

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho $(a_n); (b_n)$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} a_1 = 2020; b_1 = \frac{1}{2020} \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + b_n + 2} \\ b_{n+1} = \sqrt{2a_n + b_n + 6} \end{cases}$$
. Tính giới hạn $(a_n); (b_n)$ nếu có.

Bài 2. (4,0 điểm)

Tìm các đa thức $P(x), Q(x) \in \mathbb{R}[x]$ khác đa thức không và có bậc bé nhất thỏa mãn:

$$P(x^2) + Q(x) = P(x) + x^5 Q(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Bài 3. (4,0 điểm)

Tìm tất cả n tự nhiên để $A = \underbrace{2^{2^2 \dots 2}}_{n \text{ số } 2} - 2$ viết được thành $a^3 + b^3 + c^3$ với a, b, c nguyên.

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AC > AB$). Lấy hai điểm M, N lần lượt trên AB và AC sao cho MN song song với BC . Gọi P là giao điểm của hai đoạn thẳng BN và CM . Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng BC ; (ω) là đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN .

a) Gọi E là điểm thuộc đường tròn (ω) sao cho $AE \parallel MN$. Chứng minh rằng: E, P, A' thẳng hàng.

b) Gọi F là giao điểm thứ hai của $A'P$ với đường tròn (ω) và I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $AA'F$. Chứng minh IF tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BFC .

Bài 5. (4,0 điểm)

Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 101\}$, tô màu ít nhất 50 phần tử của A sao cho: nếu $a, b \in A$ (a, b không nhất thiết phân biệt) được tô màu và $a + b \in A$ thì $a + b$ cũng được tô màu. Gọi S là tổng tất cả các số không được tô màu của A . Tìm giá trị lớn nhất của S .

----- HẾT -----

<https://toanmath.com/>

+ Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

+ Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

+ Họ và tên thí sinh: Số báo danh: