậy thể tích của “túp lều” theo đề bài là: $V = \int_0^6 S(t) dt = \int_0^6 \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}\right)^2 dt = \dots = \frac{135\sqrt{3}}{8}$

Câu 19: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đáp án là $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$ do $y = \left(\frac{4}{\pi}\right)^x$ có $\frac{4}{\pi} > 1$ nên là hàm đồng biến.

Câu 20: Cho số phức $z \neq 0$ sao cho z không phải là số thực và $w = \frac{z}{1+z^2}$ là số thực. Tính $\frac{|z|}{1+|z|^2}$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $z = a + bi \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Rightarrow \frac{z}{1+z^2} = \frac{a+bi}{1+a^2-b^2+2abi} \in \mathbb{R}$

Nên $\frac{(a+bi)(1+a^2-b^2-2abi)}{(1+a^2-b^2)^2 + (2ab)^2} \in \mathbb{R}$ hay $b-b^3-a^2b=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ 1-b^2-a^2=0 \end{cases}$

Do $z \notin \mathbb{R}$ nên $a^2 + b^2 = 1$. Vậy $\frac{|z|}{1+|z|^2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

Câu 21: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x^2 - 1)e^{x^3-3x}$, biết rằng đồ thị của hàm số $F(x)$ có điểm cực tiểu nằm trên trục hoành.

- A. $F(x) = e^{x^3-3x} - e^2$. B. $F(x) = \frac{e^{x^3-3x+2} - 1}{3e^2}$. C. $F(x) = \frac{e^{x^3-3x} - e^2}{3}$. D. $F(x) = \frac{e^{x^3-3x} - 1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $F(x) = \int (x^2 - 1)e^{x^3-3x} dx = \frac{1}{3} \int e^{x^3-3x} d(x^3 - 3x) = \frac{1}{3} e^{x^3-3x} + C$.

Lại có $F'(x) = (x^2 - 1)e^{x^3-3x}$ nên $F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

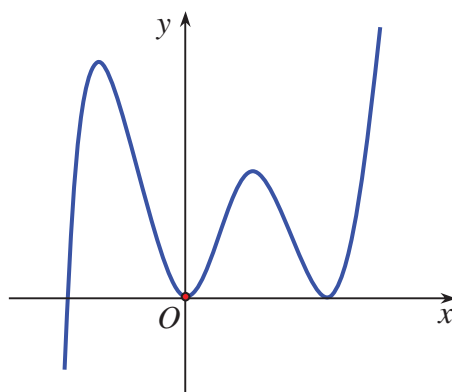
Hơn nữa $F''(x) = 2xe^{x^3-3x} + (x^2-1)e^{x^3-3x} \cdot (3x^2-3) \Rightarrow F(1) > 0$ và $F(-1) < 0$

$\Rightarrow F(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1 \Rightarrow F(1) = \frac{1}{3e^2} + C \Rightarrow$ tọa độ điểm cực tiểu $\left(1; \frac{1}{3e^2} + C\right)$.

Bài ra đồ thị của $F(x)$ có điểm cực tiểu nằm trên trục hoành $\Rightarrow \frac{1}{3e^2} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{3e^2}$.

Do đó $F(x) = \frac{1}{3}e^{x^3-3x} - \frac{1}{3e^2} = \frac{e^{x^3-3x+2}-1}{3e^2}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ của nó trên khoảng K như hình vẽ. Khi đó trên K , hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



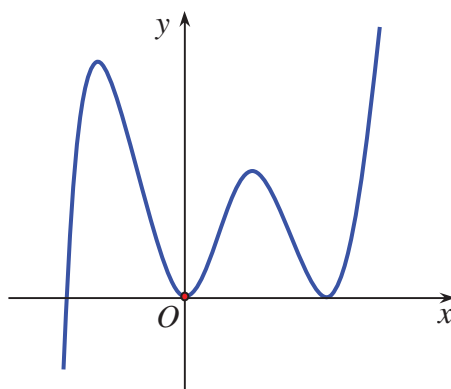
A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua x_0 thì hàm số đạt cực trị.

Từ hình vẽ $\Rightarrow f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x đi qua x_B (đổi dấu từ "-" sang "+").

