CHỦ ĐỀ 4. | **SỐ PHỨC**

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

1. Khái niệm số phức

- Tập hợp số phức: $\mathbb{C}$.
- Số phức (dạng đại số): $z = a + bi$. Trong đó
  - $a,\ b \in \mathbb{R}$; a là phần thực, b là phần ảo.
  - i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.
- z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 $(b = 0)$.
- z là số ảo (hay còn gọi là thuần ảo) $\Leftrightarrow$ phần thực bằng 0 $(a = 0)$.

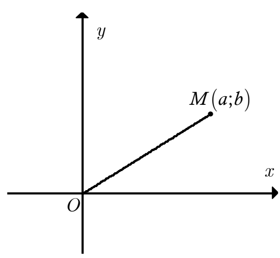
Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.

2. Hai số phức bằng nhau

Hai số phức $z_1 = a + bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$ và $z_2 = c + di$ $(c;\ d \in \mathbb{R})$ được gọi là bằng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$. Khi đó ta viết $z_1 = z_2$.

3. Biểu diễn hình học số phức

Số phức $z = a + bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$ hay bởi $\vec{u} = (a;b)$ trong mặt tọa độ.



4. Phép cộng và phép trừ số phức

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$ và $z_2 = c + di$ $(c;\ d \in \mathbb{R})$. Khi đó

- $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$.
- $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$.
- Số đối của số phức $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$.

5. Phép nhân số phức

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$ và $z_2 = c + di$ $(c;\ d \in \mathbb{R})$. Khi đó

$$z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Nhận xét. Với mọi số thực k và mọi số phức $z = a + bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$, ta có

$$k.z = k.(a + bi) = ka + kbi.$$

Đặc biệt: $0.z = 0$ với mọi số phức z.

6. Số phức liên hợp

Số phức liên hợp của $z = a + bi \ (a;\ b \in \mathbb{R})$ là $\overline{z} = a - bi$.

Một số tính chất:

- $\overline{\overline{z}} = z$; $\overline{z \pm z'} = \overline{z} \pm \overline{z'}$; $\overline{z.z'} = \overline{z}.\overline{z'}$; $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$; $z.\overline{z} = a^2 + b^2$.
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \overline{z}$; z là số ảo $z = -\overline{z}$.

7. Môđun của số phức

Môđun của số phức $z = a + bi \ (a;\ b \in \mathbb{R})$ là số thực không âm $\sqrt{a^2 + b^2}$ và được kí hiệu là

$$\boxed{|z| = \sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Một số tính chất:

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\overline{z}} = |\overrightarrow{OM}|$ hay $|z|^2 = z.\overline{z}$.
- $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$; $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$.
- $|z.z'| = |z|.|z'|$.
- $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$.
- $\big||z| - |z'|\big| \leq |z \pm z'| \leq |z| + |z'|$.

8. Chia hai số phức

Số phức nghịch đảo của z khác 0 là số $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\overline{z}$.

Phép chia hai số phức z' và $z \neq 0$ là $\dfrac{z'}{z} = z'z^{-1} = \dfrac{z'.\overline{z}}{|z|^2} = \dfrac{z'.\overline{z}}{z.\overline{z}}$.

9. Lũy thừa đơn vị ảo i

$i^0 = 1,\quad i^1 = i,\quad i^2 = -1,\quad i^3 = i^2.i = -i$,..., bằng quy nạp ta được:

$i^{4n} = 1,\quad i^{4n+1} = i,\quad i^{4n+2} = -1,\quad i^{4n+3} = -i,\quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó: $i^n \in \{-1; 1; -i; i\}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

10. Phương trình bậc hai với hệ số thực

a. Căn bậc hai của số thực âm

Tương tự căn bậc hai của một số thực dương, từ đẳng thức $i^2 = -1$, ta nói i là một căn bậc hai của -1; $-i$ cũng là một căn bậc hai của -1, vì $(-i)^2 = -1$. Từ đó, ta xác định được căn bậc hai của các số thực âm, chẳng hạn:

Căn bậc hai của -2 là $\pm i\sqrt{2}$, vì $\left(\pm i\sqrt{2}\right)^2 = -2$.

Căn bậc hai của -3 là $\pm i\sqrt{3}$, vì $\left(\pm i\sqrt{3}\right)^2 = -3$.

Căn bậc hai của -4 là $\pm 2i$, vì $(\pm 2i)^2 = -4$.

Tổng quát, các căn bậc hai của số thực a âm là $\pm i\sqrt{|a|}$.

b. Phương trình bậc hai với hệ số thực

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$.

Xét biệt số $\Delta = b^2 - 4ac$ của phương trình. Ta thấy:

• Khi $\Delta = 0$, phương trình có một nghiệm thực $x = -\dfrac{b}{2a}$;

• Khi $\Delta > 0$, có hai căn bậc hai (thực) của Δ là $\pm\sqrt{\Delta}$ và phương trình có hai nghiệm thực phân biệt, được xác định bởi công thức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$;

• Khi $\Delta < 0$ phương trình không có nghiệm thực vì không tồn tại căn bậc hai thực của Δ. Tuy nhiên, trong trường hợp $\Delta < 0$, nếu xét trong tập hợp số phức, ta vẫn có hai căn bậc hai thuần ảo của Δ là $\pm i\sqrt{|\Delta|}$. Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức được xác định bởi công thức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHẦN THỰC – PHẦN ẢO

Câu 1. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 2. Cho số phức $z = a + bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^2.

A. Phần thực bằng $a^2 + b^2$ và phần ảo bằng $2a^2b^2$.

B. Phần thực bằng $a^2 - b^2$ và phần ảo bằng $2ab$.

C. Phần thực bằng $a + b$ và phần ảo bằng a^2b^2.

D. Phần thực bằng $a - b$ và phần ảo bằng ab.

Câu 3. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z = -2 + 3i$. **B.** $z = 3i$. **C.** $z = -2$. **D.** $z = \sqrt{3} + i$.

Câu 4. Kí hiệu a, b là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tính $P = ab$.

A. $P = 6\sqrt{2}i$. **B.** $P = 6\sqrt{2}$. **C.** $P = -6\sqrt{2}i$. **D.** $P = -6\sqrt{2}$.

Câu 5. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = i(1 - i)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a = 1,\ b = i$. **B.** $a = 1,\ b = 1$. **C.** $a = 1,\ b = -1$. **D.** $a = 1,\ b = -i$.

Câu 6. Tính tổng T của phần thực và phần ảo của số phức $z=\left(\sqrt{2}+3i\right)^2$.

A. $T=11$. B. $T=11+6\sqrt{2}$. C. $T=-7+6\sqrt{2}$. D. $T=-7$.

Câu 7. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=4-3i+(1-i)^3$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-5i$.

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-7i$.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -5.

D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $5i$.

Câu 8. Tìm các giá trị của tham số thực m để số phức $z=\left(m^2-1\right)+(m+1)i$ là số thuần ảo.

A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=\pm1$. D. $m=0$.

Câu 9. Tìm các giá trị của tham số thực x, y để số phức $z=(x+iy)^2-2(x+iy)+5$ là số thực.

A. $x=1$ và $y=0$. B. $x=-1$.

C. $x=1$ hoặc $y=0$. D. $x=1$.

Câu 10. Cho số phức $z=a+bi$. Khi z^3 là một số thực, khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $b=0$ và a bất kì hoặc $b^2=3a^2$. B. $b=3a$.

C. $b^2=5a^2$. D. $a=0$ và b bất kì hoặc $b^2=a^2$.

Vấn đề 2. HAI SỐ PHỨC BẰNG NHAU

Câu 11. Cho hai số phức $z_1=a+bi\ (a;b\in\mathbb{R})$ và $z_2=2017-2018i$. Biết $z_1=z_2$, tính tổng $S=a+2b$.

A. $S=-1$. B. $S=4035$. C. $S=-2019$. D. $S=-2016$.

Câu 12. Cho hai số phức $z=(2x+3)+(3y-1)i$ và $z'=3x+(y+1)i$. Khi $z=z'$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $x=-\dfrac{5}{3}; y=0$. B. $x=-\dfrac{5}{3}; y=\dfrac{4}{3}$.

C. $x=3; y=1$. D. $x=1; y=3$.

Câu 13. Biết rằng có duy nhất một cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y)+(x-y)i=5+3i$. Tính $S=x+y$.

A. $S=5$. B. $S=3$. C. $S=4$. D. $S=6$.

Câu 14. Tìm tất cả các số thực $x;\ y$ thỏa mãn $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i$.

A. $x=1; y=-1$. B. $x=1; y=1$. C. $x=-1; y=1$. D. $x=-1; y=-1$.

Câu 15. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x+3+(1-2y)i=2(2-i)-3yi+x$. Tính giá trị của biểu thức $P=x^2-3xy-y$.

A. $P=13$. B. $P=-3$. C. $P=11$. D. $P=-12$.

Câu 16. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 - 2017). Tìm tất cả các số thực $x;\ y$ sao cho $x^2-1+yi=-1+2i$

A. $x=0; y=2$. B. $x=\sqrt{2}; y=-2$. C. $x=\sqrt{2}; y=2$. D. $x=-\sqrt{2}; y=2$.

Câu 17. Tìm tất cả các số thực $x,\ y$ thỏa mãn $x^2+y-(2y+4)i=2i$.

A. $(x;y)=(\sqrt{3};-3)$ hoặc $(x;y)=(-\sqrt{3};3)$.

B. $(x;y)=(\sqrt{3};3)$ hoặc $(x;y)=(\sqrt{3};-3)$.

C. $(x;y)=(\sqrt{3};-3)$ hoặc $(x;y)=(-\sqrt{3};-3)$.

D. $(x;y)=(\sqrt{3};3)$ hoặc $(x;y)=(-\sqrt{3};-3)$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=a+bi\ (a;b\in\mathbb{R})$ và $z_2=3-4i$. Biết $z_1=z_2^2$, tính $P=ab$.

A. $P=168$. **B.** $P=-600$. **C.** $P=31$. **D.** $P=-12$.

Câu 19. Cho số phức $z=x+iy$ thỏa mãn $z^2=-8+6i$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\begin{cases}x^2-y^2=-8\\xy=3\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x^4+8x^2-9=0\\y=\dfrac{3}{x}\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$.

D. $x^2+y^2+2xy=-8+6i$.

Câu 20. Với $x,\ y$ là hai số thực thỏa mãn $x(3+5i)+y(1-2i)^3=9+14i$. Tính giá trị của biểu thức $P=2x-3y$.

A. $P=\dfrac{205}{109}$.

B. $P=\dfrac{353}{61}$.

C. $P=\dfrac{172}{61}$.

D. $P=\dfrac{94}{109}$.

Vấn đề 3. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC SỐ PHỨC

Câu 21. Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là:

A. $(2;3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 22. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q(1;2)$. **B.** $N(2;1)$. **C.** $M(1;-2)$ **D.** $P(-2;1)$.

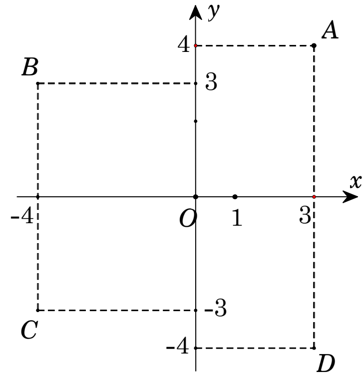
Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ (hình vẽ bên), số phức $z=3-4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm $A,\ B,\ C,\ D$?

A. Điểm A.

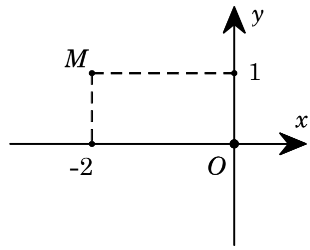
B. Điểm B.

C. Điểm C.

D. Điểm D.



Câu 25. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ ?



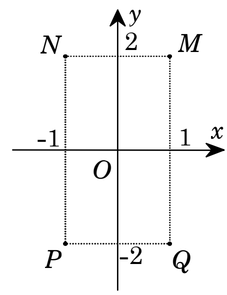
A. $z_4 = 2 + i.$

B. $z_2 = 1 + 2i.$

C. $z_3 = -2 + i.$

D. $z_1 = 1 - 2i.$

Câu 26. Giả sử M, N, P, Q được cho ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 trên mặt phẳng tọa độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



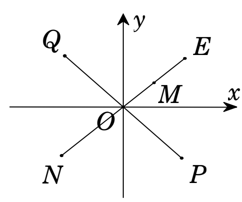
A. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = 2 + i.$

B. Điểm Q là điểm biểu diễn số phức $z_4 = -1 + 2i.$

C. Điểm N là điểm biểu diễn số phức $z_2 = 2 - i.$

D. Điểm P là điểm biểu diễn số phức $z_3 = -1 - 2i.$

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q.

C. Điểm E. **D.** Điểm P.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;-3)$. Điểm C thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. Khi đó, số phức được biểu diễn bởi điểm C là:

A. $z = -3 - 4i$. **B.** $z = 4 - 3i$. **C.** $z = -3 + 4i$. **D.** $z = 4 + 3i$.

Câu 29. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 6i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -1 - 6i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 30. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2 + 5i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 31. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 4 - 7i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -4 + 7i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D.Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 32. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = 2 + 3i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của các số phức $z = 3 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình nào trong các phương trình sau:

A. $x = 3$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = x$. **D.** $y = x + 3$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức $z = a + a^2 i$ với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn số phức z nằm trên trên đường có phương trình nào trong các phương trình sau:

A. Parabol $x = y^2$. **B.** Parabol $y = -x^2$.

B. Đường thẳng $y = 2x$. **D.** Parabol $y = x^2$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ, cho ba điểm A, B, M lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $-4,\ 4i,\ x + 3i$. Với giá trị thực nào của x thì A, B, M thẳng hàng?

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 36. Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng tọa độ theo thứ tự biểu diễn lần lượt các số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = 3 + i$ và $z_3 = 2i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng. **B.** Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC cân tại A. **D.** Tam giác ABC là tam giác vuông cân.

Câu 37. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = -3 - 2i$; $z_3 = 4 + i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng. **B.** Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC cân tại B. **D.** Tam giác ABC là tam giác vuông cân.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ, ba điểm A, B, C lần lượt biểu diễn cho ba số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = (1 + i)^2$ và $z_3 = a - i\ (a \in \mathbb{R})$. Tìm a để tam giác ABC vuông tại B.

A. $a = -3$. **B.** $a = -2$. **C.** $a = 3$. **D.** $a = 4$.

Câu 39. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là ba đỉnh của tam giác đều có phương trình đường tròn ngoại tiếp $(x + 2017)^2 + (y - 2018)^2 = 1$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2 + z_3$ bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 40. Cho tam giác ABC có ba đỉnh A, B, C lần lượt là biểu diễn hình học của các số phức $z_1 = 2 - i,\ z_2 = -1 + 6i,\ z_3 = 8 + i$. Số phức z_4 có điểm biểu diễn hình học là trọng tâm của tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z_4| = 5.$ **B.** $z_4 = 3 - 2i.$ **C.** $(z_4)^2 = 13 + 12i.$ **D.** $\overline{z}_4 = 3 - 2i.$

Vấn đề 4. PHÉP CỘNG – PHÉP TRỪ HAI SỐ PHỨC

Câu 41. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i.$ Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 7 - 4i.$ **B.** $z = 2 + 5i.$ **C.** $z = -2 + 5i.$ **D.** $z = 3 - 10i.$

Câu 42. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$, biết rằng $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$.

A. $w = -3 - 4i$. **B.** $w = -3 + 8i$. **C.** $w = 3 - i$. **D.** $w = 5 + 8i$.

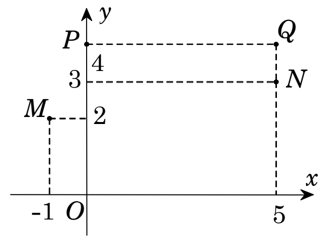
Câu 43. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần ảo a của số phức $z = 3z_1 - 2z_2$.

A. $a=11$.　　**B.** $a=12$.　　**C.** $a=-1$.　　**D.** $a=-12$.

Câu 44. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=-3+i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $M(2;-5)$.　　**B.** $N(4;-3)$.　　**C.** $P(-2;-1)$.　　**D.** $Q(-1;7)$.

Câu 45. Gọi $A(3;1)$, $B(2;3)$ lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1 và z_2. Trong hình vẽ bên điểm nào trong các điểm M, N, P, Q biểu diễn số phức z, biết rằng $z_1+z=z_2$.



A. M.　　**B.** N.

C. P.　　**D.** Q.

Vấn đề 5. NHÂN HAI SỐ PHỨC

Câu 46. Cho hai số phức $z_1=2017-i$ và $z_2=2-2016i$. Tìm số phức $z=z_1.z_2$.

A. $z=2017-4066274i$.　　**B.** $z=2018+4066274i$.

C. $z=2018-4066274i$.　　**D.** $z=2016-4066274i$.

Câu 47. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=2z_1z_2$ với $z_1=3-4i$ và $z_2=-i$. Tính tổng $S=a-b+2$.

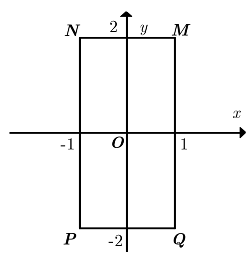
A. $S=1$.　　**B.** $S=4$.　　**C.** $S=0$.　　**D.** $S=16$.

Câu 48. Phân tích $z=27+i$ về dạng tích của hai số phức. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z=(3+i)(8+3i)$.　　**B.** $z=(3-i)(8+3i)$.

C. $z=\frac{1}{2}(3-i)(8-3i)$.　　**D.** $z=-\frac{1}{2}(3-i)(8+3i)$.

Câu 49. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?



A. Điểm P.　　**B.** Điểm Q.

C. Điểm M.　　**D.** Điểm N.

Câu 50. Cho hai số phức $z=m+3i$ và $z'=2-(m+1)i$. Tìm các giá trị của tham số thực m để $z.z'$ là số thực.

A. $m=2$ hoặc $m=-3$.　　**B.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

C. $m=1$ hoặc $m=6$.　　**D.** $m=-1$ hoặc $m=6$.

Vấn đề 6. SỐ PHỨC LIÊN HỢP

Câu 51. Tìm số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z=a+bi$.

A. $\overline{z}=-a+bi$.　　**B.** $\overline{z}=b-ai$.　　**C.** $\overline{z}=-a-bi$.　　**D.** $\overline{z}=a-bi$.

Câu 52. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 53. Cho số phức $z=1-2i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức liên hợp của số phức z.

A. $M_1(1;2)$. **B.** $M_2(-1;2)$. **C.** $M_3(-1;-1)$. **D.** $M_4(1;-2)$.

Câu 54. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\overline{z}=3-i$. **B.** $\overline{z}=-3+i$. **C.** $\overline{z}=3+i$. **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Câu 55. (ĐỀ MINH HỌA 2016 - 2017) Cho số phức $z=2+5i.$ Tìm số phức $w=iz+\overline{z}.$

A. $w=7-3i.$ **B.** $w=-3-3i.$ **C.** $w=3+7i.$ **D.** $w=-7-7i.$

Câu 56. Cho hai số phức $z_1=3+4i$, $z_2=4-3i$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z_1=\overline{z}_2.$ **B.** $z_1=-\overline{z}_2.$ **C.** $z_1=-i.z_2.$ **D.** $z_1=i.z_2.$

Câu 57. Cho số phức $z\neq 0$ và là một số thuần ảo. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z=i.\overline{z}$. **B.** $z=-i.\overline{z}.$ **C.** $z=\overline{z}.$ **D.** $z=-\overline{z}.$

Câu 58. Cho số phức $z\neq 0$ và $z\neq\overline{z}.$ Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z và $\overline{z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

B. A, B đối xứng nhau qua trục hoành.

C. A, B đối xứng nhau qua trục tung.

D. A, B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 59. Cho số phức z tùy ý và hai số phức $\alpha=z^2+(\overline{z})^2$, $\beta=z.\overline{z}+i(z-\overline{z})$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. α, β là các số thực. **B.** α, β là các số thuần ảo.

C. α là số thực, β là số thuần ảo. **D.** α là số thuần ảo, β là số thực.

Câu 60. Cho số phức $z=5-3i$. Tìm phần thực a của số phức $1+\overline{z}+(\overline{z})^2$.

A. $a=-22.$ **B.** $a=22.$ **C.** $a=-33.$ **D.** $a=33.$

Câu 60. Ta có $z=5-3i\longrightarrow\overline{z}=5+3i$.

Câu 61. Cho số phức z thỏa $\overline{z}=\left(i+\sqrt{2}\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)$. Tìm phần ảo b của số phức z.

A. $b=2$. **B.** $b=-2$. **C.** $b=-\sqrt{2}$. **D.** $b=\sqrt{2}$.

Câu 62. Cho hai số phức $z_1=4-3i+(1-i)^3$ và $z_2=7+i$. Tìm phần thực a của số phức $w=2\overline{z_1 z_2}.$

A. $a=9$. **B.** $a=2$. **C.** $a=18$. **D.** $a=-74$.

Câu 63. Cho số phức z thỏa mãn $z+2.\overline{z}=6-3i$. Tìm phần ảo b của số phức $z.$

A. $b=3$. **B.** $b=-3$. **C.** $b=3i$. **D.** $b=2$.

Câu 64. Cho số phức $z=a+bi$ $(a;\, b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $iz=2(\overline{z}-1-i).$ Tính $S=ab.$

A. $S=-4.$ **B.** $S=4.$ **C.** $S=2.$ **D.** $S=-2.$

Câu 65. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z.\overline{z}=10(z+\overline{z})$ và z có phần ảo bằng ba lần phần thực?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 66. Cho số phức $z=a+bi$ $(a;\, b\in\mathbb{R})$ thỏa $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i.$ Tính $P=a+b.$

A. $P=\dfrac{1}{2}.$ **B.** $P=1.$ **C.** $P=-1.$ **D.** $P=-\dfrac{1}{2}.$

Câu 67. Cho số phức z thỏa mãn $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$. Gọi a, b là phần thực và phần ảo của z. Tính $P=ab.$

A. $P=2$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-2$.

Câu 68. Cho số phức $z=a+bi\left(a;b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa $\left(1+i\right)z+\left(3-i\right)\overline{z}=2-6i$. Tính $T=b-a$.

A. $T=5$. **B.** $T=-8$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-1$.

Câu 69. Cho số phức z thỏa mãn $\left(1-i\right)z+2i\overline{z}=5+3i$. Tìm số phức $w=z+2\overline{z}$.

A. $w=6-i$. **B.** $w=-6-i$. **C.** $w=6+i$. **D.** $w=-6+i$.

Câu 70. Gọi S là tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=z^3-i$, biết z thỏa mãn $z+2-4i=\left(2-i\right)\overline{iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=-46$. **B.** $S=-36$. **C.** $S=-56$. **D.** $S=-1$.

Vấn đề 7. MÔ ĐUN CỦA SỐ PHỨC

Câu 71. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z=a+bi$ $\left(a;\ b\in\mathbb{R}\right)$ trong mặt phẳng tọa độ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $OM=\left|z\right|$. **B.** $OM=\sqrt{a^2-b^2}$. **C.** $OM=\left|a+b\right|$. **D.** $OM=\left|a^2-b^2\right|$.

Câu 72. Gọi $M,\ N$ lần lượt là hai điểm biểu diễn số phức $z_1,\ z_2$ trong mặt phẳng tọa độ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\left|z_1-z_2\right|=\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}\right|$. **B.** $\left|z_1-z_2\right|=\left|\overrightarrow{MN}\right|$.

C. $\left|z_1-z_2\right|=\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MN}\right|$. **D.** $\left|z_1-z_2\right|=\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{MN}\right|$.

Câu 73. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hai số phức z_1 và z_2 có $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|\neq 0$ thì các điểm biểu diễn z_1 và z_2 trên mặt phẳng tọa độ cùng nằm trên đường tròn có tâm là gốc tọa độ.

B. Phần thực và phần ảo của số phức z bằng nhau thì điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

C. Cho hai số phức $u,\ v$ và hai số phức liên hợp $\overline{u},\ \overline{v}$ thì $\overline{uv}=\overline{u}.\overline{v}$.

D. Cho hai số phức $\begin{cases} z_1=a+bi\ \left(a;\ b\in\mathbb{R}\right) \\ z_2=c+di\ \left(c;\ d\in\mathbb{R}\right) \end{cases}$ và thì $\overline{z_1.z_2}=\left(ac-bd\right)+\left(ad+bc\right)i$.

Câu 74. Cho số phức $z=z_1^2+\left|z_1\right|^2$ với z_1 là số thuần ảo. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. z là số thực âm. **B.** $z=0$.

C. z là số thực dương. **D.** $z\neq 0$.

Câu 75. Cho số phức z. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left|z^2\right|=2\left|z\right|$. **B.** $\left|z^2\right|=\left|z\right|^2$. **C.** $\left|z^2\right|=2\left|z\right|^2$. **D.** $\left|z^2\right|=\sqrt{\left|z\right|^2}$.

Câu 76. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z\right|=z$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. z là số thực không âm.

B. z là số thực âm.

C. z là số thuần ảo có phần ảo dương.

D. z là số thuần ảo có phần ảo âm.

Câu 77. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho số phức $z=2+i$. Tính $\left|z\right|$.

A. $\left|z\right|=3$. **B.** $\left|z\right|=5$. **C.** $\left|z\right|=2$. **D.** $\left|z\right|=\sqrt{5}$.

Câu 78. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2.

A. $\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{13}$. **B.** $\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{5}$. **C.** $\left|z_1+z_2\right|=1$. **D.** $\left|z_1+z_2\right|=5$.

Câu 79. Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Tính môđun của số phức $z_1 - z_2$.

