

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 3 .

Câu 2 (1,0 điểm). a) Giải phương trình sau: $25^x + 4.5^x - 21 = 0$

b) Cho số phức z thỏa mãn: $2z - i.\bar{z} = 2 + 5i$. Tính môđun của số phức z

Câu 3 (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x} (x^2 + 3\sqrt{1+3\ln x}) dx$

Câu 4 (1 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) có phương trình $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$; $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua A

Câu 5 (1,0 điểm). a) Giải phương trình : $(2\cos x + 1)(\sqrt{3}\cos x + 2\sin x - 3) = \sin x + \sin 2x$

b) Đoàn trường trung học phổ thông Cù Huy Cận có 18 chi đoàn học sinh gồm 6 chi đoàn khối 10, 5 chi đoàn khối 11 và 7 chi đoàn khối 12. Nhân kỷ niệm “ 85 năm thành lập Đoàn thanh niên cộng sản Hồ Chí Minh” Đoàn trường cần chọn 4 bí thư chi đoàn từ các chi đoàn trên để đi tham dự mít tinh ở Huyện đoàn. Tính xác suất để chọn được 4 bí thư chi đoàn sao cho có đủ bí thư chi đoàn của ba khối .

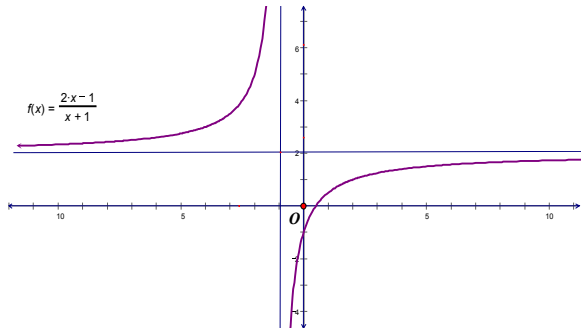
Câu 6 (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của CD , N là hình chiếu vuông góc của D trên SM . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SBC) theo a .

Câu 7 (1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+2) = 4x^2+2y^2-4x+4 \\ x^2+y-12 = \sqrt{x+y+3}.\sqrt[3]{x+4} \end{cases}$$

Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có phương trình cạnh CD là $3x - y - 14 = 0$. Điểm M là trung điểm của AB , điểm $N(0; -\frac{3}{2})$ là trung điểm của MA . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên MD và MC . Xác định tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD$ biết điểm M nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$, hai đường thẳng AH và BK cắt nhau tại điểm $P(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.

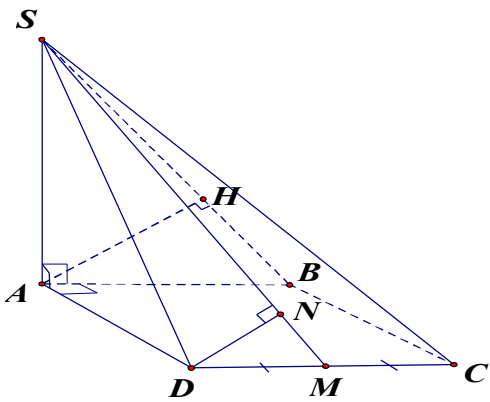
Câu 9 (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \geq 2$ và $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{(x+y+z)^2} - \frac{2}{2x+y+\sqrt{8yz}}$

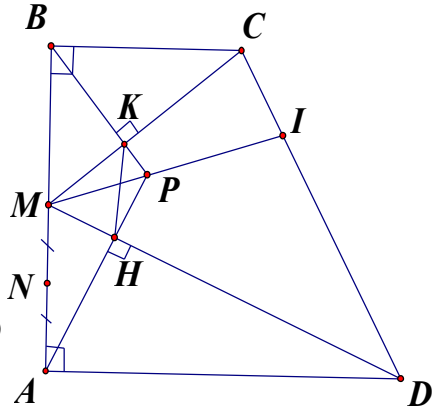
Câu	Nội dung	Điểm												
1a	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (C)	1,0												
	- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ - Sự biến thiên + Chiều biến thiên $y' = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \neq -1$	0,25												
	Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ + Cực trị: Hàm số không có cực trị + Giới hạn và tiệm cận $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$	0,25												
	+ Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td> 2 $\nearrow$ $+\infty$ </td><td> $-\infty$ $\nearrow$ 2 </td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	2 $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\nearrow$ 2		0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	2 $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\nearrow$ 2												
	- Đồ thị + Đồ thị cắt trục Ox tại A(0;-1), cắt trục Oy tại B($\frac{1}{2}$;0)  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ Chú ý: Thí sinh có thể trình bày theo chương trình cơ bản hoặc nâng cao	0,25												

