

LƯ' SĨ PHÁP

Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

HÌNH HỌC 10



CHƯƠNG II

TÍCH VÔ HƯỚNG

CỦA HAI VECTƠ

VÀ ỨNG DỤNG

0355334679 - 0916620899

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn giải toán trọng tâm của lớp 10.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

Nội dung gồm 3 phần

Phần 1. Kiến thức cần nắm

Phần 2. Dạng bài tập có hướng dẫn giải và bài tập làm tương tự.

Phần 3. Phần câu hỏi trắc nghiệm.

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh.

Mọi góp ý xin gọi về số 0355.334.679 – 0916.620.899

Email: ls02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp

MỤC LỤC

CHƯƠNG II

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO VÀ ỨNG DỤNG

§1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ TỪ 0° ĐẾN 180° -----1 – 7

§2. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO -----8 – 19

§3. CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC ---20 – 29

ÔN TẬP CHƯƠNG II-----29 – 38

CHƯƠNG II

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉCTƠ VÀ ỨNG DỤNG

---o0o---

§1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ TỪ 0° ĐẾN 180° KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa: Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$. Khi đó ta định nghĩa:

- sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$
- cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$
- tan của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$), kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$
- cotan của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$), kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$

Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của góc α .

Chú ý: • Nếu α là góc tù thì $\cos \alpha < 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

- $\tan \alpha$ chỉ xác định khi $\alpha \neq 90^\circ$, $\cot \alpha$ chỉ xác định khi $\alpha \neq 0^\circ$ hoặc $\alpha \neq 180^\circ$

2. Các hệ thức lượng giác

a. Giá trị lượng giác của hai góc bù nhau

- $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lưu ý: Hai góc bù nhau có sin bằng nhau và cosin, tang, cotang đối nhau.

b. Các hệ thức lượng giác cơ bản

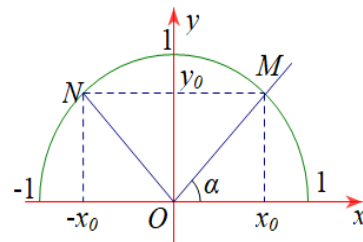
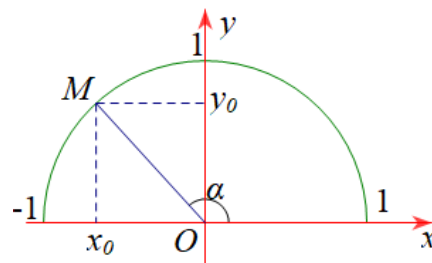
Từ định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α ta suy ra các hệ thức:

- ① $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- ② $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ($\alpha \neq 90^\circ$)
- ③ $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ($\alpha \neq 0^\circ; 180^\circ$)
- ④ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
- ⑤ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- ⑥ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

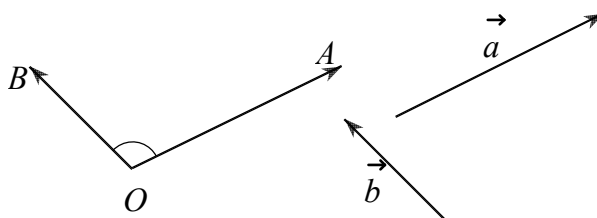
α	0°	30°	45°	60°	90°	180°
HSLG	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	

|| : Không xác định



4. Góc giữa hai vector

Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì, ta vẽ $\vec{OA} = \vec{a}$ và $\vec{OB} = \vec{b}$. Khi đó góc $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Kí hiệu $(\vec{a}, \vec{b})$



Lưu ý:

- $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$
- $0^\circ \leq (\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$
- $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Vấn đề 1. Tính giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt

Phương pháp: Áp dụng định nghĩa và các hệ thức lượng giác

Bài 1. Cho góc $\alpha = 135^\circ$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ và $\cot \alpha$

HD Giải

Ta có:

- $\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 135^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos 135^\circ = -\cos(180^\circ - 135^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\tan 135^\circ = -\tan(180^\circ - 135^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$ hay $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -1$
- $\cot 135^\circ = -\cot(180^\circ - 135^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$ hay $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -1$

Bài tập tương tự:

Bài 2. a). Cho góc $\alpha = 120^\circ$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ và $\cot \alpha$

b) Cho góc $\alpha = 150^\circ$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ và $\cot \alpha$

Bài 3. Cho tam giác cân ABC có $\widehat{B} = \widehat{C} = 15^\circ$. Hãy tính giá trị lượng giác của góc A .

HD Giải

Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

Vậy:

- $\sin A = \sin(180^\circ - 150^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
- $\cos A = -\cos(180^\circ - 150^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\sqrt{3}$

Bài tập tương tự:

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức

a) $A = 2 \sin 30^\circ + 3 \cos 45^\circ - \sin 60^\circ$

b) $B = 2 \cos 30^\circ + 3 \sin 45^\circ - \cos 60^\circ$

c) $C = \sin 120^\circ - 2 \cos 180^\circ + \tan 60^\circ$

d) $D = \cot 60^\circ \cdot \tan 60^\circ + \cos^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ - 2$

Bài 5. Tính giá trị các biểu thức lượng giác sau:

a) $A = \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha + \frac{1}{2} \tan(\alpha + 15^\circ) + 2 \cos 6\alpha$ biết $\alpha = 30^\circ$

b) $B = 2 \sin 60^\circ + 3 \cos 30^\circ + \tan 45^\circ$

c) $C = \cot 30^\circ + 2 \sin 60^\circ - 2 \cos 30^\circ$

d) $D = \frac{2 \sin^2 30^\circ}{1 - 2 \cos^2 30^\circ}$

e) $E = 3 \sin 90^\circ + 2 \cos 0^\circ - 3 \cos 60^\circ + 10 \cos 180^\circ$

Vấn đề 2. Chứng minh các hệ thức về giá trị lượng giác

Phương pháp:

• Dựa vào định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$)

- Dựa vào tính chất tổng ba góc trong một tam giác bằng 180°
- Sử dụng 6 công thức lượng giác cơ bản

Bài 6. Cho góc α bất kì. Chứng minh rằng $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = 2 \sin^2 \alpha - 1$

HD Giải

Ta có: $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^4 \alpha - ((\cos^2 \alpha))^2 = \sin^4 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha - 1 + 2 \sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \sin^2 \alpha - 1$

Cách khác: $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha) = 2 \sin^2 \alpha - 1$

Bài tập tương tự:

Bài 7. Chứng minh rằng: a) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \alpha \neq 90^\circ$ b) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \alpha \neq 0^\circ; 180^\circ$

Bài 8. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng

a) $\sin A = \sin(B + C)$ b) $\cos \frac{A}{2} = \sin \frac{B + C}{2}$ c) $\tan A = -\tan(B + C)$

Bài 9. Chứng minh rằng với mọi $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ ta có:

a) $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$ b) $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cos x$
c) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$ c) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

Bài 10. Chứng minh biểu thức sau đây không phụ thuộc vào α :

a) $A = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ b) $B = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$

Vấn đề 3. Cho biết một giá trị lượng giác của góc α , tìm các giá trị lượng giác còn lại của α

Phương pháp: Áp dụng định nghĩa giá trị lượng giác của góc α và các 6 công thức lượng giác cơ bản

Với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ suy ra:

- $\sin \alpha > 0$
- $\cos \alpha > 0$ khi $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\cos \alpha < 0$ khi $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- $\tan \alpha > 0$ khi $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\tan \alpha < 0$ khi $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- $\cot \alpha > 0$ khi $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\cot \alpha < 0$ khi $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Bài 11. Cho góc x , với $\cos x = \frac{1}{3}$. Tính $P = 3 \sin^2 x + \cos^2 x$

HD Giải

Ta có: $P = 3 \sin^2 x + \cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 - 2 \cos^2 x = 3 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

Bài 12. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin \alpha, \tan \alpha$ và $\cot \alpha$

HD Giải

Vì $\cos \alpha < 0$ nên $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, suy ra $\sin \alpha > 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$.

Ta có: • $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

• $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

Bài 13. Cho góc α biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\tan \alpha = 2$. Tính $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$

HD Giải

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, suy ra $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$.

Ta có: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha$

Mặt khác: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Như vậy: $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = 2 \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Bài tập tương tự:

- Bài 14.**
- Cho góc α biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. Hãy tính $\sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$
 - Cho góc α biết $\tan \alpha = -2$. Hãy tính $\sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$
 - Cho góc α biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$. Hãy tính $\sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$

- Bài 15.**
- Biết $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $A = \frac{3\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$
 - Biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $B = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha + \tan \alpha}$
 - Biết $\tan \alpha = -2$. Tính $C = \frac{3\cos \alpha + 4\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

Vấn đề 4. Xác định góc giữa hai vector

Phương pháp: Áp dụng định nghĩa góc giữa hai vector

Lưu ý: • $0^\circ \leq (\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$ • $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

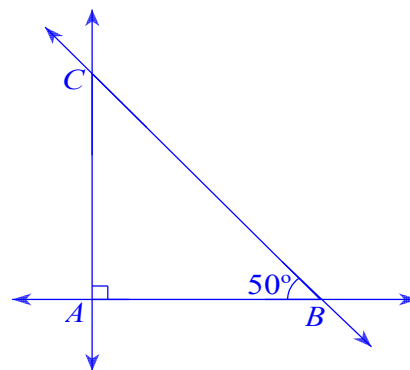
Bài 16. Cho tam giác ABC vuông tại A và có góc $\hat{B} = 50^\circ$. Xác định góc giữa các cặp vector

- a) $(\vec{BA}, \vec{BC})$ b) $(\vec{AB}, \vec{BC})$ c) $(\vec{CA}, \vec{CB})$ d) $(\vec{AC}, \vec{BC})$ e) $(\vec{AC}, \vec{CB})$ f) $(\vec{AC}, \vec{BA})$

HD Giải

Ta có:

- $(\vec{BA}, \vec{BC}) = 50^\circ$
- $(\vec{AB}, \vec{BC}) = 130^\circ$
- $(\vec{CA}, \vec{CB}) = 40^\circ$
- $(\vec{AC}, \vec{BC}) = 40^\circ$
- $(\vec{AC}, \vec{CB}) = 140^\circ$
- $(\vec{AC}, \vec{BA}) = 90^\circ$



Bài tập tương tự:

Bài 17. Cho hình vuông $ABCD$. Tính $\cos(\vec{AC}, \vec{BA}), \sin(\vec{AC}, \vec{BD}), \cos(\vec{AB}, \vec{CD})$

Bài 18. Cho tam giác ABC vuông tại A và có góc $\hat{B} = 30^\circ$. Tính giá trị các biểu thức sau

- $\cos(\vec{AB}, \vec{BC}) + \sin(\vec{BA}, \vec{BC}) + \tan \frac{(\vec{AC}, \vec{CB})}{2}$
- $\sin(\vec{AB}, \vec{AC}) + \cos(\vec{BC}, \vec{BA}) + \cos(\vec{CA}, \vec{BA})$

Bài 19. Cho tam giác ABC . Tổng $(\vec{AB}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{CA}) + (\vec{CA}, \vec{AB})$ có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau: $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$. B. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$.
C. $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$. D. $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$.

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{DC})$.

- A. 225° . B. 405° . C. 315° . D. 45° .

Câu 3. Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

- A. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$. C. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho tam giác đều ABC . Tính $P = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

- A. $P = -\frac{3}{2}$. B. $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{3}{2}$.

Câu 5. Cho α là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\cot \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0$. C. $\cos \alpha > 0$. D. $\tan \alpha < 0$.

Câu 6. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$.

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = 0$.

Câu 7. Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. 2. C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

- A. $P = -1$. B. $P = 2$. C. $P = 0$. D. $P = 1$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$. B. $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$. C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. D. $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

Câu 10. Cho tam giác ABC . Tính $P = \sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C)$.