A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$. **B.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{15}$. **C.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}+\sqrt{13}$. **D.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{13}-\sqrt{2}$.

Câu 80. Tính môđun của số phức z, biết z thỏa mãn $iz = 3+4i$.

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 3$. **C.** $|z| = 4$. **D.** $|z| = 5\sqrt{2}$.

Câu 81. Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm $M\left(\sqrt{2};3\right)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Điểm M biểu diễn cho số phức có môđun bằng $\sqrt{11}$.

B. Điểm M biểu diễn cho số phức z mà có $\overline{z} = \sqrt{2}-3i$.

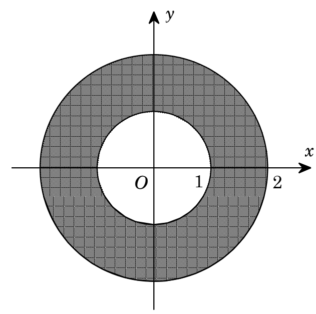
C. Điểm M biểu diễn cho số phức $z = \sqrt{2}+3i$.

D. Điểm M biểu diễn cho số phức có phần ảo bằng $\sqrt{2}$.

Câu 82. Tính môđun của số phức z, biết $\overline{z} = (4-3i)(1+i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$. **B.** $|z| = 7\sqrt{2}$. **C.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **D.** $|z| = \sqrt{2}$.

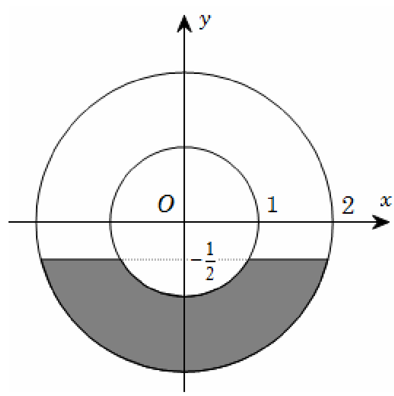
Câu 83. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, biết tập hợp các điểm M là phần tô đậm ở hình bên (không kể biên). Mệnh đề nào sau đây đúng :



A. $|z| \le 1$. **B.** $1 < |z| \le 2$.

C. $1 < |z| < 2$. **D.** $1 \le |z| \le 2$.

Câu 84. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, biết tập hợp các điểm M là phần tô đậm ở hình bên (kể cả biên). Mệnh đề nào sau đây đúng ?



A. $1 < |z| < 2$ và phần ảo lớn hơn $-\dfrac{1}{2}$.

B. $1 \le |z| \le 2$ và phần ảo lớn hơn $-\dfrac{1}{2}$.

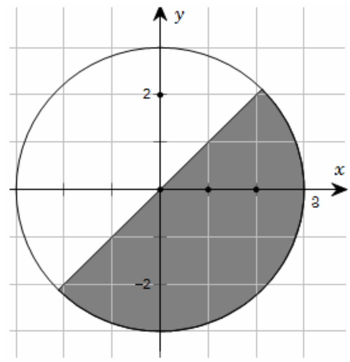
C. $1 < |z| < 2$ và phần ảo nhỏ hơn $-\dfrac{1}{2}$.

D. $1 \le |z| \le 2$ và phần ảo không lớn hơn $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 85. Một hình vuông tâm là gốc tọa độ O, các cạnh song song với các trục tọa độ và có độ dài bằng 4. Hãy xác định điều kiện của a và b để điểm biểu diễn số phức $z = a+bi$ nằm trên đường chéo của hình vuông.

A. $|a| > |b| \ge 2$. **B.** $|a| = |b| \le \sqrt{2}$. **C.** $|a| = |b| \le 2$. **D.** $|a| < |b| \le \sqrt{2}$.

Câu 86. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, biết tập hợp các điểm M là phần tô đậm ở hình bên (kể cả biên). Mệnh đề nào sau đây đúng ?



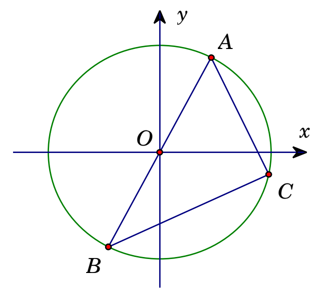
A. z có phần ảo không nhỏ hơn phần thực.

B. z có phần thực không nhỏ hơn phần ảo và có môđun không lớn hơn 3.

C. z có phần thực bằng phần ảo.

D. z có môđun lớn hơn 3.

Câu 87. Cho ba điểm A, B, C lần lượt biểu diễn ba số phức z_1, z_2, z_3 với $z_3 \neq z_1$ và $z_3 \neq z_2$. Biết $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ và $z_1 + z_2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Tam giác ABC vuông tại C.

B. Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC vuông cân tại C.

D. Tam giác ABC cân tại C.

Câu 88. Xét ba điểm A, B, C của mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn ba số phức phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

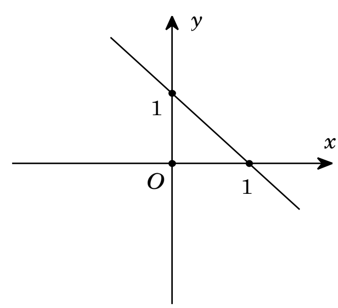
A. Tam giác ABC vuông. **B.** Tam giác ABC vuông cân.

C. Tam giác ABC đều. **D.** Tam giác ABC có góc 120^0.

Câu 89. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3$, $|z_2| = 4$ và $|z_1 - z_2| = 5$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diển các số phức z_1, z_2 Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 12.$ **B.** $S = 6.$ **C.** $S = 5\sqrt{2}.$ **D.** $S = \dfrac{25}{2}.$

Câu 90. Tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức z là đường thẳng Δ như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.



A. $|z|_{\min} = 2.$

B. $|z|_{\min} = 1.$

C. $|z|_{\min} = \sqrt{2}.$

D. $|z|_{\min} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

Câu 91. Tính môđun của số phức $w = (1-i)^2 z$, biết số phức z có môđun bằng m.

A. $|w| = 4m$. **B.** $|w| = 2m$. **C.** $|w| = \sqrt{2}m$. **D.** $|w| = m$.

Câu 92. Tìm phần ảo b của số phức $z = m + (3m+2)i$ (m là tham số thực âm), biết z thỏa mãn $|z| = 2$.

A. $b = 0.$ **B.** $b = -\dfrac{6}{5}.$ **C.** $b = -\dfrac{8}{5}.$ **D.** $b = 2.$

Câu 93. Cho số phức z thỏa $2z+3(1-i)\overline{z}=1-9i$ .Tìm phần ảo b của số phức $\overline{z}$.

A. $b=2.$ **B.** $b=3$. **C.** $b=-2$. **D.** $b=-3$.

Câu 94. Tính môđun của số phức z , biết z thỏa mãn $(1+2i)z+(2+3i)\overline{z}=6+2i$.

A. $|z|=4.$ **B.** $|z|=2.$ **C.** $|z|=\sqrt{10}.$ **D.** $|z|=10.$

Câu 95. Cho số phức z thỏa mãn $5\overline{z}+3-i=(-2+5i)z$. Tính $P=\left|3i(z-1)^2\right|$.

A. $P=144.$ **B.** $P=3\sqrt{2}.$ **C.** $P=12.$ **D.** $P=0$.

Câu 96. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho số phức $z=a+bi$ $(a;\, b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b.$

A. $S=\frac{7}{3}.$ **B.** $S=-5.$ **C.** $S=5.$ **D.** $S=-\frac{7}{3}.$

Câu 97. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

A. $|z|=17$. **B.** $|z|=\sqrt{17}$. **C.** $|z|=\sqrt{10}$. **D.** $|z|=10$.

Câu 98. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+3|=|z+3-10i|$. Tìm số phức $w=z-4+3i.$

A. $w=-3+8i.$ **B.** $w=1+3i.$ **C.** $w=-1+7i.$ **D.** $w=-4+8i.$

Câu 99. Hỏi có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 100. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 101. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z-\overline{z}=z^2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 102. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2+i|=2$ và $\overline{z}-i$ là số thực?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 103. Cho số phức z thỏa mãn $z\overline{z}=1$ và $|\overline{z}-1|=2$. Tính tổng phần thực và phần ảo của z .

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 104. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2+2z\overline{z}+|\overline{z}|^2=8$ và $z+\overline{z}=2$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 105. Tính tổng các phần thực của các số phức z thỏa mãn $|z-1|=1$ và $(1+i)(\overline{z}-i)$ có phần ảo bằng 1.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0 .

Câu 106. Cho hai số phức $z_1,\, z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|=1.$ Tính $|z_1+z_2|.$

A. $\sqrt{3}.$ **B.** $2\sqrt{3}.$ **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

Câu 107. Cho z_1 , z_2 là hai số phức thỏa mãn $|2z-i|=|2+iz|$, biết $|z_1-z_2|=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=|z_1+z_2|$.

A. $P=\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $P=\sqrt{2}.$ **C.** $P=\frac{\sqrt{2}}{2}.$ **D.** $P=\sqrt{3}.$

Câu 108. Cho z_1 , z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z_1|=6,$ $|z_2|=8$ và $|z_1-z_2|=2\sqrt{13}.$ Tính giá trị của biểu thức $P=|2z_1+3z_2|$.

A. $P=1008.$ **B.** $P=12\sqrt{7}.$ **C.** $P=36.$ **D.** $P=5\sqrt{13}.$

Câu 109. Cho số phức $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $\left|z^2+4\right|=2|z|$. Đặt $P=8\left(b^2-a^2\right)-12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=\left(|z|-2\right)^2$. **B.** $P=\left(|z|^2-4\right)^2$. **C.** $P=\left(|z|-4\right)^2$. **D.** $P=\left(|z|^2-2\right)^2$.

Câu 110. Cho số phức $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z|\sqrt{2}\le|a|+|b|$. **B.** $|z|\sqrt{2}\ge|a|+|b|$. **C.** $|z|\ge\sqrt{2}|a|+|b|$. **D.** $|z|\le\sqrt{2}a+b$.

Câu 111. Xét số phức z thỏa mãn $z^2=(1+i)|z|-2(1-i)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|z|\le\sqrt{2}.$ **B.** $|z|\ge4\sqrt{2}.$ **C.** $3\sqrt{2}<|z|<4\sqrt{2}.$ **D.** $\sqrt{2}<|z|<3\sqrt{2}.$

Câu 112. Xét số phức z thỏa mãn $2|z-1|+3|z-i|\le2\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|z|<\frac{1}{2}.$ **B.** $|z|>2.$ **C.** $\frac{3}{2}<|z|<2.$ **D.** $\frac{1}{2}<|z|<\frac{3}{2}.$

Câu 113. Tìm môđun của số phức z biết $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$.

A. $|z|=1.$ **B.** $|z|=4.$ **C.** $|z|=2.$ **D.** $|z|=\frac{1}{2}.$

Câu 114. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=2, |z_2|=\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, iz_2 sao cho $\widehat{MON}=45^0$ với O là gốc tọa độ. Tính giá trị biểu thức $P=\left|z_1^2+4z_2^2\right|$.

A. $P=4\sqrt{5}.$ **B.** $P=\sqrt{5}.$ **C.** $P=5.$ **D.** $P=4.$

Câu 115. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=z_1+z_2+z_3=z_1z_2z_3=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=z_1^{2017}+z_2^{2017}+z_3^{2017}$.

A. $P=2017.$ **B.** $P=6051.$ **C.** $P=0.$ **D.** $P=1.$

Vấn đề 8. PHÉP CHIA SỐ PHỨC

Câu 116. Tìm phần ảo b của số phức $z=\frac{1}{3+2i}$.

A. $b=-\frac{2}{13}.$ **B.** $b=\frac{2}{13}.$ **C.** $b=-\frac{2}{13}i.$ **D.** $b=\frac{3}{13}.$

Câu 117. Tìm số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z=\frac{2}{1+i\sqrt{3}}$.

A. $\overline{z}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\overline{z}=1+i\sqrt{3}$. **C.** $\overline{z}=1-i\sqrt{3}$. **D.** $\overline{z}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 118. Kí hiệu a, b là phần thực và phần ảo của số phức $\frac{1}{\overline{z}}$ với $z=5-3i$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=2.$ **B.** $S=\frac{1}{17}.$ **C.** $S=-2.$ **D.** $S=-\frac{1}{17}.$

Câu 119. Tìm phần ảo b của số phức $w=\frac{1}{2i}\left(z-\overline{z}\right)$ với $z=5-3i$.

A. $b=0.$ **B.** $b=-6$. **C.** $b=-3i$. **D.** $b=-3$.

Câu 120. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $\frac{x(3-2i)}{2+3i}+y(1-2i)^2=6-5i$.

A. $x=6; y=-5$. **B.** $x=12; y=-10$. **C.** $x=13; y=-2$. **D.** $x=2; y=13$.

Câu 121. Tìm phần ảo b của số phức z^2, biết $(1+i)z=\frac{1}{z}$.

A. $b=-1$. **B.** $b=1$. **C.** $b=\frac{1}{2}$. **D.** $b=-\frac{1}{2}$.

Câu 122. Tìm môđun của số phức z, biết $\frac{1}{z^2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$.

A. $|z|=\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$. **B.** $|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $|z|=\sqrt[4]{2}$. **D.** $|z|=\sqrt{2}$.

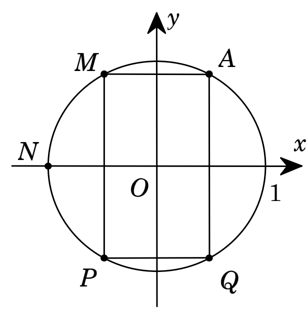
Câu 123. Cho số phức $z=2-2\sqrt{3}i$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai ?

A. $z^3=64$. **B.** $\frac{1}{z}=\frac{1}{8}+\frac{\sqrt{3}}{8}i$. **C.** $z=\left(\sqrt{3}-i\right)^2$. **D.** $\bar{z}=2+2\sqrt{3}i$.

Câu 124. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 phân biệt thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=3$ và $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{z_3}$. Biết z_1, z_2, z_3 lần lượt được biểu diễn bởi các điểm A, B, C trên mặt phẳng tọa độ. Tính góc $\widehat{ACB}$?

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 120°. **D.** 150°.

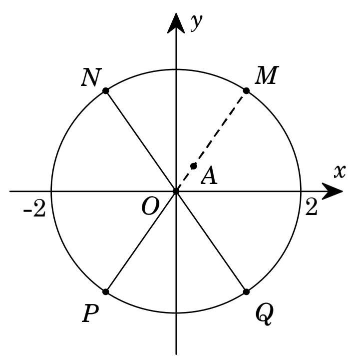
Câu 125. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\frac{1}{z}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là:



A. Điểm M. **B.** Điểm Q.

C. Điểm N. **D.** Điểm P.

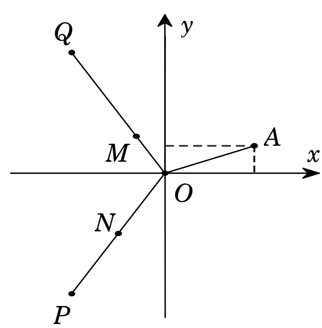
Câu 126. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\frac{1}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\frac{1}{z}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là:



A. Điểm M. **B.** Điểm Q.

C. Điểm N. **D.** Điểm P.

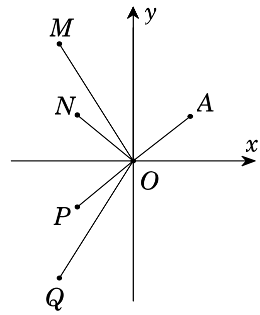
Câu 127. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\frac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là



A. Điểm Q . **B.** Điểm M .

C. Điểm N . **D.** Điểm P .

Câu 128. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\frac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là



A. Điểm M.
B. Điểm N.
C. Điểm P.
D. Điểm Q.

Câu 129. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\omega=\frac{z+2\overline{z}-3i}{z^2+2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(2+i)(z+i)=3-z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho góc lượng giác $(Ox,ON)=2\varphi$, trong đó $\varphi=(Ox,OM)$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (I).
B. Góc phần tư thứ (II).
C. Góc phần tư thứ (III).
D. Góc phần tư thứ (IV).

Câu 130. Cho số phức $z=\frac{1+i}{1-i}+\frac{1-i}{1+i}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z\in\mathbb{R}$.
B. z có số phức liên hợp khác 0.
C. Môđun của z bằng 1.
D. z có phần thực và phần ảo đều khác 0.

Câu 131. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z-1+5i=0$. Tính $A=z.\overline{z}$.

A. $A=\sqrt{13}$.
B. $A=13$.
C. $A=1+\sqrt{13}$.
D. $A=1-\sqrt{13}$.

Câu 132. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i$. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $w=z+1+i$. Tính $P=a^2+b^2$.

A. $P=13$.
B. $P=5$.
C. $P=25$.
D. $P=7$.

Câu 133. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=5(1+i)^2$. Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức $w=\overline{z}+iz$ bằng:

A. 2.
B. 4.
C. 6.
D. 8.

Câu 134. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{1-i}{z+1}=1+i$. Điểm M biểu diễn của số phức $w=z^3+1$ trên mặt phẳng tọa độ có tọa độ là:

A. $M(2;-3)$.
B. $M(2;3)$.
C. $M(3;-2)$.
D. $M(3;2)$.

Câu 135. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1-2i}+\overline{z}=2$. Tính môđun của số phức $w=z^2-z$.

A. $|w|=\sqrt{10}$
B. $|w|=4$
C. $|w|=\sqrt{13}$
D. $|w|=2\sqrt{10}$.

Câu 136. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3+i$. Tính $P=|z|^4-|z|^2+1$.

A. $P=1$.
B. $P=13$.
C. $P=3$.
D. $P=10$.

Câu 137. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+i}=\overline{z}-\frac{1}{2}(3+i)$.Khẳng định nào sau đâu đúng?

A. Số phức z có phần thực bằng 0.
B. Số phức z có phần ảo bé hơn 0.
C. Số phức z có phần thực lớn hơn phần ảo.
D. Số phức z có phần thực bé hơn phần ảo.

Câu 138. Cho số phức $z=a+bi\ (a;\, b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z}+2iz+\frac{2(z+i)}{1-i}=0$. Tính tỷ số $P=\frac{a}{b}$.

A. $P=-5$. **B.** $P=\frac{3}{5}$. **C.** $P=-\frac{3}{5}$. **D.** $P=5$.

Câu 139. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số thực m để số phức $z=\frac{m-1+2(m-1)i}{1-mi}$ là số thực. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=15$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=2\sqrt{3}$.

Câu 140. Tìm các giá trị của tham số thực m để bình phương số phức $z=\frac{m+9i}{1-i}$ là số thực.

A. $m=9$. **B.** $m=-9$. **C.** $m=\pm 9$. **D.** $m=\pm 3$.

Câu 141. Cho số phức $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|z-i|\le\frac{1}{\sqrt{2}}$. Hỏi tập S có tất cả bao nhiêu phần tử nguyên?

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 142. Hỏi có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=1$ và $\frac{z+1}{z-1}$ là số thuần ảo?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 143. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 144. Cho số phức z thỏa mãn $(3-4i)z-\frac{4}{|z|}=8$. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi d là khoảng cách từ gốc tọa độ đến điểm biểu diễn số phức z. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $d>\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}<d<\frac{5}{4}$. **C.** $0<d<\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}<d<\frac{9}{4}$.

Câu 145. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2}<|z|<2$. **B.** $|z|>2$. **C.** $|z|<\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}<|z|<\frac{3}{2}$.

Vấn đề 9. LŨY THỪA ĐƠN VỊ ẢO

Câu 146. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $i^{2016}=-i$. **B.** $i^{2017}=1$. **C.** $i^{2018}=-1$. **D.** $i^{2019}=i$.

Câu147. Điểm M biểu diễn số phức $z=\frac{3+4i}{i^{2017}}$ có tọa độ là:

A. $M(3;4)$. **B.** $M(3;-4)$. **C.** $M(4;3)$. **D.** $M(4;-3)$.

Câu 148. Thu gọn biểu thức $P=[(1+5i)-(1+3i)]^{2017}$ ta được

A. $P=2^{2017}$. **B.** $P=2^{2017}+i$. **C.** $P=2^{2017}i$. **D.** $P=-2^{2017}i$.

Câu 149. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $(1+i)^4=4$. **B.** $(1+i)^4=4i$. **C.** $(1+i)^8=-16$. **D.** $(1+i)^8=16$.

Câu 150. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $(1+i)^{2018}=2^{2009}i$. **B.** $(1+i)^{2018}=-2^{2009}i$.

C. $(1+i)^{2018}=-2^{2009}$. **D.** $(1+i)^{2018}=2^{2009}$.

Câu 151. Tìm số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z=(1+i)^{15}$.

A. $\overline{z}=-128-128i$. **B.** $\overline{z}=-i$.

C. $\overline{z}=128+128i$. **D.** $\overline{z}=128-128i$.

Câu 152. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=(2-2i)^7$.

A. Phần thực bằng 14 và phần ảo bằng -14.

B. Phần thực bằng 2^7 và phần ảo bằng -2^7.

C. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng -2^{10}.

D. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng 2^{10}.

Câu 153. Tìm phần ảo b của số phức $w=1+(1+i)+(1+i)^2+(1+i)^3+...+(1+i)^{2018}$.

A. $b=2^{1009}-1$. **B.** $b=2^{2019}+1$. **C.** $b=2^{1009}$. **D.** $b=2^{1009}+1$.

Câu 154. Thu gọn số phức $w=i^5+i^6+i^7+...+i^{18}$ có dạng $a+bi$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=0$. **B.** $S=2^{10}+1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2^{10}$.

Câu 155. Cho số phức $z=\dfrac{1-i}{1+i}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^{2017}.

A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0.

B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1.

C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $-i$.

D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1.

Câu 156. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(\dfrac{i}{1-i}\right)^{2024}$.

A. $P=-\dfrac{1}{2^{2024}}$. **B.** $P=\dfrac{1}{2^{1012}}$. **C.** $P=\dfrac{1}{2^{2024}}$. **D.** $P=-\dfrac{1}{2^{1012}}$.

Câu 157. Cho số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Tính $P=z.z^7.z^{15}$.

A. $P=-i$. **B.** $P=1$. **C.** $P=i$. **D.** $P=-1$.

Câu 158. Cho số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5$. Tính $S=z^5+z^6+z^7+z^8$.

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

Câu 159. Tìm phần ảo b của số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{16}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^8$.

A. $b=-1$. **B.** $b=2$. **C.** $b=1$. **D.** $b=0$.

Câu 160. Cho số phức z thỏa mãn $i\overline{z}=\left(\dfrac{2i}{1+i}\right)^8$. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $w=(2-i)z$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-16$. **B.** $S=16$. **C.** $S=32$. **D.** $S=48$.

Câu 161. Có bao nhiêu số nguyên n sao cho $(n+i)^4$ là một số nguyên?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 162. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương thuộc đoạn $[1;50]$ để $z=\left(\dfrac{2+6i}{3-i}\right)^m$ là số thuần ảo?

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 50.

Câu 163. Cho số phức z thỏa mãn $2(z-1)(2-i)=(3+i)(\overline{z}+2i)$. Tìm phần thực a của số phức z^9.

A. $a=1$. **B.** $a=16$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-16$.

Câu 164. Cho số phức z thỏa mãn $(z+2-3i)(1-i)=(1+i)^{2015}$. Tìm phần ảo b của số phức $w=z+2-3i$.

A. $b=2^{2015}$. **B.** $b=2^{1007}$. **C.** $b=0$. **D.** $b=-2^{1007}$.

Câu 165. Cho số phức tùy ý $z\neq 1$.

Xét các số phức $\alpha=\dfrac{i^{2017}-i}{\overline{z}-1}-z^2+\left(\overline{z}\right)^2$ và $\beta=\dfrac{z^3-z}{z-1}+\overline{z}+\left(\overline{z}\right)^2$. Khi đó:

A. α là số thực, β là số thực. **B.** α là số thực, β là số ảo.

C. α là số ảo, β là số ảo. **D.** α là số ảo, β là số thực.

Vấn đề 10. PHƯƠNG VỚI HỆ SỐ THỰC

Câu 166. Giải phương trình $z^2-z+1=0$ trên tập số phức.

A. $z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pm\dfrac{1}{2}i$. **B.** $z=\sqrt{3}\pm i$. **C.** $z=1\pm\sqrt{3}i$. **D.** $z=\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 167. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Tìm phần thực a của số phức $w=z_1^2+z_2^2$.

A. $a=0$. **B.** $a=8$. **C.** $a=16$. **D.** $a=6$.

Câu 168. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Tính giá trị biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$.

A. $P=2$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\sqrt{3}$. **D.** $P=4$.

Câu 169. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị biểu thức $P=|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. $P=2\sqrt{10}$. **B.** $P=20$. **C.** $P=40$. **D.** $P=\sqrt{10}$.

Câu 170. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+7z+15=0$. Tính giá trị biểu thức $P=z_1+z_2+z_1z_2$.

A. $P=22$. **B.** $P=15$. **C.** $P=-7$. **D.** $P=8$.

Câu 171. Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2+4z+3=0$. Tính giá trị biểu thức $P=\left|z_1z_2+i(z_1+z_2)\right|$.

A. $P=\dfrac{5}{2}$. **B.** $P=\dfrac{7}{2}$. **C.** $P=1$. **D.** $P=\sqrt{3}$.

Câu 172. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $z^2-4z+5=0$. Tính giá trị biểu thức $P=(z_1-1)^{2017}+(z_2-1)^{2017}$.

A. $P=0$. **B.** $P=2^{1008}$. **C.** $P=2^{1009}$. **D.** $P=2$.

Câu 173. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+2=0$. Tính giá trị biểu thức $P=z_1^{2016}+z_2^{2016}$.

