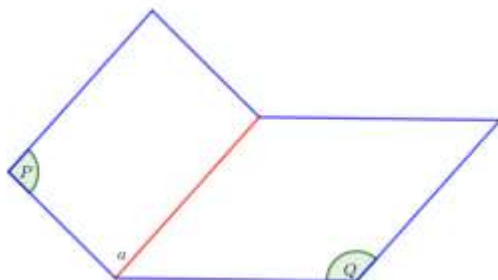


Dạng toán: XÁC ĐỊNH GÓC NHỊ DIỆN

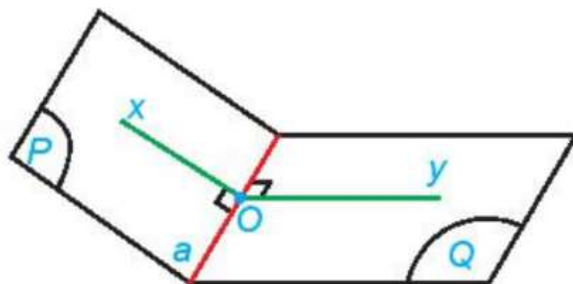
I. LÝ THUYẾT

1. Góc nhị diện

Hình gồm hai nửa mặt phẳng (P) , (Q) có chung bờ a được gọi là góc nhị diện, kí hiệu là $[P, a, Q]$. Đường thẳng a và các nửa mặt phẳng (P) , (Q) tương ứng được gọi là cạnh và các mặt của góc nhị diện đó.



Từ một điểm O bất kì thuộc cạnh a của góc nhị diện $[P, a, Q]$ vẽ các tia Ox , Oy tương ứng thuộc (P) , (Q) và vuông góc với a . Góc xOy được gọi là một góc phẳng của góc nhị diện $[P, a, Q]$ (gọi tắt là góc phẳng nhị diện). Số đo của góc xOy không phụ thuộc vào vị trí của O trên a , được gọi là số đo của góc nhị diện $[P, a, Q]$.



Mặt phẳng chứa góc phẳng nhị diện xOy của $[P, a, Q]$ vuông góc với cạnh a .

Chú ý:

- + Số đo của góc nhị diện có thể nhận giá trị từ 0° đến 180° . Góc nhị diện được gọi là vuông, nhọn, tù nếu nó có số đo tương ứng bằng, nhỏ hơn, lớn hơn 90° .
- + Đối với hai điểm M, N không thuộc đường thẳng a , ta kí hiệu $[M, a, N]$ là góc nhị diện có cạnh a và các mặt tương ứng chứa M, N .
- + Hai mặt phẳng cắt nhau tạo thành **bốn góc nhị diện**. Nếu một trong bốn góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì các góc nhị diện lại cũng là góc nhị diện vuông.

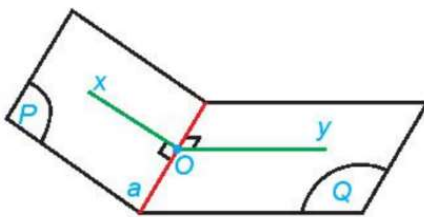
2. Phương pháp xác định góc nhị diện

Để xác định góc nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) , ta thực hiện theo 3 bước:

Bước 1: Tìm giao tuyến $a = (P) \cap (Q)$.

Bước 2: Tìm $Ox \subset (P): Ox \perp a$ và $Oy \subset (Q): Oy \perp a$.

Bước 3: Kết luận $[P, a, Q]$



II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Câu 1:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .
- Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.
 - Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $ABC = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.
- Câu 2:** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .
- Tính độ dài đường chéo của hình lập phương.
 - Chứng minh rằng $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.
 - Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng COC' là một góc phẳng của góc nhị diện $[C, BD, C']$. Tính (gần đúng) số đo của các góc nhị diện $[C, BD, C']$, $[A, BD, C']$
- Câu 3:** Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng a , $AC = a$, $SA = \frac{1}{2}a$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình thoi $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC .
- Tính số đo của các góc nhị diện $[B, SA, D]$; $[S, BD, A]$; $[S, BD, C]$.
 - Chứng minh rằng BHD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.
- Câu 4:** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh a . Xác định và tính góc phẳng nhị diện:
- $[A, BD, A']$;
 - $[C, BD, A']$.
- Câu 5:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, $SA = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.
- Câu 6:** Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy?