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = 0$.

Câu 11. Tam giác ABC có góc A bằng 100° và có trục tâm H . Tính tổng $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA})$.

- A. 80° . B. 160° . C. 360° . D. 180° .

Câu 12. Tam giác đều ABC có đường cao AH . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin \widehat{AHC} = \frac{1}{2}$. B. $\sin \widehat{BAH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \widehat{BAH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sin \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 13. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$. B. $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.
C. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$. D. $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$.

Câu 14. Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

- A. 120° . B. 360° . C. 270° . D. 240° .

Câu 15. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = -\frac{25}{13}$. B. $P = -\frac{19}{13}$. C. $P = \frac{19}{13}$. D. $P = \frac{25}{13}$.

Câu 16. Cho biết $\tan \alpha = -3$. Giá trị của $P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = -\frac{4}{3}$. B. $P = -\frac{5}{3}$. C. $P = \frac{4}{3}$. D. $P = \frac{5}{3}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC . Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

- A. 120° . B. 180° . C. 360° . D. 270° .

Câu 18. Cho O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều MNP . Góc nào sau đây bằng 120° ?

- A. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP})$ B. $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{ON})$. C. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OP})$. D. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$.

Câu 19. Cho hai góc nhọn α và β trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$. B. $\sin \alpha < \sin \beta$.
C. $\cot \alpha > \cot \beta$. D. $\cos \alpha < \cos \beta$.

Câu 20. Tam giác ABC vuông ở A và có góc $\widehat{B} = 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây sai?

- A. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 40^\circ$. B. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. C. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. D. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$.

Câu 21. Cho biết $2 \cos \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha = 2$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\cot \alpha$.

- A. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

Câu 22. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. D. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

Câu 23. Cho hình vuông $ABCD$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA})$.

- A. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = 0$. B. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = -1$.
C. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 24. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

- A. $\cot \alpha = \tan \beta$. B. $\sin \alpha = -\cos \beta$. C. $\cos \alpha = \sin \beta$. D. $\tan \alpha = \cot \beta$.

Câu 25. Chọn hệ thức đúng được suy ra từ hệ thức $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$?

- A. $5\left(\cos^2 \frac{\alpha}{5} + \sin^2 \frac{\alpha}{5}\right) = 5$. B. $\cos^2 \frac{\alpha}{3} + \sin^2 \frac{\alpha}{3} = \frac{1}{3}$.
C. $\cos^2 \frac{\alpha}{4} + \sin^2 \frac{\alpha}{4} = \frac{1}{4}$. D. $\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 26. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ$.

- A. $P = -\frac{3}{4}$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 1$.

Câu 27. Cho biết $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của $P = \sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = \frac{11}{4}$. B. $P = \frac{7}{4}$. C. $P = \frac{9}{4}$. D. $P = \frac{5}{4}$.

Câu 28. Cho biết $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Giá trị của $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = \frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $P = \frac{\sqrt{17}}{5}$. C. $P = \frac{\sqrt{19}}{5}$. D. $P = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 29. Tính giá trị biểu thức $S = \sin^2 15^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 75^\circ + \cos^2 110^\circ$.

- A. $S = 4$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.

Câu 30. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$. B. $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \sqrt{2}$.
C. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$. D. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$.

Câu 31. Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 0.

Câu 32. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.

- A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = -\sqrt{3}$. C. $P = 1$. D. $P = 0$.

Câu 33. Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Tính giá trị của $\sin \alpha \cos \alpha$.

A. $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}$.

B. $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 11}{2}$.

C. $\sin \alpha \cos \alpha = a^2$.

D. $\sin \alpha \cos \alpha = 2a$.

Câu 34. Cho tam giác đều ABC có đường cao AH . Tính $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA})$.

A. 150° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 30° .

Câu 35. Cho biết $\cot \alpha = 5$. Giá trị của $P = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$ bằng bao nhiêu ?

A. $P = \frac{101}{26}$.

B. $P = \frac{100}{26}$.

C. $P = \frac{50}{26}$.

D. $P = \frac{10}{26}$.

Câu 36. Cho biết $\sin \frac{\alpha}{3} = \frac{3}{5}$. Giá trị của $P = 3 \sin^2 \frac{\alpha}{3} + 5 \cos^2 \frac{\alpha}{3}$ bằng bao nhiêu ?

A. $P = \frac{111}{25}$.

B. $P = \frac{105}{25}$.

C. $P = \frac{107}{25}$.

D. $P = \frac{109}{25}$.

Câu 37. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$.

A. $P = \sqrt{3}$.

B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $P = 1$.

D. $P = 0$.

Câu 38. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$.

B. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

C. $\tan \alpha = -\tan \beta$.

D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Câu 39. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$.

B. $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.

C. $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$.

D. $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.

Câu 40. Tam giác ABC vuông ở A và có $BC = 2AC$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$.

A. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}$.

D. $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{1}{2}$.

Câu 41. Tam giác ABC vuông ở A có góc $\hat{B} = 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sin B = \frac{1}{2}$.

B. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos C = \frac{1}{2}$.

D. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 42. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0$.

B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.

C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$.

Câu 43. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 44. Cho biết $3 \cos \alpha - \sin \alpha = 1$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\tan \alpha = \frac{4}{3}$.

B. $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

C. $\tan \alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\tan \alpha = \frac{5}{4}$.

Câu 45. Cho tam giác ABC . Tính $P = \cos A \cos(B + C) - \sin A \sin(B + C)$.

A. $P = 2$.

B. $P = 0$.

C. $P = 1$.

D. $P = -1$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46

§2. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng vectơ $\vec{0}$ ta quy ước $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Chú ý

- Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.
- Khi $\vec{a} = \vec{b}$ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{a}$ được kí hiệu là $\vec{a}^2$ và số này được gọi là bình phương vô hướng của vectơ $\vec{a}$.

Ta có:
$$\vec{a}^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}|^2.$$

2. Các tính chất của tích vô hướng

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

Với ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (tính chất phân phối);
- $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $\vec{a}^2 \geq 0$, $\vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$.

Nhận xét. Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra:

- $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$.

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trên mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2.$$

Nhận xét. Hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác vectơ $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0.$$

4. Ứng dụng

a) Độ dài của vectơ

Độ dài của vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

b) Góc giữa hai vectơ

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra nếu $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác $\vec{0}$ thì ta có

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}.$$

c) Khoảng cách giữa hai điểm

Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

BÀI TẬP

Vấn đề 1. Tích tích vô hướng của hai vector

Phương pháp:

- Áp dụng công thức của định nghĩa: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$

- Xác định đúng góc giữa hai vector

- Dùng tính chất phân phối: $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

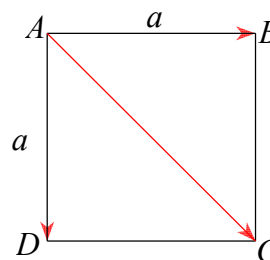
Bài 1. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính a) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ b) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

HD Giải

Ta có:

$$a) \vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cos(\vec{AB}, \vec{AD}) = a \cdot a \cos 90^\circ = 0$$

$$b) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cos 45^\circ = a^2$$



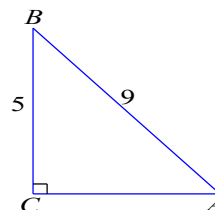
Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 9, CB = 5$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

HD Giải

$$\text{Ta có: } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$$

$$\text{Mặt khác: } \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \cos \hat{A} = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{Vậy: } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \frac{AC}{AB} = AC^2 = 81$$



Bài tập tương tự

Bài 3. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 60^\circ$ và $AB = a$. Tính

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ b) $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ c) $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a$. Tính

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ b) $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ c) $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$

Bài 5. Cho tam giác ABC đều cạnh a và trọng tâm G . Tính

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ b) $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$ c) $\vec{AG} \cdot \vec{AB}$

a) $\vec{GB} \cdot \vec{GC}$ b) $\vec{BG} \cdot \vec{GA}$ c) $\vec{GA} \cdot \vec{BC}$

Vấn đề 2. Chứng minh các đẳng thức về vector có liên quan đến tích có hướng

Phương pháp:

- Sử dụng các tính chất phân phối của tích có hướng đối với phép cộng các vector

- Dùng quy tắc ba điểm: $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$; $\vec{AC} = \vec{BC} - \vec{BA}$

- Dùng quy tắc trung điểm: I là trung điểm của AB , ta có: $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ và

$$\vec{MI} = \frac{1}{2}(\vec{MA} + \vec{MB}), \text{ với } M \text{ tùy ý}$$

- Sử dụng tính chất của tích vô hướng: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Bài 6. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng với điểm M tùy ý, ta có: $\vec{MA} \cdot \vec{BC} + \vec{MB} \cdot \vec{CA} + \vec{MC} \cdot \vec{AB} = 0$

HD Giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}) = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \cdot (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}) = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \quad (3)$$

Cộng vế theo vế (1), (2) và (3), ta được: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (đpcm)

Bài 7. Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi M, N là hai điểm thuộc nửa đường tròn sao cho hai dây cung AM, BN cắt nhau tại I .

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

b) Hãy dùng kết quả câu a) tính $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BN}$ theo R

HD Giải

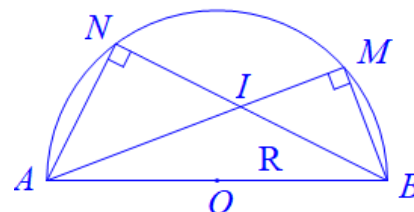
$$\text{a) Ta có: } \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AM} = |\overrightarrow{AI}| |\overrightarrow{AM}| \cos(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AM}) = AI \cdot AM \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AI}| |\overrightarrow{AB}| \cos(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}) = AI \cdot AB \cos(\widehat{IAB}) = AI \cdot AM \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$

Chứng minh tương tự cho $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BN} &= \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}) = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = 4R^2 \end{aligned}$$



Bài tập tương tự

Bài 8. Gọi O là trung điểm của AB và M là điểm tùy ý. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = OM^2 - OA^2$

Bài 9. Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Vẽ bên ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng AM vuông góc với DE .

Bài 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BK}$ vuông góc với $\overrightarrow{AC}$.

Vấn đề 3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng và các ứng dụng của tích vô hướng

Phương pháp: Áp dụng:

• Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$.

• Cho vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2)$. Ta có: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

• Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta có: $|\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

• Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$

◆ Cho tam giác ABC với ba đỉnh có tọa độ xác định $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$

• Trung điểm I của đoạn AB , tọa độ điểm $I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

• Trọng tâm G , tọa độ điểm $G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$

• Trục tâm H , có điều kiện là $\begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases}$

• Tâm đường tròn ngoại tiếp I tam giác, có điều kiện là $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} AE^2 = BE^2 \\ AE^2 = CE^2 \end{cases}$

- Chân đường cao H hạ từ đỉnh A , có điều kiện là
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} = k\overrightarrow{BC} \end{cases}$$
- Chân đường phân giác trong góc A là điểm D , có điều kiện là $\overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{DC}$
- Chu vi: $P = AB + BC + CA$.
- Diện tích: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sqrt{1 - \cos^2 A}$.
- Góc A : $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- Tam giác ABC vuông cân tại A , có điều kiện là
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AB = AC \end{cases}$$

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(4;6), B(1;4), C\left(7; \frac{3}{2}\right)$

- a) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại A
 b) Tính độ dài các cạnh AB, AC và BC của tam giác đó.

HD Giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -2), \overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$, Xét $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-3) \cdot 3 + (-2) \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ hay $AB \perp AC$

Vậy tam giác ABC vuông tại A

b) Ta có: $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$; $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{9+\frac{81}{4}} = \frac{\sqrt{117}}{2}$

Ta lại có: $\overrightarrow{BC} = \left(6; -\frac{5}{2}\right) \Rightarrow BC = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{36+\frac{25}{4}} = \frac{13}{2}$

Bài 12. Tính góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ với $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (-1; -3)$.