A. $P=2^{1009}$. **B.** $P=2^{1008}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=0$.

Câu 174. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+4z+20=0$. Tính giá trị biểu thức $A=z_1^3-16i$.

A. $A=0$. **B.** $A=88$. **C.** $A=-32$. **D.** $A=32$.

Câu 175. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1+\sqrt{2}i$ và $1-\sqrt{2}i$ là nghiệm?

A. $z^2+2z+3=0$. **B.** $z^2-2z-3=0$.

C. $z^2-2z+3=0$. **D.** $z^2+2z-3=0$.

Câu 176. Biết hai số phức có tổng bằng 3 và tích bằng 4. Tổng môđun của hai số phức đó bằng:

A. 7. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 177. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Kí hiệu $z_1,\, z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4=0$. Gọi $M,\, N$ lần lượt là điểm biểu diễn của $z_1,\, z_2$ trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T=OM+ON$ với O là gốc tọa độ.

A. $T=\sqrt{2}$. **B.** $T=2$. **C.** $T=8$. **D.** 4.

Câu 178. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$?

A. $M_1\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_3\left(-\dfrac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_4\left(\dfrac{1}{4};1\right)$.

Câu 179. Gọi $z_1,\, z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-3z+4=0$. Hỏi điểm nào trong các điểm $M,\, N,\, P,\, Q$ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}+iz_1z_2$?

A. $M\left(2;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **C.** $P\left(\dfrac{3}{4};2\right)$. **D.** $Q\left(-\dfrac{3}{4};2\right)$.

Câu 180. Cho hai số thực $b,\, c$ thỏa mãn $c>0$ và $b^2-c<0$. Kí hiệu $A,\, B$ là hai điểm của mặt phẳng tọa độ biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2bz+c=0$. Tìm điều kiện của b và c để tam giác OAB là tam giác vuông tại O.

A. $c=2b^2$. **B.** $b^2=c$. **C.** $b=c$. **D.** $b^2=2c$.

Câu 181. Tìm tham số thực m để phương trình $z^2+(2-m)z+2=0$ nhận số phức $z=1-i$ làm một nghiệm.

A. $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 182. Biết phương trình $z^2+mz+n=0$ (với $m,\, n$ là các tham số thực) có một nghiệm là $z=1+i$. Tính môđun của số phức $w=m+ni$.

A. 8. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 16.

Câu 183. Biết phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,\, b$ là tham số thực) có một nghiệm phức là $z=1+2i$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=0$. **B.** $S=-4$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=3$.

Câu 184. Cho số phức w và hai số thực $a,\, b$. Biết rằng $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=\dfrac{1}{3}$. **B.** $S=\dfrac{5}{9}$. **C.** $S=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $S=-\dfrac{5}{9}$.

Câu 185. Cho số phức w, biết rằng $z_1=w+2i$ và $z_2=2w-3$ là hai nghiệm của một phương trình bậc hai với hệ số thực. Tính $T=|z_1|+|z_2|$.

A. $T=2\sqrt{13}$. **B.** $T=\dfrac{2\sqrt{97}}{3}$. **C.** $T=4\sqrt{13}$. **D.** $T=\dfrac{2\sqrt{85}}{3}$.

Câu 186. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Kí hiệu $z_1,\, z_2,\, z_3$ và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

A. $T = 4.$ **B.** $T = 2\sqrt{3}.$ **C.** $T = 4 + 2\sqrt{3}.$ **D.** $T = 2 + 2\sqrt{3}.$

Câu 187. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $6x^4 + 19x^2 + 15 = 0$. Tính tổng $T = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4}$.

A. $T = \frac{1}{\sqrt{2}} + i.$ **B.** $T = 2\sqrt{2}.$ **C.** $T = 0.$ **D.** $T = -2.$

Câu 188. Cho phương trình $\left(z^2 - 4z\right)^2 - 3\left(z^2 - 4z\right) - 40 = 0$. Gọi z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình đã cho. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

A. $P = 42.$ **B.** $P = 34.$ **C.** $P = 16.$ **D.** $P = 24.$

Câu 189. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(z_1^2 + 1\right)\left(z_2^2 + 1\right)\left(z_3^2 + 1\right)\left(z_4^2 + 1\right)$.

A. $P = \frac{1}{2}.$ **B.** $P = \frac{15}{9}.$ **C.** $P = \frac{17}{9}.$ **D.** $P = 425.$

Câu 190. Cho phương trình $4z^4 + mz^2 + 4 = 0$ trong tập số phức và m là tham số thực. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình đã cho. Tìm tất cả các giá trị của m để $\left(z_1^2 + 4\right)\left(z_2^2 + 4\right)\left(z_3^2 + 4\right)\left(z_4^2 + 4\right) = 324$.

A. $m = 1$ hoặc $m = -35$. **B.** $m = -1$ hoặc $m = -35$.

C. $m = -1$ hoặc $m = 35$. **D.** $m = 1$ hoặc $m = 35$.

Vấn đề 11. TẬP HỢP CÁC ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

Câu 191. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng 2 là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 192. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 + \left(\bar{z}\right)^2 = 0$ là:

A. Trục hoành.

B. Trục hoành và trục tung.

C. Đường phân giác góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

D. Các đường phân giác của các gốc tọa độ.

Câu 193. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn của số phức $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + 1 + 3i| = |z - 2 - i|$ là:

A. Đường tròn tâm O bán kính $R = 1$.

B. Đường tròn đường kính AB với $A(-1;-3)$ và $B(2;1)$.

C. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1;-3)$ và $B(2;1)$.

D. Đường thẳng vuông góc với đoạn AB tại A với $A(-1;-3)$, $B(2;1)$.

Câu 194. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn của số phức $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thực là:

A. Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 1 = 0$ nhưng bỏ hai điểm $(0;1)$ và $(0;-1)$.

B. Parabol $(P): y = x^2$.

C. Trục hoành.

D. Trục tung bỏ điểm biểu diễn số phức $z = i$.

Câu 195. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|^2+3z+3\overline{z}=0$ là:

A. Đường tròn có tâm $I(-3;0)$, bán kính $R=3$.

B. Đường tròn có tâm $I(3;0)$, bán kính $R=3$.

C. Đường tròn có tâm $I(-3;0)$, bán kính $R=9$.

D. Đường tròn có tâm $I(3;0)$, bán kính $R=0$.

Câu 196. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $(2-z)(\overline{z}+i)$ là số thuần ảo là:

A. Đường tròn có tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. Đường thẳng nối hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;1)$.

C. Đường tròn có tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$ nhưng bỏ đi hai điểm $\begin{cases}A(2;0)\\B(0;1)\end{cases}$.

D. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2;0)$ và $B(0;1)$.

Câu 197. Số phức z thỏa mãn điều kiện nào sau đây thì có tập hợp các điểm biểu diễn của nó trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=2$?

A. $|z-i|=\sqrt{2}.$ **B.** $|z+1|=\sqrt{2}.$ **C.** $|z-1|=2.$ **D.** $|z-i|=2.$

Câu 198. Xét các số phức $z=x+yi$ $(x;\,y\in\mathbb{R})$ có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z+\overline{z}+2i$.

A. Đường thẳng. **B.** Đoạn thẳng. **C.** Điểm. **D.** Đường tròn.

Câu 199. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-4z+9=0$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 và số phức $w=x+yi$ $(x;\,y\in\mathbb{R})$ trên mặt phẳng tọa độ. Khi đó tập hợp điểm P trên mặt phẳng phức để tam giác MNP vuông tại P là:

A. Đường thẳng có phương trình $x^2-2x+y^2-1=0$

B. Là đường tròn có phương trình $(x-2)^2+y^2=5.$

C. Là đường tròn có phương trình $(x-2)^2+y^2=5$ nhưng không chứa M, N.

D. Là đường tròn có phương trình $x^2-2x+y^2-1=0$ nhưng không chứa M, N.

Câu 200. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i|\le 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=2z+1-i$ là hình tròn có diện tích S bằng:

A. $S=19\pi.$ **B.** $S=12\pi.$ **C.** $S=16\pi.$ **D.** $S=25\pi.$

Câu 201. Cho z, w là các số phức thỏa mãn $|z|=1, |z-w|=1$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w.

A. Hình tròn $(C): x^2+y^2\le 4.$ **B.** Đường tròn $(C): x^2+y^2=4.$

C. Hình tròn $(C):(x-1)^2+y^2\le 4.$ **D.** Đường tròn $(C):(x-1)^2+y^2\le 4.$

Câu 202. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|+|z+i|=4$ là:

A. Elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1.$ **B.** Elip $(E):\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1.$

C. Elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=4.$ **D.** Hình tròn tâm $I(0;-1)$, bkính $R=4.$

Câu 203. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=4$. **B.** $r=5$. **C.** $r=20$. **D.** $r=22$.

Câu 204. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2$ là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r=2.$ **B.** $r=4.$ **C.** $r=8.$ **D.** $r=16.$

Câu 205. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|iz-1+2i|=4$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(2;1).$ **B.** $I(-2;-1).$ **C.** $I(1;2).$ **D.** $I(-1;-2).$

Câu 206. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1|=3.$ Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w với $(3-2i)w=iz+2$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính r của đường tròn đó.

A. $I\left(\frac{8}{13};\frac{1}{13}\right),\ r=\frac{3}{\sqrt{13}}.$ **B.** $I(-2;3),\ r=\sqrt{13}.$

C. $I\left(\frac{4}{13};\frac{7}{13}\right),\ r=\frac{3}{\sqrt{13}}.$ **D.** $I\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right),\ r=3.$

Câu 207. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=m^2+2m+5$, với m là tham số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3-4i)z-2i$ là một đường tròn. Bán kính nhỏ nhất của đường tròn đó bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 20. **D.** 22.

Câu 208. Tính tích môđun của tất cả các số phức z thỏa mãn $|2z-1|=|\overline{z}+1+i|$, đồng thời điểm biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}.$

A. $\sqrt{5}.$ **B.** $3.$ **C.** $3\sqrt{5}.$ **D.** $1.$

Câu 209. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3-6i|=\sqrt{5}$ và $|(1+2i)z-1-12i|=15$?

A. 0. **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** Vô số.

Câu 210. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn điều kiện $z.\overline{z}=1$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m$. Tìm số phần tử của S.

A. $2.$ **B.** $4.$ **C.** $1.$ **D.** $3.$

Vấn đề 12. BÀI TOÁN MIN - MAX TRONG SỐ PHỨC

Câu 211. Biết số phức $z=x+yi\ (x;\ y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$ đồng thời có môđun nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $M=x^2+y^2.$

A. $M=8$. **B.** $M=10$. **C.** $M=16$. **D.** $M=26$.

Câu 212. Cho các số phức $z,\ w$ thỏa mãn $|z+2-2i|=|z-4i|$ và $w=iz+1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|w|$ là:

A. $P_{\min}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$ **B.** $P_{\min}=2\sqrt{2}.$ **C.** $P_{\min}=2.$ **D.** $P_{\min}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$

Câu 213. Cho các số phức $z_1 = 1+3i$, $z_2 = -5-3i$. Tìm điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z_3, biết rằng trong mặt phẳng tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng $d: x-2y+1=0$ và môđun số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$. **B.** **C.** $M\left(\frac{1}{5};\frac{3}{5}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Câu 214. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i| = |z-3i|$. Tính môđun lớn nhất $|w|_{\max}$ của số phức $w = \frac{1}{z}$.

A. $|w|_{\max} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$. **B.** $|w|_{\max} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$. **C.** $|w|_{\max} = \frac{4\sqrt{5}}{7}$. **D.** $|w|_{\max} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$.

Câu 215. Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M'. Số phức $z(4+3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N'. Biết rằng $MM'N'N$ là một hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z+4i-5|$.

A. $P_{\min} = \frac{5}{\sqrt{34}}$. **B.** $P_{\min} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $P_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $P_{\min} = \frac{4}{\sqrt{13}}$.

Câu 216. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2z + 5| = |(z-1+2i)(z+3i-1)|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |w|$, với $w = z-2+2i$.

A. $P_{\min} = \frac{3}{2}$. **B.** $P_{\min} = 2$. **C.** $P_{\min} = 1$. **D.** $P_{\min} = \frac{1}{2}$.

Câu 217. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2i| = 3$ và $|z_2 + 2 + 2i| = |z_2 + 2 + 4i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$ bằng:

A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.

Câu 218. Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 - z_2|$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $P_{\min} = \sqrt{5}$. **C.** $P_{\min} = 2\sqrt{5}$. **D.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 219. Biết số phức $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - (3+4i)| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z+2|^2 - |z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{33}$. **B.** $|z| = 50$. **C.** $|z| = \sqrt{10}$. **D.** $|z| = 5\sqrt{2}$.

Câu 220. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i| = \sqrt{5}$. Gọi z_1, z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và môđun lớn nhất. Tính $w = z_1 + z_2$.

A. $w = 4+8i$. **B.** $w = 1+2i$. **C.** $w = 3+6i$. **D.** $w = 4-8i$.

Câu 221. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|(1+i)z + 1 - 7i| = \sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z|$. Tính $S = M - m$.

A. $S = 10$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 24$. **D.** $S = 4$.

Câu 222. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z + 1\right| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z|$. Tính $S = 2020 - M + m$.

A. $S = 2022$. **B.** $S = 2016$. **C.** $S = 2018$. **D.** $S = 2014$.

Câu 223. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-2-3i| = 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |\overline{z} + 1 + i|$ lần lượt là:

A. $\sqrt{13}+2$ và $\sqrt{13}-2$. **B.** $\sqrt{13}+1$ và $\sqrt{13}-1$.

C. 6 và 4. **D.** $\sqrt{13}+4$ và $\sqrt{13}-4$.

Câu 224. Cho số phức z thỏa mãn z không phải là số thực và $w=\frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=\left|z+1-i\right|$.

A. $P_{\max}=2.$ **B.** $P_{\max}=2\sqrt{2}.$ **C.** $P_{\max}=\sqrt{2}.$ **D.** $P_{\max}=8.$

Câu 225. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|\geq 2$. Biểu thức $P=\left|\frac{z+i}{z}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt tại z_1 và z_2. Tìm phần ảo a của số phức $w=z_1+z_2$.

A. $a=-4.$ **B.** $a=4.$ **C.** $a=0.$ **D.** $a=1.$

Câu 226. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1-4|=1$ và $|iz_2-2|=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=|z_1+2z_2|$.

A. $P_{\min}=2\sqrt{5}-2.$ **B.** $P_{\min}=4\sqrt{2}-3.$ **C.** $P_{\min}=4-\sqrt{2}.$ **D.** $P_{\min}=4\sqrt{2}+3.$

Câu 227. Gọi T là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z-i|\geq 3$ và $|z-1|\leq 5$. Gọi $z_1,\, z_2\in T$ lần lượt là các số phức có mođun nhỏ nhất và lớn nhất. Tìm số phức $w=z_1+2z_2$.

A. $w=12-2i$. **B.** $w=-2+12i$. **C.** $w=6-4i$. **D.** $w=12+4i$.

Câu 228. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4|+|z+4|=10$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là:

A. 10 và 4. **B.** 5 và 4. **C.** 4 và 3. **D.** 5 và 3.

Câu 229. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z+\frac{4i}{z}\right|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$. Tính $S=M+m.$

A. $S=2\sqrt{5}.$ **B.** $S=2.$ **C.** $S=\sqrt{5}.$ **D.** $S=\sqrt{13}$.

Câu 230. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$.Tìm giá trị lớn nhất của $T=|z+1|+2|z-1|.$

A. $T_{\max}=2\sqrt{5}.$ **B.** $T_{\max}=2\sqrt{10}.$ **C.** $T_{\max}=3\sqrt{5}.$ **D.** $T_{\max}=3\sqrt{2}.$

Câu 231. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi $M,\, m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z^2+1|-|1+z|$. Tính $S=M+m.$

A. $S=2-\sqrt{2}.$ **B.** $S=2+\sqrt{2}.$ **C.** $S=\sqrt{2}-2.$ **D.** $S=-\sqrt{2}.$

Câu 232. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi $M,\, m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z^2-z+1|+|z+1|$. Tính $P=\frac{M}{m^2+1}.$

A. $P=\frac{5}{4}.$ **B.** $P=\frac{5}{26}.$ **C.** $P=\frac{\sqrt{3}}{4}.$ **D.** $P=\frac{13}{16}.$

Câu 233. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi $M,\, m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z^3+3z+\overline{z}|-|z+\overline{z}|$. Tính môđun của $w=M+mi.$

A. $|w|=\frac{3\sqrt{5}}{4}.$ **B.** $|w|=\frac{3\sqrt{17}}{4}.$ **C.** $|w|=\frac{15}{4}.$ **D.** $|w|=\frac{3\sqrt{13}}{4}.$

Câu 234. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi $M,\, m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+2|z-1|$. Khi đó:

A. $M=3\sqrt{5},\, m=\sqrt{2}.$ **B.** $M=3\sqrt{5},\, m=4.$

C. $M=2\sqrt{5},\, m=2.$ **D.** $M=2\sqrt{10},\, m=2.$

Câu 235. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=\sqrt{2}.$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|z+i|+|z-2-i|.$

A. $T_{\max}=8\sqrt{2}.$ **B.** $T_{\max}=4.$ **C.** $T_{\max}=4\sqrt{2}.$ **D.** $T_{\max}=8.$

Câu 236. Xét số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 1$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$. Tính $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{M}{m} = \sqrt{3}$. **B.** $\frac{M}{m} = 2$. **C.** $\frac{M}{m} = \sqrt{5}$. **D.** $\frac{M}{m} = \sqrt{2}$.

Câu 237. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. **B.** $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

C. $P = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$. **D.** $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Câu 238. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 2i| + |z - 3 + i| = 3\sqrt{5}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2| + |z - 1 - 3i|$.

A. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5},\ m = 3\sqrt{2}$. **B.** $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5},\ m = 3\sqrt{2}$.

C. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5},\ m = \sqrt{2}$. **D.** $M = \sqrt{17} + \sqrt{5},\ m = \sqrt{2}$.

Câu 239. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 3i| + |z - 6 - i| = 2\sqrt{17}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \big||z + 1 - 2i| - |z - 2 + i|\big|$.

A. $M = 3\sqrt{2},\ m = 0$. **B.** $M = 3\sqrt{2},\ m = \sqrt{2}$.

C. $M = 3\sqrt{2},\ m = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$. **D.** $M = \sqrt{2},\ m = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$.

Câu 240. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 2i| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biển thức $P = |z + 1 + i|$.

A. $P_{\min} = \frac{9}{\sqrt{34}}$. **B.** $P_{\min} = 3$. **C.** $P_{\min} = \sqrt{13}$. **D.** $P_{\min} = 4$.

Vấn đề 13. TỔNG HỢP

Câu 241. Nếu số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và $z \neq 1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 242. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và $z \neq 1$. Xác định phần thực a của số phức $w = \frac{z+1}{z-1}$.

A. $a = 0$. **B.** $a = 1$. **C.** $a = -1$. **D.** $a = 2$.

Câu 243. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $1 + z_1 z_2 \neq 0$. Tìm phần ảo a của số phức $w = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$.

A. $a = 0$. **B.** $a = 1$. **C.** $a = -1$. **D.** $a = 2$.

Câu 244. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2,\ |z_2| = 1$ và $|2z_1 - 3z_2| = 4$. Tính giá trị của biểu thức $M = |z_1 + 2z_2|$.

A. $M = 4$. **B.** $M = 2$. **C.** $M = \sqrt{11}$. **D.** $M = \sqrt{5}$.

Câu 245. Cho số phức z, w khác 0 và thỏa mãn $|z-w|=2|z|=|w|$. Tìm phần thực a của số phức $u=\frac{z}{w}$.

A. $a=-\frac{1}{8}$. **B.** $a=\frac{1}{4}$. **C.** $a=1$. **D.** $a=\frac{1}{8}$.

Câu 246. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $z_1\neq 0,\ z_2\neq 0,\ z_1+z_2\neq 0$ và $\frac{1}{z_1+z_2}=\frac{1}{z_1}+\frac{2}{z_2}$. Tính giá trị biểu thức $P=\left|\frac{z_1}{z_2}\right|$.

A. $P=2\sqrt{3}$. **B.** $P=\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $P=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $P=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 247. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$.

A. $P=1+i$. **B.** $P=-1-i$. **C.** $P=1-i$. **D.** $P=-1$.

Câu 248. Cho số phức $z\neq 0$ sao cho z không phải là số thực và $w=\frac{z}{1+z^2}$ là số thực. Tính giá trị của biểu thức $P=\frac{|z|}{1+|z|^2}$.

A. $P=\frac{1}{5}$. **B.** $P=\frac{1}{2}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=\frac{1}{3}$.

Câu 249. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ và $|z_1+z_2+z_3|=a$. Tính giá trị biểu thức $P=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$ theo a.

A. $P=3a^2$. **B.** $P=3a$. **C.** $P=a$. **D.** $P=a^2$.

Câu 250. Cho ba số phức z, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ và $z_1+z_2+z_3=0$. Tính giá trị biểu thức $A=z_1^2+z_2^2+z_3^2$.

A. $A=1$. **B.** $A=0$. **C.** $A=-1$. **D.** $A=2$.

Câu 251. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\frac{1}{|z|}=|z-1|$. Tính môđun số phức $w=z+1$.

A. $|w|=\sqrt{5}$. **B.** $|w|=5$. **C.** $|w|=1$. **D.** $|w|=\sqrt{3}$.

Câu 252. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $|3z_1-4z_2|=1$. Tính môđun của số phức $z=3z_1+4z_2$.

A. $|z|=5\sqrt{2}$. **B.** $|z|=7$. **C.** $|z|=4\sqrt{3}$. **D.** $|z|=2\sqrt{3}$.

Câu 253. Cho số phức z có $|z|=2018$ và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z}+\frac{1}{w}=\frac{1}{z+w}$. Tính môđun của số phức w.

A. $|w|=1$. **B.** $|w|=2017$. **C.** $|w|=2018$. **D.** $|w|=2019$.

Câu 254. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=\sqrt{3}$, $|z_2|=2$ được biểu diễn trong mặt phẳng phức lần lượt là các điểm M, N. Biết góc tạo bởi giữa hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$ bằng 30^0. Tính giá trị của biểu thức $A=\left|\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right|$.

A. $A=1$. **B.** $A=\sqrt{13}$. **C.** $A=\frac{7\sqrt{3}}{2}$. **D.** $A=\frac{1}{\sqrt{13}}$.

Câu 255. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$. Kí hiệu M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|(1+2i)z^3 - z^5\right|$. Tính $P = M + m$.

A. $P = 250.$ **B.** $P = 250\sqrt{137}.$ **C.** $P = 6250.$ **D.** $P = 625.$

CHỦ ĐỀ 4. SỐ PHỨC

Câu 1. Chọn D.

Câu 2. Ta có $z^2=(a+bi)^2=a^2+2abi+(bi)^2=a^2+2abi-b^2=(a^2-b^2)+2abi$. **Chọn B.**

Câu 3. Số phức thuần ảo là số phức có phần thực bằng 0. **Chọn B.**

Câu 4. Số phức $3-2\sqrt{2}i$ có phần thực $a=3,$ phần ảo $b=-2\sqrt{2}$.

Vậy $P=ab=-6\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 5. Ta có $z=i(1-i)=i-i^2=i-(-1)=1+i \longrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 6. Ta có $z=\left(\sqrt{2}+3i\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2.\sqrt{2}.3i+(3i)^2=2+6\sqrt{2}i-9=-7+6\sqrt{2}i.$

Suy ra $T=-7+6\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 7. Ta có $z=4-3i+\left(1-3i+3i^2-i^3\right)=4-3i+(1-3i-3+i)=2-5i$. **Chọn C.**

Câu 8. Để z là số thuần ảo $\Leftrightarrow m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$. **Chọn C.**

Sai lầm thường hợp là: "z là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1=0 \\ m+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$

Câu 9. Ta có $z=(x+iy)^2-2(x+iy)+5=x^2+2ixy-y^2-2x-2iy+5$

$=\left(x^2-y^2-2x+5\right)+2(xy-y)i.$

Để z là số thực $\Leftrightarrow 2(xy-y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ x=1 \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 10. Ta có $z^3=a^3+3a^2bi-3ab^2-b^3i=\left(a^3-3ab^2\right)+\left(3a^2b-b^3\right)i$

Để z^3 là số thực $\Leftrightarrow 3a^2b-b^3=0\Leftrightarrow b\left(3a^2-b^2\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b^2=3a^2 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 11. Ta có $z_1=z_2\Leftrightarrow a+bi=2017-2018i\Leftrightarrow \begin{cases} a=2017 \\ b=-2018 \end{cases} \longrightarrow S=a+2b=-2019.$

Chọn C.

Câu 12. Ta có $z=z'\Leftrightarrow (2x+3)+(3y-1)i=3x+(y+1)i\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=3x \\ 3y-1=y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

Chọn C.

Câu 13. Ta có $(x+y)+(x-y)i=5+3i\Leftrightarrow (x+y-5)+(x-y-3)i=0\Leftrightarrow \begin{cases} x+y-5=0 \\ x-y-3=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \longrightarrow S=x+y=4+1=5$. **Chọn A.**

Câu 14. Ta có $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i\Leftrightarrow -3y+(2x-5y)i=3+7i\Leftrightarrow \begin{cases} -3y=3 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 15. Ta có $2x+3+(1-2y)i=2(2-i)-3yi+x$

$\Leftrightarrow (2x+3)+(1-2y)i=(4+x)+(-3y-2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=4+x \\ 1-2y=-3y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$.

Suy ra $P=x^2-3xy-y=1-3.1.(-3)-(-3)=13$. **Chọn A.**

Câu 16. Ta có $x^2-1+yi=-1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1=-1 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=0 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 17. Ta có $x^2+y-(2y+4)i=2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y=0 \\ -(2y+4)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x^2=3 \end{cases}$.