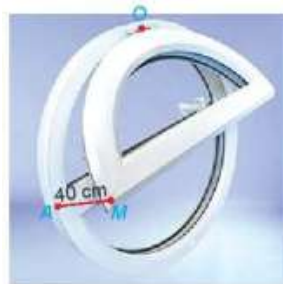


- Câu 7:** Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8 \text{ m}$; $OA = 2,8 \text{ m}$; $OB = 4 \text{ m}$.
- Tính (gần đúng) số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà.
 - Chứng minh rằng mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt đất phẳng. Lưu ý: Đường giao giữa hai mái (đường nóc) song song với mặt đất.
 - Điểm A ở độ cao (so với mặt đất) hơn điểm B là $0,5 \text{ m}$. Tính (gần đúng) góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất.



Hình 7.72

- Câu 8:** Độ dốc của mái nhà, mặt sân, con đường thẳng là tang của góc tạo bởi mái nhà mặt sân, con đường thẳng đó với mặt phẳng nằm ngang. Độ dốc của đường thẳng dành cho người khuyết tật được quy định là không quá $\frac{1}{12}$. Hỏi theo đó, góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang không vượt quá bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
- Câu 9:** Trong cửa sổ ở Hình 7.56, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính 80 cm , bản lề được đính ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d ; khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tính số đo của góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, khung cửa khi $d = 40 \text{ cm}$.



Hình 7.56

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 10:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây đúng?
- Số đo của góc nhị diện $[S, AB, C]$ bằng SBC .
 - Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng 90° .
 - Số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng 90° .

D. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng BSD .

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4a, AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo gần bằng giá trị nào dưới đây?

- A. $75^\circ 46'$. B. $71^\circ 21'$. C. $68^\circ 31'$. D. $65^\circ 12'$.

Câu 12: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{\frac{5}{12}}$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo gần bằng giá trị nào dưới đây?

- A. $75^\circ 46'$. B. $71^\circ 21'$. C. $29^\circ 33'$. D. $26^\circ 33'$.

Câu 13: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết $AD = 2a, AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BE, A]$.

- A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[C, SB, A]$.

- A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

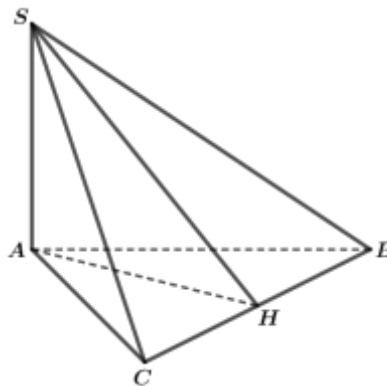
IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.

b) Giả sử tam giác ABC vuông tại $A, \angle ABC = 30^\circ, AC = a, SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Lời giải:



a) Ta có $SA \perp (ABC)$ mà $SA \subset (SAB)$ do đó $(SAB) \perp (ABC)$.

Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \ (SA \perp (ABC)) \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH). \text{ Mà } BC \subset (SBC) \text{ do đó } (SAH) \perp (SBC)$

b) Ta có

$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AH \perp BC \\ SH \perp BC \text{ (do } SH \subset (SAH)) \end{cases} \Rightarrow SHA \text{ là một góc phẳng của góc nhị diện } [S, BC, A]$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có: $\sin ACH = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \sin ACH \cdot AC = \sin 60^\circ \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

Xét $\triangle SAH$ vuông cân tại A nên góc nhị diện $[S, BC, A] = SHA = 45^\circ$.

