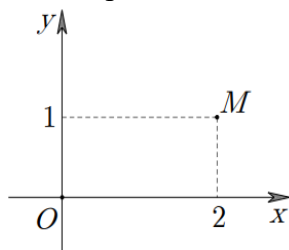


Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M biểu diễn số phức z như hình vẽ bên. Số phức z là

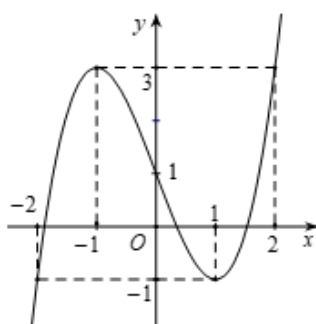


- A. $1-2i$. B. $2+i$. C. $1+2i$. D. $2-i$.

Câu 2. Cho mặt cầu có bán kính $R=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{64}{3}\pi$. B. 256π . C. $\frac{256}{3}\pi$. D. 64π .

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho. Tính $y_1 + y_2$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 4. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x-1}$ tương ứng là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{1}{2}; y = 1$. B. $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}$. D. $x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $-x + 2y - 3z + 1 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 2 = 0$.
C. $x - 2z + 3 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 6. Cho $\int \frac{1}{x+1} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$. B. $F'(x) = \ln(x+1)$. C. $F'(x) = \frac{1}{x+1}$. D. $F'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; 0; 2)$. B. $(0; 0; -2)$. C. $(3; 5; -1)$. D. $(3; 5; 0)$.

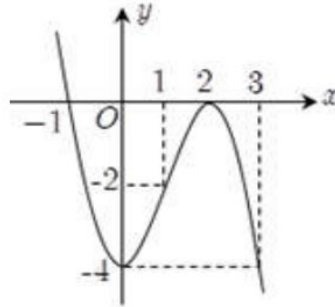
Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;4)$. Điểm đối xứng với A qua trục Oy có tọa độ là

- A. $(-2;3;-4)$. B. $(2;-3;4)$. C. $(0;3;0)$. D. $(2;3;4)$.

Câu 9. Cho khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng a , độ dài cạnh bên bằng $3a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $9a^3$. D. a^3 .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên, hàm số $y = f(x)$ đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-4; -1)$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = (x-4)^{-4}$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A. $I(2; -1; 1)$ và $R = 9$. B. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 9$.
C. $I(2; -1; 1)$ và $R = 3$. D. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 3$.

Câu 13. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 - x^2$ và trục hoành quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{16\pi}{15}$. B. $V = \frac{16}{15}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 14. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 3 + 2\log_2 a - \log_2 b$. B. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 3 + 2\log_2 a + \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 4 + 2\log_2 a - \log_2 b$. D. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 3 + \frac{1}{2}\log_2 a - \log_2 b$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=|z+3-i|$. Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn các số phức z là đường thẳng có phương trình

- A. $2x+y+2=0$. B. $2x+y-2=0$. C. $2x-y+2=0$. D. $2x-y-2=0$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=(x^4+1)^{\frac{3}{2}}$ là

- A. $\frac{3}{2}(x^4+1)^{\frac{1}{2}}$. B. $6x(x^4+1)^{\frac{1}{2}}$. C. $6x^3(x^4+1)^{\frac{1}{2}}$. D. $3x(x^2+1)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} > 9$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

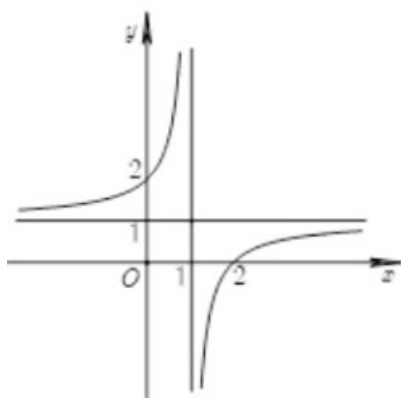
Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 1$ là

- A. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$. B. $\left[1; \frac{4}{3}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$. D. $\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 20. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 4$ và $\int_1^3 g(x) dx = -1$. Khi đó: $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



- A. $(2; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; -2)$.

Câu 22. Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra từ tổ trên 3 học sinh, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

- A. $C_4^2 \cdot C_5^1$. B. $A_4^2 \cdot A_5^1$. C. $A_4^2 + A_5^1$. D. $C_4^2 + C_5^1$.

Câu 23. Cho hai số phức $z = 1+2i$, $w = 3-i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$.

- A. 5. B. $-7i$. C. -7 . D. 1.

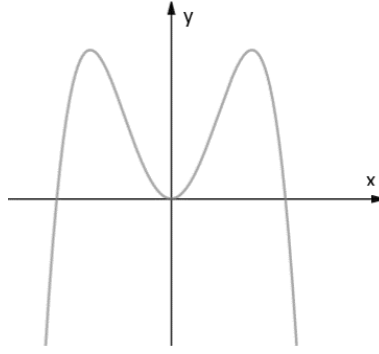
Câu 24. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6$, $AD=3$ quay xung quanh cạnh AB tạo ra một khối trụ. Thể tích của khối trụ đó là

- A. $V=48\pi$. B. $V=54\pi$. C. $V=36\pi$. D. $V=18\pi$.

Câu 25. Hàm số $F(x) = 2x - \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f(x) = x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x$. B. $f(x) = 2 + 2 \cos 2x$.
C. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x$. D. $f(x) = 2 - 2 \cos 2x$.

Câu 26. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng là đường cong như hình bên



- A. $y = -x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = \frac{x-1}{2-x}$.

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. SA vuông góc với đáy và $SA = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $9\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28. Mô đun của số phức $z = 2 + 3i$ là

- A. 13. B. $\sqrt{13}$. C. 5. D. 3.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -4. B. 4. C. -2. D. 2.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2;-3;1)$ là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = -3 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

Câu 31. Tổng các nghiệm của phương trình $9^x - 7 \cdot 3^x + 12 = 0$ là

- A. 12. B. 7. C. $4 \log_2 3$. D. $\log_3 12$.