HD Giải

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}} = \frac{1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-3)}{\sqrt{1+4} \cdot \sqrt{1+9}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2;4), B(1;1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B .

HD Giải

Gọi $C(x; y)$. Theo giả thiết: tam giác ABC là tam giác vuông cân tại $B \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ |\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BC}| \end{cases} \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (1; 3)$ và $\overrightarrow{BC} = (x-1; y-1)$

Từ (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ 1^2 + 3^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 4y \\ 10y^2 - 20y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy có hai điểm C thỏa mãn YCBT là $(4; 0), (-2; 2)$.

Bài tập tương tự

Bài 14. Tính góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ trong các trường hợp sau:

- a) $\vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (4; 3)$ b) $\vec{a} = (2; 5), \vec{b} = (3; -7)$ c) $\vec{a} = (2; -3), \vec{b} = (6; 4)$
 d) $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (5; -1)$ e) $\vec{a} = (-2; -2\sqrt{3}), \vec{b} = (3; \sqrt{3})$

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;3), B(4;2)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D nằm trên Ox sao cho $DA = DB$

b) Tính chu vi tam giác OAB

c) Chứng tỏ OA vuông góc với AB và từ đó tính diện tích tam giác OAB .

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-2; 1)$. Gọi B là điểm đối xứng với điểm A qua gốc tọa độ O . Tìm tọa độ điểm C có tung độ bằng 2 sao cho tam giác ABC vuông tại C .

Bài 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 4), B(-3; 1), C(3; -1)$.

a) Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

b) Tìm tọa độ điểm A' là chân đường cao vẽ từ A

Bài 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1; 1), B(1; 3), C(1; -1)$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông cân tại A .

b) Tính diện tích tam giác ABC và góc B .

Bài 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(-1; 1), B(0; 2), C(3; 1), D(0; -2)$. Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1; -1), B(3; 1), C(6; 0)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng

b) Tính góc B, C của tam giác ABC .

Bài 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(3; 4), B(4; 1), C(2; -3), D(-1; 6)$. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong một đường tròn.

Bài 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(5; 3), B(3; -2)$. Một điểm M di động trên trục Ox . Tìm giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$

Bài 24. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$.

a) Tìm các giá trị của k để $\vec{u} \perp \vec{v}$

b) Tìm các giá trị của k để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$.

a) Tính chu vi và diện tích của tam giác đó

b) Tìm tọa độ trọng tâm G , trực tâm H và tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Từ đó kiểm tra tính chất thẳng hàng của ba điểm G, H, I .

Bài 26. Cho các vector $\vec{a} = (-2; 3), \vec{b} = (4; 1)$.

a) Tính cosin của góc giữa mỗi cặp vector sau: $\vec{a}$ và $\vec{b}$; $\vec{a}$ và $\vec{i}$; $\vec{j}$ và $\vec{b}$; $\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - \vec{b}$.

b) Tìm các số k và l sao cho $\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$ vuông góc với vector $\vec{a} + \vec{b}$

c) Tìm vector $\vec{d}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

Bài 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-3; 2), B(4; 3)$. Tìm tọa độ của

a) điểm M trên trục Ox sao cho tam giác MAB vuông tại M .

b) điểm N trên trục Oy sao cho $NA = NB$.

Bài 28. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; -1), B(3; 0)$ là hai đỉnh của hình vuông $ABCD$. Tìm tọa độ đỉnh C, D .

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 180^\circ$.

Câu 2. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 3. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 120^\circ$. C. $\alpha = 30^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(5;4)$. Tính chu vi P của tam giác đã cho.

- A. $P = 4 + 2\sqrt{2}$. B. $P = 4 + 4\sqrt{2}$. C. $P = 8 + 8\sqrt{2}$. D. $P = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $A(1;-1)$ và $B(3;0)$. Tìm tọa độ điểm D , biết D có tung độ âm.

- A. $D(-2;-3)$. B. $D(0;-1)$.
C. $D(2;-3)$. D. $D(2;-3), D(0;1)$.

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua C . Tính $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}$.

- A. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 5a^2$. B. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{3}a^2$. C. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{5}a^2$. D. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 2a^2$.

Câu 7. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

Câu 8. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 2. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$. Gọi N

là trung điểm của đoạn thẳng DC . Tính $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN}$.

- A. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 4$. B. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 16$. C. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = -4$. D. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = c$, $AC = b$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2$. B. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = c^2$. C. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 + c^2$. D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 - c^2$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác OAB với $A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ điểm E là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB .

- A. $E = (-2 + 3\sqrt{2}; 4 - \sqrt{2})$. B. $E = \left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$.
C. $E = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $E = (-2 + 3\sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;2)$, $B(-1;1)$ và $C(5;-1)$. Tính cosin của góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

- A. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{2}$.
C. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{2}{5}$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$ và $C(-3;-8)$. Tìm tọa độ chân đường cao A' kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC .

- A.** $A'(1; -4)$. **B.** $A'(-1; 4)$. **C.** $A'(1; 4)$. **D.** $A'(4; 1)$.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (4; 3)$ và $\vec{c} = (2; 3)$.

Tính $P = \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$.

- A.** $P = 20$. **B.** $P = 28$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 18$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-2; 2)$ và $N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P thuộc trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng.

- A.** $P(0; 4)$. **B.** $P(0; -4)$. **C.** $P(-4; 0)$. **D.** $P(4; 0)$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để vectơ $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

- A.** $k = 40$. **B.** $k = -20$. **C.** $k = -40$. **D.** $k = 20$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 4)$, $B(-3; 1)$, $C(3; -1)$. Tìm tọa độ chân đường cao A' vẽ từ đỉnh A của tam giác đã cho.

- A.** $A'(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5})$. **B.** $A'(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5})$. **C.** $A'(\frac{3}{5}; \frac{1}{5})$. **D.** $A'(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5})$.

Câu 17. Trong hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho vectơ $\vec{a} = -\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

- A.** $\frac{6}{5}$. **B.** $\frac{7}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** 1.

Câu 18. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A.** $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{b^2 - c^2}{2}$.
C. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2}{2}$. **D.** $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$.

Câu 19. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $P = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA})$.

- A.** $P = 2a^2$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = 3a^2$. **D.** $P = -3a^2$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1; 2)$, $B(-2; -4)$, $C(0; 1)$ và $D(-1; \frac{3}{2})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. **D.** $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6; 0)$, $B(3; 1)$ và $C(-1; -1)$. Tính số đo góc B của tam giác đã cho.

- A.** 120° . **B.** 135° . **C.** 15° . **D.** 60° .

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính khoảng cách giữa hai điểm $M(1; -2)$ và $N(-3; 4)$.

- A.** $MN = 3\sqrt{6}$. **B.** $MN = 2\sqrt{13}$. **C.** $MN = 4$. **D.** $MN = 6$.

Câu 23. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có $AB = AC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$.
C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 3)$ và $B(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho C cách đều hai điểm A và B .

A. $C\left(\frac{3}{5}; 0\right)$. B. $C\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$. C. $C\left(\frac{5}{3}; 0\right)$. D. $C\left(-\frac{3}{5}; 0\right)$.

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -1)$ và $\vec{b} = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C .

A. $C(6; 0)$. B. $C(0; 0)$, $C(6; 0)$. C. $C(0; 0)$. D. $C(-1; 0)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 0)$, $B(0; 2)$ và $C(0; 7)$. Tìm tọa độ đỉnh thứ tư D của hình thang cân $ABCD$.

A. $D(9; 2)$. B. $D(7; 0)$. C. $D(7; 0)$, $D(2; 9)$. D. $D(0; 7)$, $D(9; 2)$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; -1)$, $B(1; -1)$ và $C(-2; 2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC vuông cân tại C . B. Tam giác ABC đều.
C. Tam giác ABC vuông cân tại A . D. Tam giác ABC vuông cân tại B .

Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 8$ cm, $AD = 12$ cm, góc $\widehat{ABC}$ nhọn và diện tích bằng 54 cm². Tính $\cos(\vec{AB}, \vec{BC})$.

A. $\cos(\vec{AB}, \vec{BC}) = \frac{2\sqrt{7}}{16}$. B. $\cos(\vec{AB}, \vec{BC}) = -\frac{2\sqrt{7}}{16}$.
C. $\cos(\vec{AB}, \vec{BC}) = \frac{5\sqrt{7}}{16}$. D. $\cos(\vec{AB}, \vec{BC}) = -\frac{5\sqrt{7}}{16}$.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(2; 10)$. Tính tích vô hướng $\vec{AO} \cdot \vec{OB}$.

A. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 4$. B. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 16$. C. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = -4$. D. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 0$.

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a + 6b$.

A. $a + 6b = 8$. B. $a + 6b = 6$. C. $a + 6b = 7$. D. $a + 6b = 5$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 4)$ và $\vec{v} = (-8; 6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$. B. $\vec{u} = -\vec{v}$.
C. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. D. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(1; 2)$, $B(-1; 3)$, $C(-2; -1)$ và $D(0; -2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ABCD$ là hình bình hành. B. $ABCD$ là hình chữ nhật.
C. $ABCD$ là hình thoi. D. $ABCD$ là hình vuông.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3; -1)$, $B(2; 10)$, $C(-4; 2)$. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

A. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 40$. B. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -40$. C. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 26$. D. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -26$.

Câu 36. Cho M , N , P , Q là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào sai?

A. $\vec{MN}(\vec{NP} + \vec{PQ}) = \vec{MN} \cdot \vec{NP} + \vec{MN} \cdot \vec{PQ}$. B. $\vec{MP} \cdot \vec{MN} = -\vec{MN} \cdot \vec{MP}$.
C. $\vec{MN} \cdot \vec{PQ} = \vec{PQ} \cdot \vec{MN}$. D. $(\vec{MN} - \vec{PQ})(\vec{MN} + \vec{PQ}) = MN^2 - PQ^2$.

Câu 37. Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 5$ cm. Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

- A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 19$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 15$. C. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 17$. D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 13$.

Câu 38. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Tính $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$. B. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.
C. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2\sqrt{2}$. D. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;4)$ và $B(1;1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B .

- A. $C(4;0)$, $C(-2;2)$. B. $C(2;0)$.
C. $C(4;0)$. D. $C(-2;2)$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-8;0)$, $B(0;4)$, $C(2;0)$ và $D(-3;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ phụ nhau. B. Góc $\widehat{BCD}$ là góc nhọn.
C. $\cos(\widehat{AB}, \widehat{AD}) = \cos(\widehat{CB}, \widehat{CD})$. D. Hai góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ bù nhau.

Câu 41. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Tính $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $P = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$. B. $P = b^2 - c^2$. C. $P = \frac{c^2 + b^2}{2}$. D. $P = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$.

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.

- A. $I\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. C. $I\left(1; \frac{1}{4}\right)$. D. $I\left(1; -\frac{1}{4}\right)$.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (-2;3)$, $\vec{b} = (4;1)$ và $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$ với $k, m \in \mathbb{R}$. Biết rằng vector $\vec{c}$ vuông góc với vector $(\vec{a} + \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2k + 3m = 0$. B. $3k + 2m = 0$. C. $2k = 2m$. D. $3k = 2m$.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{u} = (4;1)$ và $\vec{v} = (1;4)$. Tìm m để vector $\vec{a} = m\vec{u} + \vec{v}$ tạo với vector $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ một góc 45° .

- A. $m = -\frac{1}{4}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 4$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 45. Cho ba điểm O , A , B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

- A. tam giác OAB đều. B. tam giác OAB cân tại O .
C. tam giác OAB vuông tại O . D. tam giác OAB vuông cân tại O .