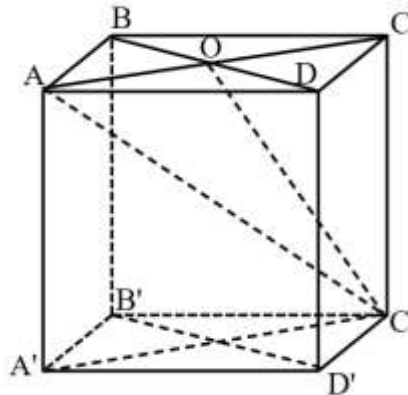
Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) Tính độ dài đường chéo của hình lập phương.

b) Chứng minh rằng $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.

c) Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng COC' là một góc phẳng của góc nhị diện $[C, BD, C']$. Tính (gần đúng) số đo của các góc nhị diện $[C, BD, C']$, $[A, BD, C']$

Lời giải:



a) Một trong những đường chéo của hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là AC'

$\triangle AA'C'$ là tam giác vuông tại A có $AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$.

b) Ta có: $\begin{cases} AC \perp DD' \\ AC \perp BD' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'B'). \text{ Mà } AC \subset (ACC'A') \text{ nên } (ACC'A') \perp (BDD'B').$

c) Ta có

$\begin{cases} (CBD) \cap (C'BD) = BD \\ CO \perp BD \\ C'O \perp BD \text{ (do } \triangle BDC' \text{ cân)} \end{cases} \Rightarrow COC' \text{ là một góc phẳng của góc nhị diện } [C, BD, C']$

Tương tự AOC' là một góc phẳng của góc nhị diện $[A, BD, C']$

Xét $\triangle COC'$ vuông tại C có: $\tan COC' = \frac{CC'}{OC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow COC' \approx 55^\circ$.

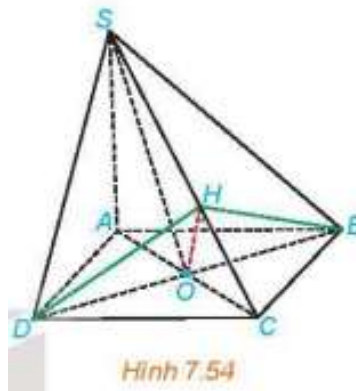
Ta có: $\angle COC'$ và $\angle AOC'$ là hai góc bù nhau nên $\angle AOC' \approx 125^\circ$.

Câu 3: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng a , $AC = a$, $SA = \frac{1}{2}a$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình thoi $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC .

a) Tính số đo của các góc nhị diện $[B, SA, D]$; $[S, BD, A]$; $[S, BD, C]$.

b) Chứng minh rằng BHD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Lời giải:



a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AB và AD vuông góc với SA . Vậy BAD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SA, D]$.

Hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $AC = a$ nên các tam giác ABC, ACD đều. Do đó $\angle BAD = 120^\circ$. Vậy số đo của góc nhị diện $[B, SA, D]$ bằng 120° .

Vì $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$. Vậy AC và SO vuông góc với BD . Suy ra $\angle AOS$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$ và $\angle COS$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, C]$.

Tam giác SAO vuông tại A và có $SA = \frac{1}{2}a = AO$ nên $\angle AOS = 45^\circ$. Suy ra $\angle COS = 180^\circ - \angle AOS = 135^\circ$.

Vậy các góc nhị diện $[S, BD, A], [S, BD, C]$ tương ứng có số đo là $45^\circ, 135^\circ$.

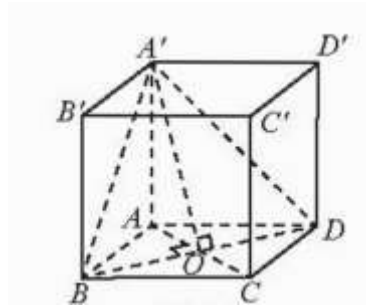
b) Theo chứng minh trên, $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp SC$. Mặt khác, $OH \perp SC$ nên $SC \perp (BOD)$. Do đó, BHD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh a . Xác định và tính góc phẳng nhị diện:

a) $[A, BD, A']$;

b) $[C, BD, A']$.

Lời giải:



a) Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $OA \perp BD$ và $AA' \perp BD \Rightarrow BD \perp (OAA') \Rightarrow BD \perp OA'$.

Ta có $OA \perp BD$ và $OA' \perp BD$, suy ra AOA' là góc phẳng nhị diện $[A, BD, A']$.

Xét tam giác AOA' vuông tại A , ta có:

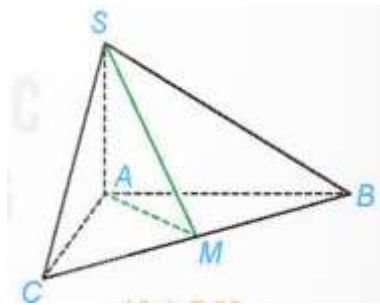
$$\tan A'OA = \frac{AA'}{AO} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow A'OA \approx 54^\circ 44'.$$

b) Ta có $OC \perp BD$ và $OA' \perp BD$, suy ra $A'OC$ là góc phẳng nhị diện $[C, BD, A']$.

