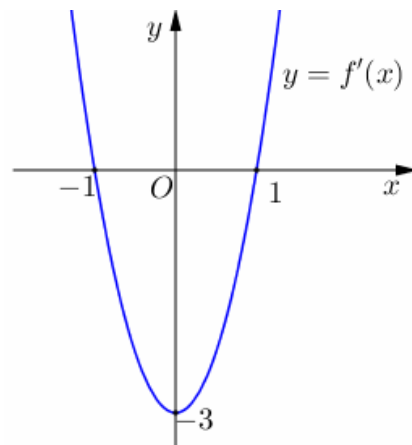


Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.



A. $S = 9$.

B. $S = \frac{5}{4}$.

C. $S = \frac{21}{4}$.

D. $S = \frac{27}{4}$.

HD: Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x) \Rightarrow f'(x) = 3(x^2 - 1)$

Khi đó $f(x) = \int f'(x) dx = x^3 - 3x + C$. Điều kiện đồ thị hàm số $f(x)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ là:

$$\begin{cases} f(x) = 4 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + C = 4 \\ 3(x^2 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ C = 2 \end{cases} \text{ (Do } x < 0 \text{) suy ra } f(x) = x^3 - 3x + 2 \text{ (C)}$$

Cho $(C) \cap Ox \Rightarrow$ hoành độ các giao điểm là $x = -2; x = 1$.

Khi đó $S = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx = \frac{27}{4}$. **Chọn D.**

Câu 2: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC

bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

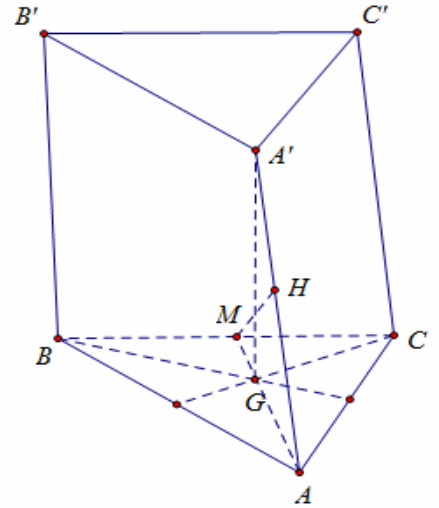
HD: Gọi M là trung điểm của BC khi đó ta có $A'G \perp BC$ và $AM \perp BC$ do đó $BC \perp (A'AM)$.

Từ M dựng $MH \perp AA'$ suy ra MH là đoạn vuông góc chung của MH và AA' suy ra $MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ suy ra $d(G; AA') = \frac{2}{3}d(M; (AA'))$

(Do $MA = \frac{2}{3}GA$)

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{6} = d \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{A'G^2} \Rightarrow A'G = \frac{a}{3}$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **Chọn A.**



Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính diện tích S của hình tròn giới hạn bởi (C) .

A. $S = \frac{26\pi}{3}$.

B. $S = 2\pi\sqrt{6}$.

C. $S = 6\pi$.

D. $S = \frac{2\pi\sqrt{78}}{3}$.

HD: Ta có: (S) có tâm $I(1; -2; 0)$ và $R = 3$

Khi đó $d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 + 4|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{6} \Rightarrow S = \pi r^2 = 6\pi$. **Chọn C.**

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$.

B. $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$.

C. $d = \frac{18}{7}$.

D. $d = \frac{12}{7}$.

HD: Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là $d = \frac{|6 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{6^2 + 9 + 4}} = \frac{12}{7}$. **Chọn D.**

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ

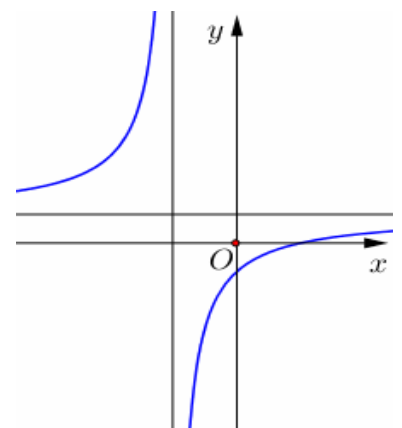
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.



HD: Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy

- Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương nên $x = -\frac{b}{a} > 0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $y = \frac{b}{d} < 0$.
- Đồ thị hàm số nhận $x = -\frac{d}{c} < 0$ làm tiệm cận đứng và $y = \frac{a}{c} > 0$ làm tiệm cận ngang.