Câu 32. Biết $\int_2^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = a - b \ln^2 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 3$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(6) + G(6) = 8$ và $F(0) + G(0) = -2$. Khi đó $\int_0^2 f(3x) dx$ bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{4}$. C. 5. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 34. Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 6 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

- A. $\frac{1}{22}$. B. $\frac{2}{11}$. C. $\frac{5}{22}$. D. $\frac{1}{11}$.

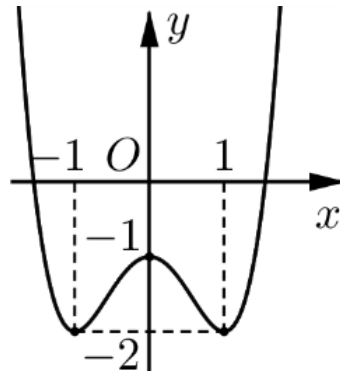
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{2-z}{-1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -1)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc đường thẳng Δ là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^{2024}(2-x)$. Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

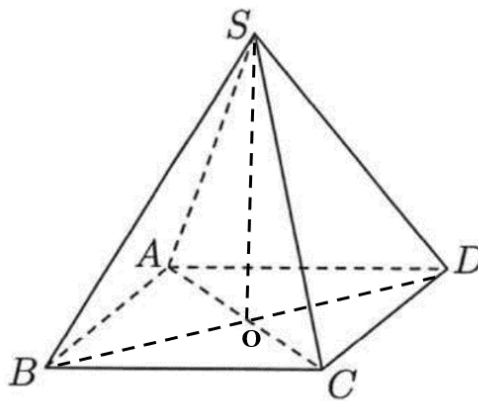
- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 37. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có ít nhất bốn nghiệm thực phân biệt?



- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

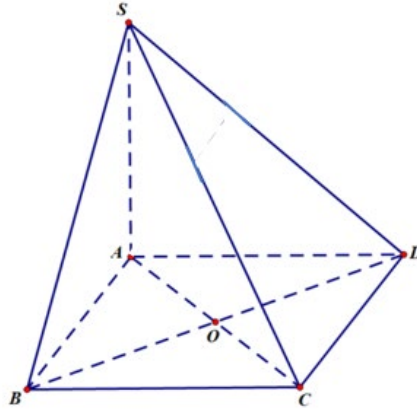
Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ).



Gọi M là điểm thuộc cạnh SB sao cho $MB = 2MS$, α là góc giữa CM với mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $SA \perp (ABCD)$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng $AB = a, AD = 2a$ và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Câu 40. Bất phương trình $\log_2^2 x + \log_3 \frac{36}{x} \leq \left(1 + \log_3 \frac{36}{x}\right) \log_2 x$ có số nghiệm nguyên dương là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 41. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 42. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |iz_2 + 5 + 2i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1^2 - z_1 z_2 + 4|$ là

- A. 8. B. 10. C. 4. D. 2.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 11 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt tại M và N sao cho $A(2; -1; 3)$ là trung điểm của MN . Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = \sqrt{6}$. B. $MN = 4\sqrt{13}$. C. $MN = 6\sqrt{6}$. D. $MN = 2\sqrt{13}$.

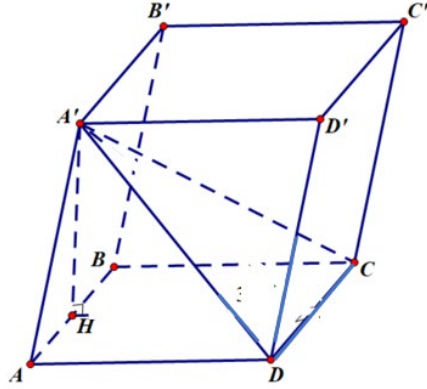
Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f^2(x) + 2xf(x) + x^2 = f'(x) + 1$, với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tính $\int_1^2 f(x) dx$ biết $f(1) = -2$.

- A. $\frac{-\ln 2}{2} - 1$. B. $-\ln 2 - \frac{1}{2}$. C. $-\ln 2 - \frac{3}{2}$. D. $\frac{-\ln 2}{2} - \frac{3}{2}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; 1; 2)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) . Gọi B, C lần lượt là hình chiếu của A trên trục Oy, Oz ; E là trung điểm đoạn AB và I là điểm di động trên cạnh OC . Tam giác đều ACD nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời điểm D có hoành độ dương. Khi diện tích tam giác DEI đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính độ dài đoạn thẳng EI .

- A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB (tham khảo hình vẽ).



Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° và $AA' = a\sqrt{13}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V = 8a^3\sqrt{3}$. B. $V = 24a^3$. C. $V = 12\sqrt{13}a^3$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = (x-2)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = g(x) = f(|x^2 + 4x - m|)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$?

- A. 17. B. 20. C. 19. D. 18.

Câu 48. Cho khối nón (N) có đỉnh S , chiều cao bằng 10, đáy là đường tròn tâm O . Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khối chóp $S.OAB$ có thể tích bằng 40. Biết khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{20\sqrt{29}}{29}$. Tính thể tích khối nón (N) .

- A. $\frac{250\pi}{3}$. B. 500π . C. 250π . D. $\frac{500\pi}{3}$

Câu 49. Cho hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 + (m^2 - 25)x^2 + m - 2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số trên có 3 điểm cực trị?

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên dương $y \in (0; 2024)$ thỏa mãn $\frac{\ln 3x}{4x+1} \leq \ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right)$ đúng với mọi số thực dương x .

- A. 2023. B. 2020. C. 2018. D. 2019.