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{x} = (1;2)$ và $\vec{y} = (-3;-1)$. Tính góc α giữa hai vector $\vec{x}$ và $\vec{y}$.

- A. $\alpha = 135^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 47. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và hai vector $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau.

Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 90^\circ$. C. $\alpha = 180^\circ$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$ và $C(1;-1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tam giác ABC đều. B. Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.
C. Tam giác ABC cân tại B . D. Tam giác ABC vuông cân tại A .

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$ và $C(3;0)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A.** $M(-5;0)$. **B.** $M(-2;0)$. **C.** $M(2;0)$. **D.** $M(-4;0)$.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(10;5)$, $B(3;2)$ và $C(6;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Tam giác ABC đều. **B.** Tam giác ABC vuông cân tại A .
C. Tam giác ABC vuông cân tại B . **D.** Tam giác ABC có góc A tù.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vector $\vec{a} = (9;3)$. Vector nào sau đây không vuông góc với vector $\vec{a}$?

- A.** $\vec{v}_3 = (1;3)$. **B.** $\vec{v}_4 = (-1;3)$. **C.** $\vec{v}_1 = (1;-3)$. **D.** $\vec{v}_2 = (2;-6)$.

Câu 52. Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$. **B.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}a^2$. **C.** $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \frac{a^2}{6}$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}a^2$.

Câu 53. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và chiều cao AH . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. **C.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HA}) = 150^\circ$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (2;5)$ và $\vec{b} = (3;-7)$. Tính góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A.** $\alpha = 135^\circ$. **B.** $\alpha = 45^\circ$. **C.** $\alpha = 60^\circ$. **D.** $\alpha = 30^\circ$.

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-3;-2)$, $B(3;6)$ và $C(11;0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

- A.** $D(5;-8)$. **B.** $D(8;5)$. **C.** $D(-5;8)$. **D.** $D(-8;5)$.

Câu 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(7;-3)$, $B(8;4)$, $C(1;5)$ và $D(0;-2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp đường tròn. **B.** $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{CB}$.
C. Tam giác ABC đều. **D.** Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Câu 57. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$ và $BD = 6$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$.

Câu 58. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu 59. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA})$.

- A.** $P = -2a^2$. **B.** $P = 2\sqrt{2}a$. **C.** $P = 2a^2$. **D.** $P = a^2$.

Câu 60. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2)$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;2)$, $B(5;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

- A.** $M(1;6)$. **B.** $M(0;6)$. **C.** $M(0;1)$. **D.** $M(6;0)$.

Câu 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (-3;2)$ và $\vec{b} = (-1;-7)$. Tìm tọa độ vector $\vec{c}$ biết $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$ và $\vec{c} \cdot \vec{b} = -20$.

- A.** $\vec{c} = (1;3)$. **B.** $\vec{c} = (-1;-3)$. **C.** $\vec{c} = (-1;3)$. **D.** $\vec{c} = (1;-3)$.

Câu 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để vector $\vec{u}$ và vector $\vec{v}$ có độ dài bằng nhau.

- A. $k = \frac{5}{8}$. B. $k = \frac{\sqrt{37}}{2}$. C. $k = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$. D. $k = \frac{37}{4}$.

Câu 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(-2;0)$, $B(2;5)$, $C(6;2)$. Tìm tọa độ điểm D .

- A. $D(-2;-3)$. B. $D(-2;3)$. C. $D(2;-3)$. D. $D(2;3)$.

Câu 65. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$, $AD = 5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$.

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(5;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác đã cho.

- A. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{8}{3}; -\frac{10}{3}\right)$. C. $G(2;5)$. D. $G\left(2; \frac{10}{3}\right)$.

Câu 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (4;3)$ và $\vec{b} = (1;7)$. Tính góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 90^\circ$.

Câu 68. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

Câu 69. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (-2;3)$ và $\vec{b} = (4;1)$. Tìm vector $\vec{d}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

- A. $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$. B. $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$. C. $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$. D. $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

Câu 70. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(-3;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho tam giác ABC vuông tại A .

- A. $C(0;6)$. B. $C(5;0)$. C. $C(3;1)$. D. $C(0;-6)$.

Câu 71. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{u} = (4;1)$, $\vec{v} = (1;4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m\vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để $\vec{a}$ vuông góc với trục hoành.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Câu 72. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (-1;1)$ và $\vec{b} = (2;0)$. Tính cosin của góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 73. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-1;1)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$ và $D(0;-2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.
B. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp được đường tròn.
C. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
D. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.

Câu 74. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. B. $M(0;-1)$. C. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $M(0;1)$.

Câu 75. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm M thuộc trục hoành để khoảng cách từ đó đến điểm $N(-1;4)$ bằng $2\sqrt{5}$.

- A. $M(1;0)$, $M(3;0)$. B. $M(1;0)$, $M(-3;0)$.
C. $M(3;0)$. D. $M(1;0)$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75

GV. Lư Sĩ Pháp

§3. CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC

KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định lí côsin

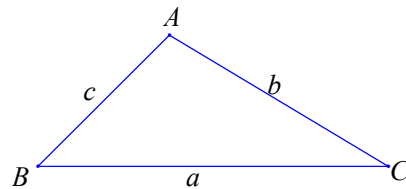
Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$.

Ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A;$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.$$



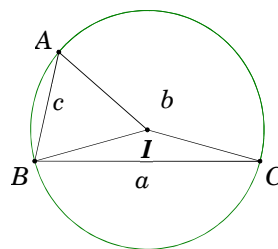
Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2. Định lí sin

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.

$$\text{Ta có: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

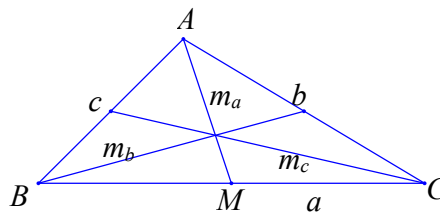


3. Độ dài đường trung tuyến

Cho tam giác ABC có m_a , m_b , m_c lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A , B , C .

Ta có

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}; \quad m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}; \quad m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$



4. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có

- h_a , h_b , h_c là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC , CA , AB ;
- R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;
- r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;
- $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác;
- S là diện tích tam giác, được tính bởi các công thức sau

$$\textcircled{1} \quad S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$\textcircled{2} \quad S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$\textcircled{3} \quad S = \frac{abc}{4R}$$

$$\textcircled{4} \quad S = pr$$

$$\textcircled{5} \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{Công thức Hê-rông})$$

BÀI TẬP

Vấn đề 1. Tính một số yếu tố trong tam giác theo một số yếu tố cho trước

Phương pháp: • Trong các yếu tố cho biết phải có ít nhất một cạnh

• Sử dụng trực tiếp định lý côsin và định lý sin.

• Chọn các hệ thức lượng thích hợp đối với tam giác để tính một số yếu tố trung gian cần thiết để việc giải toán thuận lợi hơn.

Bài 1. Cho tam giác ABC có $b = 7\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$ và $\cos A = \frac{3}{5}$

a) Tính cạnh a , $\sin A$ và diện tích S của tam giác ABC

b) Tính chiều cao h_a xuất phát từ đỉnh A và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

HD Giải

a) Theo định lý côsin, ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}\text{ cm}$

Ta lại có: • $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$ (do $\sin A > 0$)

$$\bullet S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14\text{ cm}^2$$

b) Ta có: $S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{28}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$

Theo định lý sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{4\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$

Bài 2. Cho tam giác ABC có $AC = 10\text{ cm}$, $BC = 16\text{ cm}$ và góc $\widehat{C} = 110^\circ$. Tính cạnh AB và góc A, B của tam giác đó.

HD Giải

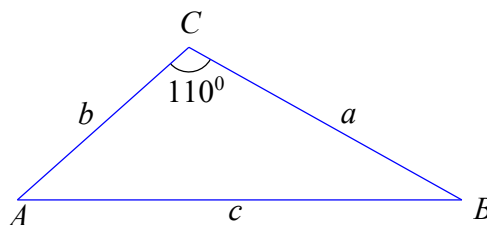
Theo định lý côsin, ta có:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10 \sin 110^\circ \\ \approx 465,44. \text{ Vậy } c \approx 21,6\text{ cm}$$

Theo hệ quả định lý côsin, ta có

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \approx \frac{10^2 + (21,6)^2 - 16^2}{2 \cdot 10 \cdot 21,6} \approx 0,7188$$

$$\text{Suy ra: } \widehat{A} \approx 44^\circ 2', \widehat{B} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{C}) \approx 25^\circ 58'$$



Bài 3. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 20^\circ$, $\widehat{C} = 31^\circ$ và cạnh $b = 210\text{ cm}$. Tính góc A , các cạnh còn lại và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

HD Giải

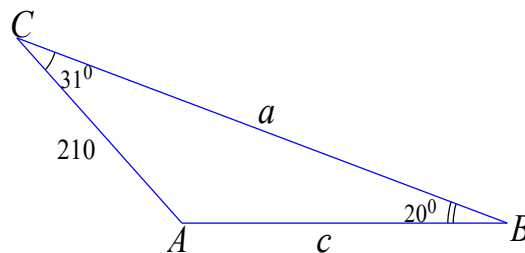
Ta có: $\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 129^\circ$

Theo định lý sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

$$\text{Suy ra: } \checkmark a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{210 \cdot \sin 129^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 477,2\text{ cm}$$

$$\checkmark c = \frac{b \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{210 \cdot \sin 31^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 316,2\text{ cm}$$

$$\checkmark R = \frac{a}{2 \sin A} \approx \frac{477,2}{2 \sin 129^\circ} \approx 309,02\text{ cm}$$



Bài 4. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ$, $b = 8\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$. Tính đường cao h_a và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

HD Giải

Ta có: $\diamond a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 8^2 + 5^2 - 2.8.5. \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow a = 7 \text{ cm}$

$$\diamond S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}8.3. \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Ta lại có: $\diamond S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{20\sqrt{3}}{7} \text{ cm}$

$$\diamond S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7.8.5}{40\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

Bài 5. Cho tam giác ABC có $AB = 5 \text{ cm}, BC = 7 \text{ cm}, CA = 8 \text{ cm}$. Tính

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) Góc A .

HD Giải

Ta có: $\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{BC}^2) = \frac{1}{2}(5^2 + 8^2 - 7^2) = 20$

Theo định nghĩa, ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{20}{5.8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$.

Bài tập tương tự

Bài 6. Cho tam giác ABC biết $a = 21 \text{ cm}, b = 17 \text{ cm}, c = 10 \text{ cm}$.

a) Tính các góc A, B, C .

b) Tính diện tích S của tam giác ABC và các chiều cao h_a, h_b, h_c .

c) Tính bán kính nội, ngoại tiếp của tam giác ABC

d) Tính độ dài các đường trung tuyến m_a, m_b, m_c .

Bài 7. Cho tam giác ABC biết $a = \sqrt{6} \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}, c = (1 + \sqrt{3}) \text{ cm}$. Tính các góc A, B, C , chiều cao h_a , độ dài đường trung tuyến m_a và bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác ABC .

Vấn đề 2. Chứng minh các hệ thức về mối quan hệ giữa các yếu tố của một tam giác

Phương pháp: Dùng các hệ thức cơ bản biến đổi về này thành về kia hoặc chứng minh cả hai về cùng bằng một biểu thức nào đó hoặc chứng minh hệ thức cần chứng minh tương đương với một hệ thức đã biết là đúng. Khi chứng minh cần khai thác các giả thiết và kết luận để tìm được các hệ thức thích hợp làm trung gian trong quá trình biến đổi.