- Chọn $c > 0$ suy ra $a > 0, b < 0, d > 0 \Rightarrow \begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A.** $R = 3$. **B.** $R = 9$. **C.** $R = 3\sqrt{3}$. **D.** $R = \sqrt{3}$.

HD: Xét mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9 \Rightarrow$ bán kính $R = 3$. **Chọn A.**

Câu 7: Cho $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$. Tính $\log_6 45$ theo a, b .

- A.** $\log_6 45 = \frac{2a+b}{1+a}$. **B.** $\log_6 45 = 2a+b$.
C. $\log_6 45 = a+b-1$. **D.** $\log_6 45 = \frac{a+2b}{2(1+a)}$.

HD: Ta có $\log_6 45 = \log_6 9 + \log_6 5 = \frac{2}{\log_3 6} + \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{2}{1+\frac{1}{\log_2 3}} + \frac{\log_2 5}{1+\log_2 3} = \frac{2}{1+\frac{1}{a}} + \frac{b}{1+\frac{1}{a}}$
 $= \frac{2a+b}{1+a}$. **Chọn A.**

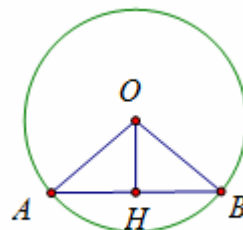
Câu 8: Cho hình trụ có đường cao $h = 5\text{cm}$, bán kính $r = 3\text{cm}$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục 2cm . Tính diện tích của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) .

- A.** $S = 3\sqrt{5}\text{cm}^2$. **B.** $S = 10\sqrt{5}\text{cm}^2$. **C.** $S = 6\sqrt{5}\text{cm}^2$. **D.** $S = 5\sqrt{5}\text{cm}^2$.

HD: Ta có: thiết diện nhận là hình chữ nhật có độ dài 1 cạnh là $a = h = 5$

Độ dài cạnh còn lại là $b = AB = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}$. Do đó $S = 10\sqrt{5}$.

Chọn B.



Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-1), B(2;3;4)$ và $C(3;5;-2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A.** $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$. **B.** $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. **C.** $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$. **D.** $I\left(-\frac{27}{2}; 15; 2\right)$.

HD: Phương trình mặt phẳng trung trực (mặt phẳng đi qua trung điểm và vuông góc với đoạn thẳng đã cho) của $AB; BC$ lần lượt là: $x + y + 5z - \frac{23}{2} = 0; x + 2y - 6z - \frac{9}{2} = 0$

Mặt khác $I \in (ABC): 16x - 11y - z + 5 = 0 \Rightarrow I = \left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$. **Chọn A.**

Cách 2: Thử từng đáp án sao cho $IA = IB = IC$

Câu 10: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$?

- A.** Có 4 giá trị nguyên. **B.** Có 6 giá trị nguyên.

C. Có 5 giá trị nguyên.**D. Có 7 giá trị nguyên.**

HD: Đặt $t = \log_2 x$ với $x \in (0; +\infty)$ thì $t \in \mathbb{R}$, khi đó bất phương trình trở thành $t^2 + m.t - m \geq 0$ (*).

Để (*) nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_{(*)} \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-4; 0]$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện. **Chọn C.**

Câu 11: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

A. $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C.$

B. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$

C. $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C.$

D. $\int e^{2x} dx = 2e^{2x} + C.$

HD: Ta có: $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d(2x) = \frac{e^{2x}}{2} + C$. **Chọn B.**

Câu 12: Một công ty dự kiến chi 1 tỷ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là $100\,000 \text{ đ} / m^2$, chi phí để làm mặt đáy là $120\,000 \text{ đ} / m^2$. Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất được (giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể).

A. 58135 thùng.

B. 57582 thùng.

C. 18209 thùng.

D. 12525 thùng.

HD: Gọi R và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của 1 thùng sơn.

$\Rightarrow$ Dung tích 1 thùng sơn: $V = \pi R^2 h = 0,005 \text{ (m}^3\text{)}$

Gọi n là số thùng sơn tối đa sản xuất được.