----- HẾT -----

Mã đề [166]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	B	A	C	B	A	A	C	B	C	A	A	B	C	C	D	D	B	C	A	C	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	B	D	C	D	A	D	D	B	A	B	C	B	A	A	A	C	C	D	A	D	A	D	B

Mã đề [255]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	A	A	D	C	C	A	C	B	A	A	B	C	D	C	C	A	D	A	D	C	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	B	B	B	A	D	D	B	D	B	C	B	C	A	D	D	A	C	B	A	A	C	C	D

Mã đề [332]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	C	A	D	D	B	D	B	A	B	D	A	C	A	A	C	B	D	C	A	D	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	D	B	B	B	D	B	A	C	A	D	B	B	B	D	C	A	D	A	A	C	C	C	C

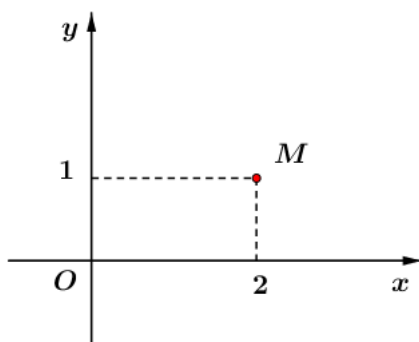
Mã đề [487]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	D	C	B	C	A	C	B	B	D	D	A	D	B	B	D	D	D	D	A	A	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	C	B	B	A	C	D	C	A	B	A	B	D	B	D	C	A	A	D	A	B	B	C	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	B	A	C	B	A	A	C	B	C	A	A	B	C	C	D	D	B	C	A	C	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	B	D	C	D	A	D	D	B	A	B	C	B	B	A	A	C	C	D	A	D	D	D	B

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M biểu diễn số phức z như hình vẽ bên. Số phức z là



A. $1 - 2i$.

B. $2 + i$.

C. $1 + 2i$.

D. $2 - i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M(2;1) \Rightarrow z = 2 + i$.

Câu 2: Cho mặt cầu có bán kính $R = 4$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{64}{3}\pi$.

B. 256π .

C. $\frac{256}{3}\pi$.

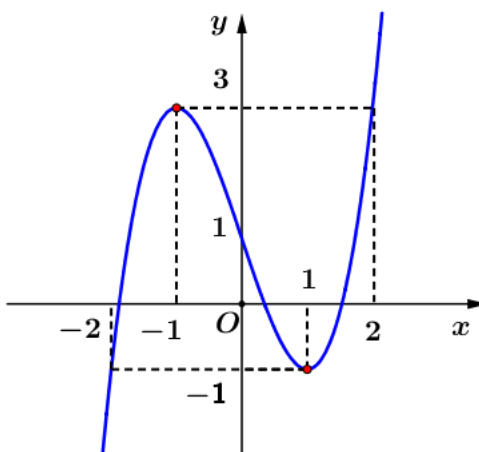
D. 64π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho. Tính $y_1 + y_2$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $y_1 = 3, y_2 = -1 \Rightarrow y_1 + y_2 = 3 - 1 = 2$.

Câu 4: Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x-1}$ tương ứng là đường thẳng có phương trình

A. $x = \frac{1}{2}, y = 1$.

B. $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A. $-x + 2y - 3z + 1 = 0$.

B. $x - 2y - 3z + 2 = 0$.

C. $x - 2z + 3 = 0$.

D. $x - 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 6: Cho $\int \frac{1}{x+1} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$.

B. $F'(x) = \ln(x+1)$.

C. $F'(x) = \frac{1}{x+1}$.

D. $F'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int \frac{1}{x+1} dx = F(x) + C \Rightarrow \left(\int \frac{1}{x+1} dx \right)' = (F(x) + C)' \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{x+1}.$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 0; 2)$.

B. $(0; 0; -2)$.

C. $(3; 5; -1)$.

D. $(3; 5; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } A = (P) \cap Oz \Rightarrow \begin{cases} A \in (P) \\ A \in Oz \Rightarrow A(0; 0; z) \end{cases} \Rightarrow 3.0 + 5.0 - z - 2 = 0 \Rightarrow z = -2 \Rightarrow A(0; 0; -2).$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 3; 4)$. Điểm đối xứng với A qua trục Oy có tọa độ là

A. $(-2; 3; -4)$.

B. $(2; -3; 4)$.

C. $(0; 3; 0)$.

D. $(2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm đối xứng với $A(2; 3; 4)$ qua trục Oy có tọa độ là $(-2; 3; -4)$.

Câu 9: Cho khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng a , độ dài cạnh bên bằng $3a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. $9a^3$.

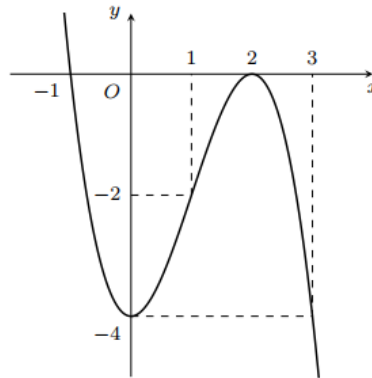
D. a^3 .

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $V = a^2 \cdot 3a = 3a^3$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên, hàm số $y = f(x)$ đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-4; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = (x - 4)^{-4}$ là

A. $(4; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S)

A. $I(2; -1; 1)$ và $R = 9$.

B. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 9$.

C. $I(2; -1; 1)$ và $R = 3$.

D. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 - x^2$ và trục hoành quanh Ox.

A. $V = \frac{16\pi}{15}.$

B. $V = \frac{16}{15}.$

C. $V = \frac{4}{3}.$

D. $V = \frac{4\pi}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$

Áp dụng công thức $V_{Ox} = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \frac{16\pi}{15}$

Câu 14: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 3 + 2\log_2 a - \log_2 b.$

B. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 3 + 2\log_2 a + \log_2 b.$

C. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 4 + 2\log_2 a - \log_2 b.$

D. $\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = 3 + \frac{1}{2}\log_2 a - \log_2 b.$

Lời giải

Chọn A

$\log_2 \left(\frac{8a^2}{b} \right) = \log_2 8 + \log_2 a^2 - \log_2 b = 3 + 2\log_2 a - \log_2 b$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu nhận thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 3 - i|$. Trong mặt phẳng, quỹ tích điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình

A. $2x + y + 2 = 0.$

B. $2x + y - 2 = 0.$

C. $2x - y + 2 = 0.$

D. $2x - y - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Giả sử $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó

$$|z-1+i|=|z+3-i| \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=(x+3)^2+(y-1)^2 \Leftrightarrow -8x+4y-8=0 \Leftrightarrow 2x-y+2=0.$$