Bài 8. Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Chứng minh rằng $a = b \cos C + c \cos B$

HD Giải

Theo định lý côsin, ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow c \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$

$$\text{Tương tự: } b \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}$$

$$\text{Khi đó: } b \cos C + c \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} = \frac{2a^2}{2a} = a \text{ (đpcm)}$$

Bài 9. Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và đường trung tuyến $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}c$ Chứng minh rằng:

$$\text{a) } a^2 = 2(b^2 - c^2)$$

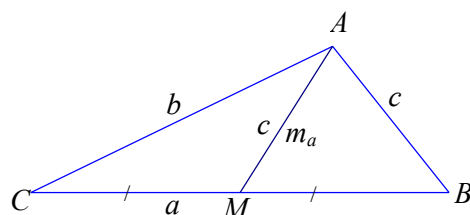
$$\text{b) } \sin^2 A = 2(\sin^2 B - \sin^2 C)$$

HD Giải

$$\text{a) Ta có: } m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow \frac{a^2}{4} = c^2 - \frac{b^2 + c^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{4} = \frac{b^2 - c^2}{2} \Leftrightarrow a^2 = 2(b^2 - c^2) \text{ (đpcm)}$$

$$\text{b) Theo định lý sin ta có: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$



Suy ra: $\frac{a^2}{\sin^2 A} = \frac{b^2}{\sin^2 B} = \frac{c^2}{\sin^2 C} = \frac{b^2 - c^2}{\sin^2 B - \sin^2 C}$. Từ câu a) ta có:

$$\frac{2(b^2 - c^2)}{\sin^2 A} = \frac{b^2 - c^2}{\sin^2 B - \sin^2 C} \Leftrightarrow \frac{2}{\sin^2 A} = \frac{1}{\sin^2 B - \sin^2 C} \Leftrightarrow \sin^2 A = 2(\sin^2 B - \sin^2 C) \text{ (đpcm)}$$

Bài tập tương tự

Bài 10. Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và G là trọng tâm của tam giác.

Chứng minh rằng: $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A có các cạnh góc vuông là b và c . Lấy điểm M trên cạnh BC và cho $\widehat{BAM} = \alpha$. Chứng minh rằng $AM = \frac{bc}{b \cos \alpha + c \sin \alpha}$

Bài 12. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a, BC = b, BD = m$ và $AC = n$.

Chứng minh rằng: $m^2 + n^2 = 2(a^2 + b^2)$

Bài 13. Cho tam giác ABC có $b + c = 2a$. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } 2 \sin A = \sin B + \sin C \quad \text{b) } \frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$$

Bài 14. Cho tam giác ABC có $b \cdot c = a^2$. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \sin^2 A = \sin B \cdot \sin C \quad \text{b) } h_a^2 = h_b \cdot h_c$$

Bài 15. Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có các hệ thức:

$$\text{a) } \sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B \quad \text{b) } h_a = 2R \sin B \sin C$$

Vấn đề 3. Giải tam giác

Phương pháp: Một tam giác thường được xác định khi biết ba yếu tố. Trong các bài toán giải tam giác, thường cho tam giác với ba yếu tố như sau:

- Biết một cạnh và hai góc kề cạnh đó (g, c, g)
- Biết một góc và hai cạnh kề góc đó (c, g, c)
- Biết ba cạnh (c, c, c)

Để tìm các yếu tố còn lại của tam giác người ta thường sử dụng các định lý cosin, định lý sin, định lý tổng ba góc của một tam giác bằng 180° và đặc biệt có thể sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Bài 16. Giải tam giác ABC biết $b = 14, c = 10, \hat{A} = 145^\circ$.

HD Giải

Ta có: $\bullet a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 14^2 + 10^2 - 2 \cdot 14 \cdot 10 \cdot \cos 145^\circ \approx 525,35 \Rightarrow a \approx 23$.

$$\bullet \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{b \cdot \sin A}{a} = \frac{14 \cdot \sin 145^\circ}{23} \approx 0,34913 \Rightarrow \hat{B} \approx 20^\circ 26'$$

$$\bullet \hat{C} = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (145^\circ + 20^\circ 26') \approx 14^\circ 34'$$

Bài tập tương tự

Bài 17. Giải tam giác ABC biết $a = 17,4m, \hat{B} = 44^\circ 30'$ và $\hat{C} = 64^\circ$.

Bài 18. Giải tam giác ABC biết $a = 49,4m, b = 26,4m$ và $\hat{C} = 27^\circ 20'$.

Bài 19. Giải tam giác ABC biết $a = 4, b = 5, c = 7$.

Bài 20. Cho tam giác ABC biết $a = 24cm, b = 13cm$ và $c = 15cm$. Tính diện tích S của tam giác và bán kính đường tròn nội ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 21. Cho tam giác ABC biết $a = 137,5cm, \hat{B} = 83^\circ$ và $\hat{C} = 57^\circ$. Tính góc A , cạnh b, c bán kính R diện tích S của tam giác.

Bài 22. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\hat{B} = 58^\circ$ và $a = 72cm$. Tính góc C , cạnh b, c , đường cao h_a, h_b và đường trung tuyến m_a, m_b, m_c .

Bài 23. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 120^\circ, b = 8cm, c = 5cm$. Tính $a, \hat{B}, \hat{C}, h_a, m_c, S, R, r$.

Bài 24. Tính $S, R, r, \widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$ của tam giác ABC có số đo các cạnh lần lượt là 7, 9, 12.

Bài 25. Cho $\triangle ABC$.

- Biết $\widehat{A} = 90^\circ, \widehat{B} = 58^\circ, a = 72\text{cm}$. Tính $\widehat{C}$, cạnh b , cạnh c và đường cao h_a
- Biết $a = 52,1\text{cm}, b = 85\text{cm}$ và $c = 54\text{cm}$. Tính các góc A, B, C
- Biết $a = 3, b = 4, c = 6$. Tính diện tích của $\triangle ABC$
- Biết $a = 8, b = 10, c = 13$. Tam giác có góc tù không? Và tính m_a của $\triangle ABC$.

Bài 26. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 6cm . Một điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2\text{cm}$.

- Tính độ dài của đoạn thẳng AM và tính cosin của góc $\widehat{BAM}$
- Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM
- Tính độ dài trung tuyến vẽ từ đỉnh C của tam giác ACM
- Tính diện tích tam giác ABM

Bài 27. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ, a = 30$, bán kính đường tròn nội tiếp $r = 5\sqrt{3}$.

- Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R
- Tính độ dài các cạnh b, c

Bài 28. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10, AC = 4$ và $\widehat{A} = 60^\circ$.

- Tính chu vi của và $\tan C$ của $\triangle ABC$
- Trên tia đối của AB lấy điểm D sao cho $AD = 6$, trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = x$. Tìm x để BE là tiếp tuyến của đường tròn (ADE) .

Vấn đề 4. Ứng dụng vào việc đo đạc

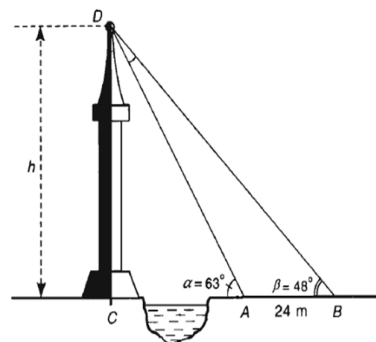
Phương pháp: Vận dụng linh hoạt các hệ thức lượng.

Bài 29. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24\text{m}$, $\widehat{CAD} = \alpha = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = \beta = 48^\circ$. Tính chiều cao h của tháp.

HD Giải

$$\text{Trong tam giác } ABD, \text{ ta có: } \frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin D}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin D} = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 68,91$$

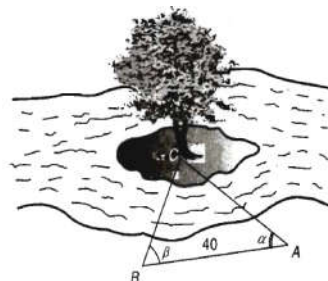


Bài 30. Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C . Giả sử ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{m}$, $\widehat{CAB} = \alpha = 45^\circ$ và $\widehat{CBA} = \beta = 70^\circ$. Như vậy khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C bao nhiêu?

HD Giải

$$\text{Trong tam giác } ABC, \text{ ta có: } \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{AB \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{40 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 115^\circ} \approx 41,47\text{m}$$



Bài 31. Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau 300 m . Từ P và Q thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển, người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới một góc $\widehat{BPA} = 35^\circ$ và $\widehat{BQA} = 48^\circ$. Tính chiều cao của tháp.

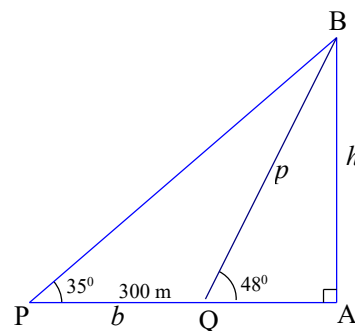
HD Giải

Ta có: $\widehat{PBQ} = 48^\circ - 35^\circ = 13^\circ$. Xét tam giác BPQ :

$$\text{Ta có: } \frac{BQ}{\sin P} = \frac{PQ}{\sin B} \Rightarrow BQ = \frac{PQ \cdot \sin P}{\sin B} = \frac{300 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 13^\circ} \approx 764,935\text{ m}$$

Xét tam giác ABQ , ta có:

$$AB = BQ \cdot \sin 48^\circ \approx 764,935 \cdot \sin 48^\circ \approx 568,457\text{ m}$$



Bài tập tương tự

Bài 32. Giả sử ta cần đo chiều cao CD của một tháp với C là chân tháp, D là đỉnh tháp. Vì không thể đến chân tháp được nên từ hai điểm A, B có khoảng cách $AB = 30\text{ m}$ sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng người ta đo được các góc $\widehat{CAD} = 43^\circ$, $\widehat{CBD} = 67^\circ$. Hãy tính chiều cao CD của tháp.

Bài 33. Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 100 m . Đỉnh tháp B và chân tháp C nhìn điểm A ở chân đồi dưới một góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Xác định chiều cao HA của ngọn đồi.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 1$ và $\widehat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC là

- A. $BC = \sqrt{3}$. B. $BC = 2$. C. $BC = \sqrt{2}$. D. $BC = 1$.

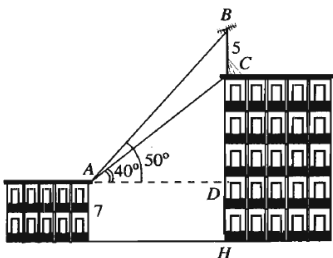
Câu 2. Tam giác ABC có $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{3}$ và $\widehat{C} = 45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

- A. $BC = \sqrt{5}$. B. $BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$. C. $BC = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$. D. $BC = \sqrt{6}$.

Câu 3. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m . Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang.

Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 12 m . B. 19 m .
C. 24 m . D. 29 m .



Câu 4. Tam giác ABC có $AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $\widehat{ACB} = 75^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

- A. $S_{\triangle ABC} = 8$. B. $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}$. C. $S_{\triangle ABC} = 4$. D. $S_{\triangle ABC} = 8\sqrt{3}$.

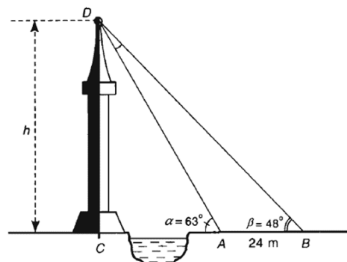
Câu 5. Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 1$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2 . C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 6. Tam giác ABC có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$ và $BC = 10\text{ cm}$. Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác bằng

- A. 5 cm . B. $\sqrt{3}\text{ cm}$. C. 7 cm . D. 4 cm .

Câu 7. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = 48^\circ$.



Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào dưới đây?

- A.** 60m. **B.** 60,5m .
- C.** 18m. **D.** 18,5m .