Tổng chi phí khi đó bỏ ra là: $T = n \times (100.000 \times S_{xq} + 120.000 \times S_d)$

$$= n \times (100.000 \times 2\pi Rh + 120.000 \times \pi R^2) \leq 10^9 \Leftrightarrow n \leq \frac{5 \times 10^4}{\pi(10 \times Rh + 12 \times R^2)}$$

$$\text{Mà } 10Rh + 12R^2 = 5Rh + 5Rh + 12R^2 \geq 3\sqrt{300R^4h^2} = 3\sqrt{\frac{300V^2}{\pi^2}}$$

$$\Rightarrow n \leq \frac{5 \times 10^4}{\pi(10 \times Rh + 12 \times R^2)} \leq \frac{5 \times 10^4}{\pi \times 3\sqrt{\frac{300V^2}{\pi^2}}} \approx 58135,9 \Rightarrow n = 58135. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng 3. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính thể tích V khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{125}{6} \pi.$

B. $V = \frac{64\sqrt{2}}{3} \pi.$

C. $V = \frac{108}{3} \pi.$

D. $V = \frac{32}{3} \pi.$

HD: Gọi O là trung điểm AC .

Dễ dàng chứng minh $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Lại có $SC \perp AM \Rightarrow M$ là hình chiếu của A lên SB

$\Rightarrow OA = OC = OM$.

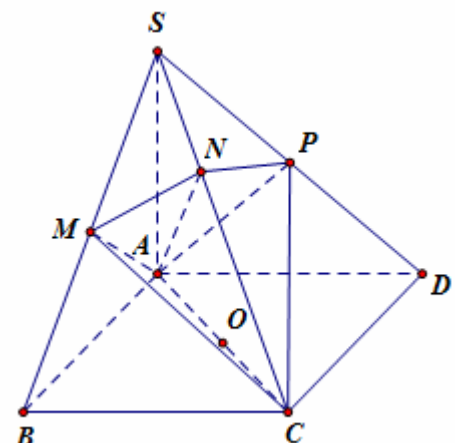
Tương tự P là hình chiếu của A lên SD .

$OA = OC = OP$

Đồng thời N là hình chiếu của A lên SC .

$\Rightarrow OA = OC = ON$

Vậy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ là O



$$\Rightarrow R = \frac{AC}{2} = 2 \Rightarrow V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32\pi}{3}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

A. $m \geq -\frac{13}{2}$.

B. $m \geq -2\sqrt{3}$.

C. $m \leq -2\sqrt{3}$.

D. $m \geq \frac{13}{2}$.

HD: Ta có $y' = 2(3x^2 - mx + 1)$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ thì $y' \geq 0$ với mọi $x \in (-2; 0)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - mx + 1 \geq 0 \text{ với mọi } x \in (-2; 0) \Leftrightarrow 3x^2 + 1 \geq mx \text{ với } x \in (-2; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq 3x + \frac{1}{x} = f(x) \text{ với mọi } x \in (-2; 0)$$

$$\text{Mà } -f(x) = 3(-x) + \frac{1}{(-x)} \geq 2\sqrt{3(-x) \times \frac{1}{(-x)}} = 2\sqrt{3}. \text{ Dấu bằng khi } x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow f(x) \leq -2\sqrt{3} \Rightarrow m \geq -2\sqrt{3}. \text{ Chọn B.}$$

Ngoài cách đó ra các em có thể khảo sát hàm $f(x)$ nhá !

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$. Vector nào sau đây không là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (2; 0; -2)$.

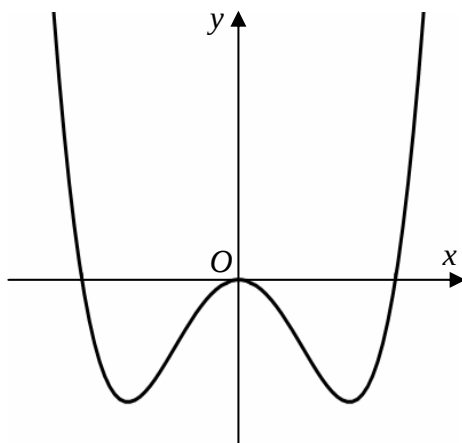
B. $\vec{n} = (1; 0; -1)$.

C. $\vec{n} = (-1; 0; 1)$.

D. $\vec{n} = (1; -1; -1)$.

HD: Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; 0; -1)$ là một VTPT nên nhận $(2; 0; -2)$ và $(-1; 0; 1)$ là VTPT. **Chọn D**

Câu 16. Hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm nào?