Suy ra quỹ tích điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $2x-y+2=0$.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y=(x^4+1)^{\frac{3}{2}}$ là

- A. $\frac{3}{2}(x^4+1)^{\frac{1}{2}}$. B. $6x(x^4+1)^{\frac{1}{2}}$.
 C. $6x^3(x^4+1)^{\frac{1}{2}}$. D. $3x(x^4+1)^{\frac{1}{2}} \cdot A$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đạo hàm của hàm số } y=(x^4+1)^{\frac{3}{2}} \text{ là } y'=\frac{3}{2}(x^4+1)^{\frac{1}{2}} \cdot 4x^3=6x^3(x^4+1)^{\frac{1}{2}}.$$

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}>9$ là

- A. $(2;+\infty)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(-1;+\infty)$. D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 3^{x+2}>9 \Leftrightarrow 3^{x+2}>3^2 \Leftrightarrow x+2>2 \Leftrightarrow x>0$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0;+\infty)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)>1$ là

- A. $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. B. $\left[1;\frac{4}{3}\right)$. C. $\left(-\infty;\frac{4}{3}\right)$. D. $\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{3}}(x-1)>1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<\frac{4}{3}$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

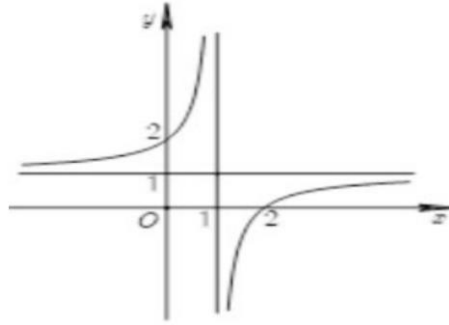
Câu 20: Biết $\int_1^3 f(x)dx=4$ và $\int_1^3 g(x)dx=-1$. Khi đó $\int_1^3 [2f(x)-g(x)]dx$ bằng
 A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_1^3 [2f(x)-g(x)]dx=2\int_1^3 f(x)dx-\int_1^3 g(x)dx=2 \cdot 4-(-1)=9.$$

Câu 21: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



- A.** $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 22: Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra từ tổ trên 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam?

- A.** $C_4^2.C_5^1$. **B.** $A_4^2.A_5^1$. **C.** $A_4^2 + A_5^1$. **D.** $C_4^2 + C_5^1$.

Lời giải

Chọn A

+Số cách chọn 2 học sinh nam là C_4^2 .

+Số cách chọn 1 học sinh nữ là C_5^1 .

Vậy số cách chọn ra từ tổ trên 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam là $C_4^2.C_5^1$

Câu 23: Cho hai số phức $z = 1 + 2i$, $w = 3 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z}.w$

- A.** 5. **B.** $-7i$. **C.** -7 . **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$$u = \bar{z}.w = (1 - 2i).(3 - i) = 1 - 7i$$

Câu 24: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 3$ quay xung quanh cạnh AB tạo ra một khối trụ. Thể tích của khối trụ đó là

- A.** $V = 48\pi$. **B.** $V = 54\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 18\pi$.

Lời giải

Chọn B

Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 3$ quay xung quanh cạnh AB tạo ra một khối trụ có chiều cao $h = AB = 6$, $R = AD = 3 \Rightarrow V = \pi.3^2.6 = 54\pi$.

Câu 25: Cho hàm số $F(x) = 2x - \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

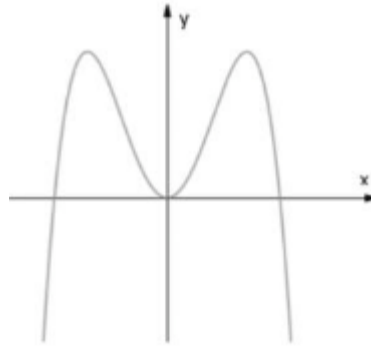
- A.** $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $f(x) = 2 + 2\cos 2x$.
C. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $f(x) = 2 - 2\cos 2x$.

Lời giải

Chọn D

$$F'(x) = 2 - 2\cos 2x$$

Câu 26: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng là đường cong như hình bên?



A. $y = -x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = \frac{x-1}{2-x}$.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có đồ thị của hàm số đa thức bậc 4 trùng phương có 3 cực trị nên phương án A, D loại.

+) Nhận thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ hệ số $a < 0$.

Nên phương án đúng là $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $9\sqrt{3}$.

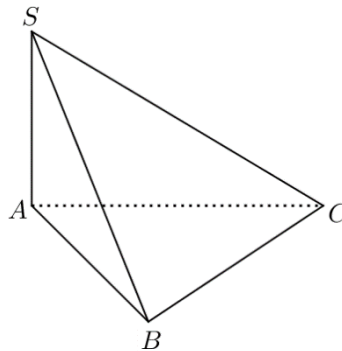
B. $3\sqrt{3}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 28: Mô đun của số phức $z = 2 + 3i$ là

A. 13

B. $\sqrt{13}$.

C. 5

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -4.

B. 4.

C. -2.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d = u_4 - u_3 = 2$.

Câu 30: Trong không gian O_{xyz} , phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{a} = (2;-3;1)$ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = 1 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = -3 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(2;0;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{a} = (2;-3;1)$

là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 31: Tổng các nghiệm của phương trình $9^x - 7 \cdot 3^x + 12 = 0$ là

A. 12.

B. 7.

C. $4\log_2 3$.

D. $\log_3 12$.

Lời giải

Chọn D

$$9^x - 7 \cdot 3^x + 12 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 7 \cdot 3^x + 12 = 0.$$

$$\text{Đặt } 3^x = t \Rightarrow t^2 - 7t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 4 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 4 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 1 + \log_3 4 = \log_3 3 + \log_3 4 = \log_3 12.$$

Câu 32: Biết $\int_2^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = a - b \ln^2 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