Câu 8. Tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH = 32\text{ cm}$. Hai cạnh AB và AC tỉ lệ với 3 và 4. Cạnh nhỏ nhất của tam giác này có độ dài bằng bao nhiêu?

- A.** 38 *cm.* **B.** 40 *cm.* **C.** 42 *cm.* **D.** 45 *cm.*

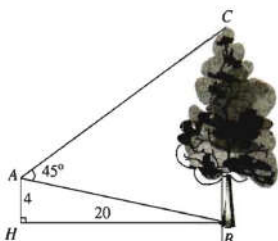
Câu 9. Tam giác ABC vuông tại A và có $AB = AC = a$. Độ dài đường trung tuyến BM của tam giác đã cho là

- A.** $BM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $BM = 1,5a$. **C.** $BM = a\sqrt{2}$. **D.** $BM = a\sqrt{3}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC có $AB = 3\sqrt{3}$, $BC = 6\sqrt{3}$ và $CA = 9$. Gọi D là trung điểm BC . Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD là

- A.** $R = \frac{9}{2}$. **B.** $R = \frac{9}{6}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 3\sqrt{3}$.

Câu 11. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4\text{ m}$, $HB = 20\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.



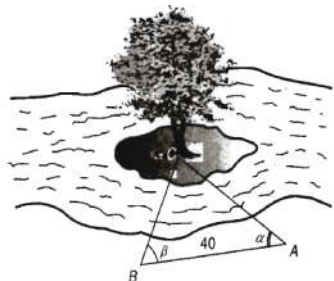
Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 16,5 m. **B.** 16 m.
- C.** 17,5 m. **D.** 17 m.

Câu 12. Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 1$. Khi OB có độ dài lớn nhất thì độ dài của đoạn OA bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 13. Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C . Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{m}$, $\widehat{CAB} = 45^\circ$ và $\widehat{CBA} = 70^\circ$.



Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 41 m. **B.** 30 m.
C. 41,5 m. **D.** 53 m.

Câu 14. Tam giác ABC có $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài cạnh AM là

- A.** $AM = 4\sqrt{2}$. **B.** $AM = 3$. **C.** $AM = 2\sqrt{3}$. **D.** $AM = 3\sqrt{2}$.

Câu 15. Tam giác ABC có $BC = 21\text{cm}$, $CA = 17\text{cm}$, $AB = 10\text{cm}$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $R = \frac{7}{2} \text{ cm}.$

B. $R = \frac{85}{2} \text{ cm}.$

C. $R = \frac{7}{4} \text{ cm}.$

D. $R = \frac{85}{8} \text{ cm}.$

Câu 16. Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60 \text{ m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1 \text{ m}$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

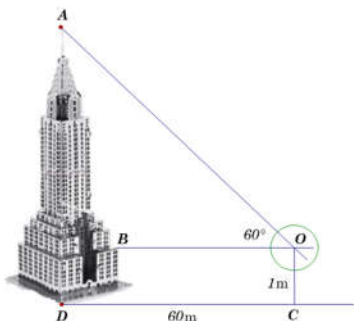
Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào ?

A. $105 \text{ m}.$

B. $110 \text{ m}.$

C. $40 \text{ m}.$

D. $114 \text{ m}.$



Câu 17. Tam giác ABC có $BC = 10$ và $\widehat{A} = 30^\circ$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $R = 10\sqrt{3}.$

B. $R = 10.$

C. $R = \frac{10}{\sqrt{3}}.$

D. $R = 5.$

Câu 18. Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. $90^\circ.$

B. $45^\circ.$

C. $60^\circ.$

D. $30^\circ.$

Câu 19. Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}$. Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho là

A. $r = 3 \text{ cm}.$

B. $r = \sqrt{2} \text{ cm}.$

C. $r = 2 \text{ cm}.$

D. $r = 1 \text{ cm}.$

Câu 20. Tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 45^\circ$ và $AB = 5$. Độ dài cạnh AC là

A. $AC = 5\sqrt{2}.$

B. $AC = 10.$

C. $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$

D. $AC = 5\sqrt{3}.$

Câu 21. Tam giác ABC có $AB = 9 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}$ và $BC = 15 \text{ cm}$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác đã cho là

A. $AM = \frac{13}{2} \text{ cm}.$

B. $AM = 10 \text{ cm}.$

C. $AM = 9 \text{ cm}.$

D. $AM = \frac{15}{2} \text{ cm}.$

Câu 22. Tam giác ABC có $AB = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}, BC = \sqrt{3}, CA = \sqrt{2}$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{A}$.

Khi đó góc $\widehat{ADB}$ bằng

A. $45^\circ.$

B. $60^\circ.$

C. $75^\circ.$

D. $90^\circ.$

Câu 23. Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a là

A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$

B. $r = \frac{a\sqrt{5}}{7}.$

C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$

D. $r = \frac{a\sqrt{2}}{5}.$

Câu 24. Tam giác đều cạnh a nội tiếp trong đường tròn bán kính R . Khi đó bán kính R bằng

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$

Câu 25. Tam giác ABC có $a = 21, b = 17, c = 10$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $S_{\triangle ABC} = 84.$

B. $S_{\triangle ABC} = 48.$

C. $S_{\triangle ABC} = 24.$

D. $S_{\triangle ABC} = 16.$

Câu 26. Tam giác ABC cân tại C , có $AB = 9 \text{ cm}$ và $AC = \frac{15}{2} \text{ cm}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C . Độ dài cạnh AD là

A. $AD = 12\sqrt{2} \text{ cm}.$

B. $AD = 6 \text{ cm}.$

C. $AD = 9 \text{ cm}.$

D. $AD = 12 \text{ cm}.$

Câu 27. Tam giác $A(1;3)$, $B(5;-1)$ có $AB=3$, $AC=6$, $\widehat{BAC}=60^\circ$. Độ dài đường cao h_a của tam giác là

- A. $h_a=3$. B. $h_a=\frac{3}{2}$. C. $h_a=3\sqrt{3}$. D. $h_a=\sqrt{3}$.

Câu 28. Tam giác ABC có $AB=8\text{ cm}$, $AC=18\text{ cm}$ và có diện tích bằng 64 cm^2 . Giá trị $\sin A$ bằng

- A. $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sin A=\frac{3}{8}$. C. $\sin A=\frac{4}{5}$. D. $\sin A=\frac{8}{9}$.

Câu 29. Tam giác $A(1;3)$, $B(5;-1)$ có $AB=3$, $AC=6$, $\widehat{BAC}=60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

- A. $S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$. B. $S_{\triangle ABC}=9\sqrt{3}$. C. $S_{\triangle ABC}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$. D. $S_{\triangle ABC}=9$.

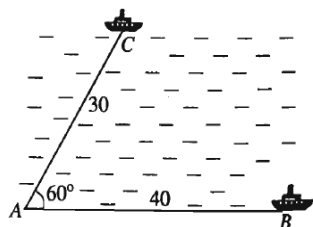
Câu 30. Tam giác ABC có $AB=5$, $AC=8$ và $\widehat{BAC}=60^\circ$. Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho là

- A. $r=1$. B. $r=2$. C. $r=\sqrt{3}$. D. $r=2\sqrt{3}$.

Câu 31. Tam giác MPQ vuông tại P . Trên cạnh MQ lấy hai điểm E, F sao cho các góc $\widehat{MPE}$, $\widehat{EPF}$, $\widehat{FPQ}$ bằng nhau. Đặt $MP=q$, $PQ=m$, $PE=x$, $PF=y$. Trong các hệ thức dưới đây, hệ thức nào đúng?

- A. $ME=EF=FQ$. B. $ME^2=q^2+x^2-xq$.
C. $MF^2=q^2+y^2-yq$. D. $MQ^2=q^2+m^2-2qm$.

Câu 32. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lý một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lý một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý?



Kết quả gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 21 hải lý. B. 18 hải lý.
C. 61 hải lý. D. 36 hải lý.

Câu 33. Tam giác ABC có $a=21$, $b=17$, $c=10$. Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B trên cạnh AC . Độ dài BB' là

- A. $BB'=\frac{168}{17}$. B. $BB'=\frac{84}{17}$. C. $BB'=8$. D. $BB'=\frac{84}{5}$.

Câu 34. Tam giác ABC có $a=21$, $b=17$, $c=10$. Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho là

- A. $r=8$. B. $r=16$. C. $r=7$. D. $r=\frac{7}{2}$.

Câu 35. Tam giác ABC có $AB=3$, $AC=6$ và $\widehat{A}=60^\circ$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. $R=6$. B. $R=3\sqrt{3}$. C. $R=\sqrt{3}$. D. $R=3$.

Câu 36. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh bằng 1 cm và có $\widehat{BAD}=60^\circ$. Độ dài cạnh AC là

- A. $AC=2$. B. $AC=\sqrt{2}$. C. $AC=2\sqrt{3}$. D. $AC=\sqrt{3}$.

Câu 37. Tam giác ABC vuông tại A , có $AB=c$, $AC=b$. Gọi ℓ_a là độ dài đoạn phân giác trong góc $\widehat{BAC}$. Tính ℓ_a theo b và c .

- A. $\ell_a=\frac{2bc}{b+c}$. B. $\ell_a=\frac{\sqrt{2}(b+c)}{bc}$. C. $\ell_a=\frac{\sqrt{2}bc}{b+c}$. D. $\ell_a=\frac{2(b+c)}{bc}$.

Câu 38. Tam giác ABC có $AC=4$, $\widehat{ACB}=60^\circ$. Độ dài đường cao h xuất phát từ đỉnh A của tam giác là

- A. $h=2$. B. $h=4$. C. $h=2\sqrt{3}$. D. $h=4\sqrt{3}$.

Câu 39. Hình bình hành $ABCD$ có $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAD}=45^\circ$. Khi đó hình bình hành có diện tích bằng

A. $a^2\sqrt{3}$.

B. $2a^2$.

C. $a^2\sqrt{2}$.

D. a^2 .

Câu 40. Tam giác ABC có đoạn thẳng nối trung điểm của AB và BC bằng 3, cạnh $AB = 9$ và $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC là

A. $BC = \frac{3+3\sqrt{33}}{2}$.

B. $BC = 3+3\sqrt{6}$.

C. $BC = 3\sqrt{6}-3$.

D. $BC = 3\sqrt{7}$.

Câu 41. Tam giác ABC vuông tại A có đường cao $AH = \frac{12}{5}$ cm và $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $R = 3,5$ cm.

B. $R = 2,5$ cm.

C. $R = 1,5$ cm.

D. $R = 2$ cm.

Câu 42. Tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 8$. Số đo góc $\widehat{A}$ bằng

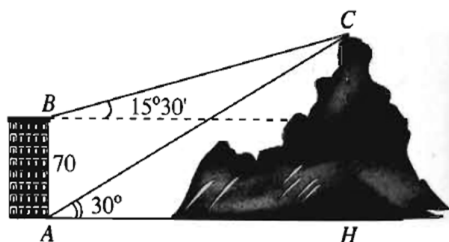
A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Câu 43. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70$ m, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$.



Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 195 m.

B. 234 m.

C. 165 m.

D. 135 m.

Câu 44. Tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 8$. Gọi M là trung điểm của BC . Biết $\cos \widehat{AMB} = \frac{5\sqrt{13}}{26}$ và $AM > 3$. Độ dài cạnh AC là

A. $AC = 7$.

B. $AC = \sqrt{13}$.

C. $AC = \sqrt{7}$.

D. $AC = 13$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

ÔN TẬP CHƯƠNG II

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG

KIẾN THỨC CẦN NẮM

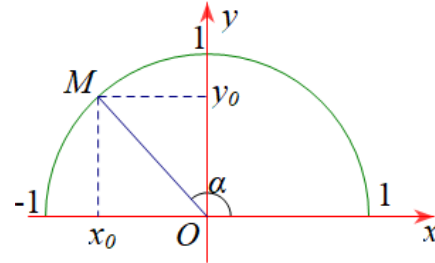
1. Định nghĩa: Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$. Khi đó ta định nghĩa:

- sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$
- cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$
- tan của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$), kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$
- cotan của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$), kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$

Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của góc α .