Ta có $A'OC = 180^\circ - A'OA \approx 125^\circ 13'$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, $SA = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Lời giải:



Ta có $AM \perp BC$, $SA \perp BC$ suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

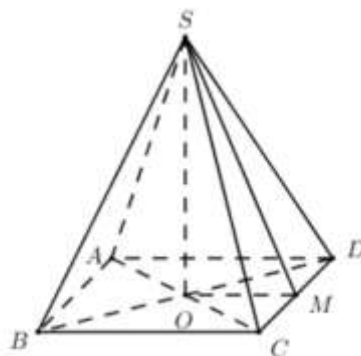
$AM \perp BC$, $SM \perp BC$ suy ra SMA là một góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

$$\text{Xét tam giác } SMA \text{ có } \tan SMA = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SMA = 30^\circ.$$

Câu 6: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy?



Lời giải:



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ như hình vẽ, $O = AC \cap BD$, M là trung điểm của DC . Khi đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ là $[S, CD, O]$.

Ta có $SM \perp CD$ và $OM \perp CD$, suy ra SMO là góc phẳng nhị diện $[S, CD, O]$.

Xét tam giác SMO ta có $OM = \frac{BC}{2} = 90$ (m)

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{98}{90} = \frac{49}{45} \Rightarrow SMO = 47^\circ 26'.$$

- Câu 7:** Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8$ m; $OA = 2,8$ m; $OB = 4$ m.
- Tính (gần đúng) số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà.
 - Chứng minh rằng mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt đất phẳng. Lưu ý: Đường giao giữa hai mái (đường nóc) song song với mặt đất.
 - Điểm A ở độ cao (so với mặt đất) hơn điểm B là 0,5 m. Tính (gần đúng) góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất.



Hình 7.72

Lời giải:

a) Vì hai mái nhà là hai hình chữ nhật nên góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà trong hình là góc AOB

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác AOB ta có:

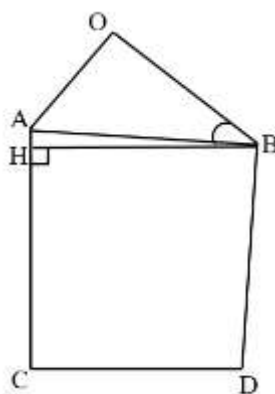
$$\cos AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = \frac{2,8^2 + 4^2 - 4,8^2}{2 \cdot 2,8 \cdot 4} = \frac{1}{28} \Rightarrow AOB \approx 88^\circ.$$

b) Gọi đường giao giữa hai mái (đường nóc) là OO' .

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} OO' \perp OA \\ OO' \perp OB \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \perp (OAB)$$

Mà OO' song song với mặt đất và không nằm trong mặt đất nên mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt đất phẳng.

c)



Góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất là góc OBH

Ta có: $OBH = OBA + ABH$

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác AOB ta có:

$$\cos OBA = \frac{BA^2 + BO^2 - OA^2}{2BA \cdot BO} = \frac{4,8^2 + 4^2 - 2,8^2}{2 \cdot 4,8 \cdot 4} = \frac{13}{16} \Rightarrow OBA \approx 36^\circ.$$

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } H \text{ có: } \sin ABH = \frac{AH}{AB} = \frac{0,5}{4,8} = \frac{5}{48} \Rightarrow ABH \approx 6^\circ.$$

Do đó $OBH = OBA + ABH \approx 42^\circ$.

Góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất khoảng 42° .