1b	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 3.	1,0						
	Gọi x_0 là hoành độ của tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị (C) .Khi đó theo bài ra ta có phương trình : $y'(x_0) = 3$	0,25						
	$\Leftrightarrow \frac{3}{(x_0 + 1)^2} = 3 \Leftrightarrow (x_0 + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$	0,25						
	+ Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$. Suy ra pttt cần tìm là : $y + 1 = 3(x - 0) \Leftrightarrow y = 3x - 1$	0,25						
	+ Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 5$. Suy ra pttt cần tìm là : $y - 5 = 3(x + 2) \Leftrightarrow y = 3x + 11$	0,25						
Câu 2a	Giải phương trình sau: $25^x + 4.5^x - 21 = 0$	0,5						
	Đặt $t = 5^x$ với $t > 0$. Khi đó ta có pt : $t^2 + 4t - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -7(l) \\ t = 3(t / m) \end{cases}$	0,25						
	+ Với $t = 3 \Leftrightarrow 5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_5 3$. Vậy pt có nghiệm duy nhất $x = \log_5 3$	0,25						
Câu 2b	Cho số phức z thỏa mãn: $2z - i.\bar{z} = 2 + 5i$. Tính modun của số phức z	0,5						
	Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có : $\bar{z} = a - bi$ và $2z - i.\bar{z} = 2 + 5i \Leftrightarrow 2(a + bi) - i(a - bi) = 2 + 5i \Leftrightarrow (2a - b) + (-a + 2b)i = 2 + 5i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 2 \\ -a + 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$	0,25						
	Suy ra $z = 3 + 4i \Rightarrow z = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$	0,25						
Câu 3	Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x}(x^2 + 3\sqrt{1 + 3\ln x})dx$	1,0						
	$I = \int_1^e \frac{1}{x}(x^2 + 3\sqrt{1 + 3\ln x})dx = \int_1^e xdx + \int_1^e \frac{3}{x}\sqrt{1 + 3\ln x}dx = A + B$	0,25						
	$A = \int_1^e xdx = \frac{x^2}{2} \Big _1^e = \frac{e^2 - 1}{2}$	0,25						
	Tính $B = \int_1^e \frac{3}{x}\sqrt{1 + 3\ln x}dx$. Đặt $t = \sqrt{1 + 3\ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + 3\ln x \Rightarrow 2tdt = \frac{3}{x}dx$ Đổi cận <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>e</td></tr> <tr> <td>t</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table> Suy ra $B = \int_1^e \frac{3}{x}\sqrt{1 + 3\ln x}dx = 2 \int_1^2 t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _1^2 = \frac{14}{3}$	x	1	e	t	1	2	0,25
x	1	e						
t	1	2						

	Vậy $I = A + B = \frac{e^2}{2} + \frac{25}{6}$	0,25
Câu 4a	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) có phương trình $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}; (P): 2x+2y-z+1=0$. Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1;2;-3) và đi qua A	1,0
	Ta có ptts của d là : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}$	0,25
	Gọi $A(1+2t; -2-3t; 5+4t) \in d \cap (P)$. Vì $A \in (P)$ nên ta có pt : $2(1+2t) + 2(-2-3t) - (5+4t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ $\Rightarrow A(-1;1;1)$.	0,25
	Vì mặt cầu (S) có tâm I(1;2;-3) và đi qua A nên nó có bán kính là : $R = IA = \sqrt{(1+1)^2 + (2-1)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{21}$	0,25
	Phương trình mặt cầu (S) cần tìm là : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 21$	0,25
Câu 5a	Giải phương trình : $(2\cos x + 1)(\sqrt{3}\cos x + 2\sin x - 3) = \sin x + \sin 2x$	0,5
	Ta có $(2\cos x + 1)(\sqrt{3}\cos x + 2\sin x - 3) = \sin x + \sin 2x$ $\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\sqrt{3}\cos x + 2\sin x - 3) = \sin x(2\cos x + 1)$ $\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\sqrt{3}\cos x - \sin x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x + 1 = 0 \\ \sqrt{3}\cos x - \sin x = 3 \end{cases}$	0,25
	+ Với $2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	
	+ Với $\sqrt{3}\cos x + 2\sin x = 3$ vô nghiệm (vì $(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 < 3^2$)	0,25

	Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	
Câu 5b	Đoàn trường trung học phổ thông Cù Huy Cận có 18 chi đoàn học sinh gồm 6 chi đoàn khối 10, 5 chi đoàn khối 11 và 7 chi đoàn khối 12. Nhân kỷ niệm “ 85 năm thành lập Đoàn thanh niên cộng sản Hồ Chí Minh” Đoàn trường cần chọn 4 bí thư chi đoàn từ các chi đoàn trên để đi tham dự mít tinh ở Huyện đoàn. Tính xác suất để chọn được 4 bí thư chi đoàn sao cho có đủ bí thư chi đoàn của ba khối.	0,5
	Chọn 4 bí thư chi đoàn trong 18 chi đoàn nên số các chọn là : $n(\Omega) = C_{18}^4 = 3060$	0,25
	Gọi biến cố A : “Chọn được 4 bí thư chi đoàn có đủ bí thư chi đoàn của ba khối” Khi đó, để chọn được 4 bí thư thỏa mãn yêu cầu bài toán thì ta phải chọn 4 bí thư trong đó có ít nhất một bí thư ở mỗi khối và nhiều nhất hai bí thư ở mỗi khối. Do đó ta suy ra : $n(A) = C_6^2 C_5^1 C_7^1 + C_6^1 C_5^2 C_7^1 + C_6^1 C_5^1 C_7^2 = 1575$ Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1575}{3060} = \frac{35}{68}$	0,25
Câu 6	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), góc giữa SC và (ABCD) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của CD, N là hình chiếu vuông góc của D trên SM. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SBC) theo a.	1,0
	 Ta có $\widehat{SCA} = (\widehat{SC, (ABCD)}) = 60^\circ$. Suy ra $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$ (Thí sinh tính được $S_{ABCD} = a^2$ cũng cho điểm phần này) $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$	0,25
	Vì tam giác $\triangle SDM$ vuông tại D có đường cao DH nên ta có : $\frac{SN}{SM} = \frac{SD^2}{SM^2} = \frac{28}{29}$ Suy ra $d(N, (SBC)) = \frac{28}{29} d(M, (SBC))$ (1) Mặt khác, M là trung điểm của CD nên $d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(D, (SBC))$ (2) Hơn nữa, do $AD \parallel (SBC)$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH$ với $H = AH \perp SB$ (3). Từ (1), (2) và (3) suy ra: $d(N, (SBC)) = \frac{14}{29} d(A, (SBC)) = \frac{14}{29} AH$	0,25

	Tam giác ΔSAB vuông tại A có đường cao AK nên : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{7}{6a^2}$ Suy ra : $d(N, (SBC)) = \frac{14}{29}AH = \frac{2a\sqrt{42}}{29}$ (đvdd)	0,25
Câu 7	Câu 7 (1 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+2)=4x^2+2y^2-4x+4 \\ x^2+y-12=\sqrt{x+y+3}\cdot\sqrt[3]{x+4} \end{cases}$	1,0
	+Điều kiện: $x+y+7 \geq 0$ + Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-1)^3 - (x-1)^2 + x-1 = (y+1)^3 - (y+1)^2 + y+1$ + Xét hàm $f(t) = t^3 - t^2 + t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 2t + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x-1) = f(y+1) \Leftrightarrow x-1 = y+1 \Leftrightarrow y = x-2$	0,25
	+ Thay $y = x-2$ vào phương trình (1) ta có pt: $x^2 + x - 14 = \sqrt{2x+1}\cdot\sqrt[3]{x+4} \Leftrightarrow x^2 + x - 20 = \sqrt{2x+1}\cdot\sqrt[3]{x+4} - 3\sqrt[3]{x+4} + 3\sqrt[3]{x+4}$ $\Leftrightarrow (x-4)(x+5) = \sqrt[3]{x+4}(\sqrt{2x+1}-3) + 3(\sqrt[3]{x+4}-2)$ $\Leftrightarrow (x-4)\left[x+5 - \frac{2\sqrt[3]{x+4}}{\sqrt{2x+1}+3} - \frac{3}{\sqrt[3]{(x+4)^2}+2\sqrt[3]{x+4}+4}\right] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ A = x+5 - \frac{2\sqrt[3]{x+4}}{\sqrt{2x+1}+3} - \frac{3}{\sqrt[3]{(x+4)^2}+2\sqrt[3]{x+4}+4} = 0 \end{cases} \quad (3)$	0,25
	+ Với $x-4=0 \Leftrightarrow x=4 \Rightarrow y=2$, suy ra nghiệm của hệ là $(4;2)$	0,25
	+ Ta sẽ chứng minh pt (3) vô nghiệm Vì $\sqrt[3]{(x+4)^2} + \sqrt[3]{x+4} + 4 > 4 \forall x \geq \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt[3]{(x+4)^2} + \sqrt[3]{x+4} + 4} < \frac{3}{4} (*)$ $\sqrt{2x+1}+3 \geq 3 \Rightarrow \frac{2\sqrt[3]{x+4}}{\sqrt{2x+1}+3} \leq \frac{2\sqrt[3]{x+4}}{3} = \frac{2\sqrt[3]{(x+4).1.1}}{3} \leq$ Ta lại có $\frac{2}{9}(x+4+1+1) = \frac{2x+12}{9} \Rightarrow \frac{-2\sqrt[3]{x+4}}{\sqrt{2x+5}+3} \geq -\frac{2x+12}{9} (**)$	