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x^2 \geq 0 \\ x^2-3x-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq -1; x \neq 4 \end{cases}$

Ta có $x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}$

Tuy nhiên $x = 4$ không thỏa mãn $4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow (C)$ có 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Lại có: $\begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq -1; x \neq 4 \end{cases}$ không tồn tại $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y \Rightarrow (C)$ không có tiệm cận ngang.

Tóm lại (C) có 1 tiệm cận đứng duy nhất là $x = -1$.

Câu 24: Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

A. 5.

B. -6.

C. 12.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện: $3 \cdot 2^x > 1 \Leftrightarrow 2^x > \frac{1}{3} \Leftrightarrow x > \log_2 \frac{1}{3} (*)$

Khi đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1} = \frac{1}{4} \cdot 4^x = \frac{1}{4} \cdot (2^x)^2 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 6 + 4\sqrt{2} \\ 2^x = 6 - 4\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(6 + 4\sqrt{2}) \\ x = \log_2(6 - 4\sqrt{2}) \end{cases}$$

Do đó tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình đã cho bằng

$$\log_2(6 + 4\sqrt{2}) + \log_2(6 - 4\sqrt{2}) = \log_2[(6 + 4\sqrt{2})(6 - 4\sqrt{2})] = \log_2(36 - 32) = 2.$$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Xét

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -mt \\ z = (m-1)t \end{cases} (t \in \mathbb{R}), m$ là tham số thực. Giả sử (P) và (P') là hai mặt

phẳng chứa d , tiếp xúc với (S) lần lượt tại T và T' . Khi m thay đổi, tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng TT' .

A. $\frac{4\sqrt{13}}{5}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 2.

D. $\frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính

$$R = IT = IT' = 2.$$

Ta có $TT' = 2TH$ mà

$$\frac{1}{TH^2} = \frac{1}{TI^2} + \frac{1}{TM^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{TM^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{IM^2 - 4} \quad (1)$$

Ta đi tìm GTNN của độ dài cạnh IM .

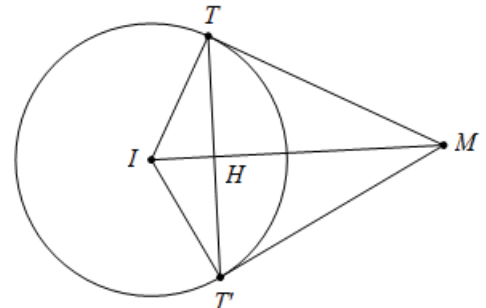
Lại có $M \in d \Rightarrow M(1+t; -mt; (m-1)t)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = (t; -mt - 2; (m-1)t - 3)$$

$$\Rightarrow IM^2 = t^2 + (mt + 2)^2 + [(m-1)t - 3]^2$$

$$= [1 + m^2 + (m-1)^2]t^2 + [4m - 6(m-1)]t + 13$$

$$\Leftrightarrow (2m^2 - 2m + 2)t^2 + (6 - 2m)t + 13 - IM^2 = 0$$



$$\Rightarrow \Delta' = (3-m)^2 - (2m^2 - 2m + 2)(13 - IM^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 13 - IM^2 \leq \frac{(m-3)^2}{2m^2 - 2m + 2} \Leftrightarrow IM^2 \geq 13 - \frac{(m-3)^2}{2m^2 - 2m + 2} = f(m).$$

$$\text{Ta có } f'(m) = -\frac{2(m-3)(2m^2 - 2m + 2) - (m-3)^2(4m-2)}{(2m^2 - 2m + 2)^2} \Rightarrow f'(m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ 2(2m^2 - 2m + 2) = (m-3)(4m-2) = 4m^2 - 14m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{1}{5} \end{cases}$$

	m	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	3	$+\infty$		
	$f'(m)$		$-$	0	$+$	0	$-$
	$f(m)$	$\frac{25}{2}$		$\frac{25}{3}$		13	$\frac{25}{2}$

$$\text{Từ đó } f(m) \geq f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{25}{3} \Rightarrow IM^2 \geq \frac{25}{3}.$$

$$\text{Khi đó từ (1)} \Rightarrow \frac{1}{TH^2} \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{\frac{25}{3} - 4} = \frac{25}{52} \Rightarrow TH \geq \sqrt{\frac{52}{25}} \Rightarrow TT' = 2TH \geq \frac{4\sqrt{13}}{5}.$$

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y = -x + 1$.