Vậy $(x;y)=(\sqrt{3};-3)$ hoặc $(x;y)=(-\sqrt{3};-3)$. **Chọn C.**

Câu 18. Ta có $z_1=z_2^2 \longrightarrow a+bi=(3-4i)^2 \Leftrightarrow a+bi=9-24i-16 \Leftrightarrow a+bi=-7-24i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-7 \\ b=-24 \end{cases} \longrightarrow P=ab=168$. **Chọn A.**

Câu 19. Ta có $z=x+iy \longrightarrow z^2=x^2-y^2+2xyi$.

Theo đề bài, ta có $z^2=-8+6i \longrightarrow (x^2-y^2)+2xyi=-8+6i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2=-8 \\ 2xy=6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 20. Ta có $x(3+5i)+y(1-2i)^3=9+14i \Leftrightarrow x(3+5i)+y(-11+2i)=9+14i$

$\Leftrightarrow (3x-11y)+(5x+2y)i=9+14i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y=9 \\ 5x+2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{172}{61} \\ y=-\dfrac{3}{61} \end{cases}$.

Vậy $P=2x-3y=2.\dfrac{172}{61}-3.\left(-\dfrac{3}{61}\right)=\dfrac{353}{61}$. **Chọn B.**

Câu 21. Gọi A là điểm biểu diễn số phức, suy ra $\begin{cases} x_A=2 \\ y_A=-3 \end{cases}$. Vậy $A(2;-3)$. **Chọn C.**

Câu 22. Ta có $w=iz=i(1-2i)=i-2i^2=i+2=2+i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức w có tọa độ $(2;1)$. **Chọn B.**

Câu 23. Ta thấy $M(3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=3+4i$.

Vậy số phức z có Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 4. **Chọn C.**

Câu 24. Số phức $z=3-4i$ biểu diễn điểm có tọa độ là $(3;-4)$, đây chính là điểm D.

Chọn D.

Câu 25. Ta thấy điểm M có $\begin{cases} x_M=-2 \\ y_M=1 \end{cases}$ nên là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+i$.

Chọn C.

Câu 26. Dựa vào hình vẽ ta thấy

Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z_1=1+2i$.

Điểm Q là điểm biểu diễn số phức $z_4=1-2i$.

Điểm N là điểm biểu diễn số phức $z_2=-1+2i$.

Điểm P là điểm biểu diễn số phức $z_3=-1-2i$.

Chọn D.

Câu 27. Gọi $z=x+yi$ $(x;\, y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Dựa vào hình vẽ ta thấy M nằm ở góc phần tư thứ nhất nên $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$.

Ta có $2z=2(x+yi)=2x+2yi \longrightarrow$ điểm biểu diễn của số phức $2z$ có hoành độ và tung độ cũng dương nên ở góc phần tư thứ nhất. Đó là điểm E. **Chọn C.**

Câu 28. Ta có $A(4;0)\Rightarrow \overrightarrow{OA}=(4;0)$ và $B(0;-3)\Rightarrow \overrightarrow{OB}=(0;-3)$.

Do đó $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(4;-3)\longrightarrow C(4;-3)\to z=4-3i$ là số phức biểu diễn điểm C.

Chọn B.

Câu 29. Số phức $z=-1+6i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(-1;6)$.

Số phức $z'=-1-6i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(-1;-6)$.

Do đó $\begin{cases}x_A=x_B\\ y_A=-y_B\end{cases}$ nên A và B đối xứng nhau qua trục hoành. **Chọn A.**

Câu 30. Số phức $z=2+5i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(2;5)$.

Số phức $z=-2+5i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(-2;5)$.

Do đó $\begin{cases}x_A=-x_B\\ y_A=y_B\end{cases}$ nên A và B đối xứng nhau qua trục tung. **Chọn B.**

Câu 31. Số phức $z=4-7i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(4;-7)$.

Số phức $z'=-4+7i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(-4;7)$.

Do đó $\begin{cases}x_A+x_B=0\\ y_A+y_B=0\end{cases}$ nên A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. **Chọn C.**

Câu 32. Số phức $z=3+2i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(3;2)$.

Số phức $z'=2+3i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(2;3)$.

Ta thấy $\begin{cases}x_A=y_B\\ y_A=x_B\end{cases}$ nên hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Chọn D.

Câu 33. Tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức $z=3+bi$ với $b\in\mathbb{R}$ có dạng $\begin{cases}x=3\\ y=b,\ b\in\mathbb{R}\end{cases}$. Do đó các điểm này luôn nằm trên đường $x=3$. **Chọn A.**

Câu 35. Theo bài ra, ta có $A(-4;0)$, $B(0;4)$ và $M(x;3)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(4;4)$ và $\overrightarrow{AM}=(x+4;3)$.

Để ba điểm A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{3}{4}\Leftrightarrow x=-1$. **Chọn B.**

Câu 36. Từ giả thiết, suy ra $A(2;-2)$, $B(3;1)$, $C(0;2)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;3)$ và $\overrightarrow{BC}=(-3;1)$. Vì $\dfrac{1}{-3}\neq\dfrac{3}{1}$ nên A, B, C không thẳng hàng.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0\\ AB=BC=\sqrt{10}\end{cases}\longrightarrow\Delta ABC$ vuông cân tại B. **Chọn D.**

Câu 37. Từ giả thiết, suy ra $A(-1;3)$, $B(-3;-2)$, $C(4;1)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(-2;-5)$ và $\overrightarrow{AC}=(5;-2)$. Vì $\dfrac{-2}{5}\neq\dfrac{-5}{-2}$ nên A, B, C không thẳng hàng.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=(-2).5+(-5).(-2)=0\\ AB=AC=\sqrt{29}\end{cases}\longrightarrow\Delta ABC$ vuông cân tại A. **Chọn D.**

Câu 38. Số phức $z_2=(1+i)^2=2i$.

Từ giả thiết, ta có $A(1;1)$, $B(0;2)$, $C(a;-1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}=(-1;1)$ và $\overrightarrow{BC}=(a;-3)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow -a-3=0\Leftrightarrow a=-3$. **Chọn A.**

Câu 39. Đường tròn có tâm $I(-2017;2018)$ biểu diễn số phức $z=-2017+2018i$.

Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3.

Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OG}=3\overrightarrow{OI}$ (do tam giác ABC đều nên trọng tâm $G\equiv I$).

Suy ra $z_1+z_2+z_3=3(-2017+2018i)=-6051+6054i$.

Vậy số phức $w=z_1+z_2+z_3=-6051+6054i$. **Chọn C.**

Câu 40. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} A(2;-1) \\ B(-1;6) \\ C(8;1) \end{cases} \longrightarrow G(3;2) \to z_4=3+2i \leftrightarrow \overline{z}_4=3-2i.$ **Chọn D.**

Câu 41. Ta có $z=z_1+z_2=(5-7i)+(2+3i)=(5+2)+(-7+3)i=7-4i$. **Chọn A.**

Câu 42. Ta có $w=z_1-2z_2=1+2i-2(2-3i)$

$=(1+2i)+(-4+6i)=(1-4)+(2+6)i=-3+8i$. **Chọn B.**

Câu 43. Ta có $z=3z_1-2z_2=3(1+2i)-2(2-3i)$

$=(3+6i)+(-4+6i)=(3-4)+(6+6)i=-1+12i.$

Vậy $z=3z_1-2z_2$ có phần ảo bằng $a=12$. **Chọn B.**

Câu 44. Ta có $z=z_1+z_2=(1-2i)+(-3+i)=(1-3)+(-2+1)i=-2-i.$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $P(-2;-1)$. **Chọn C.**

Câu 45. Từ giả thiết, suy ra $z_1=3+i$ và $z_2=2+3i$.

Ta có $z_1+z=z_2 \longrightarrow z=z_2-z_1=(2+3i)-(3+i)=(2-3)+(3-1)i=-1+2i.$

Vậy điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(-1;2)$. **Chọn A.**

Câu 46. Ta có $z=z_1.z_2=(2017-i)(2-2016i)=2017.2-2017.2016i-2i+2016i^2$

$=4034-4066272i-2i-2016=(4034-2016)+(-4066272i-2)i=2018-4066274i.$

Chọn C.

Cách 2. Dùng CASIO

Câu 47. Ta có $2z_1z_2=2(3-4i)(-i)=-8-6i \to \begin{cases} a=-8 \\ b=-6 \end{cases} \longrightarrow S=a-b+2=0.$ **Chọn C.**

Câu 48. Xét đáp án A, ta có $z=(3+i)(8+3i)=21+17i$ (loại).

Xét đáp án B, ta có $z=(3-i)(8+3i)=27+i$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 49. Gọi $z=x+yi \ (x;y\in\mathbb{R})$.

Khi đó $(1+i)z=3-i \longrightarrow (1+i)(x+yi)=3-i \Leftrightarrow x+yi+xi-y=3-i$

$\Leftrightarrow (x-y)+(x+y)i=3-i \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \longrightarrow Q(1;-2).$ **Chọn B.**

Câu 50. Ta có $z.z'=(m+3i)[2-(m+1)i]=2m+6i-m(m+1)i-3(m+1)i^2$

$=(5m+3)-(m^2+m-6)i$.

Để $z.z'$ là số thực $\Leftrightarrow m^2+m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-3 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 51. Với $z=a+bi$ suy ra số phức liên hợp là $\overline{z}=a-bi$. **Chọn D.**

Câu 52. Từ $z=3-2i$, suy ra $\overline{z}=3+2i$.

Vậy phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. **Chọn D.**

Câu 53. Ta có $z=1-2i \longrightarrow \overline{z}=1+2i \longrightarrow$ điểm biểu diễn của số phức liên hợp của số phức z là $M_1(1;2)$. **Chọn A.**

Câu 54. Ta có $z=i(3i+1)=3i^2+i=-3+i$, suy ra $\overline{z}=-3-i.$ **Chọn D.**

Câu 55. Ta có $z=2+5i.$ Suy ra $\overline{z}=2-5i$.

Khi đó $w=iz+\overline{z}=i(2+5i)+2-5i=2i+5i^2+2-5i=2i-5+2-5i=-3-3i.$ **Chọn B.**

Câu 56. Ta có $i.z_2=i(4-3i)=4i-3i^2=3+4i=z_1 \longrightarrow z_1=i.z_2$. **Chọn D.**

Câu 57. Theo bài ra, ta đặt $z = ki\ (k \neq 0)$, suy ra $\overline{z} = -ki = -z \Leftrightarrow z = -\overline{z}$. **Chọn D.**

Câu 58. Đặt $z = x + yi\ \left(x;\ y \in \mathbb{R},\ x^2 + y^2 \neq 0\right)$. suy ra $\overline{z} = x - yi$.

Khi đó $A(x;y),\ B(x;-y)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z và $\overline{z}$.

Suy ra $A,\ B$ đối xứng nhau qua trục hoành. **Chọn B.**

Câu 59. Đặt $z = a + bi\ (a;b \in \mathbb{R}) \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

Ta có $\begin{cases} \alpha = z^2 + (\overline{z})^2 = (a+bi)^2 + (a-bi)^2 = 2\left(a^2 - b^2\right) \in \mathbb{R} \\ \beta = z.\overline{z} + i(z - \overline{z}) = (a+bi)(a-bi) + i\left[a + bi - (a - bi)\right] = a^2 + b^2 - 2b \in \mathbb{R} \end{cases}.$

Do đó $\alpha,\ \beta$ là các số thực. **Chọn A.**

Câu 60. Ta có $z = 5 - 3i \longrightarrow \overline{z} = 5 + 3i$.

Suy ra $1 + \overline{z} + (\overline{z})^2 = 1 + (5+3i) + (5+3i)^2 = (6+3i) + (16+30i) = 22 + 33i$. **Chọn B.**

Câu 61. Ta có $\overline{z} = \left(i + \sqrt{2}\right)^2\left(1 - \sqrt{2}i\right) = \left(i^2 + 2\sqrt{2}i + 2\right)\left(1 - \sqrt{2}i\right) = \left(1 + 2\sqrt{2}i\right)\left(1 - \sqrt{2}i\right)$

$= 1 - \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i - 4i^2 = 5 + \sqrt{2}i$.

Suy ra $z = 5 - \sqrt{2}i$. Do đó, phần ảo của số phức z bằng $-\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 62. Ta có $z_1 = 4 - 3i + \left(1 - 3i + 3i^2 - i^3\right) = 4 - 3i + (1 - 3i - 3 + i) = 2 - 5i$.

Suy ra $\overline{z}_1.z_2 = (2+5i)(7+i) = 9 + 37i \longrightarrow \overline{\overline{z_1}.z_2} = 9 - 37i.$

Do đó $w = 2(9 - 37i) = 18 - 74i$. **Chọn C.**

Câu 63. Đặt $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a - bi$.

Theo giả thiết, ta có $a + bi + 2(a - bi) = 6 - 3i \Leftrightarrow 3a - bi = 6 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ -b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}.$

Chọn A.

Câu 64. Ta có $iz = 2(\overline{z} - 1 - i) \Leftrightarrow i(a + bi) = 2(a - bi - 1 - i) \Leftrightarrow -b + ai = 2a - 2 + (-2b - 2)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2a - 2 \\ a = -2b - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ a + 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \longrightarrow S = ab = -4.$ **Chọn A.**

Câu 65. Đặt $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a - bi$.

Từ $z.\overline{z} = 10(z + \overline{z}) \longrightarrow (a+bi)(a-bi) = 10\left[(a+bi) + (a-bi)\right] \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 20a.$ (1)

Hơn nữa, số phức z có phần ảo bằng ba lần phần thực nên $b = 3a$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} a^2 + b^2 = 20a \\ b = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}.$

Vậy có 2 số phức cần tìm là: $z = 2 + 6i$ và $z = 0$. **Chọn B.**

Câu 66.. Ta có $z = a + bi \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

Từ $(1+i)z + 2\overline{z} = 3 + 2i \longrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i$

$\Leftrightarrow (a-b)i + (3a - b) = 3 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ 3a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \longrightarrow P = a + b = -1.$ **Chọn C.**

Câu 67. Đặt $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a - bi$.

Theo giả thiết, ta có $a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$

$\Leftrightarrow -a - 3b - (3a - 3b)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \longrightarrow P = ab = -2.$ **Chọn D.**

Câu 68. Ta có $z = a + bi \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

Theo giả thiết, ta có $(1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2 - 6i$

$\Leftrightarrow (4a-2b-2)+(6-2b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-2b-2=0 \\ 6-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \longrightarrow T=b-a=1$. **Chọn C.**

Câu 69. Đặt $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $(1-i)(a+bi)+2i(a-bi)=5+3i \Leftrightarrow (a+3b-5)+(a+b-3)i=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+3b-5=0 \\ a+b-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \longrightarrow z=2+i \Rightarrow \overline{z}=2-i.$

Vậy $w=z+2\overline{z}=(2+i)+2(2-i)=6-i$. **Chọn A.**

Câu 70. Đặt $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$, suy ra $iz=i(x+yi)=-y+xi \longrightarrow \overline{iz}=-y-xi.$

Theo giả thiết, ta có $x+yi+2-4i=(2-i)(-y-xi)$

$\Leftrightarrow x+2+(y-4)i=(-2y-x)+(y-2x)i \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=-2y-x \\ y-4=y-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \longrightarrow z=2-3i.$

Khi đó $w=z^3-i=(2-3i)^3-i=-46-10i$. **Chọn C.**

Câu 71. Điểm M biểu diễn số phức $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$ nên có tọa độ $M(a;b)$.

Ta có $OM=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$. **Chọn A.**

Câu 72. Giả sử $z_1=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$ và $z_2=x+yi(x;\ y\in\mathbb{R})$.

Khi đó $M(a;b)$ và $N(x;y)$.

Suy ra $|z_1-z_2|=|(a-x)+(b-y)i|=\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}$.

Lại có $\left|\overrightarrow{MN}\right|=MN=\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}$. Vậy $|z_1-z_2|=\left|\overrightarrow{MN}\right|$. **Chọn B.**

Câu 73. Chọn D. Vì $z_1.z_2=(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

$\longrightarrow \overline{z_1.z_2}=(ac-bd)-(ad+bc)i$.

Câu 74. Gọi $z_1=m.i$ $(m\in\mathbb{R}) \longrightarrow \begin{cases} z_1^2=(m.i)^2=m^2.i^2=-m^2 \\ |z_1|=\sqrt{0^2+m^2}=|m| \longrightarrow |z_1|^2=m^2 \end{cases}.$

Khi đó $z=z_1^2+|z_1|^2=-m^2+m^2=0$. **Chọn B.**

Câu 75. Giả sử $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$

$\longrightarrow z^2=a^2-b^2+2abi \longrightarrow |z^2|=\sqrt{(a^2-b^2)^2+4a^2b^2}=\sqrt{(a^2+b^2)^2}=a^2+b^2.$

Lại có $|z|=\sqrt{a^2+b^2} \longrightarrow |z|^2=a^2+b^2.$ Do đó $|z^2|=|z|^2.$ **Chọn B.**

Câu 76. Ta có $|z|=z$. Mà $|z|\geq 0$ nên z là số thực không âm. **Chọn A.**

Câu 77. Ta có $|z|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. **Chọn D.**

Câu 78. Ta có $z_1+z_2=3-2i$. Suy ra $|z_1+z_2|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$. **Chọn A.**

Câu 79. Ta có $z_1-z_2=-1+4i \longrightarrow |z_1-z_2|=\sqrt{17}$. **Chọn A.**

Câu 80. Ta có $iz=3+4i \longrightarrow z=\dfrac{3+4i}{i} \longrightarrow |z|=\left|\dfrac{3+4i}{i}\right|=\dfrac{|3+4i|}{|i|}=\dfrac{5}{1}=5.$ **Chọn A.**

Cách 2. Lấy môđun hai vế, ta được $|iz|=|3+4i| \Leftrightarrow |i|.|z|=5 \Leftrightarrow 1.|z|=5 \Leftrightarrow |z|=5.$

Câu 81. Chọn D. Vì điểm $M(\sqrt{2};3)$ biểu diễn cho số phức $u=\sqrt{2}+3i$ có phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng 3 và môđun $|u|=\sqrt{(\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{11}$.

Câu 82. Lấy môđun hai vế, ta được $|\overline{z}|=|(4-3i)(1+i)| \xrightarrow{|z|=|\overline{z}|} |z|=|4-3i|.|1+i|=5.\sqrt{2}.$

Chọn C.

Câu 83. Do quỹ tích biểu diễn các điểm của số phức z nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính $R=1$ nhưng nằm trong đường tròn tâm O bán kính $R=2$. **Chọn C.**

Câu 84. Chọn D.

Câu 85. Vì điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường chéo của hình vuông nên $-2\le a\le 2$, $-2\le b\le 2$ và $\left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-b \end{array}\right.$. Vậy điều kiện là $|a|=|b|\le 2$. **Chọn C.**

Câu 86. Gọi $z=x+yi$ $(x;\, y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Từ hình vẽ ta có $\begin{cases} x^2+y^2\le 9 \\ y\le x \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2}\le 3 \\ y\le x \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} |z|\le 3 \\ y\le x \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 87. Giả sử $|z_1|=|z_2|=|z_3|=R$.

Khi đó A, B, C nằm trên đường tròn $(O;R)$.

Do $z_1+z_2=0$ nên hai điểm A, B đối xứng nhau qua O. Như vậy điểm C nằm trên đường tròn đường kính AB (bỏ đi hai điểm A và B) hay tam giác ABC vuông tại C. **Chọn A.**

Câu 89. Từ giả thiết, ta có $OA=3$, $OB=4$ và $AB=5$.

Ta có $OA^2+OB^2=AB^2 \longrightarrow \Delta OAB$ vuông tại O.

Vậy $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.3.4=6$. **Chọn B.**

Câu 90. Δ đi qua hai điểm $(1;0)$ và $(0;1)$ nên có phương trình $\Delta: x+y-1=0$.

Khi đó $|z|_{\min}=d[O,\Delta]=\frac{|-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **Chọn D.**

Câu 91. Lấy môđun hai vế của $w=(1-i)^2 z$, ta được

$|w|=\left|(1-i)^2 z\right|=\left|(1-i)^2\right|.|z|=|-2i|.|z|=2.m$. **Chọn B.**

Câu 92. Theo giả thiết, ta có $|z|=2\Leftrightarrow \sqrt{m^2+(3m+2)^2}=2$

$\Leftrightarrow m^2+(3m+2)^2=4\Leftrightarrow 10m^2+12m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-6/5 \end{array}\right.$.

Vì m là tham số thực âm nên ta chọn $m=-\frac{6}{5}$, suy ra $z=-\frac{6}{5}-\frac{8}{5}i$. **Chọn C.**

Câu 93. Đặt $z=a+bi$ $(a;\, b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $2(a+bi)+3(1-i)(a-bi)=1-9i$

$\longrightarrow (5a-3b)-(3a+b)i=1-9i\Leftrightarrow \begin{cases} 5a-3b=1 \\ 3a+b=9 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}\longrightarrow \overline{z}=2-3i$. **Chọn D.**

Câu 94. Đặt $z=a+bi$ $(a;\, b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $(1+2i)(a+bi)+(2+3i)(a-bi)=6+2i$

$\Leftrightarrow 3a+b+(5a-b)i=6+2i\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=6 \\ 5a-b=2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$.

Suy ra $z=1+3i\rightarrow |z|=\sqrt{10}$. **Chọn C.**

Câu 95. Đặt $z=a+bi$ $(a;\, b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $5(a-bi)+3-i=(-2+5i)(a+bi)$

$\Leftrightarrow 5a+3-(5b+1)i=-2a-5b+(5a-2b)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a+3=-2a-5b \\ 5b+1=2b-5a \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 7a+5b+3=0 \\ 5a+3b+1=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$.

Suy ra $z=1-2i$, suy ra $3i(z-1)^2=-12i$. Vậy $P=\left|3i(z-1)^2\right|=|-12i|=12$. **Chọn C.**

Câu 96. Theo giả thiết, ta có $a+bi+1+3i-\sqrt{a^2+b^2}i=0$

$$\Leftrightarrow (a+1)+\left(b-\sqrt{a^2+b^2}+3\right)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b-\sqrt{a^2+b^2}+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{b^2+1}=b+3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{b^2+1}=b+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\dfrac{4}{3} \end{cases} \longrightarrow S=a+3b=-5.$$ **Chọn B.**

Câu 97. Gọi $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$. Ta có

- $|z+3|=5 \longrightarrow |a+bi+3|=5 \Leftrightarrow (a+3)^2+b^2=25.$ (1)
- $|z-2i|=|z-2-2i| \longrightarrow |a+bi-2i|=|a+bi-2-2i|$

$\Leftrightarrow a^2+(b-2)^2=(a-2)^2+(b-2)^2 \Leftrightarrow a^2=(a-2)^2 \Leftrightarrow a=1.$ (2)

Thay (2) vào (1), ta được $16+b^2=25 \Leftrightarrow b^2=9$.

Vậy $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1^2+9}=\sqrt{10}$. **Chọn C.**

Câu 98. Gọi $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$. Ta có

- $|z|=5 \longrightarrow x^2+y^2=25.$ (1)
- $|z+3|=|z+3-10i| \longrightarrow |x+yi+3|=|x+yi+3-10i|$

$\Leftrightarrow (x+3)^2+y^2=(x+3)^2+(y-10)^2 \Leftrightarrow y=5.$ (2)

Thay (2) vào (1), ta được $x^2=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy $z=5i \longrightarrow w=z-4+3i=-4+8i$. **Chọn D.**

Câu 99. Gọi $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$. Ta có

- $|z-1|=2 \longrightarrow |x+yi-1|=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=4.$ (1)
- $z^2=(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi$ là số thuần ảo $x^2-y^2=0$. (2)

Giải hệ gồm (1) và (2), ta được $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=4 \\ x^2-y^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{7}}{2} \to y=\pm\dfrac{1+\sqrt{7}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{7}}{2} \to y=\pm\dfrac{1-\sqrt{7}}{2} \end{array}\right.$.

Do đó có 4 số phức thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 100. Gọi $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$. Ta có

- $|z+2-i|=2\sqrt{2} \longrightarrow |x+yi+2-i|=2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=8.$
- $(z-1)^2=(x+yi-1)^2=(x-1)^2-y^2+2(x-1)yi$ là số thuần ảo nên $(x-1)^2-y^2=0.$

Giải hệ $\begin{cases} (x+2)^2+(y-1)^2=8 \\ (x-1)^2-y^2=0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1+\sqrt{3} \\ y=2-\sqrt{3} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1-\sqrt{3} \\ y=2+\sqrt{3} \end{cases}$.