	+ Từ (*), (**) $\Rightarrow A > x + 5 - \frac{2x+12}{9} - \frac{3}{4} = \frac{28x+105}{36} > 0 \forall x \geq -\frac{1}{2}$ + Vậy nghiệm của hệ là (4; 2)	0,25
Câu 8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và B có phương trình cạnh CD là $3x - y - 14 = 0$. Điểm M là trung điểm của AB, điểm $N(0; -\frac{3}{2})$ là trung điểm của MA. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên MD và MC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình thang ABCD biết điểm M nằm trên đường thẳng d: $2x - y - 3 = 0$, hai đường thẳng AH và BK cắt nhau tại điểm $P(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.	1,0
	Chứng minh : $MP \perp CD$ Áp dụng hệ thức lượng cho hai tam giác $\triangle MAD$ vuông tại A và $\triangle MBC$ vuông tại B ta có : $AM^2 = MH.MD$, $BM^2 = MK.MC$ Kết hợp giả thiết $MA=MB$ ta suy ra $MH.MD = MK.MC \Rightarrow \frac{MH}{MC} = \frac{MK}{MD} \quad (1)$ Mặt khác, $\widehat{HMK} = \widehat{CMD} \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra : $\triangle MHK$ đồng dạng với $\triangle MCD$ (c-g-c) . Suy ra $\widehat{MKH} = \widehat{CDM} = \widehat{IDM} \quad (3)$ 	0,25
	Tứ giác MHPK nội tiếp suy ra $\widehat{MKH} = \widehat{MPH}$ (cùng chắn cung MH) (4) Từ (3),(4) suy ra : $\widehat{IDM} = \widehat{MPH}$ (5). Mà $\widehat{HMP} + \widehat{MPH} = 90^\circ$ (6) Từ (5) và (6) suy ra : $\widehat{HMP} + \widehat{IDM} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MID} = 90^\circ \Rightarrow MP \perp CD$	0,25
	Phương trình của đường thẳng MP là : $x + 3y + 2 = 0$ Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ pt : $\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1) \Rightarrow A(-1; -2)$ Vì M là trung điểm của AB nên suy ra $B(3; 0)$	0,25
	Phương trình đường thẳng AD là : $2x + y + 4 = 0$. Suy ra $AD \cap CD = D(2; -8)$ Phương trình đường thẳng BC là : $2x + y - 6 = 0$. Suy ra $AD \cap CD = C(4; -2)$ Vậy $A(-1; -2)$, $B(3; 0)$, $C(4; -2)$, $D(2; -8)$.	0,25

Câu 9	Câu 9 (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \geq 2$ và $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{(x + y + z)^2} - \frac{2}{2x + y + \sqrt{8yz}}$ + Ta có $4 = x^2 + y^2 + 2z^2 = \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} + \frac{z^2}{\frac{1}{2}} \geq \frac{(x + y + z)^2}{1 + 1 + \frac{1}{2}} = \frac{(x + y + z)^2}{\frac{5}{2}}$ $\Rightarrow 4 \cdot \frac{5}{2} \geq (x + y + z)^2 \Rightarrow (x + y + z)^2 \leq 10 \Rightarrow x + y + z \leq \sqrt{10}$ + Đặt $x + y + z = t \Rightarrow 2 \leq t \leq \sqrt{10}$	1,0
	+ Ta có $2x + y + \sqrt{8yz} = 2x + y + 2\sqrt{y \cdot 2z} \leq 2x + y + y + 2z = 2x + 2y + 2z$ $\Rightarrow \frac{1}{2x + y + \sqrt{8yz}} \geq \frac{1}{2x + 2y + 2z} \Rightarrow \frac{-2}{2x + y + \sqrt{8yz}} \leq \frac{-2}{2x + 2y + 2z} = \frac{-1}{x + y + z}$ $\Rightarrow P \leq \frac{1}{(x + y + z)^2} - \frac{1}{x + y + z}$	0,5
	+ Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{t^2} - \frac{1}{t}, t \in [2; \sqrt{10}]$ $\Rightarrow f'(t) = \frac{t - 2}{t^3} \geq 0 \quad \forall t \in [2; \sqrt{10}]$ Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[2; \sqrt{10}] \Rightarrow f(t) \leq f(\sqrt{10}) = \frac{1 - \sqrt{10}}{10}$	0,25
	+ Vậy $MaxP = \frac{1 - \sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 2z \\ x^2 + y^2 + 2z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = \frac{2\sqrt{10}}{5} \\ z = \frac{\sqrt{10}}{5} \end{cases}$	