A. $y = x^3 - 2x$.

B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = 2x^2 - x^4$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

HD: Hình vẽ có dạng đồ thị của hàm số trùng phương nên loại A và D.

Từ hình vẽ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ hệ số $a > 0$. **Chọn B**

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V = \frac{3}{4}a^3$.

B. $V = \frac{1}{2}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{1}{4}a^3$.

HD: Ta có $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \sin 60^\circ = \frac{a^3}{4}$. **Chọn D**

Câu 18. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2$, $y = 2x$.

A. $S = \frac{20}{3}$.

B. $S = \frac{4}{3}$.

C. $S = \frac{3}{20}$.

D. $S = \frac{3}{4}$.

HD: PT hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$. **Chọn B**

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[-3; 2)$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	-3	-1	1	2		
y'		+	0	-	0	+
y						

Diagram showing the function values: $y = -2$ at $x = -3$, $y = 0$ at $x = -1$, $y = -5$ at $x = 1$, and $y = 3$ at $x = 2$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 1.

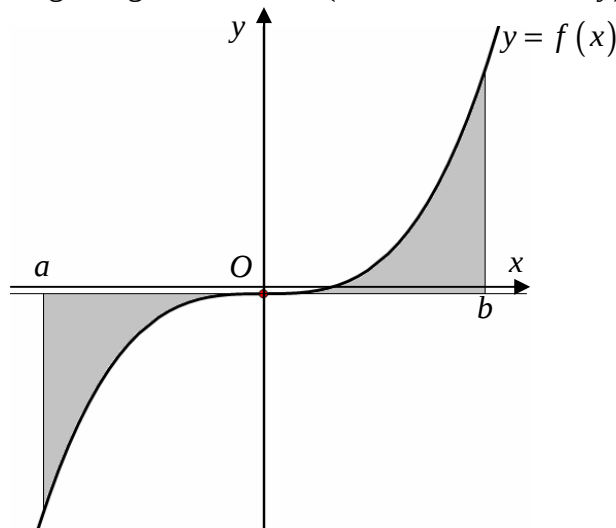
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. $\min_{[-3; 2)} y = -2$.

D. $\max_{[-3; 2)} y = 3$.

HD: Câu này sai đề, không giải được !. **Chọn E.**

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. (Như hình vẽ dưới đây)



Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D. Chọn công thức đúng trong các công thức cho dưới đây?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

HD: Ta có $S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx = \int_a^0 [-f(x)] dx + \int_0^b f(x) dx.$ **Chọn C.**

Câu 21. Hàm số $y = x^4 - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0).$

B. $(-1; +\infty).$

C. $(0; +\infty).$

D. $(-1; 1)$

HD: Ta có $y' = 4x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0.$ **Chọn C**

Câu 22. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được từ lúc ô tô bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $S = 96,25$ (m).

B. $S = 95,70$ (m).

C. $S = 87,50$ (m).

D. $S = 94,00$ (m).

HD: Gia tốc khi ô tô chuyển động nhanh dần đều là $a_1 = 7$ (m/s²)

Gọi v_0, v_1, v_2 lần lượt là vận tốc khi ô tô bắt đầu chuyển động, vận tốc khi ô tô đi được 5(s) nhanh dần đều và vận tốc khi ô tô dừng hẳn.

Gọi s_1, s_2 là quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều và quãng đường khi ô tô chuyển động chậm dần đều đến lúc dừng hẳn.

Ta có: $2a_1s_1 = v_1^2 - v_0^2 \Leftrightarrow 2 \cdot 7 \cdot s_1 = (7 \cdot 5)^2 - 0 \Leftrightarrow s_1 = 87,5$ (m)

Lại có: $2as_2 = v_2^2 - v_1^2 \Leftrightarrow 2 \times (-70) \times s_2 = 0 - (7 \times 5)^2 \Leftrightarrow s_2 = 8,75$ (m)

Tổng quãng đường di chuyển là: $S = s_1 + s_2 = 96,25$ (m). **Chọn A.**

Câu 23. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{5-x}$. Tính $M + m$.

A. $M + m = 16.$

B. $M + m = \frac{12 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{10}}{2}.$

C. $M + m = 18.$

D. $M + m = \frac{16 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{10}}{2}.$

HD: Hàm số đã liên tục và xác định trên đoạn $[1; 5]$.