A. $S = \frac{5}{2}$.

B. $S = \frac{1}{2}$.

C. $S = \frac{3}{2}$.

D. $S = 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \int_2^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = \int_2^{e^2} \ln x d(\ln x) \Rightarrow \int_2^{e^2} \ln x d(\ln x) = \frac{1}{2} \ln^2(x) \Big|_2^{e^2} = \frac{1}{2} \ln^2(e^2) - \frac{1}{2} \ln^2 2 = 2 - \frac{1}{2} \ln^2 2$$

$$\Rightarrow a = 2, b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(6) + G(6) = 8; F(0) + G(0) = -2$. Khi đó $\int_0^2 f(3x)dx$ bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{4}$. C. 5. D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(3x)dx = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x)dx.$$

$$F(x), G(x) \text{ là hai nguyên hàm của } f(x) \Rightarrow F(x) = G(x) + C.$$

$$\Rightarrow F(6) = G(6) + C; F(0) = G(0) + C.$$

$$\text{Mà } F(6) + G(6) = 8; F(0) + G(0) = -2 \quad (1).$$

$$\Rightarrow G(6) = F(6) - C; G(0) = F(0) - C$$

$$\text{Thay vào (1) ta được: } \begin{cases} F(6) + F(6) - C = 8 \\ F(0) + F(0) - C = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(6) - C = 8 \\ 2F(0) - C = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2F(6) - 2F(0) = 10 \Leftrightarrow F(6) - F(0) = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \int_0^6 f(x)dx = \frac{1}{3} [F(6) - F(0)] = \frac{5}{3}.$$

Câu 34: Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 6 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

- A. $\frac{1}{22}$. B. $\frac{2}{11}$. C. $\frac{5}{22}$. D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 12 chiếc giày: } n(\Omega) = C_{12}^2.$$

Biến cố A: “2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi”.

$$\text{Chọn 1 chiếc bất kì: } C_6^1 = 6 \text{ cách.}$$

Chọn chiếc còn lại để tạo thành một đôi với chiếc đã lấy: 1 cách

$$\Rightarrow n(A) = 1.C_6^1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1.C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{1}{11}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -1)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -1+4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -1+2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{2-z}{-1}$ có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; 1)$

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; -3; 1)$

Đường thẳng d vuông góc với Δ nên vec tơ chỉ phương $\vec{u}_d \perp \vec{u}_{\Delta}$,

Đường thẳng d song song với (P) nên $\vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)}$

Ta có $[\vec{u}_{\Delta}; \vec{n}_{(P)}] = (4; 0; -8)$.

Chọn vec tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (-1; 0; 2)$

Vậy phương trình đường thẳng d qua $A(1; 2; -1)$ vuông góc với Δ và song song với (P) là

$$\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^{2024}(2-x)$.

Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

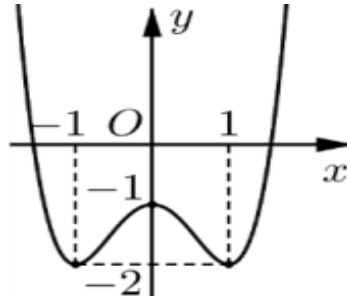
Ta có $y' = f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+1=1 \\ x+1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$					$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$

Câu 37: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có ít nhất 4 nghiệm thực phân biệt?



A. 4

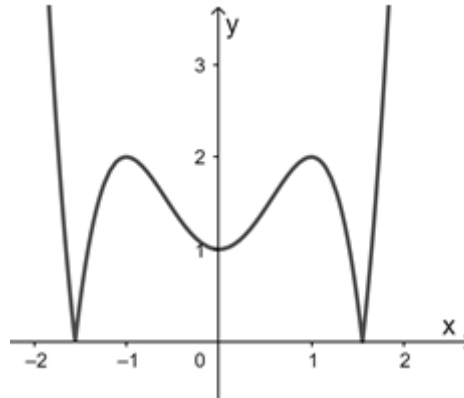
B. 2

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn B



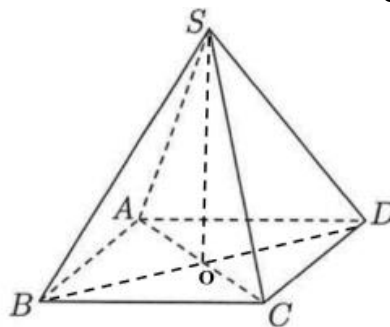
Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có hình dạng như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị để phương trình $|f(x)| = m$ có ít nhất bốn nghiệm thực khi $0 < m \leq 2$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ).



Gọi M là điểm thuộc cạnh SB sao cho $MB = 2MS$, α là góc giữa CM với mặt phẳng $(ABCD)$

.Khi đó $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

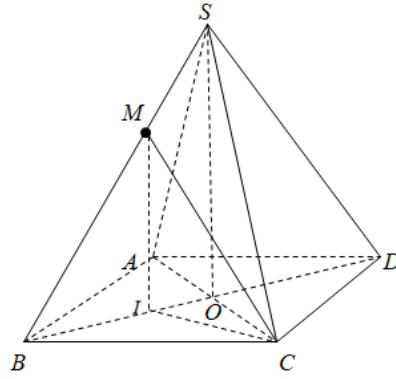
B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{14}}{7}$

D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Lời giải

Chọn C



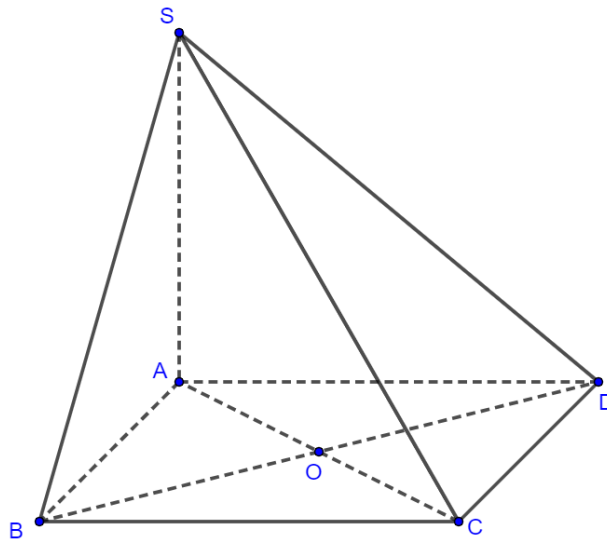
Dựng $MI \parallel SO \Rightarrow MI \perp (ABCD)$, khi đó $(CM; (ABCD)) = (CM; IC) = MCI = \alpha$

$$\text{Ta có: } SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MI = \frac{2}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Lại có } \triangle SBC \text{ đều nên } MC = \sqrt{SM^2 + SC^2 - 2.SM.SC.\cos BSC} = \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + a^2 - 2.\frac{a}{3}.a.\frac{1}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Do đó: } \sin \alpha = \frac{MI}{CM} = \frac{\sqrt{14}}{7}.$$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $SA \perp (ABCD)$ (tham khảo hình vẽ).