Câu 8: Độ dốc của mái nhà, mặt sân, con đường thẳng là tang của góc tạo bởi mái nhà mặt sân, con đường thẳng đó với mặt phẳng nằm ngang. Độ dốc của đường thẳng dành cho người khuyết tật được quy định là không quá $\frac{1}{12}$. Hỏi theo đó, góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang không vượt quá bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

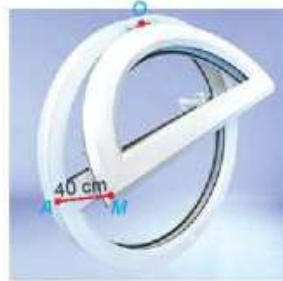
Lời giải:

Gọi α là góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang.
 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Theo đề ta có $\tan \alpha \leq \frac{1}{12} \Rightarrow \alpha \leq 4,76^\circ$.

Vậy góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang không vượt quá $4,76^\circ$.

Câu 9: Trong cửa sổ ở Hình 7.56, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính 80 cm, bản lề được đính ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d ; khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tính số đo của góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, khung cửa khi $d = 40$ cm.



Hình 7.56

Lời giải:

Gọi X là giao điểm của đường thẳng qua M song song với AB và đường thẳng qua O vuông góc với AB . Ta có $XM = d = 40$ cm và $XO = \frac{AB}{2} = 40$ cm.

Do tam giác OXM vuông tại O nên ta có: $\cos(\angle OXM) = \frac{OM}{OX} = \frac{40}{40} = 1$

Từ đó, ta suy ra $\angle OXM = 0^\circ$, $\cos(\angle XOM) = \frac{XM}{OX} = \frac{40}{40} = 1$

Từ đó, ta suy ra $\angle XOM = 0^\circ$ ta có: $\angle AOM = \angle AOX + \angle XOM = \angle AOX = \cos^{-1}(0,5) \approx 60^\circ$

Vậy số đo của góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, khung cửa khi $d = 40$ cm là 60° .

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 10: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây đúng?

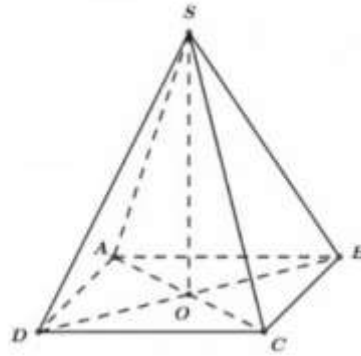
A. Số đo của góc nhị diện $[S, AB, C]$ bằng SBC .

B. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng 90° .

C. Số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng 90° .

D. Số đo của góc nhị diện $[D, SA, B]$ bằng BSD .

Lời giải:



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD$.

Ta có $SO \perp AC$ và $BO \perp AC$, suy ra SOB là góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$.

Vì $SO \perp BD$ nên $SOB = 90^\circ$.

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 4a, AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo gần bằng giá trị nào dưới đây?

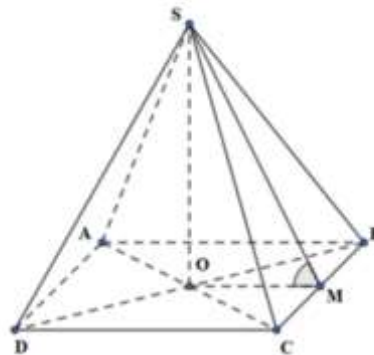
A. $75^\circ 46'$.

B. $71^\circ 21'$.

C. $68^\circ 31'$.

D. $65^\circ 12'$.

Lời giải:



Gọi $O = AC \cap BD, M$ là trung điểm của BC .

Ta có $SM \perp BC$ và $OM \perp BC$, suy ra SMO là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

$$OM = \frac{AB}{2} = 2a, DB = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 5a, OD = \frac{DB}{2} = \frac{5a}{2}, SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \frac{5\sqrt{3}a}{2}.$$

Xét tam giác SMO vuông tại O , ta có:

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{5\sqrt{3}a}{2}}{2a} = \frac{5\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SMO \approx 65^\circ 12'.$$

Câu 12: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{\frac{5}{12}}$. Góc nhị diện

$[S, BC, A]$ có số đo gần bằng giá trị nào dưới đây?

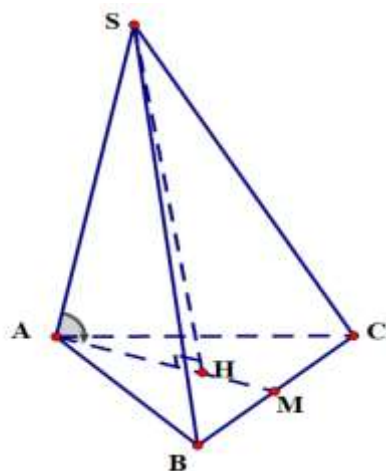
A. $75^\circ 46'$.