B. $y = 2x - 1$.

C. $y = 2x + 2$.

D. $y = -x - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

☑ Giao điểm của (C) và trục tung: $M(0; -1)$.

☑ Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 1 \Rightarrow y'(0) = -1$.

☑ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = -1(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = -x - 1$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.

C. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

D. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mệnh đề sai là: Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_2 \left[(m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3 \right]$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -2$.

B. $m > -2$.

C. $m < -2$.

D. $m \geq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

☑ Điều kiện: $(m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3 > 0$ (*).

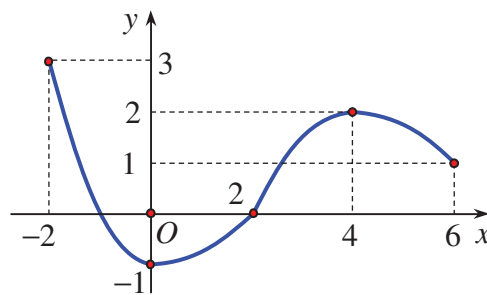
☑ Để hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì (*) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Xét 2 trường hợp:

• $m = -2$: (*) thành $1 > 0$ (luôn đúng) nên $m = -2$ là một đáp số.

• $m \neq -2$: (*) đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m+2 > 0 \\ \Delta' = -m-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$.

Gộp hai trường hợp ta được $m \geq -2$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



A. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(-2)$. B. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(2)$. C. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(6)$. D. $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

☑ Từ đồ thị hàm số ta lập được bảng biến thiên như sau:

x	-2	-1	0	6
y'	+	0	-	+
y				

☑ Do vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại $x = -1$ hoặc $x = 6$.

☑ Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục Ox ($-1 \leq x \leq 2$), S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục Ox ($2 \leq x \leq 6$). Ta có

$$S_1 < S_2 \Rightarrow -\int_{-1}^2 f'(x) dx < \int_2^6 f'(x) dx \Leftrightarrow -f(2) + f(-1) < f(6) - f(2) \Leftrightarrow f(-1) < f(6).$$

Vậy $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(6)$.

Câu 30: Cho khối chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 1$, $OB = 2$ và thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng 3. Tính OC .

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. 9.

D. 3.

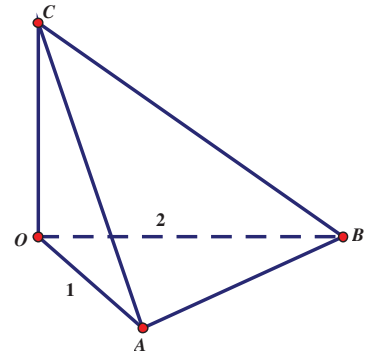
Hướng dẫn giải

Chọn C.

☑ Thể tích khối chóp $O.ABC$ là

$$V_{O.ABC} = V_{C.OAB} = \frac{1}{3} OC \cdot S_{\Delta OAB} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = 3.$$

☑ Suy ra $OC = \frac{18}{OA \cdot OB} = \frac{18}{1 \cdot 2} = 9.$



Câu 31: Trong hệ thập phân, số 2016^{2017} có bao nhiêu chữ số?

A. 2017.

B. 2018.

C. 6666.

D. 6665.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\log 2016^{2017} \approx 6665,15 \Rightarrow 10^{6665} < 2016^{2017} < 10^{6666}$

Suy ra số 2016^{2017} có 6666 chữ số.

Câu 32: Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1 và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

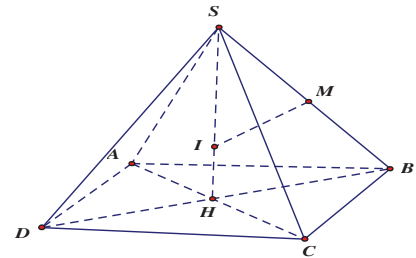
Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, điểm H là tâm của đáy, M là trung điểm của đoạn SB . Trong tam giác SHB , đường trung trực đoạn SB cắt SH ở điểm I . Dễ chứng minh I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Xét tam giác SHB vuông có $SB = \frac{HB}{\cos 60^\circ} = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow SM = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R = IS = \frac{SM}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



Câu 33: Một hình nón có bán kính đáy bằng 1 và thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\sqrt{2}\pi$.