Do đó có 3 số phức thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 101. Giả sử $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R}) \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

Theo giả thiết, ta có $(a+bi)-(a-bi)=(a+bi)^2 \Leftrightarrow 2bi = a^2 - b^2 + 2abi$

$$\Leftrightarrow (a^2-b^2)+(2ab-2b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=0 \\ 2ab-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-b \end{array}\right. \\ 2ab-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=0 \\ a=b=1 \\ a=1; b=-1 \end{array}\right. .$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn là $z=0$, $z=1+i$ và $z=1-i$. **Chọn C.**

Câu 102. Giả sử $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R}) \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

- $|z-2+i|=2 \longrightarrow |a+bi-2+i|=2 \Leftrightarrow (a-2)^2+(b+1)^2=4.$ (1)
- $\overline{z}-i=a-bi-i=a-(b+1)i$ là số thực $\Leftrightarrow b+1=0 \Leftrightarrow b=-1$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} (a-2)^2+(b+1)^2=4 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2=4 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \vee a=4 \\ b=-1 \end{cases}.$

Vậy có hai số phức cần tìm là $z=-i$; $z=4-i$. **Chọn C.**

Câu 103. Giả sử $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R}) \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

- $z\overline{z}=1 \longrightarrow (a+bi)(a-bi)=1 \Leftrightarrow a^2+b^2=1.$ (1)
- $|\overline{z}-1|=2 \longrightarrow |(a-1)-bi|=2 \Leftrightarrow (a-1)^2+b^2=4.$ (2)

Giải hệ (1) và (2), ta được $\begin{cases} a^2+b^2=1 \\ (a-1)^2+b^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases} \longrightarrow a+b=-1.$ **Chọn C.**

Câu 104. Giả sử $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R}) \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

- $|z|^2+2z\overline{z}+|\overline{z}|^2=8 \longrightarrow 4(a^2+b^2)=8$ (do $|z|^2=|\overline{z}|^2=z.\overline{z}=a^2+b^2$).
- $z+\overline{z}=2 \longrightarrow a+bi+a-bi=2 \Leftrightarrow 2a=2 \Leftrightarrow a=1$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4(a^2+b^2)=8 \\ a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\pm 1 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 105. Giả sử $z = a + bi\ (a;\ b \in \mathbb{R}) \longrightarrow \overline{z} = a - bi.$

- $|z-1|=1 \longrightarrow |a+bi-1|=1 \Leftrightarrow (a-1)^2+b^2=1.$ (1)
- $(1+i)(\overline{z}-i)=(1+i)[a-(b+1)i]=a+b+1+(a-b-1)i$ có phần ảo bằng 1

$\Leftrightarrow a-b-1=1$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} (a-1)^2+b^2=1 \\ a-b-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 106. Áp dụng công thức $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)$

$\longrightarrow |z_1+z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)-|z_1-z_2|^2=3 \longrightarrow |z_1+z_2|=\sqrt{3}.$ **Chọn A.**

Câu 107. Gọi $z=x+yi\ (x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|2z-i|=|2+iz| \longrightarrow |2x+(2y-1)i|=|2-y+xi|$

$$\Leftrightarrow 4x^2+(2y-1)^2=(2-y)^2+x^2 \Leftrightarrow x^2+y^2=1 \longrightarrow |z|=1 \longrightarrow \begin{cases} |z_1|=1 \\ |z_2|=1 \end{cases}.$$

Áp dụng công thức $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)$

$\longrightarrow |z_1+z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)-|z_1-z_2|^2=3 \longrightarrow |z_1+z_2|=\sqrt{3}.$ **Chọn D.**

Câu 108. Ta có $\begin{cases} |z_1|=6 \to z_1\overline{z_1}=36 \\ |z_2|=8 \to z_2\overline{z_2}=64 \end{cases}$ và $|z_1-z_2|=2\sqrt{13} \to (z_1-z_2)(\overline{z_1}-\overline{z_2})=52$

$\Leftrightarrow z_1\overline{z}_1+z_2\overline{z}_2-\left(z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2\right)=52\Leftrightarrow 36+64-\left(z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2\right)=52\Leftrightarrow\left(z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2\right)=48.$

Khi đó $P^2=\left(2z_1+3z_2\right)\left(2\overline{z}_1+3\overline{z}_2\right)=4z_1\overline{z}_1+9z_2\overline{z}_2+6\left(z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2\right)=1008$

$\longrightarrow P=12\sqrt{7}.$ **Chọn B.**

Câu 109. Từ $z=a+bi\ (a;\ b\in\mathbb{R})\longrightarrow z^2=a^2-b^2+2abi\to z^2+4=a^2-b^2+4+2abi.$

Khi đó $\left|z^2+4\right|=2|z|\longrightarrow\left|\left(a^2-b^2+4\right)+2abi\right|=2|a+bi|$

$\Leftrightarrow\left(a^2-b^2+4\right)^2+4a^2b^2=4\left(a^2+b^2\right)$

$\longrightarrow 8\left(b^2-a^2\right)=16-4\left(a^2+b^2\right)+\left(a^2+b^2\right)^2=16-4|z|^2+|z|^4.$

Suy ra $P=8\left(b^2-a^2\right)-12=|z|^4-4|z|^2+4=\left(|z|^2-2\right)^2.$ Chọn D.

Câu 110. Ta luôn có bất đẳng thức $\left(|a|-|b|\right)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2+b^2\geq 2|ab|\ \ (\forall a;\ b\in\mathbb{R}).$

Cộng hai vế cho a^2+b^2, ta được $2a^2+2b^2\geq a^2+b^2+2|ab|$

$\Leftrightarrow 2\left(a^2+b^2\right)\geq\left(|a|+|b|\right)^2\Leftrightarrow\sqrt{2\left(a^2+b^2\right)}\geq|a|+|b|\Leftrightarrow|z|\sqrt{2}\geq|a|+|b|$. **Chọn B.**

Câu 111. Từ giả thiết, ta có $z^2=|z|+i|z|-2+2i\Leftrightarrow z^2=|z|-2+\left(|z|+2\right)i.$

Lấy môđun hai vế, ta được $\left|z^2\right|=\sqrt{\left(|z|-2\right)^2+\left(|z|+2\right)}.\ (*)$

Mặt khác $|z|^2=\left|z^2\right|$ và đặt $t=|z|\geq 0$, khi đó $(*)$ trở thành $t^2=\sqrt{\left(t-2\right)^2+\left(t+2\right)^2}$

$\Leftrightarrow t^4=t^2-4t+4+t^2+4t+4\Leftrightarrow t^4-2t^2-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2=-2\ \text{(loại)}\\ t^2=4\end{array}\right.\Rightarrow t=2.$

Vậy $|z|=2\longrightarrow\sqrt{2}<|z|<3\sqrt{2}.$ **Chọn D.**

Câu 112. Sử dụng bất đẳng thức $|u-v|\leq|u|+|v|$, ta có

$$2\sqrt{2}\geq 2|z-1|+3|z-i|=2\underbrace{\left(|z-1|+|z-i|\right)}+|z-i|$$

$$\geq 2\underbrace{|z-1-(z-i)|}+|z-i|$$

$$=2|i-1|+|z-i|=2\sqrt{2}+|z-i|.$$

Suy ra $|z-i|\leq 0\Leftrightarrow|z-i|=0\Leftrightarrow z=i\longrightarrow|z|=1$. **Chọn D.**

Câu 113. Từ giả thiết, ta có $z-4=|z|+i|z|-4i-3zi\Leftrightarrow z(1+3i)=|z|+4+\left(|z|-4\right)i.$

Lấy môđun hai vế, ta được $\left|z(1+3i)\right|=\left||z|+4+\left(|z|-4\right)i\right|$

$\Leftrightarrow|z|.|1+3i|=\sqrt{\left(|z|+4\right)^2+\left(|z|-4\right)^2}\Leftrightarrow|z|\sqrt{10}=\sqrt{\left(|z|+4\right)^2+\left(|z|-4\right)^2}$

$\Leftrightarrow 10|z|^2=\left(|z|+4\right)^2+\left(|z|-4\right)^2\Leftrightarrow 8|z|^2=32\Leftrightarrow|z|^2=4\longrightarrow|z|=2.$ **Chọn C.**

Câu 114. Ta chọn $z_1=2\longrightarrow M(2;0)$ là điểm biểu diễn của số phức z_1.

Nhật thấy $\begin{cases}\widehat{MON}=45^0\\ \left|iz_2\right|=\left|z_2\right|=\sqrt{2}\end{cases}\longrightarrow$ chọn $iz_2=1+i$ (hình vẽ)

Từ $iz_2=1+i\longrightarrow z_2=1-i.$

Thay $\begin{cases}z_1=2\\ z_2=1-i\end{cases}$ vào P và bấm máy, ta được $P=4\sqrt{5}.$

Chọn A.

Câu 115. Ta tư duy để chọn được ba số phức $z_1,\ z_2,\ z_3$ thỏa mãn điều kiện. Đó là các số phức $z_1=1,\ z_2=i,\ z_3=-i.$

Thay vào P và ta được $P=1.$ **Chọn D.**

Để ý những số phức có môđun bằng 1 hay dùng là

$$z=\pm 1,\quad z=\pm i,\quad z=\pm\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i,\quad z=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

Câu 116. Ta có $\frac{1}{3+2i}=\frac{3-2i}{(3+2i)(3-2i)}=\frac{3-2i}{13}=\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$. **Chọn A.**

Câu 117. Ta có $z=\frac{2}{1+i\sqrt{3}}=\frac{2\left(1-i\sqrt{3}\right)}{\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)}=\frac{2-2i\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\overline{z}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 118. Ta có $z=5-3i$, suy ra $\overline{z}=5+3i$.

Do đó $\frac{1}{\overline{z}}=\frac{1}{5+3i}=\frac{5-3i}{(5+3i)(5-3i)}=\frac{5-3i}{25-9i^2}=\frac{5-3i}{34}=\frac{5}{34}-\frac{3}{34}i$

$$\longrightarrow\begin{cases}a=\frac{5}{34}\\ b=-\frac{3}{34}\end{cases}\longrightarrow S=a+b=\frac{1}{17}$$. **Chọn B.**

Câu 119. Ta có $z=5-3i\longrightarrow\overline{z}=5+3i.$

Vậy $\frac{1}{2i}(z-\overline{z})=\frac{1}{2i}\left[(5-3i)-(5+3i)\right]=\frac{1}{2i}(-6i)=-3=-3+0i.$ **Chọn A.**

Câu 120. Ta có $\frac{x(3-2i)}{2+3i}+y(1-2i)^2=6-5i\Leftrightarrow\frac{x(3-2i)(2-3i)}{13}+y(1-4i-4)=6-5i$

$$\Leftrightarrow -xi+y(-3-4i)=6-5i\Leftrightarrow -3y-(x+4y)i=6-5i\Leftrightarrow\begin{cases}-3y=6\\ x+4y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=13\\ y=-2\end{cases}.$$

Vậy $x=13; y=-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 121. Ta có $(1+i)z=\frac{1}{z}\Leftrightarrow z^2=\frac{1}{1+i}\Leftrightarrow z^2=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

Do đó phần ảo của z^2 là $-\frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 122. Từ giả thiết, ta có $\frac{1}{z^2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i=\frac{1+i}{2}\longleftrightarrow z^2=\frac{2}{1+i}=1-i.$.

Lấy môđun hai vế và chú ý $\left|z^2\right|=|z|^2$, ta được $|z|^2=\sqrt{2}\leftrightarrow|z|=\sqrt[4]{2}.$ **Chọn C.**

Câu 123. Dựa vào các đáp án, ta có các nhận xét cụ thể sau:

- $z=2-2\sqrt{3}.i\longrightarrow\overline{z}=2+2\sqrt{3}.i$ nên D đúng.
- $\left(\sqrt{3}-i\right)^2\overset{\text{CASIO}}{=}2-2\sqrt{3}i$ nên C đúng.
- $\frac{1}{z}=\frac{1}{2-2\sqrt{3}.i}\overset{\text{CASIO}}{=}\frac{1}{8}+\frac{\sqrt{3}}{8}i$ nên B đúng.

Từ đây, các đáp án B, C, D đều đúng suy ra A sai. **Chọn A.**

Hoặc có thể làm trực tiếp $z^3=\left(2-2\sqrt{3}i\right)^3\overset{\text{CASIO}}{=}-64\neq 64.$

Câu 124. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, N là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ ($\overline{z}$ là số phức liên hợp của z). Khi đó M và N đối xứng nhau qua Ox.

Gọi A', B', C' lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $\overline{z}_1, \overline{z}_2, \overline{z}_3$.

Từ giả thiết $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{z_3}\rightarrow\frac{\overline{z}_1}{\left|z_1\right|^2}+\frac{\overline{z}_2}{\left|z_2\right|^2}=\frac{\overline{z}_3}{\left|z_3\right|^2}\rightarrow\overline{z}_1+\overline{z}_2=\overline{z}_3$ (do $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=\left|z_3\right|=3$).

Suy ra $\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}=\overrightarrow{OC'}\longrightarrow OA'C'B'$ là hình bình hành.

Mà $\left|\overrightarrow{OA'}\right|=\left|\overrightarrow{OB'}\right|=\left|\overrightarrow{OC'}\right|\longrightarrow OA'C'B'$ là hình thoi với $\widehat{A'C'B'}=120^0$.

Vậy $\widehat{ACB}=120^0$ (do $\widehat{ACB}$ và $\widehat{A'C'B'}$ đối xứng qua Ox). **Chọn C.**

Câu 125. Gọi $z=x+yi\ (x;\,y\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}x^2+y^2=1\\x>0;\ y>0\end{cases}$.

Ta có $w=\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+yi}=\dfrac{x-yi}{x^2+y^2}=x-yi=\overline{z}$.

Vì hai số phức z và $\overline{z}$ có điểm biểu diễn đối xứng qua trục hoành nên ta chọn điểm Q thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 126. Gọi $z=x+yi\ (x;\,y\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}x^2+y^2=\dfrac{1}{4}\\x>0;\ y>0\end{cases}$.

Ta có $w=\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+yi}=\dfrac{x-yi}{x^2+y^2}=4(x-yi)=4\overline{z}$ suy ra điểm biểu diễn số phức w là điểm Q. **Chọn B.**

Câu 127. Gọi $z=x+yi\ (x;\,y\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}x^2+y^2=\dfrac{1}{2}\\x>0;\ y>0\end{cases}$.

Ta có $w=\dfrac{1}{iz}=-\dfrac{i}{z}=-\dfrac{i}{x+yi}=-\dfrac{i(x-yi)}{(x+yi)(x-yi)}=-\dfrac{y+xi}{x^2+y^2}=-2y-2xi.$

Vì $x>0,\ y>0$ nên điểm biểu diễn số phức w có tọa độ là $(-2y;-2x)$ (đều có hoành độ và tung độ âm). Đồng thời $|w|=2\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2}=2|z|$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức w nằm trong góc phần tư thứ III và cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $2OA$. Quan sát hình vẽ ta thấy có điểm P thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 128. Gọi $z=x+yi\ (x;\,y\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}x^2+y^2=1\\x>0;\ y>0\end{cases}$.

Ta có $w=\dfrac{1}{iz}=-\dfrac{i}{z}=-\dfrac{i}{x+yi}=-\dfrac{i(x-yi)}{(x+yi)(x-yi)}=-\dfrac{y+xi}{x^2+y^2}=-y-xi.$

Vì $x>0,\ y>0$ nên điểm biểu diễn số phức w có tọa độ là $(-y;-x)$ (đều có hoành độ và tung độ âm). Đồng thời $|w|=\sqrt{(-y)^2+(-x)^2}=1=|z|$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức w nằm trong góc phần tư thứ III và cách gốc tọa độ O một khoảng bằng OA. Quan sát hình vẽ ta thấy có điểm P thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 129. Ta có $(2+i)(z+i)=3-z\longrightarrow z=1-i$.

Suy ra $w=\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{4}i\longrightarrow M\left(\dfrac{5}{4};\dfrac{1}{4}\right)\longrightarrow\tan\varphi=\dfrac{1}{5}$.

Khi đó $\sin2\varphi=\dfrac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{5}{13}>0;\ \cos2\varphi=\dfrac{1-\tan^2\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{12}{13}>0$. **Chọn A.**

Câu 130. Ta có $z=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}+\dfrac{(1-i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{(1-i)(1+i)}+\dfrac{(-2i)}{(1-i)(1+i)}=0$. **Chọn A.**

Câu 131. Ta có $(1-i)z-1+5i=0\Leftrightarrow(1-i)z=1-5i$

$\longrightarrow z=\dfrac{1-5i}{1-i}=\dfrac{(1-5i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{1-4i-5i^2}{2}=3-2i.$

Vậy $A=z.\overline{z}=|z|^2=(3)^2+(-2)^2=13$. **Chọn B.**

Câu 132. Ta có $(2+i)z+\dfrac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i\Leftrightarrow(2+i)z=7+8i-\dfrac{2(1+2i)}{1+i}$

$\Leftrightarrow (2+i)z = 4+7i \Leftrightarrow z = \dfrac{4+7i}{2+i} \Leftrightarrow z = 3+2i$.

Suy ra $w = z+1+i = 4+3i \longrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \longrightarrow P = 16+9 = 25$. **Chọn C.**

Câu 133. Ta có $(1+2i)z = 5(1+i)^2 \Leftrightarrow z = \dfrac{5(1+i)^2}{1+2i} = \dfrac{10i}{1+2i} = \dfrac{10i(1-2i)}{5} = 4+2i.$

Suy ra $w = \overline{z} + iz = (4-2i) + i(4+2i) = 2+2i$.

Vậy số phức w có phần thực bằng 2, phần ảo bằng 2. Suy ra $2^2+2^2 = 8$. **Chọn D.**

Câu 134. Ta có $\dfrac{1-i}{z+1} = 1+i \Leftrightarrow z+1 = \dfrac{1-i}{1+i} \Leftrightarrow z+1 = -i \longrightarrow z = -1-i.$

Suy ra $w = z^3 + 1 = (-1-i)^3 + 1 = -(1+i)^3 + 1 = 3-2i \longrightarrow M(3;-2)$. **Chọn C.**

Câu 135. Ta có $\dfrac{z}{1-2i} + \overline{z} = 2 \Leftrightarrow z + \overline{z}(1-2i) = 2(1-2i).$ (1)

Đặt $z = a+bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Do đó $(1) \longrightarrow a+bi+(a-bi)(1-2i) = 2-4i$

$\Leftrightarrow (2a-2b) - 2ai = 2-4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-2b=2 \\ -2a=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \longrightarrow z = 2+i.$

Suy ra $w = z^2 - z = (2+i)^2 - (2+i) = 1+3i \longrightarrow |w| = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$. **Chọn A.**

Câu 136. Ta có $(1+2i)z = 3+i \Leftrightarrow z = \dfrac{3+i}{1+2i} = \dfrac{(3+i)(1-2i)}{5} = \dfrac{5-5i}{5} = 1-i$.

Suy ra $|z| = \sqrt{2}$. Vậy $P = |z|^4 - |z|^2 + 1 = \left(\sqrt{2}\right)^4 - \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1 = 4-2+1 = 3$. **Chọn C.**

Câu 137. Đặt $z = a+bi$ $(a;\ b \in \mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{a+bi}{1+i} = (a-bi) - \dfrac{1}{2}(3+i) \Leftrightarrow \dfrac{(a+bi)(1-i)}{2} = (a-bi) - \dfrac{1}{2}(3+i)$

$\Leftrightarrow \dfrac{a+b+(-a+b)i}{2} = \dfrac{(2a-3)+(-2b-1)i}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2a-3 \\ -a+b=-2b-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 138. Ta có $\dfrac{|z|^2}{z} + 2iz + \dfrac{2(z+i)}{1-i} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{z.\overline{z}}{z} + 2iz + \dfrac{2(z+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 0$

$\Leftrightarrow \overline{z} + 2iz + (z+i)(1+i) = 0 \Leftrightarrow (a-bi) + 2i(a+bi) + (a+bi+i)(1+i) = 0$

$\Leftrightarrow 2a-3b-1+(3a+1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3b-1=0 \\ 3a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{3} \\ b=-\dfrac{5}{9} \end{cases}$. Vậy $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{5}$. **Chọn B.**

Câu 139. Ta có $z = \dfrac{[m-1+2(m-1)i].(1+mi)}{1+m^2} = \dfrac{-2m^2+3m-1}{1+m^2} + \dfrac{m^2+m-2}{1+m^2}i.$

Để z là số thực $\Leftrightarrow m^2+m-2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right. \longrightarrow T = 1+(-2) = -1$. **Chọn C.**

Câu 140. Giả sử $w = z^2 = \left(\dfrac{m+9i}{1-i}\right)^2 = \dfrac{(m+9i)^2}{(1-i)^2} = \dfrac{(m^2-81)+18mi}{-2i}$

$= \dfrac{[(m^2-81)+18mi].2i}{-2i.2i} = \dfrac{-36m+2(m^2-81)i}{4} = -9m + \left(\dfrac{m^2-81}{2}\right)i.$

Để $w = z^2$ là số thực $\Leftrightarrow \dfrac{m^2-81}{2} = 0 \Leftrightarrow m^2-81 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 9$. **Chọn C.**

Câu 141. Ta có $z=\dfrac{i-m}{1-m(m-2i)}=\dfrac{i-m}{-i^2+2m.i-m^2}=\dfrac{i-m}{-(i-m)^2}=\dfrac{-1}{i-m}$

$\longrightarrow z-i=\dfrac{-1}{i-m}-i=\dfrac{mi}{i-m}.$

Khi đó $|z-i|=\left|\dfrac{mi}{i-m}\right|=\dfrac{|mi|}{|i-m|}=\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sqrt{m^2+1}\ge\sqrt{2}|m|\Leftrightarrow m^2\le 1$

$\leftrightarrow -1\le m\le 1\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=\{-1;0;1\}$. **Chọn D.**

Câu 142. Ta có $z.\overline{z}=|z|^2=1\longrightarrow\overline{z}=\dfrac{1}{z}.$

Ta có $\dfrac{z+1}{z-1}$ là số thuần ảo khi và chỉ khi $\dfrac{z+1}{z-1}+\overline{\left(\dfrac{z+1}{z-1}\right)}=0\Leftrightarrow\dfrac{z+1}{z-1}+\dfrac{\overline{z}+1}{\overline{z}-1}=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{z+1}{z-1}+\dfrac{\frac{1}{z}+1}{\frac{1}{z}-1}=0\Leftrightarrow\dfrac{z+1}{z-1}+\dfrac{1+z}{1-z}=0\Leftrightarrow\dfrac{z+1}{z-1}-\dfrac{1+z}{z-1}=0$: luôn đúng $\forall z\ne 1$. **Chọn D.**

Câu 143. Điều kiện để $\dfrac{z}{z+2}$ có nghĩa là $z\ne -2$. Đặt $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$.

- $|z+3i|=\sqrt{13}\longrightarrow x^2+(y+3)^2=13\leftrightarrow x^2+y^2+6y=4.$ (1)
- $\dfrac{z}{z+2}=\dfrac{x+yi}{(x+2)+yi}=\dfrac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2}+\dfrac{2yi}{(x+2)^2+y^2}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow\dfrac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2}=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+2x=0.$ (2)

Giải hệ gồm (1) và (2), ta được $\begin{cases}x^2+y^2+6y=4\\x^2+y^2+2x=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2;y=0\ \text{(loại)}\\x=-\frac{1}{5};y=\frac{3}{5}\end{array}\right.$.

Vậy có một số phức $z=-\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$ thỏa mãn bài toán. **Chọn D.**

Câu 144. Ta có $(3-4i)z-\dfrac{4}{|z|}=8\Leftrightarrow(3-4i)z=8+\dfrac{4}{|z|}..$

Lấy môđun hai vế, ta được $|(3-4i)z|=\left|8+\dfrac{4}{|z|}\right|\Leftrightarrow|3-4i|.|z|=4\left|2+\dfrac{1}{|z|}\right|\Leftrightarrow 5|z|=4\left|2+\dfrac{1}{|z|}\right|$

$\Leftrightarrow 5|z|^2=4(2|z|+1)\Leftrightarrow 5|z|^2-8|z|-4=0\Leftrightarrow|z|=2.$

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z\longrightarrow d=OM=\sqrt{x^2+y^2}=|z|=2\in\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{4}\right).$

Chọn D.

Câu 145. Biến đổi ta được $(1+2i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}-2+i\Leftrightarrow\underbrace{(|z|+2)}+\underbrace{(2|z|-1)}i=\dfrac{\sqrt{10}}{z}.$

Lấy môđun hai vế, ta được $\sqrt{(|z|+2)^2+(2|z|-1)^2}=\sqrt{\dfrac{10}{|z|^2}}\Leftrightarrow(|z|+2)^2+(2|z|-1)^2=\dfrac{10}{|z|^2}.$

Đặt $t=|z|>0$, ta được phương trình $(t+2)^2+(2t-1)^2=\dfrac{10}{t^2}\Leftrightarrow t=1$

$\longrightarrow|z|=1\longrightarrow\dfrac{1}{2}<|z|<\dfrac{3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 146. Áp dụng công thức $\begin{cases}i^{4k}=1\\i^{4k+1}=i^{4k}.i=1.i=i\\i^{4k+2}=i^{4k}.i^2=1.(-1)=-1\\i^{4k+3}=i^{4k}.i^3=1.i^2=1.(-i)=-1\end{cases}$.

Do đó ta lấy số mũ chia cho 4 để được số dư bao nhiêu thì ứng với công thức trên.
Chọn C.

Câu 147. Ta có $z=\frac{3+4i}{i^{2017}}=\frac{3+4i}{i^{504.4+1}}=\frac{3+4i}{i}=4-3i \longrightarrow M\left(4;-3\right)$. **Chọn D.**

Câu 148. Ta có $P=\left(2i\right)^{2017}=2^{2017}.i^{2017}=2^{2017}i.$ **Chọn C.**

Câu 149. Ta có $\left(1+i\right)^2=2i$, suy ra $\begin{cases}\left(1+i\right)^4=\left(2i\right)^2=4i^2=-4\\ \left(1+i\right)^8=\left(-4\right)^2=16\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 150. Ta có $\left(1+i\right)^2=2i$, suy ra $\left(1+i\right)^{2018}=\left(2i\right)^{1009}=2^{1009}.i^{1009}=2^{1009}.i^{252.4+1}=2^{1009}i$.
Chọn A.

Câu 151. Ta có $z=\left(1+i\right)^{15}=\left[\left(1+i\right)^2\right]^7.\left(1+i\right)=\left[2i\right]^7.\left(1+i\right)$

$=\left(2^7.i^7\right).\left(1+i\right)=\left[128.\left(-i\right)\right].\left(1+i\right)=128-128i$.

Suy ra $\overline{z}=128+128i$. **Chọn C.**

Câu 152. Ta có $z=\left(2-2i\right)^7=2^7.\left(1-i\right)^7=2^7.\left(1-i\right)^6.\left(1-i\right)$.