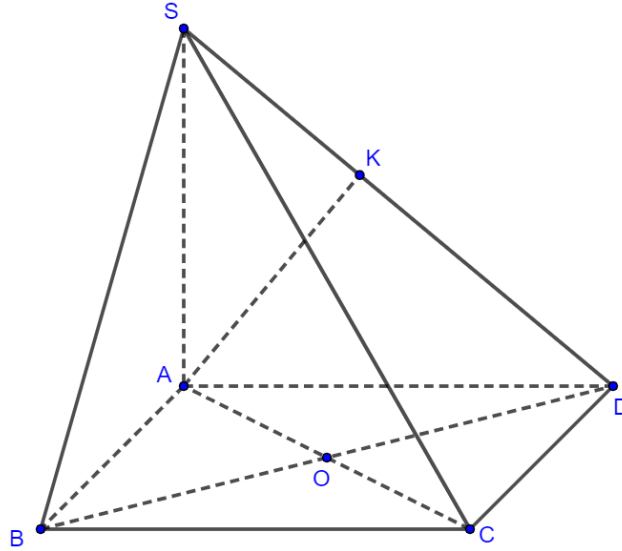
Biết rằng $AB = a, AD = 2a$ và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A.** a . **B.** $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Lời giải

Chọn B



Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

$$\text{Do } \begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (SC, (ABCD)) = \angle SCA = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}.$$

$$\text{Và } AO \cap (SCD) = C \Rightarrow \frac{d(O, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{OC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{1}{2} d(A, (SCD))$$

$$\text{Hạ } AK \perp SD, \text{ vì } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK \text{ nên } AK \perp (SCD).$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{2\sqrt{285}}{19}a \Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{1}{2}AK = \frac{a\sqrt{285}}{19}.$$

Câu 40: Bất phương trình $\log_2^2 x + \log_3 \frac{36}{x} \leq \left(1 + \log_3 \frac{36}{x}\right) \cdot \log_2 x$ có số nghiệm nguyên dương là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_2^2 x + \log_3 \frac{36}{x} &\leq \left(1 + \log_3 \frac{36}{x}\right) \cdot \log_2 x \Leftrightarrow \log_2 x (\log_2 x - 1) - \log_3 \frac{36}{x} (\log_2 x - 1) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (\log_2 x - 1) \left(\log_2 x - \log_3 \frac{36}{x} \right) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Xét } x=1 \text{ thì } VT > 0 \Rightarrow x=1 (KTM)$$

$$\text{Xét } x=2 \text{ thì } VT = 0 \Rightarrow x=2 (TM)$$

$$\text{Xét } x > 2 \text{ thì } \log_2 x - 1 > 0 \text{ nên: } \log_2 x - \log_3 \frac{36}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 x - (\log_3 36 - \log_3 x) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 3 \cdot \log_3 x + \log_3 x \leq \log_3 36 \Leftrightarrow \log_3 x \leq \frac{\log_3 36}{\log_2 3 + 1} \Leftrightarrow x \leq 1,26$$

Kết hợp điều kiện $x > 2, x \in \mathbb{N}^*$ thì không tồn tại x thỏa mãn.

Vậy có 1 giá trị x thỏa mãn.

Câu 41: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn:

$$\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$$

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$$

Xét $\Delta' = m^2 - 6m + 5$, nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$ nên các giá trị m thỏa mãn $\Delta' < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5 \text{ và } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4\}$$

Xét $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5$, do phương trình có hai nghiệm phân biệt nên $z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow m = 0 (TM)$.

Vậy có 4 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 42: Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |iz_2 + 5 + 2i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1^2 - z_1 z_2 + 4|$ là

A. 8.

B. 10.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$+) \text{ Ta có } |z_1| = 2 \Leftrightarrow |z_1|^2 = 4 \Leftrightarrow z_1 \cdot \overline{z_1} = 4.$$

$$\Rightarrow P = |z_1^2 - z_1 z_2 + 4| = |z_1^2 - z_1 z_2 + z_1 \overline{z_1}| = |z_1| \cdot |z_1 + \overline{z_1} - z_2| = 2 |z_1 + \overline{z_1} - z_2|.$$

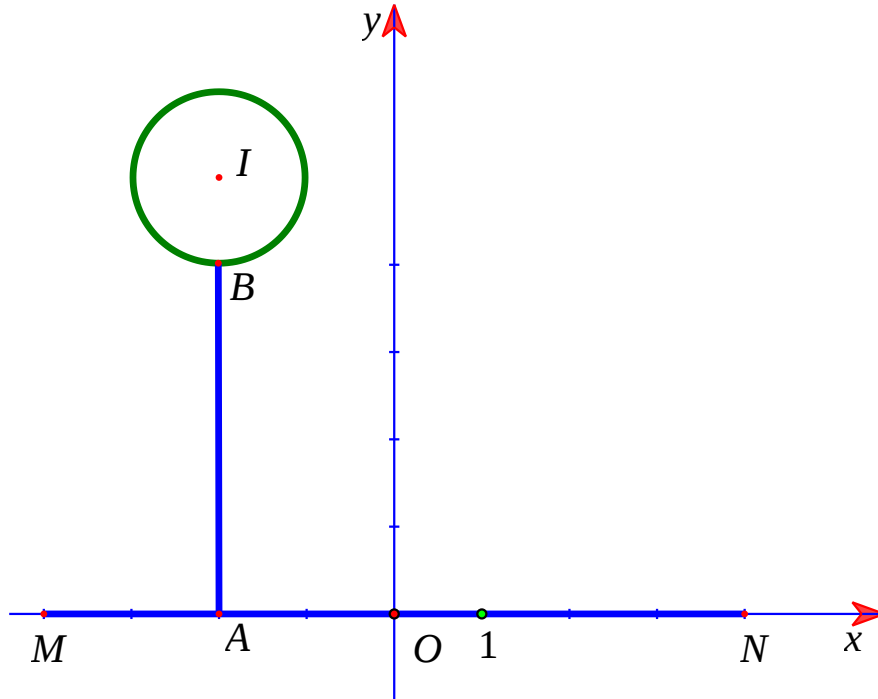
$$+) \text{ Giả sử } z_1 = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_1 + \overline{z_1} = 2x.$$

$$+) \text{ Do } |z_1| = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

+) Gọi A biểu diễn cho số phức $z = 2x$, B biểu diễn cho z_2 .