B. π .

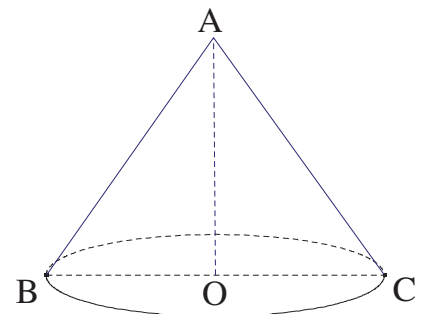
C. $2\sqrt{2}\pi$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$l = R\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \pi\sqrt{2}$$



Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 2$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)

- A. $I(-1;1;0), R=2$. B. $I(-1;1;0), R=\sqrt{2}$. C. $I(1;-1;0), R=2$. D. $I(1;-1;0), R=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 35: Cho khối lập phương (H) có cạnh bằng 1. Qua mỗi cạnh của (H) dựng một mặt phẳng không chứa các điểm trong của (H) và tạo với hai mặt của (H) đi qua cạnh đó những góc bằng nhau. Các mặt phẳng như thế giới hạn một đa diện (H') . Tính thể tích của (H') .

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 6.

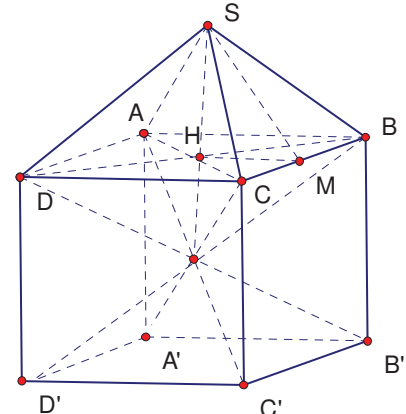
Hướng dẫn giải

Chọn B

$V_{H'} = V_H + 6.V_{S.ABCD}$ với $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều như hình vẽ. Vì tính đối xứng của hình nên góc tạo bởi (SBC) với hai mặt $(ABCD), (BCC'B')$ bằng nhau. Mà $(ABCD) \perp (BCC'B')$ nên góc tạo bởi (SBC) với mặt $(ABCD)$ bằng 45° . Suy ra:

$$SH = HM = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{H'} = V_H + 6.V_{S.ABCD} = 1 + 6 \cdot \frac{1}{6} = 2.$$



Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(4;-1;-1)$. B. $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{4}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -\frac{1}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

Câu 37: Gọi I là giao điểm hai tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2+x}$. Tìm tọa độ của I .

- A. $I\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $I(1; 2)$. C. $I(-2; 1)$. D. $I(-2; 2)$.

Hướng dẫn giải :

Chọn D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$ và tiệm cận ngang $y = 2$.

Suy ra: $I(-2; 2)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$; $B(0; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. 1. B. Vô số. C. 0. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

(S) có tâm $I(1; 1; 0)$; bán kính $R = 1$.

Gọi (α) là mặt phẳng thỏa yêu cầu đề bài.

Có $A \in (S) \Rightarrow$ nếu tồn tại mặt phẳng (α) thì (α) nhận $\overline{IA} = (0; -1; 0)$ làm VTPT.

Nên $(\alpha): z = 0$. Thay $B(0; 0; 2)$ vào (α) thỏa mãn $\Rightarrow$ tồn tại 1 mp (α) thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 39: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Tính $\frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2}$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{2}{9}$.

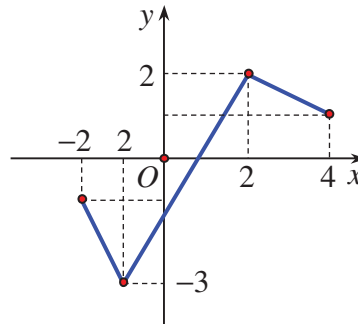
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\Delta = -3 = 3i^2$.

Phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} z_1 = \frac{3 + \sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \frac{3 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2} = \frac{2}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên $[-2; 4]$ như hình vẽ. Tìm $\max_{[-2; 4]} |f(x)|$.