Mà $\left(1-i\right)^6=\left[\left(1-i\right)^2\right]^3=\left(-2i\right)^3=-8i^3=8i.$

Vậy $z=2^7.8i.\left(1-i\right)=2^{10}i\left(1-i\right)=2^{10}\left(1+i\right)=2^{10}+2^{10}i.$ **Chọn D.**

Câu 153. Dễ thấy tổng trên là tổng của cấp số nhân có 2019 số hạng, trong đó số hạng đầu tiên $u_1=1$, công bội $q=1+i$.

Do đó $w=u_1.\frac{1-q^{2019}}{1-q}=1.\frac{1-\left(1+i\right)^{2019}}{1-\left(1+i\right)}=\frac{1-\left(1+i\right)^{2019}}{-i}$.

Ta có $\left(1+i\right)^2=1+2i+i^2=2i$.

Suy ra $\left(1+i\right)^{2019}=\left[\left(1+i\right)^2\right]^{1009}.\left(1+i\right)=\left(2i\right)^{1009}\left(1+i\right)=2^{1009}.i^{1009}.\left(1+i\right)$.

$=2^{1009}.i.\left(1+i\right)=2^{1009}.\left(-1+i\right)$

Vậy $w=\frac{1-\left(1+i\right)^{2019}}{-i}=\frac{1-2^{1009}.\left(-1+i\right)}{-i}=\frac{i.\left[1-2^{1009}.\left(-1+i\right)\right]}{1}=2^{1009}+\left(2^{1009}+1\right)i$.**Chọn D.**

Câu 154. Ta có $w=i^5\left(1+i+i^2+i^3+...+i^{13}\right)=i.\left(1+i+i^2+i^3+...+i^{13}\right).$

Dễ thấy $T=1+i+i^2+i^3+...+i^{13}$ là tổng của cấp số nhân có 14 số hạng, trong đó số hạng đầu tiên $u_1=1$, công bội $q=i$.

Do đó $T=u_1\frac{1-q^{14}}{1-q}=1.\frac{1-i^{14}}{1-i}=\frac{1+1}{1-i}=\frac{2\left(1+i\right)}{1+1}=\left(1+i\right).$

Vậy $w=i\left(1+i\right)=-1+i \longrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=1\end{cases} \longrightarrow S=a+b=0.$ **Chọn A.**

Câu 155. Ta có $z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{\left(1-i\right)^2}{1+1}=-i.$

Suy ra $z^{2017}=\left(-i\right)^{2017}=\left(-1\right)^{2017}.\left(i\right)^{504.4+1}=-i.$ **Chọn B.**

Câu 156. Ta có $\frac{i}{1-i}=\frac{i\left(1+i\right)}{1+1}=\frac{-1+i}{2}$.

Suy ra $\left(\frac{i}{1-i}\right)^{2024}=\left(\frac{-1+i}{2}\right)^{2024}=\frac{\left(-1+i\right)^{2024}}{2^{2024}}=\frac{\left[\left(-1+i\right)^2\right]^{1012}}{2^{2024}}=\frac{\left(-2i\right)^{1012}}{2^{2024}}=\frac{2^{1012}}{2^{2024}}=\frac{1}{2^{1012}}.$

Chọn B.

Câu 157. Ta có $\frac{1+i}{1-i}=\frac{\left(1+i\right)^2}{1+1}=i$. Suy ra $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}=i^{2017}=i$.

Do đó $z.z^7.z^{15}=z^{23}=i^{23}=i^3=-i.$ **Chọn A.**

Câu 158. Ta có $\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{1+1}=i$. Suy ra $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5=i^5=i$.

Suy ra $z^5+z^6+z^7+z^8=i^5+i^6+i^7+i^8=i-1-i+1=0.$ **Chọn A.**

Câu 159. Ta có $\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{1+1}=i$ và $\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{1+1}=-i.$

Suy ra $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{16}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^8=i^{16}+(-i)^8=1+1=2.$

Vậy số phức z có phần ảo bằng 0. **Chọn D.**

Câu 160. Ta có $\dfrac{2i}{1+i}=\dfrac{2i(1-i)}{2}=1+i$, suy ra $\left(\dfrac{2i}{1+i}\right)^8=(1+i)^8=\left[(1+i)^2\right]^4=(2i)^4=16$.

Do đó $i\overline{z}=\left(\dfrac{2i}{1+i}\right)^8\Leftrightarrow i\overline{z}=16\Leftrightarrow \overline{z}=\dfrac{16}{i}\Leftrightarrow \overline{z}=-16i\Leftrightarrow z=16i$.

Suy ra $w=(2-i)z=(2-i)16i=16+32i\longrightarrow\begin{cases}a=16\\b=32\end{cases}\longrightarrow S=48$. **Chọn D.**

Câu 161. Ta có $(n+i)^4=n^4+4n^3i+6n^2i^2+4ni^3+i^4=n^4-6n^2+1+\left(4n^3-4n\right)i$.

Để $(n+i)^4\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 4n^3-4n=0\Leftrightarrow n=0$ hoặc $n=\pm1$. **Chọn B.**

Câu 162. Ta có $\dfrac{2+6i}{3-i}=2i\longrightarrow z=\left(\dfrac{2+6i}{3-i}\right)^m=2^m.i^m$. Ta có nhận xét sau :

- $2^m\in\mathbb{R}$ với mọi m nguyên dương.
- $i^m\in\mathbb{R}$ khi m chẵn, $i^m\notin\mathbb{R}$ khi m lẻ.

Mà đoạn $[1;50]$ có 25 giá trị nguyên lẻ. **Chọn B.**

Câu 163. Gọi $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

Từ giả thiết, ta có $2(a+bi-1)(2-i)=(3+i)(a-bi+2i)$

$\Leftrightarrow(4a+2b-4)+(-2a+4b+2)i=(3a+b-2)+(a-3b+6)i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b-4=3a+b-2\\-2a+4b+2=a-3b+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=2\\3a-7b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}.$

Suy ra $z=1+i$ nên $z^9=(1+i)^9=(1+i)\left[(1+i)^2\right]^4=(1+i)(2i)^4=16+16i.$ **Chọn B.**

Câu 164. Ta có $(z+2-3i)(1-i)=(1+i)^{2015}\Leftrightarrow z+2-3i=\dfrac{(1+i)^{2015}}{1-i}$.

Hay $w=\dfrac{(1+i)^{2015}}{1-i}=\dfrac{(1+i)^{2016}}{2}=\dfrac{\left[(1+i)^2\right]^{1008}}{2}=\dfrac{(2i)^{1008}}{2}=\dfrac{2^{1008}.i^{1008}}{2}=2^{1007}$. **Chọn C.**

Câu 165. Gọi $z=a+bi$ $(a;\ b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi.$ Ta có

- $\alpha=\dfrac{i^{2017}-i}{\overline{z}-1}-z^2+\left(\overline{z}\right)^2=\dfrac{i-i}{\overline{z}-1}-z^2+\left(\overline{z}\right)^2=-z^2+\left(\overline{z}\right)^2$

$=-(a+bi)^2+(a-bi)^2=-a^2-2abi+b^2+a^2-2abi-b^2=-4abi\longrightarrow\alpha$ là số ảo.

- $\beta=\dfrac{z^3-z}{z-1}+\overline{z}+\left(\overline{z}\right)^2=\dfrac{z(z-1)(z+1)}{z-1}+\overline{z}+\left(\overline{z}\right)^2=z(z+1)+\overline{z}+\left(\overline{z}\right)^2=z^2+\left(z+\overline{z}\right)+\left(\overline{z}\right)^2$

$=\left(a^2-b^2+2abi\right)+2a+\left(a^2-b^2-2abi\right)=2\left(a^2+a-b^2\right)\longrightarrow\beta$ là số thực. **Chọn D.**

Câu 166. Biệt số $\Delta=1-4=-3=\left(\sqrt{3}i\right)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức là $z=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}=\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. **Chọn D.**

Câu 167. Biệt số $\Delta=16-20=-4=(2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{4-2i}{2} = 2-i$ và $z_2 = \dfrac{4+2i}{2} = 2+i$.

Suy ra $w = z_1^2 + z_2^2 = (2-i)^2 + (2+i)^2 = 3-4i+3+4i = 6$. **Chọn D.**

Câu 168. Ta có $\Delta = (-1)^2 - 4.1.1 = -3 = 3i^2$.

Phương trình có hai nghiệm phức $\begin{cases} z_1 = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2} \end{cases} \longrightarrow P = |z_1| + |z_2| = 2$. **Chọn A.**

Câu 169. Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1+3i = z_1 \\ z = -1-3i = z_2 \end{array}\right.$.

Suy ra $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left(\sqrt{(-1)^2 + 3^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}\right)^2 = 10 + 10 = 20$. **Chọn B.**

Câu 170. Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -7 \\ z_1.z_2 = 15 \end{cases} \longrightarrow P = -7 + 15 = 8$. **Chọn D.**

Câu 171. Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -2 \\ z_1.z_2 = \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Khi đó $P = |z_1 z_2 + i(z_1 + z_2)| = \left|\dfrac{3}{2} - 2i\right| = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \dfrac{5}{2}$. **Chọn A.**

Câu 172. Biệt số $\Delta = 16 - 20 = -4 = (2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{4-2i}{2} = 2-i$ và $z_2 = \dfrac{4+2i}{2} = 2+i$.

Suy ra $P = (1-i)^{2017} + (1+i)^{2017} = (1-i).\left[(1-i)^2\right]^{1008} + (1+i)\left[(1+i)^2\right]^{1008}$

$= (1-i).(-2i)^{1008} + (1+i)(2i)^{1008} = (1-i).2^{1008} + (1+i).2^{1008} = 2^{1009}$. **Chọn C.**

Câu 173. Biệt số $\Delta = 4 - 8 = -4 = (2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{2-2i}{2} = 1-i$ và $z_2 = \dfrac{2+2i}{2} = 1+i$.

Suy ra $z_1^{2016} = (1-i)^{2016} = \left[(1-i)^2\right]^{1008} = (-2i)^{1008} = (-2)^{1008}.i^{1008} = 2^{1008}.1 = 2^{1008}$;

$z_2^{2016} = (1+i)^{2016} = \left[(1+i)^2\right]^{1008} = (2i)^{1008} = 2^{1008}.i^{1008} = 2^{1008}.1 = 2^{1008}$.

Vậy $P = z_1^{2016} + z_2^{2016} = 2^{1008} + 2^{1008} = 2^{1009}$. **Chọn A.**

Câu 174. Biệt số $\Delta' = 4 - 20 = -16 = 16i^2 = (4i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z = -2+4i$ và $z = -2-4i$.

Do z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm nên ta chọn $z_1 = -2-4i$.

Suy ra $A = z_1^3 - 16i = (-2-4i)^3 - 16i = 88$. **Chọn B.**

Câu 175. Ta có $\begin{cases} S = \left(1+\sqrt{2}i\right) + \left(1-\sqrt{2}i\right) = 2 \\ P = \left(1+\sqrt{2}i\right)\left(1-\sqrt{2}i\right) = 3 \end{cases}$.

Suy ra phương trình cần tìm là $z^2 - Sz + P = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 3 = 0$. **Chọn C.**

Câu 176. Hai số phức cần tìm là nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 4 = 0$.

Biệt số $\Delta = 9 - 16 = -7 = \left(\sqrt{7}i\right)^2$.

Suy ra hai số phức đó là $z_1 = \dfrac{3-\sqrt{7}i}{2} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{\sqrt{7}}{2}i$ và $z_2 = \dfrac{3+\sqrt{7}i}{2} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{7}}{2}i$.

Vậy $|z_2| + |z_2| = \sqrt{\dfrac{9}{4}+\dfrac{7}{4}} + \sqrt{\dfrac{9}{4}+\dfrac{7}{4}} = 4$. **Chọn B.**

Câu 177. Ta có $z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -2i = z_1 \\ z = 2i = z_2 \end{array}\right.$.

Suy ra $M(0;-2)$, $N(0;2)$ nên $T = OM + ON = |-2| + |2| = 4$. **Chọn D.**

Câu 178. Xét phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$ có $\Delta' = 64 - 4.17 = -4 = (2i)^2$.

Phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{8-2i}{4} = 2 - \dfrac{1}{2}i$ và $z_2 = \dfrac{8+2i}{4} = 2 + \dfrac{1}{2}i$.

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên ta chọn $z_0 = 2 + \dfrac{1}{2}i$.

Khi đó $w = iz_0 = -\dfrac{1}{2} + 2i$. Vậy điểm biểu diễn $w = iz_0$ là $M\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **Chọn B.**

Câu 179. Ta có $w = \dfrac{1}{z_1} + \dfrac{1}{z_2} + iz_1z_2 = \dfrac{z_1+z_2}{z_1z_2} + iz_1z_2$.

Do z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0 \longrightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = \dfrac{3}{2} \\ z_1z_2 = 2 \end{cases}$.

Vậy $w = \dfrac{1}{z_1} + \dfrac{1}{z_2} + iz_1z_2 = \dfrac{z_1+z_2}{z_1z_2} + iz_1z_2 = \dfrac{3}{4} + 2i$. **Chọn C.**

Câu 180. Theo định lí Viet, ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -2b \\ z_1.z_2 = c \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} OA^2 = |z_1|^2 \\ OB^2 = |z_2|^2 \\ AB^2 = |z_1 - z_2|^2 = \left|(z_1 - z_2)^2\right| = \left|(z_1+z_2)^2 - 4z_1z_2\right| = \left|4b^2 - 4c\right| \end{cases}.$$

Do đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = \dfrac{|z_1+z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2}{2} = \dfrac{4b^2 + 4|b^2 - c|}{2} = 2b^2 + 2|b^2 - c|$.

Để tam giác OAB vuông tại $O \Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = AB^2$

$\Leftrightarrow 2b^2 + 2|b^2 - c| = 4|b^2 - c| \Leftrightarrow b^2 = |b^2 - c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b^2 = b^2 - c \\ b^2 = c - b^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow c = 2b^2 > 0$. **Chọn A.**

Câu 181. Thay $z = 1 - i$ vào phương trình, ta được $(1-i)^2 + (2-m)(1-i) + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 1 - 2i + i^2 + 2 - 2i - m + mi + 2 = 0 \Leftrightarrow (4-m) + (m-4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m = 0 \\ m - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

Chọn B.

Câu 182. Thay $z = 1 + i$ vào phương trình, ta được $(1+i)^2 + m(1+i) + n = 0$

$\Leftrightarrow 2i + m + mi + n = 0 \Leftrightarrow (m+n) + (m+2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + n = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}$.

Suy ra $w = -2 + 2i$ nên $|w| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 183. Thay $z = 1 + 2i$ vào phương trình, ta được $(1+2i)^2 + a(1+2i) + b = 0$

$\Leftrightarrow a + b - 3 + (2a+4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ 2a + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases} \longrightarrow S = a + b = 3$. **Chọn D.**

Câu 184. Giả sử $w = x + yi$ $(x;\, y \in \mathbb{R})$.

Do $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$ nên suy ra $w+i$ và $2w-1$ là hai số phức liên hợp.

Suy ra $2w-1=\overline{w+i}=\overline{w}-i\longrightarrow 2(x+yi)-1=x-yi-i\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1=x\\2y=-y-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$.

Suy ra $w=1-\dfrac{1}{3}i\longrightarrow\begin{cases}w+i=1+\dfrac{2}{3}i\\2w-1=1-\dfrac{2}{3}i\end{cases}$.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases}w+i+2w-1=-a\\(w+i)(2w-1)=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=\dfrac{13}{9}\end{cases}\longrightarrow a+b=-\dfrac{5}{9}$. **Chọn D.**

Câu 185. Giả sử $w=x+yi\ (x;\,y\in\mathbb{R})$.

Do $z_1=w+2i$ và $z_2=2w-3$ là hai nghiệm của một phương trình bậc hai với hệ số thực nên $z_1=w+2i$ và $z_2=2w-3$ là hai số phức liên hợp.

Suy ra $\overline{z_1}=\overline{z_2}\Leftrightarrow w+2i=\overline{2w-3}\Leftrightarrow w+2i=2\overline{w}-3\longrightarrow(x+yi)+2i=2(x-yi)-3$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2x-3\\y+2=-2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-\dfrac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow w=3-\dfrac{2}{3}i\Rightarrow\begin{cases}z_1=3+\dfrac{4}{3}i\\z_2=3-\dfrac{4}{3}i\end{cases}\longrightarrow T=|z_1|+|z_2|=\dfrac{2\sqrt{97}}{3}$.

Chọn B.

Câu 186. Ta có $z^4-z^2-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=4\\z^2=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\pm2\\z=\pm i\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Do đó $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=4+2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 186. Phương trình $6x^4+19x^2+15=0\Leftrightarrow(2x^2+3)(3x^2+5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2=-3\\3x^2=-5\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-\dfrac{3}{2}\\x^2=-\dfrac{5}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\dfrac{3i^2}{2}\\x^2=\dfrac{5i^2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{i\sqrt{6}}{2}\\x=\pm\dfrac{i\sqrt{15}}{3}\end{array}\right.\longrightarrow T=\dfrac{2}{i\sqrt{6}}-\dfrac{2}{i\sqrt{6}}+\dfrac{3}{i\sqrt{15}}-\dfrac{3}{i\sqrt{15}}=0$. **Chọn C.**

Câu 188. Xem là phương trình bậc hai, với ẩn (z^2-4z) và có $\Delta=9+160=169=13^2$.

Do đó phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2-4z=\dfrac{3-13}{2}=-5\\z^2-4z=\dfrac{3+13}{2}=8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2-4z+5=0\\z^2-4z-8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(z-2)^2=-1\\(z-2)^2=12\end{array}\right.$.

- $(z-2)^2=-1\Leftrightarrow(z-2)^2=i^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z-2=i\\z-2=-i\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2+i=z_1\\z=2-i=z_2\end{array}\right.$.
- $(z-2)^2=12\Leftrightarrow z-2=\pm2\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2-2\sqrt{3}=z_3\\z=2+2\sqrt{3}=z_4\end{array}\right.$.

Khi đó $P=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2=42$. **Chọn A.**

Câu 189. Ta có $\left(\dfrac{z-1}{2z-i}\right)^4=1\Leftrightarrow(z-1)^4=(2z-i)^4\Leftrightarrow(2z-i)^4-(z-1)^4=0$.

Đặt $f(z)=(2z-i)^4-(z-1)^4\longrightarrow\begin{cases}f(i)=5\\f(-i)=85\end{cases}$.

Mặt khác $f(z)=0$ có bốn nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 và hệ số của bậc cao nhất trong đa thức $f(z)$ bằng $15 \longrightarrow f(z)=15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$.

Nhận thấy rằng $z_1^2+1=(z_1+i)(z_1-i)$ nên $(z_1^2+1)(z_2^2+1)(z_3^2+1)(z_4^2+1)=\dfrac{f(i)}{15}.\dfrac{f(-i)}{15}$

$=\dfrac{5}{15}.\dfrac{85}{15}=\dfrac{17}{9}$. **Chọn C.**

Câu 190. Đặt $t=z^2$, phương trình trở thành $4t^2+mt+4=0$ có hai nghiệm t_1, t_2.

Ta có $\begin{cases} t_1+t_2=-\dfrac{m}{4} \\ t_1.t_2=1 \end{cases}$. Do vai trò bình đẳng, giả sử ta có $z_1^2=z_2^2=t_1$, $z_3^2=z_4^2=t_2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (t_1+4)^2(t_2+4)^2=324 \Leftrightarrow [t_1t_2+4(t_1+t_2)+16]^2=324$

$\Leftrightarrow (-m+17)^2=18^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m+17=18 \\ -m+17=-18 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=35 \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Cách 2. Đặt $f(z)=4(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$.

Do $z_1^2+4=(z_1+2i)(z_1-2i)$ nên $(z_1^2+4)(z_2^2+4)(z_3^2+4)(z_4^2+4)=\dfrac{f(2i)}{4}.\dfrac{f(-2i)}{4}$. (*)

Mà $f(2i)=f(-2i)=4(2i)^4+m(2i)^2+4=68-4m$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow 324=\dfrac{(68-4m)^2}{4.4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=35 \end{array}\right.$.

Câu 191. Số phức z có phần thực bằng 2 nên có dạng $z=2+bi$ $(b\in\mathbb{R})$.

Do đó các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $\begin{cases} x=2 \\ y=b \end{cases}$, $b\in\mathbb{R}$.

Tập hợp các điểm này luôn nằm trên đường $x=2$ cố định. **Chọn B.**

Câu 192. Đặt $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=x-yi$.

Theo giả thiết, ta có $(x+yi)^2+(x-yi)^2=0$

$\Leftrightarrow (x^2-y^2+2xyi)+(x^2-y^2-2xyi)=0 \Leftrightarrow 2(x^2-y^2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x \\ y=-x \end{array}\right.$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là các đường phân giác của các gốc tọa độ có phương trình $y=x$, $y=-x$. **Chọn D.**

Câu 193. Theo bài ra, ta có $|x+1+(y+3)i|=|x-2+(y-1)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y+3)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+2x+6y+10=x^2+y^2-4x-2y+5 \Leftrightarrow 6x+8y+5=0$.

Phương trình đường trung trực của AB là: $6x+8y+5=0$.

Vậy tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z và thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng trung trực của đoạn AB với $A(-1;-3), B(2;1)$. **Chọn C.**

Câu 194. Ta có $\dfrac{z+i}{z-i}=\dfrac{x+(y+1)i}{x+(y-1)i}=\dfrac{[x+(y+1)i].[x-(y-1)i]}{[x+(y-1)i].[x-(y-1)i]}$

$=\dfrac{x^2+y^2-1}{x^2+(y-1)^2}+\dfrac{2x}{x^2+(y-1)^2}.i.$

Để $\dfrac{z+i}{z-i}$ là số thực khi và chỉ khi $\dfrac{2x}{x^2+(y-1)^2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=0 \\ x^2+(y-1)^2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y\neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập hợp điểm $M(x;y)$ cần tìm là trục tung bỏ điểm biểu diễn số phức $z=i$. **Chọn D.**

Câu 195. Gọi $z=x+yi\ \left(x;y\in\mathbb{R}\right)$, suy ra $\overline{z}=x-yi$.

Theo giả thiết, ta có $\left|x+yi\right|^2+3\left(x+yi\right)+3\left(x-yi\right)=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+6x=0\Leftrightarrow\left(x+3\right)^2+y^2=9.$

Vậy tập hợp các số phức z là đường tròn tâm $I\left(-3;0\right)$, bán kính $R=3$. **Chọn A.**

Câu 196. Gọi $z=x+yi\ \left(x;\ y\in\mathbb{R}\right)$, suy ra $\overline{z}=x-yi$.

Khi đó $\left(2-z\right)\left(\overline{z}+i\right)=\left[2-\left(x+yi\right)\right].\left[\left(x-yi\right)+i\right]$

$=\left[\left(2-x\right)-yi\right].\left[x+\left(1-y\right)i\right]=\left(-x^2-y^2+2x+y\right)+\left(-x-2y+2\right)i.$

Để $\left(2-z\right)\left(\overline{z}+i\right)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow-x^2-y^2+2x+y=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 197. Đặt $z=x+yi\ \left(x;y\in\mathbb{R}\right)$ và $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Để M nằm trên đường tròn tâm $I\left(0;1\right)$, bán kính $R=2\longleftrightarrow x^2+\left(y-1\right)^2=2^2$

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}=2\Leftrightarrow\left|z-i\right|=2$. **Chọn D.**

Câu 198. Ta có $w=z+\overline{z}+2i=2x+2i.$

Vì $z=x+yi$ thuộc đường tròn $\left(C\right)\longrightarrow\left(x-1\right)^2\leq4\leftrightarrow-1\leq x\leq3\longrightarrow-2\leq2x\leq6.$

Từ đó ta có $\begin{cases}w=2x+2i\\-2\leq2x\leq6\end{cases}\longrightarrow$ tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đoạn thẳng có hai đầu mút là tọa độ các điểm $\left(-2;2\right)$ và $\left(6;2\right)$. **Chọn B.**

Câu 199. Ta có $z^2-4z+9=0\Leftrightarrow\begin{cases}z_1=2+i\sqrt{5}\\z_2=2-i\sqrt{5}\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}M\left(2;\sqrt{5}\right)\\N\left(2;-\sqrt{5}\right)\end{cases}\longrightarrow M\neq N.$

Điểm P biểu diễn số phức $w=x+yi\longrightarrow P\left(x;y\right)$, suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{MP}=\left(x-2;y-\sqrt{5}\right)\\\overrightarrow{NP}=\left(x-2;y+\sqrt{5}\right)\end{cases}$.

Để tam giác MNP vuông tại P thì $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{NP}=0$

$\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y-\sqrt{5}\right)\left(y+\sqrt{5}\right)=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+y^2-5=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+y^2=5.\ \left(*\right)$

Đẳng thức $\left(*\right)$ là phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông MNP.

Để ba điểm M,N,P tạo thành một tam giác thì $\begin{cases}P\neq M\\P\neq N\end{cases}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức P là đường tròn có phương trình $\left(x-2\right)^2+y^2=5$ nhưng không chứa M,N. **Chọn C.**

Câu 200. Đặt $w=x+yi\left(x;y\in\mathbb{R}\right)$.

Từ giả thiết, ta có $x+yi=2z+1-i\longleftrightarrow2z=x-1+\left(y+1\right)i.$

Lại có $\left|z-3+4i\right|\leq2\Leftrightarrow\left|2\right|.\left|z-3+4i\right|\leq4\Leftrightarrow\left|2z-6+8i\right|\leq4$

$\longrightarrow\left|x-1+\left(y+1\right)i-6+8i\right|\leq4\Leftrightarrow\left|x-7+\left(y+9\right)i\right|\leq4\Leftrightarrow\left(x-7\right)^2+\left(y+9\right)^2\leq16.$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn bán kính $R=4\longrightarrow S=16\pi.$

Chọn C.