Ta có A thuộc đoạn MN với $M(-4; 0), N(4; 0)$

$$|iz_2 + 5 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |z_2 + 2 - 5i| = 1 \Rightarrow B \text{ thuộc đường tròn tâm } I(-2; 5), \text{ bán kính } R = 1$$



+) Khi đó $P = 2AB \geq 2.4 = 8$, dấu “=” xảy ra khi $A(-2;0), B(-2;4)$ hay $z_1 = -2; z_2 = -2 + 4i$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 8.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 11 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt tại M và N sao cho $A(2; -1; 3)$ là trung điểm của MN . Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = \sqrt{6}$.

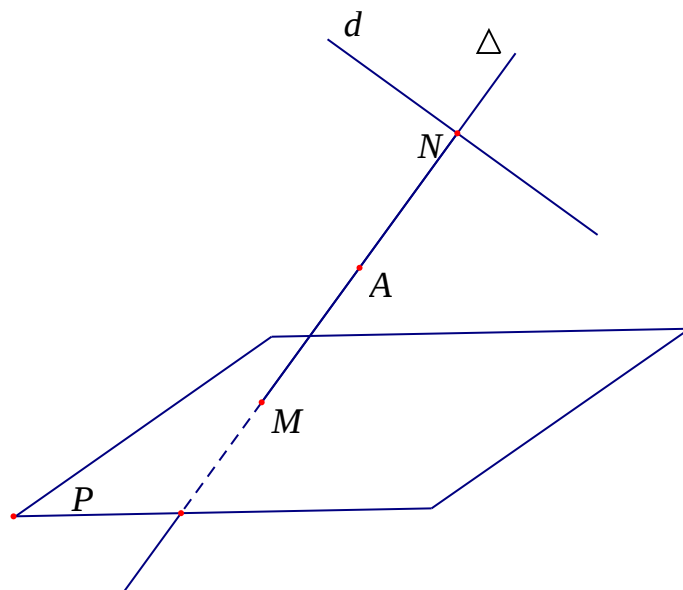
B. $MN = 4\sqrt{13}$.

C. $MN = 6\sqrt{6}$.

D. $MN = 2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $N = \Delta \cap d \Rightarrow N \in d \Rightarrow N(2t+1; t+1; -2t-1)$.

$$A(2; -1; 3) \quad \text{là} \quad \text{trung} \quad \text{điểm} \quad \text{của} \quad MN$$

$$\Rightarrow M(2x_A - x_N; 2y_A - y_N; 2z_A - z_N) \Rightarrow M(3 - 2t; -3 - t; 7 + 2t)$$

$$M \in (P) \Rightarrow 3 - 2t - (-3 - t) + 2(7 + 2t) - 11 = 0 \Rightarrow t = -3$$

$$\Rightarrow N(-5; -2; 5); M(9; 0; 1) \Rightarrow \overrightarrow{MN}(-14; -2; 4) \Rightarrow MN = \sqrt{(-14)^2 + (-2)^2 + 4^2} = 6\sqrt{6}.$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f^2(x) + 2x.f(x) + x^2 = f'(x) + 1$, với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tính $\int_1^2 f(x) dx$ biết $f(1) = -2$.

A. $\frac{-\ln 2}{2} - 1.$ **B.** $-\ln 2 - \frac{1}{2}.$ **C.** $-\ln 2 - \frac{3}{2}.$ **D.** $\frac{-\ln 2}{2} - \frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f^2(x) + 2x.f(x) + x^2 = f'(x) + 1 \Leftrightarrow [f(x) + x]^2 = [f(x) + x]'$ (1)

Nếu $f(x) + x = 0 \Rightarrow f(x) = -x \Rightarrow f(1) = -1$ (trái giả thiết $f(1) = -2$)

Do đó $f(x) + x \neq 0$. Khi đó

$$(1) \Rightarrow \frac{[f(x) + x]'}{[f(x) + x]^2} = 1 \Rightarrow \int \frac{[f(x) + x]'}{[f(x) + x]^2} dx = \int 1 dx \Rightarrow -\frac{1}{f(x) + x} = x + C$$

Mà $f(1) = -2 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) + x = -\frac{1}{x} \Rightarrow f(x) = -x - \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \left(-x - \frac{1}{x}\right) dx = \left(-\frac{x^2}{2} - \ln x\right) \Big|_1^2 = -\ln 2 - \frac{3}{2}.$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; 1; 2)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) . Gọi B, C lần lượt là hình chiếu của A lên trục Oy, Oz ; E là trung điểm của đoạn AB và I là điểm di động trên cạnh OC . Tam giác đều ACD nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời điểm D có hoành độ dương. Khi diện tích tam giác DEI đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính độ dài đoạn thẳng EI .

A. $\frac{\sqrt{15}}{4}.$ **B.** $\sqrt{2}.$ **C.** $\frac{\sqrt{13}}{2}.$ **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng $(P): z = 2$.

Ta có: $B(0; 1; 0), C(0; 0; 2), E(0; 1; 1), I \in OC \Rightarrow I(0; 0; t), t \in [0; 2]$.

