

ĐỀ CHÍNH THỨC

Họ và tên học sinh:..... Lớp:.....

Câu 1. (1,5 điểm)

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{5x - 35}{\sqrt{x + 2} - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 6} - 4}{x - 3}$

Câu 2. (1,0 điểm)

Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 24x - 25}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ m + 25 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3. (1,5 điểm)

Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{4}mx^4 - 2(m+1)x^2 - 7$ (m là tham số)

b) $y = (x - 2)\sin 3x$

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: y = -9x + 7$.

b) Biết các tiếp tuyến tại điểm $x = 2023$ của các đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ và $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ có chung một hệ số góc k ($k \cdot f(x) \neq 0$). Chứng minh $g(2023) \leq \frac{1}{4}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Dân số của một thành phố tăng theo từng năm kể từ năm 2000 đến nay. Giả sử số dân của thành phố trên được tính bởi công thức $f(x) = \frac{30x + 18}{x + 6}$ (nghìn người) trong đó x là số năm kể từ năm 2000. Chẳng hạn, ở thời điểm năm 2010 thì $x = 2010 - 2000 = 10$. Biết tốc độ tăng dân số là $v(x) = f'(x)$ (nghìn người/năm).

a) Vào năm nào trong hai năm 2015 và 2020, dân số của thành phố tăng nhanh hơn?

b) Vào năm nào thì tốc độ tăng dân số đạt mức 125 người/năm.

Câu 6. (3,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = AB = \sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$. Gọi I là trung điểm của cạnh AC .

a) Chứng minh $BI \perp (SAC)$.

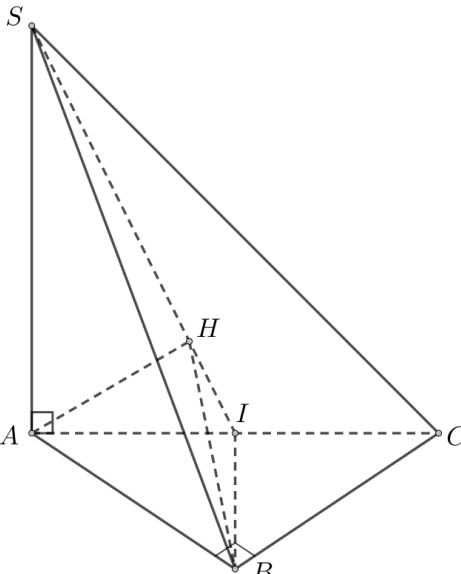
b) Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.

c) Tính góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SBI) .

-----Hết-----

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ ĐỊNH KÌ HKII MÔN TOÁN KHỐI 11
NĂM HỌC 2022 – 2023 (ĐỀ CHÍNH THỨC)