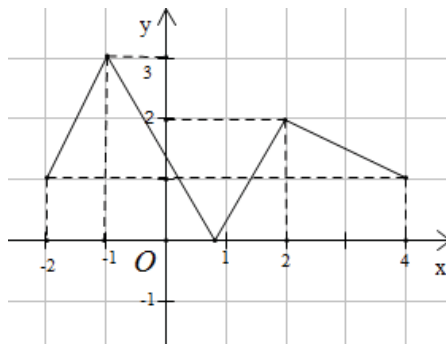


- A. 2. B. $|f(0)|$. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên $[-2; 4]$ ta suy ra đồ thị của hàm số $|f(x)|$ trên $[-2; 4]$ như hình vẽ



Do đó $\max_{[-2;4]} |f(x)| = 3$ tại $x = -1$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; -2; 3)$ và $C'(2; -1; 4)$. Tính thể tích V của khối lập phương đã cho.

A. $V = 1$.

B. $V = 3\sqrt{3}$.

C. $V = 2\sqrt{2}$.

D. $V = 3$.

Hướng dẫn giải

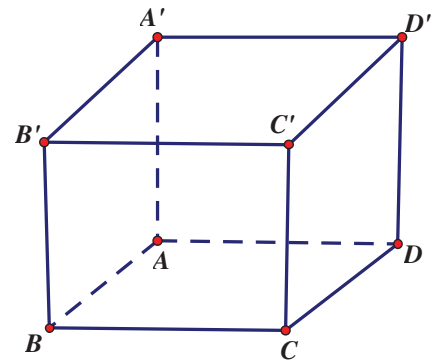
Chọn A.

$$AC' = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

Đặt $AA' = x > 0$

$$AB^2 + AD^2 + A'A^2 = C'A^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$$

$$V = x^3 = 1$$



Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P) .

B. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

C. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

D. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P) .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d không nằm trong (P) hoặc d không song song với (P) nên d cắt (P) .

Câu 43: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, $SA = 1$ và $SA \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

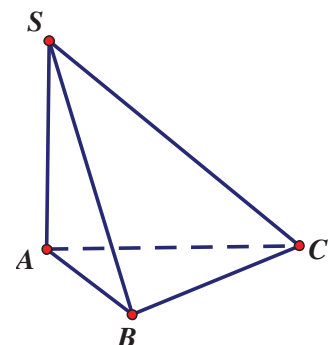
C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$S_{ABC} = \frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$



$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đáy và trục OO' có cùng độ dài bằng 1. Một mặt phẳng (P) thay đổi qua O tạo với đáy hình trụ một góc 60° và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo hai dây cung AB và CD (dây AB đi qua O). Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

- A. $\frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$. C. $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$. D. $\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi M là trung điểm CD . Ta có:

$$\widehat{OMO'} = 60^\circ.$$

$\triangle OMO'$ vuông tại O' , có:

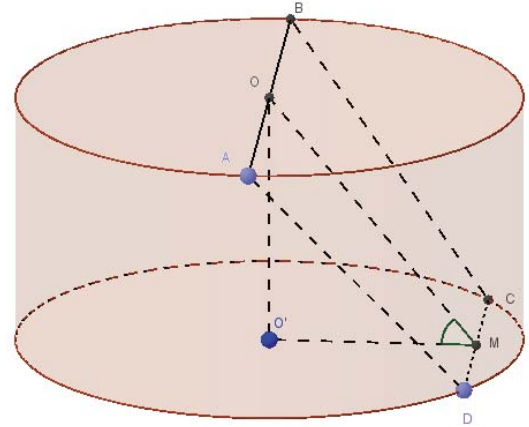
$$\tan 60^\circ = \frac{OO'}{O'M} \Rightarrow O'M = \frac{OO'}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$OM = \sqrt{O'M^2 + OO'^2} = \sqrt{\frac{1}{3} + 1} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$\triangle O'MD$ vuông tại M , có:

$$DM = \sqrt{O'D^2 - O'M^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\Rightarrow CD = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$



$$\text{Diện tích hình thang } ABCD \text{ là: } S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)OM = \frac{1}{2}\left(2 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3}$$

Câu 45: Tính $\int \frac{1}{4-2x} dx$.