Chú ý: • Nếu α là góc tù thì $\cos \alpha < 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

- $\tan \alpha$ chỉ xác định khi $\alpha \neq 90^\circ$, $\cot \alpha$ chỉ xác định khi $\alpha \neq 0^\circ$ hoặc $\alpha \neq 180^\circ$

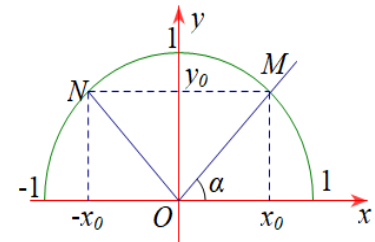


2. Các hệ thức lượng giác

a. Tính chất

- $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lưu ý: Hai góc bù nhau có sin bằng nhau và cosin, tang, cotang đối nhau.



b. Các hệ thức lượng giác cơ bản

Từ định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α ta suy ra các hệ thức:

- ① $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- ② $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ($\alpha \neq 90^\circ$)
- ③ $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ($\alpha \neq 0^\circ; 180^\circ$)
- ④ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
- ⑤ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- ⑥ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

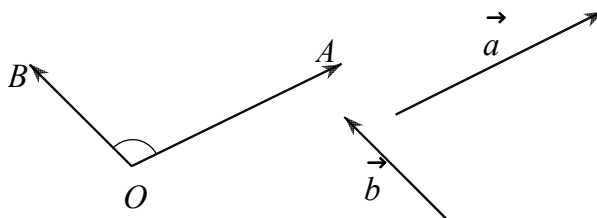
3. Các giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°
HSLG	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	

|| : Không xác định

4. Góc giữa hai vector

Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì, ta vẽ $\vec{OA} = \vec{a}$ và $\vec{OB} = \vec{b}$. Khi đó góc $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Kí hiệu $(\vec{a}, \vec{b})$



Lưu ý: • $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$ • $0^\circ \leq (\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$ • $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

5. Tích vô hướng của hai vector

a. Định nghĩa: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vector $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Trường hợp ít nhất một trong hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng vector $\vec{0}$ ta quy ước $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Chú ý

- Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector $\vec{0}$ ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.
- Khi $\vec{a} = \vec{b}$ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{a}$ được kí hiệu là $\vec{a}^2$ và số này được gọi là bình phương vô hướng của vector $\vec{a}$.

Ta có: $\vec{a}^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}|^2$.

b. Các tính chất của tích vô hướng

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (tính chất phân phối);
- $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $\vec{a}^2 \geq 0, \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$.

Nhận xét. Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vector ta suy ra:

- $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$.

c. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trên mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2.$$

Nhận xét. Hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác vector $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0.$$

d. Ứng dụng**i) Độ dài của vector**

Độ dài của vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

ii) Góc giữa hai vector

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vector ta suy ra nếu $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác $\vec{0}$ thì ta có

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}.$$

iii) Khoảng cách giữa hai điểm

Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

6. Các hệ thức lượng trong tam giác

a. Định lí côsin

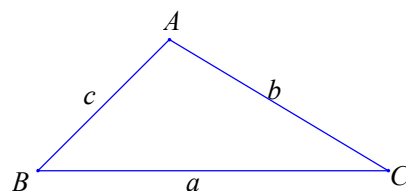
Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$.

Ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A;$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.$$



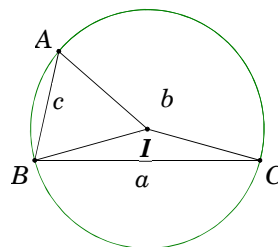
Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

b. Định lí sin

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.

$$\text{Ta có: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

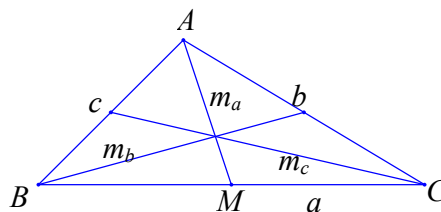


c. Độ dài đường trung tuyến

Cho tam giác ABC có m_a , m_b , m_c lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A , B , C .

Ta có

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}; \quad m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}; \quad m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$



d. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có

- h_a , h_b , h_c là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC , CA , AB ;
- R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;
- r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;
- $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác;
- S là diện tích tam giác, được tính bởi các công thức sau

- ① $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$
 ② $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$
 ③ $S = \frac{abc}{4R}$
 ④ $S = pr$
 ⑤ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (Công thức Hê-rông)

BÀI TẬP

Bài 1. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, cạnh $CA = 8\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$.

- a) Tính cạnh và các góc còn lại. b) Tính diện tích tam giác ABC
 c) Tính độ dài các đường cao trong tam giác ABC d) Tính bán kính R, r của tam giác ABC .

Bài 2. Cho tam giác ABC có $a = 13\text{ cm}$, $b = 14\text{ cm}$, $c = 15\text{ cm}$.

- a) Tính diện tích tam giác ABC b) Góc B nhọn hay tù? Tính góc B
 c) Tính bán kính R, r của tam giác ABC d) Tính $h_a, h_b; m_b, m_c$

Bài 3. Chứng minh rằng diện tích hình bình hành bằng tích hai cạnh liên tiếp với sin của góc xen giữa chúng.

Bài 4. Cho bốn điểm $A(-8;0), B(0;4), C(2;0), D(-3,-5)$. CMR tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong một đường tròn

Bài 5. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 6 cm . Một điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2\text{ cm}$.

- a) Tính độ dài của đoạn thẳng AM và tính cosin của góc $\widehat{BAM}$
 b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM
 c) Tính độ dài trung tuyến vẽ từ đỉnh C của tam giác ACM
 d) Tính diện tích tam giác ABM

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10$, $AC = 4$ và $\hat{A} = 60^\circ$.

- a) Tính chu vi của và $\tan C$ của $\triangle ABC$
 b) Trên tia đối của AB lấy điểm D sao cho $AD = 6$, trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = x$. Tìm x để BE là tiếp tuyến của đường tròn (ADE)

Bài 7. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, $a = 30$, bán kính đường tròn nội tiếp $r = 5\sqrt{3}$.

- a) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R b) Tính độ dài các cạnh b, c

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Chứng các hệ thức sau :

- a) $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ b) $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$
 c) $h_a = 2R \sin B \cdot \sin C$ d) $\sin A = \sin B \cos C + \cos B \sin C$

Bài 9. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông ở A khi và chỉ khi $m_b^2 + m_c^2 = 5m_a^2$.

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ thỏa hệ thức $bc \cos A + ac \cos B + ab \cos C = a^2$. CMR: $\triangle ABC$ vuông.

Bài 11. Chứng minh rằng: Nếu $\triangle ABC$ thỏa hệ thức $\sin A = 2 \sin B \cos C$ thì $\triangle ABC$ cân.

Bài 12. CMR trong tam giác ABC , ta có:

- a) $b^2 - c^2 = a(b \cos C - c \cos B)$ b) $(b^2 - c^2) \cos A = a(c \cos C - b \cos B)$

Bài 13. Cho $\triangle ABC$ có $BC = 12$, $CA = 13$, trung tuyến $AM = 8$. Tính diện tích và góc B của $\triangle ABC$.

Bài 14. Trong $\triangle ABC$. Tính A, B, C, R và m_a trong các trường hợp sau:

- a) $A = 60^\circ, b = 8, c = 5$ b) $a = 21, b = 17, c = 10$
 c) $a = \sqrt{6}, b = 2, c = 1 + \sqrt{3}$ d) $a = 2\sqrt{3}, b = 2\sqrt{2}, c = \sqrt{6}$

Bài 15. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

$$\begin{aligned} A &= 2 \sin 30^\circ + 3 \cos 45^\circ - \sin 60^\circ & B &= 2 \cos 45^\circ + 3 \sin 60^\circ - \cos 60^\circ \\ C &= \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ & D &= 3 \sin 90^\circ + 2 \cos 0^\circ - 3 \cos 60^\circ + 10 \cos 180^\circ \end{aligned}$$

$$E = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 140^\circ + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$$

Bài 16. Tính giá trị các biểu thức lượng giác sau:

a) $A = \sin x + \cos x \tan x$, biết $\cos x = \frac{1}{2}$ b) $B = (\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)$, biết $\tan x = 2$

c) $C = \frac{\cot x}{\cot x - \tan x}$, biết $\sin x = \frac{3}{5}$, ($0^\circ < x < 90^\circ$) d) $D = \frac{1 + \tan a}{1 - \tan a}$, biết $\cos a = -\frac{3}{5}$, ($90^\circ < a < 180^\circ$)

e) $E = \frac{1}{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x}$, biết $\tan x = \frac{1}{4}$

f) $F = \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha + \frac{1}{2} \tan(\alpha + 15^\circ) + 2 \cos 6\alpha$ biết $\alpha = 30^\circ$

Bài 17. Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$.

a) Chứng minh: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$

b) Cho $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 8$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, suy ra giá trị của góc A .

Bài 18. Cho tam giác ABC có $AB = a$, $AC = 2a$ và $BC = a\sqrt{7}$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, rồi suy ra $\widehat{BAC}$

Bài 19. Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $BC = 8$, $CA = 6$.

a) Tính $\cos A$, góc A nhọn hay tù ?

b) Gọi G là trọng tâm tam giác. Tính AG .

Bài 20. Cho các điểm $A(2;3)$, $B(9;4)$, $M(5;y)$ và $P(x;2)$

a) Tìm y để tam giác AMB vuông tại M

b) Tìm x sao cho ba điểm A , P và B thẳng hàng

Bài 21. Trong mp Oxy cho điểm $A(-2;1)$. Gọi B là điểm đối xứng với điểm A qua gốc tọa độ O .

Tìm tọa độ điểm C có tung độ bằng 2 sao cho $\triangle ABC$ vuông ở C .

Bài 22. Trong mp Oxy cho hai điểm $A(-3;2)$ và $B(4;3)$. Tìm tọa độ của :

a) Điểm M trên trục Ox sao cho tam giác MAB vuông tại M

b) Điểm N trên trục Oy sao cho $NA = NB$.

Bài 23. Trong mp Oxy cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;0)$ là hai đỉnh của hình vuông $ABCD$.

Tìm tọa độ của đỉnh C và D .

Bài 24. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A , trung điểm của BC là $M(1;-1)$ và trọng tâm $G\left(\frac{2}{3};0\right)$.

Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của $\triangle ABC$

Bài 25. Cho tam giác ABC có $A(-1;2)$, $B(2;0)$ và $C(-3;1)$. Xác định tâm I đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

Bài 26. Cho tam giác ABC có $C(-2;-4)$ và trọng tâm $G(0;4)$ biết $M(2;0)$ là trung điểm của BC .

Hãy tìm tọa độ của A, B và xác định tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$

Bài 27. Trong mp Oxy cho $A(1;-2)$ và $B(-3;3)$. Tìm điểm $C(x;x+2)$ để $\triangle ABC$ vuông tại C .

Bài 28. Cho tam giác ABC biết $c = 35\text{cm}$, $\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{C} = 120^\circ$. Tính $a, b, \hat{B}$.

Bài 29. Cho tam giác ABC biết $a = 7\text{cm}$, $b = 23\text{cm}$, $\hat{C} = 130^\circ$. Tính $c, \hat{A}, \hat{B}$

Bài 30. Cho tam giác ABC biết $a = 14\text{cm}$, $b = 18\text{cm}$, $c = 20\text{cm}$. Tính $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho tam giác đều cạnh bằng $3a$. Gọi H là trung điểm BC , M là điểm trên đoạn BC và

$BM = a$. Giá trị $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AM}$ bằng

- A. $9a^2$. B. $\frac{27a^2}{2}$. C. $\frac{3a^2}{2}$. D. $\frac{9a^2}{2}$.