B. $71^\circ 21'$.

C. $29^\circ 33'$.

D. $26^\circ 33'$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của BC.

ΔABC đều cạnh là a , tâm H, $\Rightarrow SH \perp (ABC)$

$$SA = SB = SC = a\sqrt{\frac{5}{12}}$$

Do ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow AM = a\frac{\sqrt{3}}{2}$, do H là trọng tâm tam giác ABC nên

$$AH = \frac{2}{3}AM \Rightarrow AH = a\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = a\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } \cos(\angle SAH) = \frac{AH}{SA} = \frac{\sqrt{3}}{3} : \sqrt{\frac{5}{12}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \angle SAH = \cos^{-1}\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) \approx 26^\circ 33'.$$

Vậy góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo là: $\angle SAH \approx 26^\circ 33'$.

Câu 13: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.

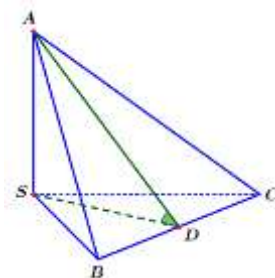
A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải:



Gọi D là trung điểm cạnh BC.

Suy ra $SD \perp BC$ (vì tam giác SBC cân tại S).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC.$$

$$\text{Và } SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = SDA = \alpha.$$

Xét $\triangle SAD$ vuông tại S , ta có: $\cos \alpha = \cos SDA = \frac{SD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết $AD = 2a$, $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BE, A]$.

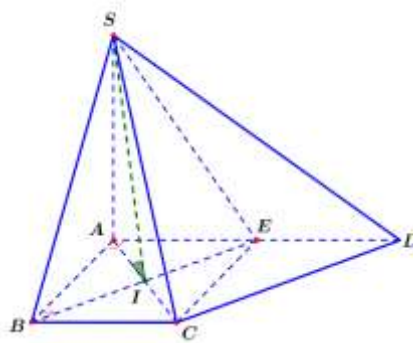
A. 45° .

B. 120° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải:



Nhận xét: $ABCE$ là hình vuông cạnh bằng a .

Gọi $I = AC \cap BE$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BE \perp AI \\ BE \perp SA \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SAI) \Rightarrow BE \perp SI.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} (SBE) \cap (ABE) = BE \\ AI \perp BE \\ SI \perp BE \end{cases} \Rightarrow [S, BE, A] = SIA$$

Xét $\triangle SIA$ vuông tại A , ta có: $\tan SIA = \frac{SA}{IA} = \frac{a\sqrt{6}}{2} : \frac{a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow SIA = 60^\circ.$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[C, SB, A]$.

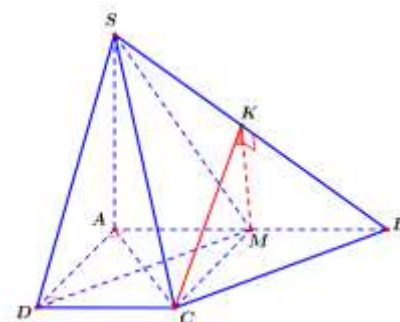
A. 45° .

B. 120° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải:



Gọi M là trung điểm AB khi đó $\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB).$

Trong mặt phẳng (SAB) , từ M kẻ $MK \perp SB$ tại K .

Khi đó: $\begin{cases} SB \perp MK \\ SB \perp CM \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CMK) \Rightarrow SB \perp CK.$

Ta có: $\begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ MK \perp SB \\ CK \perp SB \end{cases} \Rightarrow [C, SB, A] = CKM.$

$\Delta BKM \sim \Delta BAS$ nên $\frac{KM}{SA} = \frac{BM}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow KM = \frac{a}{\sqrt{3}}.$

Xét ΔCKM vuông tại M , ta có: $\tan CKM = \frac{CM}{MK} = \sqrt{3} \Rightarrow CKM = 60^\circ.$

HẾT

Huế, 16h35' Ngày 27 tháng 02 năm 2024