Ta có $y' = \frac{3}{2\sqrt{x-1}} - \frac{2}{\sqrt{5-x}}; \begin{cases} x \in (1; 5) \\ y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (1; 5) \\ 16(x-1) = 9(5-x) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{61}{25}.$

Lại có $y(1) = 8; y(5) = 6; y\left(\frac{61}{25}\right) = 10 \Rightarrow \min_{[1;5]} y = 6; \max_{[1;5]} y = 10 \Rightarrow M + m = 16.$ **Chọn A.**

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$.

A. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{9}{e^3}.$

B. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{\ln^2 2}{2}.$

C. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{4}{e^2}.$

D. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{1}{e}.$

HD: Hàm số đã liên tục và xác định trên đoạn $[1;e^3]$.

Ta có $y = \frac{1}{x} \cdot \ln^2 x \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} \ln^2 x + \frac{1}{x} \cdot 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2}; \begin{cases} x \in (1;e^3) \\ y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = e^2.$

Lại có $y(1) = 0; y(e^3) = \frac{9}{e^3}; y(e^2) = \frac{4}{e^2} \Rightarrow \max_{[1;e^3]} y = \frac{4}{e^2}.$ **Chọn C.**

Câu 25. Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6;6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$\int_1^3 f(-2x) dx = 3.$ Tính $I = \int_{-1}^6 f(x) dx.$

A. $I = 11.$

B. $I = 5.$

C. $I = 14.$

D. $I = 2.$

HD: Đặt $-2x = t \Rightarrow \int_{-2}^{-6} f(t) d\left(-\frac{t}{2}\right) = 3 \Rightarrow \int_{-6}^{-2} f(t) dt = 6 \Rightarrow \int_{-6}^{-2} f(x) dx = 6.$

Ta có $y = f(x)$ là hàm số chẵn $\Rightarrow f(-x) = f(x) \Rightarrow \int_{-6}^{-2} f(-x) dx = 6.$

Đặt $-x = u \Rightarrow \int_6^2 f(u) d(-u) = 6 \Rightarrow \int_2^6 f(u) du = 6 \Rightarrow \int_2^6 f(x) dx = 6.$

Bài ra $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8 \Rightarrow \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = 14 \Rightarrow \int_{-1}^6 f(x) dx = 14.$ **Chọn C.**

Câu 26. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}.$

A. $\mathcal{D} = [0; +\infty).$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

D. $\mathcal{D} = (0; +\infty).$

HD: Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x > 0.$ **Chọn D**

Câu 27: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 2a$, góc ở đỉnh của hình nón $2\beta = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \pi a^3.$

B. $V = \frac{\pi a^3}{2}.$

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}.$

D. $V = \pi a^3 \sqrt{3}.$

HD: Ta có $\begin{cases} R = l \cdot \sin 30^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a \\ h = l \cdot \cos 30^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \end{cases} \longrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi a^3.$ **Chọn C.**

Câu 28: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}.$

A. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C.$

B. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C.$

HD: Ta có $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\int \cos \frac{2}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{2} \int \cos \frac{2}{x} d\left(\frac{2}{x}\right) = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$. **Chọn A.**

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

A. $S = 2\sqrt{2}$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 2\sqrt{7}$. **D.** $S = \sqrt{7}$.

HD: Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$ có tâm O , bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Vì $OM = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 0^2} = 1 < R$ suy ra M nằm bên trong mặt cầu (S)

Đặt $\frac{AB}{2} = x > 0 \Rightarrow d(O, AB) = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{8 - x^2} \leq OM = 1 \Leftrightarrow 7 \leq x^2 < 8$

Ta có $S = \frac{d(O, AB) \cdot AB}{2} = x\sqrt{8 - x^2} \Rightarrow S^2 = x^2\sqrt{8 - x^2}$

Đặt $t = x^2$. Xét hàm $f(t) = t\sqrt{8 - t}$ với $7 \leq t < 8$

$\rightarrow f'(t) = \sqrt{8 - t} - \frac{t}{2\sqrt{8 - t}} = \frac{16 - 3t}{2\sqrt{8 - t}} < 0$ với $7 \leq t < 8 \Rightarrow S^2 = f(t) \leq f(7) = 7 \Rightarrow S \leq \sqrt{7}$. **Chọn D.**

Câu 30: Tìm số giao điểm n của hai đồ thị $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2$.