Cách 2. Ta có $w=2z+1-i\longrightarrow z=\dfrac{w-1+i}{2}\longrightarrow z-3+4i=\dfrac{w-7+9i}{2}$.

Suy ra $\left|\dfrac{w-7+9i}{2}\right|=\left|z-3+4i\right|\Leftrightarrow\dfrac{\left|w-7+9i\right|}{2}\le 2\Leftrightarrow\left|w-7+9i\right|\le 4.$

Câu 201. Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ và $w=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}|z|=1\\|z-w|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\(x-a)^2+(y-b)^2=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\x^2+y^2=2(ax+by)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\\dfrac{x^2+y^2}{2}=ax+by\end{cases}.$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có $(ax+by)^2\le\left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right)=x^2+y^2$.

Suy ra $\left(\dfrac{x^2+y^2}{2}\right)^2\le x^2+y^2\Leftrightarrow x^2+y^2\le 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là hình tròn $(C): x^2+y^2\le 4$. **Chọn A.**

Câu 202. Gọi $z=x+yi\ (x;\ y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-i|+|z+i|=4\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}+\sqrt{x^2+(y+1)^2}=4$

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}=4-\sqrt{x^2+(y+1)^2}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+(y+1)^2}\le 4\\x^2+(y-1)^2=16+x^2+(y+1)^2-8\sqrt{x^2+(y+1)^2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+(y+1)^2\le 16\\2\sqrt{x^2+(y+1)^2}=y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+(y+1)^2\le 16\\y\ge -4\\4x^2+3y^2=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+(y+1)^2\le 16 & (1)\\y\ge -4 & (2).\\\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1 & (3)\end{cases}$

Tập hợp các điểm thỏa mãn (3) đều thỏa mãn (1) và (2).

Vậy tập hợp những điểm M là elip $(E):\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **Chọn B.**

Câu 203. Gọi $w=a+bi\ (a;\ b\in\mathbb{R})$.

Ta có $w=a+bi=(3+4i)z+i\Leftrightarrow z=\dfrac{a+(b-1)i}{3+4i}=\dfrac{\left[a+(b-1)i\right](3-4i)}{9-16i^2}$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{3a+4b-4}{25}+\dfrac{(3b-4a-3)}{25}.i\longrightarrow|z|=\dfrac{\sqrt{(3a+4b-4)^2+(3b-4a-3)^2}}{25}$.

Mà $|z|=4$ nên $(3a+4b-4)^2+(3b-4a-3)^2=100^2\Leftrightarrow a^2+b^2-2b=399$

$\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2=20^2$. **Chọn C.**

Cách 2. Ta có $w=(3+4i)z+i\Leftrightarrow w-i=(3+4i)z$.

Lấy môđun hai vế, ta được $|w-i|=|(3+4i)z|=|(3+4i)|.|z|=5.4=20$.

Câu 204. Ta có $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2\longleftrightarrow w=\left(1+\sqrt{3}i\right)(z-1)+3+\sqrt{3}i$

$\longleftrightarrow w-\left(3+\sqrt{3}i\right)=\left(1+\sqrt{3}i\right)(z-1)$.

Lấy môđun hai vế, ta được $\left|w-\left(3+\sqrt{3}i\right)\right|=\underbrace{\left|1+\sqrt{3}i\right|}_{2}.\underbrace{|z-1|}_{2}=2.2=4$. **Chọn B.**

Câu 205. Ta có $|iz-1+2i|=4\Leftrightarrow\left|i\left(z-\dfrac{1-2i}{i}\right)\right|=4\Leftrightarrow|i(z+2+i)|=4\Leftrightarrow|i|.|z+2+i|=4$

$\Leftrightarrow |z+2+i|=4$. Đẳng thức này chứng tỏ tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2;-1)$, bán kính $R=4$. **Chọn B.**

Câu 206. Ta có $(3-2i)w = iz+2 \to w = \dfrac{i}{3-2i}z + \dfrac{2}{3-2i} \to w = \left(-\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i\right)z + \dfrac{6}{13}+\dfrac{4}{13}i$

$\longrightarrow w = \left(-\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i\right)(z-1) + \dfrac{4}{13}+\dfrac{7}{13}i \longrightarrow w - \left(\dfrac{4}{13}+\dfrac{7}{13}i\right) = \left(-\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i\right)(z-1)$.

Lấy môđun, hai vế ta được $\left|w-\left(\dfrac{4}{13}+\dfrac{7}{13}i\right)\right| = \underbrace{\left|-\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i\right|}_{\frac{1}{\sqrt{13}}}.\underbrace{|z-1|}_{3} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$.

Vậy tập hợp các số phức w thuộc đường tròn tâm $I\left(\dfrac{4}{13};\dfrac{7}{13}\right)$, bán kính $r=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$.

Chọn C.

Câu 207. Từ giả thiết, ta có $w+2i=(3-4i)z$.

Lấy môđun hai vế $|w+2i| = |3-4i|.|z| = 5.(m^2+2m+5) = 5\left[(m+1)^2+4\right] \geq 20$. **Chọn C.**

Câu 208. Đặt $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

- $|2z-1| = |\overline{z}+1+i| \longrightarrow |2x-1+2y.i| = |x+1-(y-1).i|$

$\Leftrightarrow (2x-1)^2+4y^2 = (x+1)^2+(y-1)^2 \Leftrightarrow 3x^2+3y^2-6x+2y-1=0.$ (1)

- Lại có $M\in(C):(x-1)^2+(y-1)^2=5 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-3=0.$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}3x^2+3y^2-6x+2y-1=0\\x^2+y^2-2x-2y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$.

Vậy có hai số phức thỏa mãn điều kiện của bài toán là $z_1=-i$ và $z_2=2-i$.

Do đó $|z_1|.|z_2| = |-i|.|2-i| = \sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 209. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z.

- M thỏa mãn phương trình $|z-3-6i|=\sqrt{5}$ nên M thuộc đường tròn tâm $A(3;6)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.
- Ta có $|(1+2i)z-1-12i|=15 \Leftrightarrow \left|z-\dfrac{1+12i}{1+2i}\right| = \dfrac{15}{|1+2i|} \Leftrightarrow |z-5-2i| = 3\sqrt{5}$

$\longrightarrow$ M thuộc đường tròn tâm $B(5;2)$, bán kính $R'=3\sqrt{5}$.

Nhận thấy $AB=\sqrt{(5-3)^2+(2-6)^2} = 2\sqrt{5} = R'-R.$

Vậy hai đường tròn tiếp xúc trong tại M, hay chỉ có một số phức z. **Chọn B.**

Nhận xét. Bài toán không quá khó nhưng cách suy luận rất hay.

Câu 210. Đặt $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

- $z.\overline{z}=1 \longrightarrow x^2+y^2=1.$ (C_1)

Đường tròn (C_1) tâm $I_1(0;0)$, bán kính $R_1=1$.

- $|z-\sqrt{3}+i| = m \longrightarrow |x-\sqrt{3}+yi+i| = m \Leftrightarrow (x-\sqrt{3})^2+(y+1)^2=m^2.$ (C_2)

Đường tròn (C_2) tâm $I_2(\sqrt{3};-1)$, bán kính $R_2=m$ $(m>0)$.

Để tồn tại duy nhất một số phức z thì (C_1) tiếp xúc với (C_2).

TH1: (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài, ta được $I_1I_2=R_1+R_2 \Leftrightarrow 2=m+1 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa).

TH2: (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong, ta được $I_1I_2=|R_1-R_2| \Leftrightarrow 2=|m-1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=3\\m=-1\text{ (loại)}\end{array}\right.$.

Chọn A.

Câu 211. Ta có $|z-2-4i|=|z-2i|\longrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}=\sqrt{x^2+(y-2)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-8y+20=x^2+y^2-4y+4\longrightarrow\boxed{y=4-x}$.

Khi đó $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+(4-x)^2}=\sqrt{2x^2-8x+16}=\sqrt{2(x-2)^2+8}\ge 2\sqrt{2}$.

Vậy môđun nhỏ nhất của z là $2\sqrt{2}$. Xảy ra $\Leftrightarrow x=y=2\longrightarrow M=8$. **Chọn A.**

Câu 212. Đặt $z=x+yi$ $(x;\, y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z+2-2i|=|z-4i|\longrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2}=\sqrt{x^2+(y-4)^2}$

$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y-2)^2=x^2+(y-4)^2\longrightarrow\boxed{y=2-x}$.

Khi đó $w=iz+1=i(x+yi)+1=ix-y+1=ix-(2-x)+1=(x-1)+xi$.

Suy ra $|w|=\sqrt{(x-1)^2+x^2}=\sqrt{2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 213. Vì $M\in d\longrightarrow M(2y-1;y)$.

Điểm M biểu diễn số phức z_3, suy ra $z_3=(2y-1)+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

Ta có $w=3z_3-z_2-2z_1=3(2y-1+yi)-(-5-3i)-2(1+3i)=6y+(3y-3)i$.

Suy ra $|w|=\sqrt{(6y)^2+(3y-3)^2}=3\sqrt{4y^2+(y-1)^2}=3\sqrt{5y^2-2y+1}$

$=3\sqrt{\left(\sqrt{5}.y-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2+\frac{4}{5}}\ge 3.\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow y=\frac{1}{5}\longrightarrow x=-\frac{3}{5}\longrightarrow M\left(-\frac{3}{5};\frac{1}{5}\right)$. **Chọn D.**

Câu 214. Gọi $z=x+yi$ $(x;\, y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z+1-i|=|z-3i|$, suy ra $\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(y-3)^2}\Leftrightarrow 2x+4y-7=0$.

Suy ra tập hợp các số phức z thuộc đường thẳng $\boxed{\Delta:2x+4y-7=0}$.

Ta có $|z|_{\min}=d[O;\Delta]=\frac{|-7|}{\sqrt{2^2+4^2}}=\frac{7\sqrt{5}}{10}\longrightarrow|w|_{\max}=\frac{1}{|z|_{\min}}=\frac{2\sqrt{5}}{7}$. **Chọn B.**

Câu 216. Ta có $\left|z^2-2z+5\right|=|(z-1+2i)(z+3i-1)|$

$\Leftrightarrow\left|(z-1)^2+4\right|=|(z-1+2i)||(z+3i-1)|\Leftrightarrow\left|(z-1)^2-(2i)^2\right|=|(z-1+2i)||(z+3i-1)|$

$\Leftrightarrow|(z-1+2i)(z-1-2i)|=|(z-1+2i)||(z+3i-1)|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z-1+2i=0\quad(1)\\|(z-1-2i)|=|(z+3i-1)|\quad(2)\end{array}\right.$.

Từ $(1)\Rightarrow z=1-2i\longrightarrow w=-1\longrightarrow P=|w|=1$.

Xét (2). Gọi $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

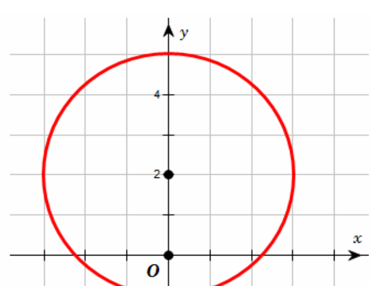
Ta có $|(z-1-2i)|=|(z+3i-1)|\longrightarrow\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2=(x-1)^2+(y+3)^2\Leftrightarrow\boxed{y=-\frac{1}{2}}$.

Khi đó $w=x-\frac{1}{2}i-2+2i=(x-2)+\frac{3}{2}i\longrightarrow P=|w|=\sqrt{(x-2)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}\ge\frac{3}{2}>1$.

Vậy $P_{\min}=1$. **Chọn C.**

Câu 217. Đặt $z_1=x_1+y_1i$ và $z_2=x_2+y_2i$ với $x_1,\, x_2,\, y_1,\, y_2\in\mathbb{R}$.

- $|z_1-2i|=3\rightarrow {x_1}^2+(y_1-2)^2=9\longrightarrow$ tập hợp các số phức z_1 là đường tròn $(C):x^2+(y-2)^2=9$.



- $|z_2+2+2i|=|z_2+2+4i|$

$\to (x_2+2)^2+(y_2+2)^2=(x_2+2)^2+(y_2+4)^2$

$\Leftrightarrow y_2+3=0 \longrightarrow$ tập hợp các số phức z_2 là đường thẳng $d: y=-3$.

Ta có $P=|z_1-z_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ đây chính là khoảng cách từ điểm $B(x_2;y_2)\in d$ đến điểm $A(x_1;y_1)\in(C)$. Do đó $|z_2-z_1|_{\min} \Leftrightarrow AB_{\min}$. Dựa vào hình vẽ ta tìm được $AB_{\min}=2$ khi $A(0;-1)$, $B(0;-3)$. **Chọn B.**

Nhận xét. Ở bài này đường thẳng và đường tròn có vị trí đặc biệt nên vẽ hình sẽ nhận ra ngay được hai điểm A & B, nếu không thì viết phương trình đường thẳng qua tâm của (C) và vuông góc với d, sau đó tìm giao điểm với (C) và d rồi loại điểm.

Câu 218. Gọi $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$. Ta có

- $|z-2|^2-|z+i|^2=1 \to (x-2)^2+y^2-x^2-(y+1)^2=1 \longrightarrow \boxed{2x+y-1=0}$.

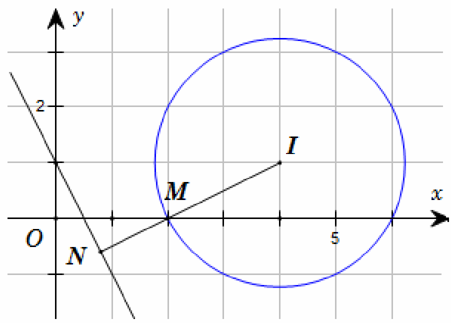
Suy ra tập hợp các số phức z_1 là đường thẳng $\Delta: 2x+y-1=0$.

- $|z-4-i|=\sqrt{5} \longrightarrow |(x-4)+(y-1)i|=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \boxed{(x-4)^2+(y-1)^2=5}$.

Suy ra tập hợp các số phức z_2 là đường tròn $(C): (x-4)^2+(y-1)^2=5$ có tâm $I(4;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Khi đó biểu thức $P=|z_1-z_2|$ là khoảng cách từ một điểm thuộc Δ đến một điểm thuộc (C).



$\Delta: 2x+y-1=0.$

Từ đó suy ra $P_{\min}=MN=|d[I,\Delta]-R|=\left|\dfrac{8}{\sqrt{5}}-\sqrt{5}\right|=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **Chọn D.**

Câu 219. Vì $|z-(3+4i)|=\sqrt{5} \longrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=5$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(3;4)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Ta có $P=|(x+2)+yi|^2-|x+(y-1)i|^2=(x+2)^2+y^2-\left[x^2+(y-1)^2\right]$.

$=4x+2y+3 \Leftrightarrow 4x+2y+3-P=0$.

Ta tìm P sao cho đường thẳng $\Delta: 4x+2y+3-P=0$ và đường tròn (C) có điểm chung $\Leftrightarrow d[I,\Delta]\le R \Leftrightarrow \dfrac{|12+8+3-P|}{\sqrt{20}}\le\sqrt{5} \Leftrightarrow |23-P|\le 10 \Leftrightarrow 13\le P\le 33$.

Do đó $P_{\max}=33$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}4x+2y-30=0\\(x-3)^2+(y-4)^2=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=5\\y=5\end{cases}$.

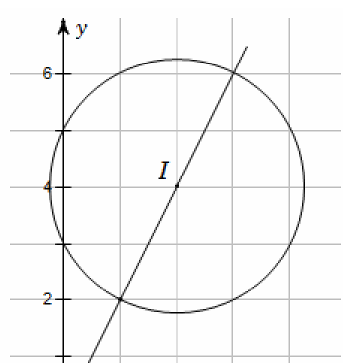
Vậy $|z|=\sqrt{5^2+(-5)^2}=5\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 220. Gọi $z=x+yi$ $(x;\ y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-2-4i|=\sqrt{5} \to (x-2)^2+(y-4)^2=5$.

Suy ra tập hợp các số phức z_1, z_2 là đường tròn (C) có tâm $I(2;4)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng OI là $y=2x$.



Gọi M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2. Khi đó tọa độ điểm M, N là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 = 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases} \end{array}\right. \longrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 3 + 6i \end{cases} \longrightarrow w = 4 + 8i.$ **Chọn A.**

Câu 221. Ta biến đổi $\left|(1+i)z + 1 - 7i\right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |1+i|\left|z + \dfrac{1-7i}{1+i}\right| = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}.\left|z - (3+4i)\right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left|z - (3+4i)\right| = 1.$ (*)

Đẳng thức (*) chứng tỏ tập các số phức z là đường tròn tâm $I(3;4)$, bán kính $R = 1$.

Khi đó $\begin{cases} P_{\min} = |OI - R| = |5-1| = 4 \\ P_{\max} = OI + R = 5 + 1 = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ M = 6 \end{cases} \longrightarrow S = 2.$ **Chọn B.**

Câu 222. Ta có $\dfrac{-2-3i}{3-2i} = -i$ nên $\left|\dfrac{-2-3i}{3-2i}z + 1\right| = 1 \Leftrightarrow |-iz + 1| = 1$

$\Leftrightarrow |-i|.\left|z + \dfrac{1}{-i}\right| = 1 \Leftrightarrow \left|z - (-i)\right| = 1$. Đẳng thức này chứng tỏ tập các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R = 1$.

Khi đó $\begin{cases} P_{\min} = |OI - R| = |1-1| = 0 \\ P_{\max} = OI + R = 1 + 1 = 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ M = 2 \end{cases} \longrightarrow S = 2018.$ **Chọn C.**

Câu 223. Gọi $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$ và M là điểm biểu diễn số phức z.

Từ giả thiết, ta có $\left|(x-2) + (y-3)i\right| = 1 \longleftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1.$

Khi đó tập hợp các điểm M thuộc đường tròn tâm $I(2;3)$, bán kính $R = 1$.

Ta có $P = |\overline{z} + 1 + i| = \left|\overline{\overline{z} + 1 + i}\right| = |z + 1 - i|$. Đặt $A(-1;1) \longrightarrow P = MA$.

Vậy $\begin{cases} P_{\min} = |AI - R| = \sqrt{13} - 1 \\ P_{\max} = AI + R = \sqrt{13} + 1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Cách Đại số: Ta có $P = |\overline{z} + 1 + i| = \left|\overline{\overline{z} + 1 + i}\right| = |z + 1 - i|$.

Theo giả thiết: $1 = |z - 2 - 3i| = \left|(z + 1 - i) - 3 - 2i\right| \geq \left||z + 1 - i| - |-3 - 2i|\right| = \left|P - \sqrt{13}\right|$

Suy ra $1 \geq \left|P - \sqrt{13}\right| \longrightarrow -1 \leq P - \sqrt{13} \leq 1 \longleftrightarrow \sqrt{13} - 1 \leq P \leq \sqrt{13} + 1.$

Câu 224. Vì z không là số thực nên $z - \overline{z} \neq 0$.

Ta có $w = \dfrac{z}{2 + z^2} \longrightarrow \overline{w} = \overline{\left(\dfrac{z}{2 + z^2}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{2 + \overline{z}^2}.$

Vì w là số thực nên $w = \overline{w} \Leftrightarrow \dfrac{z}{2 + z^2} = \dfrac{\overline{z}}{2 + \overline{z}^2}$

$\Leftrightarrow z\left(2 + \overline{z}^2\right) = \overline{z}\left(2 + z^2\right) \Leftrightarrow 2(z - \overline{z}) = z.\overline{z}(z - \overline{z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z - \overline{z} = 0 \text{ (loại)} \\ z.\overline{z} = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow |z|^2 = 2 \rightarrow |z| = \sqrt{2}.$

Suy ra tập các số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Đặt $A(-1;1) \longrightarrow P = MA$ với M là điểm biểu diễn của số phức z.

Vậy $P_{\max} = AO + R = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$ **Chọn B.**

Câu 225. Biến đổi $P = \left|\dfrac{z + i}{z}\right| = \left|1 + \dfrac{i}{z}\right| = \left|i - \dfrac{1}{z}\right| = \left|\dfrac{1}{z} - i\right|.$

Đặt $z'=\frac{1}{z}$, khi đó $\begin{cases}|z'|\le\frac{1}{2} & (1)\\ P=|z'-i| & (2)\end{cases}$.

● $(1)\longrightarrow$ tập hợp các số phức z' là hình tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=\frac{1}{2}$ (trừ tâm O).

● Xét (2). Đặt $A(0;1)\longrightarrow P=MA$ với M là điểm biểu diễn của số phức z'.

Dựa vào hình vẽ ta thấy

$$\begin{cases}P_{\min}=AM_1=\frac{1}{2}\text{ khi } z'=\frac{1}{2}i\longrightarrow z=\frac{1}{z}=-2i\\ P_{\max}=AM_2=\frac{3}{2}\text{ khi } z'=-\frac{1}{2}i\longrightarrow z=\frac{1}{z}=2i\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}z_1=-2i\\ z_2=2i\end{cases}\longrightarrow w=0+0i.$$ **Chọn C.**

Câu 226. Đặt $z_3=-2z_2\longrightarrow P=|z_1+2z_2|=|z_1-(-2z_2)|=|z_1-z_3|$.

Từ $z_3=-2z_2\to z_2=-\frac{1}{2}z_3$, thay vào $|iz_2-2|=1$ ta được

$$\left|-\frac{1}{2}iz_3-2\right|=1\leftrightarrow|iz_3+4|=2\leftrightarrow|z_3-4i|=2.$$

Gọi $A,\ B$ là hai điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1,\ z_3$.

● $|z_1-4|=1\longrightarrow A\in$ đường tròn tâm $I(4;0),\ R_1=1$.

● $|z_3-4i|=2\longrightarrow B\in$ đường tròn tâm $J(0,4),\ R_2=2$.

Khi đó $P=|z_1-z_3|=AB\longrightarrow\begin{cases}P_{\min}=|IJ-R_1-R_2|=4\sqrt{2}-3\\ P_{\max}=|IJ+R_1+R_2|=4\sqrt{2}+3\end{cases}$. **Chọn B.**

Cách 2. Biến đổi $|iz_2-2|=1\leftrightarrow\left|\frac{iz_2-2}{i}\right|=1\leftrightarrow\left|z_2-\frac{2}{i}\right|=1\leftrightarrow|z_2+2i|=1\leftrightarrow|2z_2+4i|=2$.

Ta có $P=|z_1+2z_2|=|(z_1-4)+(2z_2+4i)+(4-4i)|$

$\ge|(2z_2+4i)+(4-4i)|-|z_1-4|$

$\ge|4-4i|-|2z_2+4i|-|z_1-4|=4\sqrt{2}-3.$

Câu 227. Giả sử $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$. Ta có

● $|z-1|=\sqrt{(a-1)^2+b^2}\le5\to(a-1)^2+b^2\le5^2$.

$\longrightarrow$ tập hợp các số phức nằm trong hoặc trên đường tròn tâm $A(1;0)$ bán kính $R=5$.

● $|z-i|=\sqrt{a^2+(b-1)^2}\ge3\to a^2+(b-1)^2\ge3^2$.

$\longrightarrow$ tập hợp các cố phức nằm ngoài hoặc trên đường tròn tâm $B(0;1)$ bán kính $R'=3$.

Dựa vào hình vẽ ta thấy $\begin{cases}z_{\min}=z_1=0-2i\\ z_{\max}=z_2=6+0i\end{cases}$

$\longrightarrow z_1+2z_2=12-2i$. **Chọn A.**

Cách 2. Áp dụng bất đẳng thức $||z_1|-|z_2||\le|z_1-z_2|\le|z_1|+|z_2|$.

Ta có $\begin{cases}3\le|z-i|\le|z|+|i|\\ ||z|-|1||\le|z-1|\le5\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}2\le|z|\\ |z|\le6\end{cases}\longleftrightarrow2\overset{(1)}{\le}|z|\overset{(2)}{\le}6.$

Dấu "=" thứ nhất xảy ra khi $|z_1-i|=3$, kết hợp với $|z-1|\le5$ ta được hệ

$$\begin{cases}|z_1-i|=3\\|z_1-1|\le 5\\|z_1|=2\end{cases}\longrightarrow z_1=-2i.$$

Tương tự cho dấu "=" thứ hai, ta được $\begin{cases}|z_2-1|=5\\|z_2|=6\\|z_2-i|\ge 3\end{cases}\longrightarrow z_2=6\longrightarrow z_1+2z_2=12-2i$.

Câu 228. Giả sử $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})$.

Ta có $10=|z-4|+|z+4|\ge|z-4+z+4|=|2z|\longrightarrow|z|\le 5$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$$100=\left(|z-4|.1+|z-4|.1\right)^2\le\left[\left(|z-4|\right)^2+\left(|z+4|\right)^2\right].2$$

$\longleftrightarrow(a+4)^2+b^2+(a-4)^2+b^2\ge 50\longleftrightarrow a^2+b^2\ge 9\longrightarrow|z|\ge 3$. **Chọn D.**

Cách 2. Giả sử $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})$.

Từ giả thiết, ta có $\sqrt{(x-4)^2+y^2}+\sqrt{(x+4)^2+y^2}=10$. (*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, gọi $M(x;y)$ và $F_1(-4;0)$, $F_2(-4;0)$ thì (*) có dạng $MF_1+MF_2=2.5$. Vậy tợp hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z là một Elip có độ dài trục lớn $a=5$, tiêu cự $F_1F_2=8\longrightarrow c=4$. Suy ra độ dài trục bé $b=\sqrt{a^2-c^2}=3$.