Câu 2. Trong tam giác ABC , cho $\vec{a} = (3;4)$, $\vec{b} = (4;-3)$. Kết luận nào sau đây là Sai ?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$. D. $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $A(10;5), B(3;2)$ và $C(6;-5)$. Khẳng định nào sau đây là **Đúng** ?

- A. $\triangle ABC$ là tam giác đều. B. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại B .
C. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại A . D. $\triangle ABC$ là tam giác có góc tù tại A .

Câu 4. Tìm khẳng định **Sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$. B. $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$. C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. D. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$.

Câu 5. Tam giác ABC vuông ở A và có góc $\hat{B} = 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là **Sai** ?

- A. $\cos C = \frac{1}{2}$. B. $\sin B = \frac{1}{2}$. C. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = 8\text{cm}, AC = 18\text{cm}$ và có diện tích bằng 64cm^2 . Giá trị $\sin A$ bằng

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **Sai**?

- A. $\tan \alpha = -\tan \beta$. B. $\cot \alpha = \cot \beta$. C. $\sin \alpha = \sin \beta$. D. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Câu 8. Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 3, BC = 4$. Trong các đáp số sau, đáp số nào **Sai** ?

- A. Đường cao $AH = \frac{3\sqrt{15}}{16}$. B. Trung tuyến $AM = \frac{\sqrt{10}}{2}$.
C. $\cos A = -\frac{1}{4}$. D. $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , có tâm O . Giá trị của $\vec{AO} \cdot \vec{AB}$ bằng

- A. $-\frac{a^2}{4}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. $-\frac{a^2}{2}$. D. $\frac{a^2}{4}$.

Câu 10. Cho $\triangle ABC$ thỏa $b + c = 2a$. Khẳng định nào sau đây là **Đúng** ?

- A. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. B. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.
C. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$. D. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}, BC = 7\text{cm}, CA = 9\text{cm}$. Giá trị $\cos A$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 12. Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 13. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều MNP . Góc giữa hai vector nào sau đây bằng 120° ?

- A. $(\vec{MN}, \vec{MP})$. B. $(\vec{MN}, \vec{NP})$. C. $(\vec{MO}, \vec{ON})$. D. $(\vec{MN}, \vec{OP})$.

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 30\text{cm}$. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G . Diện tích GFC bằng

- A. $15\sqrt{105}\text{ cm}^2$. B. $50\sqrt{2}\text{ cm}^2$. C. 75 cm^2 . D. 50 cm^2 .

Câu 15. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là **Sai** ?

- A. $\tan \alpha = \cot \beta$ B. $\cos \alpha = \sin \beta$ C. $\cot \alpha = \tan \beta$ D. $\sin \alpha = -\cos \beta$

Câu 16. Trong tam giác ABC . Giá trị $\cos B$ bằng

- A. $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. B. $\sqrt{1 - \sin^2 B}$. C. $\cos(A + C)$. D. $\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$.

Câu 17. Cho M, N, P, Q là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **Sai** ?

- A. $(\vec{MN} + \vec{PQ})(\vec{MN} - \vec{PQ}) = MN^2 - PQ^2$. B. $\vec{MP} \cdot \vec{MN} = -\vec{MN} \cdot \vec{MP}$.
C. $\vec{MN} \cdot \vec{PQ} = \vec{PQ} \cdot \vec{MN}$. D. $\vec{MN} \cdot (\vec{NP} + \vec{PQ}) = \vec{MN} \cdot \vec{NP} + \vec{MN} \cdot \vec{PQ}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC , có các cạnh $BC = a, CA = b, AB = c$. Khi đó, khẳng định **Đúng** là:

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$.

Câu 19. Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$ hai điểm A, B di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 1$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng

- A. 2. B. 1,5. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho tam giác DEF có $DE = DF = 10\text{cm}$ và $EF = 12\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của cạnh EF . Đoạn thẳng DI có độ dài bằng

- A. 6,5 cm. B. 7 cm. C. 8 cm. D. 4 cm.

Câu 21. Tam giác có ba cạnh là 6, 10, và 8. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng:

- A. 1. B. 4. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Câu 22. Tam giác đều ABC có đường cao AH . Khẳng định nào sau đây là **Đúng**?

- A. $\sin \widehat{AHC} = \frac{1}{2}$. B. $\sin \widehat{BAH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \widehat{BAH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sin \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 23. Trong tam giác ABC . Độ dài đường trung tuyến m_c là:

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{2(b^2 + a^2) - c^2}$. B. $\sqrt{\frac{b^2 + a^2 - c^2}{4}}$.
C. $\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2}$. D. $\sqrt{\frac{b^2 + a^2}{2} + \frac{c^2}{4}}$.

Câu 24. Cho α và β là hai góc nhọn trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là **Sai**?

- A. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$. B. $\cos \alpha < \cos \beta$.
C. $\sin \alpha < \sin \beta$. D. $\sin \beta = \cos \alpha \Leftrightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$.

Câu 25. Cho α là góc tù. Khẳng định nào sau đây là **Đúng**?

- A. $\tan \alpha < 0$ B. $\cot \alpha > 0$ C. $\sin \alpha < 0$ D. $\cos \alpha > 0$

Câu 26. Cho tam giác ABC có $A(-1;1), B(1;3)$ và $C(1;-1)$. Trong các khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\triangle ABC$ có ba cạnh bằng nhau. B. $\triangle ABC$ có ba góc đều nhọn
C. $\triangle ABC$ cân tại B . D. $\triangle ABC$ vuông cân tại A .

Câu 27. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **Đúng**?

- A. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. B. $\sin(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.
C. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. D. $\cos(90^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $BC = 10$, $\widehat{A} = 60^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ bằng

- A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$. B. $10\sqrt{3}$. C. 5. D. 10.

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAD} = 45^\circ$. Diện tích của hhh $ABCD$ bằng

- A. $2a^2$ (đvdt). B. $a^2\sqrt{2}$ (đvdt). C. a^2 (đvdt). D. $a^2\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 30. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn bán kính $R = 8$. Diện tích của $\triangle ABC$ là:

- A. $24\sqrt{3}$ (đvdt). B. 30 (đvdt). C. 26 (đvdt). D. $26\sqrt{2}$ (đvdt).

Câu 31. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào không **Đúng**?

- A. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$. B. $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha = 1$.
C. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$. D. $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Câu 32. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Hệ thức liên hệ giữa ba đường trung tuyến AD, BE và CF là:

- A. $2BE^2 + 3CF^2 = 5AD^2$. B. $3BE^2 + 2CF^2 = 5AD^2$.
C. $BE^2 + CF^2 = 5AD^2$. D. $BE^2 + CF^2 = 3AD^2$.

Câu 33. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **Đúng**?

- A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$. B. $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.

C. $\cos 90^{\circ}30' > \cos 100^{\circ}$.

D. $\cos 150^{\circ} > \cos 120^{\circ}$.

Câu 34. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^{\circ}$, $\hat{C} = 45^{\circ}$ và $AB = 5$. Độ dài cạnh AC là:

A. 10.

B. $5\sqrt{3}$.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$.

Câu 35. Cho hai điểm $M(1; -2)$ và $N(-3; 4)$. Khoảng cách giữa hai điểm M và N là bằng

A. $2\sqrt{13}$.

B. 6.

C. $3\sqrt{6}$.

D. 4.

Câu 36. Trong các khẳng định sau, Khẳng định nào sau đây là **Đúng** ?

A. $\tan \alpha = \tan(180^{\circ} - \alpha)$.

B. $\cot \alpha = \cot(180^{\circ} - \alpha)$.

C. $\sin \alpha = \sin(180^{\circ} - \alpha)$.

D. $\cos \alpha = \cos(180^{\circ} - \alpha)$.

Câu 37. Cho tam giác ABC , có các cạnh $BC = a, CA = b, AB = c$. Mệnh đề nào sau đây là **Đúng** ?

A. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc $\hat{A} = 90^{\circ}$.

B. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A tù.

C. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A nhọn.

D. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A nhọn.

Câu 38. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **Sai**?

A. $\sin 60^{\circ} = \cos 120^{\circ}$.

B. $\cos 45^{\circ} = \sin 135^{\circ}$.

C. $\cos 30^{\circ} = \sin 120^{\circ}$.

D. $\cos 45^{\circ} = \sin 45^{\circ}$.

Câu 39. Gọi S là diện tích tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là **Đúng** ?

A. $S = ab \sin C$.

B. $S = \frac{1}{2} ab \cos C$.

C. $S = \frac{abc}{4R}$.

D. $S = ah_a$.

Câu 40. Cho tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 5, 12 và 13. Diện tích của tam giác ABC là:

A. 30(đvdt).

B. $20\sqrt{2}$ (đvdt).

C. $10\sqrt{3}$ (đvdt).

D. 20(đvdt).

Câu 41. Cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$. Giá trị của $\overline{AB}^2$ bằng

A. $6\sqrt{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. $4\sqrt{2}$.

Câu 42. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **Sai** ?

A. $\sin 180^{\circ} + \cos 180^{\circ} = -1$.

B. $\sin 60^{\circ} + \cos 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$.

C. $\sin 0^{\circ} + \cos 0^{\circ} = 0$.

D. $\sin 90^{\circ} + \cos 90^{\circ} = 1$.

Câu 43. Nếu tam giác MNP có $MP = 5, PN = 8$ và $\widehat{MPN} = 120^{\circ}$ thì độ dài cạnh MN (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là :

A. 12,0.

B. 11,4.

C. 12,4.

D. 7,0.

Câu 44. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng và đều khác vectơ không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng ?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Câu 45. Cho hai vectơ $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (1; 7)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90°

Câu 46. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **Đúng** ?

A. $\vec{a} = \pm |\vec{a}|$.

B. $\sqrt{\vec{a}^2} = |\vec{a}|$.

C. $\sqrt{\vec{a}^2} = \vec{a}$.

D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 47. Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$, nội tiếp đường tròn bán kính R . Khi đó R là:

A. $R = a\sqrt{3}$.

B. $R = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

C. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48. Trong mp Oxy cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0)$ và $\vec{c} = (\alpha; \beta)$. Nếu $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 3$ thì :

A. $\alpha = 1; \beta = -\frac{1}{2}$.

B. $\alpha = -1; \beta = \frac{1}{2}$.

C. $\alpha = 1; \beta = \frac{1}{2}$.

D. $\alpha = -1; \beta = -\frac{1}{2}$.

Câu 49. Tam giác ABC vuông ở A có góc $\hat{B} = 50^{\circ}$. Khẳng định nào sau đây là **Sai** ?

- A.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. **B.** $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. **C.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. **D.** $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$.

Câu 50. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **Đúng** ?

- A.** $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Câu 51. Cho tam giác ABC có $AB = 9\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$, $CA = 12\text{cm}$. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là :

- A.** $7,5\text{cm}$. **B.** 10cm . **C.** 9cm . **D.** 8cm .

Câu 52. Trong mp Oxy cho $\vec{a} = (9; 3)$. Vectơ nào dưới đây không vuông góc với vectơ $\vec{a}$?

- A.** $\vec{t} = (1; 3)$. **B.** $\vec{s} = (-1; 3)$. **C.** $\vec{u} = (1; -3)$. **D.** $\vec{v} = (2; -6)$.

Câu 53. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2a$. Đường trung tuyến BM có độ dài bằng

- A.** $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $3a$. **D.** $2a\sqrt{2}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75

GV. Lư Sĩ Pháp