A. $n = 2$. **B.** $n = 4$. **C.** $n = 1$. **D.** $n = 0$.

HD: Ta có $x^4 - 3x^2 + 2 = x^2 - 2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow n = 2$. **Chọn A.**

Câu 31: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 8 \cdot 2^x + 4 = 0$.

A. $T = 0$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = 8$.

HD: Ta có $4^x - 8 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 + 2\sqrt{3} \\ 2^x = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases}$

Theo bài cần tìm $x_1 + x_2 \longrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = t_1 t_2 = 4 \longrightarrow x_1 + x_2 = 2$. **Chọn B.**

Câu 32: Cho mặt cầu (S) bán kính R . Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

A. $h = R\sqrt{2}$. **B.** $h = \frac{R}{2}$. **C.** $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. **D.** $h = R$.

HD: Vì hình trụ nội tiếp trong mặt cầu bán kính R cố định

$\Rightarrow R^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} \geq 2\sqrt{r^2 \times \frac{h^2}{4}} = rh \Rightarrow rh \leq R^2$

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh \leq 2\pi R^2$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} r^2 + \frac{h^2}{4} = R^2 \\ r^2 = \frac{h^2}{4} \end{cases} \Rightarrow h = R\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 33: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.

A. $x = 7$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 8$.

HD: Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 8 \Rightarrow x = 9$. **Chọn B.**

Câu 34: Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt.

A. 9 cạnh.

B. 7 cạnh.

C. 8 cạnh.

D. 6 cạnh.

HD: Mỗi mặt của đa diện phải có ít nhất 3 cạnh và mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của 2 mặt.

Do đó số cạnh của đa diện có 5 mặt không nhỏ hơn $\frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5$.

Khi đó số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt là 8 cạnh. **Chọn C**

Câu 35: Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = -2018$.

B. $m - n^2 = -1$.

C. $m - n^2 = 1$.

D. $m - n^2 = 2018$.

HD: Sử dụng đẳng thức

$$1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = g(x) \text{ với } x > 0$$

$$\Rightarrow g(1) + g(2) + \dots + g(2017) = \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right)$$

$$= 2017 + \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right) = 2017 + 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2018^2 - 1}{2018}$$

$$\Rightarrow f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(2017) = e^{g(1) + g(2) + \dots + g(2017)} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}} = e^{\frac{m}{n}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2018^2 - 1 \\ n = 2018 \end{cases} \Rightarrow m - n^2 = -1. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 36: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$.

A. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

D. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$.

HD: Điều kiện: $\frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$. Phương trình tương đương $3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. **Chọn D.**

Câu 37: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{1}{3^x}$.

B. $y = 3^x$.

C. $\log_2(x^2 + 1)$.

D. $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x^2 + 1)$.

HD: Do $3 > 1 \Rightarrow y = 3^x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$ và $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

B. $d = 2a\sqrt{6}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $d = a\sqrt{6}$.

HD: Ta có

+) $SA = SB, \widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta SAB$ đều $\Rightarrow AB = SA = a$. Tương tự $BC = a$.

Dễ có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại B .

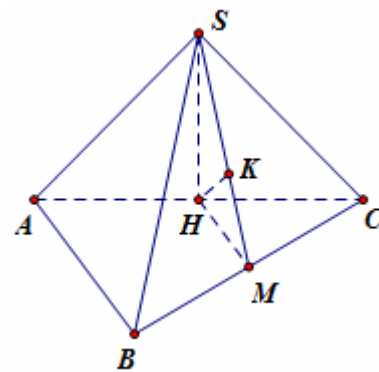
+) $SA = SB = SC \Rightarrow$ Hình chiếu H của đỉnh S xuống mặt phẳng (ABC) nằm trên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow H$ chính là trung điểm AC .

+) Gọi M là trung điểm BC , K là hình chiếu của H lên SM .