Câu	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1a (0,75 điểm)	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{5x-35}{\sqrt{x+2}-3} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{5(x-7)(\sqrt{x+2}+3)}{x+2-9} = \lim_{x \rightarrow 7} 5(\sqrt{x+2}+3) = 30$	0,25đx3
1b (0,75 điểm)	$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x^2+6}-4}{x-3} = +\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{x^2+6}-4) = \sqrt{15}-4 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0 \\ x-3 < 0 \text{ vì } x \rightarrow 3^- \end{cases}$	0,25đx3
2 (1,0 điểm)	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = m+25 = f(1)$	0,25đ
	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+24x-25}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+25)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+25) = 26$	0,25đx2
	Đề hàm số liên tục tại $x_0 = 1 \Leftrightarrow m+25 = 26 \Leftrightarrow m = 1$	0,25đ
3a (0,5 điểm)	$y = \frac{1}{4}mx^4 - 2(m+1)x^2 - 7$ $y' = mx^3 - 4(m+1)x$	0,25đx2
3b (1,0 điểm)	$y = (x-2)\sin 3x, y' = (x-2)' \sin 3x + (x-2)(\sin 3x)'$ $y' = \sin 3x + 3(x-2)\cos 3x$	0,25đ 0,25đ 0,5đ
4a (1,5 điểm)	$y' = -3x^2 - 6x$	0,25đ
	Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Do tiếp tuyến // $\Delta: y = -9x + 7 \Rightarrow f'(x_0) = -9$	0,25đ
	$\Leftrightarrow -3x_0^2 - 6x_0 = -9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$	0,5đ
	+ $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2$. Pttt: $y = -9(x+3) + 2 = -9x - 25$	0,25đ
	+ $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -2$. Pttt: $y = -9(x-1) - 2 = -9x + 7$ (loại do trùng Δ)	0,25đ
4b (0,5 điểm)	Ta có $h'(x) = \frac{g'(x)f(x) - g(x)f'(x)}{f^2(x)}$ Theo giả thiết $f'(2023) = g'(2023) = h'(2023)$ $= \frac{g'(2023)f(2023) - g(2023)f'(2023)}{f^2(2023)}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow f'(2023) \cdot f^2(2023) = [f(2023) - g(2023)]f'(2023)$ $\Leftrightarrow f^2(2023) = f(2023) - g(2023)$ $\Leftrightarrow g(2023) = -f^2(2023) + f(2023) = \frac{1}{4} - f^2(2023) + f(2023) - \frac{1}{4}$ $= \frac{1}{4} - \left[f(2023) - \frac{1}{2}\right]^2 \leq \frac{1}{4}$	0,25đ

5a (0,75 điểm)	$v(x) = f'(x) = \frac{162}{(x+6)^2}.$	0,25đ
	Vào năm 2015, $x = 15 \Rightarrow v(15) = \frac{18}{49} \approx 0,37$ (nghìn người/năm) Vào năm 2020, $x = 20 \Rightarrow v(20) = \frac{81}{338} \approx 0,24$ (nghìn người/năm) $\Rightarrow$ Vào năm 2015, dân số của thành phố tăng nhanh hơn.	0,25đx2
5b (0,25 điểm)	Ta có $\frac{162}{(x+6)^2} = 0,125 \Leftrightarrow (x+6)^2 = 1296 = 36^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+6 = 36 \\ x+6 = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -42 \end{cases}$ $\Rightarrow$ Vào năm 2030, tốc độ tăng dân số đạt mức 125 người/năm.	0,25đ
6a (1,0 điểm)	 Ta có $\begin{cases} BI \perp AC \text{ } (\Delta BAC \text{ vuông cân}) \\ BI \perp SA \text{ } (SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC).$	0,5đx2
6b (1,0 điểm)	Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \text{ } (\Delta BAC \text{ vuông cân}) \\ BC \perp SA \text{ } (SA \perp (ABC)) \end{cases}$ $\Rightarrow BC \perp (SAB), BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAB) \perp (SBC)$	0,25đx4
6c (1,0 điểm)	Vẽ $AH \perp SI \text{ } (H \in SI).$	0,25đ
	Ta có $\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BI \text{ } (BI \perp (SAC), AH \subset (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBI)$	0,25đ
	$\Rightarrow BH$ là hình chiếu của AB trên (SBI)	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{AB, (SBI)} = \widehat{AB, BH} = \widehat{ABH}.$	0,25đ
	Ta có $AI = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = 1. AH = \frac{SA \cdot AI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	0,25đ
	$\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 35^\circ.$	0,25đ

MA TRẬN ĐỀ

Bài	Nội dung	Điểm	Mức độ tư duy
1a	Giới hạn hàm số	0,75	M2
1b	Giới hạn hàm số	0,75	M2
2	Hàm số liên tục	1,0	M2
3a	Đạo hàm	0,5	M2
3b	Đạo hàm	1,0	M2
4a	Đạo hàm	1,5	M2
4b	Đạo hàm	0,5	M3
5a	Đạo hàm	0,75	M2
5b	Đạo hàm	0,25	M2
6a	Đường thẳng vuông góc mặt phẳng	1,0	M2
6b	Hai mặt phẳng vuông góc	1,0	M2
6c	Đường thẳng vuông góc mặt phẳng	1,0	M3