Khi đó ta luôn có $b\le OM\le a$ hay $3\le|z|\le 5$.

Câu 229. Áp dụng bất đẳng thức $\left||z_1|-|z_2|\right|\le|z_1+z_2|$, ta có

$$\left||z|-\frac{4}{|z|}\right|\le\left|z+\frac{4i}{z}\right|=2\leftrightarrow -2\le\frac{|z|^2-4}{|z|}\le 2\leftrightarrow\begin{cases}|z|^2+2|z|-4\ge 0\\|z|^2-2|z|-4\le 0\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}|z|\ge -1+\sqrt5\\|z|\le 1+\sqrt5\end{cases}.$$

Vậy $\begin{cases}M=1+\sqrt5\\m=-1+\sqrt5\end{cases}\longrightarrow S=2\sqrt5.$ **Chọn A.**

Câu 230. Gọi $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Gọi $A(-1;0)$, $B(1;0)$. Ta có $|z|=1\longrightarrow|x+yi|=1\Leftrightarrow x^2+y^2=1$.

Suy ra M thuộc đường tròn đường kính AB nên $MA^2+MB^2=AB^2=4$.

Khi đó $T=MA+2MB\le\sqrt{\left(1^2+2^2\right)\left(MA^2+MB^2\right)}=\sqrt{5.4}=2\sqrt5$. **Chọn A.**

Cách 2. Phương pháp hàm số (bạn đọc tìm hiểu rõ hơn ở các bài sau)

Câu 231. Với $z=a+bi\ (a,\ b\in\mathbb{R})$, ta có $z.\overline{z}=|z|^2=1\longrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\a,\ b\in[-1;1].\\\overline{z}=\dfrac{1}{z}\end{cases}$

Do đó biến đổi P, ta được $P=\left|z\left(z+\dfrac{1}{z}\right)\right|-|z+1|=\left|z+\dfrac{1}{z}\right|-|z+1|=|z+\overline{z}|-|z+1|$

$=2|a|-\sqrt{(a+1)^2+b^2}=2|a|-\sqrt{(a+1)^2+1-a^2}=2|a|-\sqrt{2(a+1)}.$

Khảo sát hàm $f(a)=2|a|-\sqrt{2(a+1)}$ trên đoạn $[-1;1]$, ta được $-\sqrt2\le f(a)\le 2.$

Suy ra $m=-\sqrt2,\ M=2\longrightarrow S=2-\sqrt2.$ **Chọn A.**

Câu 232. Với $z=a+bi\ (a,\ b\in\mathbb{R})$, ta có $z.\overline{z}=|z|^2=1\longrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\ a,\ b\in[-1;1].\\ \overline{z}=\dfrac{1}{z}\end{cases}$

Do đó biến đổi P, ta được $P=\left|z\left(z-1+\dfrac{1}{z}\right)\right|+|z+1|=\left|z-1+\dfrac{1}{z}\right|+|z+1|=|z-1+\overline{z}|+|z+1|$

$=|2a-1|+\sqrt{(a+1)^2+b^2}=|2a-1|+\sqrt{(a+1)^2+1-a^2}=|2a-1|+\sqrt{2(a+1)}.$

Khảo sát hàm $f(a)=|2a-1|+\sqrt{2(a+1)}$ trên đoạn $[-1;1]$, ta được $\sqrt{3}\le f(a)\le\dfrac{13}{4}.$

Suy ra $m=\sqrt{3},\ M=\dfrac{13}{4}\longrightarrow P=\dfrac{13}{16}.$ **Chọn D.**

Câu 233. Với $z=a+bi\ (a,\ b\in\mathbb{R})$, ta có $z.\overline{z}=|z|^2=1\longrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\ a,\ b\in[-1;1].\\ \overline{z}=\dfrac{1}{z}\end{cases}$

Do đó biến đổi P, ta được $P=\left|z^3+3z+\dfrac{1}{z}\right|-|z+\overline{z}|=\dfrac{|z^4+3z^2+1|}{|z|}-|z+\overline{z}|$

$=|z^4+3z^2+1|-|z+\overline{z}|=\left|z^2\left(z^2+3+\dfrac{1}{z^2}\right)\right|-|z+\overline{z}|=\left|z^2+3+\dfrac{1}{z^2}\right|-|z+\overline{z}|$

$=\left|\left(z+\dfrac{1}{z}\right)^2+1\right|-|z+\overline{z}|=\left|(z+\overline{z})^2+1\right|-|z+\overline{z}|=|4a^2+1|-|2a|=4a^2-2|a|+1.$

Khảo sát hàm $f(a)=4a^2-2|a|+1$ trên đoạn $[-1;1]$, ta được $\dfrac{3}{4}\le f(a)\le 3.$

Suy ra $m=\dfrac{3}{4},\ M=3\longrightarrow w=\sqrt{9+\dfrac{9}{16}}=\dfrac{3\sqrt{17}}{4}.$ **Chọn B.**

Câu 235. Đặt $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-1|=\sqrt{2}\Leftrightarrow|(x-1)+yi|\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2=2\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2=2\Leftrightarrow x^2+y^2=2x+1.$

Khi đó $T=|z+i|+|z-2-i|=|x+(y+1)i|+|x-2+(y-1)i|$

$=\sqrt{x^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+y^2+2y+1}+\sqrt{x^2+y^2-4x-2y+5}$

$=\sqrt{2x+2y+2}+\sqrt{6-2x-2y}=\sqrt{2(x+y)+2}+\sqrt{6-2(x+y)}.$

Đặt $t=x+y$, khi đó $T=f(t)=\sqrt{2t+2}+\sqrt{6-2t}$ với $t\in[-1;3]$.

Xét hàm $f(t)=\sqrt{2t+2}+\sqrt{6-2t}$ trên $[-1;3]$, ta được $f(t)_{\max}=f(1)=4$. **Chọn B.**

Câu 236. Đặt $|z_1|=x\ge 0, |z_2|=y\ge 0$ suy ra biểu thức $P=|z_1|+|z_2|=x+y.$

Áp dụng công thức $|z_1-z_2|^2+|z_1+z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)\Rightarrow|z_1|^2+|z_2|^2=5$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=5\Leftrightarrow y^2=5-x^2\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le\sqrt{5}\\ y=\sqrt{5-x^2}\end{cases}\longrightarrow P=x+\sqrt{5-x^2}.$

Khảo sát hàm $f(x)=x+\sqrt{5-x^2}$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{5}\right]$, ta được $\sqrt{5}\le f(x)\le\sqrt{10}$.

Suy ra $\begin{cases}M=\sqrt{10}\\ m=\sqrt{5}\end{cases}\longrightarrow\dfrac{M}{m}=\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 237. Gọi $z = x + yi\ (x;y \in \mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Gọi $A(-2;1)$, $B(4,7)$, suy ra $AB = 6\sqrt{2}$.

Từ giả thiết, ta có $|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA + MB = AB$ suy ra M nằm trên đoạn thẳng AB có phương trình $x - y + 3 = 0$.

Suy ra $M(x;x+3)$ với $x \in [-2;4]$.

Ta có $|z-1+i| = |(x-1)+(y+1)i| = \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2}$

$= \sqrt{(x-1)^2 + (x+4)^2} = \sqrt{2x^2 + 6x + 17}$.

Khảo sát hàm $f(x) = 2x^2 + 6x + 17$ trên đoạn $[-2;4]$, ta được $\frac{25}{2} \le f(x) \le 73$.

Suy ra $\frac{5\sqrt{2}}{2} \le |z-1+i| \le \sqrt{73} \longrightarrow \begin{cases} m = \frac{5\sqrt{2}}{2} \\ M = \sqrt{73} \end{cases} \longrightarrow P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 238. Gọi $z = x + yi\ (x;y \in \mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Gọi $A(-3;2)$, $B(3;-1)$, suy ra $AB = 3\sqrt{5}$.

Từ giả thiết, ta có $|z+3-2i| + |z-3+i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = AB$ suy ra M nằm trên đoạn thẳng AB có phương trình $x + 2y - 1 = 0$.

Suy ra $M(1-2y;y)$ với $y \in [-1;2]$.

Ta có $\begin{cases} |z+2| = |x+2+yi| = \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = \sqrt{(3-2y)^2 + y^2} \\ |z-1-3i| = |x-1+(y-3)i| = \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{4y^2 + (y-3)^2} \end{cases}$.

Khi đó $P = |z+2| + |z-1-3i| = \sqrt{5y^2 - 12y + 9} + \sqrt{5y^2 - 6y + 9}$.

Khảo sát hàm $f(y) = \sqrt{5y^2 - 12y + 9} + \sqrt{5y^2 - 6y + 9}$ trên đoạn $[-1;2]$, ta được

$$\begin{cases} \min\limits_{[-1;2]} f(y) = f(1) = 3\sqrt{2} \\ \max\limits_{[-1;2]} f(y) = f(-1) = \sqrt{26} + 2\sqrt{5} \end{cases}$$. **Chọn B.**

Câu 239. Gọi $z = x + yi\ (x;y \in \mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Gọi $A(-2;3)$, $B(6;1)$, suy ra $AB = 2\sqrt{17}$.

Từ giả thiết, ta có $|z+2-3i| + |z-6-i| = 2\sqrt{17} \Leftrightarrow MA + MB = AB$ suy ra M thuộc đoạn thẳng AB có phương trình $x + 4y - 10 = 0$.

Suy ra $M(10-4y;y)$ với $y \in [1;3]$.

Ta có $\begin{cases} |z+1-2i| = |x+1+(y-2)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(11-4y)^2 + (y-2)^2} \\ |z-2+i| = |x-2+(y+1)i| = \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(8-4y)^2 + (y+1)^2} \end{cases}$.

Khi đó $P = \big||z+1-2i| - |z-2+i|\big| = \left|\sqrt{17y^2 - 92y + 125} - \sqrt{17y^2 - 62y + 65}\right|$.

Khảo sát hàm $f(y) = \left|\sqrt{17y^2 - 92y + 125} - \sqrt{17y^2 - 62y + 65}\right|$ trên đoạn $[1;3]$, ta được

$$\begin{cases} \min\limits_{[1;3]} f(y) = f(2) = 0 \\ \max\limits_{[1;3]} f(y) = f(3) = 3\sqrt{2} \end{cases}$$. **Chọn A.**

Câu 240. Gọi $z = x + yi\ (x;y \in \mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Gọi $A(2;-2)$, $B(-1;3)$, suy ra $AB = \sqrt{34}$.

Từ giả thiết, ta có $|z-2+2i|-|z+1-3i|=\sqrt{34} \Leftrightarrow MA-MB=AB$, suy ra M thuộc tia AB và M nằm ngoài đoạn AB và M có thể trùng B.

Phương trình đường thẳng $AB: 5x+3y-4=0$.

Từ đó suy ra $M\left(x;\frac{4-5x}{3}\right)$ với $x \le -1$.

Khi đó $P=|z+1+i|=|x+1+(y+1)i|=\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+\left(\frac{4-5x}{3}+1\right)^2}$.

Khảo sát hàm $f(x)=\sqrt{(x+1)^2+\left(\frac{4-5x}{3}+1\right)^2}$ trên $(-\infty;-1]$, ta được

$$\min_{(-\infty;-1]} f(x)=f(-1)=4.$$ **Chọn D.**

Câu 241. Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Từ $|z|=1 \longrightarrow a^2+b^2=1$.

Ta có $\frac{1}{1-z}=\frac{1}{1-(a+bi)}=\frac{1}{1-a-bi}=\frac{1-a+bi}{(1-a-bi)(1-a+bi)}=\frac{1-a+bi}{(1-a)^2+b^2}$

$=\frac{1-a}{(1-a)^2+b^2}+\frac{bi}{(1-a)^2+b^2}$.

Suy ra phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng $\frac{1-a}{(1-a)^2+b^2}$.

Ta có $\frac{1-a}{(1-a)^2+b^2}=\frac{1-a}{1-2a+a^2+1-a^2}=\frac{1-a}{2(1-a)}=\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Cách 2. Chọn $z=-1$ thỏa mãn $|z|=1$ và $z\neq 1$. Khi đó $\frac{1}{1-z}=\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$.

Câu 242. Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Từ $|z|=1 \longrightarrow a^2+b^2=1$.

Ta có $\frac{z+1}{z-1}=\frac{a+1+bi}{a-1+bi}=\frac{(a+1+bi)(a-1-bi)}{(a-1+bi)(a-1-bi)}=\frac{a^2+b^2-1-2bi}{(a-1)^2+b^2}=\frac{-2bi}{(a-1)^2+b^2}$.

Do đó phần thực của số phức $\frac{z+1}{z-1}$ bằng 0. **Chọn A.**

Cách 2. Chọn $z=-1$ thỏa mãn $|z|=1$ và $z\neq 1$. Khi đó $w=\frac{z+1}{z-1}=0$.

Câu 243. Do $|z_1|=|z_2|=1 \longrightarrow \begin{cases} \frac{1}{z_1}=\overline{z_1} \\ \frac{1}{z_2}=\overline{z_2} \end{cases}$. Ta có $\overline{w}=\frac{\overline{z_1}+\overline{z_2}}{1+\overline{z_1}.\overline{z_2}}=\frac{\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}}{1+\frac{1}{z_1z_2}}=\frac{z_1+z_2}{z_1z_2+1}=w$.

Vì $\overline{w}=w$ nên w là số thực hay phần ảo của w bằng 0. **Chọn A.**

Cách 2. Chọn $z_1=z_2=1$ thỏa $|z_1|=|z_2|=1$ và $1+z_1z_2\neq 0$. Khi đó $w=\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}=1$.

Câu 244. Chọn $z_2=1$ thỏa mãn $|z_2|=1$.

Bây giờ ta chọn z_1 sao cho thỏa $|z_1|=2$ và $|2z_1-3|=4$.

Đặt $z_1=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Từ trên ta có hệ $\begin{cases} a^2+b^2=4 \\ (2a-3)^2+4b^2=16 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{4} \\ b=\frac{\sqrt{55}}{4} \end{cases}$.

Khi đó ta có $z_1=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{55}}{4}i,\ z_2=1 \longrightarrow M=\sqrt{11}.$ **Chọn C**

Câu 245. Gọi $u=a+bi$ $(a;b\in\mathbb{R})$.

Từ giả thiết, suy ra $\begin{cases} |u| = \left|\dfrac{z}{w}\right| = \dfrac{|z|}{|w|} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{|z-w|}{|w|} = \left|\dfrac{z-w}{w}\right| = \left|\dfrac{z}{w} - 1\right| = |u-1| = 1 \end{cases}$

$\longrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \dfrac{1}{4} \\ (a-1)^2 + b^2 = 1 \end{cases} \longrightarrow (a-1)^2 - a^2 = \dfrac{3}{4} \leftrightarrow 1 - 2a = \dfrac{3}{4} \leftrightarrow a = \dfrac{1}{8}$. **Chọn D.**

Cách 2. Chọn $w = 1$. Ta cần chọn số phức $z = x + yi$ $(x;\ y \in \mathbb{R})$ sao cho $\begin{cases} |z-1| = 1 \\ |z| = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

$\longrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = \dfrac{1}{4} \end{cases} \to x = \dfrac{1}{8} \longrightarrow u = \dfrac{z}{w} = x + yi = \dfrac{1}{8} + yi.$

Câu 246. Từ giả thiết $\dfrac{1}{z_1 + z_2} = \dfrac{1}{z_1} + \dfrac{2}{z_2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{z_1 + z_2} = \dfrac{z_2 + 2z_1}{z_1 z_2}$

$\Leftrightarrow z_1 z_2 = (z_1 + z_2).(z_2 + 2z_1) \Leftrightarrow \dfrac{z_1}{z_2} = \left(\dfrac{z_1}{z_2} + 1\right)\left(1 + 2\dfrac{z_1}{z_2}\right).$

Đặt $t = \dfrac{z_1}{z_2}$, ta được phương trình $t = (t+1)(1+2t)$

$\Leftrightarrow 2t^2 + 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i \\ t = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i \end{array}\right. \Rightarrow |t| = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn D.**

Cách 2. Chọn $z_2 = i \longrightarrow \dfrac{1}{z_1 + i} = \dfrac{1}{z_1} + \dfrac{2}{i} \longrightarrow z_1 = \dfrac{1-i}{2} \longrightarrow P = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Câu 247. Ta có $P = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)^2 = \left(\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}\right)^2 - 2.$ (1)

Mà $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{z_1\overline{z_2}}{|z_2|^2} + \dfrac{z_2\overline{z_1}}{|z_1|^2} = z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}.$ (2)

Theo giả thiết: $1 = |z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2).\left(\overline{z_1 - z_2}\right) = (z_1 - z_2).\left(\overline{z_1} - \overline{z_2}\right)$

$= |z_1|^2 + |z_2|^2 - \left(z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}\right) \longrightarrow z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} = 1.$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $P = -1$. **Chọn D.**

Cách 2. Chọn $z_1 = 1$, còn z_2 chọn sao cho thỏa mãn $|z_2| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 1$.

Ta chọn như sau: Đặt $z_2 = a + bi$.

- $|z_2| = 1 \longrightarrow a^2 + b^2 = 1$.
- $|z_1 - z_2| = 1 \longleftrightarrow |z_2 - 1| = 1 \longleftrightarrow |(a-1) + bi| = 1 \longleftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 1.$

Từ đó giải hệ $\longrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \longrightarrow z_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Thay $z_1 = 1$ và $z_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ vào P và bấm máy.

Hoặc ta cũng có thể chọn $z_1 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ và $z_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 248. Đặt $z=a+bi\ (a;b\in\mathbb{R})$. Do $z\notin\mathbb{R}\longrightarrow b\neq 0.$

Suy ra $z^2=a-b^2+2abi.$

Khi đó $\dfrac{z}{1+z^2}=\dfrac{a+bi}{1+a^2-b^2+2abi}=\dfrac{(a+bi)(1+a^2-b^2-2abi)}{(1+a^2-b^2)^2+(2ab)^2}$

$=\dfrac{a^3+ab^2+a}{(1+a^2-b^2)^2+(2ab)^2}-\dfrac{b^3+a^2b-b}{(1+a^2-b^2)^2+(2ab)^2}.i\in\mathbb{R}\longleftrightarrow b^3+a^2b-b=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\ (\text{loại})\\1-b^2-a^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow a^2+b^2=1\longrightarrow |z|=1.$ Vậy $P=\dfrac{|z|}{1+|z|^2}=\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{1}{2}.$ **Chọn B.**

Cách 2. Chọn $w=\dfrac{z}{1+z^2}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow(z-1)^2=0\Leftrightarrow z=1\Rightarrow|z|=1\longrightarrow P=\dfrac{|z|}{1+|z|^2}=\dfrac{1}{2}.$

Câu 249. Do $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1\longrightarrow\begin{cases}|z_1z_2z_3|=1\\ \dfrac{1}{z_1}=\overline{z_1},\ \dfrac{1}{z_2}=\overline{z_2},\ \dfrac{1}{z_3}=\overline{z_3}.\end{cases}$

Áp dụng, ta được $P=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|=\left|\dfrac{z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1}{z_1z_2z_3}\right|=\left|\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}+\dfrac{1}{z_3}\right|=\left|\overline{z_1}+\overline{z_2}+\overline{z_3}\right|$

$=\left|\overline{z_1+z_2+z_3}\right|=|z_1+z_2+z_3|=a.$ **Chọn C.**

Cách trắc nghiệm. Chọn trường hợp đặc biệt $z_1=z_2=z_3=1$ thỏa $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$.

Khi đó $|z_1+z_2+z_3|=3$ và $P=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|=3$. Vậy $P=a.$

Câu 250. Từ giả thiết $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1\longrightarrow\overline{z}_1=\dfrac{1}{z_1},\ \overline{z}_2=\dfrac{1}{z_2},\ \overline{z}_3=\dfrac{1}{z_3}.$

Ta có $A=z_1^2+z_2^2+z_3^2=(z_1+z_2+z_3)^2-2(z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1)=-2(z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1)$

$=-2z_1z_2z_3\left(\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}+\dfrac{1}{z_3}\right)=-z_1z_2z_3(\overline{z}_1+\overline{z}_2+\overline{z}_3).$

Mà $z_1+z_2+z_3=0\longrightarrow\overline{z}_1+\overline{z}_2+\overline{z}_3=0$, suy ra $A=0.$ **Chọn B.**

Cách 2. Chọn $z_1=1,\ z_2=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i,\ z_3=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ thỏa mãn các điều kiện bài toán.

Câu 251. Đặt $z=x+yi\ (x;\ y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z|=\dfrac{1}{|z|}=|z-1|\longrightarrow\begin{cases}|z|=1\\|z|=|z-1|\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=1\\x^2+y^2=(x-1)^2+y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\y^2=\dfrac{3}{4}\end{cases}.$

Khi đó $|w|=|z+1|=\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{\dfrac{9}{4}+\dfrac{3}{4}}=\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Cách 2. Từ giả thiết, suy ra $|z|=|z-1|=1.$

Áp dụng công thức $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)$, ta có

$$|z+1|=\sqrt{2\left(|z|^2+1^2\right)-|z-1|^2}=\sqrt{2\left(1^2+1^2\right)-1^2}=\sqrt{3}.$$

Câu 252. Đặt $w_1=3z_1$ và $w_2=4z_2$.Từ giả thiết, ta có $|w_1|=3,\ |w_2|=4$ và $|w_1-w_2|=1.$

Áp dụng công thức $|w_1+w_2|^2+|w_1-w_2|^2=2\left(|w_1|^2+|w_2|^2\right)$, ta có

$|w_1+w_2|^2=2\left(|w_1|^2+|w_2|^2\right)-|w_1-w_2|^2=x=2(9+16)-1=49$

$\longrightarrow|w_1+w_2|=7$ hay $|z|=7.$ **Chọn B.**

Câu 253. Từ giả thiết $\frac{1}{z}+\frac{1}{w}=\frac{1}{z+w}\Leftrightarrow\frac{z+w}{zw}-\frac{1}{z+w}=0\Leftrightarrow\frac{(z+w)^2-zw}{zw(z+w)}=0$

$\longrightarrow z^2+w^2+zw=0\Leftrightarrow z^2+zw+\frac{1}{4}w^2+\frac{3}{4}w^2=0\Leftrightarrow\left(z+\frac{1}{2}w\right)^2=-\frac{3}{4}w^2\Leftrightarrow\left(z+\frac{1}{2}w\right)^2=\left(\frac{i\sqrt{3}w}{2}\right)^2$

Từ $\left(z+\frac{1}{2}w\right)^2=\left(\frac{i\sqrt{3}w}{2}\right)^2\longrightarrow z=\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w$.

Lấy môđun hai vế, ta được $|z|=\left|-\frac{1}{2}\pm\frac{i\sqrt{3}}{2}\right|.|w|=1.|w|=|w|\to|w|=|z|=2018$. **Chọn C.**

Cách 2. Chọn $z=1028$ thỏa mãn $|z|=2018$.

Khi đó ta có $\frac{1}{2018}+\frac{1}{w}=\frac{1}{2018+w}\longrightarrow$ giải phương trình tìm w.

Câu 254. Dựng hình bình hành $OMPN$ trong mặt phẳng phức.

Khi đó $\begin{cases}|z_1+z_2|=OP\\|z_1-z_2|=MN\end{cases}$.

Ta có $\begin{cases}|z_1+z_2|=\sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2+2|z_1||z_2|\cos30^0}=\sqrt{13}\\|z_1-z_2|=\sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2+2|z_1||z_2|\cos150^0}=1\end{cases}$

$\longrightarrow\left|\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right|=\frac{|z_1+z_2|}{|z_1-z_2|}=\sqrt{13}$. **Chọn B.**

Cách 2. Giả sử $\begin{cases}z_1=a_1+b_1i\\z_2=a_2+b_2i\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}M(a_1;b_1)\\N(a_2,b_2)\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{OM}=(a_1;b_1)\\\overrightarrow{ON}=(a_2;b_2)\end{cases}$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases}a_1^2+b_1^2=3\\a_2^2+b_2^2=4\end{cases}\text{ và }\cos\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right)=\cos30^0=\frac{a_1a_2+b_1b_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2=3.$$

Vậy $A=\left|\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right|=\frac{|(a_1+a_2)+(b_1+b_2)i|}{|(a_1-a_2)+(b_1-b_2)i|}=\frac{\sqrt{(a_1+a_2)^2+(b_1+b_2)^2}}{\sqrt{(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2}}$

$=\frac{\sqrt{(a_1^2+b_1^2)+(a_2^2+b_2^2)+2(a_1a_2+b_1b_2)}}{\sqrt{(a_1^2+b_1^2)+(a_2^2+b_2^2)-2(a_1a_2+b_1b_2)}}=\frac{\sqrt{3+4+2.3}}{\sqrt{3+4-2.3}}=\sqrt{13}.$

Câu 255. Ta xét $H=\left|(1+2i)z^3-z^5\right|=\left|z^3\right|.\left|(1+2i)-z^2\right|=125.\left|(1+2i)-z^2\right|$.

Xét $T=\left|z^2-(1+2i)\right|$. Sử dụng bất đẳng thức $\left||z_1|-|z_2|\right|\le|z_1-z_2|\le|z_1|+|z_2|$, ta được

$$\left|\left|z^2\right|-|1+2i|\right|\le\left|z^2-(1+2i)\right|\le\left|z^2\right|+|1+2i|\longleftrightarrow25-\sqrt{5}\le T\le25+\sqrt{5}.$$

Từ đó suy ra $125\left(25-\sqrt{5}\right)\le H\le125\left(25+\sqrt{5}\right)\longrightarrow\begin{cases}M=125\left(25+\sqrt{5}\right)\\m=125\left(25-\sqrt{5}\right)\end{cases}$

$\longrightarrow P=M+m=6250$. **Chọn C.**