- A. $-2\ln|4-2x| + C$. B. $\frac{1}{2}\ln|4-2x| + C$. C. $\ln|4-2x| + C$. D. $-\frac{1}{2}\ln|4-2x| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\int \frac{1}{4-2x} dx = -\frac{1}{2} \int \frac{1}{4-2x} d(4-2x) = -\frac{1}{2} \ln|4-2x| + C.$$

Câu 46: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}(a^3 \sqrt{b})$

- A. $-\frac{10}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{9}$. D. $\frac{2}{15}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có: Từ $\log_a b = 2 \Rightarrow 0 < a \neq 1$

$$\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}(a^3 \sqrt{b}) = \frac{\log_a(a^3 \sqrt{b})}{\log_a \frac{\sqrt{a}}{b}} = \frac{\frac{1}{3}\log_a b + 1}{\frac{1}{2}\log_a a - \log_a b} = \frac{\frac{2}{3} + 1}{\frac{1}{2} - 2} = -\frac{10}{9}.$$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$, $(Q): x + 3y - 12 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa đường thẳng d và giao tuyến của hai mặt phẳng (P) , (Q) .

A. $(R): 5x + y - 7z - 1 = 0$.

B. $(R): x + 2y - z + 2 = 0$.

C. $(R): x + y - z = 0$.

D. $(R): 15x + 11y - 17z - 10 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Gọi Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q) ta có: $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; -1; 2)$ là vectơ chỉ phương của Δ , ta thấy $\Delta // d$ từ 2 phương trình (P) và (Q) cho $z = 0$ ta tìm được $N(-3; 5; 0) \in \Delta$ và $\vec{MN} = (-4; 7; 1)$ trong đó $M(1; -2; -1) \in d$.

Suy ra: $(R): \begin{cases} \text{qua } M(1; -2; -1) \\ \text{vtpt } \vec{n}_R = [\vec{MN}, \vec{u}_d] = (15; 11; -17) \end{cases}$

Phương trình $(R): 15x + 11y - 17z - 10 = 0$.

Câu 48: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Tồn tại mặt cầu đi qua một đường tròn và một điểm nằm ngoài mặt phẳng chứa đường tròn đó.

B. Nếu một điểm nằm ngoài mặt cầu thì qua điểm đó có vô số tiếp tuyến với mặt cầu và tập hợp các tiếp điểm là một đường tròn nằm trên mặt cầu.

C. Nếu tất cả các mặt của một hình đa diện nội tiếp đường tròn thì đa diện đó nội tiếp mặt cầu.

D. Tồn tại mặt cầu đi qua bốn điểm không đồng phẳng.

Hướng dẫn giải:

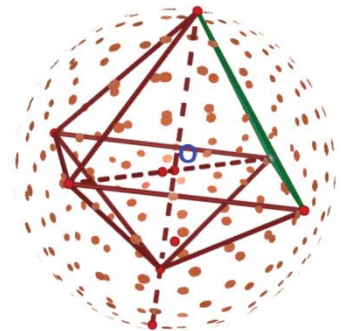
Chọn C

Xét hình bát diện tạo bởi hai hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ sao cho $SO > S'O$ (xem hình vẽ).

Trong đó: hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau.

Nên: hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nội tiếp được trong một mặt cầu tâm O .

Nhận xét thấy: các điểm S, A, B, C, D và S' không cùng nằm trên mặt cầu tâm O .



Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Tính $\int_{-1}^1 f(|2x|) dx$.

A. 3.

B. 6.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $I = \int_{-1}^1 f(|2x|) dx = \int_{-1}^0 f(|2x|) dx + \int_0^1 f(|2x|) dx = 2 \int_0^1 f(|2x|) dx = 2 \int_0^1 f(2x) dx$

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$; Khi $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$.

$$\text{Lúc đó: } I = \int_0^2 f(t) dt = \int_0^2 f(2x) dx = 3.$$

Câu 50: Nếu cho hai số phức z_1, z_2 . Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. Nếu $|z_1| = |z_2|$ thì $z_1 = \overline{z_2}$.

B. Nếu $z_1 = \overline{z_2}$ thì $|z_1| = |z_2|$.

C. Nếu $|z_1| = |z_2|$ thì $z_1 = z_2$.

D. Nếu $|z_1| = |z_2|$ thì các điểm nằm trong mặt phẳng Oxy được biểu diễn các số phức z_1, z_2 tương ứng đối xứng qua gốc tọa độ.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Giả sử } z_1 = a + bi \Rightarrow \overline{z_2} = a + bi \Rightarrow z_2 = a - bi$$

$$\text{Mà } |z_1| = \sqrt{a^2 + b^2}, |z_2| = \sqrt{a^2 + (-b)^2} \Rightarrow |z_1| = |z_2|.$$