Tính được: $SH = \frac{SA}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}, HM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

Mà $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{MH^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

+) $d = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. **Chọn C.**



Câu 39: Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

A. $x_{CT} = -1$

B. $x_{CT} = -3$

C. $x_{CT} = 1$

D. $x_{CT} = 0$

HD: Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow x_{CT} = 1$. **Chọn C.**

Câu 40: Hình nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

A. Hình hộp

B. Tứ diện đều

C. Hình bát diện đều

D. Hình lập phương

HD: Hình tứ diện đều không có tâm đối xứng. **Chọn B.**

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;1), B(2;5;-1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song với trục hoành:

A. $(P): y + z - 2 = 0$

B. $(P): x + y - z - 2 = 0$

C. $(P): y + 3z + 2 = 0$

D. $(P): y + 2z - 3 = 0$

HD: Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;4;-2) \Rightarrow \overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{AB}, O_x] = (0;1;2) \Rightarrow (P): y + 2z - 3 = 0$. **Chọn D.**

Câu 42: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

A. $x = 1$

B. $x = -1$

C. $y = 1$

D. $y = 2$

HD: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$. **Chọn A.**

Câu 43: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 1$ trên đoạn $[-3;2]$.

A. $\min_{[-3;2]} y = 3$

B. $\min_{[-3;2]} y = -3$

C. $\min_{[-3;2]} y = 8$

D. $\min_{[-3;2]} y = -1$

HD: Ta có $y' = 2x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Ta có $y(-3) = 8; y(0) = -1; y(2) = 3 \Rightarrow \min_{[-3;2]} y = -1$. **Chọn D.**

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;-3), B(2;-1;0)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (1;1;-3)$

B. $\overrightarrow{AB} = (3;-3;-3)$

C. $\overrightarrow{AB} = (1;-1;1)$

D. $\overrightarrow{AB} = (3;-3;3)$

HD: Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-3;3)$. **Chọn D.**

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có 3 điểm cực trị

B. Không có điểm cực trị

C. Có 2 điểm cực trị

D. Chỉ có 1 điểm cực trị

HD: Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị tại $x = 0; x = -1$. **Chọn C.**

Câu 46: Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

A. 154 triệu đồng

B. 150 triệu đồng

C. 140 triệu đồng

D. 145 triệu đồng

HD: Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 3 năm là $x(1+6,5\%)^3$

Số tiền lãi sau 3 năm là $x(1+6,5\%)^3 - x = 30 \Rightarrow x \approx 145$ triệu đồng. **Chọn D.**

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(-2;0;3), M(0;0;1), N(0;3;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài?

A. Có vô số mặt phẳng (P)

B. Chỉ có 1 mặt phẳng (P)

C. Có 2 mặt phẳng (P)

D. Không có mặt phẳng (P) nào

HD: Giả sử phương trình mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.

$$\text{Do } (P) \text{ qua } M, N \Rightarrow \begin{cases} c + d = 0 \\ 3b + c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c + d = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } d(B, (P)) = 2d(A, (P)) \Rightarrow \frac{|-2a + 3c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2|a + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a + 3b + d = 2a + 2d \\ -2a + 3c + d = -2a - 2d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 3b + d = 0 \\ 3d + 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + d = 0 \\ c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{có vô số mặt phẳng. Chọn A.}$$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;8;-5)$

B. $D(-4;8;-3)$

C. $D(-2;2;5)$

D. $D(-2;8;-3)$

HD: Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow I\left(-1; \frac{7}{2}; 0\right)$ mà I là trung điểm $BD \Rightarrow D(-4;8;-3)$. **Chọn B.**

Câu 49: Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$. Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

A. $T = 6$

B. $T = 9$

C. $T = 10$

D. $T = 5$

HD: Đặt $t = \sqrt{1+3x} \Rightarrow t^2 = 1+3x \Rightarrow 2tdt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{2tdt}{3}$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 2$.

$$\text{Khi đó } \int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \int_1^2 3e^t \cdot \frac{2tdt}{3} = 2 \int_1^2 te^t dt = 2 \int_1^2 td(e^t) = 2te^t \Big|_1^2 - 2 \int_1^2 e^t dt = 4e^2 - 2e - 2e^t \Big|_1^2$$

$$= 4e^2 - 2e - 2(e^2 - e) = 2e^2 \Rightarrow a = 10; b = 0; c = 0 \Rightarrow T = 10. \text{ Chọn C.}$$

Câu 50: Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a - b)$

B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$

C. $\log(ab) = \log a + \log b$

D. $\log(ab) = \log(a + b)$

HD : Ta có $\log(ab) = \log a + \log b$. **Chọn C.**