Ta có ΔACD đều nằm trong (P) . Gọi $D(x, y, 2), (x > 0)$, có $DA = AC = DC$ suy ra:

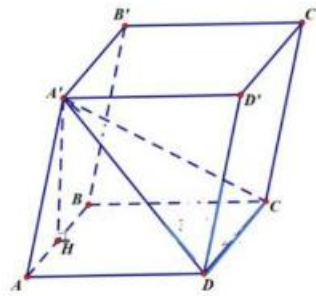
$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 2\right).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DE} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; -1\right), \overrightarrow{DI} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; t-2\right) \Rightarrow [\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DI}] = \left(\frac{t-3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}(t-1); \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\text{Suy ra: } S_{\Delta DEI} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(t-3)^2 + 3(t-1)^2 + 3}{4}} = \frac{1}{4} \sqrt{4t^2 - 12t + 15}, t \in [0; 2]$$

$$\text{Ta thấy } \min S_{\Delta DEI} = \frac{\sqrt{6}}{4} \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow I\left(0; 0; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow EI = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 46: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB (tham khảo hình vẽ)



Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° , $A'A = a\sqrt{13}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 8a^3\sqrt{3}$.

B. $V = 24a^3$.

C. $V = 12\sqrt{13}a^3$.

D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi K là trung điểm của DC , nên suy ra.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (A'CD) \cap (ABCD) = CD \\ CD \perp (A'HK) \end{cases} \Rightarrow ((A'CD); (ABCD)) = A'KH = 60^\circ.$$

Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ bằng x , suy ra: $HK = x, AH = \frac{x}{2} \Rightarrow A'H = \tan 60^\circ \cdot HK = \sqrt{3}x$.

$$\text{Ta có: } A'A^2 = A'H^2 + AH^2 \Leftrightarrow 13a^2 = \frac{x^2}{4} + 3x^2 \Leftrightarrow x = 2a \Rightarrow A'H = 2a\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V_{ABCD.A'B'C'D'} = x^2 \cdot A'H = 8a^3\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = (x-2)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = g(x) = f(|x^2 + 4x - m|)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$?

A. 17..

B. 20.

C. 19.

D. 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x) = \frac{(2x+4)(x^2+4x-m)}{|x^2+4x-m|} \cdot f'(|x^2+4x-m|)$.

Vì $\begin{cases} 2x+4 > 0 \\ |x^2+4x-m| \geq 0 \end{cases}, \forall x \in (0; 3)$ nên hàm số $y = g(x) = f(|x^2+4x-m|)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$ khi và chỉ khi $(x^2+4x-m)(|x^2+4x-m|-2) \geq 0, \forall x \in (0; 3)$.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x^2+4x-m \geq 0 \\ |x^2+4x-m| \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4x-m \geq 2 \\ -2 \leq x^2+4x-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq x^2+4x \\ m \leq x^2+4x+2 \end{cases}, \forall x \in (0; 3) \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 21 \\ m \leq 2 \end{cases} \text{ (VN)} \Leftrightarrow m \leq -2 \end{aligned}$$

Kết hợp $m \in (-20; 20) \Rightarrow -20 < m \leq -2$ nên có 18 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 48: Cho khối nón (N) có đỉnh S , chiều cao bằng 10, đáy là đường tròn tâm O . Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khối chóp $S.OAB$ có thể tích bằng 40. Biết khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{20\sqrt{29}}{29}$. Thể tích của khối nón (N) .

A. $\frac{250\pi}{3}$.

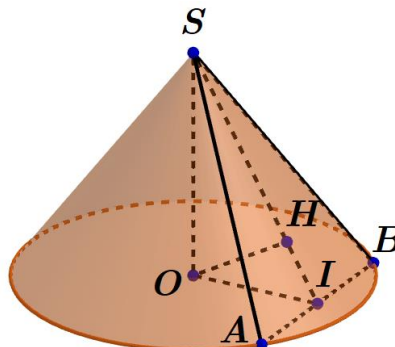
B. 500π .

C. 250π .

D. $\frac{500\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm AB , khi đó $OI \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow (SOI) \perp (SAB)$.

$$\text{Kẻ } OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SAB) \text{ d}(O, (SAB)) = OH.$$

$$\text{Xét tam giác } SOI \text{ vuông tại } O, \text{ đường cao } OH \text{ ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = 4.$$

$$\text{Ta có } S_{OAB} = \frac{3V_{S.OAB}}{d(S, (OAB))} = 12 \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{IO}{2} = 3 \Rightarrow OB = 5 \Rightarrow V_{(N)} = \frac{500\pi}{3}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 + (m^2 - 25)x^2 + m - 2$. Có tất cả bao nhiêu số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số trên có 3 điểm cực trị?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Để hàm số có ba điểm cực trị } (m^2 - 1)(m^2 - 25) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 5 \\ -5 < m < -1 \end{cases}.$$

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên $y \in (0; 2024)$ thỏa mãn $\frac{\ln 3x}{4x+1} \leq \ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right)$ đúng với mọi số thực dương x

A. 2023. B. 2020. C. 2018. D. 2019.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{\ln 3x}{4x+1} \leq \ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right) \Leftrightarrow (4x+1)\ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right) - \ln 3x \geq 0$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = (4x+1)\ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right) - \ln 3x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4\ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right) + (4x+1) \cdot \frac{1}{\frac{2xy}{4x+1}} \cdot \frac{2y}{(4x+1)^2} - \frac{1}{x} = 4\ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right) + \frac{2y}{4x+1} - \frac{1}{x}$$

Nếu $y \in \{1; 2\}$ thì $f'(x) < 0$ với $x > 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty < 0$ nên loại $y \in \{1; 2\}$.

$$\text{Nếu } y \geq 3, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2xy}{4x+1} = 1 \Leftrightarrow 2xy = 4x+1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2y-4} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2y-4}\right) = \ln \frac{2y-4}{3}$$

Bảng biến thiên:

x	0	x_0	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$\ln \frac{2y-4}{3}$	$+\infty$

$$\text{Đề } f(x) = (4x+1)\ln\left(\frac{2xy}{4x+1}\right) - \ln 3x \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow \ln \frac{2y-4}{3} \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{7}{2}.$$

Mà $y \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; \dots; 2023\}$.